

**MINISTÉRIO DA DEFESA  
EXÉRCITO BRASILEIRO  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA E DE  
ARMAMENTO**

**GABRIEL GONÇALVES RIBEIRO**

**ESTIMATIVA DO FLUXO DE CALOR E DA TEMPERATURA NA  
SUPERFÍCIE INTERNA DE TUBOS DE ARMAS SUBMETIDAS A  
RESFRIAMENTO CONVECTIVO E MÚLTIPLOS DISPAROS**

**RIO DE JANEIRO  
2021**

GABRIEL GONÇALVES RIBEIRO

ESTIMATIVA DO FLUXO DE CALOR E DA TEMPERATURA NA  
SUPERFÍCIE INTERNA DE TUBOS DE ARMAS SUBMETIDAS A  
RESFRIAMENTO CONVECTIVO E MÚLTIPLOS DISPAROS

Projeto de Final de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica e de Armamento do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica e de Armamento.

Orientador(es): Rodrigo Otávio de Castro Guedes, Ph.D

Rio de Janeiro

2021

©2021

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e do(s) orientador(es).

Gonçalves Ribeiro, Gabriel.

Estimativa do Fluxo de Calor e da Temperatura na Superfície Interna de Tubos de Armas Submetidas a Resfriamento Convectivo e Múltiplos Disparos / Gabriel Gonçalves Ribeiro. – Rio de Janeiro, 2021.

71 f.

Orientador(es): Rodrigo Otávio de Castro Guedes.

Projeto de Final de Curso (graduação) – Instituto Militar de Engenharia, Engenharia Mecânica e de Armamento, 2021.

1. Transferência de Calor. 2. Armamento. 3. Coeficiente convectivo. i. Otávio de Castro Guedes, Rodrigo (orient.) ii. Título

**GABRIEL GONÇALVES RIBEIRO**

**Estimativa do Fluxo de Calor e da Temperatura na  
Superfície Interna de Tubos de Armas Submetidas a  
Resfriamento Convectivo e Múltiplos Disparos**

Projeto de Final de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica e de Armamento do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica e de Armamento.

Orientador(es): Rodrigo Otávio de Castro Guedes.

Aprovado em Rio de Janeiro, 11 de Outubro de 2021, pela seguinte banca examinadora:



---

Prof. **Rodrigo Otávio de Castro Guedes** - Ph.D. do IME - Presidente



---

Prof. **Bruna Rafaella Loiola** - D.Sc. do IME



---

Prof. **Francesco Scofano Neto** - D.Sc. do IME

Rio de Janeiro

2021

*A Deus, por me guiar de perto até aqui. Aos que me acompanharam nessa jornada, por todo apoio nos momentos difíceis.*

# AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer e dedicar esse Projeto Final de Curso a diversas pessoas que estiveram comigo nessa caminhada.

A Deus, por me ajudar desde os momentos de vestibular até aqui. Por cultivar em mim um gosto pelo estudo, me trazendo diversas alegrias e realizações.

À minha família, por todo o apoio prestado durante o período de estudos no IME. À minha mãe, Luciana, por se esforçar ao máximo para facilitar meus estudos, ao meu pai, Vanderley, por se engajar na minha vida acadêmica ao longo do tempo no IME. Aos meus irmãos, Lucas e Giovanna, por servirem de exemplos em diversos aspectos da vida.

À minha namorada, Thamiris, por estar próxima de mim nos diversos momentos difíceis. Por servir de apoio nos dias de cansaço, e, em particular, por me ajudar com revisões gramaticais em grande parte deste projeto.

Aos meus instrutores militares, particularmente ao Cap Velozo e Cap Heitor, por me ajudarem na formação militar. Em especial ao Cap Cruz, que mesmo não sendo meu instrutor militar, me ajudou muito em minha formação.

A todos os professores que tive ao longo dos meus anos no IME, em particular ao Prof. Guedes, que me acompanhou em diversas pesquisas acadêmicas, bem como à Profa. Bruna e Prof. Francesco, membros da banca avaliadora deste Projeto Final de Curso.

A todos os meus colegas, fora e dentro do IME, que serviram de inspiração e descontração nesses 6 anos de IME. Um agradecimento especial aos meus colegas de alojamento da turma IME XX. Em particular ao Matheus, que serve até hoje de inspiração em diversas áreas da vida. Um agradecimento especial também aos meus colegas de Mec XXI, que me incentivaram bastante ao longo dos últimos anos de estudo no IME.

*“Existe entre vocês alguém que seja sábio e inteligente?  
Pois então que prove isso pelo seu bom  
comportamento e pelas suas ações,  
praticadas com humildade e sabedoria”  
(Bíblia Sagrada, Tiago 3:13)*

## RESUMO

O superaquecimento de armas automáticas causa problemas relevantes durante operações militares, visto que gera ocorrências de *cook-off* e agrava defeitos por usura gasosa no cano do armamento. Tendo isso em vista, este trabalho busca estudar o histórico de temperatura no cano de uma arma automática durante um série de tiros em rajada. A partir de uma modelagem termoquímica, considerando a reação de deflagração dos grãos propelentes, calculou-se o coeficiente convectivo dos gases no interior da alma do cano do armamento. Após a caracterização deste coeficiente, modelou-se o problema a partir da abordagem analítica de transferência de calor, considerando que a difusão de calor no cano do armamento depende apenas da variável radial. Encontrou-se a distribuição de temperatura em função do tempo e do raio a partir de modelagem analítica e numérica. A solução do problema dependeu das funções de Bessel, apresentadas na seção de Fundamentação Teórica. Três simulações foram realizadas para esta modelagem e os resultados foram discutidos. A modelagem resultou em equações que foram resolvidas com o *software* Ansys, realizando-se quatro simulações distintas, cujos resultados foram analisados e comparados com aqueles obtidos nas simulações analíticas.

**Palavras-chave:** Transferência de Calor. Armamento. Coeficiente convectivo.



## ABSTRACT

The overheating of automatic weapons causes relevant problems during military operations, as it generates cook-off occurrences and aggravates defects due to gaseous usury in the barrel of the weapon. With this in mind, this work seeks to study the temperature history in the barrel of an automatic weapon during a series of burst shots. From a thermochemical model, considering the deflagration reaction of the propellant grains, the convective coefficient of the gases inside the core of the weapon's barrel was calculated. After characterization of this coefficient, the problem was modeled from the analytical approach of heat transfer, considering that the heat diffusion in the weapon barrel depends only on the radial variable. The temperature distribution as a function of time and radius was found from analytical and numerical modeling. The analytical modeling depended on the Bessel functions, presented in the Theoretical Background section. Three simulations were performed for this modeling and the results were discussed. The numerical modeling was calculated with the aid of software Ansys, performing four different simulations, whose results were analyzed and compared with those obtained in the analytical simulations.

**Keywords:** Heat Transfer. Weaponary. Convective Heat Transfer Coefficient.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Metralhadora Browning M2 .50 com camisa de refrigeração [3]. . . . .	17
Figura 2 – Condutividade térmica e calor específico do aço AISI 4130, em função da temperatura [6]. . . . .	22
Figura 3 – Perfil de temperatura do gás propelente e coeficiente convectivo [6]. . .	22
Figura 4 – Temperatura do interior do cano ao longo de 20 disparos consecutivos [6].	23
Figura 5 – Esquema de munição encartuchada [8]. . . . .	24
Figura 6 – Fuzil de assalto Imbel IA2 [9]. . . . .	25
Figura 7 – Canhão de longa distância 155 mm [10]. . . . .	26
Figura 8 – Equilíbrio energético em elemento de volume cilíndrico [1]. . . . .	29
Figura 9 – Modelo esquemático da balística interna [2]. . . . .	31
Figura 10 – Função $S_0U_0 - V_0W_0$ para $0 < \beta < 5000$ , para a condição de aquecimento e resfriamento. . . . .	39
Figura 11 – Dados de viscosidade média (a), número de Prandtl médio (b) e condutividade média (c) para a mistura de gases propelentes. . . . .	42
Figura 12 – Fator de compressibilidade para pressão reduzida de 10 a 40 [14]. . . .	43
Figura 13 – Fator de compressibilidade para pressão reduzida de 0 a 10 [14]. . . .	44
Figura 14 – Dados de pressão do gás propelente (a), velocidade do projétil (b) e temperatura do gás propelente (c). . . . .	45
Figura 15 – Fluxograma de execução do código para obter o coeficiente convectivo.	46
Figura 16 – Coeficiente convectivo calculado para o disparo em arma calibre .50 polegadas. . . . .	47
Figura 17 – Coeficiente convectivo para a seção $x = 0$ (a), coeficiente convectivo para a seção $x = 0, 2L$ (b), coeficiente convectivo para a seção $x = 0, 5L$ (c) e coeficiente convectivo para a seção $x = 0, 8L$ (d). . . . .	48
Figura 18 – Temperatura do gás propelente em função do tempo. . . . .	49
Figura 19 – Temperatura do cano do armamento em $r = r_i$ para as seções $x = 0$ (a), $x = 0, 2L$ (b), $x = 0, 5L$ (c) e $x = 0, 8L$ (d) durante 20 disparos. . .	51
Figura 20 – Temperatura do cano do armamento em $r = r_i$ para as seções $x = 0$ (a), $x = 0, 2L$ (b), $x = 0, 5L$ (c) e $x = 0, 8L$ (d) durante 50 disparos. . .	52
Figura 21 – Temperatura do cano do armamento ao longo da variável $r$ para as seções $x = 0$ (a), $x = 0, 2L$ (b), $x = 0, 5L$ (c) e $x = 0, 8L$ (d) durante 50 disparos. . . . .	53
Figura 22 – Temperatura do cano do armamento em $r = r_i$ para as seções $x = 0$ (a), $x = 0, 2L$ (b), $x = 0, 5L$ (c) e $x = 0, 8L$ (d) durante 50 disparos com cadência de tiro de 400 tpm . . . . .	55

Figura 23 – Temperatura do cano do armamento em $r = r_i$ para as seções $x = 0$ (a), $x = 0,2L$ (b), $x = 0,5L$ (c) e $x = 0,8L$ (d) durante 50 disparos com cadência de tiro de 400 tpm . . . . .	56
Figura 24 – Temperatura do gás propelente em função do tempo, com temperatura constante após fim do disparo. . . . .	57
Figura 25 – Temperatura do cano do armamento em $r = r_i$ para as seções $x = 0$ (a), $x = 0,2L$ (b), $x = 0,5L$ (c) e $x = 0,8L$ (d) durante 150 disparos com cadência de tiro de 600 tpm . . . . .	58
Figura 26 – Malha do elemento. . . . .	59
Figura 27 – Gráfico comparativo entre solução analítica e numérica para a primeira simulação. . . . .	60
Figura 28 – Comparação entre as temperaturas do cano do armamento pelo método analítico e numérico em $r = r_i$ para as seções mencionadas, durante 50 disparos com cadência de tiro de 600 tpm. . . . .	61
Figura 29 – Comparação entre as temperaturas do cano do armamento pelo método analítico e numérico em $r = r_i$ para as quatro seções mencionadas, durante 50 disparos com cadência de tiro de 400 tpm . . . . .	63
Figura 30 – Comparação entre as temperaturas do cano do armamento pelo método analítico e numérico em $r = r_i$ para as seções $x = 0$ (a), $x = 0,2L$ (b), $x = 0,5L$ (c) e $x = 0,8L$ (d) durante 150 disparos com cadência de tiro de 600 tpm . . . . .	64

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados com MEF para a temperatura da alma durante 9 disparos [1].	19
Tabela 2 – Dados de massa molar dos produtos de reação [13]. . . . .	43
Tabela 3 – Dados de pressão e temperatura críticas [15]. . . . .	44
Tabela 4 – Dados de entrada para a solução analítica da primeira simulação. . . .	50
Tabela 5 – Dados de entrada para a solução analítica da segunda simulação. . . .	54
Tabela 6 – Dados de entrada para a solução analítica da terceira simulação. . . .	57
Tabela 7 – Dados de entrada para a solução analítica da segunda simulação. . . .	62
Tabela 8 – Dados de entrada para a solução analítica da terceira simulação. . . .	63
Tabela 9 – Dados de entrada para a solução analítica da quarta simulação. . . .	65
Tabela 10 – Dados de balística interna obtidos pelo <i>software</i> Prodas. . . . .	70
Tabela 11 – Autovalores obtidos pelas raízes da equação $S_0U_0 - V_0W_0$ . . . . .	71

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EDP	Equação Diferencial Parcial
MDF	Métodos das Diferenças Finitas
MEF	Método dos Elementos Finitos
MVF	Método dos Volumes Finitos

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	Área
$c_p$	Calor específico a pressão constante
$c_v$	Calor específico a volume constante
$D$	Diâmetro
$\dot{E}$	Taxa de variação temporal de energia
$H$	Razão entre $h$ e $k$
$h$	Coefficiente de filme
$J$	Função de Bessel de 1 <sup>a</sup> espécie
$k$	Condutividade térmica
$L$	Comprimento característico
$M$	Massa molar
$m$	Massa
$Nu$	Número de Nusselt
$n$	Número de mols
$n'$	Variável de direção genérica
$P$	Pressão
$P_c$	Pressão crítica
$P_R$	Pressão reduzida
$Pr$	Número de Prandtl
$q$	Taxa de variação temporal de calor
$q''$	Fluxo de calor
$\dot{q}$	Taxa de geração de calor
$R$	Raio
$\bar{R}$	Constante universal dos gases

$Re$	Número de Reynolds
$r$	Variável radial
$T$	Temperatura
$T_{aux}$	Temperatura auxiliar (solução analítica)
$T_c$	Temperatura crítica
$T_h$	Temperatura homogênea (solução analítica)
$T_i$	Temperatura inicial
$T_R$	Temperatura reduzida
$t$	Tempo
$V$	Volume
$v$	Velocidade de escoamento
$Y$	Função de Bessel de 2 <sup>a</sup> espécie
$Z$	Fator de compressibilidade
$z$	Variável axial
$z'$	Percentual de propelente queimado
$\alpha$	Difusividade térmica
$\gamma$	Razão entre $c_p$ e $c_v$
$\epsilon$	Emissividade
$\varepsilon$	Porosidade
$\eta$	Covolume
$\lambda_N$	Fator de fricção de Nordheim
$\mu$	Viscosidade dinâmica
$\nu$	Viscosidade cinemática
$\rho$	Massa específica
$\sigma$	Constante de Stefan-Boltzmann
$\phi$	Variável angular

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>16</b>
1.1	GENERALIDADES	16
1.2	MOTIVAÇÃO	17
<b>2</b>	<b>REVISÃO DE LITERATURA</b>	<b>18</b>
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>24</b>
3.1	FUNCIONAMENTO DAS ARMAS DE FOGO	24
3.2	TRANSFERÊNCIA DE CALOR	27
3.2.1	MODELAGEM DO PROBLEMA TÉRMICO	30
3.2.2	CARACTERIZAÇÃO DO COEFICIENTE DE FILME DO GÁS PROPELENTE	32
3.3	SOLUÇÃO ANALÍTICA	34
3.3.1	RESOLUÇÃO DE $T_{aux}$	36
3.3.2	RESOLUÇÃO DE $T_h$	37
3.4	SOLUÇÃO NUMÉRICA	39
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>41</b>
4.1	OBTENÇÃO DO COEFICIENTE CONVECTIVO	41
4.2	PERFIL DE TEMPERATURA POR SOLUÇÃO ANALÍTICA	47
4.2.1	PRIMEIRA SIMULAÇÃO	47
4.2.2	SEGUNDA SIMULAÇÃO	54
4.2.3	TERCEIRA SIMULAÇÃO	57
4.3	PERFIL DE TEMPERATURA POR SOLUÇÃO NUMÉRICA	59
4.3.1	PRIMEIRA SIMULAÇÃO	59
4.3.2	SEGUNDA SIMULAÇÃO	60
4.3.3	TERCEIRA SIMULAÇÃO	62
4.3.4	QUARTA SIMULAÇÃO	64
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>67</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>69</b>
	<b>A – DADOS BALÍSTICOS DE ARMAMENTO .50</b>	<b>70</b>
	<b>B – AUTOVALORES DA SOLUÇÃO ANALÍTICA</b>	<b>71</b>



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Generalidades

Desde os tempos antigos até os dias de hoje, armamentos são utilizados por exércitos de todo o mundo como forma de manutenção da segurança nacional. De armamentos leves até pesados, as armas utilizadas nas Forças Armadas de diversos países seguem os mesmos princípios mecânicos básicos estudados pela engenharia de armamento.

Uma arma tem como finalidade básica o disparo de um projétil em alta velocidade com o intuito de acertar um alvo, podendo este ser um homem ou não. O disparo é promovido pela deflagração de um explosivo propelente que é transformado quimicamente em gases de alta energia. Ao serem expandidos, os gases realizam trabalho sobre o projétil até este adquirir alta velocidade e sair do cano do armamento.

Durante um disparo, o cano de um armamento é submetido a uma grande quantidade de calor em sua superfície interior. A maior parte deste calor é proveniente da convecção forçada dos gases aquecidos gerados no interior da câmara do armamento [1].

Durante o intervalo entre os disparos, a arma é resfriada através da dissipação de energia por radiação e por convecção natural na superfície externa do armamento. Em tiros de alta cadência, tal resfriamento não consegue retirar uma grande fração de energia da arma, fazendo com que a temperatura do armamento atinja valores elevados a medida que mais disparos são realizados [1].

A introdução de grandes quantidades de energia provenientes dos gases propelentes no interior do armamento conduz a necessidade de um estudo criterioso acerca do desgaste e da erosão do cano do armamento, pois é sabido que a vida útil do cano depende das tensões mecânicas e térmicas que ocorrem durante um disparo [2]. Outro problema introduzido pela adição de energia no interior da arma é o problema de *cook-off*. A temperatura de *cook-off* é a temperatura mínima necessária para que a munição no interior da câmara sofra ignição por estímulos térmicos.

Por conta da necessidade de se regular a temperatura do cano de um armamento, projetos de armamentos adotam as mais diversas soluções para contornar o problema do superaquecimento. Uma solução é o simples aumento da área cilíndrica do cano do armamento, principalmente nas regiões de maior troca de calor. Tal solução atende algumas necessidades, mas muitas vezes não pode ser utilizada por aumentar demasiadamente o peso do armamento.

Outra solução mais aceita é adição de aletas ou camisas de refrigeração no arma-

mento, potencializando a troca de calor por convecção natural. Tal solução é mais viável por não comprometer o peso do armamento. A Figura 1 apresenta uma metralhadora Browning M2 .50 utilizando camisa de refrigeração na parte inicial do cano. Soluções alternativas, como utilização de líquidos refrigerantes ou pólvoras frias também são válidas, embora menos empregadas que as demais.



Figura 1 – Metralhadora Browning M2 .50 com camisa de refrigeração [3].

## 1.2 Motivação

Com os avanços da tecnologia e do poderio militar dos demais países, é crescente a necessidade de mais projetos de engenharia na área de Defesa. Dentro desse contexto, armas de alta cadência de tiro se tornam um atrativo, por terem um alto poder lesivo no combate a tropas inimigas, tendo grande valor estratégico na doutrina do Exército.

Conseqüentemente, se faz necessário um estudo aprofundado do maior fator limitante para a cadência de tiro de um armamento: o superaquecimento das peças. Este trabalho tem como objetivo realizar simulações numéricas e analíticas para o estudo da influência da cadência de tiro no aquecimento do cano de uma arma.

Como resultado, este trabalho busca encontrar valores para a quantidade máxima de tiros permitidos, em uma dada cadência de tiro, até que seja atingida uma temperatura estabelecida.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

Analisando a Literatura, encontram-se diversos estudos relacionados ao tema de transferência de calor para disparos em armamentos. Tais estudos tentam prever o histórico de temperatura no cano do armamento através de diversos métodos computacionais como o Método dos Elementos Finitos (MEF), Método das Diferenças Finitas (MDF) ou Métodos dos Volumes Finitos (MVF). Há também estudos que preveem o histórico através da solução analítica.

Em seu estudo, Suyadnya [4] modela este problema de transferência de calor para um obuseiro 155 mm . Para a solução deste trabalho, utilizou-se a modelagem usando o MVF, posteriormente validando o método com resultados experimentais. O modelo matemático do problema térmico se baseou em um fluxo de calor que entra na superfície interna do tubo do obuseiro devido à convecção forçada dos gases propelentes. Considerou-se, também, fluxo de calor por convecção natural e radiação sendo extraído pela superfície externa do tubo do obuseiro.

Como hipóteses simplificadoras, considerou-se que a condução de calor no interior do tubo se dava apenas da direção radial, visto que foi considerado negligenciável o fluxo de calor axial quando comparado ao fluxo na direção radial. Desprezou-se, também, o calor gerado devido aos atritos do projétil com a alma do tubo, bem como os efeitos da gravidade na convecção natural. Com essas simplificações, reduziu-se o problema a uma transferência de calor em uma direção em coordenadas cilíndricas.

A solução numérica foi obtida através do MVF, com o objetivo de determinar o número máximo de disparos que poderiam ser executados até ser atingida a temperatura de *cook-off*. Para tanto, considerou-se que o armamento realizava tiros em intervalos de 10 segundos, com 6 segundos de intervalo entre disparos a cada 6 tiros realizados.

O autor validou sua solução com MVF a partir de dados recolhidos experimentalmente, obtendo um diferença percentual de 0,95% nos resultados. Após validado o método, obteve os resultados para sua simulação principal. Considerando as hipóteses apresentadas, o armamento poderia realizar 27 disparos até ser atingida a temperatura de *cook-off*.

Mishra [1], outro autor que estudou o problema em análise, realiza uma simulação similar para um obuseiro 155 mm. Ao longo do seu artigo, Mishra descreve o problema para 2 situações distintas de condições de contorno. Na primeira situação o autor utiliza um equacionamento empírico para a taxa de calor devido ao gás propelente cuja formulação é

apresentada na Equação 2.1

$$q_x = \frac{k_g}{x} [aRe_x^b(T_g - T_p) - cET_p] \quad (2.1)$$

onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são constantes cujos valores são  $a = 0,85 \text{ K}^{-1}$ ,  $b = 0,7$  e  $c = 2000 \text{ K}^{-1}$ . O termo  $E$  é o número adimensional chamado de número de expansão. Os subíndices  $g$  e  $p$  se referem ao gás e à parede interna do tubo, respectivamente.

Em uma segunda situação, o autor remodelou as condições de contorno assumindo uma taxa de calor na superfície interna do tubo através de um decaimento exponencial, conforme a Equação 2.2, sendo  $t$  a variável temporal, e  $t_0$  um valor de referência.

$$q_x = q_{\max} \exp\left(-\frac{t}{t_0}\right) \quad (2.2)$$

Após descritas as duas situações, o autor comparou os resultados de temperatura máxima na alma do tubo durante um disparo, obtendo o valor de 1259,77 K para a primeira situação e 1258,57 K para a segunda situação. O autor também mostrou que as modelagens são muito similares através de gráficos de temperatura em função do tempo. O resultado experimental esperado para a temperatura máxima na alma do tubo era de 1237 K.

Após comparação de métodos e validação de resultados a partir dos valores experimentais, o autor terminou a modelagem do problema calculando o aumento de temperatura na alma do tubo ao longo de 9 disparos sucessivos, com intervalos de 5 a 6 minutos, como apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 – Resultados com MEF para a temperatura da alma durante 9 disparos [1].

Número de Disparos	Temperatura Inicial na Alma (K)	Temperatura Máxima na Alma (K)	Tempo do Disparo (min)
1	307,60	1258,57	0
2	310,52	1256,64	5
3	313,21	1254,90	11
4	315,97	1253,24	16
5	318,55	1252,84	22
6	321,39	1251,01	26
7	323,78	1250,10	32
8	326,37	1248,91	37
9	328,77	1247,96	43

Akçay [2] também contribuiu para o estudo do histórico de temperatura em canos de armas leves. Em sua modelagem, o autor considerou transferência térmica unidimensional ao longo da direção radial com solução obtida através do MDF. Diferentemente dos demais

autores, Akçay foi explícito quanto à metodologia de obtenção da temperatura interna dos gases, que foi equacionada como se segue:

$$T_g = \frac{P \left[ V_B - m_B \left( z' \eta + \frac{1-z}{\rho} \right) + \frac{\pi D^2 x}{4} \right]}{A_{mol} m_B z \bar{R}} \quad (2.3)$$

Na relação acima  $P$  é a pressão do gás propelente,  $V_B$  é o volume da câmara de combustão,  $m_B$  a massa inicial de propelente,  $z'$  o percentual de propelente queimado,  $\eta$  o covolume do gás propelente,  $\rho$  a massa específica do gás,  $D$  o diâmetro da alma do cano,  $x$  a distância entre o projétil e a saída da câmara,  $A_{mol}$  o número de mols do gás propelente e  $\bar{R}$  a constante universal dos gases.

Para obtenção do coeficiente convectivo dos gases propelentes, o autor usou um código próprio que calcula  $h_g$  em função de alguns parâmetros, como mostrado a seguir:

$$h_g = f(x, \rho, U, c_v, \gamma) \quad (2.4)$$

Além das variáveis mencionadas anteriormente,  $U$  representa a velocidade do projétil em determinado instante de tempo,  $c_v$  é o calor específico a volume constante dos gases propelentes e  $\gamma$  é a razão entre calores específicos. Após utilizar o código para uma metralhadora M60 7,62 mm, obteve-se um gráfico para o valor de  $h_g$  ao longo do tubo. O valor máximo encontrado foi de  $7,5 \cdot 10^5 \text{W/m}^2\text{K}$ , situado próximo à região de máxima pressão dos gases propelentes.

Por fim, adotou-se a seguinte formulação para o coeficiente convectivo do ar na convecção natural:

$$h_{ar} = 1,32 \left( \frac{T_0 - T_\infty}{2R_0} \right)^{0,25} \quad (2.5)$$

Na expressão acima,  $T_0$  representa a temperatura na superfície externa do arma-mento,  $R_0$  seu raio externo e  $T_\infty$  a temperatura do ar ambiente.

Como conclusão ao estudo, o autor estima a quantidade de tiros que poderiam ser realizados em uma cadência de 600 tiros por minuto para a metralhadora M60 7,62 mm até ser atingida a temperatura de *cook-off* de  $215^\circ\text{C}$ . O valor estimado foi de 130 tiros, que representa 13 segundos de tiros consecutivos.

Degirmenci [5] contribui para a modelagem do problema térmico ao analisar o coeficiente convectivo dos gases propelentes a partir de uma abordagem termoquímica. Para o cálculo do coeficiente convectivo dos gases propelentes, o autor utilizou a equação de Dittus-Boelter para o cálculo do número de Nusselt de escoamentos no interior de tubos.

Como o número de Nusselt depende dos números de Prandtl e Reynolds, calculou-se o valor de propriedades termofísicas do gás propelente a partir dos seus valores para os produtos da reação de combustão da pólvora. A reação química adotada é mostrada a seguir:



Para o cálculo de viscosidade dinâmica, número de Prandtl e condutividade térmica, considerou-se a média ponderada dessas propriedades relativas aos produtos da reação. Para a massa específica dos gases propelentes, considerou-se a hipótese de gases ideais, cuja massa específica é calculada por:

$$\rho = \frac{P}{R_m T} \quad (2.6)$$

Considerando que  $P$  é a pressão do gás,  $R_m$  a constante dos gases para a mistura e  $T$  a temperatura dos gases propelentes. Após a obtenção dessas propriedades, calculou-se o número de Reynolds para o escoamento. A partir dos números de Reynolds e de Prandtl, calculou-se o número de Nusselt, e, conseqüentemente, o coeficiente convectivo. Para as condições da simulação, o valor máximo deste coeficiente foi de  $5,5 \cdot 10^5 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

Hill e Conner [6] modelaram o problema para uma metralhadora calibre .50 atirando em um cadência de tiro de 600 disparos por minuto. Em sua modelagem, os autores seguiram hipóteses similares àquelas já apresentadas: gradiente de temperatura radial preponderante sobre os demais, calor gerado pelo atrito não equacionado e troca de calor com outras partes da arma senão o cano desconsideradas. Para a simulação de temperatura na arma, considerou-se um cano do armamento de aço AISI 4130 com massa específica constante igual a  $7845 \text{ kg/m}^3$ . Para maior rigor nos resultados, foi considerado que o calor específico e condutividade térmica do aço variavam de acordo com o gráfico apresentado na Figura 2.

Neste trabalho também foi apresentado pelos autores uma metodologia distinta para o cálculo do coeficiente convectivo no escoamento interno ao cano do armamento. Este cálculo levou em conta um valor fixo,  $h_0$  considerado  $10 \text{ W/m}^2\text{K}$ , a velocidade média do gás propelente,  $\bar{v}$ , a massa específica média,  $\bar{\rho}$ , e o calor específico,  $c_p$ , tido como constante e igual a  $1050 \text{ J/kgK}$ . O valor de  $h$  também dependeu do fator de fricção de Nordheim,  $\lambda_N$ , apresentado na Equação 2.7.

$$\lambda_N = [13,2 + \ln(200R_i)]^{-2} \quad (2.7)$$

O valor do coeficiente convectivo é apresentado na Equação 2.8:

$$h = h_0 + \lambda_N \bar{\rho} c_p \bar{v} \quad (2.8)$$

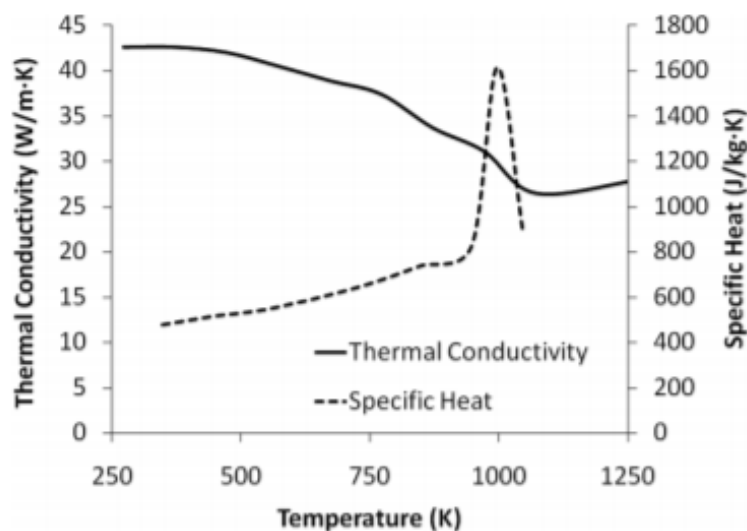


Figura 2 – Condutividade térmica e calor específico do aço AISI 4130, em função da temperatura [6].

Utilizando a Equação 2.8 os autores encontram o perfil de  $h$  de acordo com a Figura 3. Ao simularem o comportamento da arma após 20 disparos consecutivos, encontram como histórico de temperatura na parede interna do cano o resultado apresentado no gráfico da Figura 4.

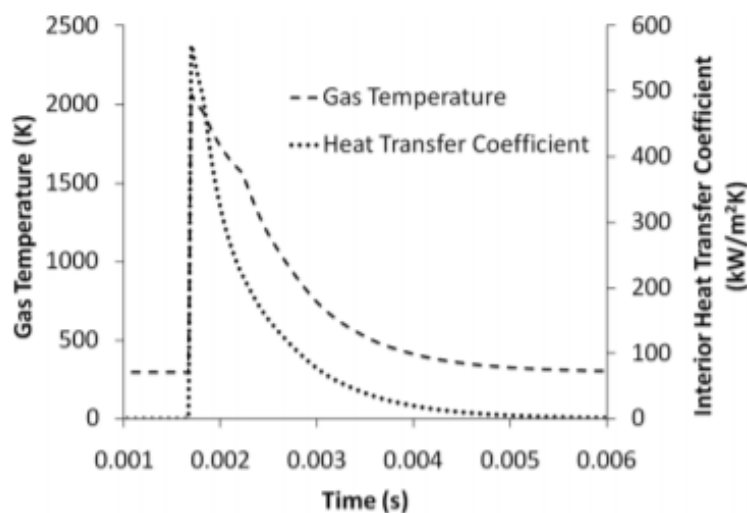


Figura 3 – Perfil de temperatura do gás propelente e coeficiente convectivo [6].

O *US Army Armament Research and Development Command* publicou uma manual em 1981 [7] para o cálculo do coeficiente convectivo para escoamentos no interior de tubos de armas. A formulação dependia do número de Reynolds e de Prandtl, e era definida pela

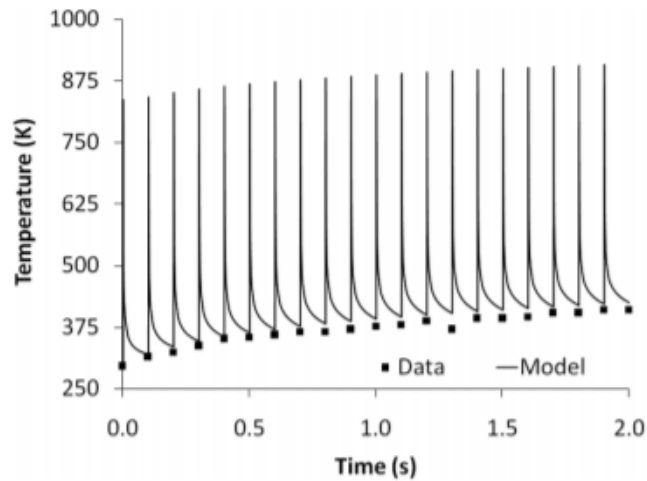


Figura 4 – Temperatura do interior do cano ao longo de 20 disparos consecutivos [6].

Equação 2.9:

$$h = \frac{k}{D_h} [3,65 + 0,243Re^{0,8}Pr^{0,4}] \quad (2.9)$$

Na equação,  $k$  representa a condutividade térmica do gás propelente e  $D_h$  o diâmetro corrigido do tubo da arma, que depende da porosidade, de acordo com a Equação 2.10:

$$D_h = 2\varepsilon R_T \left[ 1 + 2R_T \frac{\varepsilon}{D_p} \right] \quad (2.10)$$

Na equação acima  $\varepsilon$  representa a porosidade,  $R_T$  o raio do tubo e  $D_p$  o diâmetro das partículas de gás.



## 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 3.1 Funcionamento das Armas de Fogo

Para a compreensão completa do problema de aquecimento das armas de fogo, é necessário entender previamente o funcionamento básico das armas. Todas se baseiam no princípio de transformação da energia química dos grãos propelentes em energia cinética do projétil. Como intermediário dessa transformação energética, há o aparecimento de energia térmica na forma de gases em altas temperaturas, que aquecem as partes internas do armamento durante o disparo de um projétil.

A explicação da dinâmica de disparo em armas leves ou armas pesadas pode ser iniciada a partir da munição utilizada. Para armamentos leves, a munição utilizada é da forma encartuchada. Tal fato não é necessariamente verdade para armamentos pesados que podem operar com munição desencartuchada, contudo este caso não será o foco desse trabalho. A Figura 5 apresenta o esquema de uma munição encartuchada.



Figura 5 – Esquema de munição encartuchada [8].

A munição encartuchada é composta por dois componentes principais: o projétil e o estojo, que juntos compõem o cartucho. O estojo de um cartucho tem como finalidade principal acomodar o propelente que será transformado em gases para a realização de trabalho sobre o projétil. Uma outra função importante do estojo é acondicionar o projétil através de um encaixe firme do mesmo com a garganta do estojo, permitindo que o mesmo

se desacople do estojo apenas com a imposição de uma elevada pressão. O projétil, por sua vez, é a única parte do cartucho que será expelido em alta velocidade para fora do armamento através da boca do cano. É a peça que exerce a função de acertar o alvo com o intuito de causar danos no mesmo, finalidade principal do disparo.

A reação química de transformação de grãos de propelente em gases propelentes se dá através da deflagração deste explosivo no interior do estojo. O propelente de uma munição é um composto classificado como baixo explosivo, tendo grande potencial de transformação de energia, mas tendo pouca sensibilidade para iniciar a sua deflagração. Por ter uma baixa sensibilidade, a deflagração do propelente no interior do estojo é auxiliada pela deflagração prévia da espoleta, também no interior do estojo.

A espoleta é classificada como um alto explosivo, tendo, assim, alta sensibilidade para se iniciar. Desta forma, cria-se um trem de ignição com o intuito de deflagrar os grãos propelentes: em um primeiro momento, a espoleta, de alta sensibilidade, é estimulada a se deflagrar. Esta deflagração, por sua vez, tem energia suficiente para começar a reação química nos grãos propelentes, dando início ao disparo.

Além das partes básicas de uma munição encartuchada, é importante ter ciência dos componentes básicos do armamento, seja ele leve ou pesado. Um armamento leve ou pesado é definido pelo calibre dos projéteis que dispara: calibres menores que 0,6 polegadas são de armamentos leves, enquanto calibres superiores são disparados por armamentos pesados. As Figuras 6 e 7 apresentam exemplos de armamento leve e armamento pesado.



Figura 6 – Fuzil de assalto Imbel IA2 [9].

Para ambas as classificações de armamentos, uma peça é fundamental para a progressão da balística interna: o cano do armamento, para armamentos leves ou o tubo do armamento para armamentos pesado. De maneira geral, canos e tubos tem a função básica de fornecer tempo e espaço suficiente para o desenvolvimento da balística interna devido a deflagração da pólvora. Como função adicional, canos e tubos desenvolvem, através do raiamento, um movimento duplo de translação e rotação no projétil, visando à estabilidade do mesmo em voo. Por conta da sua função fundamental na balística interna, canos e



Figura 7 – Canhão de longa distância 155 mm [10].

tubos recebem grandes quantidades de calor oriundo dos gases propelentes.

Ao iniciar o disparo, os grãos propelentes reagem quimicamente se transformando em gases a alta temperatura e pressão. Em função do espaço confinado, os gases tentam sair do estojo forçando o projétil a se desacoplar do mesmo, conferindo, assim, energia ao projétil. Desta forma, o projétil é forçado a se movimentar no interior do cano do armamento — região denominada também de alma — enquanto recebe energia pela expansão dos gases propelentes. Durante esse processo, os gases em alta temperatura fornecem calor ao interior do cano do armamento, contribuindo para o aumento da sua temperatura. O atrito do projétil na alma do cano do armamento também gera calor que é absorvido pela arma, no entanto este calor é de uma ordem de grandeza menor se comparado ao calor fornecido pelos gases propelentes.

Este aquecimento gerado pela expansão dos gases e a consequente elevação de temperatura introduzem um sério problema no projeto de um armamento: a ativação do iniciador por estímulos térmicos. Todos os explosivos podem ser iniciados por diversos tipos de estímulos, como estímulos por calor, impacto, atrito, entre outros. Na produção de um explosivo é possível orientá-lo para ter maior sensibilidade para algum determinado estímulo, embora não seja possível torná-lo totalmente insensível a outros estímulos.

O iniciador é projetado para que seja estimulado pelo impacto do percussor no culote do estojo. Este impacto se dá quando o atirador ativa o mecanismo de disparo do armamento, fazendo com que o percussor se movimente até colidir em uma parte específica do cartucho. No entanto, o iniciador também pode ser ativado por outros estímulos, que é o que acontece no problema de *cook-off*. Quando o armamento atinge altas temperaturas,

a taxa de calor sobre o iniciador pode ser grande o suficiente para que este seja estimulado a deflagrar mesmo que não tenha havido o contato com o percussor. Tal fato resulta em um disparo acidental, em que o projétil sai do armamento sem a intenção do atirador. Por conta desse problema, é imprescindível o total entendimento das trocas de calor realizadas no armamento.

A elevação de temperatura se dá pela convecção forçada dos gases propelentes em alta temperatura enquanto o projétil está se movendo no interior no cano. O calor tende a fluir radialmente ao longo do cano, e ser retirado pelo esfriamento por convecção natural com o ar atmosférico. Quando as partes da arma atingem elevadas temperaturas, o calor retirado por radiação passa a ser considerável, auxiliando o resfriamento.

## 3.2 Transferência de Calor

A resolução de um problema de transferência de calor pode ser feita de duas maneiras: através de uma abordagem analítica ou através de uma abordagem numérica. Pelo método numérico, criam-se relações matemáticas simplificadas através do equacionamento típico de transferência de calor. Essas simplificações são compensadas pelos inúmeros cálculos que o computador pode fazer de maneira repetitiva até encontrar um resultado adequado que, no entanto, é uma aproximação do resultado real. O método analítico consiste em realizar a formulação do problema da forma mais completa e criteriosa possível, visto que não haverá auxílio da máquina para a realização de contas repetitivas. Esse método apresenta resultados exatos, porém de difícil obtenção em virtude da complexidade do equacionamento utilizado.

Métodos numéricos são muito utilizados atualmente por conta da complexidade dos problemas que estes conseguem resolver. Por conta disso, diversos *softwares* foram criados com o intuito de cooperar na resolução de problemas via método numérico. Dentro do método numérico, há diversas abordagens possíveis para a obtenção do resultado, sendo o método de diferenças finitas (MDF) uma dessas. Este método utiliza uma aproximação numérica para os valores das derivadas parciais em equações diferenciais parciais (EDP), com o intuito de se resolver uma EDP de difícil solução analítica.

No entanto, independentemente do método de solução utilizado, todos precisam ser modelados a partir do equacionamento típico de transferência de calor. Normalmente, os processos de troca de calor são categorizados em três grupos distintos: troca de calor por condução, convecção ou radiação.

A troca de calor por condução acontece pela interação de partículas mais energéticas para partículas menos energéticas, ou seja, ocorre quando há um gradiente de temperatura em um corpo [11]. Tal troca de calor pode ser equacionada pela Lei de Fourier expressa

pela Equação a seguir:

$$q'' = -k\nabla T \quad (3.1)$$

A Equação 3.1 expõe que o calor por condução é diretamente proporcional ao gradiente de temperatura, tendo sentido oposto ao mesmo. Também indica que o calor depende do parâmetro  $k$ , a condutividade térmica do material. Estudando os materiais, encontra-se que o valor de  $k$  é elevado para materiais em estado sólido, por isso considera-se a condução acontece principalmente neste estado físico.

A partir da Lei de Fourier é possível deduzir a formulação da Equação da Difusão de Calor, muito importante para o estudo de trocas de calor por condução, que se baseia no balanço energético em um elemento de volume qualquer. A partir do balanço energético é possível dizer que a taxa de energia armazenada no elemento de volume,  $\dot{E}_{arm}$  é função da taxa de energia entrando no elemento,  $\dot{E}_e$ , da taxa de energia saindo do elemento,  $\dot{E}_s$ , e da taxa de energia sendo gerada no interior do elemento,  $\dot{E}_g$ , como descreve a equação:

$$\dot{E}_{arm} = \dot{E}_e - \dot{E}_s + \dot{E}_g \quad (3.2)$$

Considerando um elemento de volume cilíndrico como o da Figura 8, pode-se calcular a diferença entre  $\dot{E}_e$  e  $\dot{E}_s$  através da aproximação em derivada de primeira ordem. Considerando, também, uma taxa de geração de calor  $\dot{q}$  e um material com massa específica  $\rho$  e calor específico  $c_p$ , pode-se escrever a Equação de Difusão de Calor para coordenadas cilíndricas como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( kr \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( kr \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.3)$$

A convecção é uma outra importante forma de propagação de energia térmica caracterizada pela troca de calor através da passagem de um fluido em movimento contra uma superfície [11]. Quando um fluido a uma dada temperatura escoar por uma superfície de diferente temperatura, há o surgimento de uma camada-limite térmica, através da qual há troca de calor. Para o equacionamento deste processo, é importante o entendimento da influência do coeficiente convectivo  $h$ . O coeficiente convectivo — ou coeficiente de filme — é a constante de proporcionalidade do processo de troca de calor por convecção. Seu valor normalmente é obtido através de análises empíricas, visto que é difícil obter uma relação algébrica para o mesmo. Pelo método empírico, o valor de  $h$  geralmente é obtido com auxílio do número de Nusselt,  $Nu$ . Através da experimentação, nota-se que o número de Nusselt é função do número de Reynolds,  $Re$ , e do número de Prandtl,  $Pr$ , ou seja, o coeficiente de filme é função de diversos parâmetros como a velocidade do escoamento,

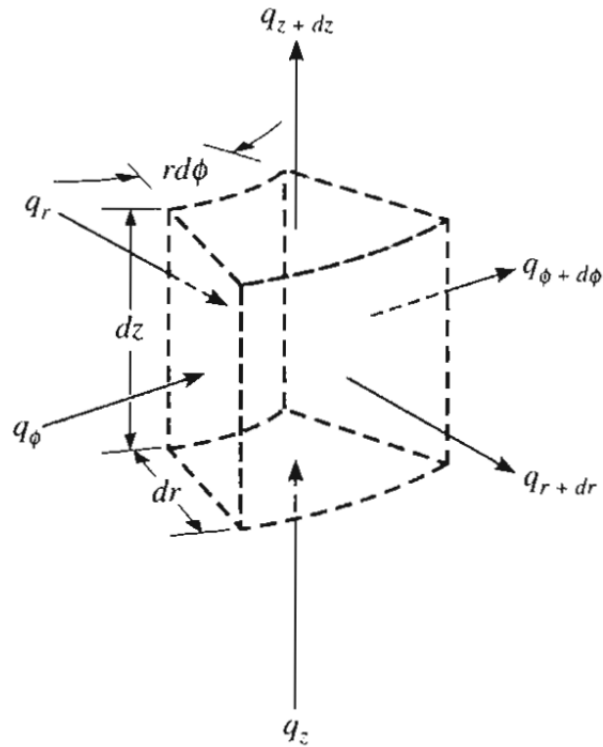


Figura 8 – Equilíbrio energético em elemento de volume cilíndrico [1].

condutividade térmica do fluido, calor específico, massa específica e viscosidade dinâmica. As equações a seguir elucidam essa dependência em forma algébrica:

$$Nu = f(Re, Pr) = \frac{hL}{k} \quad (3.4a)$$

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (3.4b)$$

$$Pr = \frac{c_p \mu}{k} \quad (3.4c)$$

Considerando que  $\rho$  simboliza a massa específica do fluido,  $\mu$  sua viscosidade dinâmica,  $k$  a condutividade térmica,  $c_p$  o calor específico do fluido,  $v$  a velocidade do escoamento e  $L$  o comprimento característico do mesmo.

Posto a influência do coeficiente de filme no equacionamento da taxa de calor em uma troca de calor por convecção, é possível, por fim, escrever:

$$q'' = h(T_{sup} - T_{\infty}) \quad (3.5)$$

$T_{sup}$  representa a temperatura da superfície por onde esco o fluido, e  $T_{\infty}$  a temperatura do fluido distante desta superfície. A Equação 3.5 expressa valores positivos de  $q''$  como fluxo de calor saindo da superfície em direção ao fluido.

Como a convecção está associada a troca de calor de um fluido em movimento com uma superfície, esta situação normalmente está atrelada a uma condição de contorno de equação diferencial. Quando há o escoamento de um fluido sobre uma superfície, para satisfazer o balanço de energia da fronteira desta superfície, iguala-se a taxa de calor por condução com a taxa de calor por convecção, obtendo a seguinte equação, muito utilizada como condição de contorno:

$$\pm \frac{\partial T}{\partial n'} + HT = HT_{\infty} \quad (3.6)$$

Considerando que  $n'$  representa uma direção qualquer, enquanto  $H$  representa a razão entre o coeficiente de filme  $h$  e a condutividade térmica  $k$ .

Por fim, a troca de calor por radiação é o modo de transferência de energia térmica no qual não há necessidade de meio para esta se propagar. Esta troca de energia acontece devido a emissão de ondas eletromagnéticas que os corpos irradiam. Com a elevação da temperatura de um corpo, esta emissão pode aumentar de forma significativa, sendo, então, necessário levá-la em consideração. Como forma de exemplo, a vermelhidão aparente em peças metálicas em alta temperatura é decorrente da radiação visível nestes corpos.

O equacionamento da troca de calor por radiação pode ser expressa por:

$$\dot{E} = \epsilon \sigma T^4 \quad (3.7)$$

Considerando que  $\dot{E}$  representa a taxa de calor emitido por radiação,  $\epsilon$  a emissividade do corpo,  $\sigma$  a constante de Stefan-Boltzmann e  $T$  a temperatura deste corpo.

### 3.2.1 Modelagem do Problema Térmico

Para o problema em questão, será considerado inicialmente que a transferência de calor no interior do cano do armamento se dá através da convecção forçada dos gases propelentes ao longo do deslocamento do projétil na alma do cano. Como forma de dissipação de calor, será considerado apenas a convecção natural pelo ar ambiente na superfície externa do cano.

Será considerado também que a propagação do calor se dá apenas da direção radial, sendo desconsiderado fluxo de calor circunferencial, bem como o fluxo de calor ao longo do eixo longitudinal do armamento. Esta simplificação é feita devido ao fato dos gradientes de temperatura nessas direções serem muito inferiores ao gradiente de temperatura na direção radial. A Figura 9 auxilia no entendimento do problema, destacando a região por onde o calor flui radialmente.

A partir do exposto acima, o equacionamento para o problema se dá através das seguintes equações:

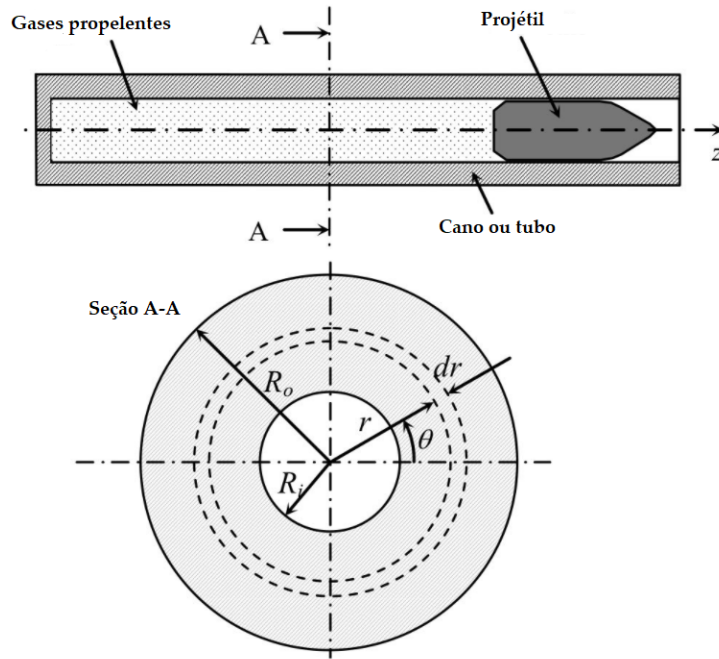


Figura 9 – Modelo esquemático da balística interna [2].

A partir da Equação 3.3 para o caso de condução radial sem geração interna de calor, tem-se:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad r_i < r < r_e, \quad t > 0 \quad (3.8)$$

Os termos  $r_i$  e  $r_e$  representam os raios interno e externo do cano do armamento, respectivamente.

Simplificando a Equação 3.8, obtém-se:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad r_i < r < r_e, \quad t > 0 \quad (3.9)$$

Considerando que  $\alpha$  representa a difusividade térmica do material do cano do armamento.

As condições de contorno deste problema serão expressas por:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = H_{gás}(T - T_{gás}); \quad r = r_i, \quad t > 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = H_{\infty}(T_{\infty} - T); \quad r = r_e, \quad t > 0 \quad (3.11)$$



A Equação 3.10 representa a convecção forçada do gás propelente na superfície interna do cano do armamento. O termo  $H_{\text{gás}}$  representa a razão entre o coeficiente de filme do gás propelente e a condutividade térmica do material do armamento.  $T$  representa a temperatura na posição radial indicada pela equação, enquanto  $T_{\text{gás}}$  representa a temperatura do gás propelente em um dado momento.

A Equação 3.11 representa a convecção natural do ar atmosférico na superfície externa do cano do armamento. O termo  $H_{\infty}$  é análogo ao caso anterior, porém relacionando o coeficiente de filme do ar atmosférico, enquanto  $T_{\infty}$  é sua temperatura.

Por fim, para terminar de caracterizar o problema, basta informar a temperatura inicial do armamento, que será uniformemente distribuída ao longo do cano e terá o valor  $T_i$ , como descreve a Equação 3.12.

$$T(r, 0) = T_i \quad (3.12)$$

### 3.2.2 Caracterização do Coeficiente de Filme do Gás Propelente

Um fator importante para a resolução do problema proposto é a caracterização do coeficiente de filme dos gases propelentes. O coeficiente convectivo, ou coeficiente de filme de um fluido, representa a constante de proporcionalidade entre o fluxo de calor e o gradiente de temperatura em uma troca de calor por convecção.

O coeficiente de filme é um valor de difícil obtenção, já que depende de diversos parâmetros do fluido em questão, como por exemplo seu calor específico, viscosidade dinâmica, condutividade térmica e massa específica. Depende também de parâmetros relativos ao escoamento, como diâmetro hidráulico e velocidade do fluido.

Por conta desta complexidade, costuma-se obter o coeficiente de filme de um escoamento a partir da utilização de números adimensionais. Os números adimensionais são muito usados em diversas áreas da engenharia mecânica como forma de simplificar a análise de resultados obtidos experimentalmente. Um número adimensional será sempre uma relação adimensional que ajuda a caracterizar algum fenômeno que está sendo analisado.

Neste trabalho, será utilizado o número de Nusselt para determinação do coeficiente de filme. Este, por sua vez, depende do número de Reynolds e do número de Prandtl do escoamento.

O número de Reynolds é um coeficiente adimensional associado a um escoamento que ajuda a caracterizar se este está em regime laminar ou em regime turbulento. É um número muito importante na mecânica dos fluidos e depende da velocidade do escoamento, massa específica do fluido, viscosidade dinâmica do mesmo, e de um comprimento característico

associado ao escoamento. No caso de escoamento no interior de tubos, este comprimento característico é o diâmetro interno do tubo. O número de Reynolds pode ser expresso por:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \quad (3.13)$$

O número de Prandtl é um número adimensional associado a um fluido e relaciona a sua difusão térmica e sua difusão de quantidade de movimento. Este número serve como uma medida da relação entre a camada limite térmica e a camada limite de velocidade em um escoamento. Seu valor depende do calor específico do fluido, bem como da sua viscosidade dinâmica e condutividade térmica, podendo ser expresso como:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{c_p \mu}{k} \quad (3.14)$$

O número de Nusselt, por sua vez, é um termo adimensional associado à relação entre a troca de calor por convecção e a troca de calor por condução em um escoamento. Este número pode ser definido pela Equação 3.15 e é numericamente expresso como uma função dos números de Reynolds e de Prandtl.

$$Nu = \frac{hD}{k} \quad (3.15)$$

A relação entre esses três números, no entanto, é dependente de diversos fatores do escoamento. Para o problema em questão, utiliza-se um equacionamento para o número de Nusselt baseado em um escoamento interno em tubos. Encontra-se na Literatura diversas formulações para esse tipo de escoamento, como a correlação de Dittus-Boelter ou a correlação de Sieder-Tate.

A equação de Dittus-Boelter é uma correlação entre o número de Nusselt e os números de Reynolds e Prandtl em que se considera um escoamento totalmente desenvolvido, de fluxo turbulento, no interior de um tubo circular liso. É uma das correlações mais conhecidas para o escoamento em tubos, por ser de fácil aplicação, no entanto perde efetividade para grandes diferenças de temperatura entre o escoamento e a parede do tubo.

A correlação de Dittus-Boelter pode ser expressa pela Equação 3.16:

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^n \quad (3.16)$$

Onde  $n = 0,3$  quando a temperatura da parede do tubo é menor que a temperatura do escoamento, e  $n = 0,4$  quando a temperatura do escoamento é maior que o da parede do tubo. A validade dessa correlação se dá nas seguintes condições:

$$0,6 \leq Pr \leq 160$$

$$Re > 10000$$

$$\frac{L}{D} > 10$$

Similar à equação de Dittus-Boelter, a equação de Sieder-Tate também considera o caso de escoamento interno em tubos circulares, porém apresenta valores melhores quando a diferença de temperatura entre o fluido e as paredes do tubo são elevadas. A correlação de Sieder-Tate pode ser expressa pela Equação 3.17:

$$Nu = 0,027Re^{0,8}Pr^{\frac{1}{3}} \left( \frac{\mu}{\mu_{parede}} \right)^{0,14} \quad (3.17)$$

Em que  $\mu$  representa a viscosidade dinâmica do fluido na temperatura média do escoamento e  $\mu_{parede}$  representa a viscosidade do fluido na temperatura da parede do tubo. A validade dessa correlação se dá as seguintes condições:

$$0,7 \leq Pr \leq 16700$$

$$Re > 10000$$

$$\frac{L}{D} > 10$$

Para ambas as modelagens do número de Nusselt, é preciso ter conhecimento de propriedades físicas do gás propelente para diversas condições de temperatura e pressão. Para tanto, é preciso conhecer a composição química típica dos grãos propelentes, de modo a calcular os valores destas propriedades a depender desta composição química.

### 3.3 Solução Analítica

Para resolver o problema térmico, é comum utilizar a metodologia de solução analítica, por apresentar um resultado preciso. No entanto, é comum que a solução analítica, por ter resolução complexa, exija algumas aproximações.

O problema em questão, como já explicado anteriormente, é definido pelas Equações 3.9 à 3.12, que são reescritas abaixo:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad r_i < r < r_e, \quad t > 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = H_{gás}(T - T_{gás}); \quad r = r_i, \quad t > 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = H_{\infty}(T_{\infty} - T); \quad r = r_e, \quad t > 0$$

$$T(r, 0) = T_i$$

Com o intuito de simplificar a resolução do problema, definem-se os termos  $T_{aux}$  e  $T_h$ , que são usados para fazer a separação de variáveis mostrada na relação abaixo:

$$T(r, t) = T_{aux}(r) + T_h(r, t) \quad (3.18)$$

A Equação 3.18 simplifica a resolução do problema por separar o problema original em 2 problemas independentes, de mais fácil solução. Para tanto, é preciso destacar que  $T_{aux}$  representa o valor da temperatura no regime estacionário, o que explica sua dependência apenas da variável  $r$ . Por conta disso, é possível escrever as seguintes relações envolvendo  $T_h$ :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} T_h(r, t) = 0 \quad (3.19a)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial T_h(r, t)}{\partial t} = 0 \quad (3.19b)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial T_h(r, t)}{\partial r} = 0 \quad (3.19c)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial^2 T_h(r, t)}{\partial r^2} = 0 \quad (3.19d)$$

Substituindo a Equação 3.18 em 3.9, é possível escrever a equação da difusão de calor em função de  $T_{aux}$  e  $T_h$ , permitindo a separação das equações:

$$\frac{d^2 T_{aux}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_{aux}}{dr} + \frac{\partial^2 T_h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_h}{\partial r} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T_h}{\partial t} \quad (3.20)$$

Por ser válida para qualquer valor  $t > 0$ , a Equação 3.20 deve valer para valores em que  $t \rightarrow \infty$ , situação na qual são atendidas as Equações 3.19a à 3.19c. A partir desse fato, separa-se a Equação 3.20 nas Equações 3.21 e 3.22.

$$\frac{d^2 T_{aux}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_{aux}}{dr} = 0 \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial^2 T_h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_h}{\partial r} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T_h}{\partial t} \quad (3.22)$$

Fazendo a substituição da Equação 3.18 em 3.10, 3.11 e 3.12, obtêm-se, de maneira análoga, as equações de contorno para os problemas de  $T_{aux}$  e  $T_h$ :

$$\frac{dT_{aux}}{dr} = H_{gás}(T_{aux} - T_{gás}); \quad r = r_i \quad (3.23)$$

$$\frac{dT_{aux}}{dr} = H_{\infty}(T_{\infty} - T_{aux}); \quad r = r_e \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial T_h}{dr} = H_{gás}T_h; \quad r = r_i \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial T_h}{dr} = -H_{\infty}T_h; \quad r = r_e \quad (3.26)$$

$$T_h(r, 0) = T_i - T_{aux}(r) \quad (3.27)$$

As equações apresentadas acima são válidas para o período em que os gases propelentes aquecem o interior da arma. Ao final da solução analítica para o aquecimento do armamento após o disparo, é preciso realizar a solução analítica para o resfriamento da mesma até a realização do próximo tiro. Neste caso, o equacionamento é análogo ao anterior, com alteração apenas dos parâmetros  $H_{gás}$ , que é substituído por  $H_{\infty}$  e  $T_{gás}$ , substituído por  $T_{\infty}$ . A condição inicial também é alterada, de forma que a temperatura inicial  $T_i$  deixa de ser igual à temperatura ambiente, para ser um valor em função de  $r$ , definido pela perfil de temperatura da arma ao final do período de aquecimento anterior.

Para a solução de múltiplos disparos, intercala-se a solução obtida para o período de aquecimento e a solução obtida para o período de resfriamento, alterando-se o valor de  $T_i(r)$ , a depender da temperatura ao final do período anterior.

### 3.3.1 Resolução de $T_{aux}$

Para definir a função de  $T_{aux}$ , tanto para o período de aquecimento, como para o período de resfriamento, é preciso resolver o problema de condições de contorno expresso pelas Equações 3.21, 3.23 e 3.24, reescritas abaixo:

$$\frac{d^2T_{aux}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_{aux}}{dr} = 0$$

$$\frac{dT_{aux}}{dr} = H_1(T_{aux} - T_1); \quad r = r_i$$

$$\frac{dT_{aux}}{dr} = H_2(T_2 - T_{aux}); \quad r = r_e$$

Foram introduzidos os subíndices 1 e 2 em  $H$  e  $T$ , para generalizar as equações para o período de aquecimento e resfriamento.

A resolução da Equação 3.21 pode ser facilmente obtida, encontrando-se:

$$T_{aux}(r) = c_1 + c_2 \ln r \quad (3.28)$$

Os valores de  $c_1$  e  $c_2$  são obtidos através das condições de contorno do problema. Para o problema de aquecimento da arma, os valores das constantes são obtidas pelo Sistema de Equações 3.29:

$$\begin{cases} r_i H_{gás} c_1 + (r_i H_{gás} \ln r_i - 1) c_2 = r_i H_{gás} T_{gás} \\ r_e H_{\infty} c_1 + (r_e H_{\infty} \ln r_e - 1) c_2 = r_e H_{\infty} T_{\infty} \end{cases} \quad (3.29)$$

Para o período de resfriamento, os valores das constantes são obtidos pelo Sistema de Equações 3.30:

$$\begin{cases} r_i H_{\infty} c_1 + (r_i H_{\infty} \ln r_i - 1) c_2 = r_i H_{\infty} T_{\infty} \\ r_e H_{\infty} c_1 + (r_e H_{\infty} \ln r_e - 1) c_2 = r_e H_{\infty} T_{\infty} \end{cases} \quad (3.30)$$

### 3.3.2 Resolução de $T_h$

Para definir o valor de  $T_h$ , tanto para o período de aquecimento, como para o período de resfriamento, é preciso resolver o problema de condições de contorno expresso pelas Equações 3.22, 3.25, 3.26 e 3.27, reescritas abaixo:

$$\frac{\partial^2 T_h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_h}{\partial r} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\frac{\partial T_h}{\partial r} = H_1 T_h; \quad r = r_i$$

$$\frac{\partial T_h}{\partial r} = -H_2 T_h; \quad r = r_e$$

$$T_h(r, 0) = T_i - T_{aux}(r)$$

A solução de tal equação diferencial é conhecida [12], precisando ser expressa em termos de autofunções e autovalores. Para tanto, define-se a autofunção  $R(r, \beta_m)$  que varia em função da variável  $r$  e do autovalor  $\beta_m$ , de acordo com a Equação 3.31:

$$R(r, \beta_m) = S_0 J_0(\beta_m r) - V_0 Y_0(\beta_m r) \quad (3.31)$$

Onde as funções  $J_0$  e  $Y_0$  representam as funções de Bessel de primeira e segunda espécie respectivamente, e os autovalores  $\beta_m$  são as raízes da Equação 3.32:

$$S_0U_0 - V_0W_0 = 0 \quad (3.32)$$

As constantes presentes na Equação 3.32 são definidas por:

$$S_0 = \beta_m Y_0'(\beta_m r_e) + H_2 Y_0(\beta_m r_e) \quad (3.33)$$

$$V_0 = \beta_m J_0'(\beta_m r_e) + H_2 J_0(\beta_m r_e) \quad (3.34)$$

$$U_0 = \beta_m J_0'(\beta_m r_i) - H_1 J_0(\beta_m r_i) \quad (3.35)$$

$$W_0 = \beta_m Y_0'(\beta_m r_i) - H_1 Y_0(\beta_m r_i) \quad (3.36)$$

A partir das autofunções  $R(r, \beta_m)$ , escreve-se a função  $T_h(r, t)$  como apresentado na Equação 3.37:

$$T_h(r, t) = \sum_{m=1}^{\infty} c_m e^{-\alpha \beta_m^2 t} R(r^*, \beta_m) \quad (3.37)$$

Onde  $c_m$  é definido por:

$$c_m = \frac{\int_{r_i}^{r_e} (T_i - T_{aux}) r^* R(r^*, \beta_m) dr^*}{\int_{r_i}^{r_e} r^* R^2(r^*, \beta_m) dr^*} \quad (3.38)$$

Desta forma, a resposta final para o valor de  $T_h$  é expresso pela Equação 3.39 [12]:

$$T_h(r, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\int_{r_i}^{r_e} (T_i - T_{aux}) r^* R(r^*, \beta_m) dr^*}{\int_{r_i}^{r_e} r^* R^2(r^*, \beta_m) dr^*} e^{-\alpha \beta_m^2 t} R(r^*, \beta_m) \quad (3.39)$$

As soluções distintas para o período de aquecimento e resfriamento se devem aos diferentes valores de  $\beta_m$  para esses dois casos, com a adequação de  $H_1$  e  $H_2$ . No período de aquecimento  $H_1 = H_{gás}$  e  $H_2 = H_{\infty}$ , enquanto no resfriamento, ambos os valores são iguais à  $H_{\infty}$ . Devido a essa alteração, os valores de  $\beta_m$  serão distintos para os dois casos.

Com o intuito de facilitar a compreensão de como os valores de  $\beta_m$  são obtidos, bem como a ordem de grandeza desses valores, a Figura 10 apresenta o gráfico da função  $S_0U_0 - V_0W_0$ , considerando valores de  $H_1$  e  $H_2$  coerentes com o problema:

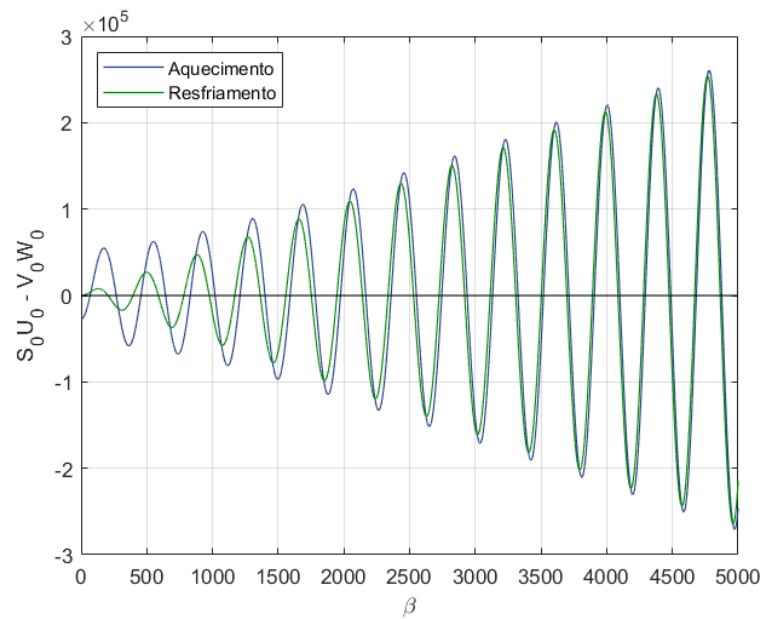


Figura 10 – Função  $S_0U_0 - V_0W_0$  para  $0 < \beta < 5000$ , para a condição de aquecimento e resfriamento.

Embora não tenha sido explicitado, os valores de coeficiente convectivo e temperatura usados na modelagem da solução analítica devem ser constantes para que se possa usar a formulação apresentada. No entanto, é sabido que o valor real destes parâmetros variam ao longo do tempo a cada novo disparo, o que justifica a utilização de um valor médio de coeficiente convectivo e temperatura na modelagem analítica.

### 3.4 Solução Numérica

Como forma de validar a metodologia apresentada na seção anterior, é possível realizar, também, uma solução do problema por análise numérica. Para tanto, será utilizado o módulo *Transient Thermal*, presente no *software* Ansys, especializado em análises numéricas para problemas de troca de calor em regime transiente.

Após validar a solução apresentada pelo método analítico, novas simulações serão realizadas pelo método numérico, de forma a explorar algumas vantagens que este método apresenta em relação ao analítico. A principal vantagem é a possibilidade de implementar um valor variável tanto para o coeficiente convectivo, quanto para a temperatura, o que não era possível pela solução analítica, visto que formulação considerava apenas valores constantes para essas grandezas.

Também será analisado a variação longitudinal de temperatura no cano do armamento. Para analisar esta variação de temperatura, 4 seções serão consideradas para o cálculo de temperatura: a primeira seção será próxima à câmara do armamento, sendo representada matematicamente pela posição  $x = 0$ . As demais seções serão posicionadas



em  $x = 0,2L$ ,  $x = 0,5L$  e  $x = 0,8L$ , onde  $L$  representa o comprimento total do cano do armamento.

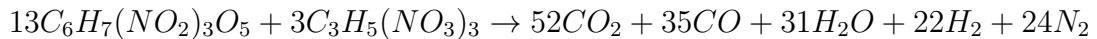
Para realizar tal simulação, será considerado que a convecção ocorrerá nessas seções apenas após a passagem do projétil pela mesma. Com auxílio da tabela de dados balísticos do armamento é possível saber em que instante o projétil alcançará tais seções, permitindo saber por quanto tempo ocorrerá a convecção naquela seção. É esperado que para as regiões mais distantes da câmara a temperatura seja menor, devido ao fato de que a seção absorve fluxo de calor por um tempo menor, além de o gás propelente estar mais frio nesta situação. É preciso destacar que, devido à hipótese de calor unidimensional na região radial, os valores de temperatura calculados apresentarão imprecisões que só poderiam ser corrigidas com uma modelagem bidimensional do problema. No entanto, é sabido que o fluxo de calor longitudinal será na direção e sentido de afastamento da câmara da arma. Logo, os valores de temperatura em seções mais próximas à câmara serão superestimados.

Utilizando o *software* Ansys, modela-se o problema utilizando o módulo *Thermal Transient*. Primeiramente, define-se as propriedades termodinâmicas do material a ser utilizados, a saber: massa específica, condutividade térmica e calor específico. Depois, cria-se o modelo 3D do cano do armamento utilizando extensão *Design Modeler*. O modelo consiste na extrusão de uma coroa circular, cuja dimensão longitudinal é muito superior às dimensões radiais. Por fim, utilizando a extensão *Mechanical*, cria-se a malha de elementos, bem como as condições de contorno do problema. Na Seção 4.3, será apresentado com mais detalhes os parâmetros utilizados para a modelagem da malha e das condições de contorno.

## 4 RESULTADOS

### 4.1 Obtenção do Coeficiente Convectivo

Para se medir as propriedades físicas do gás propelente, calcula-se a média destas propriedades entre os gases que são produtos da reação de deflagração dos grãos de pólvora. Tal reação pode ser expressa como apresentada a seguir [5]:



A reação acima foi montada considerando que o propelente é do tipo Base Dupla, com 85% de Nitrocelulose e 15% de Nitroglicerina. Observa-se que o conjunto dos gases propelentes é composto basicamente por 5 gases distintos:  $CO_2$ ,  $CO$ ,  $H_2O$ ,  $H_2$  e  $N_2$ . Seguindo as práticas encontradas na Literatura [5], é possível calcular algumas propriedades dos gases propelentes a partir da média ponderada dessas propriedades de cada gás individualmente. As propriedades de viscosidade absoluta e condutividade térmica podem ser calculadas por média ponderada, como expressam as Equações 4.1 e 4.2. O número de Prandtl do gás propelente também é calculado por média ponderada, como apresenta a Equação 4.3:

$$\mu_{\text{médio}} = \frac{52\mu_{CO_2} + 35\mu_{CO} + 31\mu_{H_2O} + 22\mu_{H_2} + 24\mu_{N_2}}{164} \quad (4.1)$$

$$k_{\text{médio}} = \frac{52k_{CO_2} + 35k_{CO} + 31k_{H_2O} + 22k_{H_2} + 24k_{N_2}}{164} \quad (4.2)$$

$$Pr_{\text{médio}} = \frac{52Pr_{CO_2} + 35Pr_{CO} + 31Pr_{H_2O} + 22Pr_{H_2} + 24Pr_{N_2}}{164} \quad (4.3)$$

Buscando por dados na Literatura, e com o auxílio das equações acima, é possível apresentar as Figuras 11(a) a 11(c) que mostram os valores médios de propriedades dos gases propelentes, em função da temperatura [5].

É válido destacar que as propriedades citadas comumente dependem da temperatura e pressão do gás, porém observa-se que para grandes valores de temperatura, a influência da pressão do gás se torna desprezível, permitindo caracterizar tais valores em função da temperatura apenas.

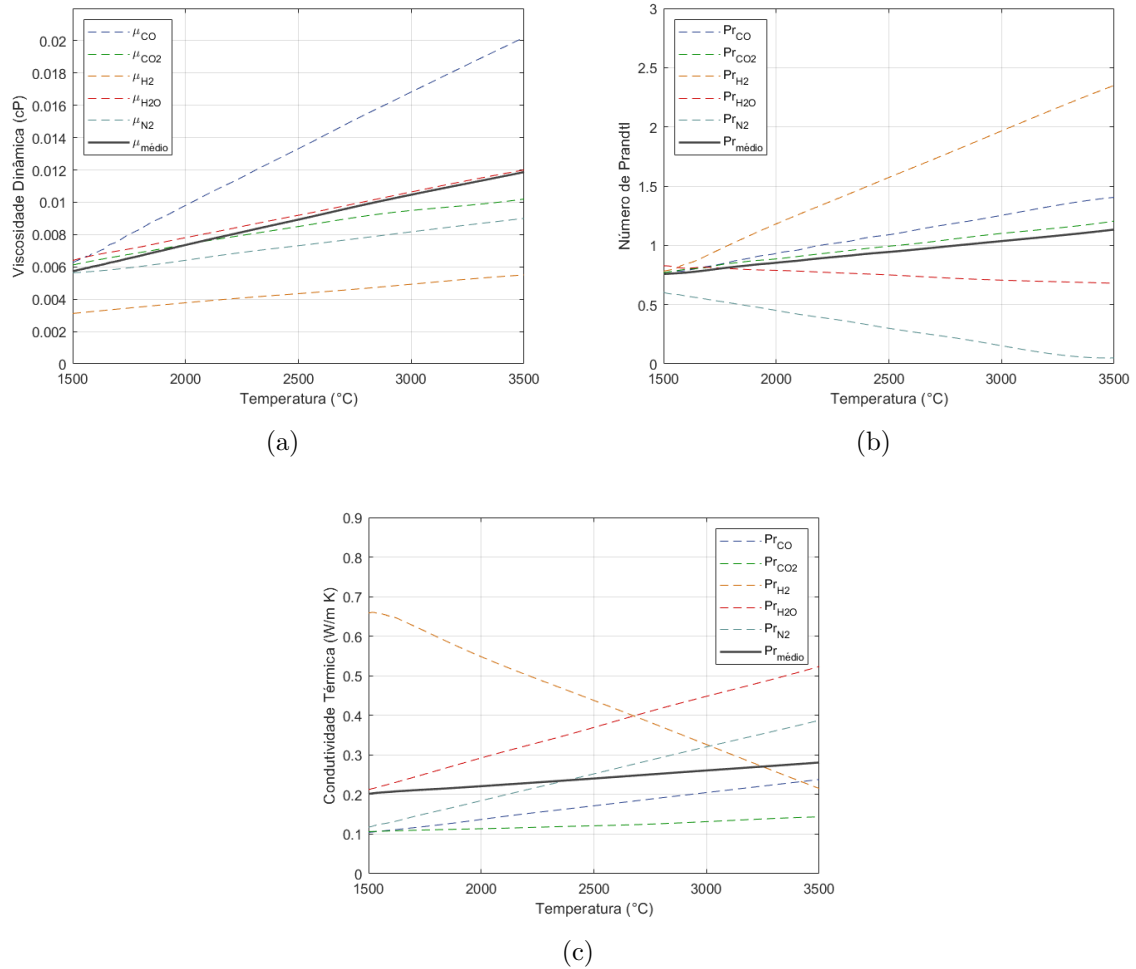


Figura 11 – Dados de viscosidade média (a), número de Prandtl médio (b) e condutividade média (c) para a mistura de gases propelentes.

Para se calcular o número de Reynolds, é necessário o conhecimento da massa específica dos gases propelentes. É possível obter a massa específica dos gases propelentes pela Equação 4.4, que se assemelha à Equação 2.6, usada na Literatura:

$$\rho = \frac{ZPM}{\bar{R}T} \quad (4.4)$$

Em que  $\bar{R}$  representa a constante universal dos gases, cujo valor é 8,314 J/mol·K,  $M$  é a massa molar média dos gases propelentes e  $Z$  é o fator de compressibilidade do gás. A massa molar média pode ser obtida pela Equação 4.5, onde  $m$  é a massa do gás e  $n$  seu número de mols. A Tabela 2 auxilia na identificação dos valores necessários para o cálculo:

$$M = \frac{m}{n} \quad (4.5)$$

Calculando-se a massa molar da mistura gasosa, encontra-se  $M = 27,7$  g/mol. Para finalizar o cálculo da massa específica, é preciso estimar o valor do fator de compressibilidade

Tabela 2 – Dados de massa molar dos produtos de reação [13].

Produto	Massa Molar (g/mol)	Massa (g/mol de reação)
$CO_2$	44,009	2288,468
$CO$	28,010	980,35
$H_2O$	18,015	558,465
$H_2$	2,016	44,352
$N_2$	28,014	672,336

da mistura gasosa. Para tanto, usa-se o gráfico de fator de compressibilidade em função da temperatura reduzida e pressão reduzida de um gás, exposto nas Figuras 12 e 13 [14].

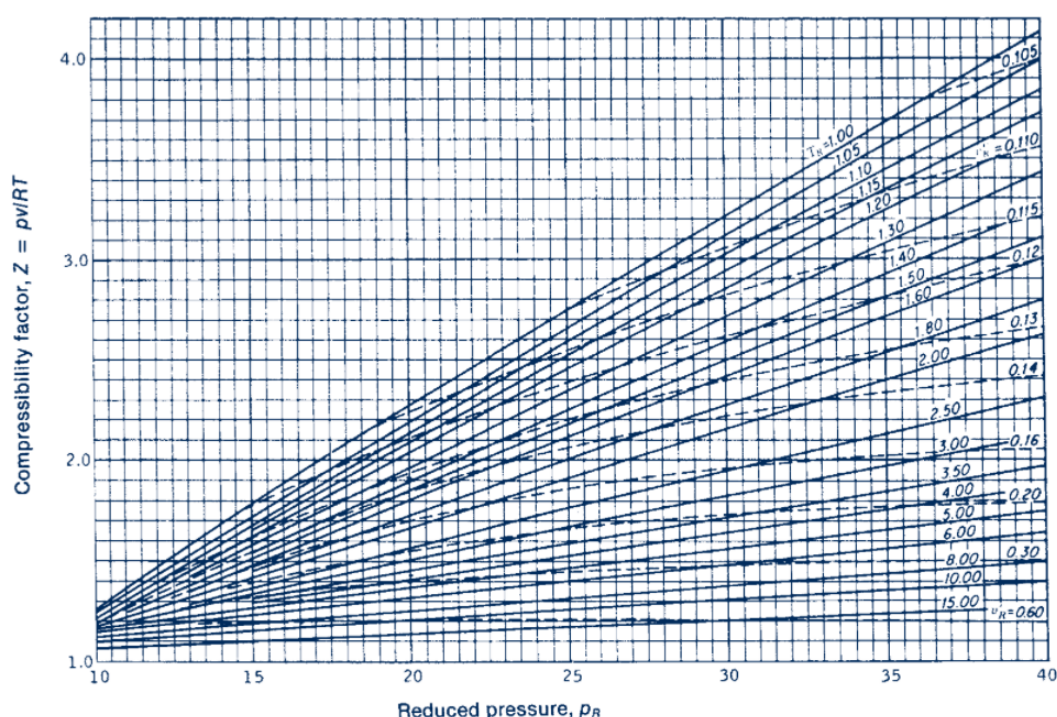


Figura 12 – Fator de compressibilidade para pressão reduzida de 10 a 40 [14].

Em conjunto às Figuras 12 e 13, a Tabela 3 apresenta os valores de temperatura e pressão críticas para os produtos da reação química. Considerando uma pressão aproximada de 200 MPa e uma temperatura aproximada de 2900 K para os gases propelentes, a Tabela 3 também apresenta os valores de pressão e temperatura reduzidas, que são usadas para a obtenção do fator de compressibilidade. Os termos  $P_c$  e  $T_c$  referem-se às pressões e temperaturas críticas dos gases propelentes.  $P_R$  e  $T_R$  referem-se às pressões e temperaturas reduzidas.

Observa-se que os gases  $CO_2$  e  $H_2O$  apresentam valores de  $P_R$  contemplados pelas Figuras 12 e 13, ambos apresentando valores de  $Z$  próximos a 1,2. Os demais gases apresentam valores de  $P_R$  elevados, de forma que não são contemplados pelos gráficos

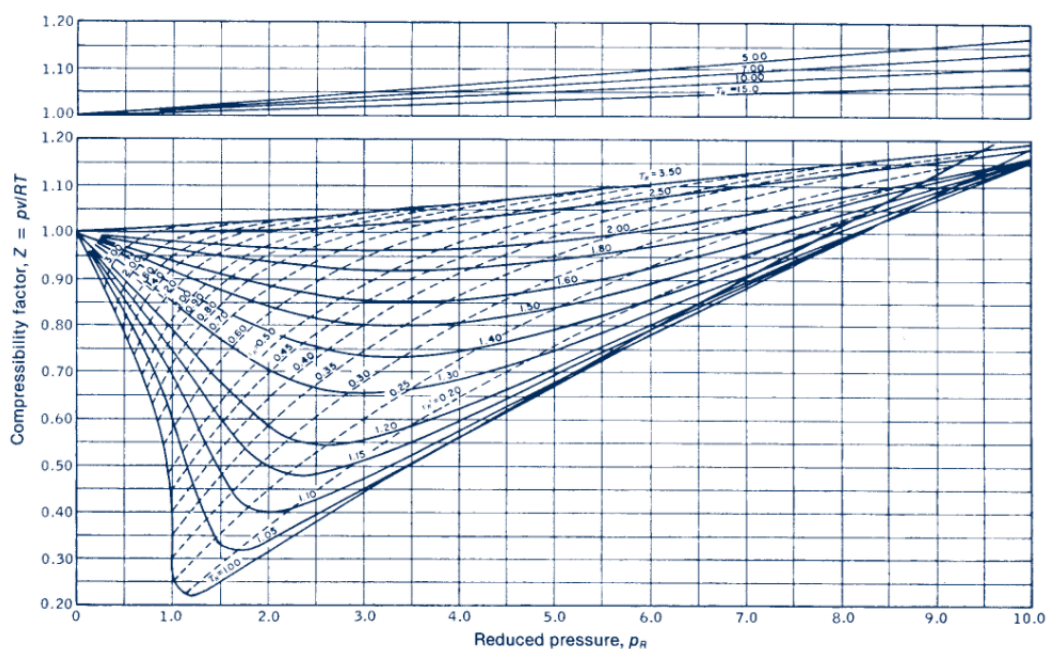


Figura 13 – Fator de compressibilidade para pressão reduzida de 0 a 10 [14].

Tabela 3 – Dados de pressão e temperatura críticas [15].

Substância	$P_c$ (MPa)	$T_c$ (K)	$P_R$	$T_R$
$CO_2$	7,375	304,14	27,12	9,53
$CO$	3,499	132,91	57,16	21,82
$H_2O$	22,06	647,14	9,07	4,48
$H_2$	1,293	32,98	154,68	87,93
$N_2$	3,39	126,20	59,00	22,98

encontrados na Literatura. No entanto, fazendo uma extrapolação dos dados apresentados nas figuras, estima-se que o valor do fator de compressibilidade para esses gases também seja próximo de 1,2. Com isso, define-se que o fator de compressibilidade que será adotado para a mistura de gases propelentes será  $Z = 1,2$ .

Para finalizar a caracterização do número de Reynolds, considerou-se que a velocidade do gás propelente na alma do cano do armamento é igual a metade da velocidade do projétil. Essa avaliação serve para compensar o valor variável da velocidade do gás ao longo do eixo do cano do armamento, que é nulo na câmara e igual à velocidade do projétil na posição deste. Para a caracterização do número de Nusselt, foi utilizada a Equação 3.16 que representa a formulação de Dittus-Boelter para escoamentos no interior de tubos.

Com os valores médios das propriedades em função da temperatura, é possível realizar a simulação para a obtenção do coeficiente convectivo para uma situação específica. Para este trabalho em questão, considera-se o coeficiente convectivo em um disparo realizado em uma arma de calibre 0.50 polegadas, cujos dados da balística interna foram

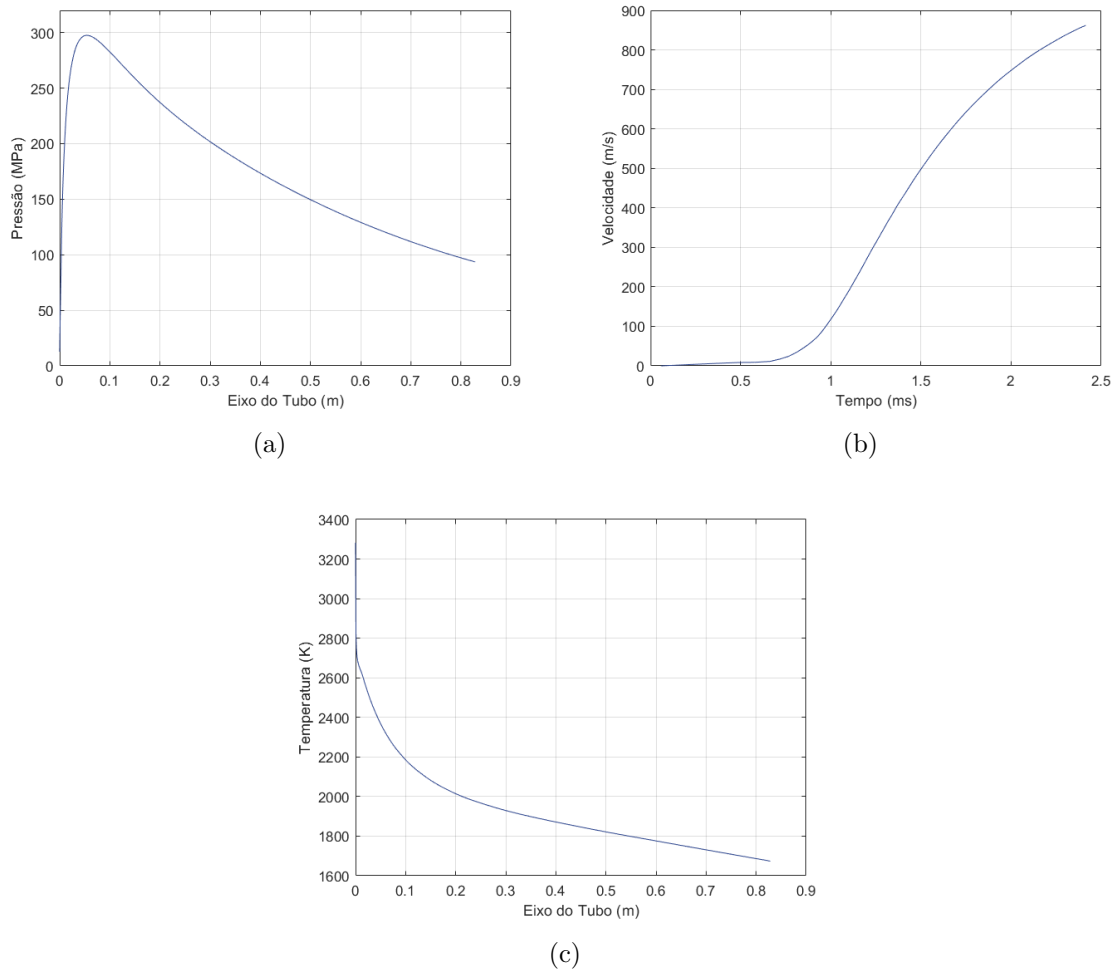


Figura 14 – Dados de pressão do gás propelente (a), velocidade do projétil (b) e temperatura do gás propelente (c).

obtidos pelo *software* Prodas, sendo apresentados na Tabela 10, encontrada no Anexo A. De forma visual, os dados da Tabela 10 podem ser analisados pelas Figuras 14(a) a 14(c).

Por fim, a partir dos dados expostos, é possível criar um código em MATLAB para o cálculo do coeficiente convectivo, cujo fluxograma pode ser visualizado pela Figura 15.

A partir dos dados expostos foi possível estimar o valor do coeficiente convectivo para a situação descrita pela Tabela 10, apresentado pela Figura 16. A curva presente na figura citada apresenta duas frações de obtenções distintas: a primeira, através dos dados balísticos fornecidos pelo *software* PRODAS, e a segunda através da regressão exponencial dos dados da curva.

Visto que o *software* fornece os dados balísticos apenas do período em que a munição se encontra na interior do armamento, é preciso um modelo para simular o comportamento do coeficiente convectivo após o fim do disparo. Considerando que o coeficiente convectivo cai para valores próximos à zero com o passar do tempo, optou-se por modelar o trecho final da curva deste coeficiente através de uma regressão exponencial. A regressão foi

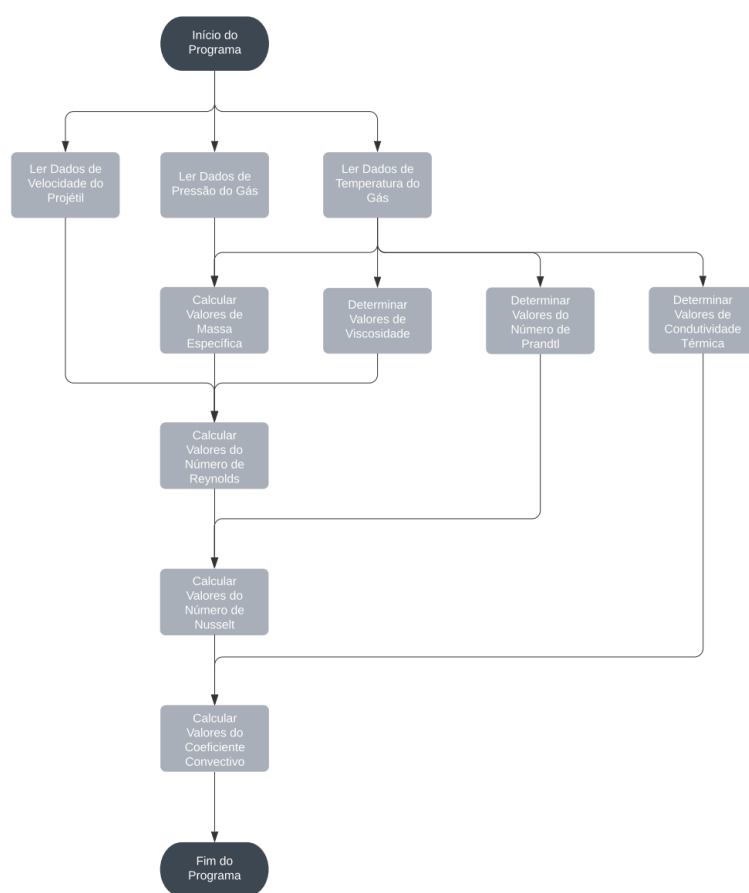


Figura 15 – Fluxograma de execução do código para obter o coeficiente convectivo.

calculada utilizando os dados no trecho final da curva dos dados balísticos: para o intervalo de tempo entre o instante 2 ms até 2,414 ms.

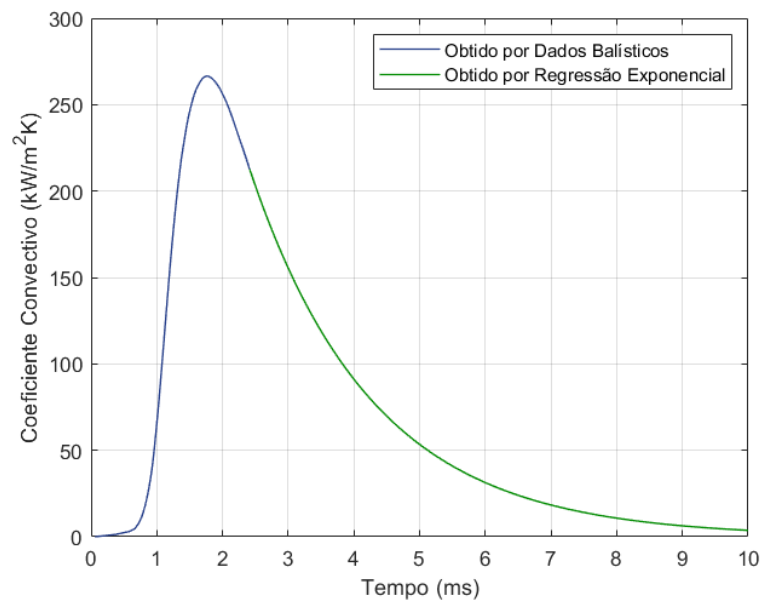


Figura 16 – Coeficiente convectivo calculado para o disparo em arma calibre .50 polegadas.

## 4.2 Perfil de Temperatura por Solução Analítica

### 4.2.1 Primeira Simulação

Após a caracterização do perfil do coeficiente convectivo obtido na Seção 4.1, é possível obter o perfil de temperatura no cano do armamento através da abordagem analítica. No entanto, algumas considerações serão previamente tomadas quanto ao perfil do coeficiente convectivo apresentado: ao longo do disparo, uma determinada seção do armamento só sofrerá processo de convecção após a passagem do projétil pela mesma. Devido a isso, regiões mais afastadas da câmara do armamento sofrerão convecção por um período menor.

Para simular tal situação, quatro regiões do cano do armamento serão analisadas, a partir de adaptações no perfil do coeficiente convectivo presente na Figura 16. As seções distintas ao longo da direção longitudinal podem ser escritas matematicamente da seguinte forma:  $x = 0$ ,  $x = 0,2L$ ,  $x = 0,5L$  e  $x = 0,8L$ , em que  $L$  é o comprimento total do cano. Pelos dados balísticos do armamento presentes na Tabela 10 no Anexo A,  $L = 828$  mm, e os instantes em que o projétil atinge cada uma das seções citadas são  $t = 0$ ,  $t = 1,4815$  ms,  $t = 1,8919$  ms e  $t = 2,2167$  ms. Para simular tal situação em um modelo que considera fluxo apenas na direção radial, será considerado que o coeficiente convectivo é nulo antes da passagem do projétil pela seção — representando o fato de não haver convecção com o gás propelente antes da passagem do projétil — e que o coeficiente convectivo apresenta o perfil da Figura 16 após a passagem do projétil. Dessa forma, quatro perfis de  $h$  serão considerados, em que cada um está associado a troca de calor em uma das quatro seções.



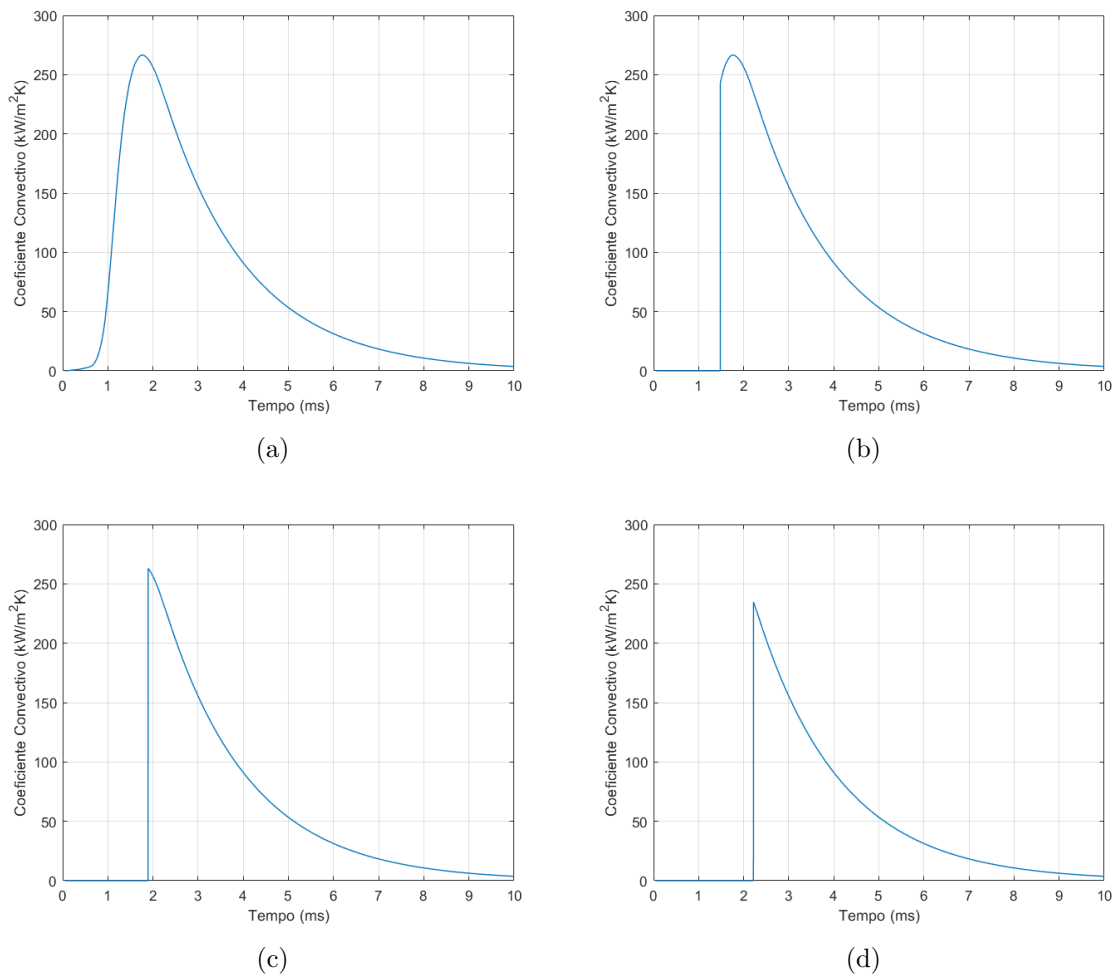


Figura 17 – Coeficiente convectivo para a seção  $x = 0$  (a), coeficiente convectivo para a seção  $x = 0,2L$  (b), coeficiente convectivo para a seção  $x = 0,5L$  (c) e coeficiente convectivo para a seção  $x = 0,8L$  (d).

As Figuras 17(a) à 17(d) apresentam esses perfis.

Após tais considerações, outros parâmetros precisam ser destacados, de forma a definir completamente o problema. A cadência de tiro da arma é considerada como 600 tiros por minuto (tpm). Conseqüentemente, o período entre o início de disparos consecutivos é de 100 ms. Como o coeficiente convectivo do gás propelente demora cerca de 10 ms para atingir um valor nulo, considera-se que o período de aquecimento da arma é de 10 ms, enquanto o período de resfriamento é de 90 ms.

O valor de  $H_{gás}$  presente no equacionamento é obtido pela razão entre o valor do coeficiente convectivo médio do gás propelente,  $h_{gás}$ , e a condutividade térmica do material do cano do armamento. Calcula-se o valor de  $h_{gás}$  a partir da média do coeficiente convectivo das Figuras 17(a) a 17(d). Os valores considerados para as quatro seções são, respectivamente,  $h_{gás} = 71,13 \text{ kW/m}^2\text{K}$ ,  $h_{gás} = 62,38 \text{ kW/m}^2\text{K}$ ,  $h_{gás} = 51,66 \text{ kW/m}^2\text{K}$  e  $h_{gás} = 43,51 \text{ kW/m}^2\text{K}$ . O valor de  $H_{\infty}$  é obtido pela razão entre  $h_{\infty}$  e a condutividade

térmica, considerando  $h_\infty = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

O valor considerado para a temperatura ambiente é  $T_\infty = 300 \text{ K}$ , enquanto a temperatura do gás é considerada  $T_{gás} = 1035,5 \text{ K}$ . O valor de  $T_{gás}$  é obtido pela média do valor da temperatura do gás ao longo do período de aquecimento. Nesse caso, considerou-se que após o fim da trajetória do projétil no interior do cano, o valor de temperatura do gás é extrapolado linearmente até atingir o valor de  $300 \text{ K}$ , como mostra a Figura 18.

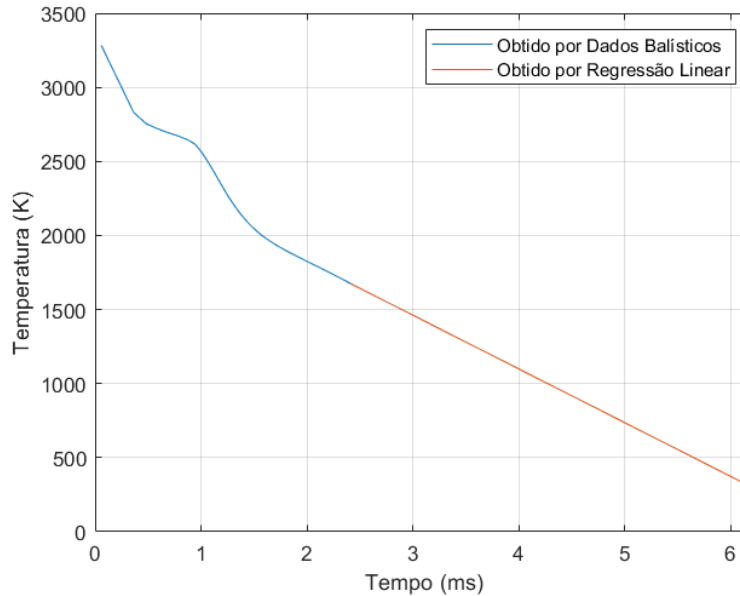


Figura 18 – Temperatura do gás propelente em função do tempo.

A condutividade térmica do material é  $k = 52 \text{ W/mK}$  e sua difusividade térmica é  $\alpha = 22,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ . O valor do raio interno do cano é  $r_i = 6,3 \text{ mm}$ , enquanto o raio externo do cano é  $r_e = 22,5 \text{ mm}$ .

Por fim, os autovalores  $\beta_m$  para os períodos de aquecimento e resfriamento precisam ser explicitados. Tal problema apresenta uma infinidade de autovalores, que juntos integram a série que define o valor de  $T_h$  na Equação 3.39. No entanto, pela natureza do problema, a série presente na Equação 3.39 pode ser calculada de maneira aproximada, levando-se em conta uma menor quantidade de autovalores. Por conta disso, para este problema, considera-se apenas os 25 primeiros valores de  $\beta_m$ . Os valores de  $\beta_m$  para a seção  $x = L$  podem ser visualizados na Tabela 11, presente no Anexo B, a critério de exemplificação. A Tabela 4 organiza os dados utilizados na solução analítica.

A partir dos dados apresentados na Tabela 4, é possível realizar a simulação de temperatura do cano do armamento em função do tempo. As Figuras 19(a) a 19(d) apresentam os gráficos de tal situação para a posição do raio interno do cano, durante 20 disparos, nas quatro seções consideradas. A curva de linha contínua representa o histórico de temperatura ao longo do tempo, enquanto a curva de linha pontilhada apresenta a

Tabela 4 – Dados de entrada para a solução analítica da primeira simulação.

Grandeza	Símbolo	Valor
Cadência de Tiro (tpm)	-	600
Raio Interno do Cano (mm)	$r_i$	6,3
Raio Externo do Cano (mm)	$r_e$	22,5
Coefficiente Convectivo do Gás Propelente (kW/m <sup>2</sup> K)	$h_{gás}$	variável
Coefficiente Convectivo do Ar Ambiente (W/m <sup>2</sup> K)	$h_{\infty}$	10
Temperatura do Gás Propelente (K)	$T_{gás}$	1035,5
Temperatura Ambiente (K)	$T_{\infty}$	300
Condutividade Térmica do Cano (W/mK)	$k$	52
Difusividade Térmica (m <sup>2</sup> /s)	$\alpha$	$22,8 \cdot 10^{-6}$

interpolação dos valores de temperatura ao início de cada disparo.

Analisando as figuras, é possível notar como acontece o aquecimento do armamento durante a série de tiros: durante os 10 milissegundos iniciais, o armamento tem um aumento brusco de temperatura, devido ao escoamento do gás propelente ao longo do cano do armamento. Nos próximos 90 milissegundos, após o fim da etapa de aquecimento, acontece o resfriamento do armamento por convecção natural com o meio externo. Ao fim desses dois intervalos de tempo, um novo disparo acontece com uma temperatura inicial maior que a do disparo anterior.

É válido destacar que as Figuras 19(a) a 19(d) se assemelham muito ao histórico de temperatura prevista pela Figura 4 na Revisão de Literatura [6], no entanto apresentam valores de temperatura maiores do que aqueles previstos nesta figura. Tal fato pode ser justificado por diversos fatores.

Primeiramente, as aproximações feitas na fundamentação teórica da solução analítica, como coeficiente convectivo médio e temperatura média do gás, podem ter influenciado de maneira negativa os resultados gerados, fazendo com que os mesmos atinjam valores superiores aos previstos. Outra aproximação que pode ter prejudicado a análise é a regressão exponencial do coeficiente convectivo e a regressão linear da temperatura após o projétil sair do armamento. A diminuição do valor de  $h$  e de temperatura podem ser modeladas de outras maneiras, fazendo com que o valor do coeficiente convectivo médio e o valor de temperatura média se reduzam, diminuindo a temperatura atingida pelo armamento. Em ambas as extrapolações, foi considerado que as curvas de coeficiente convectivo e temperatura sofrem uma mudança suave após o fim do disparo, ou seja, foi garantido a continuidade da derivada da curva no ponto em que o projétil sai do armamento. No entanto, como ao fim do disparo têm-se uma mudança abrupta no comportamento do problema, tal suavidade de transição de curvas não era estritamente necessária. Uma análise mais criteriosa das extrapolações dessas curvas após o fim do disparo é indicada para trabalhos futuros.

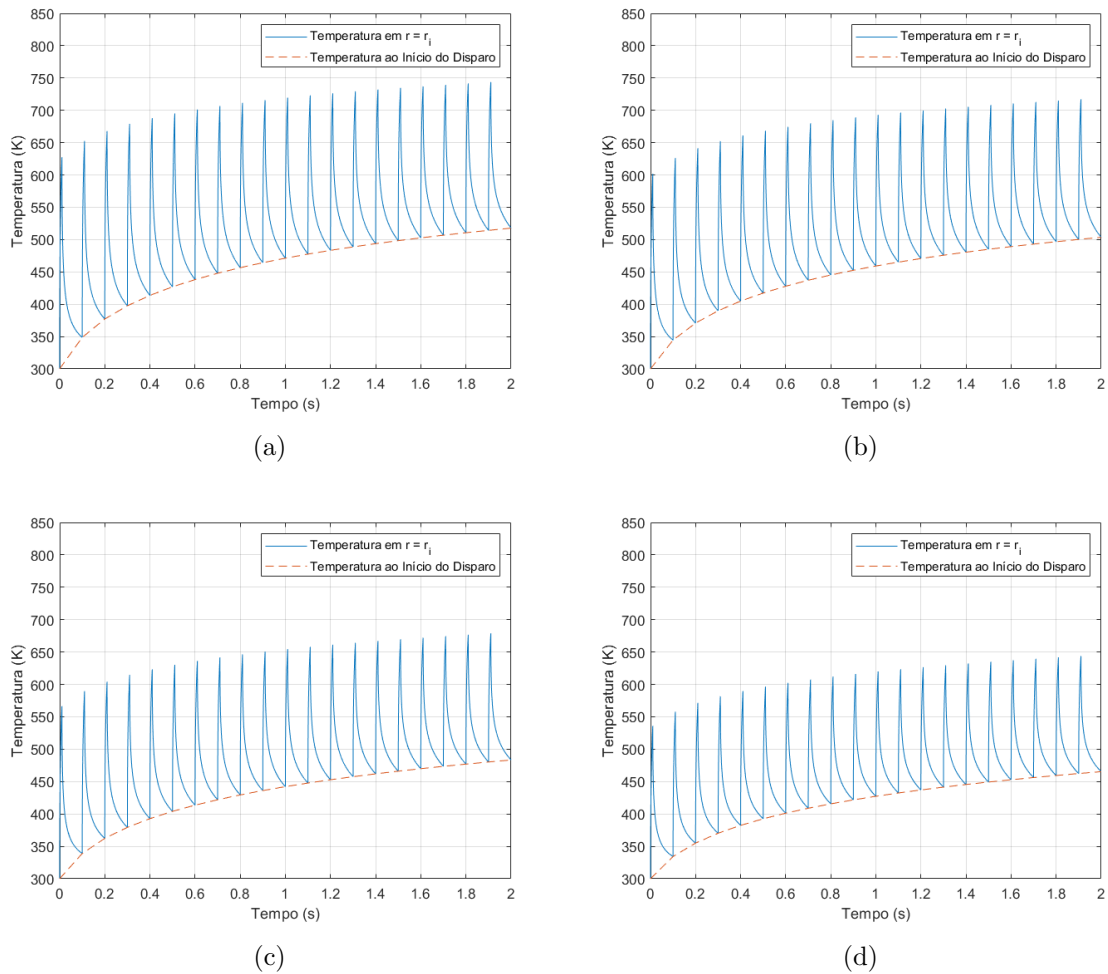


Figura 19 – Temperatura do cano do armamento em  $r = r_i$  para as seções  $x = 0$  (a),  $x = 0,2L$  (b),  $x = 0,5L$  (c) e  $x = 0,8L$  (d) durante 20 disparos.

Como forma de complementar a análise do problema térmico, as Figura 20(a) a 20(d) apresentam o histórico de temperatura da arma para a situação de 50 disparos. Tal análise permite avaliar com precisão se após esses disparos a temperatura ao início de um novo tiro atinge um equilíbrio.

Analisando essas figuras, observa-se que após 50 disparos a temperatura do armamento ainda apresenta crescimento de temperatura, alcançando valores próximos de 500 K no início do 50º disparo. Tal fato ratifica que o valor de temperatura obtido é acima do esperado, visto que valores de temperatura maiores que 500 K eram previstos apenas para quantidades superiores de disparos.

Outra análise importante é o perfil de distribuição de temperatura ao longo da espessura do tubo. As Figura 21(a) a 21(d) apresentam este perfil de temperatura após alguns disparos realizados pelo armamento em uma série de tiro de 50 disparos. Observa-se pelas figuras um aspecto condizente com o que era esperado, visto que a temperatura é muito maior na extremidade interna do tubo, caindo gradativamente a valores menores

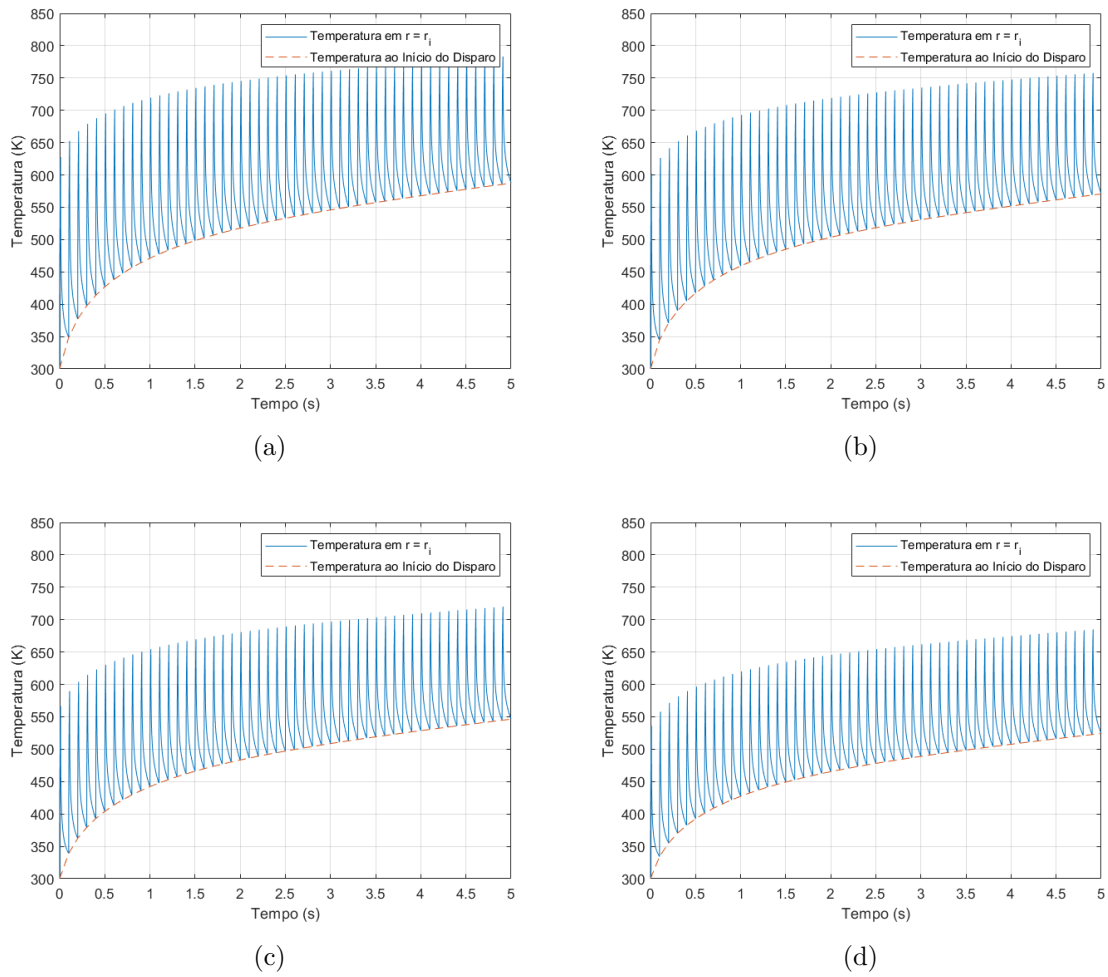


Figura 20 – Temperatura do cano do armamento em  $r = r_i$  para as seções  $x = 0$  (a),  $x = 0,2L$  (b),  $x = 0,5L$  (c) e  $x = 0,8L$  (d) durante 50 disparos.

na extremidade externa do tubo. Percebe-se, também, que até o décimo tiro o valor de temperatura ainda é próximo ao valor inicial na parte externa do cano, em virtude do tempo necessário para a propagação do calor no interior do armamento. Pode-se verificar também que a temperatura nas regiões mais distantes da câmara do armamento são menores que aquelas em regiões mais próximas à câmara, como já abordado anteriormente.

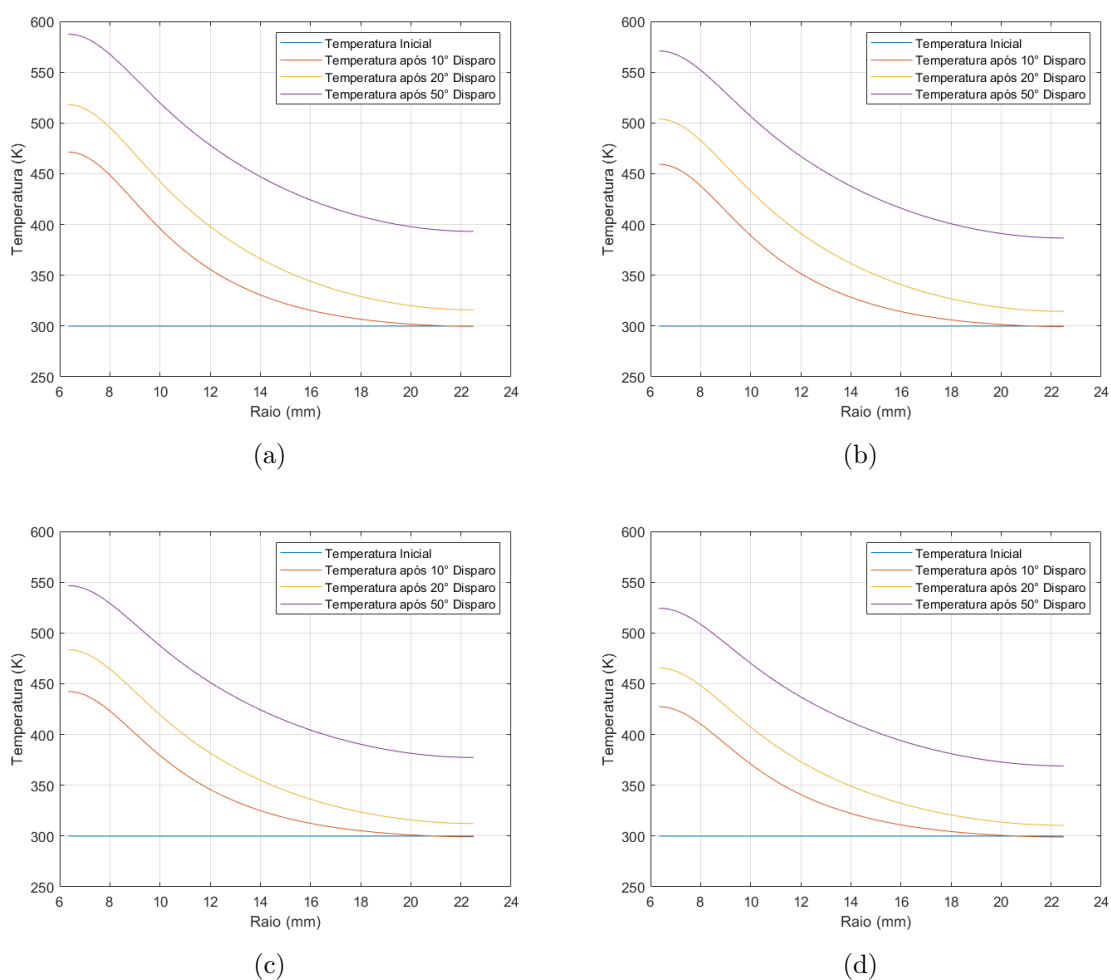


Figura 21 – Temperatura do cano do armamento ao longo da variável  $r$  para as seções  $x = 0$  (a),  $x = 0,2L$  (b),  $x = 0,5L$  (c) e  $x = 0,8L$  (d) durante 50 disparos.

### 4.2.2 Segunda Simulação

Nesta simulação, será analisado a influência da cadência de tiro do armamento para o seu perfil de temperatura. Além da cadência de 600 tiros por minuto, o valor de 400 tiros por minuto também é usado durante o emprego de metralhadoras.

Nesta simulação os demais dados utilizados serão iguais àqueles usados na situação anterior. A Tabela 5 apresenta os valores considerados para a segunda simulação.

Tabela 5 – Dados de entrada para a solução analítica da segunda simulação.

Grandeza	Símbolo	Valor
Cadência de Tiro (tpm)	-	400
Raio Interno do Cano (mm)	$r_i$	6,3
Raio Externo do Cano (mm)	$r_e$	22,5
Coefficiente Convectivo do Gás Propelente (kW/m <sup>2</sup> K)	$h_{gás}$	variável
Coefficiente Convectivo do Ar Ambiente (W/m <sup>2</sup> K)	$h_{\infty}$	10
Temperatura do Gás Propelente (K)	$T_{gás}$	1035,5
Temperatura Ambiente (K)	$T_{\infty}$	300
Condutividade Térmica do Cano (W/mK)	$k$	52
Difusividade Térmica (m <sup>2</sup> /s)	$\alpha$	$22,8 \cdot 10^{-6}$

Como forma de comparar esta simulação com a anterior, as Figuras 22(a) a 22(d) e 23(a) e 23(d) apresentam figuras semelhantes àquelas apresentadas na simulação anterior.

Pelas Figuras 22(a-d), é possível observar que a temperatura ao final do 50º disparo é menor do que a temperatura apresentada nas Figuras 20(a-d). Tal fato já era esperado, visto que com uma menor cadência de tiro, há mais tempo de resfriamento, fazendo com que o armamento atinja valores menores de temperatura.

As Figuras 23(a-d) também apresentam resultados interessantes acerca do problema: percebe-se que as temperaturas atingidas são menores que aquelas apresentadas na simulação anterior, porém as temperatura ao final do décimo e vigésimo disparos são maiores na região próxima à extremidade externa do cano do armamento. Isso pode ser explicado pelo fato de que há um intervalo de tempo para que o calor consiga atingir a parte externa do armamento, esquentando-o. Dessa forma, fica claro que na primeira simulação a temperatura ao final do décimo disparo só é próxima à sua temperatura inicial, devido ao fato de que a taxa de transferência de calor não aqueceu aquela região do armamento até o momento. Na segunda simulação, por conta da menor cadência de tiro, o décimo disparo acontece em um instante de tempo posterior, o que explica o motivo da taxa de transferência de calor ter conseguido aquecer mais aquela região. Apesar deste comportamento destacado, o restante do gráfico apresenta aspecto similar, como era esperado.

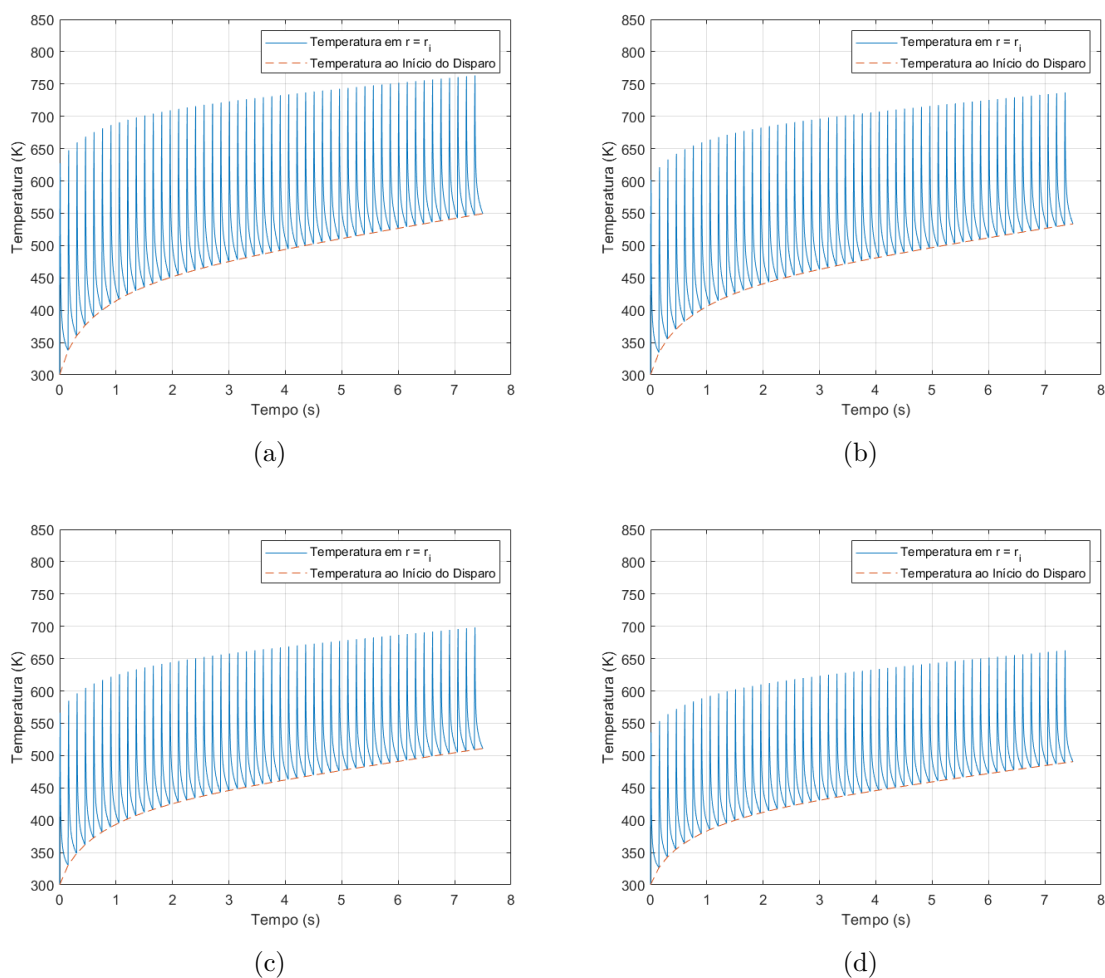


Figura 22 – Temperatura do cano do armamento em  $r = r_i$  para as seções  $x = 0$  (a),  $x = 0,2L$  (b),  $x = 0,5L$  (c) e  $x = 0,8L$  (d) durante 50 disparos com cadência de tiro de 400 tpm



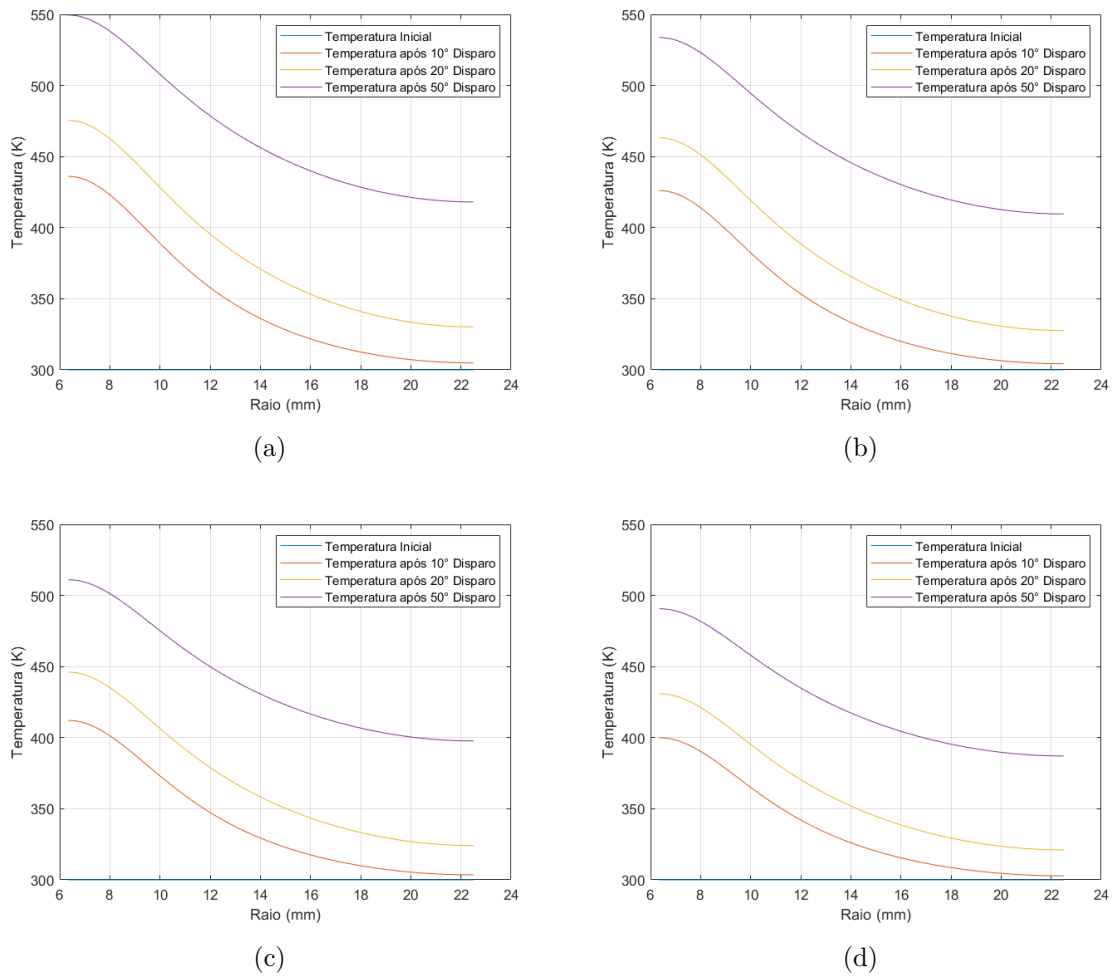


Figura 23 – Temperatura do cano do armamento em  $r = r_i$  para as seções  $x = 0$  (a),  $x = 0,2L$  (b),  $x = 0,5L$  (c) e  $x = 0,8L$  (d) durante 50 disparos com cadência de tiro de 400 tpm

### 4.2.3 Terceira Simulação

Em virtude dos elevados valores de temperatura encontrados nas simulações anteriores, será analisada uma última situação em que altera-se a extrapolação de temperatura após o projétil sair do cano do armamento. Nesta simulação, considera-se que após o fim do disparo a temperatura do gás propelente é 300 K, conforme apresentado na Figura 24.

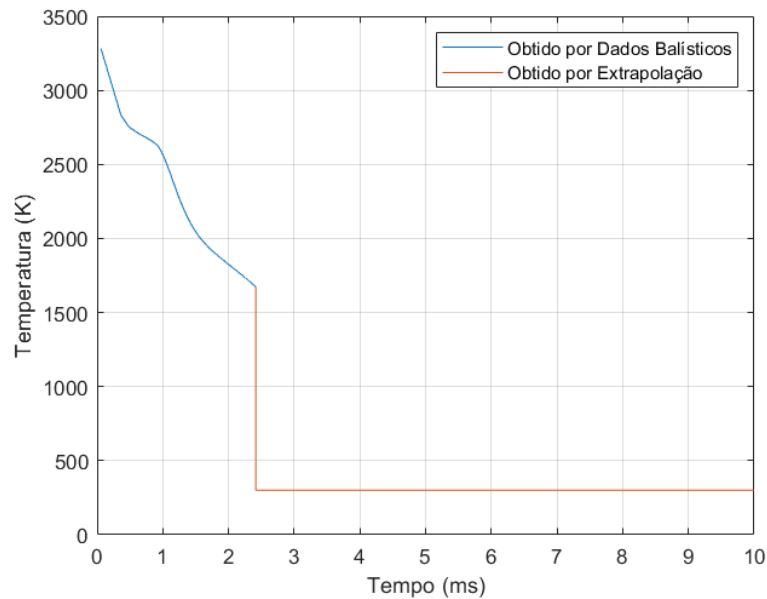


Figura 24 – Temperatura do gás propelente em função do tempo, com temperatura constante após fim do disparo.

Esta hipótese implicará em resultados menores do que o esperado para uma situação real, porém é de importante análise para se ter um limite inferior de resultado de temperatura. Calculando a temperatura média ao longo do tempo, encontra-se  $T_{gás} = 775,47$  K, que será considerada na simulação. Os demais dados de entrada serão os mesmos da primeira simulação, conforme apresenta a Tabela 6.

Tabela 6 – Dados de entrada para a solução analítica da terceira simulação.

Grandeza	Símbolo	Valor
Cadência de Tiro (tpm)	-	600
Raio Interno do Cano (mm)	$r_i$	6,3
Raio Externo do Cano (mm)	$r_e$	22,5
Coefficiente Convectivo do Gás Propelente (kW/m <sup>2</sup> K)	$h_{gás}$	variável
Coefficiente Convectivo do Ar Ambiente (W/m <sup>2</sup> K)	$h_{\infty}$	10
Temperatura do Gás Propelente (K)	$T_{gás}$	775,47
Temperatura Ambiente (K)	$T_{\infty}$	300
Condutividade Térmica do Cano (W/mK)	$k$	52
Difusividade Térmica (m <sup>2</sup> /s)	$\alpha$	$22,8 \cdot 10^{-6}$

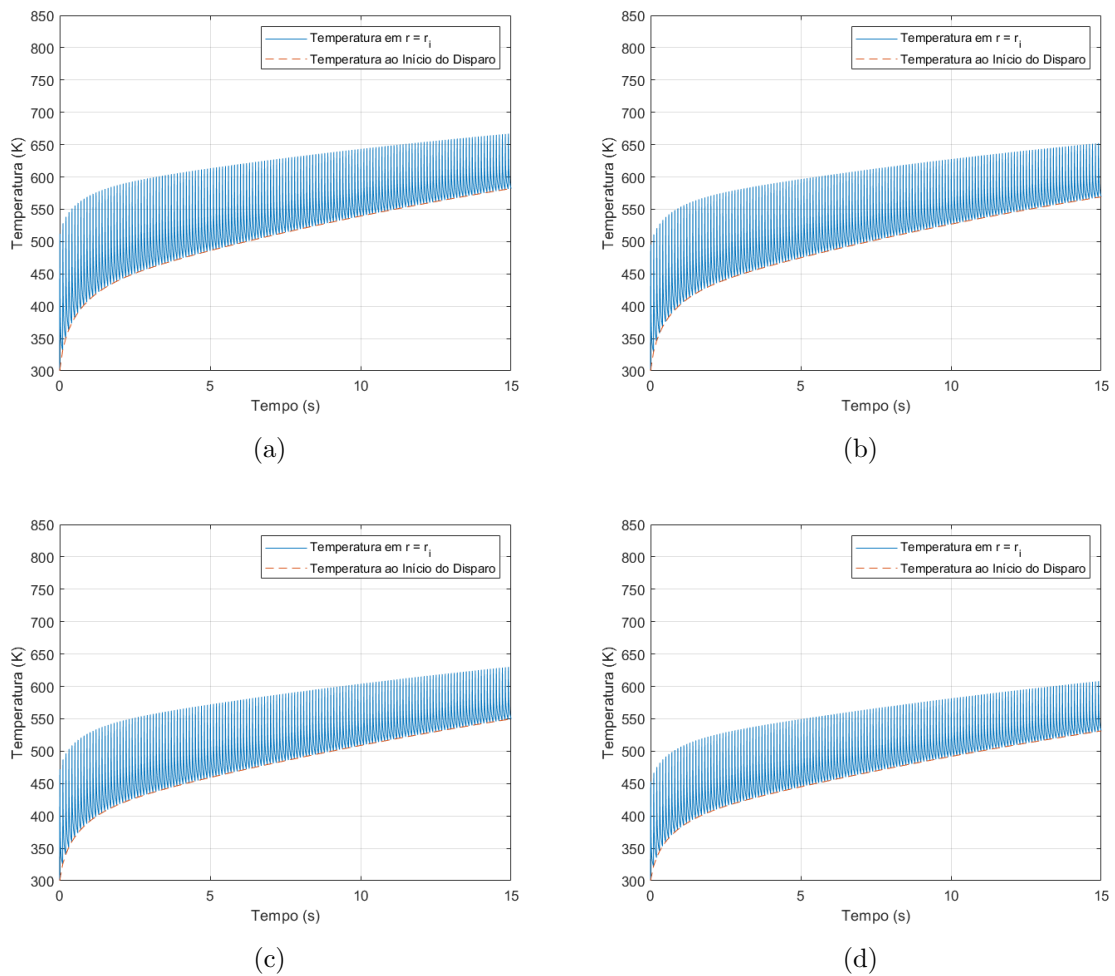


Figura 25 – Temperatura do cano do armamento em  $r = r_i$  para as seções  $x = 0$  (a),  $x = 0,2L$  (b),  $x = 0,5L$  (c) e  $x = 0,8L$  (d) durante 150 disparos com cadência de tiro de 600 tpm

As Figuras 25(a) a 25(d) apresentam a distribuição de temperatura em função do tempo para 150 disparos realizados.

Tomando-se como referência uma temperatura de 500 K, observa-se pelas Figuras 25(a-d) que o armamento consegue realizar cerca de 110 disparos consecutivos até atingir a temperatura citada, se analisada a seção  $x = 0,8L$ . Analisando-se a seção  $x = 0$  cerca de 60 disparos são realizados. Tais resultados são mais condizentes com o esperado, visto que sabe-se que é possível realizar mais de uma centena de disparos até ter problemas de *cook-off*.

Tal simulação evidencia que a extrapolação da temperatura do gás propelente após o fim do disparo altera significativamente a resposta obtida, fazendo com que a modelagem correta desta extrapolação seja de extrema importância.

### 4.3 Perfil de Temperatura por Solução Numérica

Conforme apresentado na Seção 3.4, é necessário criar um modelo 3D no *software* Ansys para a solução numérica do problema. Para tanto, utilizando a extensão *Design Modeler*, cria-se um elemento a partir da extrusão de uma coroa circular de raios interno e externo iguais a 6,3 mm e 22,5 mm, respectivamente. O comprimento considerado para a extrusão foi de 100 mm. Com a extensão *Mechanical*, criaram-se a malha e as condições de contorno do problema. Na criação da malha, atribuíram-se duas condições: tamanho de elemento de 5 mm e refinamento de nível um na face interna do cano. A Figura 26 apresenta o resultado final da malha.

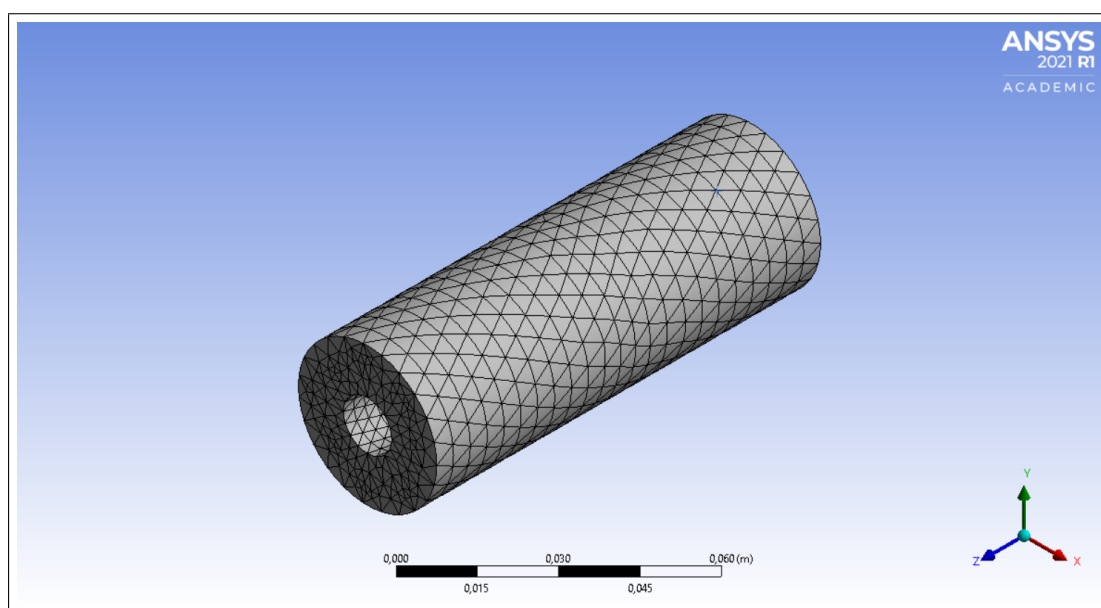


Figura 26 – Malha do elemento.

Para a criação das condições de contorno, definiu-se seus valores a depender da simulação a ser realizada. A primeira simulação considerou temperatura constante e coeficiente convectivo variável entre os dois patamares  $h_{gás}$  e  $h_{\infty}$  considerados nos resultados analíticos, como forma de validar a solução analítica. As demais simulações foram análogas àquelas realizadas pelo método analítico, porém utilizando valores variáveis de coeficiente convectivo e temperatura.

#### 4.3.1 Primeira Simulação

Esta simulação tem como finalidade validar o resultado apresentado na resolução por método analítico, bem como verificar se a malha considerada apresenta grau de refinamento adequado para a simulação. Para tanto, criou-se as duas condições de contorno do problema:  $h$  constante e igual a  $10 \text{ W/m}^2\text{K}$  na superfície externa do cano do armamento, e  $h$  variando nos patamares  $71,13 \text{ kW/m}^2\text{K}$  e  $10 \text{ W/m}^2\text{K}$ , conforme a primeira simulação por solução analítica. A temperatura considerada para a simulação foi de  $1035,5 \text{ K}$ . Como

resultado do perfil de temperatura em  $r = r_i$ , apresenta-se a Figura 27, que compara os resultados das duas metodologias.

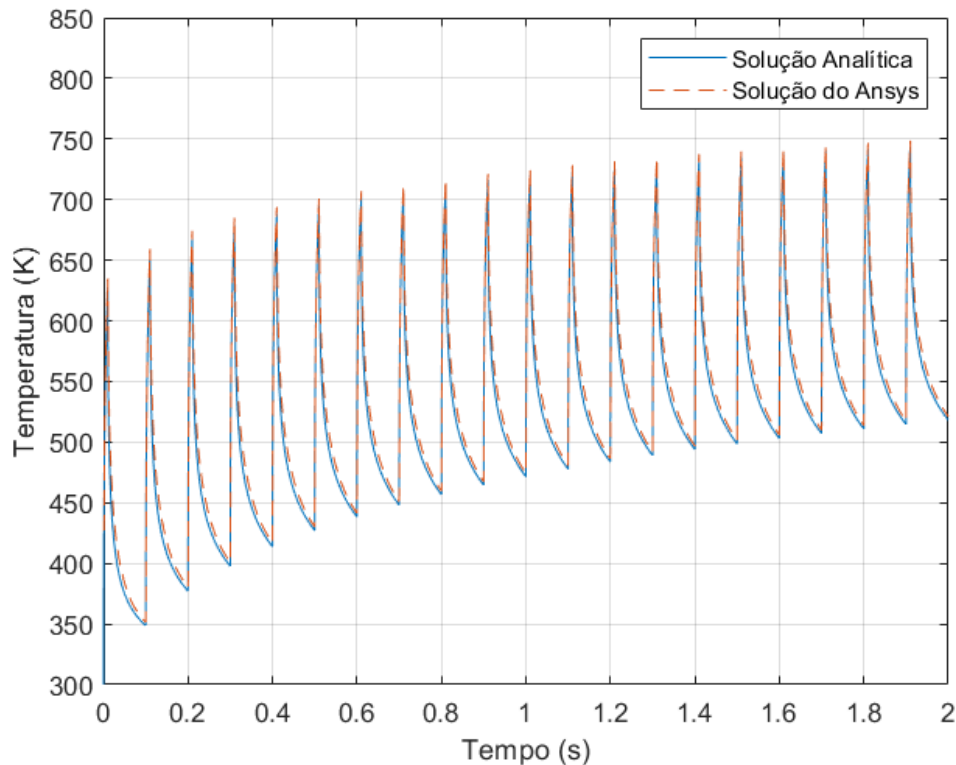


Figura 27 – Gráfico comparativo entre solução analítica e numérica para a primeira simulação.

Conforme é possível observar pela figura, as soluções são basicamente as mesmas, o que valida a solução e modelagem por método analítico, enquanto certifica que o refino de malha considerado é adequado. Simulações realizadas com refino de malha mais grosseiro apresentaram pequenas divergências de resultados.

### 4.3.2 Segunda Simulação

Nesta simulação, será considerado que os valores de coeficiente convectivo e temperatura variam de acordo com as Figuras 16 e 18, respectivamente. Dessa forma, a simulação apresentará resultados mais condizentes com a realidade, em virtude de não ser utilizado valores médios para as grandezas. Conforme mencionado anteriormente, a temperatura será avaliada em quatro seções distintas ao longo da direção longitudinal, a saber:  $x = 0$ ,  $x = 0,2L$ ,  $x = 0,5L$  e  $x = 0,8L$ , em que  $L$  é o comprimento total do cano. Para tais situações, o valor de  $h$  será representado pelos gráficos já apresentados nas Figuras 17(a-d). Considerando uma cadência de tiro de 600 tpm, os gráficos das Figuras 28(a) a 28(d) apresentam comparações diretas com os gráficos apresentados na primeira simulação dos resultados analíticos, para 50 disparos consecutivos.

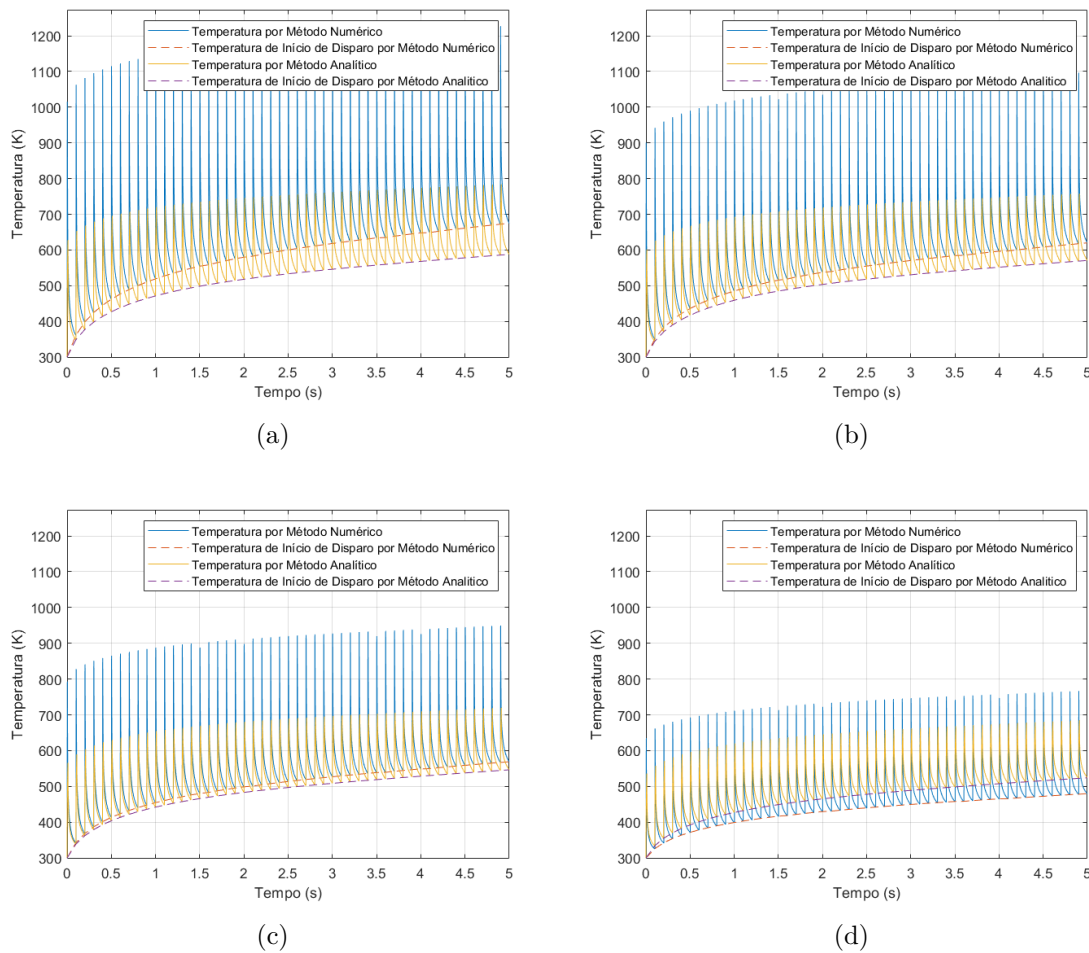


Figura 28 – Comparação entre as temperaturas do cano do armamento pelo método analítico e numérico em  $r = r_i$  para as seções mencionadas, durante 50 disparos com cadência de tiro de 600 tpm.

Analisando as Figuras 28(a-d) é possível perceber similaridades e divergências entre os resultados por método analítico e numérico. Primeiramente, é possível perceber que o método numérico atinge picos de temperatura com valores maiores que aqueles do método analítico. Devido ao pequeno tempo em que a arma fica submetida a tal temperatura, o valor deste pico de temperatura não influenciará significativamente a análise para problemas de *cook-off*.

Diferentemente do valor do pico de temperatura atingido, o valor da temperatura ao início de um novo disparo, representado pela linha tracejada, apresenta um resultado mais relevante para o problema. Neste sentido, percebe-se que a solução analítica utilizando valores médios para temperatura e coeficiente convectivo é uma boa aproximação para a temperatura por solução analítica. Para analisar a proximidade das duas modelagens, é válido considerar o desvio relativo entre o termo  $T - T_{amb}$ , ou seja, o desvio relativo entre a diferença da temperatura com a temperatura ambiente, para os dois casos. A Tabela 7 apresenta o desvio relativo entre as curvas dos quatro gráficos presentes das Figuras

28(a-d). Os cálculos foram feitos considerando o desvio relativo entre o termo  $T - T_{amb}$  para o fim do último disparo.

Tabela 7 – Dados de entrada para a solução analítica da segunda simulação.

Posição da Seção	Desvio Relativo
$x = 0$	23,7%
$x = 0,2L$	11,3%
$x = 0,5L$	10,5%
$x = 0,8L$	-15,8%

Os resultados presentes na Tabela 7 mostram certa similaridade entre as soluções analítica e numérica. Embora a solução numérica apresente resposta mais precisa, a simulação demora muitos minutos, o que pode justificar a solução analítica que demora alguns segundos, apresentando resultados relativamente próximos. Deve-se destacar que para as seções  $x = 0$ ,  $x = 0,2L$  e  $x = 0,5L$  o resultado numérico apresentou temperaturas maiores ao início do disparo, porém na seção  $x = 0,8L$  a solução analítica que apresentou maiores valores.

Tomando como base o patamar de 500 K para a temperatura de *cook-off* e a curva da solução numérica, percebe-se que na seção  $x = 0$  tal valor é atingido no oitavo disparo, enquanto que para a seção  $x = 0,8L$  o valor não é atingido dentro dos 50 disparos. Embora sabe-se que o real valor de temperatura na seção  $x = 0$  é menor que o apresentado, devido ao fluxo longitudinal de calor proveniente da diferença de temperatura nessa direção, os valores de temperatura calculados nesta simulação ainda são muito elevados, fato que pode ser justificado pela extrapolação de temperatura após o fim do disparo. A quarta simulação do resultado numérico complementa esta análise da extrapolação de temperatura.

Por fim, pode-se afirmar que a solução analítica com valores médios de temperatura e coeficiente convectivo apresenta a vantagem do tempo de simulação reduzido além de resultado similar ao resultado da solução analítica, o que pode justificar a metodologia de obter inicialmente resultados aproximados pela solução analítica para diversas situações, e, posteriormente, refinar os resultados de maior interesse através da solução numérica.

### 4.3.3 Terceira Simulação

De modo similar à simulação anterior, esta compara a solução analítica e numérica considerando que o coeficiente convectivo e a temperatura variam de acordo com as Figuras 17(a-d) e 18. Considerando uma cadência de tiro de 400 tpm, os gráficos das Figuras 29(a) a 29(d) apresentam comparações diretas com os gráficos apresentados na segunda simulação dos resultados analíticos, para 50 disparos consecutivos.

Os resultados apresentados nesta simulação são similares aqueles apresentados na simulação anterior. O desvio relativo entre a solução numérica e analítica é apresentado

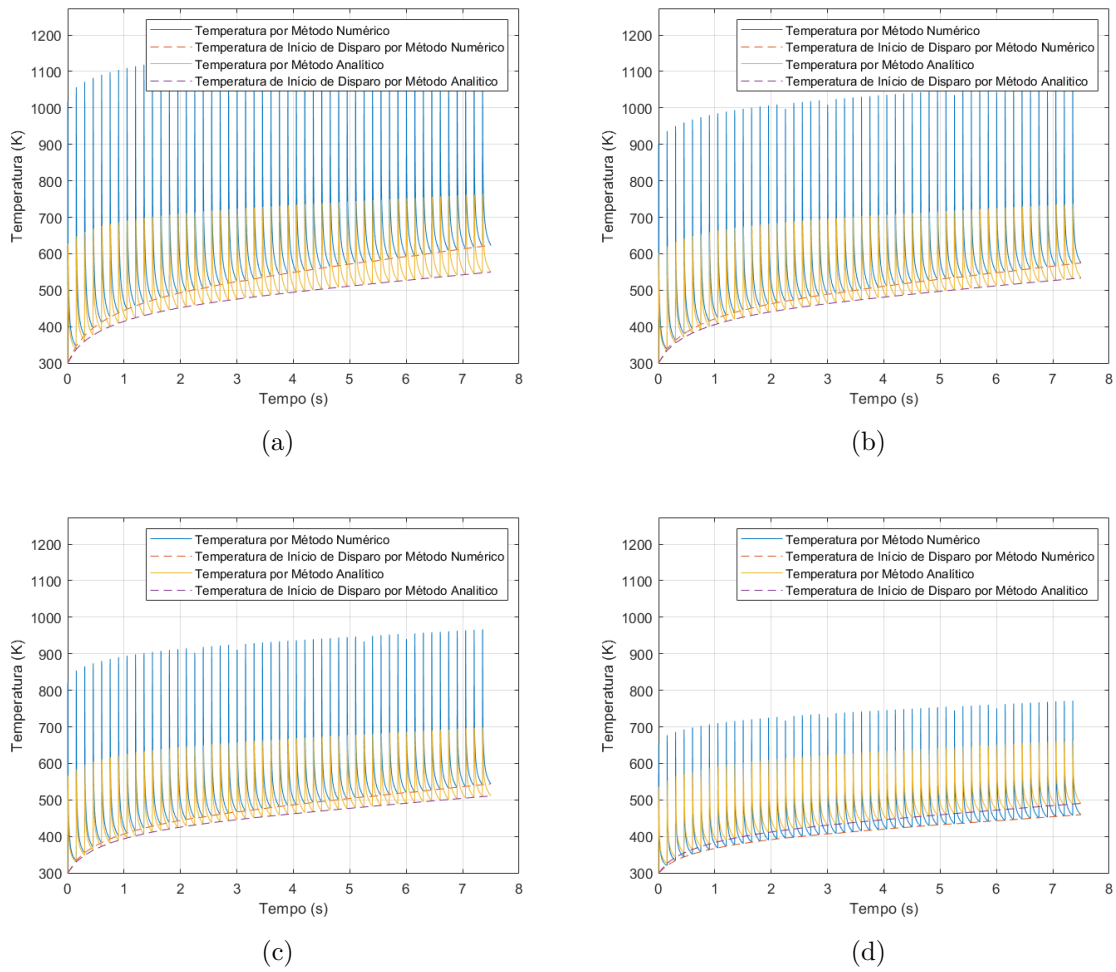


Figura 29 – Comparação entre as temperaturas do cano do armamento pelo método analítico e numérico em  $r = r_i$  para as quatro seções mencionadas, durante 50 disparos com cadência de tiro de 400 tpm

na Tabela 8, calculado com base no desvio relativo entre o termo  $T - T_{amb}$  para o fim do último disparo.

Tabela 8 – Dados de entrada para a solução analítica da terceira simulação.

Posição da Seção	Desvio Relativo
$x = 0$	23,1%
$x = 0,2L$	15,3%
$x = 0,5L$	15,0%
$x = 0,8L$	-15,1%

Percebe-se que os resultados encontrados confirmam que a solução analítica com valores médios de temperatura e coeficiente convectivo são uma boa aproximação para a solução numérica, apresentando um desvio relativo máximo de 23,1% para a simulação considerada.



### 4.3.4 Quarta Simulação

Esta simulação tem como finalidade analisar a solução analítica do problema de transferência de calor quando o coeficiente convectivo é representado pelas Figuras 17(a-d) e a temperatura pela Figura 24. Como as simulações anteriores, serão consideradas quatro seções do cano do armamento, bem como uma cadência de 600 tpm e uma série de 150 disparos. As Figuras 30(a) a 30(d) apresentam os resultados encontrados. Devido a grande quantidade de tiros, optou-se por apresentar apenas a temperatura ao início de um novo disparo, com o intuito de evitar um gráfico de difícil visualização de resultados.

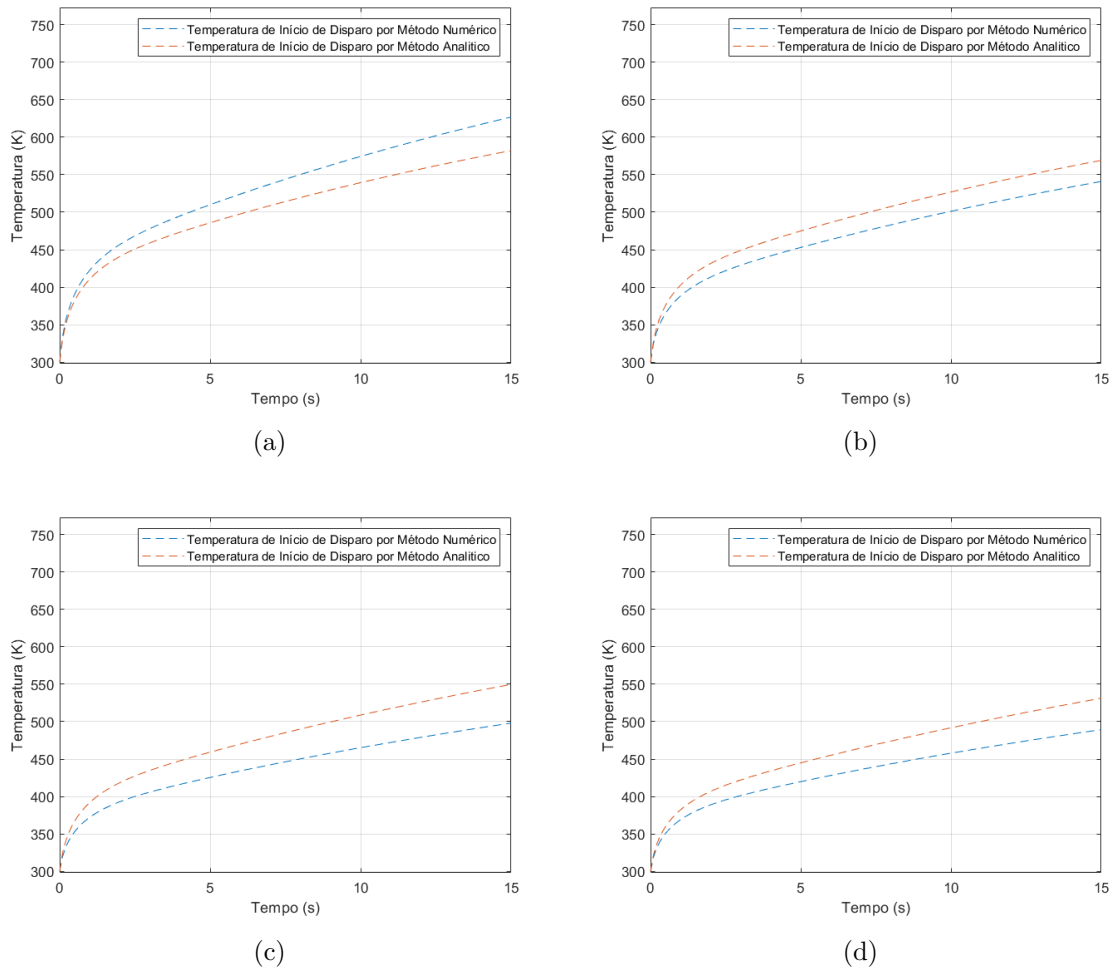


Figura 30 – Comparação entre as temperaturas do cano do armamento pelo método analítico e numérico em  $r = r_i$  para as seções  $x = 0$  (a),  $x = 0,2L$  (b),  $x = 0,5L$  (c) e  $x = 0,8L$  (d) durante 150 disparos com cadência de tiro de 600 tpm

Analisando os resultados apresentados, observa-se que a temperatura obtida por método numérico é menor que a temperatura obtida por método analítico, exceto na primeira seção. O desvio relativo entre os métodos, calculado de maneira análoga às simulações anteriores pode ser visualizado na Tabela 9.

Tabela 9 – Dados de entrada para a solução analítica da quarta simulação.

Posição da Seção	Desvio Relativo
$x = 0$	10,7%
$x = 0,2L$	-10,3%
$x = 0,5L$	-23,2%
$x = 0,8L$	-20,1%

A partir dos valores de temperatura apresentados, e tomando como referência uma temperatura de *cook-off* de 500K, é possível calcular, usando os resultados do método numérico, a quantidade de disparos realizadas se considerada a temperatura de cada seção. Baseando-se na seção  $x = 0$ , cerca de 45 disparos poderiam ser realizados pela arma. Considerando a seção  $x = 0,8L$ , uma quantidade superior a 150 disparos poderiam ser realizados. Conforme mencionado anteriormente, a temperatura na seção  $x = 0$  é superestimada, devido ao fato que considerou-se que não há fluxo de calor ao longo da direção longitudinal. Devido a esse fato, é possível estimar que a quantidade de disparos realizados até o *cook-off* seria um número intermediário entre 45 e 150 disparos — tomou-se como base a quantidade de disparos até 500 K das seções  $x = 0$  e  $x = 0,8L$ .

Por apresentar uma resposta final para a quantidade de disparos consecutivos até o *cook-off* mais condizente com a realidade, a quarta simulação por solução numérica demonstra que a extrapolação de temperatura realizada na Figura 24 é mais correta que aquela da Figura 18. Vale destacar que é sabido que as extrapolações consideradas não são a melhor modelagem para a temperatura após a saída do projétil do cano, mas essas extrapolações podem ser consideradas como situações-limite para o comportamento da temperatura do gás propelente. A primeira extrapolação considera uma mudança suave no comportamento da temperatura ao fim do disparo, hipótese que não deve ser verdadeira pela mudança abrupta no comportamento do problema após a saída do projétil do cano. A segunda extrapolação considera que imediatamente após o fim do disparo, a temperatura do gás propelente atinge a temperatura ambiente, o que, também, é uma hipótese falsa. No entanto, visto que a quarta simulação apresentou resultados melhores, é possível supor que a extrapolação mais correta seria uma mudança rápida no perfil de temperatura, atingido o valor da temperatura ambiente muito rapidamente, de modo similar à Figura 24.

Por fim, é válido destacar alguns pontos acerca da modelagem realizada ao longo deste trabalho: ao longo da modelagem do problema, considerou-se que o fluxo de calor era unidimensional e se propagava apenas na direção radial. Analisando os resultados finais, considerando que o coeficiente convectivo muda ao longo da direção longitudinal, observou-se que há diferença de temperatura nesta direção. Devido a este fato, considera-se que a modelagem por problema unidimensional apresenta falhas, superestimando valores de temperatura em seções perto da câmara e subestimando valores de temperatura em seções perto da boca do cano. Para futuros trabalhos, considera-se importante analisar os

valores de temperatura para uma modelagem bidimensional do problema.

Outro ponto a se destacar é a simplicidade do modelo tridimensional do cano do armamento considerado no problema. Considerou-se o cano do armamento como uma coroa circular cilíndrica, sem aletas e camisas de refrigeração. Sabe-se que o cano real de uma metralhadora apresenta raio interno variável ao longo do comprimento, tendo um valor maior próximo à câmara do armamento, que se reduz e atinge valor constante nas regiões intermediárias do cano. Simplificou-se o problema, também, por não considerar aletas e camisas de refrigeração, componentes comuns em metralhadoras para redução de temperatura da arma. Devido a isso, considera-se que os resultados de temperatura obtidos são maiores do que aqueles que se teriam em um resultado experimental.

Analisando a comparação entre os resultados para dois diferentes tipos de extrapolação de temperatura após a saída do projétil do cano, percebeu-se que esta extrapolação pode variar muito o resultado final de disparos obtidos. Tendo isso em vista, recomenda-se realizar um estudo aprofundado acerca das extrapolações de temperatura e coeficiente convectivo, com intuito de se obter um resultado mais preciso.

## 5 CONCLUSÃO

O estudo do histórico de temperatura em armamentos é muito importante para o setor de defesa, por conta da periculosidade deste equipamento. Problemas oriundos de superaquecimento podem comprometer a arma e a integridade física do seu operador. Em particular, a peça mais afetada por efeitos térmicos é o cano de armamentos leves, ou tubo de armamentos pesados.

A previsão do histórico de temperatura de uma arma em disparos de rajada é importante também para o estudo de vida útil da arma e do gerenciamento de manutenções preventivas. Os tubos, por serem as peças que resistem aos maiores esforços, são as que apresentam maior necessidade de troca com o passar do tempo.

Este trabalho modelou o problema térmico para um disparo em armamento de calibre 0,5 polegadas. A partir de uma abordagem baseada na reação química de queima de propelente, foi possível estimar o valor do coeficiente convectivo,  $h$ , para o escoamento no interior do tubo do armamento.

Utilizou-se o *software* Prodas como fonte de dados da balística interna do armamento, fornecendo informações do desenvolvimento da pressão e temperatura dos gases, bem como a velocidade do projétil ao longo do disparo. O cálculo das propriedades físicas dos gases propelentes foi baseado na média ponderada dessas propriedades, a partir do balanceamento da reação química de queima do propelente.

A massa específica do gás propelente foi calculada com base em um fator de compressibilidade  $Z = 1,2$ , obtido com base nos gráfico desta grandeza em função das temperaturas e pressões reduzidas dos gases. Foi realizada, também, uma regressão exponencial no valor de  $h$ , de forma que o mesmo tendeu a zero após 10 ms de simulação. A partir do perfil completo de  $h$  em função do tempo, foi encontrado o valor 71,13 kW/m<sup>2</sup>K como coeficiente convectivo médio do gás propelente.

Após a caracterização deste coeficiente, três simulações foram realizadas para obter o perfil de temperatura do armamento. Tais simulações foram feitas a partir da abordagem de soluções analíticas do problema térmico, explicada na Seção 3.3. Os resultados obtidos foram analisados a partir de diversos gráficos, expondo a progressão da temperatura em função do tempo, e o perfil de temperatura em função da variável radial  $r$ .

Além das simulações por método analítico, realizou-se simulações numéricas em quatro simulações distintas. A primeira teve como finalidade validar os resultados obtidos pela solução analítica, enquanto as demais simulações foram análogas aquelas realizadas pelo método analítico, porém considerando variáveis os valores de temperatura e coeficiente convectivo. Como resultado foi possível verificar a semelhança entre as duas modelagens

---

e obter valores de disparos até o *cook-off*, obtendo valores de 45 a 150 disparos. Estes resultados foram discutidos ao final da Seção 4.3.

## REFERÊNCIAS

- 1 MISHRA, A.; HAMEED, A.; LAWTON, B. A novel scheme for computing gun barrel temperature history and its experimental validation. *Journal of pressure vessel technology*, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, v. 132, n. 6, 2010.
- 2 AKCAY, M.; YÜKSELEN, M. A. Unsteady thermal studies of gun barrels during the interior ballistic cycle with non-homogenous gun barrel material thermal characteristics. *J. Therm. Sci. Technol.*, v. 34, n. 2, p. 75–81, 2014.
- 3 Terry Ashley. *Browning M2 .50cal Machine Gun Set A with tripod*. 2021. Disponível em: <<https://www.perthmilitarymodelling.com/reviews/vehicles/tasca/tasca35-18.htm>>. Acesso em: 02 Maio 2021.
- 4 SUYADNYA, K. A.; TARWIDI, D.; UMBARA, R. Numerical modeling of heat transfer in gun barrel with experimental validation. *Int. J. Eng. Technol.*, v. 8, p. 62–66, 2019.
- 5 DEĞİRMENCI, E.; DIRIKOLU, M. H. A thermochemical approach for the determination of convection heat transfer coefficients in a gun barrel. *Applied Thermal Engineering*, Elsevier, v. 37, p. 275–279, 2012.
- 6 HILL, R. D.; CONNER, J. M. Transient heat transfer model of machine gun barrels. *Materials and Manufacturing Processes*, Taylor & Francis, v. 27, n. 8, p. 840–845, 2012.
- 7 NELSON, C. W.; WARD, J. R. *Calculation of heat transfer to the gun barrel wall*. [S.l.], 1981.
- 8 Professor Fernando. *Bala ou projétil?* 2021. Disponível em: <<https://proffernando.com.br/blog-do-fernando/bala-ou-projetil/>>. Acesso em: 16 Maio 2021.
- 9 Redação Tecnologia & Defesa. *Processo de produção do fuzil IA2 da IMBEL*. 2021. Disponível em: <<https://tecnodefesa.com.br/processo-de-producao-do-fuzil-ia2-da-imbels/>>. Acesso em: 16 Maio 2021.
- 10 Alexandre Galante. *Artilharia da Denel atinge alvo a 76,2 km de distância*. 2021. Disponível em: <<https://www.forte.jor.br/2019/11/19/artilharia-da-denel-atinge-alvo-a-762-km-de-distancia/>>. Acesso em: 16 Maio 2021.
- 11 BERGMAN, T. L.; INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P.; LAVINE, A. S. *Fundamentals of heat and mass transfer*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011.
- 12 Ā-ZISIK, M. N.; ÖZİŞİK, M. N.; ÖZİŞİK, M. N. *Heat conduction*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1993.
- 13 IUPAC| International Union of Pure and Applied Chemistry. *Periodic Table of Elements*. 2021. Disponível em: <<https://iupac.org/what-we-do/periodic-table-of-elements/>>. Acesso em: 17 Maio 2021.
- 14 OBERT, E. F. *Concepts of thermodynamics*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1960.
- 15 LIDE, D. R. *CRC handbook of chemistry and physics*. [S.l.]: CRC press, 2004. v. 85.

## ANEXO A – DADOS BALÍSTICOS DE ARMAMENTO .50

Tabela 10 – Dados de balística interna obtidos pelo *software* Prodas.

Tempo (ms)	Distância (mm)	Pressão (MPa)	Velocidade (m/s)	Temperatura (K)
0,06	0,001	12,8	0	3280
0,24	0,23	25,2	3	2944
0,36	0,78	38,0	6	2828
0,46	1,48	52,8	8	2735
0,54	2,13	68,40	9	2735
0,60	2,67	83	9	2717
0,66	3,27	100,8	11	2701
0,7	3,80	114,6	15	2691
0,74	4,49	130,1	20	2682
0,78	5,43	147,3	27	2672
0,82	6,71	166,2	37	2661
0,86	8,41	186,4	49	2649
0,90	10,63	207,7	63	2635
0,98	17,21	248,7	105	2584
1,04	24,67	273,0	145	2524
1,06	27,72	279,4	160	2502
1,08	31,07	284,8	175	2479
1,1	34,72	289,30	190	2455
1,12	38,68	292,70	206	2431
1,16	47,57	296,8	238	2381
1,22	63,35	296,5	288	2307
1,26	75,50	293,0	320	2260
1,28	82,07	290,50	336	2260
1,3	88,95	287,6	352	2217
1,32	96,15	284,4	368	2196
1,34	103,66	280,9	383	2176
1,38	119,60	273,3	414	2139
1,4	128,02	269,2	428	2122
1,46	155,02	256,5	471	2074
1,52	184,51	243,5	511	2033
1,58	216,33	230,7	549	1997
1,64	250,33	218,2	584	1967
1,7	286,36	206,1	617	1939
1,78	337,31	190,6	657	1906
1,86	391,33	175,7	693	1876
1,94	448,10	161,5	726	1847
2,02	507,37	148,0	755	1818
2,1	568,89	135,2	782	1790
2,2	648,59	120,4	811	1754
2,3	731,05	107,0	837	1717
2,414	828,04	93,60	862	1674

## ANEXO B – AUTOVALORES DA SOLUÇÃO ANALÍTICA

Tabela 11 – Autovalores obtidos pelas raízes da equação  $S_0U_0 - V_0W_0$

Aquecimento		Resfriamento	
Índice	Valor	Índice	Valor
1	68,6	1	4,9
2	267,8	2	204,9
3	455,6	3	395,3
4	642,9	4	587,9
5	830,8	5	781,4
6	1019,5	6	975,3
7	1209,2	7	1169,4
8	1399,6	8	1363,6
9	1590,6	9	1557,9
10	1782,1	10	1752,2
11	1974,1	11	1946,6
12	2164,4	12	2141,0
13	2359,0	13	2335,4
14	2551,9	14	2529,9
15	2744,9	15	2724,3
16	2938,2	16	2918,8
17	3131,5	17	3113,3
18	3325,0	18	3307,7
19	3518,6	19	3502,2
20	3712,3	20	3696,7
21	3906,0	21	3891,2
22	4099,9	22	4085,7
23	4293,7	23	4280,2
24	4487,7	24	4474,7
25	4487,7	25	4669,2