

**MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA E DE
AUTOMÓVEL**

GUSTAVO PROCOPIO DA SILVA

**ESTUDO DA MEDIÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO
DO TERRENO PARA SELECIONAR PARÂMETROS DE CONFIGURAÇÃO E
PROJETO DE VEÍCULO OFF-ROAD**

**RIO DE JANEIRO
2021**

GUSTAVO PROCOPIO DA SILVA

ESTUDO DA MEDIÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO
DO TERRENO PARA SELECIONAR PARÂMETROS DE CONFIGURAÇÃO E
PROJETO DE VEÍCULO OFF-ROAD

Projeto de Final de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica e de Automóvel do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica e de Automóvel.

Orientador(es): Maj Gustavo Simão Rodrigues, D.Sc.

Rio de Janeiro

2021

©2021

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e do(s) orientador(es).

Silva, Gustavo Procopio da.

Estudo da medição e caracterização do comportamento do terreno para selecionar parâmetros de configuração e projeto de veículo off-road / Gustavo Procopio da Silva. – Rio de Janeiro, 2021.

109 f.

Orientador(es): Maj Gustavo Simão Rodrigues.

Projeto de Final de Curso (graduação) – Instituto Militar de Engenharia, Engenharia Mecânica e de Automóvel, 2021.

1. Dinâmica Longitudinal. 2. Terramecânica. 3. Sistemas de transmissão. i. Rodrigues, Maj Gustavo Simão (orient.) ii. Título

GUSTAVO PROCOPIO DA SILVA

Estudo da medição e caracterização do comportamento do terreno para selecionar parâmetros de configuração e projeto de veículo off-road

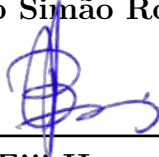
Projeto de Final de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica e de Automóvel do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica e de Automóvel.

Orientador(es): Maj Gustavo Simão Rodrigues.

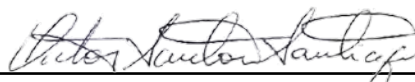
Aprovado em Rio de Janeiro, 14 de outubro de 2021, pela seguinte banca examinadora:



Prof. Maj **Gustavo Simão Rodrigues** - D.Sc. do IME



Prof. **Ricardo Eiji Hamaoka** - M. Sc. do IME



Prof. **Victor Santoro Santiago** - D. Sc. do IME

Rio de Janeiro
2021

*Esse trabalho é dedicado a todos
que dão o seu melhor todos os dias.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais José, Randis, minha irmã Ana Paula e ao meu irmão Bruno e sua esposa Cintia por todo o suporte que me deram durante meus 5 anos de graduação e toda etapa preparatória no pré-vestibular e a Mario Lima, a sua esposa Fernanda e a seus filhos que me apresentaram a engenharia de fato no Brasil e me ajudou muito nos meus dois anos de curso preparatório em São José dos Campos. Eles são as pessoas mais importantes no mundo para mim e não consigo expressar em palavras toda a gratidão por eles. Agradeço também a minha namorada Juliana, por todo o seu apoio nos últimos dois anos e a meus grandes amigos João Victor e Luiz Lidani que sempre me deram apoio na jornada mesmo quando o IME parecia um sonho distante.

Também quero expressar toda minha gratidão aos meus colegas de turma que tornaram os 5 anos de IME muito melhores, principalmente João Ataíde, Felipe Diedrich, Gabriel, Bernard grandes amigos que fiz nesses anos. Além disso, agradeço aos meus amigos do curso poliedro que me ajudaram muito na jornada até aqui, especialmente Pedro Paulo, Emanuel, Laranja, João Marcos, Gabriel (o mesmo do IME) e Guilherme por todos os momentos bons e ruins e por tudo que eles me ensinaram nos anos de 2015 e 2016 em São José dos Campos.

Agradeço à meus professores do IME e ao meu orientador Major Simão por toda autonomia e confiança que me deu durante o desenvolvimento do trabalho. Além disso, agradeço ao Capitão Elias Rossi que apesar de nunca ter sido oficialmente meu professor, foi o melhor professor que já tive e me ensinou muito sobre dinâmica veicular e também sobre a vida profissional e pessoal, muito obrigado! Agradeço também a minha antiga chefe no estágio Maria Luiza por me ensinar muito no período em que trabalhei com ela, sempre vou lembrar de seu exemplo de trabalho e dedicação.

Por último agradeço ao Instituto Militar de Engenharia e a todas as pessoas que tornaram essa instituição o que ela é hoje, que apesar de não ser perfeita considero ser um lugar que as pessoas sempre buscam dar o seu melhor, o que é a razão dela ser uma das melhores instituições de ensino do país. Ao IME só tenho carinho e gratidão pelos meus 5 ótimos anos aqui.

"A noite é mais escura antes do amanhecer"
(*Christian Bale, em O Cavaleiro das Trevas Ressurege*)

RESUMO

O estudo do desempenho de um veículo *off-road* em relação ao seu ambiente operacional (o terreno) é conhecido como "terramecânica". Ao longo dos anos, uma grande variedade de métodos para prever o desempenho de veículos sobre lagartas e sobre rodas em terrenos *off-road* foram desenvolvidos ou propostos. As propriedades do terreno muitas vezes impõem severas limitações à mobilidade de veículos *off-road*. O objetivo deste trabalho é estudar medição e caracterização do comportamento do terreno para entender a mecânica da interação veículo-terreno e, dessa forma, selecionar parâmetros de configuração e projeto do veículo adequados para atender a requisitos operacionais específicos.

Palavras-chave: Dinâmica Longitudinal. Terramecânica. Sistemas de transmissão.

ABSTRACT

Studying off-road vehicles performance according to the environment has been recently known as Terramechanics. Over the years, a great number of methods to simulate the performance of tracked vehicles and wheel vehicles in off-road situations were developed. Properties of the terrain may impose several difficulties to a off-road vehicle mobility. This work purpose is to study characteristics and measurement of the terrain-vehicle interaction and therefore selecting configuration parameters and vehicles project suited to meet the requirements of the terrain.

Keywords: Longitudinal Dynamics. Terramechanics. Transmission Systems.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Pneus com ranhuras.	20
Figura 2 – Interação do sistema de transmissão com o terreno Fonte:Compilação do autor	21
Figura 3 – Motor Briggs Stratton 19 Series 10 Hp.	22
Figura 4 – Representação da posição da correia.	22
Figura 5 – Curva de Torque e potência Motor	23
Figura 6 – Gráfico da Relação de Transmissão em função da rotação transmitida pelo motor.	24
Figura 7 – Gráfico da Hipérbole de tração ideal.	25
Figura 8 – Exemplo de redução fixa como a utilizada na modelagem.	25
Figura 9 – Gráfico da Hipérbole da CVT quando acoplada à uma redução fixa	26
Figura 10 – Rascunho do papel de onde foi idealizada a Fórmula Mágica.	28
Figura 11 – Mieczysław G. Bekker(1905–1989) Fonte:Alcheron.com	29
Figura 12 – <i>Lunar Rover Vehicle</i> Fonte:NASA	29
Figura 13 – Forças de Resistência Atuando no Veículo.	34
Figura 14 – Representação da Função CVT.	36
Figura 15 – Componentes da Polia Motora.	37
Figura 16 – Determinação da posição do rolete	37
Figura 17 – Correia e forças	38
Figura 18 – Funcionamento Polia Movida.	40
Figura 19 – Restrição geométrica da correia.	41
Figura 20 – Gráfico força de tração em função do deslizamento longitudinal.	42
Figura 21 – Região de contato Pneu-Solo.	43
Figura 22 – Região plástica e elástica em função da tensão e deformação do solo.	46
Figura 23 – Carga pontual atuando sobre o solo.	46
Figura 24 – Região onde atua a carga vertical.	47
Figura 25 – Distribuição de carga radial.	48
Figura 26 – Critério de Falha de Mohr-Coulomb.	48
Figura 27 – Medidor de cisalhamento.	49
Figura 28 – Exemplo de Bevâmetro.	51
Figura 29 – Distribuição de tensão normal no Pneu. Fonte: O autor	52
Figura 30 – Comportamento do solo em relação as rodas tratoras e rebocadas.	53
Figura 31 – Ângulos na roda rebocada.	53
Figura 32 – Roda rebocada Fonte: O autor	55
Figura 33 – Diagrama de corpo livre do conjunto roda-pneu.	56

Figura 34 – Pneu com ranhuras utilizado no veículo modelado Fonte: Laboratório BAJA IME	59
Figura 35 – Tração e afundamento.	60
Figura 36 – Tração(N) vs tempo para pneu liso	61
Figura 37 – Distribuição de tensão normal.	62
Figura 38 – Tensões ativas e passivas.	62
Figura 39 – Cálculo da distribuição de carga Fonte: O autor	63
Figura 40 – Prisma de solo e forças atuantes.	65
Figura 41 – Interação do gomo com o solo.	66
Figura 42 – Efeito Bulldozer angulado.	66
Figura 43 – Mars Rover (Créditos: NASA)	68
Figura 44 – Veículo de Mineiraç�o sobre Lagartas da marca Prinoth (Créditos: Prinoth)	69
Figura 45 – Prote�o lateral aos pneus.	71
Figura 46 – Formatos geométricos do estudo.	72
Figura 47 – Veículo utilizado e ranhuras dos pneus.	72
Figura 48 – Traço vs Slip medido no estudo.	73
Figura 49 – Terreno angulado na transversal.	73
Figura 50 – Parâmetros da equa�o de espaçamento.	74
Figura 51 – Duna Purgatório.	75
Figura 52 – Defini�o do ângulo de repouso.	76
Figura 53 – Ranhura Auxiliar.	77
Figura 54 – Ranhura Ativável.	77
Figura 55 – Desempenho ALW.	78
Figura 56 – Diagrama de blocos do modelo	79
Figura 57 – Posi�o do veículo vs Tempo	81
Figura 58 – Velocidade veículo vs Tempo	81
Figura 59 – Força de traço vs tempo	82
Figura 60 – Raio Polia Motora	82
Figura 61 – Raio Polia Movida	83
Figura 62 – Posi�o do veículo vs Tempo	84
Figura 63 – Velocidade veículo vs Tempo	85
Figura 64 – Força de traço vs tempo	85
Figura 65 – Veículo de BAJA percorrendo solo de areia compacta. Créditos: Cornell BAJA Racing	86
Figura 66 – Posi�o vs tempo, modelo de Bekker	88
Figura 67 – Diferença entre o modelos.	88
Figura 68 – Velocidade vs tempo, modelo de Bekker	89
Figura 69 – Forca de Traço vs tempo, modelo Bekker	89

Figura 70 – Pneu real vs modelo Fonte: O autor	90
Figura 71 – Efeito bulldozer no pneu Fonte: O autor	91
Figura 72 – Ângulo da ranhura Fonte: O autor	92
Figura 73 – Posição do pneu com o tempo Fonte: O autor	94
Figura 74 – Torque e Força de Tração comparativos	96
Figura 75 – Afundamento pneu: O autor	97
Figura 76 – Afundamento vs tempo modelo proposto vs modelo de Bekker	98
Figura 77 – Força normal vs tempo comparativo modelo proposto vs modelo de Bekker	99
Figura 78 – Tração e Torque vs tempo comparativo modelo proposto vs modelo de Bekker	100
Figura 79 – Posição do Veículo vs Tempo	101
Figura 80 – Velocidade do Veículo vs Tempo	101
Figura 81 – Força de tração vs Tempo	102
Figura 82 – Deslizamento traseiro vs Tempo modelo proposto	102
Figura 83 – Deslizamento traseiro comparativo modelo proposto vs modelo de Bekker	103

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Valores dos Coeficientes da Fórmula de Pacejka.	44
Tabela 2	–	Valores dos Coeficientes de Aderência e escorregamento.	80
Tabela 3	–	Valores dos parâmetros usados na simulação	80
Tabela 4	–	Resultados principais da simulação	83
Tabela 5	–	Valores dos parâmetros usados na simulação Pneu Rígido Solo deformável	84
Tabela 6	–	Resultados principais da simulação	86
Tabela 7	–	Valores dos parâmetros usados na simulação	87
Tabela 8	–	Resultados principais da simulação	90
Tabela 9	–	Valores dos parâmetros usados na simulação comparativa	95
Tabela 10	–	Valores dos parâmetros usados na simulação comparativa com afunda- mento variável	98
Tabela 11	–	Valores dos parâmetros usados na simulação	100
Tabela 12	–	Resultados principais da simulação	103
Tabela 13	–	Resultados principais da simulação	103

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CVT	Continuously Variable Transmission
SAE	Society of Automotive Engineers
IME	Instituto Militar de Engenharia
NASA	National Aeronautics and Space Administration

LISTA DE SÍMBOLOS

- μ_r - Coeficiente de resistência ao rolamento
- W - Peso total veículo
- τ_x - Tensão de cisalhamento
- C_o - Coesão do solo
- j_x - Deslocamento por cisalhamento da região de contato entre solo e pneu
- K - Módulo de deformação por cisalhamento no sentido do movimento
- ϕ_{sol} - Ângulo de atrito interno do solo
- i - Deslizamento Longitudinal
- z_s - Aundamento da placa em metros
- F_t - Força de Tração
- R_{rol} - Resistência ao Rolamento
- R_d - Arrasto aerodinâmico
- R_{rampa} - Resistência em rampa
- m_t - Massa Total do veículo
- a - Aceleração Linear
- ρ_{ar} - Densidade do ar
- C_d - Coeficiente de Arrasto
- A - Area frontal
- v_{ar} - Velocidade relativa ao ar
- T_{rodas} - Torque fornecido as rodas
- r_p - Raio dinâmico do pneu
- J - Inércia do eixo das Rodas
- $\dot{\omega}_{rodas}$ - Aceleração angular do eixo das rodas

T_{Motor} - Torque proveniente do motor

i_{cvt} - Redução da CVT

η_{cvt} - Eficiência da CVT

i_{red} - Redução fixa

η_{red} - Eficiência da Redução Fixa

R_p - Raio do pneu em rolagem livre

k - Rigidez Tangencial do Pneu

λ - Constante Relacionada ao contato pneu-solo

i - Deslizamento Longitudinal para modelo de Julien

i_{long} - Deslizamento Longitudinal para a Fórmula Mágica

μ_p - Coeficiente de aderência de pico

l - Comprimento da banda de pneu em contato com o solo

μ_s - Coeficiente de de Escorregamento

δ - Deflexão vertical dos pneus

ω_{max} - Velocidade angular de máxima potência do motor

ω_{mov} - Velocidade angular da polia movida

θ - Ângulo entre o braço do rolete e o sentido axial de movimento da polia

x_{p1} - Deslocamento axial Polia Motora

x_{p2} - Deslocamento axial Polia Movida

x_c - Deslocamento axial Correia

m_r - Massa do Rolete

K_r - Rigidez torsional da mola do Rolete

c_r - Amortecimento torsional da mola do Rolete

T_{p1} - Torque fornecido pelo motor

T_{res} - Torque de resistência da CVT

ω_2 - Velocidade angular de saída eixo da motora

$F_{precarga}$ - Força de Pré carga na Mola

K_{Mola} - Rigidez Mola da Polia Movida

F_2 - Força axial, lado esquerdo das Polias

F_3 - Força axial, lado direito das Polias

F_1 - Força axial feita pelo pino do rolete

l_r - Tamanho do braço do rolete

σ_2 - Ângulo de cunha da Polia Movida

σ_1 - Ângulo de cunha da Polia Motora

ζ_2 - Ângulo do came da polia motora

R_1 - Raio instântaneo da correia na Polia Motora

R_{1min} - Raio mínimo da correia na Polia Motora

R_2 - Raio instântaneo da correia na Polia Movida

R_{2max} - Raio máximo da correia na Polia Movida

θ_{rampa} - Angulo da Superfície Inclinada

N_s - Normal à Superfície

I_{p1} - Momento de Inércia Polia Motora

$\dot{\omega}_1$ - Aceleração angular Polia Motora

I_{p2} - Momento de Inércia Polia Movida

$\dot{\omega}_2$ - Aceleração angular Polia Movida

m_{p1} - Massa da Polia Motora

m_{p2} - Massa da Polia Movida

p_c - Pressão crítica suportada pelo solo

b_{min} - Menor dimensão da região de contato

W_t - Carga sobre o pneu

k_c - Coeficiente de Bekker relacionado a coesão

k_{ϕ} - Coeficiente de Bekker relacionado ao ângulo de atrito interno
 n - Índice de afundamento
 b - Largura do pneu
 z_s - Afundamento do Solo
 C_o - Coesão do solo
 σ_n - Pressão exercida sobre o solo
 τ_x - Tensão de cisalhamento sobre o solo
 ϕ_{sol} - Ângulo de atrito interno do solo
 j_x - Deslocamento por cisalhamento na região do contato pneu-solo
 K - Módulo de deformação por cisalhamento
 θ_e - Ângulo de entrada no solo
 θ_s - Ângulo de saída no solo
 θ_m - Ângulo de tensão máxima no solo
 C_{α} - Constante empírica para calculo de ângulo de tensão máxima
 C_{β} - Constante empírica para calculo de ângulo de tensão máxima
 α_{velo} - Ângulo entre as velocidades absoluto e radial do pneu
 σ_{nfront} - Tensão normal frontal do pneu
 τ_{max} - Tensão de cisalhamento máxima sobre o solo
 σ_{nsaida} - Tensão normal saída do pneu
 α_{velo} - Ângulo entre as velocidades absoluto e radial do pneu
 τ_{nfront} - Tensão cisalhamento frontal do pneu
 τ_{nsaida} - Tensão cisalhamento saída do pneu
 i_s - Deslizamento longitudinal da roda rebocada
 v_s - Velocidade de fluxo da roda rebocada
 k_v - Coeficiente de proporção da velocidade de fluxo
 v_{jx} - Velocidade do deslocamento por cisalhamento da roda rebocada
 R_c - Resistência a compactação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS	20
1.2	MOTOR E SISTEMA DE TRANSMISSÃO	21
1.3	INTERAÇÃO RODAS E TERRENO	26
1.3.1	MODELOS DE PNEU ELÁSTICO E SOLO RÍGIDO	27
1.3.2	MODELOS DE PNEU RÍGIDO SOLO DEFORMÁVEL	28
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	31
3	MODELAGEM DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO	34
3.1	DINÂMICA LONGITUDINAL	34
3.2	MODELAGEM DA FUNÇÃO CVT	36
3.2.1	POLIA MOTORA	36
3.2.2	POLIA MOVIDA	39
3.2.3	CORREIA	40
3.2.4	RESTRICÇÕES GEOMÉTRICAS	40
3.3	TEORIA DE JULIEN	41
3.4	FORMULA MÁGICA DE PACEJKA	43
4	TERRAMECÂNICA	45
4.1	MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DO TERRENO	45
4.1.1	TERRENO ELÁSTICO	45
4.1.2	TERRENO PLÁSTICO	48
4.1.3	MODELO SEMI-EMPIRICO DE BEKKER	49
4.2	EQUAÇÕES DE MOVIMENTO	56
4.3	PNEUS COM GOMOS/RANHURAS	58
4.3.1	MODELO DE IRANI-BAUER-WARKENTIN	60
4.3.2	EFEITO BULLDOZER	64
4.3.3	EFEITO BULLDOZER NA MODELAGEM DA INTERAÇÃO PNEU-SOLO	67
4.4	PROJETANDO E ESCOLHENDO AS RANHURAS NO PNEU	70
4.4.1	FORMATO GEOMÉTRICO	71
4.4.2	ESPAÇAMENTO ANGULAR ENTRE RANHURAS	73
4.4.3	ALTURA DAS RANHURAS	75
4.4.4	OUTRAS CONFIGURAÇÕES DE RANHURAS	76
5	MODELAGEM E RESULTADOS	79
5.1	MODELO DE JULIEN	79

5.2	FÓRMULA MÁGICA	83
5.3	MODELO PNEU-RÍGIDO SOLO DEFORMÁVEL SEM RANHURAS	86
5.4	MODELO PROPOSTO	90
5.4.1	DETERMINANDO A POSIÇÃO ANGULAR DAS RODAS	94
5.4.2	NOVO MODELO VS MODELO DE BEKKER	95
5.4.2.1	COMPARANDO OS MODELOS SEM A HIPÓTESE EQUILIBRIO QUASI ESTÁ- TICO	96
5.4.3	RESULTADOS DO MODELO PROPOSTO ACOPLADO À DINÂMICA LONGITUDINAL	100
5.5	COMPARATIVO DE RESULTADOS	103
6	CONCLUSÃO	105
	REFERÊNCIAS	106

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação e Objetivos

Veículos *off-road* monotripulados são extensivamente utilizados no mundo todo para fins de entretenimento e em competições de rally. A modelagem do sistema de transmissão desse tipo de veículo é um grande desafio, pois em diversas situações as premissas de projeto não se encaixam em situações que os pilotos enfrentam, dado a grande variedade de terrenos que pode-se encontrar, desde solos arenosos até argilosos, terra-batida, chuva e até neve, o que pode tornar o sistema de transmissão sub ou superdimensionado. Dessa forma, modelar a interação pneu-solo é essencial para se obter projetos adequados. Evidentemente, não é possível obter um projeto que seja preciso em todas as situações possíveis, mas é possível tornar a modelagem mais precisa para as condições de muita lama, ou areia, através de adequação os parâmetros de solo e pneu. Saber como esses tipos de terreno afetam o sistema de transmissão do veículo, pode permitir que se configurem *set-ups* para cada tipo de terreno, permitindo uma utilização ótima.

Neste trabalho busca-se comparar as modelagens de pneu-solo como a Fórmula Mágica dada em (1) e o modelo de Julien descrito em (2), com abordagem de solos não rígidos de (3) e seu impacto no projeto de transmissão do veículo. Além disso, busca-se modelar o pneu do veículo com ranhuras (Figura 1) e analisar como essa abordagem se difere do modelo de pneu rígido clássico, sem ranhuras, feito com base nos trabalhos (4),(5),(6),(7),(8). O veículo é modelado utilizando um câmbio CVT, acoplado diretamente no motor em série com uma redução fixa.



Figura 1 – Pneus com ranhuras. Fonte:Compilação do autor

Ao se comparar essas abordagens, pode-se concluir as situações onde cada uma delas é melhor. Com isso constrói-se ferramentas para alterar diversos parâmetros de projeto, entre eles: CVT a ser utilizada (afetado principalmente pela faixa de redução),

redução fixa, pneu a ser escolhido, tipo de transmissão, entre outros.

1.2 Motor e sistema de transmissão

O veículo modelado possui uma Transmissão Continuamente Variável (CVT) acoplada ao motor do veículo. Após isso há uma redução fixa que multiplica o torque resultante antes de chegar às rodas, assim a faixa de valores onde a redução pode variar se torna mais ampla. Assim, o torque provindo do motor é multiplicado pelas relações de transmissão e chega as rodas, que interagem com o terreno, tendo-se como resultado as forças de tração e de resistência. Isso é melhor ilustrado na Figura 2.

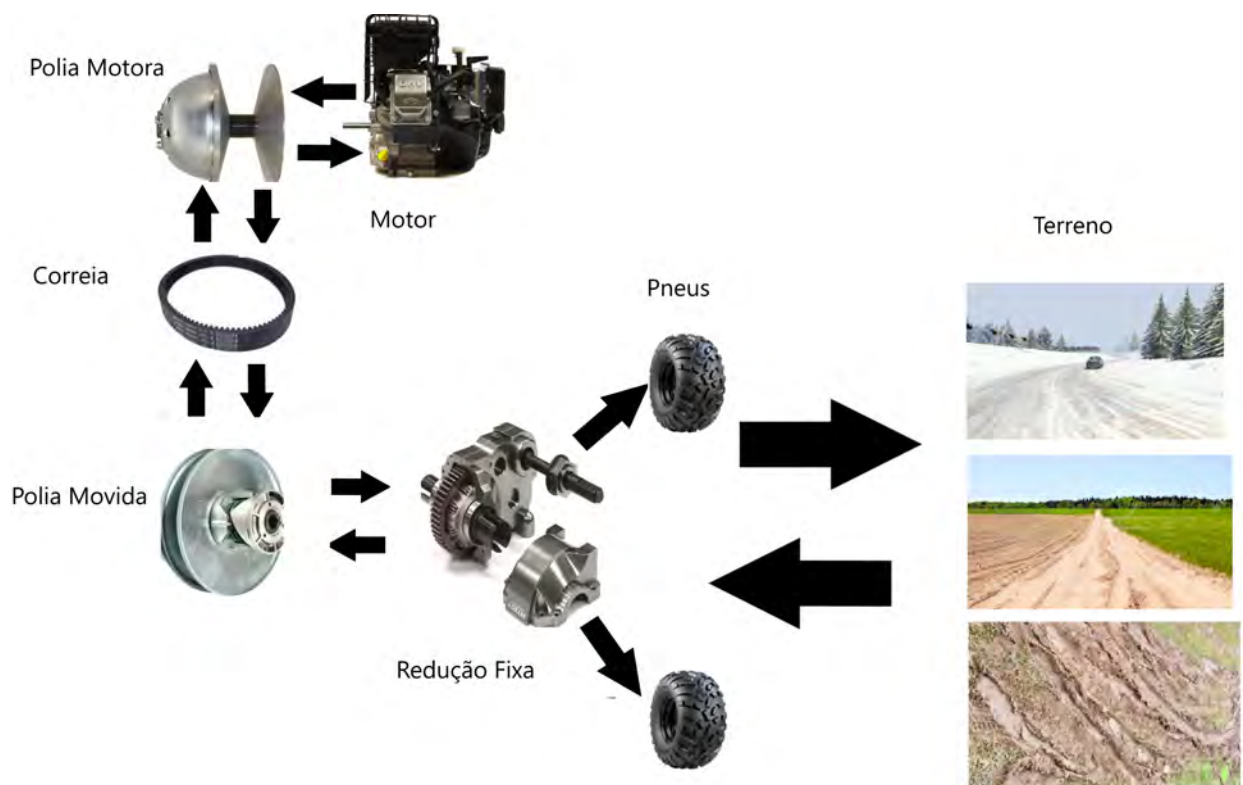


Figura 2 – Interação do sistema de transmissão com o terreno Fonte:Compilação do autor

Assim torna-se necessário conhecer os componentes que afetam o sistema de transmissão. O motor utilizado nesse trabalho é o Briggs Stratton 19 Series (Figura 3), que possui 10 HP de potência. Esse motor é padronizado em competições de veículos de BAJA e por isso será utilizado nessa modelagem, entretanto a abordagem utilizada nesse trabalho não se restringe a apenas esse motor, sendo o único fator necessário a curva de torque do motor. A curva do motor do veículo modelado é mostrada na Figura 5. Na abordagem deste trabalho o motor é considerado uma função que fornece como saída um valor de torque para uma entrada de velocidade angular. Dessa forma, não são abordados os fenômenos internos e forças existentes em seu interior. Além disso, é importante ressaltar

que o veículo foi considerado estar em WOT (*Wide open Throttle* em inglês, o que seria equivalente à em carga máxima em português), que são as condições da curva de torque fornecida pelo fabricante.



Figura 3 – Motor Briggs Stratton 19 Series 10 Hp Fonte: Briggs Stratton

O motor está acoplado à CVT, que no caso desse trabalho é do tipo polias expansíveis. Para esse tipo de CVT há três componentes principais: A polia motora, a correia e a polia movida. A interação desses três componentes possibilita a variação da relação de transmissão, uma vez que a expansão das correias muda a acomodação da correia, conforme pode ser visto na Figura 4. Os mecanismos internos da CVT permitem que essa acomodação ocorra nas regiões entre as circunferências em verde na Figura 4, como resultado, a relação de transmissão irá variar na faixa de valores permitidas por essas circunferências.

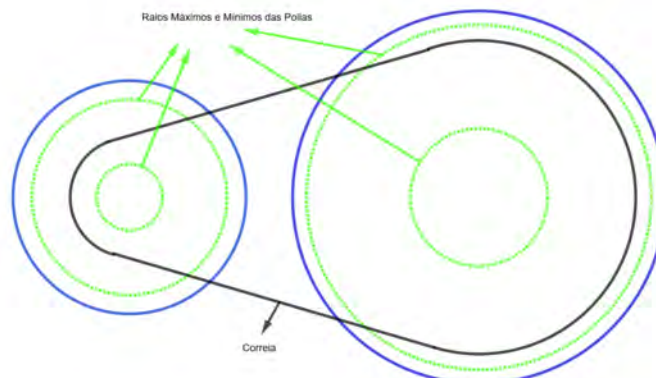


Figura 4 – Representação da posição da correia. Fonte: O autor

Essa variação tem um grande impacto na performance do veículo. Para compreender melhor o efeito da CVT na transmissão de potência de motores a combustão interna, é fundamental a análise das curvas de torque e potência do motor, mostradas na Figura 5.

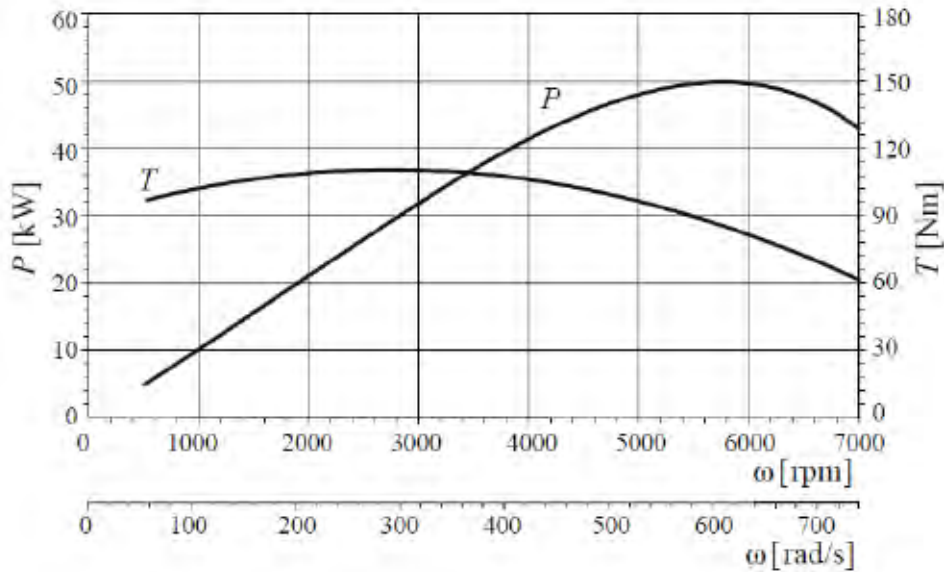


Figura 5 – Curva de Torque e potência Motor (9)

É possível observar na curva que existe um ponto de máxima potência em função da rotação do motor (ω_{max}). Assim para a CVT possuir um funcionamento voltado para máxima transmissão de potência, é interessante que a relação de transmissão varie de forma a manter a rotação do motor sempre próxima ou igual a (ω_{max}). Dessa forma obtém-se uma hipérbole a partir da relação:

$$i_{cvt}\omega_{mov} = \omega_{max} \quad (1.1)$$

Considerando que a correia não desliza, ou seja, a potência do motor não é perdida no atrito entre o prato e a correia, então a rotação da polia movida (ω_{mov}) depende apenas da relação entre os raios das polias, que nessa situação é o valor da redução (i_{cvt}).

Entretanto, os valores das relações máxima e mínima uma CVT podem variar são limitados. Para uma situação real o gráfico se aproxima do que é visto na Figura 6: Uma composição de três trechos sendo dois deles caracterizados por valores constantes de relação de transmissão e uma hipérbole. Os trechos onde a relação é constante dependem de parâmetros de fabricação da CVT. Esses parâmetros são os valores dos raios máximos e mínimos das polias motora e movida. Para pontos dentro da hipérbole a CVT multiplica o torque buscando manter a rotação do motor constante no valor objetivo. É válido notar que essa hipérbole não necessariamente correspondente à de tração ideal, uma vez só se relaciona com a velocidade objetivo do motor, enquanto a hipérbole de tração ideal é função representada pela demanda de torque do veículo em função de sua velocidade.

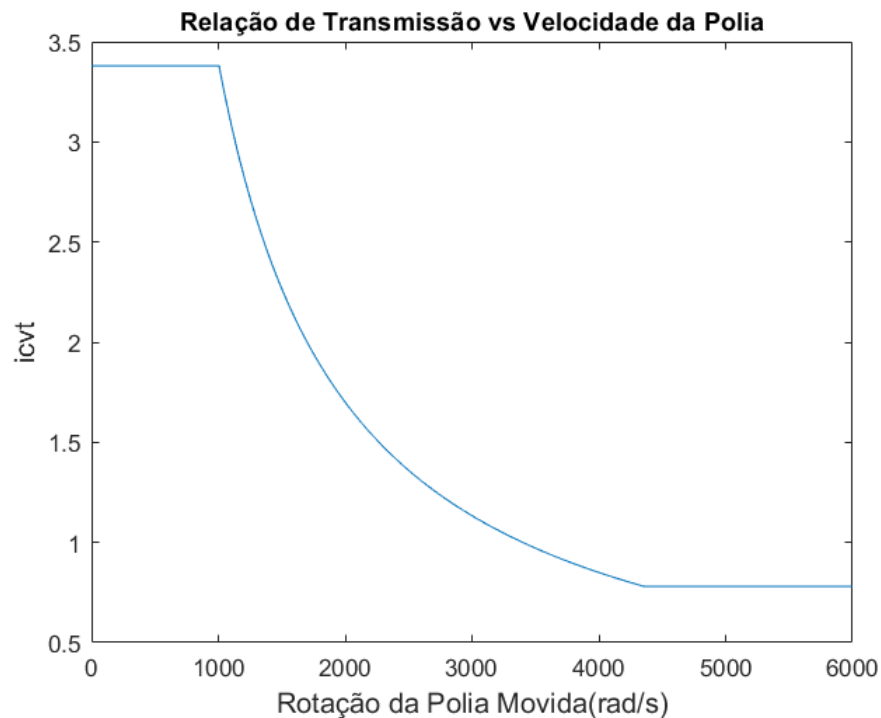


Figura 6 – Gráfico da Relação de Transmissão em função da rotação transmitida pelo motor (10)

Uma característica importante da CVT é sua contribuição para a diminuição dos níveis de emissão de poluentes, desde que se configure para que a relação de transmissão varie de forma a manter o motor na rotação que possibilite esse objetivo. Da mesma forma, é possível também reduzir consumo, desde que se ajuste para que a velocidade angular seja na região de menor consumo de combustível.

Além disso, há também contribuição para a diminuição dos efeitos bruscos de interrupção de potência na troca de marchas em relação a veículos de transmissão manual e automatizadas, uma vez que na CVT, ao contrário de veículos com câmbio manual ou sequencial, essa variação é mais lenta e ocorre de forma contínua. Isso é evidenciado no gráfico da Figura 7 onde é possível verificar a diferença em relação ao torque que idealmente seria transmitido, que caracteriza a hipérbole de tração ideal, e o torque transmitido para cada marcha.

A CVT permite que o motor tenha uma transmissão de potência contínua para as rodas, o que possui grande impacto no desempenho do veículo, principalmente em situações de aceleração.

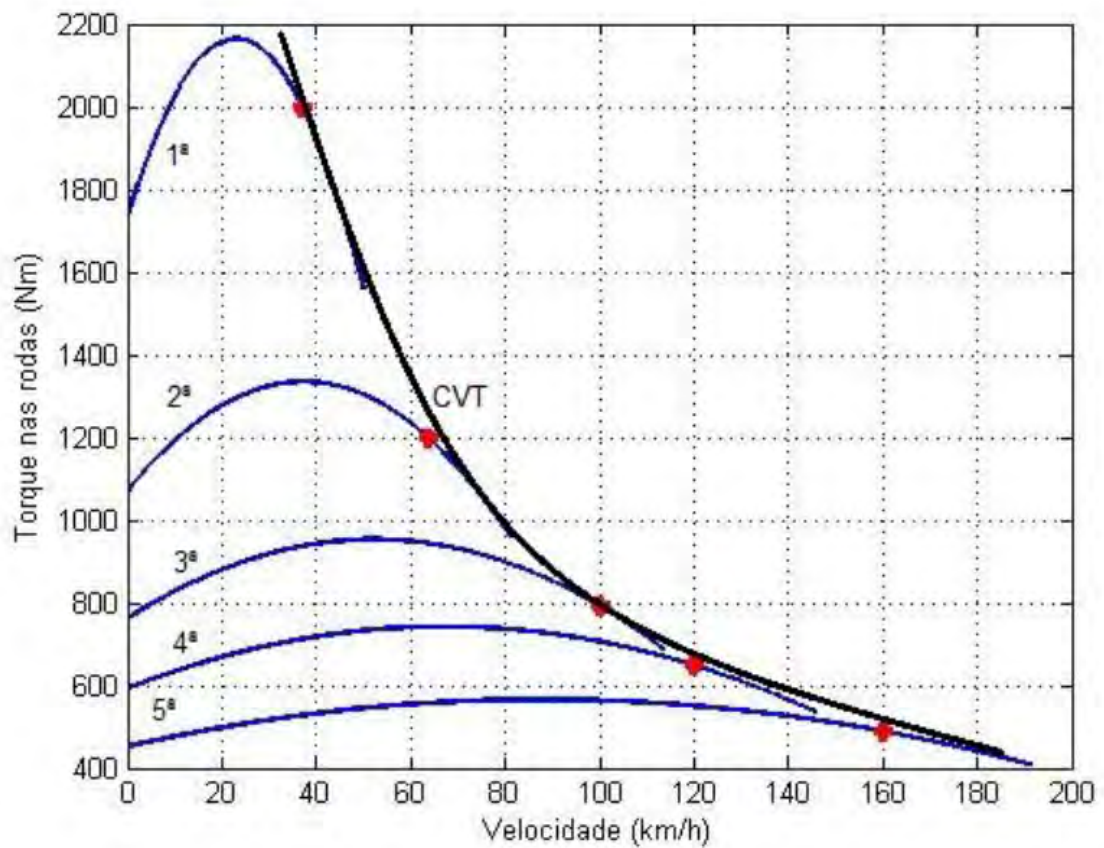


Figura 7 – Gráfico da Hipérbole de tração ideal (11)

Por fim, há a redução fixa que nesse trabalho é dada por uma caixa de engrenagens (Figura 8) que multiplica o torque de saída na CVT por um valor fixo. Esse tipo de redução é muito comum em veículos de tipo BAJA, devido a sua grande eficiência.



Figura 8 – Exemplo de redução fixa como a utilizada na modelagem. Fonte:Fórum BAJA SAE

Além disso, acoplar esse tipo de transmissão à uma CVT tem como resultado um efeito de ampliação na região onde a relação de transmissão pode variar. Isso é mostrado na Figura 9. Para o caso de redução fixa com valor maior do que 1 tem-se um efeito negativo, pois a redução mínima aumenta de valor, tornando a velocidade máxima do veículo menor. Já para redução fixa menor que 1, ocorre o efeito contrário, que diminui o torque máximo que pode ser transmitido as rodas. Em veículos de BAJA, onde não há grande preocupação com a velocidade máxima, se utiliza uma redução maior do que 1 em série com a CVT.

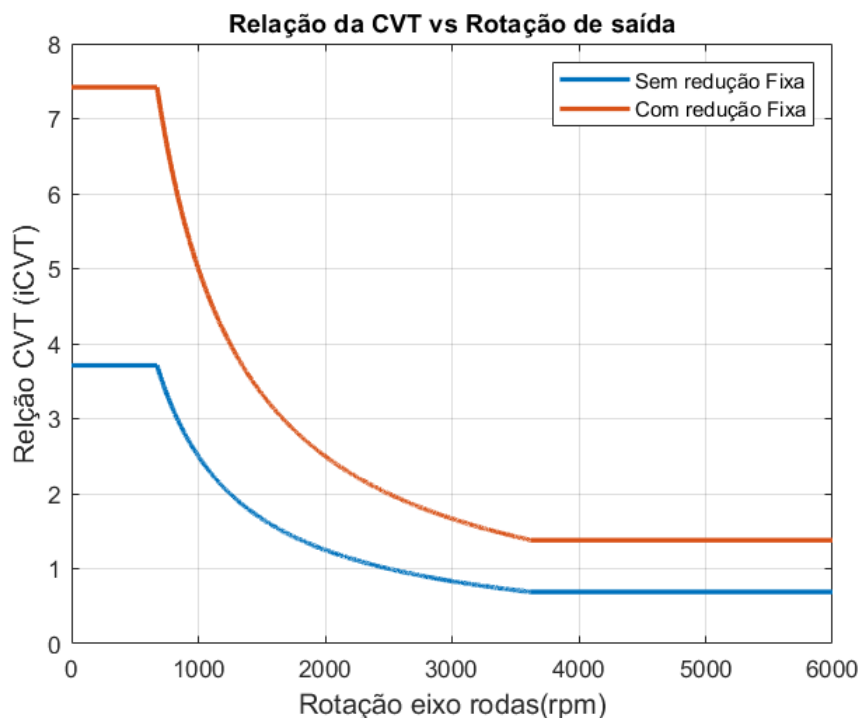


Figura 9 – Gráfico da Hipérbole da CVT quando acoplada à uma redução fixa

O veículo modelado não possui diferencial, sendo o torque de saída da caixa de redução idêntico ao torque direcionado para as rodas.

1.3 Interação Rodas e Terreno

Segundo (4) para fins de modelagem da interação entre pneu e terreno, pode-se abordar o problema baseado na rigidez do solo e do pneu. Isso divide o problema em 4 situações:

- Ambos rígidos, situação onde a força que teria influência sobre a aceleração do veículo seria exclusivamente a força de atrito.
- Terreno rígido e pneu elástico.

- Terreno deformável e pneu rígido.
- Terreno e pneu deformáveis.

Nesse trabalho aborda-se o caso de terreno rígido e pneu elástico através dos modelos de Julien e da Fórmula Mágica e também de terreno deformável e pneu rígido através do modelo semi empírico de Bekker.

1.3.1 Modelos de Pneu Elástico e solo rígido

Foram desenvolvidos vários tipos de modelos de pneu elástico durante o século XX (12). A grande dificuldade da modelagem dessa interação é devido ao grande número de fatores que influenciam os valores da força longitudinal, além das não uniformidades no pneu e nas superfícies.

Uma das modelagens usadas nesse trabalho é o chamado modelo de Julien, apresentado em (13), que possui como vantagem a menor quantidade de parâmetros empíricos utilizados, o que torna a abordagem menos dependente de testes. Entretanto, essa generalidade prejudica a precisão do modelo, já que os coeficientes não são exatamente os mesmos para todos os pneus.

Além disso, também aborda-se o modelo da Fórmula Mágica de Pacejka (1). Esse modelo inicialmente não foi idealizado para prever o comportamento do pneu, mas sim para demonstrar a variação da força de tração e do momento de auto alinhamento dos pneus em função do deslizamento longitudinal e do ângulo de deslizamento (12).

O modelo da Fórmula Mágica foi originalmente proposto em (14), que segundo os autores haviam duas possibilidades para matematicamente modelar a curva em função do deslizamento: A utilização de séries polinomiais ou de Fourier, que utilizaria muitos coeficientes para adequar a curva com os dados experimentais, ou a utilização de uma fórmula que tivesse uma "função especial". No trabalho é descrito a forma como Egbert Bakker e Lars Nyborg (Engenheiros da Volvo na época) e Hans B. Pacejka chegaram à chamada Fórmula Mágica (Rascunhos do papel mostrados na Figura 10), que foi um trabalho conjunto entre a fabricante de veículos sueca Volvo e Universidade de Tecnologia de Delft, da Holanda.

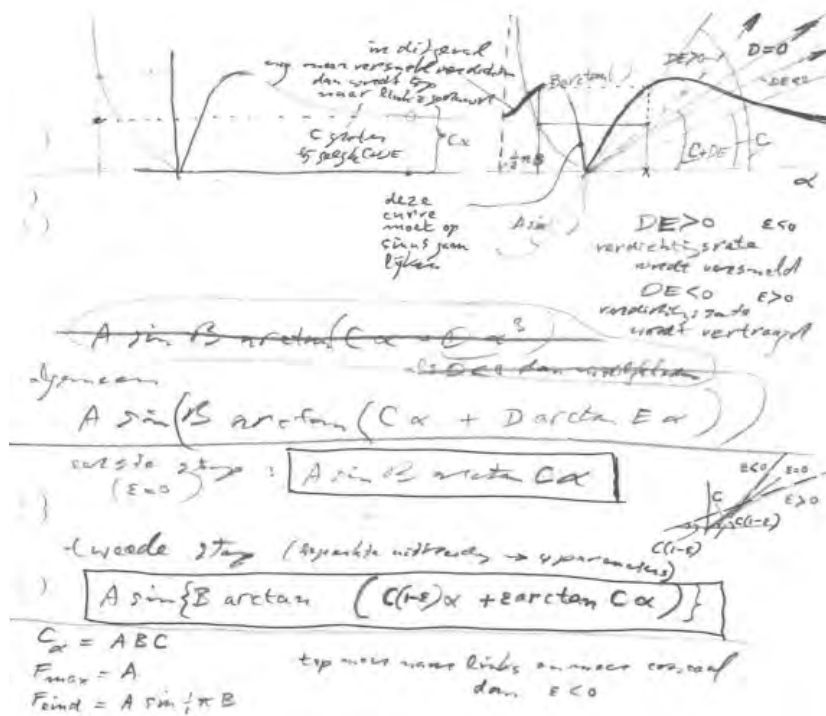


Figura 10 – Rascunho do papel de onde foi idealizada a Fórmula Mágica (15)

O modelo da Fórmula Mágica possui grande aceitação principalmente devido aos testes realizados pela fabricante de pneus Michelin, que o validaram ao utiliza-lo para descrever a forças do pneu em deslizamentos combinados (16).

1.3.2 Modelos de Pneu Rígido Solo Deformável

Os trabalhos do professor Mieczysław G. Bekker (Figura 11) são a principal referência em abordagens que consideram o solo deformável. Seus trabalhos principais incluem (4) e (5). Bekker trabalhou pelo Exército canadense durante a Segunda Guerra Mundial e após isso continuou suas pesquisas pela Universidade de Michigan. Posteriormente ele ingressou na General Motors, onde seu trabalho possibilitou que a GM ganhasse o contrato com a NASA para o desenvolvimento do *Lunar Rover Vehicle*(Figura 12), usado nas missões Apolo 15, 16 e 17.



Figura 11 – Mieczysław G. Bekker(1905–1989) Fonte:Alcheron.com

As abordagens utilizando pneu rígido e solo deformável são adequadas para veículos percorrendo superfícies não previamente percorridas o que é exatamente o caso do *Lunar Rover Vehicle* na Lua. Na abordagem de Bekker as deformações no pneu são consideradas desprezíveis frente as deformações do solo, o que tem como resultado que as forças de tração e de resistência ao veículo são decorrentes das tensões existentes entre as partículas do solo e o pneu.



Figura 12 – *Lunar Rover Vehicle* Fonte:NASA

Para modelar essas interações, são utilizados diversos fatores experimentais, ao mesmo tempo em que há modelagem dos fenômenos físicos. Devido a isso, a abordagem de Bekker é chamada de semi-empírica.

Apesar do modelo de Bekker ser extensivamente utilizado, ele ainda apresenta algumas falhas. Uma das principais é não conseguir equacionar o efeito de tração em pneus que possuem ranhuras, apesar de alguns autores considerarem que o único benefício é o

aumento do raio efetivo do pneu, o aumento observado nas forças de tração é maior do que o que seria previsto utilizando as equações de Bekker e apenas aumentando o valor do raio.

Pesquisas no desenvolvimento de modelos matemáticos de ranhuras, além de buscas por geometrias mais efetivas de ranhura e ,inclusive, ranhuras mecanicamente ativáveis são lideradas em grande parte pela Agência espacial Norte-americana(NASA). Esse maior investimento veio nos últimos 15 anos, principalmente depois do incidente com o veículo de exploração de marte (Mars Rover) "Spirit", que ficou presa em um banco de areia e não se moveu desde então (17). Antes disso, a Mars Rover irmã da "Spirit", a "Opportunity" já havia enfrentado problemas semelhante em 2005, conseguindo sair após mais de 5 semanas de trabalho (18).

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Apesar do principal foco do trabalho ser a modelagem da interação pneu-solo, para que se possa cumprir o objetivo de otimizar um projeto de transmissão de um veículo off-road monotripulado, tornam-se necessárias modelagens de transmissão e Motor.

Para a modelagem de transmissão e motor integrados utiliza-se como referencia os trabalhos de (19),(2). O primeiro também possui abordagem detalhada do fenômeno de interação pneu-solo para solos rígidos através do modelo de Julien, sendo utilizado para efeitos de comparação com os modelos da terramicínica e o segundo por ser uma utilização dessa modelagem para a otimização de um sistema de transmissão para um veículo off-road monotripulado. Ambos fazem modelagem do motor em WOT (*Wide Open Throttle*), ou seja, motor em plena carga. Utiliza-se a curva de torque do motor para modelar o comportamento do carro.

A transmissão mais popular em veículos de Baja e a CVT, amplamente utilizada nessa competição. (10) realiza uma abordagem dinâmica desse tipo de transmissão, com base em (20), mas com melhor modelagem da interação correia-polia, por não se caracterizar de estados de equilíbrio quasi-estaticos.

Além disso, esse trabalho compara outras modelagens de pneu com os modelos da terramecânica. Entre as modelagens estão: O modelo de Julien, apresentado em (10),(11),(2), a Formula Mágica de Pacejka(1), conforme os parâmetros fornecidos em (21) e em (22).

A abordagem em relação ao fluxo de potência do veículo e os efeitos da transmissão são melhores detalhados em (23), (9) e (24).

Os trabalhos de Bekker(4),(5) nas décadas de 50 e 60 são a principal referência em modelos da terramecânica, modelando a pressão de afundamento dependendo de um expoente de afundamento, semelhante ao realizado por (25). (26) cita essas abordagens e (27) foca especificamente em veículos off-road trafegando locais que não foram previamente trafegados. (3) é uma referência quanto a modelagem completa do veículo, por ter como foco uma abordagem do comportamento dinâmico, além de ser a principal fonte de dados utilizados para se modelar o veículo, junto a (28). O trabalho de (29) apresenta maiores detalhes sobre o procedimento de caracterização de solos através de bevômetros, essenciais para a modelagem dinâmica do veículo. (30) apresenta uma versão de modelagem da terramecânica para solos previamente trafegados.

(31) apresenta abordagem nova em relação a pressão de afundamento, com base em (32), (33), desenvolvido pelos mesmos autores previamente. Esse modelo possibilita equacionar o caráter oscilatório observado em experimento onde pode-se considerar o solo

deformável e pneu rígido com ranhuras. Essa abordagem é focada para o caso de veículos leves e apresenta bons resultados para determinados valores de entrada, mas imprecisa em relação à outros. Esse modelo é muito dependente de parâmetros experimentais, estudos como (34) buscam o desenvolvimento os aparelhos de medição dos fenômenos de cisalhamento e tensão normal e podem contribuir para que os modelos se tornem mais precisos.

Apesar de apresentar bons resultados, a dependência de parâmetros experimentais e a falta de valores disponíveis na literatura, o modelo de (31) é de difícil modelagem para o veículo proposto. Nesse trabalho foi considerado o efeito de escavadeira (bulldozer em inglês) para a modelagem da interação entre a ranhura e solo na longitudinal. Esse efeito também é utilizado para modelar as forças laterais de veículos em solos deformáveis, como (35). Para calcular esse efeito o equacionamento da resistência passiva do solo é necessário. (36), com base nas equações diferenciais parciais apresentadas em (37) desenvolveu uma série de gráficos e tabelas visando facilitar a obtenção dos resultados.

Calculando-se a contribuição do efeito bulldozer de forma separada, além do cisalhamento do solo e tensão normal utilizando as equações de Bekker e de Janosi-Hamamoto (8) desenvolveu-se o modelo proposto de forma semelhante à (38), mas com o foco em veículos sobre rodas e não de veículos sobre lagartas.

Ainda não há muitas conclusões e explicações definitivas para o porquê da melhora da força trativa da presença de ranhuras, (39) apresenta evidências que a maior parte desse efeito está pela diminuição da resistência a compactação. Já (40) conclui que o aumento no tamanho das ranhuras tem efeito positivo na força de tração do veículo, uma das razões prováveis é o maior valor de força de tração de pico, mostrado por (41). Enquanto isso, (42) apresenta estudos evidenciando que o aumento no número de ranhuras tem como resultado o aumento da força de tração.

(26) afirma que há um limite para esse aumento, uma vez que se o espaço de ranhuras for tão pequeno que o solo não consiga falhar naquele espaço, então o único benefício consistiria no aumento do raio efetivo da roda, essa afirmação é confrontada por (43), onde se observa que mesmo para situações com espaços entre ranhuras menor que a distância de ruptura, mas os efeitos benéficos da ranhuras foram maiores ainda. Os autores teorizam que isso ocorre devido ao cisalhamento provavelmente ocorrer em áreas mais profundas do solo, o que poderia mudar o cálculo da distância de ruptura, além de enfatizarem que isso pode ser uma particularidade para o caso de veículos leves.

As pesquisas sobre possíveis otimizações no projeto de rodas são alvos de muitas pesquisas da Agência Espacial Americana (NASA), financiadora dos trabalhos de (44),(45),(46) e (47) que possuem o foco principal nesse âmbito de avaliação de melhorias possíveis nos projetos de rodas de veículos de exploração espacial. O governo japonês também financiou projetos relacionados a exploração espacial, como (48) que busca uma

maneira de determinar o ângulo de repouso em situações de gravidade diferente da terra, utilizando o método de elementos discretos. Além dos projetos da NASA (49) avalia o possível efeito de uma ranhura assistiva na força de tração do veículo.

3 MODELAGEM DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO

O sistema de transmissão a ser modelado nesse trabalho considera um veículo com uma transmissão CVT com uma redução fixa acoplada a fim de aumentar a faixa de valores de redução do sistema de transmissão. Esse tipo de modelo de transmissão é muito popular em veículos BAJA, que se encaixam na descrição de veículos *off-road* e devido à maior facilidade de obtenção de parâmetros de projeto, é o tipo de veículo modelado nesse trabalho.

3.1 Dinâmica Longitudinal

Para uma modelagem adequada do comportamento do veículo em situação de linha reta (Dinâmica Longitudinal) é importante avaliar as forças atuantes no sistema a fim de determinar a aceleração do veículo com base na segunda lei de Newton. As forças de resistência que atuam no veículo incluem a força de tração fornecida pelos pneus (F_t), a resistência ao rolamento R_{rol} ($R_{r1} + R_{r2}$), o arrasto aerodinâmico (R_d), e a resistência dada pela gravidade (R_{rampa}). O diagrama de forças do veículo está representado na Figura 13.

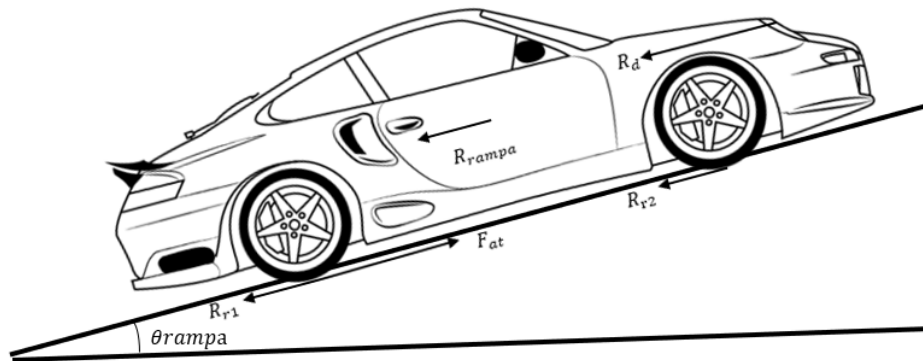


Figura 13 – Forças de Resistência Atuando no Veículo (10)

Dessa forma pode-se modelar a equação de movimento do veículo como:

$$F_t - R_{rol} - R_d - R_{rampa} = m_t a \quad (3.1)$$

A resistência ao rolamento deriva da deformação do formato circular do pneu. No caso de veículos de passeio, a distribuição de pressão sobre o solo não é uniforme, fazendo com que se produza um momento contra o rolamento. Além disso, também envolve a perda de energia durante a deformação da borracha (10). Nesse trabalho será modelada

conforme Jazar(9), desprezando a variação do coeficiente de resistência ao rolamento μ_r , em função da velocidade devido a natureza de veículos off-road de BAJA não atingirem velocidades superiores a $100Km/h$ nas condições impostas:

$$R_{rol} = \mu_r W \quad (3.2)$$

O parâmetro μ_r , varia de acordo com o terreno, enquanto W corresponde a carga sobre o pneu.

O arrasto provém das forças de atrito com ar e as diferenças de pressão entre as regiões posteriores e anteriores do veículo. É calculada pela expressão a seguir:

$$R_d = \frac{1}{2} \rho_{ar} C_d A v_{ar}^2 \quad (3.3)$$

Onde ρ_{ar} representa a densidade do ar, C_d o coeficiente de arrasto, A a área frontal projetada e v_{ar} a velocidade relativa ao vento. É adotada a hipótese de não haver vento, sendo assim a velocidade relativa ao ar é a própria velocidade do veículo.

O fator R_{rampa} deriva da projeção do peso no sentido de deslocamento longitudinal.

$$R_{rampa} = W \sin(\theta_{rampa}) \quad (3.4)$$

O valor θ_{rampa} corresponde o ângulo equivalente a inclinação do terreno.

A rotação da roda é impactada pelo torque no eixo traseiro, calculada pela expressão a seguir:

$$T_{rodas} - r_p F_t - r_p R_{rol} = J \dot{\omega}_{rodas} \quad (3.5)$$

T_{rodas} representa o torque no eixo das rodas, r_p o raio dinâmico do pneu, J o momento de inércia do eixo das rodas e $\dot{\omega}_{rodas}$ a aceleração angular do eixo das rodas e F_t a força de tração nas rodas.

$$T_{rodas} = F(T_{Motor}, \dot{\omega}_{rodas}, T_{resistencias}) i_{red} \eta_{red} \quad (3.6)$$

T_{Motor} corresponde ao torque fornecido pelo motor, já $T_{resistencias}$ ao torque derivado das forças de resistência aplicadas a roda multiplicados pelo inverso do valor da redução secundária(i_{red}) e por sua eficiência η_{red} . A função $F(T_{Motor}, \dot{\omega}_{rodas}, T_{resistencias})$ representa a modelagem da CVT em MATLAB realizada conforme (10), e sua saída representa justamente o torque fornecido pela CVT à transmissão secundária. Isso é melhor representado pela Figura 14.

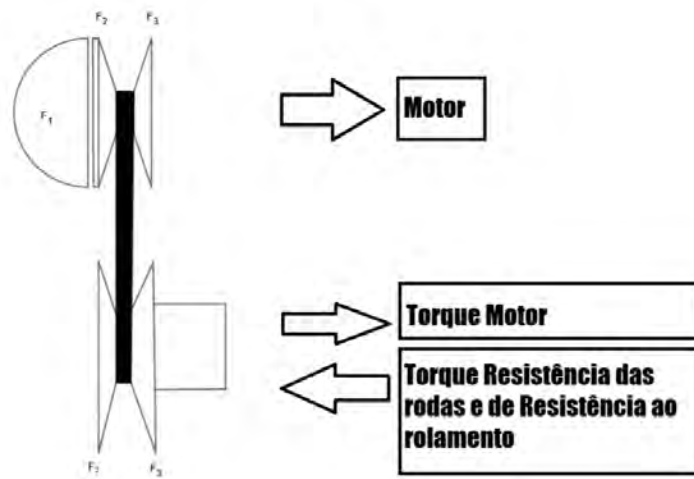


Figura 14 – Representação da Função CVT (10)

3.2 Modelagem da Função CVT

A modelagem da CVT é de acordo com o modelo de (10), e busca equacionar o funcionamento desse tipo de transmissão de forma mais precisa em relação a outros modelos, a exemplo de (2).

3.2.1 Polia Motora

O movimento de expansão/fechamento das polias da CVT ocorrem conforme as forças de contato entre correia e polia, provocam a alterações dos raios de acomodação da correia nas polias, assim variando a relação de transmissão. Entretanto, a normal é só um efeito que transmite as causas de variação no raio, que são: A demanda de torque do veículo e o torque fornecido pelo motor. No caso da Polia Motora, seu movimento está intimamente relacionado com o torque provindo do motor, uma vez que o aumento de sua rotação provocará o uma aceleração na correia, que através das forças de contato, transmite esse efeito para a polia movida, que por sua vez vai transmitir a correia os torques de resistência provindos da interação com o terreno. No caso da CVT modelada nesse trabalho, o mecanismo que permite a expansão/contração trata-se de massas (roletes), que possuem o braço com uma mola de torção no seu ponto central. Na figura 15 é possível notar o funcionamento do mecanismo de expansão da polia, que varia o seu raio devido a inércia das massas.

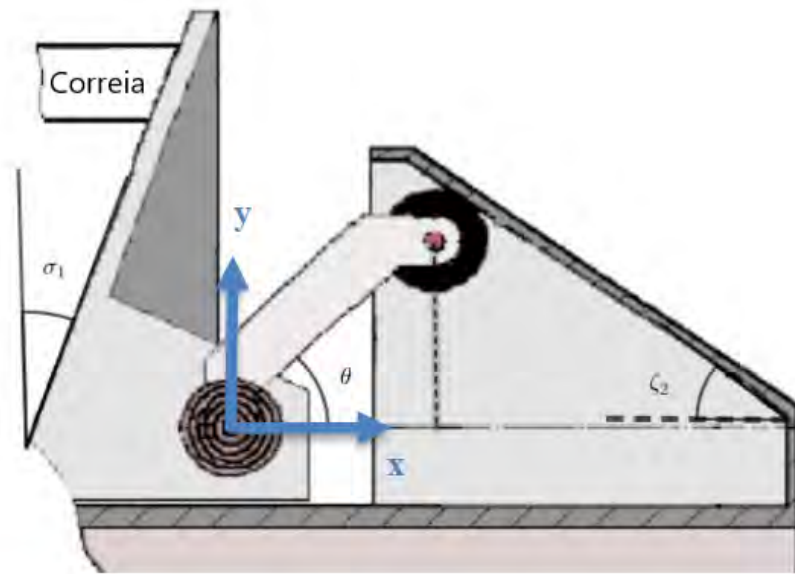


Figura 15 – Componentes da Polia Motora(10) MODIFICADA

Analizando as coordenadas do vetor posição do rolete, com base na Figura 15 e na Figura 16.

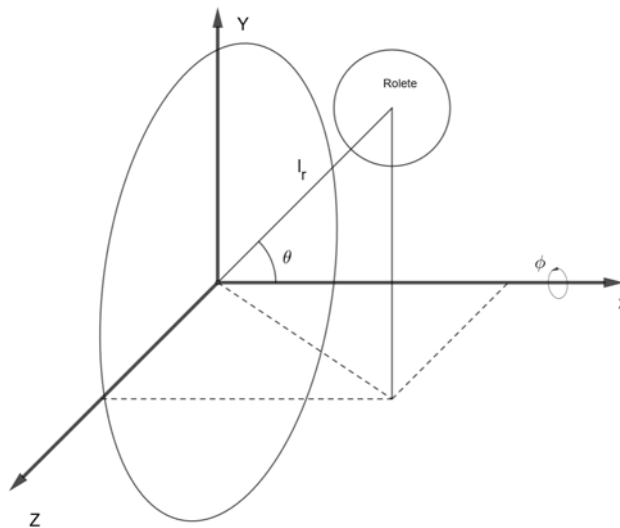


Figura 16 – Determinação da posição do rolete

$$\vec{r}_p = [l_r \cos(\theta), l_r \sin(\theta) \cos(\phi), l_r \sin(\theta) \sin(\phi)]^T + [x_{p1}, 0, 0]^T \quad (3.7)$$

Sendo: l_r é o tamanho do braço do rolete, θ o ângulo do rolete com o eixo onde ocorre o deslocamento axial da Polia Motora, ou seja, o ângulo com o deslocamento axial da Polia Motora (x_{p1}).

O mecanismo da Polia Movida é analisado pelas equações de Lagrange, e são modelados 2 corpos no caso da polia motora, o rolete e o próprio disco da polia motora. A equação de Lagrange para uma coordenada generalizada qualquer é dada por:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial x_i} = Q_i \quad (3.8)$$

L é dado por:

$$L = K - U \quad (3.9)$$

O termo K se refere à energia cinética e U o valor da energia potencial. Nas equações de Lagrange são incluídos termos das forças externas (Q_i) ao sistema considerado.

A Energia potencial é dada por:

$$U = \frac{1}{2}K_r\theta^2 \quad (3.10)$$

Sendo, K_r a rigidez torsional da mola do rolete.

A Energia cinética é dada por:

$$K = \frac{1}{2}I_{p1}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}m_{p1}\dot{x}_{p1}^2 + \frac{3}{2}m_r(r^2\dot{\theta}^2 + r^2\dot{\phi}^2\sin^2(\theta) - 2\dot{x}_{p1}r\cos(\theta)\dot{\theta} + \dot{x}_{p1}^2) = 0 \quad (3.11)$$

I_{p1} diz respeito ao momento de Inércia da polia, m_{p1} a sua massa e r ao raio do rolete. Deve-se enfatizar a hipótese de desprezar o momento inércia da correia, sendo irrelevante sua rotação em relação ao eixo z (Paralelo ao eixo z do referencial do carro).

As forças de contato existentes nas polias são representadas na Figura 17.

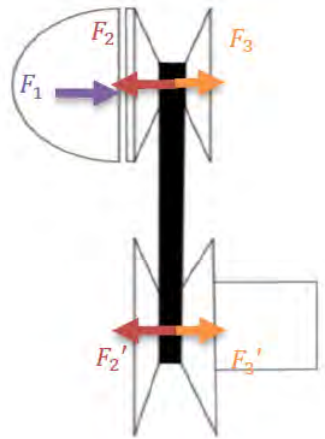


Figura 17 – Correia e forças (10) MODIFICADA

Da hipótese de se desprezar o movimento rotativo da coreia chega-se a conclusão que:

$$F_2 + F_3 = F'_2 + F'_3 \quad (3.12)$$

Os termos N_i referem-se as forças de contato existente nas Polias motora e movida. Para esse modelo, faz-se a hipótese simplificadora que:

$$F_2 = F'_2 \quad (3.13)$$

$$F_3 = F'_3 \quad (3.14)$$

Assim as equações de Lagrange do modelo são:

$$3m_r l_r^2 \ddot{\theta} - 3m_r l_r \text{sen}(\theta) \ddot{x}_{p1} - \frac{3}{2} m_r l_r^2 \text{sen}(2\theta) \dot{\phi}^2 + c_r \dot{\theta} + K_r \theta = F_1 \left(l_r \frac{\cos(\theta)}{\tan(\zeta_2)} - l_r \text{sen}(\theta) \right) \quad (3.15)$$

$$(m_{p1} + 3m_r) \ddot{x}_{p1} - 3m_r l_r \text{sen}(\theta) \ddot{\theta} = F_1 - F_2 \quad (3.16)$$

Além disso m_r é a massa do rolete, ϕ o ângulo em torno do eixo x . K_r e c_r são os valores de Rigidez e de amortecimento torsional, respectivamente. m_{p1} é o valor da massa da parte móvel da polia motora.

Os termos F_1 e F_2 são mostrados na Figura 14, e representam respectivamente, a força que o rolete exerce na polia e a força que a Polia exerce na correia.

3.2.2 Polia Movida

Conforme em Silva(10), considera-se que a transmissão de torque é amplificada pela relação entre raios i_{red} , o que é equivalente desprezar as percas por atrito cinético.

$$I_{p2} \dot{\omega}_2 = i_{red} T_{p1} - T_{res} \quad (3.17)$$

Onde, T_{res} é o torque de resistência aplicado no eixo da Polia Movida, I_{p2} o momento de inércia da Polia Movida, e ω_2 é o valor da rotação do eixo da Polia Movida. As equações em relação ao movimento axial da polia movida são feitas com base na Figura 18.

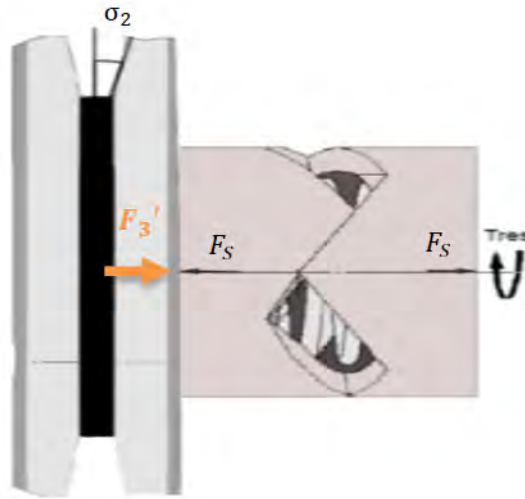


Figura 18 – Funcionamento Polia Movidada (10) MODIFICADO

A força F_{Mola} é dada conforme a equação:

$$F_{Mola} = K_{Mola}x_{p2} + F_{precarga} \quad (3.18)$$

Da segunda lei de Newton:

$$m_{p2}\ddot{x}_{p2} = F_3 - K_{Mola}x_{p2} - F_{precarga} \quad (3.19)$$

$F_{precarga}$ relaciona-se com a força previamente aplicada durante a montagem da Polia Movidada, de massa m_{p2} ao comprimir sua mola, de Rigidez K_{Mola} . O termo x_{p2} refere-se ao deslocamento axial da Polia Movidada.

3.2.3 Correia

A correia tem apenas movimento axial, dado que não é considerada a dinâmica rotacional dela. Em conjunto com a hipótese simplificadora das equações 3.18 e 3.19 tem-se a equação de movimento axial da correia (x_c).

$$m_c\ddot{x}_c = 2F_2 - 2F_3 \quad (3.20)$$

3.2.4 Restrições Geométricas

Para a polia motora é dada conforme a Figura 15, onde conclui-se que:

$$l_r \cos(\theta) + \frac{l_r \sin(\theta)}{\tan(\zeta_2)} + x_{p1} = l_r \cos(\theta_0) + \frac{l_r \sin(\theta_0)}{\tan(\zeta_2)} \quad (3.21)$$

Para correia é obtida com base na Figura 19 :

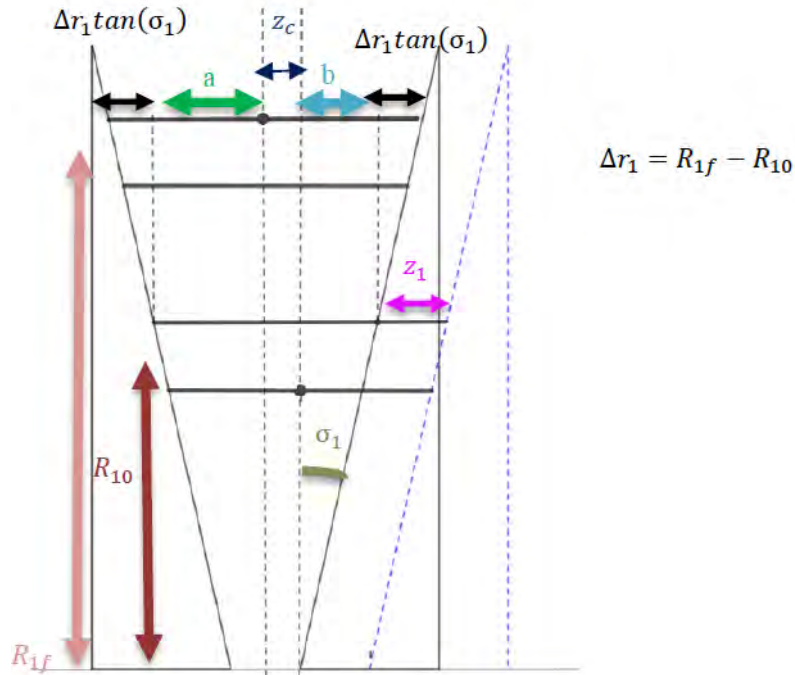


Figura 19 – Restrição geométrica da correia (10) Modificado

Supondo a correia indeformável, obtém-se a relação entre o deslocamento axial das Polias e os Raios instantâneos de abraçamento das Polias Motora(R_1) e Movida(R_2) :

$$x_{p1} = 2(R_1 - R_{1min})tan(\sigma_1) \quad (3.22)$$

Analogamente:

$$x_{p2} = 2(R_{2max} - R_2)tan(\sigma_2) \quad (3.23)$$

Os valores R_{1min} e R_{2max} , são os raios de abraçamento nas polias motora e movida no instante inicial, ou seja, no momento de maior valor da relação de transmissão. Assim, obtém-se uma relação de igualdade na variação do raio, para o caso de ângulos de cunha das polias iguais:

$$x_c = (R_1 - R_{1min})tan(\sigma_1) = (R_{2max} - R_2)tan(\sigma_2) \quad (3.24)$$

3.3 Teoria de Julien

Nesse trabalho foi modelada a teoria de Julien conforme (19). Não foi considerada a teoria expandida de Julien, por não necessitar-se computar situações de frenagem. Dessa

forma o deslizamento longitudinal é definido de forma diferente:

$$i = \left(1 - \frac{V}{\omega_p r_p}\right) \times 100\% \quad (3.25)$$

A teoria de Julien associa os valores da força de tração (F_t), com os valores do deslizamento longitudinal (i), conforme a Figura 20.

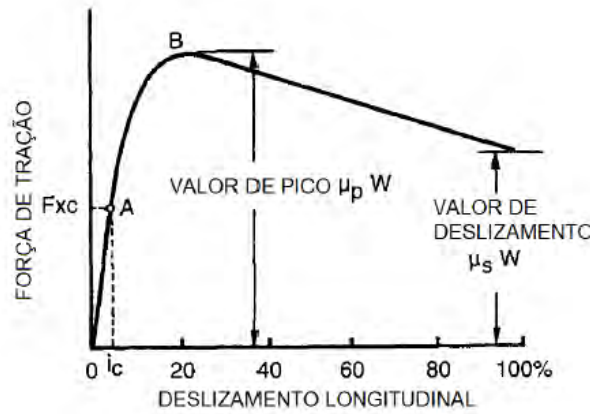


Figura 20 – Gráfico força de tração em função do deslizamento longitudinal (11)

Onde r_p é o raio do pneu em rolagem livre e ω_p a rotação do eixo final.

Na Figura 20 é possível notar que há dois trechos que são divididos pelo ponto A do gráfico. Conforme (11) a primeira parte é chamada de região de adesão, e se caracteriza por seu comportamento linear. Já a segunda de região, denomina-se região de deslizamento. Onde o valor do deslizamento longitudinal em B é denominado valor de pico, onde se obtém maior valor de força de tração.

Para a primeira região:

$$F_t = k\lambda i \left(1 + \frac{l}{2\lambda}\right) \quad \text{para} \quad i \leq \frac{\mu_p W}{lk(l + \lambda)} \quad (3.26)$$

Já para a segunda:

$$F_t = \mu_p W - \frac{(\mu_p W - lk\lambda i)^2}{2l^2 k i} \quad \text{para} \quad i \geq \frac{\mu_p W}{lk(l + \lambda)} \quad (3.27)$$

Onde μ_p é o coeficiente de aderência de pico dos pneus, l o comprimento da parte do pneu que está em contato com o solo, k é rigidez tangencial do pneu e λ uma constante

relacionada ao contato. A dedução dessas equações (observada em (11)) supõe que a área de contato do pneu com o solo retangular.

As constantes k e λ , podem ser calculadas através das equações:

$$K = \frac{2C_i}{l^2} \quad (3.28)$$

$$\lambda = \frac{\mu_p W + \sqrt{2(\mu_p - \mu_s)l^2 k}}{lk} \quad (3.29)$$

O valor de C_i corresponde a rigidez longitudinal do pneu e μ_s o coeficiente de escorregamento dos pneus.

O valor de l pode ser calculado conforme em (24), pela relação geométrica da Figura 21.

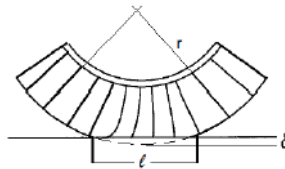


Figura 21 – Região de contato Pneu-Solo. (24)

Assim :

$$l = 2\sqrt{r_p^2 - (r_p - \delta)^2} \quad (3.30)$$

Onde δ é a deflexão vertical do pneu, ou seja, a variação do comprimento do raio do pneu devido ao peso.

3.4 Formula Mágica de Pacejka

A Fórmula Mágica de Pacejka(1) é um dos modelos mais tradicionais na indústria automotiva. Trata-se de uma abordagem empírica que modela a força de tração em função do deslizamento longitudinal, através de parâmetros experimentais, sem significado físico(21).

A formulação é dada conforme (21) onde é modelada a dinâmica Longitudinal de veículo semelhante, sendo a fórmula dada pela Equação 3.31:

$$F_t = D \operatorname{sen}(C \operatorname{arctg}(B i_{long} - E(B i_{long} - \operatorname{arctg}(B i_{long})))) \quad (3.31)$$

Onde i_{long} é o valor do deslizamento longitudinal, dado por:

$$i_{long} = \frac{\omega r_d}{v} - 1 \quad (3.32)$$

O deslizamento longitudinal é definido de forma diferente na fórmula mágica, em relação a fórmula de Julien.

Os valores de B, C, D, E foram extraídos de (22) e são dados na Tabela 1.

Parâmetros	Valor
B	198,2684
C	1,65
D	$0,7W_{pneu}$
E	0

Tabela 1 – Valores dos Coeficientes da Fórmula de Pacejka retirados de (22)

W_{pneu} é o valor da carga vertical(N) sobre o pneu.

4 TERRAMECÂNICA

4.1 Modelagem do comportamento do terreno

Entender o comportamento do terreno é essencial para modelar a dinâmica longitudinal do veículo, pois a força de tração varia de acordo com a interação entre pneu e solo. Segundo (26) são comuns as seguintes abordagens:

- Modelar o terreno como um meio Elástico, o que é especialmente útil para estudar compactação do solo e os danos ao terreno devido ao tráfego de veículos.
- Modelar o terreno como um perfeitamente plástico segundo a teoria do equilíbrio plástico, o que tem aplicação para se modelar a tração desenvolvida por veículos *off-road* .

Os modelos que normalmente são utilizados apresentam algum tipo de idealização do comportamento do terreno. Apesar delas serem importantes para entender o fenômeno físico na interação pneu solo, elas possuem algumas limitações: A teoria do equilíbrio plástico, por exemplo, só pode ser aplicada quando em um terreno denso com a carga veicular não excedendo um determinado valor. Já a teoria do equilíbrio plástico tem problema em prever o afundamento do veículo devido a carga normal ou o seu *slip*. Nessas modelagens o terreno é equacionado com base no estado crítico do solo, o que permite prever a tensão e deformação do solo.

4.1.1 Terreno Elástico

Apesar de não ser o foco desse trabalho, alguns conceitos da modelagem do terreno como meio elástico são muito importantes para entender a interação veículo-solo. Esse tipo de modelagem é ideal para um terreno mais denso, como areia compacta sobre condições que não superam o ponto A da Figura 22. Pensar no terreno como um meio elástico em conjunto com a teoria clássica da elasticidade é uma forma de prever os efeitos do solo no desempenho do veículo (26).

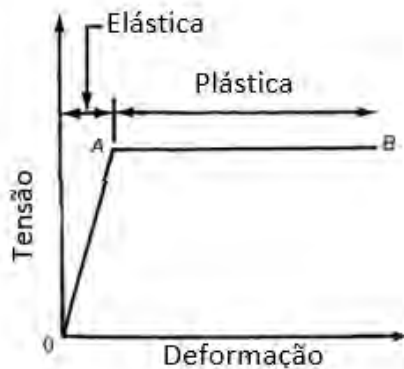


Figura 22 – Região plástica e elástica em função da tensão e deformação do solo (26) MODIFICADO.

Supondo que o meio da figura 23 é isotrópico e elástico sujeito a carga pontual na superfície, para se calcular a distribuição de tensão para um meio semi-infinito pode-se utilizar a Equação de Boussinesq para prever essa tensão.

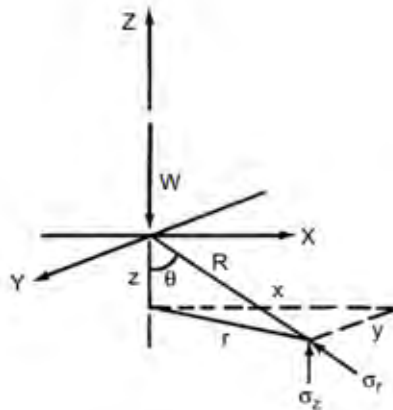


Figura 23 – Carga pontual atuando sobre o solo (26) MODIFICADO).

Nesse sistema de referência os eixos x e y representam a superfície do solo e o sentido negativo de z o afundamento. Seguindo as condições citadas previamente, a equação de Boussinesq será dada por:

$$\sigma_z = \frac{3W}{2\pi[1 + (r/z)^2]^{5/2}z^2} \quad \text{onde} \quad r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad R = \sqrt{z^2 + r^2} \quad (4.1)$$

Assim para uma distribuição de cargas na superfície em uma região circular, conforme a Figura 24 modelando-se que carga vertical W , é distribuída em uma determinada

região através de uma região através da relação $dW = p_0 dA = p_0 r dr d\theta$:

$$\sigma_z = \frac{3p_0}{2\pi} \int_0^{r_0} \int_0^{2\pi} \frac{r dr}{2\pi[1 + (r/z)^2]^{5/2} z^2} \quad (4.2)$$

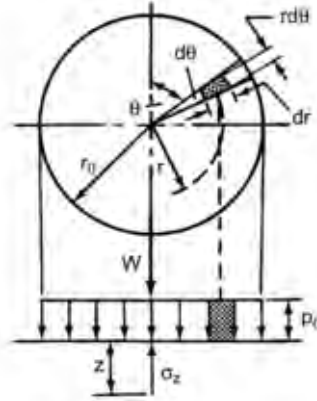


Figura 24 – Região onde atua a carga vertical (Figura reproduzida de (26) retirada de (4))

Como resultado:

$$\sigma_z = \frac{W}{\pi r_0^2} \left[1 - \frac{z^3}{(z^2 + r_0^2)^{3/2}} \right] \quad (4.3)$$

Dependendo das condições do terreno a distribuição de tensões no terreno pode variar da prevista através da equação de Boussinesq (25), pois há uma tendência da carga ser concentrada no eixo central da área sob carga.

Embasado em fatores empíricos (25) modifica a equação de Boussinesq para:

$$\sigma_z = \frac{\nu W}{2\pi z^2} \cos(\theta)^\nu \quad (4.4)$$

O fator ν é chamado fator de concentração e é baseado em fatores experimentais e depende do tipo do terreno e os componentes da mistura. Para terreno duro e seco tem valor 4, já para solo molhado pode chegar a 6. Na Figura 25 observa-se como o fator de concentração afeta a distribuição de carga.

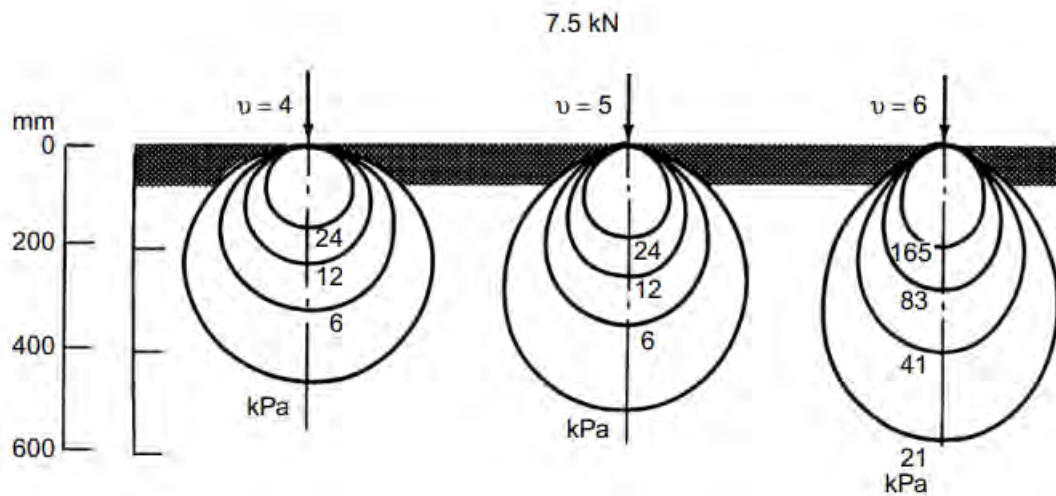


Figura 25 – Distribuição de carga radial (26) MODIFICADO

A modelagem do terreno como meio elástico é útil para modelar diferentes condições de pressão na região de contato, mas possui limitação de carga máxima (26).

4.1.2 Terreno Plástico

Para cargas mais altas o comportamento do solo se aproxima do estado plástico da matéria. Nesse estado qualquer ínfimo aumento de tensão causa uma grande deformação (fluxo plástico), previamente a isso, existe o equilíbrio plástico. A transição entre esses dois estados representa a falha do material (26).

O critério mais utilizado para definir a falha de solos é o critério de Mohr-Coulomb. Nele, após a tensão de cisalhamento após exceder determinado valor, caracterizaria o começo do fluxo plástico. O círculo de Mohr (Figura 26) é utilizado para representar graficamente esse estado.

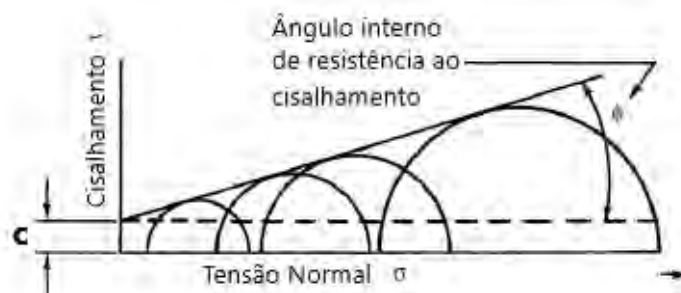


Figura 26 – Critério de Falha de Mohr-Coulomb (13) MODIFICADA

À direita do eixo são representados círculos de Mohr que tivera incremento nos esforços compressivos sobre o solo. A coesão (c) é representado no ponto que reta tangente ao círculo de Mohr, toca o eixo das ordenadas. O equacionamento desse ponto é dado por:

$$\tau = c + \sigma \tan(\phi) \quad (4.5)$$

τ representa a tensão de cisalhamento, ϕ o ângulo de resistência ao cisalhamento e σ a tensão normal. A equação acima pode ser utilizada para prever o maior valor de tração que pode ser desenvolvida pelo veículo, uma vez que o cisalhamento é o maior responsável pela força de tração F_t e o torque de resistência fornecido pelo solo. Para uma área de contato pequena a equação pode ser aproximada para:

$$\tau = c + \frac{W}{A_c} \tan(\phi) \quad (4.6)$$

Portanto:

$$F_t = cA_c + W \tan(\phi) \quad (4.7)$$

O ângulo de resistência ao cisalhamento (ϕ) e a coesão são medidos através de equipamentos como o da Figura 27.



Figura 27 – Medidor de cisalhamento (34)

(34) realiza estudos sobre os equipamentos que medem os parâmetros de solo e descreve sobre medições de cisalhamento e pressão de afundamento do solo.

4.1.3 Modelo Semi-Empirico de Bekker

Bekker é a principal referência de trabalhos na terramecânica. Uma de suas contribuições foi desenvolver métodos para verificação do comportamento do pneu, podendo ser classificado como rígido ou flexível, assim estabelecendo fronteiras para quando deve-se

considerar o pneu rígido ou flexível em uma modelagem. (13) desenvolveu a equação de Bekker e descreveu a pressão crítica suportada pelo solo (p_c) através da seguinte equação:

$$p_c = \left[\frac{k_c}{b_{min}} + k_\phi \right]^{\frac{1}{2n+1}} \left[\frac{3W_t}{(3-n)b\sqrt{D}} \right]^{\frac{2n}{2n+1}} \quad (4.8)$$

Onde b_{min} refere-se a menor dimensão da região de contato e W_t a carga sobre o pneu. k_c e k_ϕ SÃO os parâmetros de Bekker que são dependentes da coesão e do ângulo de atrito interno, respectivamente, enquanto n se refere ao índice de afundamento do solo e b à largura do pneu.

Caso a pressão exercida pelo pneu seja maior do que a pressão crítica suportada pelo terreno, pode-se considerar o pneu como um elemento rígido, ao se modelar o contato pneu-solo.

O estudo da Terramecânica é essencial para abordagens onde se considera o solo deformável, uma vez que seu principal estudo é em relação às propriedades do solo deformável durante a passagem de veículos, sejam eles sobre rodas ou sobre lagartas (26),(3).

Segundo (3), devido à complexidade dos modelos com solos deformáveis, onde há muitos tipos de solos (areia, argila, neve...) e dificuldade de se obter os parâmetros que afetam suas propriedades, é complexo estudar a interação entre pneu-solo de forma geral para todas essas superfícies. Os modelos de Terramecânica são divididos em: Modelos Empíricos, Modelos Semi-Empíricos e Modelos baseados na física.

- Modelos Empíricos: São mais simples e foram essenciais para o desenvolvimento da terramecânica. O modelo de maior sucesso e mais utilizado é o da *Waterways Experiment Station*(WES), idealizado pelo Exército Americano.
- Modelos baseados na física: Envolvem Métodos de Elementos Finitos ou Discretos, são normalmente de alto custo computacional, o que torna a utilização dessa abordagem limitada muitas vezes (3).
- Modelos Semi-Empíricos: Mesclam as características de modelos baseados na física e os Empíricos. São mais populares na Terramecânica, devido a sua versatilidade de mesclar os dois modelos anteriores.

Os trabalhos de Bekker(4),(5) são muito conhecidos na Terramecânica. Entre as contribuições está a Equação de Bekker, onde se relaciona o afundamento do solo (z_s) e a pressão exercida contra o solo(σ_n):

$$\sigma_n = \left(\frac{k_c}{b} + k_\phi \right) z_s^n \quad (4.9)$$

k_c, k_ϕ são os parâmetros de Bekker dependentes da coesão e do ângulo de atrito interno, b é o raio ou a menor dimensão da placa utilizada na penetração e n o índice de aprofundamento do solo.

Em parâmetros empíricos determinados por um Bevômetro, mostrado na Figura 28, o procedimento para a medição dos parâmetros é demonstrado em (29):



Figura 28 – Exemplo de Bevômetro (29)

Bekker também calcula a tensão cisalhante em seu trabalho, mas a equação apresentada possui parâmetros muito dependentes de valores obtidos por ensaios no solo, sendo assim utiliza-se a formulação de Janosi e Hamamoto (8) para se modelar o cisalhamento no solo (3). Utiliza-se a seguinte expressão:

$$\tau_x = (C_o + \sigma_n \tan(\phi_{sol})) (1 - e^{-j_x/K}) \quad (4.10)$$

Essa expressão é uma modificação do critério de falha de Mohr-Coulomb (31). Nessa formulação C_o refere-se a coesão do solo, ϕ_{sol} refere-se ao ângulo de atrito interno do solo, j_x ao deslocamento por cisalhamento da região de contato pneu-solo e K é o módulo de deformação por cisalhamento no sentido do movimento.

Segundo Bekker(5), a distribuição de tensões é dependente do afundamento de cada ponto de contato do solo e de sua posição angular, conforme a expressão:

$$z_s = r(1 - \cos(\theta_e)) \quad (4.11)$$

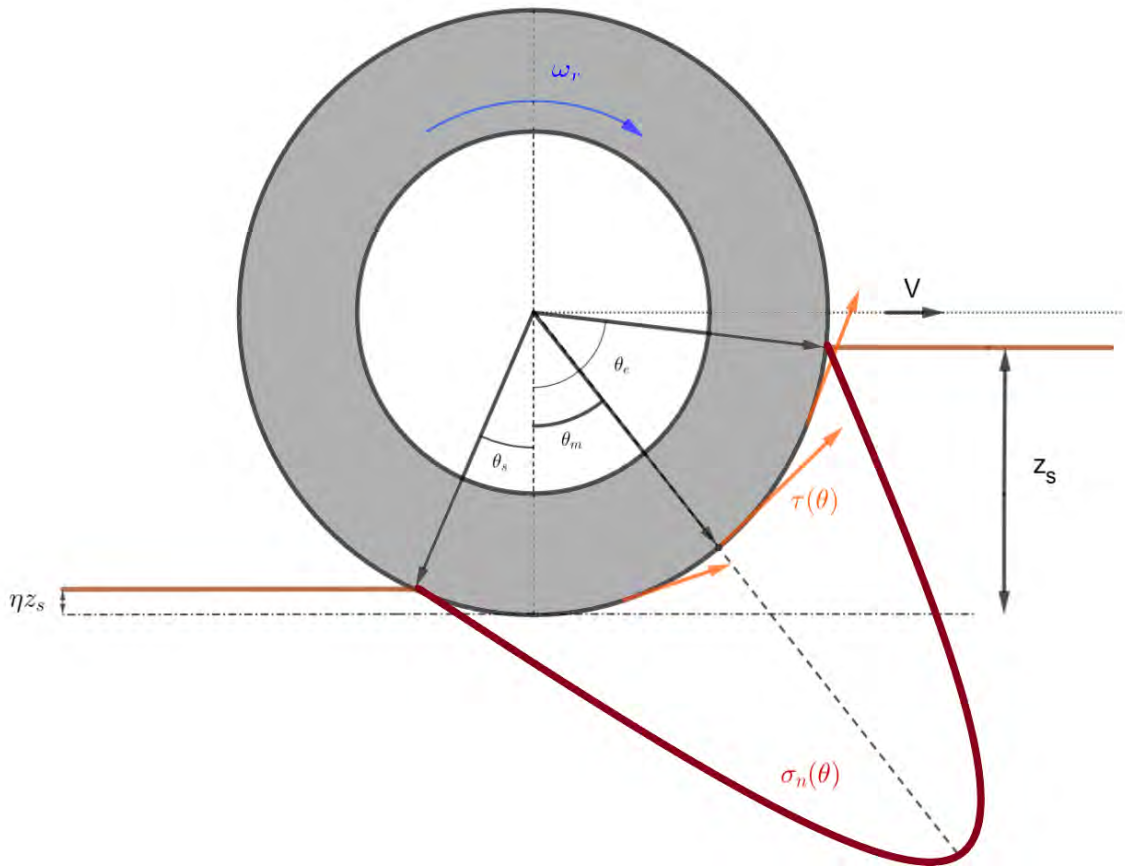


Figura 29 – Distribuição de tensão normal no Pneu. Fonte: O autor

Em relação à distribuição de tensão normal(σ_n), há duas regiões de contato do pneu: A frontal e a traseira. São delimitadas pelos ângulos de entrada(θ_e), de saída(θ_s) e de tensão máxima (θ_m), conforme as equações a seguir:

$$\sigma_n = \begin{cases} \sigma_{nfront} & \text{para } \theta_m \leq \theta < \theta_e \\ \sigma_{nsaida} & \text{para } \theta_s \leq \theta < \theta_m \end{cases}$$

Os valor de σ_{nf} será dado pela expressão:

$$\sigma_{nfront}(\theta) = (K_c'' + bK_\phi'') \left(\frac{r}{b}\right)^n (\cos(\theta) - \cos(\theta_e))^n \quad (4.12)$$

Já σ_{ns} é dado por:

$$\sigma_{nsaida}(\theta) = (K_c'' + bK_\phi'') \left(\frac{r}{b}\right)^n \left(\cos(\theta_e - \left(\frac{\theta - \theta_s}{\theta_m - \theta_s}\right)(\theta_c - \theta_m)) - \cos(\theta_e)\right)^n \quad (4.13)$$

O ângulo de tensão máxima θ_m , representado nas equações anteriores, pode ser calculado através da expressão de (6):

$$\theta_m = (c_\alpha + c_{\beta i})\theta_e \quad (4.14)$$

As constantes c_α, c_β são empíricas e possuem valor entre $[0,1, 0,4]$ e $[0,3, 0,4]$, respectivamente (3).

As rodas rebocadas não têm seu ângulo de tensão máximo calculado pela expressão acima, pois ela possui propriedades diferentes da roda tratora. Enquanto na roda tratora o solo é empurrado para trás e para baixo, nas rodas rebocadas o solo é empurrado para frente e para cima, o que muda a tensão de cisalhamento.

Na Figura 30, pode-se observar esses diferentes efeitos visualmente:

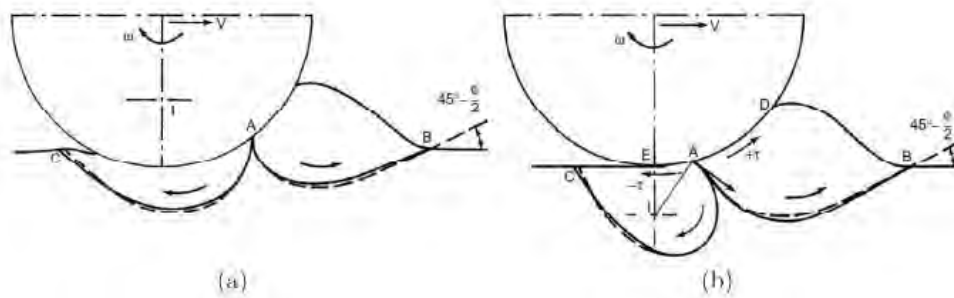


Figura 30 – Comportamento do solo em relação as rodas tratoras e rebocadas, (a) e (b), respectivamente (26)

(7) utiliza das relações geométricas da Figura 31. Nela são representados: O ângulo entre as velocidades absoluta e radial do pneu(α_{velo}), o centro instantâneo de velocidade I, onde sua distância em relação ao ponto mais baixo de contato do solo esta representado por Δ_R .

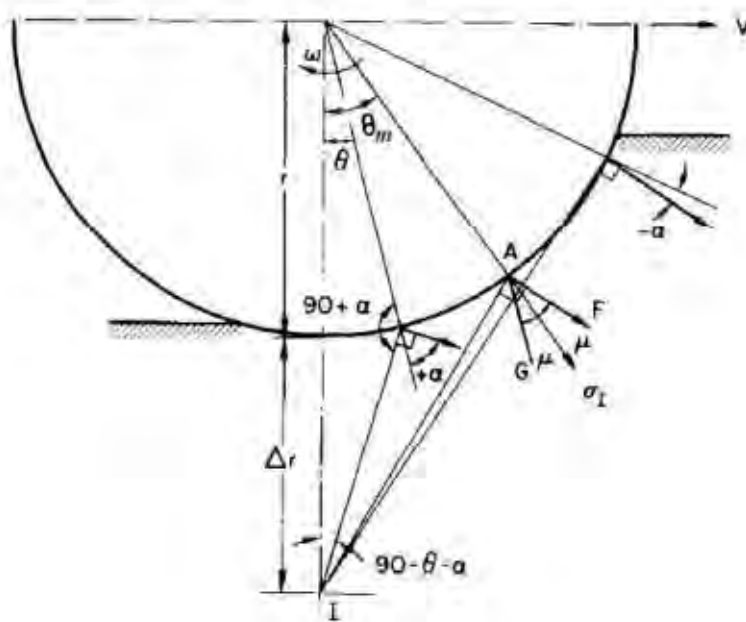


Figura 31 – Ângulos atuantes na roda rebocada (7)

Dessa forma, pode-se obter a relação:

$$\frac{r_p}{r_p + \Delta_R} = \frac{\cos(\theta_m + \alpha_{velo})}{\cos(\alpha_{velo})} \quad (4.15)$$

Adotando $\Delta_R = r_p|i_s|$, e $\alpha = (90 - \phi_{sol})/2$, ϕ_{sol} é o valor do ângulo de atrito interno do solo em radianos e i_s o deslizamento longitudinal da roda rebocada. Pode-se determinar o ângulo de tensão máxima para as rodas rebocadas pela seguinte expressão:

$$\theta_m = \arccos\left(\frac{\cos(\alpha_{velo})}{1 + |i_s|}\right) - \alpha_{velo} \quad (4.16)$$

Além da tensão normal, também deve ser calculada a tensão de cisalhamento (τ_x), conforme (8).

$$\tau_x(\theta) = \tau_{max}(1 - e^{-j_x/K}) \quad (4.17)$$

j_x é o deslocamento por cisalhamento na região de contato entre roda e solo, K o módulo de deformação por cisalhamento no sentido do movimento. O valor de τ_{max} pode ser calculado pela expressão:

$$\tau_x = (Co + \sigma_n \tan(\phi_{sol})) \quad (4.18)$$

Onde Co é a coesão do solo, e ϕ_{sol} refere-se ao ângulo de atrito interno do solo.

Para se obter o valor do deslocamento por cisalhamento, (6) analisa a velocidade de deslizamento para rodas tratoras (v_{jx}), que é obtida calculando a componente tangencial da velocidade absoluta da roda através da expressão:

$$v_{jx} = r\omega_{rt}[1 - (1 - i)\cos(\theta)] \quad (4.19)$$

Integrando a expressão, pode-se obter o deslocamento por cisalhamento através da expressão:

$$j_x = \int_0^t v_{jx} dt = r[(\theta_e - \theta) - (1 - i)(\sin(\theta_e) - \sin(\theta))] \quad (4.20)$$

Apesar de (7) afirmar que a equação acima é válida para rodas tratoras, para rodas rebocadas isso é diferente. (3) afirma que os efeitos da roda rebocada empurrar o solo pode causar problemas na precisão dessa modelagem. Para isso, a velocidade de fluxo (v_s) deve ser levada em consideração. Ela é velocidade recebida pelo solo em razão das tensões normais à superfície de cisalhamento.

$$v_s = K_v v_x = K_v r\omega_{rd}(1 + |i_s|) \quad (4.21)$$

K_v é o coeficiente de proporção e v_x a velocidade longitudinal do veículo.

A velocidade resultante da roda é resultado da soma da velocidade de fluxo do solo v_s com a velocidade de cisalhamento v_{jx} .

$$v_r = v_s + v_{jx} \quad (4.22)$$

Integrando-se a velocidade resultante, tem como resultado o deslocamento por cisalhamento nas rodas dianteiras (rodas rebocadas no veículo em estudo).

$$j_1 = r[(\theta_e - \theta)(1 + K_v(1 + |i_s|)) - (1 + |i_s|)(\text{sen}(\theta_e) - \text{sen}(\theta))] \quad (4.23)$$

No ponto de máxima tensão, tem-se a ausência do deslocamento por cisalhamento (7), dessa forma pode-se calcular o valor de K_v

$$K_v = \frac{1}{1 + |i_s|} \left(\frac{(1 + |i_s|)(\text{sen}(\theta_e) - \text{sen}(\theta_m))}{\theta_e - \theta_m} \right) \quad (4.24)$$

Como pode ser observado na Figura 32, o solo adjacente ao pneu se move na mesma direção. Sendo assim, pode-se considerar o coeficiente de proporção K_v nulo na região AD. Como resultado, o deslocamento devido ao cisalhamento é computado na região traseira (j_2) da mesma forma que nas rodas tracionadas.

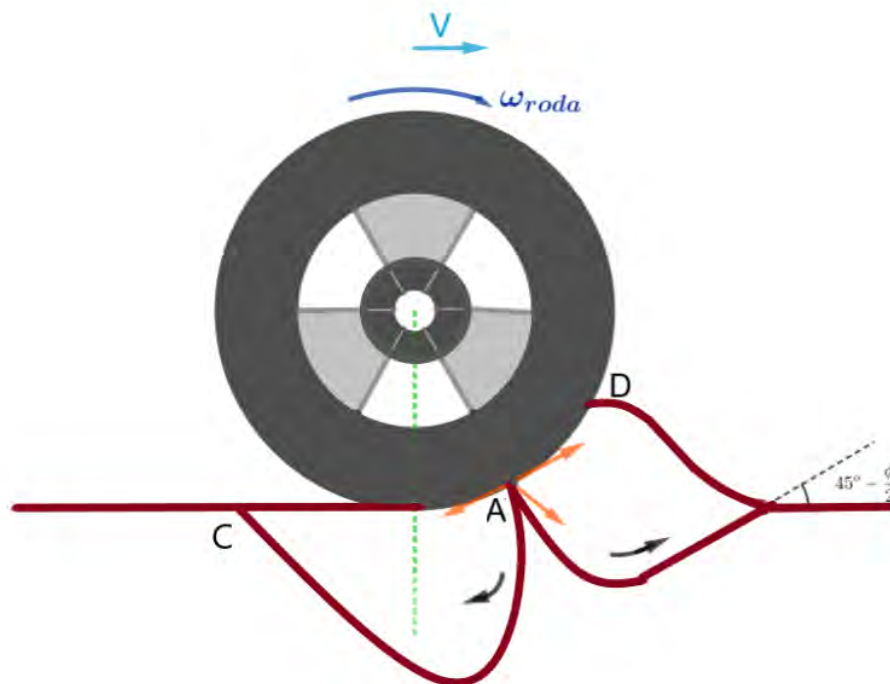


Figura 32 – Roda rebocada Fonte: O autor

Para as rodas dianteiras, devido a ser na região traseira do pneu, o deslocamento por cisalhamento tem sinal negativo.

$$j_2 = -r_p[(\theta_m - \theta) - (1 + |i_s|)(\text{sen}(\theta_e) - \text{sen}(\theta))] \quad (4.25)$$

A distribuição de tensão cisalhante para a roda rebocada é determinada pelas regiões frontal e traseira, sendo a divisão dessas duas regiões delimitadas pelos ângulos de entrada, saída e de máxima tensão, matematicamente escrito como:

$$\tau_x(\theta) = \begin{cases} \tau_{x\text{front}} & \text{para } \theta_m \leq \theta < \theta_e \\ \tau_{x\text{saida}} & \text{para } \theta_s \leq \theta < \theta_m \end{cases}$$

Os cisalhamentos da região frontal e traseira são dados por:

$$\tau_{x\text{front}}(\theta) = (Co + \sigma_n \tan(\phi_{sol}))(1 - e^{-j_1/K}) \quad (4.26)$$

$$\tau_{x\text{saida}}(\theta) = (Co + \sigma_n \tan(\phi_{sol}))(1 - e^{-j_2/K}) \quad (4.27)$$

4.2 Equações de Movimento

O diagrama de corpo livre é mostrado na Figura 33.

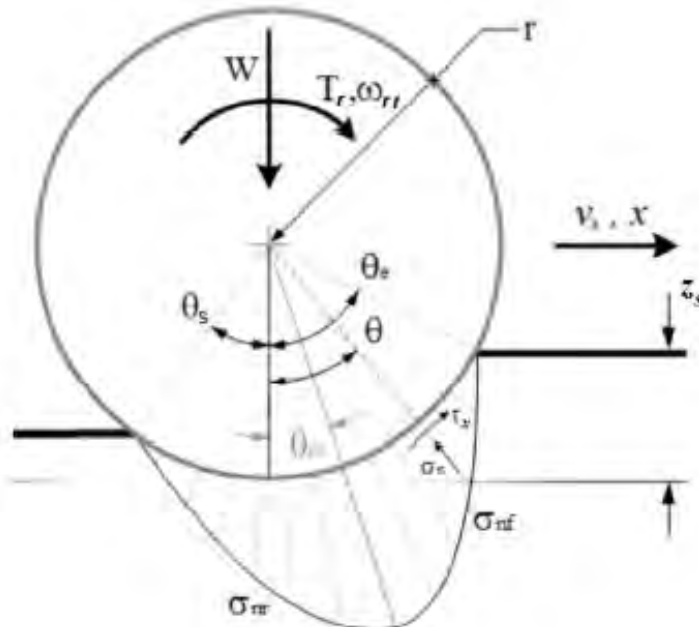


Figura 33 – Diagrama de corpo livre do conjunto roda-pneu (3)

Calcula-se então o equilíbrio das forças verticais. A partir das tensões normais e cisalhantes pode-se fazer esse cálculo, segundo a equação:

$$W = F_z = r_p b \left(\int_{\theta_s}^{\theta_e} \sigma_n(\theta) \cos(\theta) d\theta + \int_{\theta_s}^{\theta_e} \tau_x(\theta) \sin(\theta) d\theta \right) \quad (4.28)$$

F_z representa a força de reação vertical do solo e b a menor dimensão da região de contato do pneu.

Para se calcular as cargas no pneu realiza-se iterações computacionais, definindo assim a região de contato entre pneu e solo.

Desse modo há dois ângulos para se definir θ_e e θ_s . O último é considerado constante e normalmente é menor (28). (6),(7) e (3) consideram o ângulo de saída nulo para as todas as rodas.

Divide-se então em duas partes: Força de propulsão (F_p) e resistência a compactação (R_c), a qual é análoga a resistência ao rolamento, inexistente na situação de pneu inderformável.

A tensão cisalhante está relacionada a força de propulsão F_p , conforme a equação:

$$F_p = r_p b \left(\int_{\theta_s}^{\theta_e} \sigma_n(\theta) \cos(\theta) d\theta \right) \quad (4.29)$$

Já a resistência a compactação é dada por:

$$R_c = r_p b \left(\int_{\theta_s}^{\theta_e} \tau_x(\theta) \sin(\theta) d\theta \right) \quad (4.30)$$

Assim a força de tração é dada por:

$$F_t = r_p b \left(\int_{\theta_s}^{\theta_e} \sigma_n(\theta) \cos(\theta) d\theta \right) - r_p b \left(\int_{\theta_s}^{\theta_e} \tau_x(\theta) \sin(\theta) d\theta \right) \quad (4.31)$$

$$F_t = F_p - R_c \quad (4.32)$$

Ela é resultado da diferença da força de propulsão e da resistência à compactação. Além disso, há o torque de reação do solo, obtido integrando a tensão de cisalhamento e multiplicando pelo raio do pneu.

$$T_s = r^2 b \int_{\theta_s}^{\theta_e} \tau_x(\theta) d\theta \quad (4.33)$$

Para a roda rebocada o equacionamento das forças na vertical pode ser dado por:

$$W = F_z = rb \left(\int_{\theta_s}^{\theta_e} \sigma_n(\theta) \cos(\theta) d\theta + \int_{\theta_m}^{\theta_e} \tau_{xfront}(\theta) \operatorname{sen}(\theta) d\theta - \int_{\theta_s}^{\theta_m} \tau_{xsaída}(\theta) \operatorname{sen}(\theta) d\theta \right) \quad (4.34)$$

A tensão de cisalhamento deve ser calculada na região frontal (τ_{xf}) e traseira (τ_{xs}) devido à velocidade de fluxo, conforme explicado anteriormente. A partir dessa equação pode-se determinar a região de contato de pneu.

A força de reboque é dada por:

$$F_{rb} = rb \left(\int_{\theta_m}^{\theta_e} \tau_{xfront}(\theta) \operatorname{sen}(\theta) d\theta - \int_{\theta_s}^{\theta_m} \tau_{xsaída}(\theta) \operatorname{sen}(\theta) d\theta \right) \quad (4.35)$$

Além disso, há também a resistência a compactação para as rodas rebocadas, dadas por:

$$R_c = rb \left(\int_{\theta_s}^{\theta_e} \sigma_n(\theta) \cos(\theta) d\theta \right) \quad (4.36)$$

Assim, a força de tração é dada por:

$$F_t = R_c - F_{rb} \quad (4.37)$$

O torque de reação do solo vai ser dado calculando os efeitos nas região frontal (τ_{xf}) e traseira (τ_{xs}), dado pela expressão:

$$T_s = r^2 b \left(\int_{\theta_m}^{\theta_e} \tau_{xf}(\theta) d\theta - \int_{\theta_s}^{\theta_m} \tau_{xs}(\theta) d\theta \right) \quad (4.38)$$

4.3 Pneus com gomos/ranhuras

A modelagem tradicional de modelos da terramecânica em algumas situações falha em captar a resposta dinâmica do veículo *off-road*, principalmente em casos onde o veículo possui ranhuras no pneu. Esse é o caso de veículos de BAJA, como o mostrado na Figura 34.



Figura 34 – Pneu com ranhuras utilizado no veículo modelado Fonte: Laboratório BAJA IME

A maior parte dos veículos dedicados a utilização em terrenos *off-road* como neve, areia e argila possuem a característica de terem ranhuras, pois é observado que elas tem o efeito de aumentar a força de tração do veículo.

Irani, Bauer e Warkentin(31) mostra o efeito das ranhuras do pneu em relação ao afundamento e a força de tração do veículo. Os gráficos da Figura 35 mostram a diferença de comportamento de um pneu liso (segundo o modelo de Bekker) para o comportamento experimental de um pneu com gomos no caso de uma carga vertical sobre os pneus fixa de 66N de 200 mm de diâmetro e com o *slip* no valor de 0,25. O pneu com ranhuras possuía 16 gomos com ressalto de 10mm.

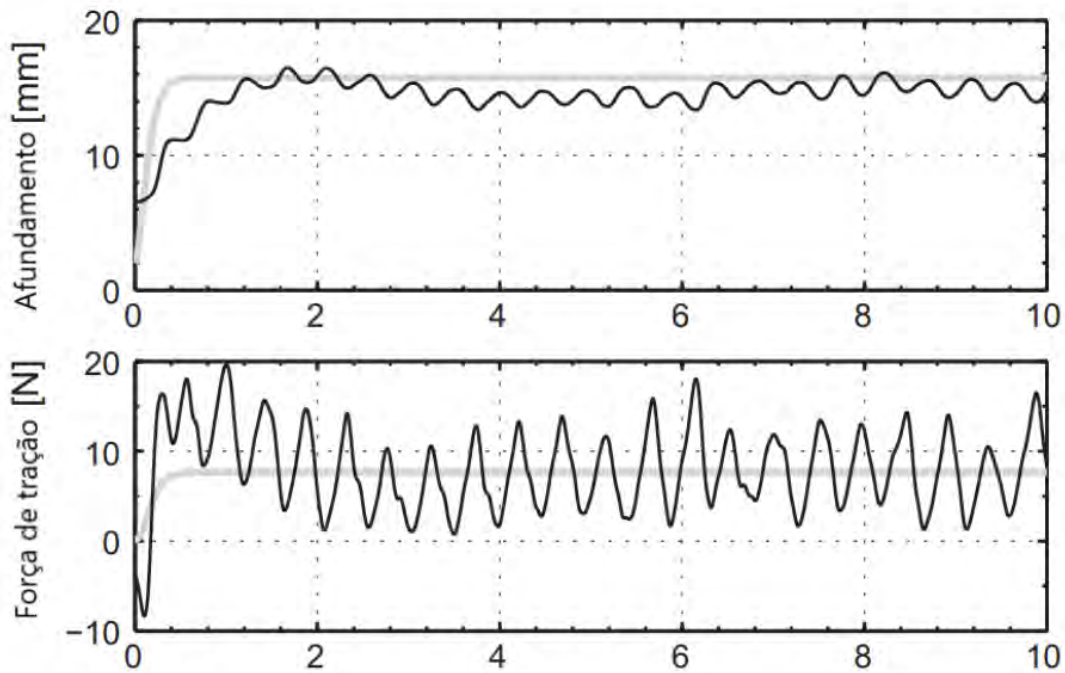


Figura 35 – Tração e afundamento, Modelo de Bekker vs Pneu com ranhuras (31)

Em cinza claro esta o pneu modelado segundo a abordagem de Bekker, e em preto observa-se o pneu com gomos. Pode-se observar que tanto a força de tração quanto o afundamento possuem caráter oscilatório no caso de pneus com gomos. Vale ressaltar que nos estudos em (31) a velocidade longitudinal do pneu é de 0,0917 m/s e a tendência com o aumento da velocidade é a diminuição dos "períodos de oscilação".

4.3.1 Modelo de Irani-Bauer-Warkentin

As oscilações muito evidentes no modelo com pneus com gomos também existem em experimentos com pneus lisos, mas com amplitude menor de oscilação, como observado na Figura 36. O modelo de Bekker não prevê essa oscilação, pois nele se supõe que o pneu e o solo estão em estados quasi-estáticos em sua interação. (32) tenta modelar essas oscilações em pneus lisos modificando a equação de Bekker ao introduzir um termo senoidal para caracterizar as oscilações na Força de tração.

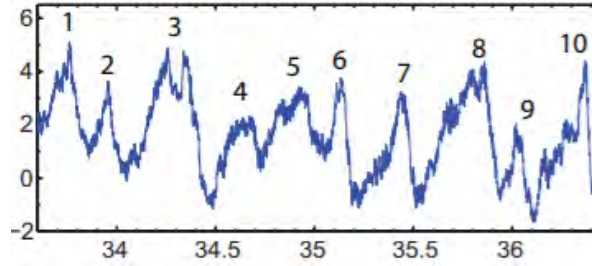


Figura 36 – Tração(N) vs tempo para pneu liso(32)

A carga normal em (32) é de 64N e o *slip* de 0,25.

Assim (32) modela a tensão normal como:

$$\sigma_n = \left(\frac{k_c}{b} + k_\phi\right)z_s^n + A\text{sen}(\omega(i)t + \Phi) \quad (4.39)$$

Onde a frequência angular do segundo termo é função do deslizamento e calculada por:

$$\omega(i) = k_i i + C_{ir1} \quad (4.40)$$

Os fatores k_i , C_{ir1} e a amplitude A e Φ são parâmetros experimentais. O estudo apresentou boa precisão em prever as oscilações, mas introduz mais uma grande quantidade de fatores experimentais. Além disso, o parâmetro A foi calculada de forma a adequar o máximo possível o modelo teórico aos resultados experimentais, sem poder ser determinado de forma analítica o que dificulta a aplicação do método.

Os mesmos autores buscando resolver esse problema em (31) criam um modelo mais geral e que calcula os efeitos dos gomos no pneu. Assim como em (32) a principal modificação esta na equação de Bekker, que foi modelada como:

(31) modela a tensão normal como:

$$\sigma_n = \left(\frac{k_c}{b} + k_\phi\right)z_s^n + A\text{sen}(\omega t + \Phi) \quad (4.41)$$

Nesse modelo, a frequência angular de oscilação da pressão de afundamento é função apenas do numero de gomos do pneu, sendo calculado pela expressão:

$$\omega = \frac{\omega_{roda}}{n_g} \quad (4.42)$$

Essa hipótese deriva de (33), que propõe uma distribuição de tensão conforme a da Figura 37, onde a tensão normal aumenta de forma considerável na região das ranhuras.

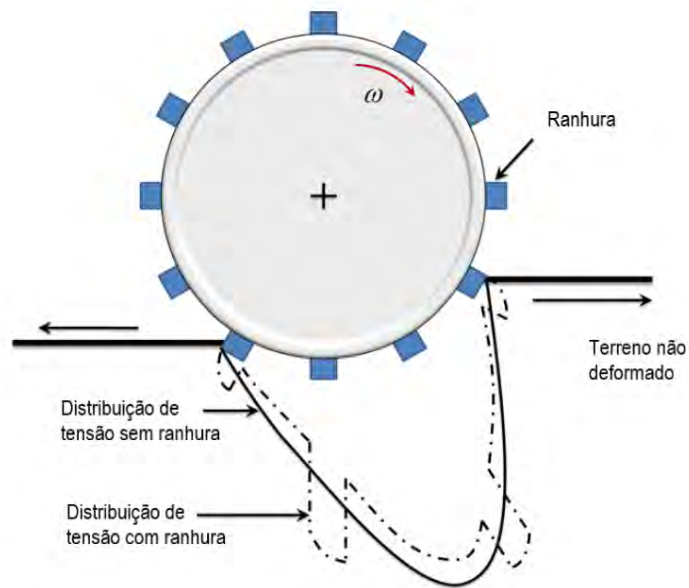


Figura 37 – Distribuição de tensão normal (31) MODIFICADO

Já a amplitude (A) é separada em dois termos diferentes: A_σ e A_γ . O primeiro termo está relacionado as tensões passivas e ativas as quais a região das ranhuras está submetida. Já o segundo, está relacionado às mudanças na densidade do solo conforme o pneu exerce força.

A amplitude relacionada as tensões ativas e passivas do solo é representada na Figura 38. As tensões passivas, referem-se à região que está posteriormente ao sentido de rotação da roda, representando a parte do solo que é pressionada pela ranhura. Já a tensão ativa refere-se a região anterior ao sentido de rotação da roda, ou seja, a parte que vai ocupar o espaço da ranhura após o movimento dela.

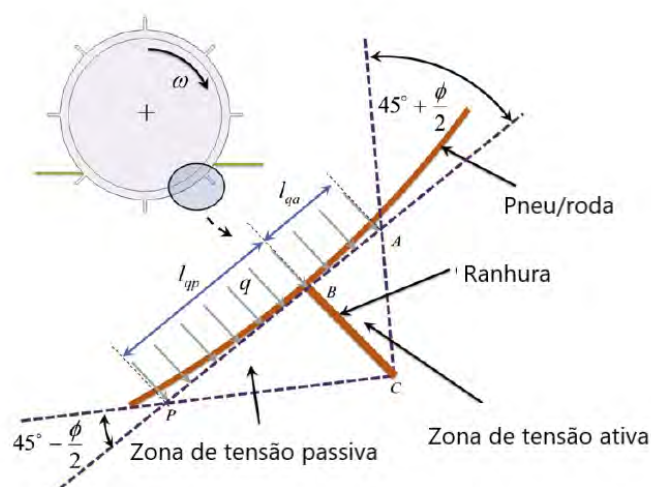


Figura 38 – Tensões ativas e passivas (31) MODIFICADO

No trabalho foi concluído que a tensão ativa era significativamente maior e por isso foi a única parte utilizada para o cálculo do termo da amplitude. As tensões passivas são calculadas pela expressão:

$$\sigma_p = \gamma z N_\phi + q N_\phi + 2c\sqrt{N_\phi} \quad (4.43)$$

O fator γ é a densidade do solo, q é a carga sobre a superfície do solo. A dedução da expressão acima supõe que há uma distribuição de carga uniforme sobre a superfície do solo, o que não é preciso para o caso de um pneu com ranhuras, uma vez que a pressão vai variar de acordo com a profundidade. o parâmetro N_ϕ é calculado pela expressão:

$$N_\phi = \tan^2(45 + \phi/2) \quad (4.44)$$

O modelo faz algumas aproximações para poder calcular o valor da distribuição de carga utilizada para o cálculo da tensão passiva. Utiliza-se a tensão normal média ao longo da região l_{qp} . O comprimento da região é dado por:

$$l_{qp} = \frac{h_g}{\tan(45 - \phi/2)} \quad (4.45)$$

Define-se então o ângulo β_g , mostrado na Figura 39:

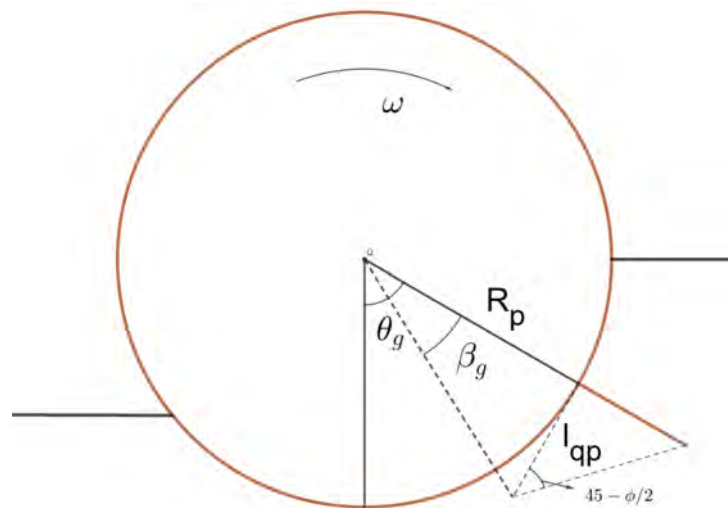


Figura 39 – Cálculo da distribuição de carga Fonte: O autor

Dessa forma utiliza-se a expressão de Bekker em coordenadas polares para calcular o distribuição de carga através da expressão:

$$q = \frac{\int_{\theta_g - \beta_g}^{\theta_g} \sigma_n(\theta) d\theta}{\beta_g} \quad (4.46)$$

Calcula-se a Tensão passiva em todas as ranhuras e utiliza-se a média entre elas para o cálculo da constante A_σ :

$$A_\sigma = k'_g \overline{\sigma_p} \quad (4.47)$$

O parâmetro k'_g é um adimensional experimental. Após o cálculo da amplitude relacionada à tensão passiva e ativa, pode-se calcular o termo relacionado a variação de densidade A_γ através da seguinte expressão.

$$A_\gamma = k'_a R_p (\theta_e - \theta_s) d\gamma \quad (4.48)$$

O parâmetro k'_a é um adimensional experimental e $d\gamma$ é a variação de densidade. Assim pode-se calcular a tensão normal por:

$$\sigma_n = \left(\frac{k_c}{b} + k_\phi\right) z_s^n + (k'_a R_p (\theta_e - \theta_s) d\gamma + k'_g \overline{\sigma_p}) \text{sen}(\omega t + \Phi) \quad (4.49)$$

Aplica-se a nova tensão normal no equacionamento de Janosi J.; Hanamoto(8) para se obter o valor cisalhamento. Dessa forma, pode-se calcular a força de tração, força normal e o torque.

O modelo apresenta bons resultados para determinados valores de *slip*, mas tem o problema de ter alguns parâmetros experimentais e difíceis de serem determinados para o veículo utilizado neste trabalho, devido ao estudo ser recente.

4.3.2 Efeito Bulldozer

O critério de falha de Mohr-Coulomb tem mais aplicações, como por exemplo para se calcular o efeito Bulldozer (Tradução literal escavadeira). Isso permite prever a força que pás realizam no solo, e para alguns casos também permite calcular o efeito de pneus com gomos. Para se entender a modelagem matemática deve-se observar o prisma de solo da Figura 40.

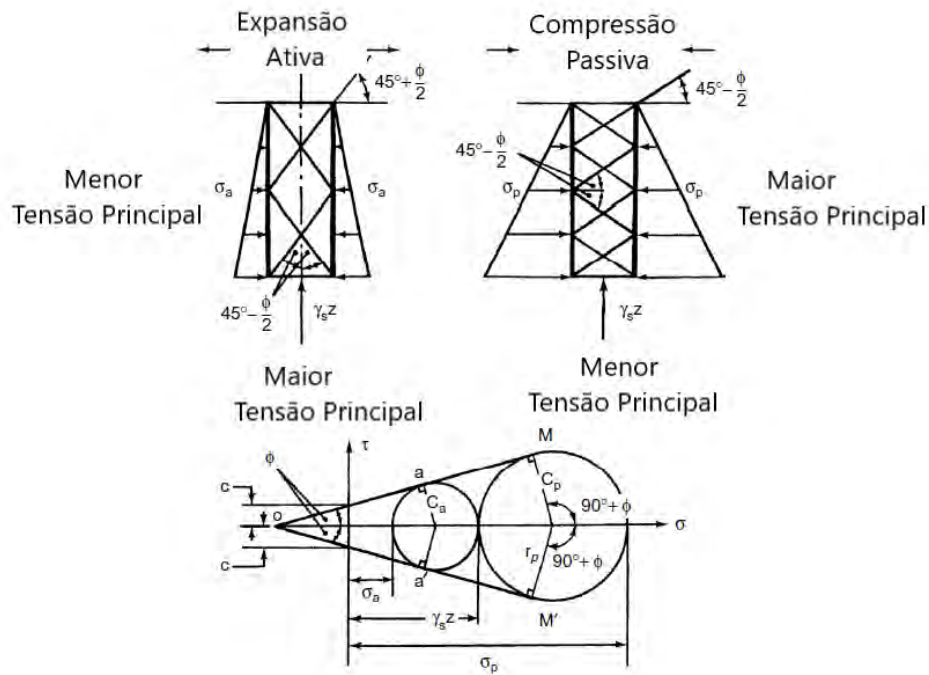


Figura 40 – Prisma de solo e forças atuantes (13)

Seja γ_s a densidade do solo, z a profundidade, σ_p a tensão passiva e σ_a a tensão ativa. Desprezando-se as tensões de cisalhamento nas verticais, o prisma pode manter-se em equilíbrio por compressão (passiva) ou por expansão (ativa). Considera-se para a modelagem que o solo encontra-se na iminência de falha passiva/ativa, ou seja, qualquer acréscimo de pressão causará um fluxo plástico. Essas situações são denominadas Estados de Rankine. Na terramecânica as maiores aplicações estão na falha passiva (26).

Dos círculos de Mohr da Figura 40 observa-se que:

$$\sigma_p = \gamma_s z + 2R \quad \text{onde} \quad R = \frac{c \cos \phi + \gamma_s z \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (4.50)$$

Assim, acoplando as duas expressões e multiplicando o numerador e o denominador por $\frac{1}{\cos^2 \phi/2}$:

$$\sigma_p = \gamma_s z \tan^2(45 + \phi/2) + 2c \tan(45 + \phi/2) \quad (4.51)$$

O termo $\tan^2(\phi/2)$ é denominado N_ϕ . Caso a superfície esteja sujeita a uma distribuição de carga uniforme q , a expressão da carga passiva se torna:

$$\sigma_p = \gamma_s z N_\phi + q N_\phi + 2c \sqrt{N_\phi} \quad (4.52)$$

A equação acima pode ser utilizada para prever a força horizontal de um gomo de pneu que possua largura muito maior do que a sua profundidade de penetração (Figura 41). Para isso deve-se integrar a expressão ao longo de z .

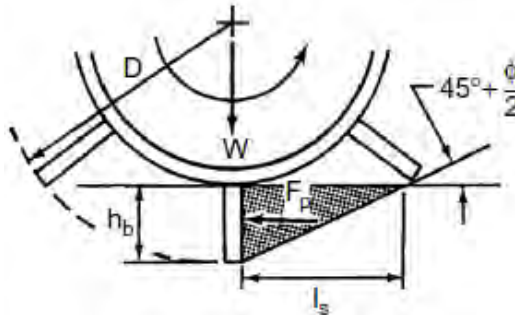


Figura 41 – Interação do gomo com o solo (13)

Após a integração obtém-se:

$$F_p = b(0,5\gamma_s h_b^2 N_\phi + 2ch_b N_\phi) \quad (4.53)$$

A expressão acima é muito útil para calcular as forças quando o prisma em questão se encontrar na horizontal. Entretanto, caso esteja angulada, os cálculos utilizados são diferentes e modificam a expressão. Como em várias situações necessárias neste trabalho a ranhura não estará na horizontal é necessário desenvolver mais as expressões matemáticas acima. Além disso, pode-se haver atrito entre solo e a interface da ranhura, o que modificaria a expressão.

Dessa forma, para situações onde fogem da primeira situação, como é o caso representado na Figura 42. A curva por onde o solo falha pode ser considerada logarítmica espiral e vai se degradando conforme o valor da coesão diminui ((36)). A zona ABC da Figura 42 está na iminência de falha (Zona Rankine) e as linhas representam a curva por onde ocorre a falha do solo.

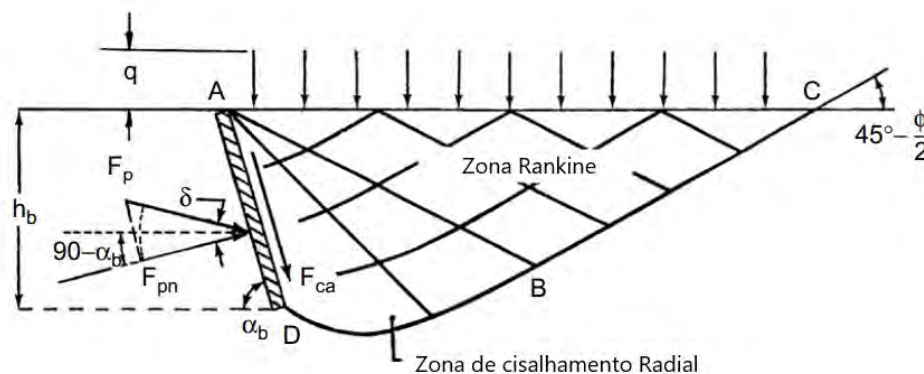


Figura 42 – Efeito Bulldozer angulado (26)

Hettiaratchi e Reece em (36) realizaram um trabalho que aborda uma maneira prática de abordar o problema para engenheiros que precisassem modelar o comportamento do solo nessa situação. Para uma pá/ranhura inclinada de um ângulo α_b pode-se calcular a Forças F_p pela expressão:

$$F_p = b_p[\gamma_s h_b^2 K_\gamma + c h_b K_{ca} + q h_b K_q - \gamma_s h_b^2 K_s e^{-S}] \quad (4.54)$$

O fator b_p é a largura da ranhura, S o índice de ecala de solo, que pode ser calculado por $(c + q)/(\gamma_s h_b)$. Os parâmetros K_γ, K_{ca}, K_q e K_s são coeficientes que são função do ângulo da pá α_b , do ângulo interno de resistência ao cisalhamento ϕ do ângulo de fricção na interface pá solo. (36) apresentam uma série de tabelas e gráficos que podem ser utilizados para calcular esses parâmetros para cada ângulo de pá α_b , essas tabelas são baseadas através de soluções computacionais numéricas de equações diferenciais parciais de equilíbrio com base em (37). Os valores de referência utilizados no trabalho estão na tabela 4.3.2 e foram retirados de (26) e (36).

		α_b	30°	50°	70°	90°	110°	130°	150°
K_γ	$\phi = 30^\circ$	$\delta = 0$	1.2	0.95	1.1	1.5	2.5	6.5	25
		$\delta = \phi$	1.7	1.7	2.3	3.5	7	20	90
	$\phi = 15^\circ$	$\delta = 0$	1.1	0.78	0.75	0.85	1.1	2	5.5
		$\delta = \phi$	1.22	0.95	0.95	1.15	1.7	3.1	9
K_{ca}	$\phi = 30^\circ$	$\delta = 0$	0.5	0.95	1.9	3.4	6.3	13	31
		$\delta = \phi$	2	3.2	5	8	14	27	65
	$\phi = 15^\circ$	$\delta = 0$	0.5	0.95	1.7	2.6	4.2	7.3	14
		$\delta = \phi$	1.4	2.1	2.9	4.1	6.1	10	20
K_q	$\phi = 30^\circ$	$\delta = 0$	2.3	1.9	2.2	3	4.8	8.8	20
		$\delta = \phi$	3.5	3.4	4.1	5.7	9.1	17	38
	$\phi = 15^\circ$	$\delta = 0$	2.2	1.6	1.5	1.7	2.2	3.2	6
		$\delta = \phi$	2.4	1.9	1.9	2.2	2.8	4	7.5
K_s	$\phi = 30^\circ$	$\delta = 0$	0.53	0.18	0.07	–	0.25	2.5	15
		$\delta = \phi$	0.86	0.41	0.26	0.42	1.8	9	–
	$\phi = 15^\circ$	$\delta = 0$	0.51	0.17	0.04	–	0.09	0.65	3.5
		$\delta = \phi$	0.64	0.23	0.0.8	0.06	0.29	1.1	3.8

Além disso, atua também a força de adesão F_{ca} calculada pela expressão:

$$F_{ca} = \frac{b_p A_d h_b}{\text{sen} \alpha_b} \quad (4.55)$$

4.3.3 Efeito Bulldozer na modelagem da interação pneu-solo

O modelo de Irani-Bauer-Warketin apresenta como vantagem calcular de maneira mais simples as oscilações provocadas pelas diferentes posições das ranhuras do pneu durante sua rotação. Entretanto as contantes do modelo apresentadas em (31) são para

pneus com uma carga vertical de 66 N, e ele acaba sendo diferente do veículo que se deseja modelar, que possui cargas muito maiores. (31), assim como muitas outras pesquisa foca no desenvolvimento de modelos de pneu para veículos *off-road* leves que irão trafegar em outros planetas, tais como as Mars Rovers (Figura 43).



Figura 43 – Mars Rover (Créditos: NASA)

Assim, a abordagem do efeito na tração do veículo que a presença de ranhuras no pneu é dificultada pelos problemas de se obter os parâmetros experimentais necessários em outros estudos. Além disso, o modelo de Irani-Bauer-Warketin apesar de apresentar boa precisão para determinados valores de slip com determinadas cargas, ele também é impreciso para outras condições, o que demonstra que ainda necessita de mais estudos para ser mais amplamente utilizado.

O efeito Bulldozer pode ser utilizado para estimar o efeito das ranhuras, desde que haja um espaçamento suficiente para permitir a falha do solo na região entre duas ranhuras. Caso contrário, o único efeito obtido é o aumento do raio efetivo dos pneus e não se obtém os benefícios do efeito bulldozer (26).

(38) apresenta uma abordagem utilizando o efeito bulldozer para calcular a força de tração em um veículo de mineração sobre lagartas 44



Figura 44 – Veículo de Mineiraç o sobre Lagartas da marca Prinoth (Créditos: Prinoth)

O modelo divide a força de tração em diversos fatores: F_{t1}, F_{t2}, F_p e F_{sx} . O primeiro se refere ao cisalhamento de Janosi J.; Hanamoto(8) provocado devido a tensão normal em regiões que não possuem o afundamento maior (sem ranhuras).

$$\sigma_n(x) = (K_c/b + k_\phi)z^n \quad (4.56)$$

A tensão normal vai ser constante ao longo de x, pois não depende desse parâmetro, apenas do afundamento z , o que simplifica os cálculos. O cisalhamento vai ser calculado por:

$$\tau(x) = (c + \sigma_n \tan \phi)(1 - \exp j_x i/K) \quad (4.57)$$

O termo F_{t1} será então calculado por:

$$F_{t1} = b_p \int \tau(x) dx \quad (4.58)$$

Como o veículo utilizado em (38) a conversão em coordenadas polares conforme (6) e (7) torna-se desnecessária. O termo F_{t2} é calculado de forma análoga, mas nesse caso para as partes da lagarta com afundamento, mudando assim o cálculo da tensão normal, que é calculada pela expressão:

$$\sigma_n(x) = (K_c/b + k_\phi)(z + h_b)^n \quad (4.59)$$

O termo F_p refere-se ao efeito Bulldozer e é calculado por:

$$F_p = b(0,5\gamma_s h_b^2 N_\phi + 2ch_b N_\phi) \quad (4.60)$$

O último termo F_{sx} refere-se a pressão causada pelo acúmulo de sedimentos na região entre a ranhura e a lagarta. Esse termo é calculado de acordo com a equação de Boussinesq e é dado por:

$$F_{sx} = \frac{ph}{2\pi} \arctan(h_b/b_p) \quad (4.61)$$

A força de tração é calculada pela soma dos termos, assim:

$$F_t = F_{t1} + F_{t2} + F_p + F_{sx} \quad (4.62)$$

Além da modelagem de veículos sobre lagartas o efeito bulldozer pode ser utilizado para calcular as forças laterais de veículos, quando em solos deformáveis. (35) é um exemplo de trabalho que utiliza dessa abordagem para modelar as forças laterais do veículo.

4.4 Projetando e escolhendo as ranhuras no pneu

Segundo (42) aumento do número de ranhuras tem como resultado um aumento na força de tração, principalmente em situações onde o deslizamento é baixo. Além disso, o efeito da presença de ranhuras possui um efeito mais positivo no desempenho do veículo do que pneus com um diâmetro igual ao diâmetro efetivo do pneu com as ranhuras, ou seja é melhor ter um pneu de 250mm com ranhuras de 10mm do que ter um pneu com 260mm de raio, conforme demonstrado por (43). Outro parâmetro que pode influenciar na força de tração do veículo positivamente é a altura das ranhuras, segundo (40) esse efeito é verdadeiro até certo ponto, uma vez que a partir de determinada razão raio/altura é melhor ter um pneu com maior raio e menor altura de ranhura. Segundo (39) esses efeitos positivos da existência de ranhuras, deve-se quase que exclusivamente pela diminuição da resistência a compactação, e não pelo aumento na força trativa produzida, pelo menos para o caso de veículos leves.

As ranhuras do pneu possuem alguns parâmetros a serem definidas quando utilizadas no pneu do veículo, sendo esses:

- Formato Geométrico
- Espaçamento angular entre elas
- Espessura da Ranhura

(44) busca criar um guia sobre o projeto de rodas com ranhuras, onde o autor chega às seguintes orientações:

1. Decidir o diâmetro e Largura da roda, buscando maximizar o diâmetro da roda para aumentar a área de contato, sempre atento às limitações do chassi.
2. Escolher o tamanho das ranhuras com base no tipo de superfície que se irá trafegar. Ranhuras menores para solos duros/coesivos, enquanto é melhor utilizar ranhuras maiores para solos sem coesão.
3. Determinar o numero de ranhuras utilizando a equação 4.63
4. Determinar o formato das ranhuras com base no terreno a ser trafegado. Ranhuras curvadas ou em V para maior eficiência trativa e estabilidade. Caso seja necessário um valor maior de força lateral, é interessante adicionar proteção lateral aos pneus (Figura 45

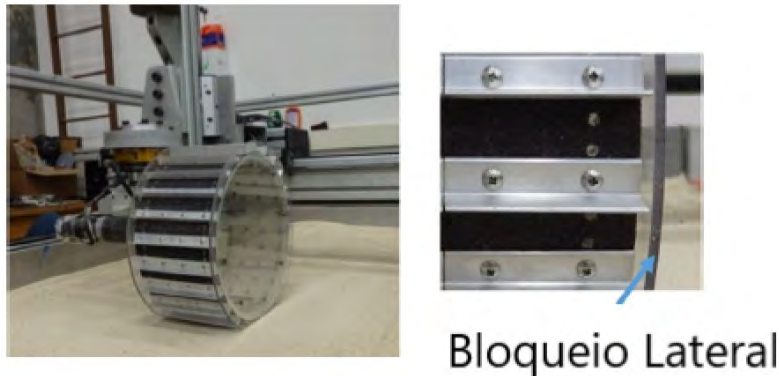


Figura 45 – Proteção lateral aos pneus (45) MODIFICADO

4.4.1 Formato Geométrico

(45) realiza pesquisas sobre os impactos de alguns formatos geométricos na força de tração do veículo e também sobre as forças laterais. Os formatos investigados pelo trabalho foram quatro, sendo eles:

- Paralela
- Angulada
- Em V
- *Offset* em V

Esses formatos são mostrados na figura abaixo:

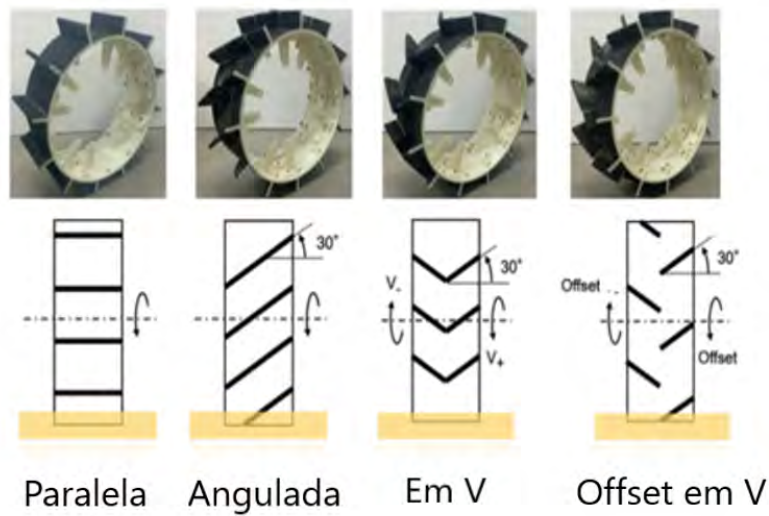


Figura 46 – Formatos geométricos do estudo (45) MODIFICADO

O estudo avalia o impacto de cada formato geométrico em um pequeno veículo de exploração, mostrado na Figura 47

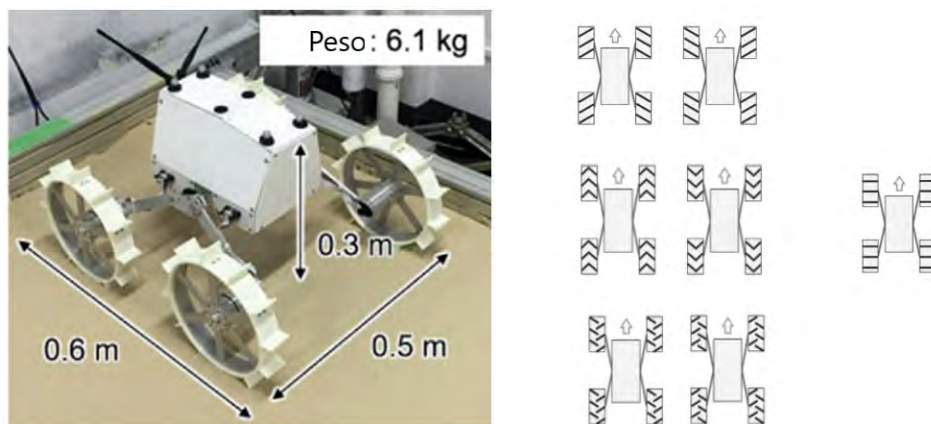


Figura 47 – Veículo utilizado e ranhuras dos pneus (45) MODIFICADO

O estudo mediu o valor da tração em relação ao *slip* do pneu. Como resultado foi obtido o gráfico da figura 48.

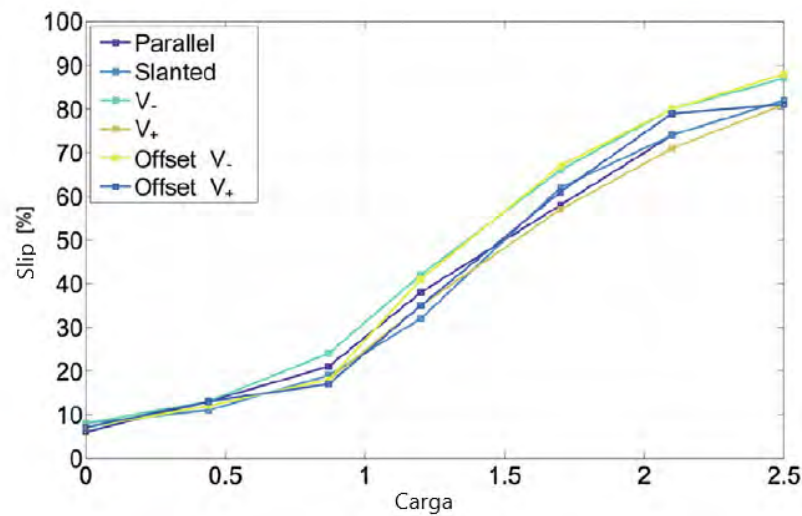


Figura 48 – Tração vs Slip medido (45) MODIFICADO

Como pode ser observado nenhuma das geometrias apresentou grande vantagem em relação a força de tração. O estudo além de avaliar a força de tração, também avalia as forças laterais, os torques de resistência do solo, afundamento. O estudo concluiu que o melhor tipo de ranhura seria utilizando a ranhura angulada seria a melhor opção, devido aos resultados em terreno inclinado na transversal do veículo(Figura 49), onde a ranhura angulada apresentou resultados melhores .



Figura 49 – Terreno angulado na transversal (44)

4.4.2 Espaçamento angular entre ranhuras

O espaçamento angular entre as ranhuras é um ponto muito importante no desempenho do veículo. (26) afirma que caso o espaço angular entre elas seja muito pequeno, isso pode fazer com que o pneu não tenha os benefícios do efeito bulldozer na tração do veículo.

Aumentar o número de ranhuras excessivamente pode diminuir o espaçamento angular até um ponto em que não se observe mais benefícios para a performance do veículo.

(46), em estudo financiado pela NASA com o objetivo de otimizar o design de ranhuras para veículos de exploração espacial, desenvolve uma expressão para otimizar o design do espaçamento da ranhura através da expressão em função do deslizamento, do tamanho das ranhuras e do afundamento:

$$\phi_{espa} < \frac{1}{1-i} (\sqrt{(1+h_g)^2 - (1-z)^2} - \sqrt{1 - (1-z)^2}) \quad (4.63)$$

O parâmetro ϕ_{espa} determina o espaçamento máximo que as ranhuras deveriam ter a fim de diminuir a resistência ao rolamento. A figura 50 representa os parâmetros necessários para desenvolver a equação.

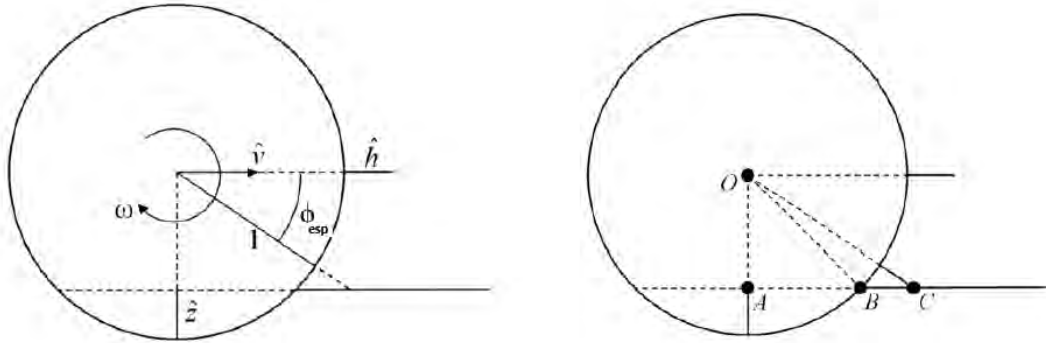


Figura 50 – Parâmetros da equação de espaçamento (46)

Conforme a ranhura afunda no solo, é criado um espaço na região frontal da roda, que não é preenchido até que algum ponto da roda se mova translacionalmente em direção àquele espaço. Seja t_r o tempo da roda se deslocar translacionalmente de B para o ponto C (ponto onde a ranhura toca o solo) e t_{gr} o tempo do pneu rotacionar o ângulo necessário para que a outra ranhura toque o solo. Para diminuir a resistência ao torque imposta pelo solo, é interessante que $t_{gr} < t_r$. Assim:

$$t_{gr} < t_r \Leftrightarrow \frac{\phi_{espa}}{\omega} < \frac{BC}{v_x} \quad (4.64)$$

A partir de relações geométricas, tem-se como resultado a equação 4.63. A equação possui algumas imprecisões em sua obtenção, pois o solo não irá manter o formato depois da ranhura entrar no solo, mas o seu resultado é uma aproximação que possui um sentido prático conforme os estudos de (39).

4.4.3 Altura das ranhuras

(40) demonstra através de experimentos que o aumento do tamanho das ranhuras tem impacto positivo na performance do veículo. Em (41) foram medidas as forças de interação entre as ranhuras e o solo, e foi concluído que o maior afundamento da ranhura tem como resultado uma maior força de pico provinda das ranhuras.

O dimensionamento da altura das ranhuras do pneu é de extrema importância, principalmente para a exploração espacial. Em 2009 o veículo de exploração de Marte da NASA (Mars Rovers), o modelo "Spirit" atolou em uma região arenosa, quando subindo uma rampa de areia (17). Além disso, a "Opportunity", muito similar a "Spirit" também já teve problemas parecidos, mas conseguiu sair da Duna Purgatório (Figura 51) em um trabalho que envolveu mais de 5 semanas de esforço e planejamento, as rodas do veículo chegaram a estar a mais de 10 centímetros de afundamento (A roda possui aproximadamente 25 centímetros de raio).

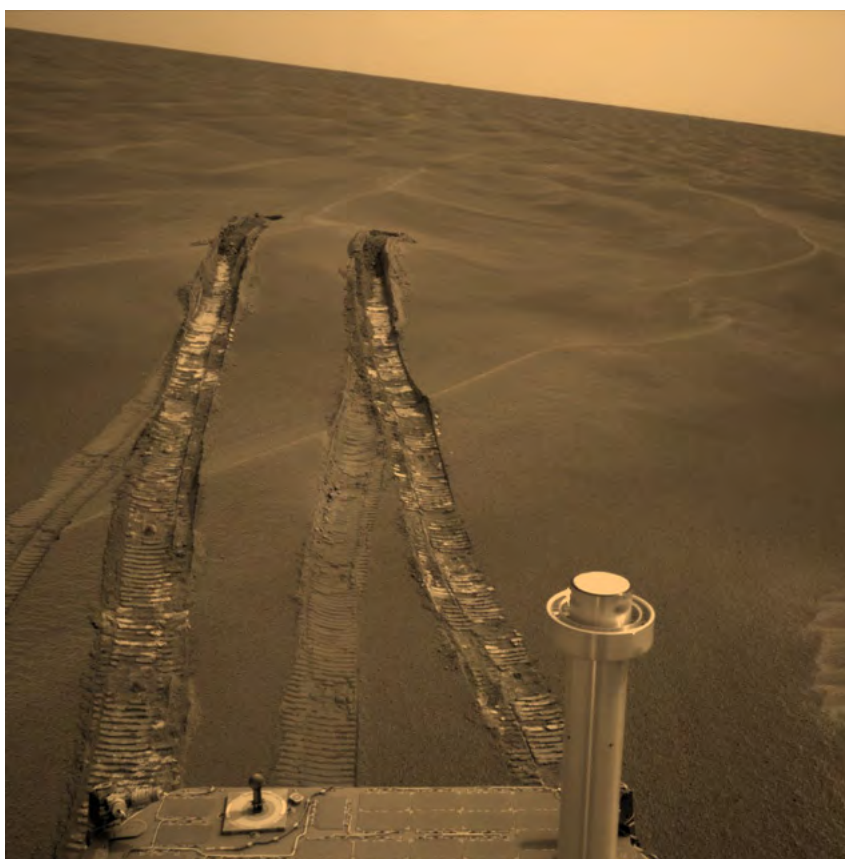


Figura 51 – Duna Purgatório do ponto de vista da Opportunity Fonte: NASA

Haja a vista a importância de melhorar a tração disponível para esses veículos de exploração, estudos sobre o tamanho de ranhuras são de vital importância, ao mesmo tempo que aumentar o tamanho provoca melhora na força de tração se esse tamanho cresce muito pode-se haver dificuldades de superar locais com inclinação, principalmente

quando há um afundamento pequeno (49).

4.4.4 Outras configurações de ranhuras

Uma das grandes dificuldades nos projetos de rodas de veículos lunares, mesmo com ranhuras é superar superfícies de areia cuja inclinação é igual o ângulo de repouso (49). O ângulo de repouso é definido como o ângulo da base do cone formada quando se deposita areia em um determinado ponto. Na Figura 52 é mostrado as referências para o cálculo do ângulo de repouso.

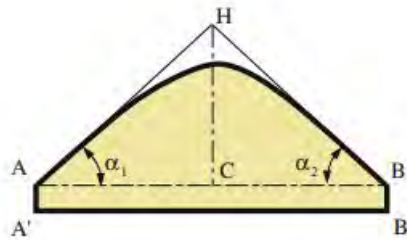


Figura 52 – Definição do ângulo de repouso (48)

A média aritmética entre os ângulos α_1 e α_2 é definido como o ângulo de repouso (α_{rep}) em experimentos, isso é demonstrado na equação:

$$\alpha_{rep} = 0,5 \left(\arctan\left(\frac{\overline{HC}}{\overline{AC}}\right) + \arctan\left(\frac{\overline{HC}}{\overline{BC}}\right) \right) \quad (4.65)$$

(48) faz estudos avaliando a influência da gravidade no ângulo de repouso, e compara os resultados dos ângulos de repouso em voos de jatos que simulam condições de baixa gravidade. O estudo concluiu que a influência gravitacional no ângulo de repouso é desprezível. Isso é positivo para experimentos realizados na Terra podem ter grande semelhança com o que seria observado em outros planetas.

Há estudos buscando outras configurações de ranhuras a fim de melhorar a trafegabilidade de veículos de exploração. (49) estuda a implementação de uma ranhura auxiliar (Figura 53).

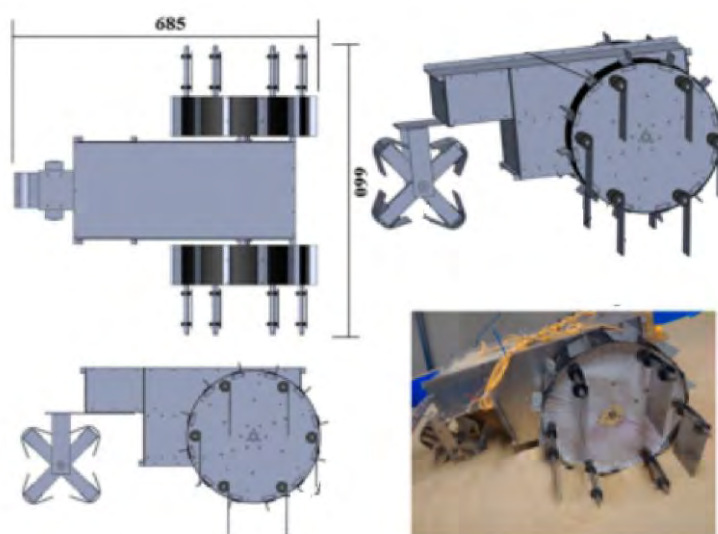


Figura 53 – Ranhura Auxiliar. (49) MODIFICADO

A ranhura auxiliar proposta por (49) apresenta resultados positivos em relação às ranhuras convencionais. (47) avalia o comportamento dinâmico de um pneu com uma ranhura que pode ser ativada por um atuador (Figura 55).

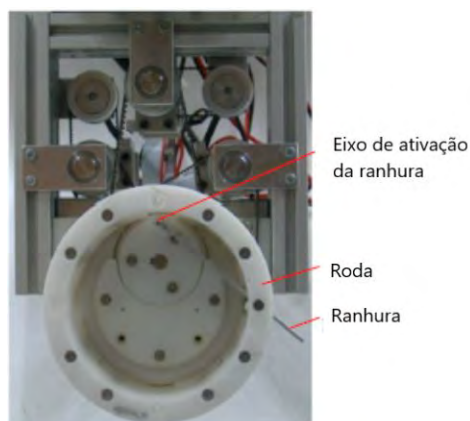


Figura 54 – Ranhura Ativável. (47) MODIFICADO

(47) denominou o seu modelo de ALW (Sigla em inglês para Roda com ranhura ativável) e comparou com modelo com numero de ranhuras fixa (FLW) e com a roda lisa.

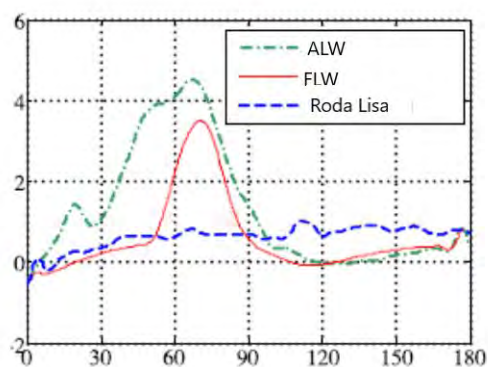


Figura 55 – Desempenho ALW (Tração(N)) vs Rotação da Roda em graus). (47) MODIFICADO

Observa-se que o ganho é grande no primeiro trecho do gráfico e uma perda menor no segundo trecho, demonstrando que há um ganho relevante na tração de pico e no desempenho geral do veículo. O autor também cita a necessidade de ser fazer estudos com mais de uma ranhura ativada ao mesmo tempo.

5 MODELAGEM E RESULTADOS

Em competições de BAJA as provas onde o projeto de transmissão tem mais impacto são as de aceleração e velocidade. Ambas são realizadas quando o veículo percorre uma distância de 100m, sendo que o tempo para percorrer os primeiros 30 metros corresponde a prova de aceleração, enquanto o tempo para percorrer 100 metros corresponde a prova de velocidade. Há um grande número de equipes que realizaram essa prova, o que torna fácil acesso à dados de tempo para cada uma delas. Dessa forma, pode-se avaliar a efetividade da utilização de cada modelo, ao se comparar os tempos obtidos pelas simulações com os tempos de competições anteriores.

Foi realizada a modelagem através de diagramas de blocos utilizando o SIMULINK® do MATLAB®, conforme mostrado na Figura 56.

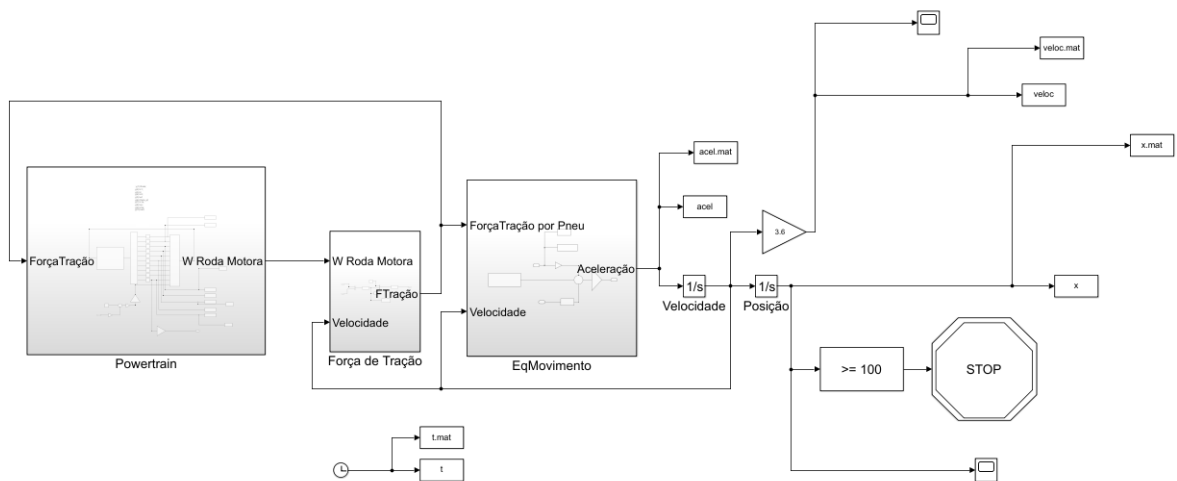


Figura 56 – Diagrama de blocos do modelo

5.1 Modelo de Julien

No modelo de Julien os principais parâmetros afetados pela mudança do tipo de solo são os coeficientes de aderência de pico e de escorregamento. Em (13) é possível obter esses coeficientes para vários tipos de superfície, como é mostrado na tabela 2:

Superfície	Valor de Pico (μp)	Valor de Escorregamento (μs)
Asfalto e Concreto (seco)	0,8-0,9	0,75
Asfalto (molhado)	0,5-0,7	0,45-0,6
Concreto (molhado)	0,8	0,7
Cascalho	0,6	0,55
Estrada de terra (seca)	0,68	0,65
Estrada de terra (molhada)	0,55	0,4-0,5
Neve (compactada)	0,2	0,15
Gelo	0,1	0,07

Tabela 2 – Valores dos Coeficientes de Aderência e escorregamento (19) e (13).

Os parâmetros utilizados na simulação são dados pela tabela 3. Normalmente as competições são em terrenos de terra seca batida, que serão a referência para se comparar com os tempos das equipes. Os valores são utilizados conforme (10).

Dado	Valor
Torque Máximo	20.19 N.m @ 2500rpm
Eficiência da CVT	1
Inercia total do Powertrain	2Kg.m ²
Total massa total do veiculo	200Kg
Raio pneu	25cm
Coefficiente de Resistência ao rolamento	0,0136
Redução final	4, 24
Eficiência da redução final	1
Inclinação do terreno	0°
Rigidez Longitudinal do pneu	20kN/m
Densidade do ar	1, 2kg/m ³
Área Frontal do veículo	1, 18m ²
Coefficiente de arrasto	0, 9
Coefficiente de aderência	0, 68
Coefficiente de escorregamento	0, 65
Deflexão do pneu	1cm
Largura pneu	17, 78cm
Constante torção mola polia motora (N/rad)	2
Constante de mola polia movida(N/m)	5000
Massa rolete polia motora (Kg)	0,15

Tabela 3 – Valores dos parâmetros usados na simulação

Os resultados obtidos são mostrados nas Figuras 57, 59, 58 e na tabela 4.

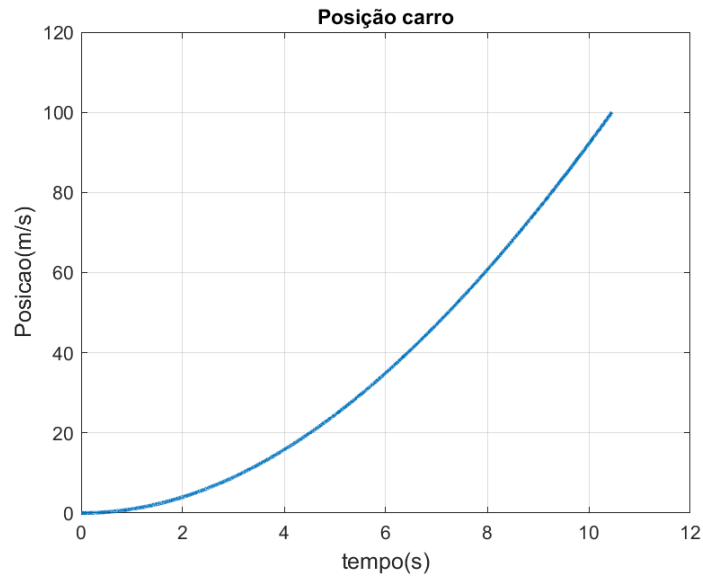


Figura 57 – Posição do veículo vs Tempo

O veículo atinge as posições de 30m e 100m em 5,5s e em 10s respectivamente. Como pode se observar no gráfico de velocidade, o ganho de velocidade é mais acentuado no período inicial, sendo que diminui esse ganho conforme o veículo atinge velocidades mais altas.

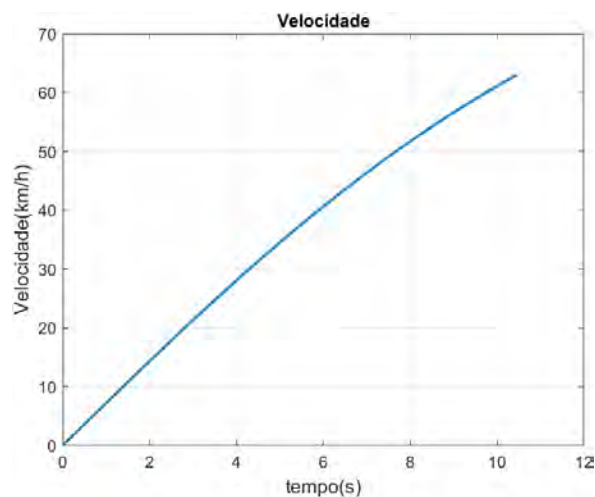


Figura 58 – Velocidade veículo vs Tempo

A força de tração não atinge seu valor de pico, apesar de haver uma queda no ganho de velocidade, isso pode ser explicado pelo aumento da força de arrasto que contrapõe o movimento do veículo, e aumenta segundo o quadrado da velocidade.

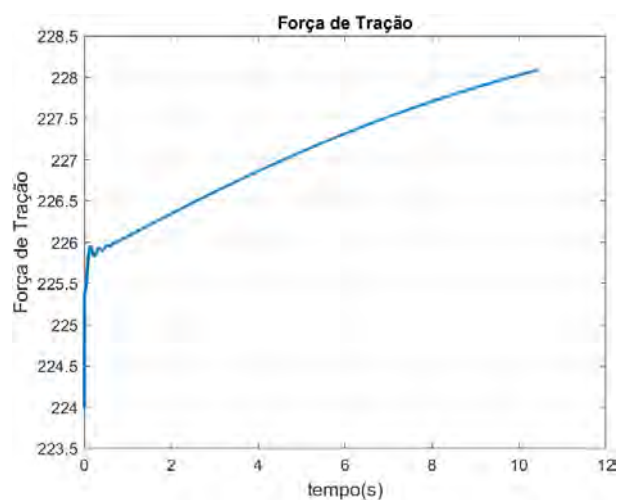


Figura 59 – Força de tração vs tempo

Observa-se no início do período um comportamento da força de tração oscilatório. Isso decorre devido ao comportamento dinâmico da CVT, pode-se observar isso no gráfico que mostra os valores de raio das polias motora(60) e da polia movida(61) esse fenômeno dinâmico é melhor explicado em (10).

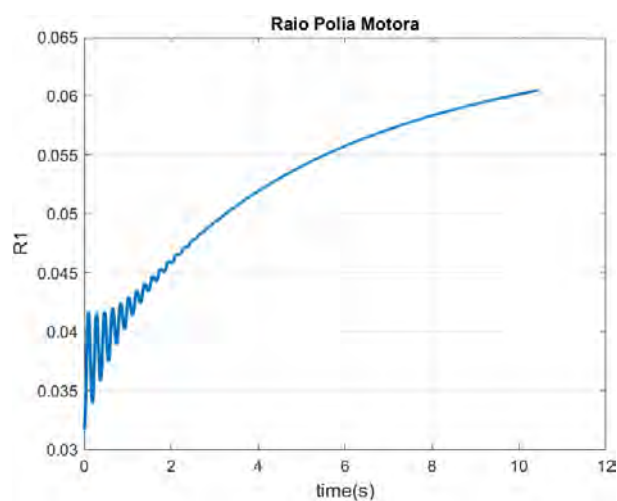


Figura 60 – Raio Polia Motora

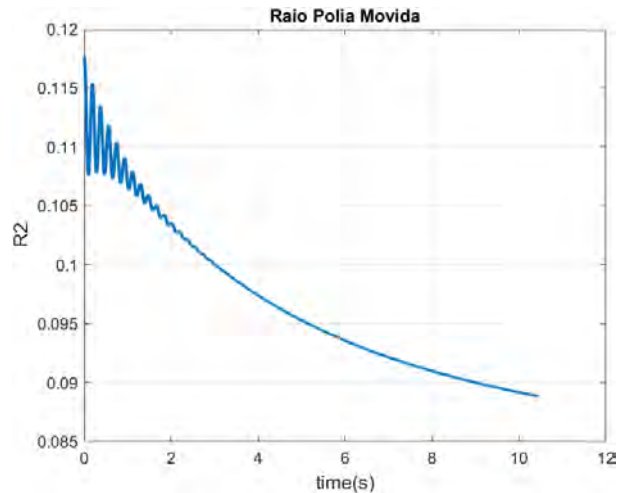


Figura 61 – Raio Polia Movida

Os dados da simulação a serem utilizados na comparação de modelos são mostrados na tabela 4.

Parâmetro	Resultado Simulação
Teste velocidade	10,452s
Teste Aceleração	5,554s
Velocidade Máxima	63,09Km/h

Tabela 4 – Resultados principais da simulação

5.2 Fórmula Mágica

Foi realizada a modelagem através de diagramas de blocos utilizando o SIMULINK® do MATLAB®, conforme mostrado na Figura 56, é utilizado o mesmo diagrama de blocos, se diferenciando nas funções do deslizamento longitudinal e da força de tração.

Os parâmetros utilizados na simulação são dados pela tabela 7. Normalmente as competições são em terrenos de terra seca batida, que serão a referência para se comparar com os tempos das equipes. Os valores são utilizados conforme (10), (22).

Dado	Valor
Torque Máximo	20.19 N.m @ 2500rpm
Eficiência da CVT	1
Inércia total do Powertrain	2Kg.m ²
Total massa total do veículo	200Kg
Raio pneu	25cm
Coefficiente de Resistência ao rolamento	0,0136
Redução final	4, 24
Eficiência da redução final	1
Inclinação do terreno	0°
Rigidez Longitudinal do pneu	20kN/m
Densidade do ar	1, 2kg/m ³
Área Frontal do veículo	1, 18m ²
Coefficiente de arrasto	0, 9
B	198.2684
C	1.65
D	0.7* W_{pneu}
E	0
Deflexão do pneu	1cm
Largura pneu	17, 78cm
Constante torção mola polia motora (N/rad)	2
Constante de mola polia movida(N/m)	5000
Massa rolete polia motora (Kg)	0,15

Tabela 5 – Valores dos parâmetros usados na simulação Pneu Rígido Solo deformável

O valor de W_{pneu} é obtido ao se aplicar a pré distribuição de peso definida(64T/36D). Os resultados obtidos são mostrados nas Figuras 62, 64, 63 e na tabela 8.

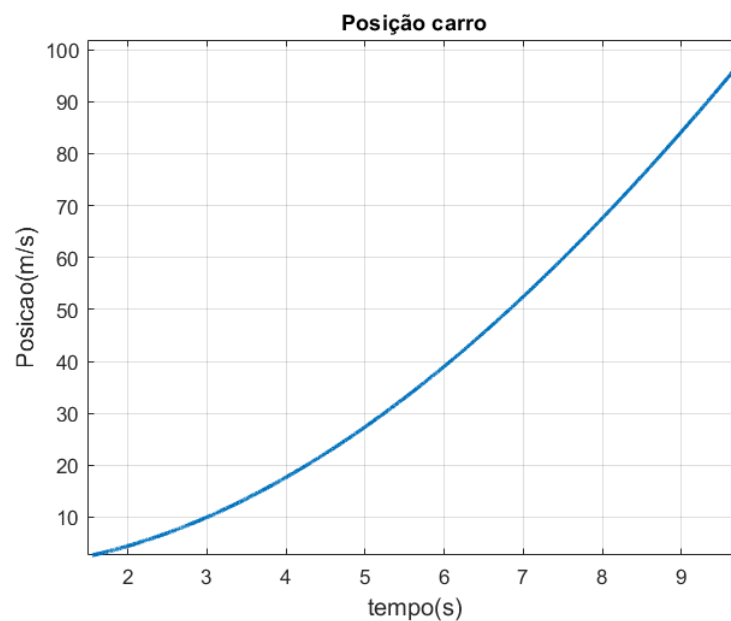


Figura 62 – Posição do veículo vs Tempo

O veículo atinge as posições de 30m e 100m em 5,5s e em 10s respectivamente. Como pode se observar no gráfico de velocidade, o ganho de velocidade é mais acentuado no período inicial, sendo que diminui esse ganho conforme o veículo atinge velocidades mais altas.

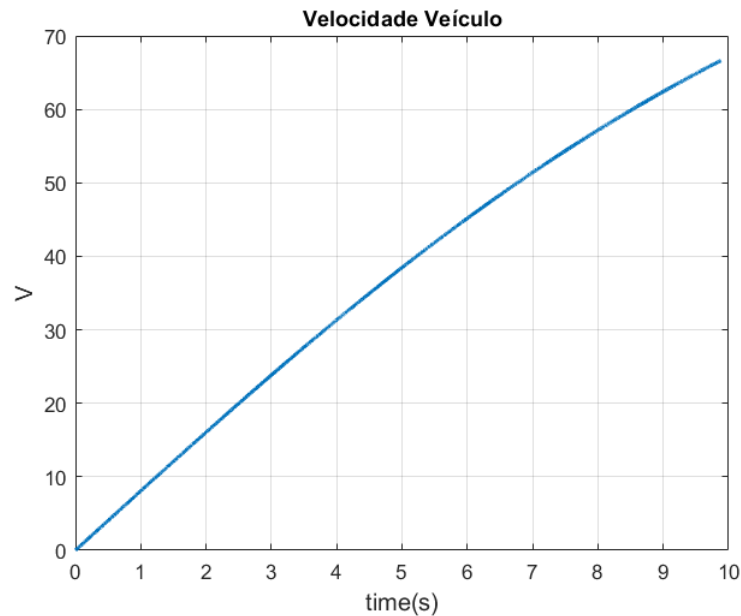


Figura 63 – Velocidade veículo vs Tempo

A força de tração é quase constante durante todo o movimento, o que implica que o deslizamento longitudinal também é. Mesmo assim, observa-se a redução da variação da velocidade, mesmo caso do modelo de Julien, sendo explicado pelo aumento da força de arrasto que contrapõe o movimento do veículo, e aumenta segundo o quadrado da velocidade.

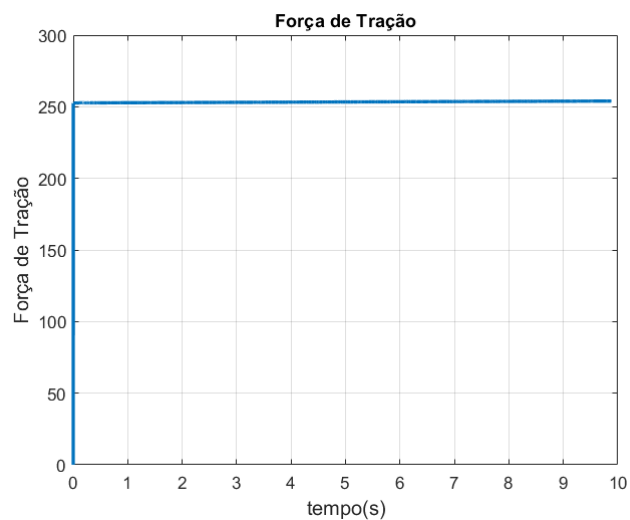


Figura 64 – Força de tração vs tempo

Os dados da simulação a serem utilizados na comparação de modelos são mostrados na tabela 8.

Parâmetro	Resultado Simulação
Teste velocidade	9,884s
Teste Aceleração	5,239s
Velocidade Máxima	66,64Km/h

Tabela 6 – Resultados principais da simulação

5.3 Modelo Pneu-Rígido Solo Deformável sem ranhuras

O diagrama de blocos em SIMULINK® utilizado para modelar o veículo utilizando o modelo de Julien e a Formula Magica (Figura 56), foi adaptado para a interação do veículo com o terreno na condição de solo deformável-pneu rígido, conforme a modelagem feita em (3), onde não se considera os efeitos das ranhuras nos pneus, modelando-se o pneu sendo um cilindro rígido.

Os dados utilizados para essa simulação estão na tabela 5. O motor e os dados referentes a qualquer aspecto não relacionados a modelagem de pneu foram mantidos iguais as outras duas simulações, para efeito de melhor comparação. O solo modelado é a areia compacta e os dados dos parâmetros de Bekker usados nesse modelo são conforme (3).



Figura 65 – Veículo de BAJA percorrendo solo de areia compacta. Créditos: Cornell BAJA Racing

Dado	Valor
Torque Máximo	20.19 N.m @ 2500rpm
Eficiência da CVT	1
Inercia total do Powertrain	2Kg.m ²
Total massa total do veículo	200Kg
Raio pneu	25cm
Coefficiente de Resistência ao rolamento	0,0136
Redução final	4, 24
Eficiência da redução final	1
Inclinação do terreno	0°
Densidade do ar	1, 2kg/m ³
Área Frontal do veículo	1, 18m ²
Coefficiente de arrasto	0, 9
K_c	137895,14(N/m ²)
K_ϕ	678849,65(N/m ³)
Coesão C_o	827,37(N/m ²)
Ângulo de resistência ao cisalhamento(ϕ)	33°
Expoente de afundamento no solo n	0,4706
Módulo de deformação por cisalhamento K_x	0.0381(m)
c_α	0,43
c_β	0,42
Ângulo de resistência ao cisalhamento(ϕ)	33°
Expoente de afundamento no solo n	0,4706
Largura pneu	17, 78cm
Constante torção mola polia motora (N/rad)	2
Constante de mola polia movida(N/m)	5000
Massa rolete polia motora (Kg)	0,15
Ângulo de contato solo traseira (θ_s)	0

Tabela 7 – Valores dos parâmetros usados na simulação

No modelo de Julien as forças relacionadas a aderência entre a borracha e o piso e a elasticidade do pneu são consideradas para modelar a força de tração do veículo, sendo a reação do solo a essas forças responsável por "empurrar" o veículo para frente.

Enquanto isso, na modelagem Pneu Rígido-Solo deformável, a elasticidade do pneu é desprezada e a aderência entre borracha e o solo é substituída pela coesão entre as partículas do solo, sendo a forma como o pneu gira e afeta essa coesão (representado pelas forças de cisalhamento e tensão normal) o que proporciona o efeito de propulsão do carro.

Utilizando a modelagem apresentada previamente, tem-se os seguintes resultados:

Em relação a posição do veículo x tempo, o gráfico é mostrado na figura 66.

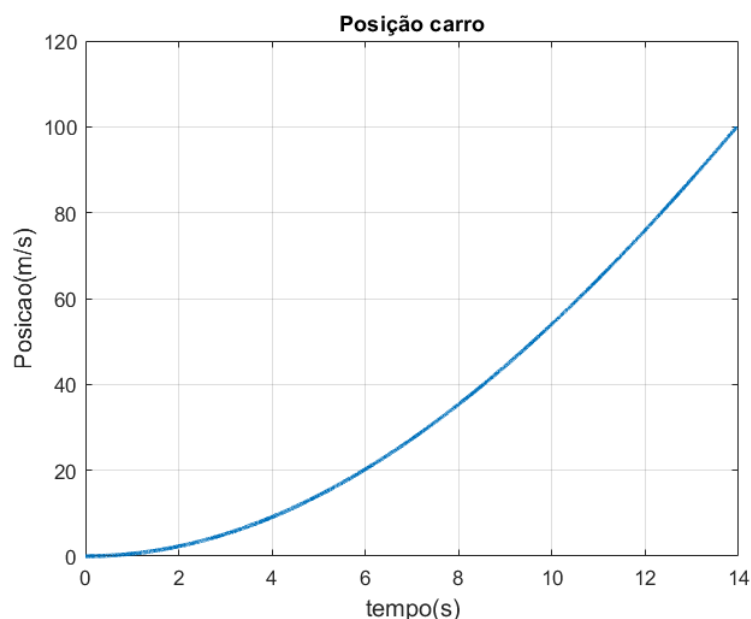


Figura 66 – Posição vs tempo, modelo de Bekker

A principal diferença do gráfico está no tempo que o veículo demora para percorrer a distância de 100m, uma vez que o tempo é de quase 14 segundos. Isso ocorre principalmente porque na abordagem utilizada, supõe-se que o solo não foi previamente trafegado, pois o modelo de Bekker foi desenvolvido pensando nesse tipo de situação. Devido a esse fato, é natural que o veículo demore mais para percorrer o trajeto por se tratar de um solo não previamente compactado.

(30) diz que para solos compactados, que são superfícies onde veículos fizeram múltiplos passes, de forma a tornar a superfície menos muda a distribuição de tensões no pneu. Isso é mostrado na Figura 67, onde se mostra a principal alteração com múltiplos passes: O ângulo de máxima tensão (θ_m) vai ser localizado diretamente abaixo do centro do pneu.

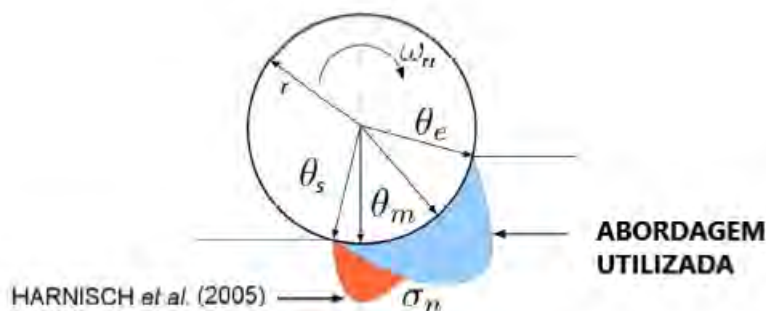


Figura 67 – Diferença entre o modelos (28) MODIFICADO

Já em relação a velocidade do veículo vs tempo, a Figura 68, mostra o desempenho do veículo:

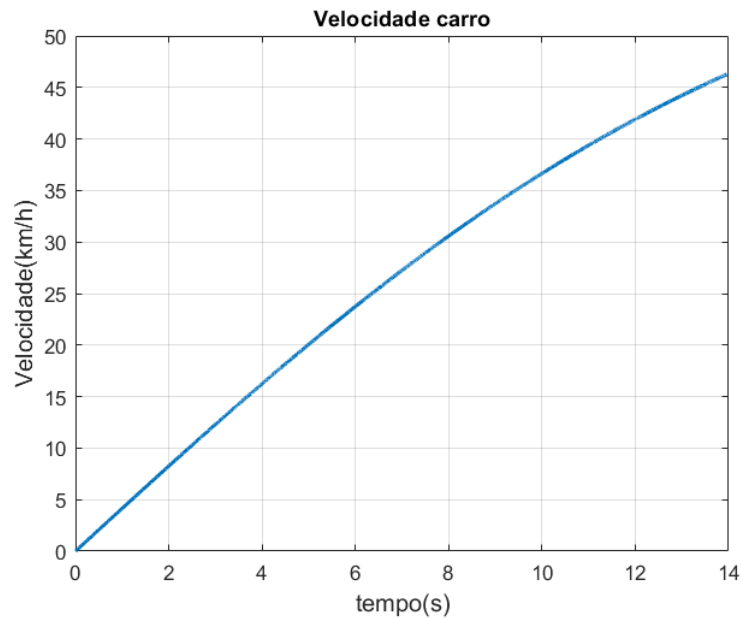


Figura 68 – Velocidade vs tempo, modelo de Bekker

A velocidade máxima também é significativamente inferior aos modelos anteriores, devido à não consideração da compactação do solo no modelo utilizado.

Já a relação a Força de Tração do veículo vs tempo, é dada pela figura 69:

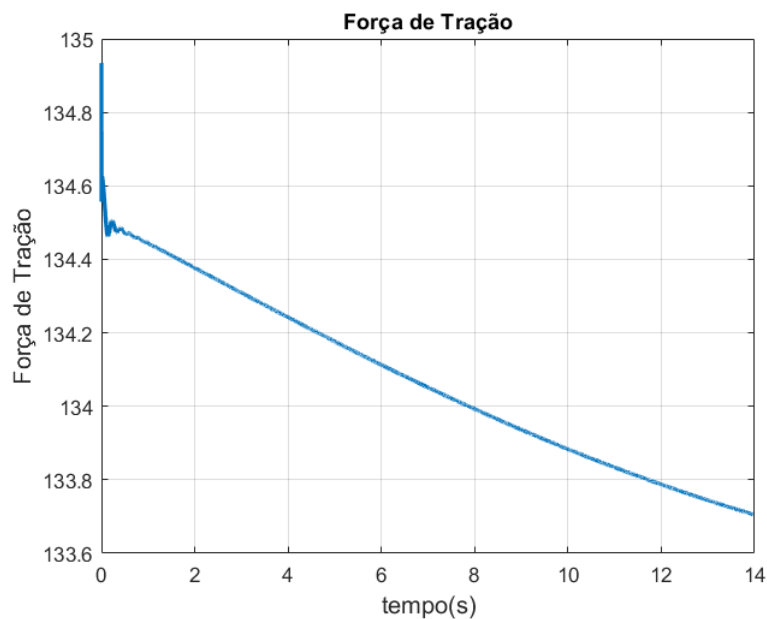


Figura 69 – Força de Tração vs tempo, modelo Bekker

Nota-se que ao contrário da força de tração no modelo de Julien, o valor da força

de tração decresce com o tempo. Isso ocorre, pois o veículo sai da inércia no instante inicial, conforme o veículo anda, o deslizamento longitudinal vai ser maior, tendo como resultado a força de tração decrescer.

Parâmetro	Resultado Simulação
Teste velocidade	13,96s
Teste Aceleração	7,345s
Velocidade Máxima	46,26Km/h

Tabela 8 – Resultados principais da simulação

5.4 Modelo Proposto

A força de tração para solos deformáveis, considerando o efeito das ranhuras deriva de duas principais componentes:

- O cisalhamento e a força normal atuantes no veículo
- O efeito bulldozer provindo das ranhuras.

No pneu modelado(Figura 70) as ranhuras podem ser considerada angularmente espaçadas para que o solo falhe na região. Entretanto, a altura h_b da ranhura não é desprezível frente a largura. Entretanto, há 3 gomos, que possuem uma pequena defasagem entre eles. Esse pneu, por efeitos de simplificação vai ser modelado como se todos os 3 gomos fossem apenas um com uma largura maior (b_g). Dessa forma, pode-se utilizar o efeito bulldozer para modelar a ranhura.

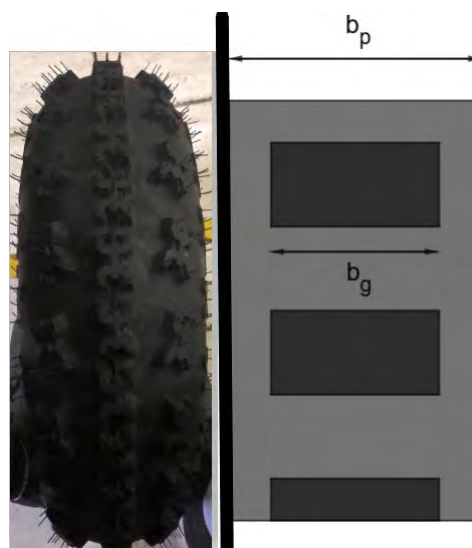


Figura 70 – Pneu real vs modelo Fonte: O autor

Outro problema existente para o cálculo do efeito bulldozer está na distribuição de carga ao longo da região passiva, que não é uniforme. Usa-se então a mesma aproximação de (31), considerando a pressão média ao longo de toda a região de falha passiva (l_{qp}) dada pela expressão:

$$l_{qp} = \frac{h_b}{\tan(45 - \phi/2)} \quad (5.1)$$

Assim, a distribuição de carga será calculada por:

$$q_i = \frac{\int_{\theta_{gi} - \beta_{gi}}^{\theta_{gi}} \sigma_n(\theta) d\theta}{\beta_g} \quad \text{onde} \quad \beta_{gi} = \arctan(h_b/l_{qpi}) \quad (5.2)$$

O índice i representa a ranhura i , uma vez que o pneu vai possuir mais de uma ranhura no solo ao mesmo tempo, a distribuição de carga deve ser calculada para cada ranhura. O efeito bulldozer deve ser calculado com base na Figura 71.

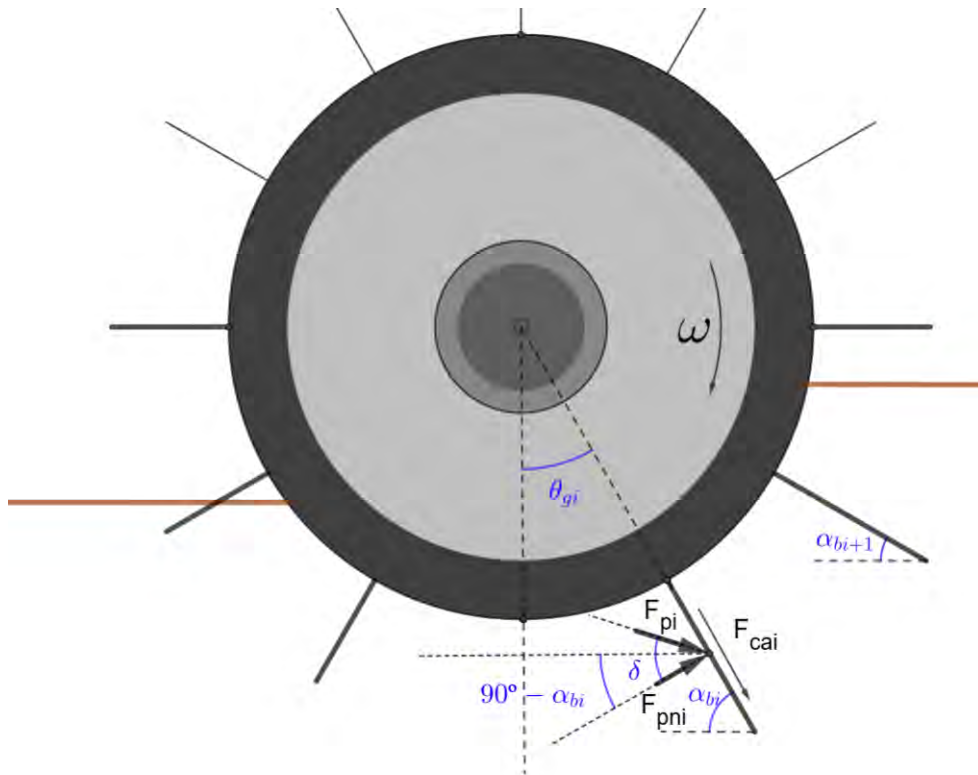


Figura 71 – Efeito bulldozer no pneu Fonte: O autor

Para isso, algumas relações são importantes, como o por exemplo a do ângulo de pá ser o complementar do ângulo de referência da ranhura do pneu no referencial utilizado para o cálculo das forças de afundamento ($\theta_{gi} = 90 - \alpha_{bi}$). Para o veículo utilizado, despreza-se

o coeficiente de adesão A_d , o que seria semelhante a hipótese de se considerar o solo seco. Dessa forma as resultantes devido ao efeito bulldozer são:

$$F_{bullxi} = F_{pi} \cos(\delta - \theta_{gi}) \quad (5.3)$$

$$F_{bullyi} = F_{pi} \cos(\delta - \theta_{gi}) \quad (5.4)$$

Considerando que o ponto de aplicação é no centro da ranhura:

$$T_{bull} = F_{pmi}(R_p + h_b/2) \quad (5.5)$$

O valor de F_{pi} é calculado pela equação 4.54. Deve-se ressaltar que não se considera que as forças atuantes em uma ranhura interferem na interação ranhura-solo de outra ranhura adjacente.

A espessura das ranhuras são consideradas no modelo ao se fazer o cálculo da tensão de cisalhamento e da tensão normal, assim como em (38). Para se calcular o ângulo das ranhuras(ϵ_b) pode-se considerar a Figura 72.

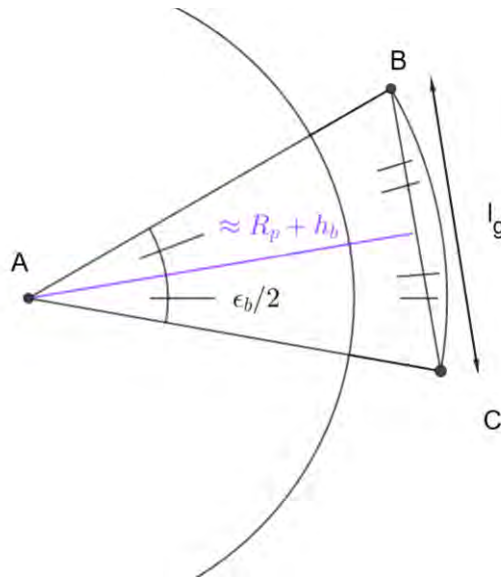


Figura 72 – Ângulo da ranhura Fonte: O autor

Considerando que o arco BC e a reta \overline{BC} têm aproximadamente a mesma distância do centro, tem-se:

$$\epsilon_b = 2 \arctan \frac{l_g}{2(R_p + h_b)} \quad (5.6)$$

Assim, haverá uma descontinuidade nas integrais nos pontos onde houver gomos, pois a tensão normal será alterada na região frontal para:

$$\sigma_{n1}(\theta) = (K_c'' + b_p K_\phi'') \left(\frac{R_p + h_b}{b_p} \right)^n (\cos(\theta) - \cos(\theta_e))^n \quad (5.7)$$

Já na região anterior é dada por:

$$\sigma_{n2}(\theta) = (K_c'' + b_p K_\phi'') \left(\frac{R_p + h_b}{b_p} \right)^n \left(\cos(\theta_e - \left(\frac{\theta - \theta_s}{\theta_m - \theta_s} \right) (\theta_c - \theta_m)) - \cos(\theta_e) \right)^n \quad (5.8)$$

Os efeitos devido à sedimentação na região entre ranhuras é desprezada no modelo. Atráves da expressão da tensão normal pode-se obter o cisalhamento e conseqüentemente as forças normais e de tração, além do torque de resistência do solo.

Como resultado para cada instante de tempo, uma roda com p ranhuras abaixo do solo estará sujeita às seguintes forças:

Na direção Longitudinal:

$$F_x = \left[\int_{\theta_s}^{\theta_e} bR(\tau(\theta)\cos(\theta) - \sigma(\theta)\sin(\theta))d\theta \right] + \sum_{i=0}^p F_{bullxi} \quad (5.9)$$

Na direção Vertical:

$$F_y = \left[\int_{\theta_s}^{\theta_e} bR(\tau(\theta)\cos(\theta) + \sigma(\theta)\sin(\theta))d\theta \right] + \sum_{i=0}^p F_{bullyi} \quad (5.10)$$

O torque de resistência será calculado por:

$$T_r = \left[\int_{\theta_s}^{\theta_e} bR(\tau(\theta))d\theta \right] + \sum_{i=0}^p T_{bulli} \quad (5.11)$$

Os valores de b e R são diferentes para os ângulos que possuem ranhuras e por isso eles ficam dentro da integral. Assim, para o modelo proposto deve-se seguir os seguintes passos, para o cálculo das forças de uma roda de peso W_r :

1. Determinar a posição angular da roda ($\theta(t)$)
2. Determinar a região de afundamento (θ_e e θ_s)
3. Calcular quantos gomos estão na região afundada
4. Cálculo da distribuição de carga média q para cada ranhura
5. Cálculo do efeito bulldozer para cada ranhura i.

6. Cálculo das Forças de Tração e Vertical e do Torque de resistência.
7. Uso da hipótese de estados quasi-estáticos na vertical para a roda, verificando se $|F_y - W_r| < \delta_{prec}$, onde δ_{prec} é um valor pequeno pré determinado. Caso não seja verdadeira a desigualdade repetir desde o passo 2.
8. Refazer todos os passos considerando a nova posição angular da roda.

5.4.1 Determinando a posição angular das rodas

Para utilizar o método proposto necessita-se para cada instante de tempo da simulação determinar a posição das ranhuras. A Figura 73 é interessante para entender como isso pode ser feito. Na imagem, as ranhuras foram transformadas em pontos de cores diferentes.

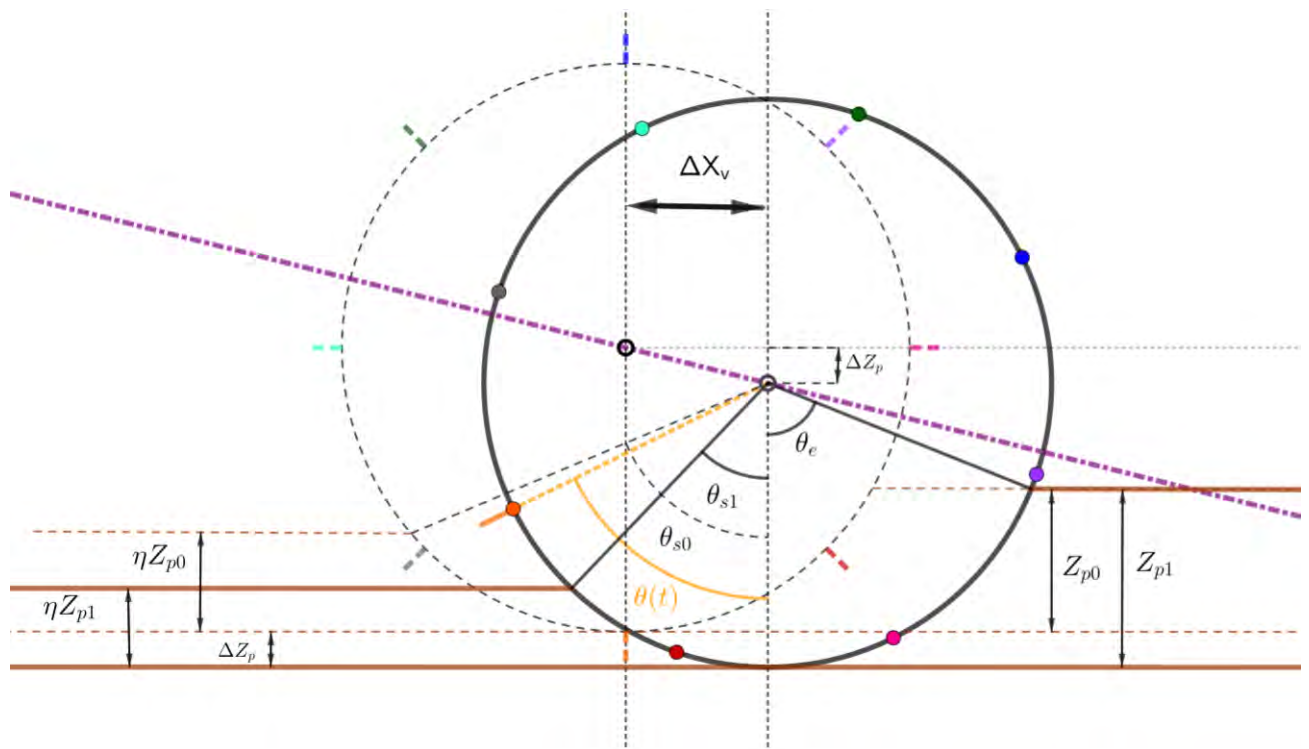


Figura 73 – Posição do pneu com o tempo Fonte: O autor

Primeiramente, para o instante inicial deve-se "marcar" uma das ranhuras como a de referência, assim a rotação angular da roda $\theta(t)$ vai significar a rotação dessa ranhura marcada $\theta_1(t)$. Após a primeira marcação, deve-se pensar na posição da roda em termos da primeira volta no círculo trigonométrico. Para isso, deve-se utilizar a função piso(floor),

que retorna como resultado o arredondamento para o inteiro mais próximo a esquerda na reta real de um número (Ex: $\text{floor}(1,6)=1$). Dessa forma:

$$\theta_{1sti} = \theta(t) - 2\pi \text{floor}(\theta(t)/(2\pi)) \quad (5.12)$$

Após isso, deve-se verificar se o gomo marcado está na região entre os ângulos θ_e e θ_s , isso pode ser feito através das seguintes desigualdades:

$$\theta_{1sti} \leq |\theta_s| \quad (5.13)$$

Ou

$$\theta_{1sti} > 2\pi - \theta_e \quad (5.14)$$

Se uma dessas, desigualdades for satisfeita, então a ranhura estará afundada. Basta então repetir o procedimento acima para cada uma das ranhuras, lembrando que o ângulo de uma ranhura i pode ser calculado por:

$$\theta_i(t) = \theta_1(t) + (i - 1) \frac{2\pi}{n_g} \quad (5.15)$$

Sendo n_g o número de ranhuras/gomos do pneu

5.4.2 Novo Modelo vs Modelo de Bekker

Simulando o comportamento de um pneu com deslizamento longitudinal constante e com 50% de deslizamento, e peso de 784,4 N. Utilizando os dados do pneu da tabela 9 fornece os dados da modelagem feita:

Dado	Valor
Número de Ranhuras	24
Largura Ranhura	$3 \times 28,15\text{mm}$
Largura Longitudinal Ranhuras	38 mm
Ângulo de Fricção(δ)	$\phi = 30\text{graus}$
Velocidade Angular Pneu	0,12 rad/s

Tabela 9 – Valores dos parâmetros usados na simulação comparativa

Adotando os parâmetros de Bekker idêntico aos utilizados na simulação sem considerar o efeito das ranhuras, pode-se observar no gráfico da Figura 74 as diferenças entre a abordagem tradicional utilizando o modelo de Bekker e o novo modelo proposto neste trabalho.

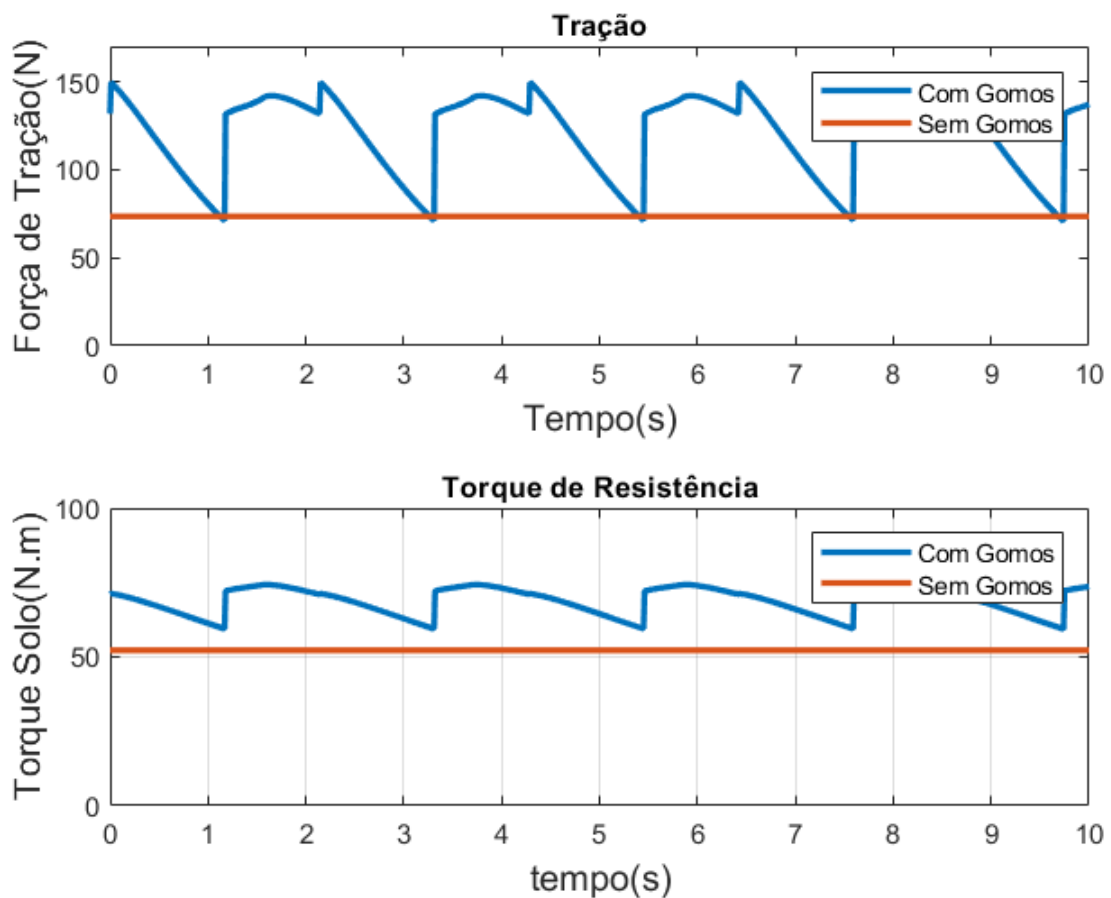


Figura 74 – Torque e Força de Tração comparativos

Observa-se que há um incremento no torque de resistência, dado que as ranhuras recebem esforços providos do efeito bulldozer. Entretanto, ocorre também o aumento na força de tração, tendo-se resultados positivos para o movimento do veículo e condizendo com os resultados experimentais da literatura.

5.4.2.1 Comparando os modelos sem a hipótese equilíbrio quasi estático

O algoritmo utilizado é alterado quando não se considera equilíbrio estático na vertical, sendo dado por:

1. Determinar a posição angular da roda ($\theta(t)$)
2. Determinar Z
3. Determinar a região de afundamento (θ_e e θ_s)
4. Calcular quantos gomos estão na região afundada

5. Cálculo da distribuição de carga média q para cada ranhura
6. Cálculo do efeito bulldozer para cada ranhura i .
7. Cálculo das Forças de Tração (F_t) e Vertical (F_y) e do Torque de resistência (T_{res}).
8. Calcular a aceleração vertical através da segunda lei de newton ($F_y - mg - C_{amor}\dot{z} = m\ddot{z}$)
9. Refazer todos os passos considerando a nova posição angular da roda.

Na Figura 75 é mostrado como se calcula o ângulo de contato da parte frontal (θ_e) e o da parte traseira (θ_s). O fator de afundamento (η_{af}) é a relação do afundamento da parte traseira com relação à parte da frente.

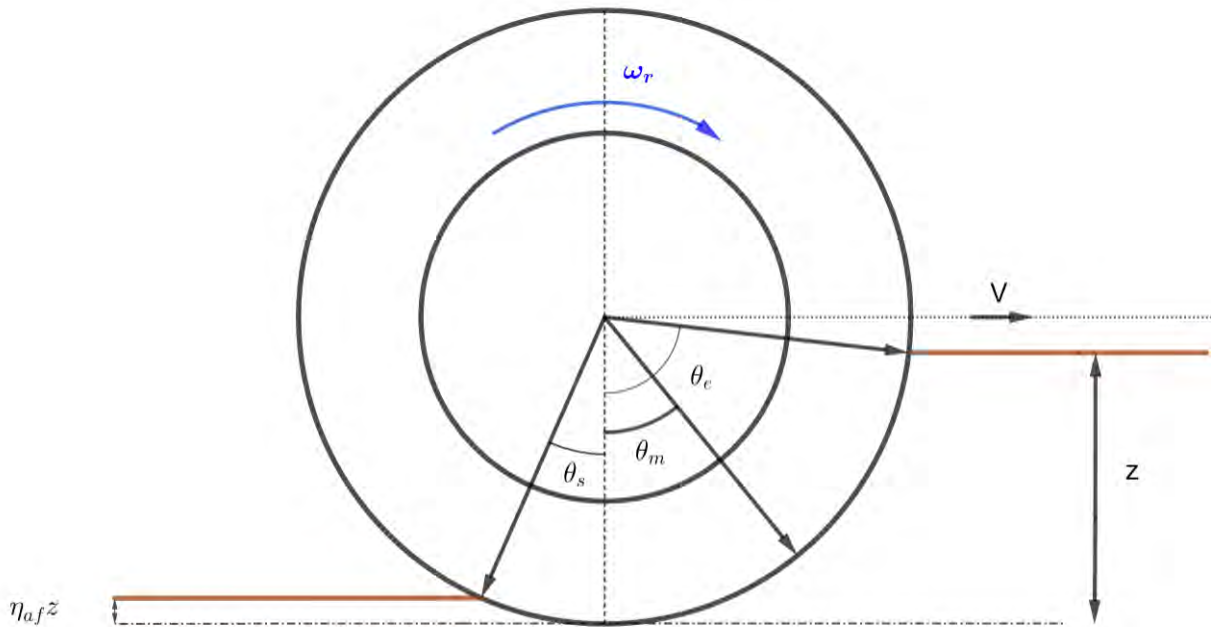


Figura 75 – Afundamento pneu: O autor

Os ângulos θ_e e θ_s são calculados pelas expressões:

$$\theta_e = \arccos\left(1 - \frac{|z|}{R_p}\right) \quad (5.16)$$

$$\theta_s = \arccos\left(1 - \frac{\eta_{af}|z|}{R_p}\right) \quad (5.17)$$

Os dados utilizados para a simulação são mostrados na tabela 10. Os outros dados são idênticos à simulação com estados quasi-estáticos. Além disso, foi introduzido amortecimento para dissipação de energia na vertical.

Dado	Valor
Deslizamento	50%
Afundamento inicial do pneu	5mm
Amortecimento	1400Ns/m

Tabela 10 – Valores dos parâmetros usados na simulação comparativa com afundamento variável

Como resultado da não consideração de equilíbrio dinâmico, o afundamento se tornou variável, conforme mostrado na Figura 76.

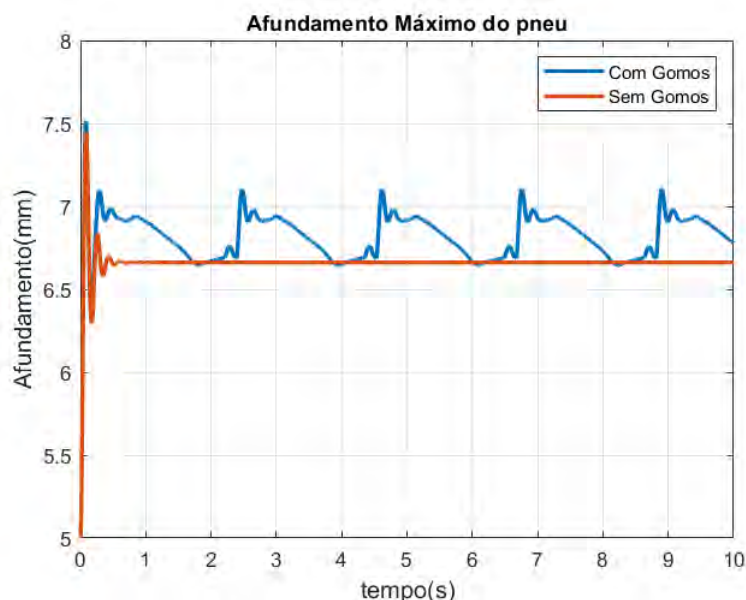


Figura 76 – Afundamento vs tempo modelo proposto vs modelo de Bekker

Observa-se que o valor de equilíbrio encontra-se entre 6.5 e 7mm. Um fator que mostra que o modelo proposto condiz com o fenômeno físico observado em experimentos é a natureza oscilatória do afundamento de pneus com gomos.

Quando em comparação com os valores de (31), os valores de afundamento são bem menores do que os observado no estudo (Oscila próximo a 20mm) que possui carga vertical bem menor (66N). Entretanto, em (31) o solo utilizado é areia seca, material que apresenta coesão nula e portanto não se pode comparar os resultados do modelo utilizado com os do experimento.

Outra diferença observada é que em nenhum momento o afundamento fica menor do que o caso sem gomos, isso também é observado em relação à normal exercida pelos solo

(Figura 77) e também a força de tração e ao torque de resistência (Figura 78). Entretanto, no caso dos experimentos de (31) a carga vertical é mais de 10 vezes menor, o que dificulta comparações, enfatizando assim a necessidade de experimentos para se validar o modelo proposto.

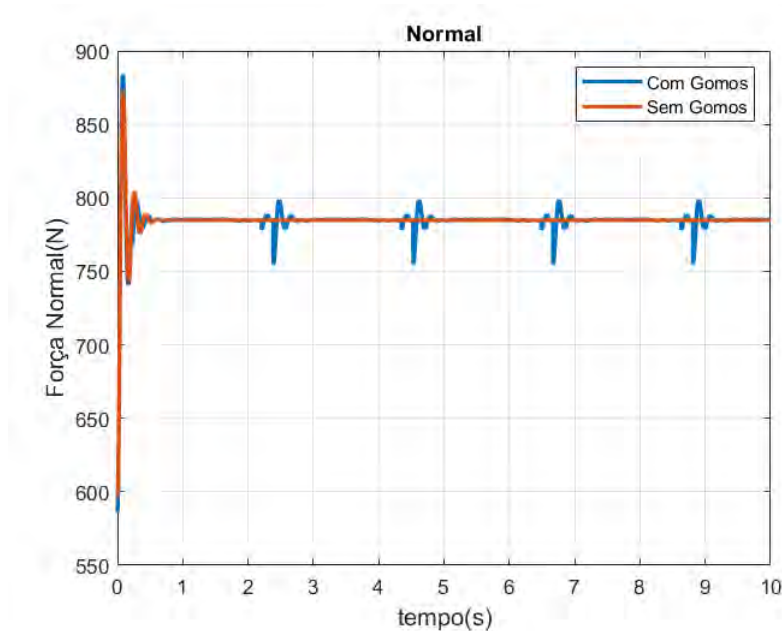


Figura 77 – Força normal vs tempo comparativo modelo proposto vs modelo de Bekker

A força normal apresentou natureza oscilatória, mas de forma diferente em relação ao afundamento, com desvios em relação ao caso sem gomos menor. Demonstrando que as posições dos gomos tem menor impacto sobre a força normal do que em relação ao afundamento.

Já em relação à força de tração e ao torque de resistência, ambos apresentaram comportamentos parecidos ao caso de equilíbrio estático, mas com formatos de curva diferentes, além de valores mais altos de força de tração e torque. Entretanto, deve-se considerar que o comprimento da região de contato é superior devido ao coeficiente η_{af} não ser nulo nesse caso.

Os resultados desse modelo mostram que ele pode ser modelado como uma soma de senos e cossenos devido à seu comportamento periódico, o que mostra que ele condiz com os resultados experimentais mostrados em (31).

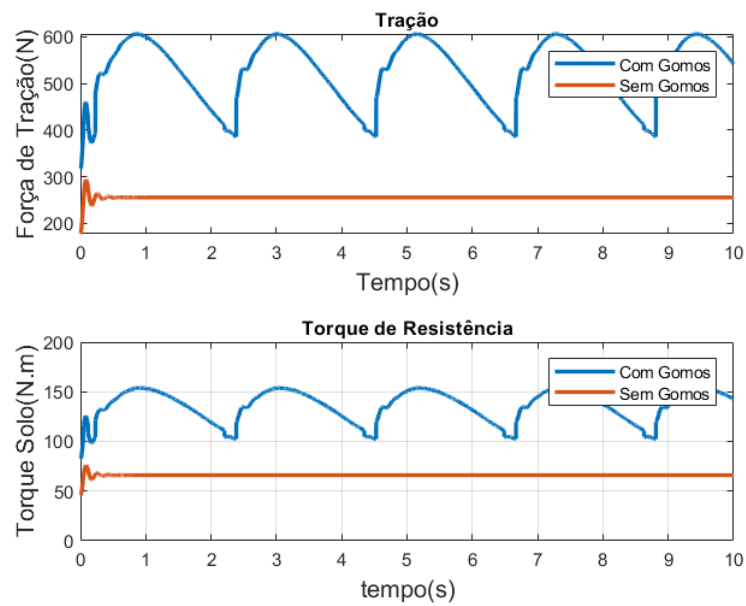


Figura 78 – Tração e Torque vs tempo comparativo modelo proposto vs modelo de Bekker

Como observado os valores da força de tração são mais altos, muito em razão da região de afundamento ser maior e permitir com que mais ranhuras deem o benefício do efeito bulldozer ao pneu. Entretanto, essa maior região de contato exige mais do Powertrain do veículo por ter uma demanda de torque superior.

5.4.3 Resultados do modelo proposto acoplado à dinâmica longitudinal

A modelagem do veículo desprezou os efeitos da dinâmica vertical, ou seja, não foi considerado o pitch da carroceria do veículo, tendo assim distribuições de peso fixas em cada roda. Isso foi feito para melhorar o processo computacional do programa. Além disso, as rodas dianteiras (rebocadas) não tiveram contabilizados os efeitos da presença de ranhuras. A tabela 11 fornece os dados da modelagem feita:

Dado	Valor
Número de Ranhuras	24
Largura Ranhura	$3 \times 28,15mm$
Largura Longitudinal Ranhuras	38 mm
Ângulo de Fricção(δ)	$\phi = 30^\circ$

Tabela 11 – Valores dos parâmetros usados na simulação

Os demais dados foram iguais aos outros modelos, para facilitar as comparações entre eles. O gráfico da posição do veículo é dado pela Figura 79.

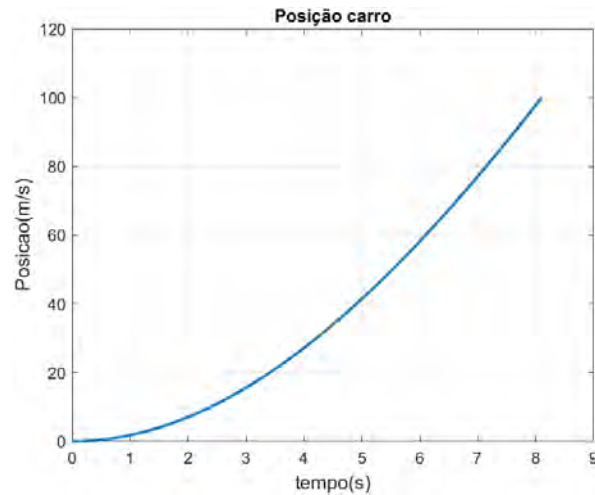


Figura 79 – Posição do Veículo vs Tempo

Em comparação ao modelo de Bekker que considera o pneu liso, observa-se que o veículo desenvolve muito mais rapidamente o percurso de 100. O que é esperado, pois o efeito de ranhuras no pneu tem significativo aumento na força de tração. O veículo percorre os 100m em 8,1s e a distância dos 30m em 4,215s.

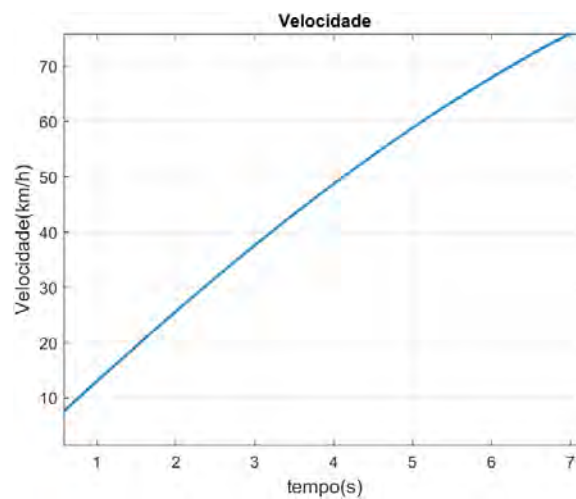


Figura 80 – Velocidade do Veículo vs Tempo

Já no gráfico da velocidade (Figura 79), observa-se valores muito mais altos, o que também se deve ao maiores valores de força de tração previstos pelo modelo utilizado. O carro chega aos 74,3 Km/h.

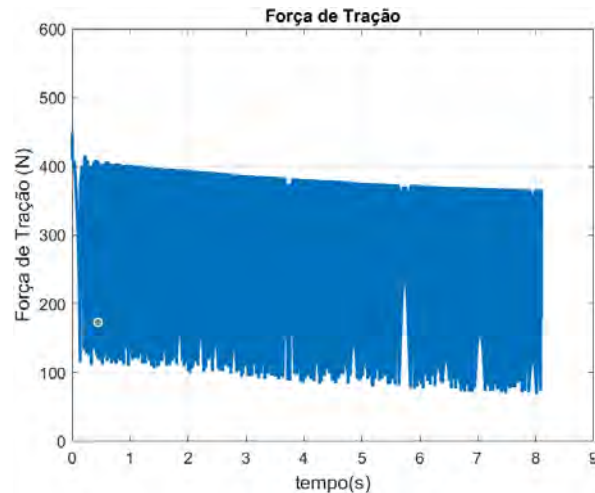


Figura 81 – Força de tração vs Tempo

Na força de tração (Figura 81), observa-se o efeito dinâmico mostrado pelos os experimentos de (31), porém com frequência angular muito mais alta, o que pode ser observado pela pequena distância entre pontos de pico. Isso deve-se as velocidades angulares da roda do durante o comportamento dinâmico do veículo serem muito mais altas.

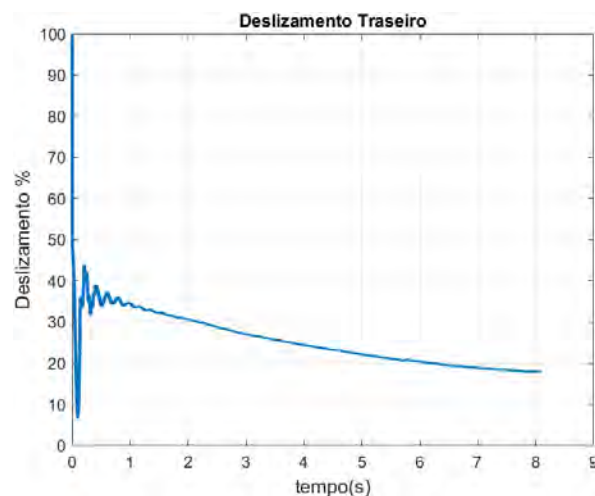


Figura 82 – Deslizamento traseiro vs Tempo modelo proposto

Pode-se observar na Figura 82 que o deslizamento traseiro se estabiliza próximo aos 20% e não demonstra comportamento oscilatório depois do trecho inicial como a Força de tração, evidenciando que a causa do efeito oscilatório consiste na posição das ranhuras e no efeito bulldozer decorrente desse posicionamento.

Os resultados em relação à performance do veículo são mostrados na tabela 12.

Parâmetro	Resultado Simulação
Teste velocidade	8,1s
Teste Aceleração	4,215s
Velocidade Máxima	74,4Km/h

Tabela 12 – Resultados principais da simulação

5.5 Comparativo de Resultados

Os resultados do desempenho do veículo nos três modelos é mostrado na Tabela 13. Há grandes diferenças nos tempos, principalmente no modelo de Bekker. Isso é justificado pois o deslizamento do pneu foi muito alto durante o decorrer da simulação, quando comparada com o modelo com gomos. Isso é mostrado no gráfico da Figura 83.

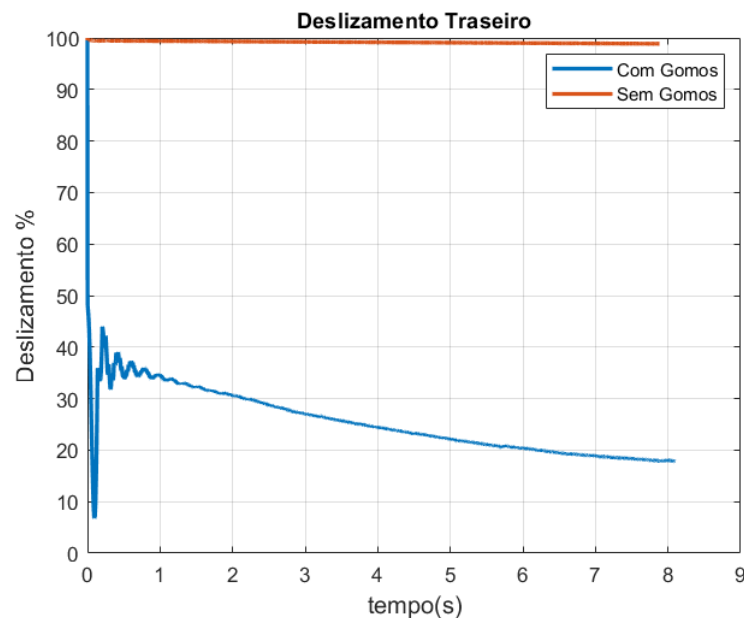


Figura 83 – Deslizamento traseiro comparativo modelo proposto vs modelo de Bekker

Como resultado, a força de tração foi maior no modelo proposto. Isso era esperado e condiz com resultados da literatura. A tabela comparativa dos tempos é mostrada na Tabela 13 a seguir:

Modelo Usado	Bekker	Fórmula Mágica	Julien	Modelo Proposto
Teste velocidade	13,96s	9,884s	10,452s	8,1s
Teste Aceleração	7,345s	5,239s	5,554s	4,215s
Velocidade Máxima	46,26Km/h	66,64Km/h	63,09Km/h	74,4Km/h

Tabela 13 – Resultados principais da simulação

O tempo para percorrer a distância de 100m do modelo proposto é significativamente menor, o que ocorre devido aos maiores valores de força de tração decorrente devido à modelagem das ranhuras dos pneus. Um outro efeito que não foi adicionado ao modelo proposto é a utilização de eficiências do sistema de transmissão menores, o que aumentaria o tempo e deixaria os valores dos tempos mais próximos.

6 CONCLUSÃO

Os modelos de Julien e da Fórmula Mágica apresentam resultados com algumas diferenças de performance. Devido a dificuldade de medição dos parâmetros que compõem a Fórmula Mágica, torna-se complicado obter simulações da dinâmica longitudinal mais próximas do fenômeno físico real. Ambas as situações são próximas em seus valores de pico, o que dá como resultado a diferença de 0,5 segundos. O desenvolvimento de modelos com solo deformável permite avaliar melhor o desempenho do veículo em superfícies de terra.

Além disso, foi realizada a modelagem conforme os modelos de Bekker, amplamente utilizados em trabalhos de Terramecânica. Isso teve como resultado, tempos mais lentos para percorrer a distância de 100m, o pneu foi considerado liso, o que diminuiu a força de tração disponível. A presença de ranhuras, muito comum em veículos *off-road*, amplifica esse efeito e a força de tração são maiores.

Para modelar o comportamento da dinâmica longitudinal do veículo foram apresentados modelos propostos na literatura que foram utilizados como base para o modelo proposto nesse trabalho. Como resultado obteve-se o comportamento oscilatório esperado das forças de interação, mas as diferenças entre as forças máximas e as previstas pelo modelo de Bekker foram grandes em relação aos modelos disponíveis na literatura. Entretanto, como a literatura do comportamento de veículos com pneus com ranhuras é muito mais rica para o caso de veículos leves, como robôs de exploração, isso dificulta a avaliação do modelo.

Trabalhos futuros possíveis incluem experimentos para a validação experimental do modelo, além de que simulações considerando a dinâmica vertical do veículo podem modificar os resultados obtidos, uma vez que a não consideração de equilíbrios em relação a dinâmica vertical, para o caso do pneu sob carga e deslizamento constante, causaram significativas alterações nas forças de tração e no torque de resistência. Outra possível frente de trabalho, está em utilizar o modelo de Irani-Bauer-Wartkentin para veículos com maior carga vertical, onde seria necessário se obter valores para as constantes experimentais. Além disso, é interessante avaliar a interferência do efeito bulldozer de uma ranhura em relação às ranhuras na adjacência, o que foi considerado desprezível no modelo proposto, mas que deve ser mais investigado para a possível validação do modelo.

REFERÊNCIAS

- 1 PACEJKA, H. B. *Tyre mechanics and vehicle dynamics*. [S.l.]: Perigee Books, 2006.
- 2 LOPES, E. e. a. Otimização de parâmetros do sistema de transmissão de um veículo fora-de-estrada para competições baja. In: *SAE Technical Paper 2019-36-0081*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1–7.
- 3 SOUZA, L. C. Estudo do comportamento dinâmico de um veículo off-road monotripulado - vom. In: *Dissertação Mestrado em Engenharia Mecânica, Instituto Militar de Engenharia, YEAR = 2018, address = Rio de Janeiro*. [S.l.: s.n.].
- 4 BEKKER, M. G. Theory of land locomotion: the mechanics of vehicle mobility. In: *University of Michigan Press*. [S.l.: s.n.], 1956.
- 5 BEKKER, M. G. *Off-the-road locomotion*. [S.l.]: University of Michigan Press, 1960.
- 6 WONG, J.-Y.; REECE, A. Prediction of rigid wheel performance based on the analysis of soil-wheel stresses part i. performance of driven rigid wheels. *Journal of Terramechanics*, v. 4, n. 1, p. 81–98, 1967. ISSN 0022-4898. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/002248986790105X>>.
- 7 WONG, J.-Y.; REECE, A. Prediction of rigid wheel performance based on the analysis of soil-wheel stresses: Part ii. performance of towed rigid wheels. *Journal of Terramechanics*, v. 4, n. 2, p. 7–25, 1967. ISSN 0022-4898. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/002248986790047X>>.
- 8 JANOSI J.; HANAMOTO, B. Analytical determination of drawbar pull as a function of slip for tracked vehicles in deformable soils. In: *International conference on the mechanics of soil-vehicle systems*. Turin: [s.n.], 1961.
- 9 JAZAR, R. N. *Vehicle dynamics: theory and application*. [S.l.]: Springer, 2017.
- 10 SILVA, G. Análise dinâmica de uma transmissão continuamente variável. In: *Iniciação à Pesquisa, Instituto Militar de Engenharia*. Rio de Janeiro: [s.n.], 2020.
- 11 LOPES, E. Análise do comportamento dinâmico de um veículo 4x4 com sistema de controle de tração. In: *Dissertação Mestrado em Engenharia Mecânica, Instituto Militar de Engenharia*. Rio de Janeiro: [s.n.], 2015.
- 12 LI, H. Analysis of off-road tire-soil interaction through analytical and finite element methods. In: *Tese de doutorado em Engenharia Mecânica da Universidade Técnica de Kaiserslautern*. Kaiserslautern, Alemanha: [s.n.], 203.
- 13 WONG, J. Y. *Theory of Ground Vehicles*. [S.l.]: John Wiley Sons, 2008.
- 14 BAKKER LARS NYBORG, H. B. P. E. Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies. *SAE Technical Paper 870421*, 1987. ISSN 0148-7191.
- 15 HANS B. Pacejka (1934–2017): a life in tyre mechanics. <<http://bicycle.tudelft.nl/schwab/Publications/schwab2020hans.pdf>>. Accessed: 2021-07-24.

- 16 ORTIZ* J. A. CABRERA, A. J. G. A.; SIMON, A. An easy procedure to determine magic formula parameters: a comparative study between the starting value optimization technique and the imma optimization algorithm. *Vehicle System Dynamics*, 2006. ISSN 689–718.
- 17 ARVIDSON R.E.; BELL, J. B. P. C. N. C. J. C. J. C. L. D. M. D. T. F. W. e. a. Spirit Mars Rover Mission: Overview and selected results from the northern Home Plate Winter Haven to the side of Scamander crater. *J. Geophys.*, 2010.
- 18 ARVIDSON R.E.; ASHLEY, J. B. J. C. M. C. J. E. T. F. W. F. R. F. I. G. P. e. a. Opportunity Mars Rover mission: Overview and selected results from Purgatory ripple to traverses to Endeavour crater. *J. Geophys.*, 2011.
- 19 LOPES, E. D. R. e. a. Extended model for calculation of soil-wheel contact area parameters in rigid soil-deformable tyre approximation. In: *International Journal of Vehicle Systems Modelling and Testing*, v. 13, n. 4, p. 358-372. [S.l.: s.n.], 2019. p. 358–372.
- 20 ALBUQUERQUE, A. A. d. Caracterização da resposta dinâmica de uma cvt por polias expansíveis. In: *Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas*. Campinas: [s.n.], 2003.
- 21 SOUZA, R. T. d. C. N. L. C. Modelagem da dinâmica longitudinal de um veículo off-road monotripulado utilizando a fórmula mágica de pacejka. In: *Contecc*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–5.
- 22 TRISTAO, M. W. Simulação da dinâmica do veículo baja sae modelado por diagrama de blocos. In: *Projeto de Graduação, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro*. Rio de Janeiro: [s.n.], 2016.
- 23 NAUNHEIMER HARALD, e. a. *Automotive transmissions: fundamentals, selection, design and application*. [S.l.]: Springer Science Business Media, 2010.
- 24 GILLESPIE, T. D. *Fundamentals of vehicle dynamics*. [S.l.]: SAE Technical Paper, 1992.
- 25 SOHNE, W. Fundamentals of pressure distribution and soil compaction under tractor tires. *Agricultural Engineering*, 1958.
- 26 WONG, J. Y. *Terramechanics and Off-Road Vehicle Engineering*. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2009.
- 27 AGEIKIN, I. S. *Off-the-road Wheeled and Combined Traction Devices: Theory and Calculation*. [S.l.]: A.A.Balkema, 1988.
- 28 SENATORE, C. Prediction of mobility, handling and tractive efficiency of wheeled off-road vehicles. 20. In: *Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, Polytechnic Institute and State University*. Blacksburg: [s.n.], 2010.
- 29 APFELBECK, M.; KUß, S.; REBELE, B.; SCHÄFER, B. A systematic approach to reliably characterize soils based on bevameter testing. *Journal of Terramechanics*, v. 48, n. 5, 2011.

- 30 HARNISCH, C.; LACH, B.; JAKOBS, R.; TROULIS, M.; NEHLS, O. A new tyre–soil interaction model for vehicle simulation on deformable ground. *Vehicle System Dynamics*, Taylor Francis, v. 43, n. sup1, p. 384–394, 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/00423110500139981>>.
- 31 IRANI, R.; BAUER, R.; WARKENTIN, A. A dynamic terramechanic model for small lightweight vehicles with rigid wheels and grousers operating in sandy soil. *Journal of Terramechanics*, v. 48, n. 4, p. 307–318, 2011. ISSN 0022-4898. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022489811000334>>.
- 32 IRANI, R. A.; BAUER, R. J.; WARKENTIN, A. Modelling a Single-Wheel Testbed for Planetary Rover Applications. ASME 2010 Dynamic Systems and Control Conference, Volume 1, p. 181–188, 09 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/DSCC2010-4079>>.
- 33 KARAFIATH, E. A. N. L. L. *Soil Mechanics for Off-road Vehicle Engineering*. [S.l.]: Trans Tech Publications, 1978.
- 34 KIM, J.-T.; IM, D.-U.; CHOI, H.-J.; OH, J.-W.; PARK, Y.-J. Development and performance evaluation of a bevameter for measuring soil strength. *Sensors*, v. 21, n. 4, 2021. ISSN 1424-8220. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1424-8220/21/4/1541>>.
- 35 G MIWA A, N. K. e. a. I. Terramechanics-based model for steering maneuver of planetary exploration rovers on loose soil. *J Field Robot*, 24(3), p. 233–50, 2007.
- 36 HETTIARATCHI D. R. P., . R. A. R. The calculation of passive soil resistance. *Geotechnique*, 24(3), p. 289–310., 1974.
- 37 SOKOLOVSKI, V. V. *Automotive transmissions: fundamentals, selection, design and application*. [S.l.]: Butterworth., 1960.
- 38 LI J., L. S. . D. Y. Effect of grouser height on tractive performance of tracked mining vehicle. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 39, p. 2459–2466, 2017. ISSN 7.
- 39 MORELAND K. SKONIECZNY, H. I. S.; WETTERGREEN, D. Soil behavior of wheels with grousers for planetary rovers. *EEE Aerospace, Big Sky*, 2012.
- 40 IIZUKA, T. Y. K.; KUBOTA, T. Effect of tractive given by grousers mounted on wheels for lunar rovers on loose soil. v. 37th Ann. Conf. IEEE Industrial Elec. Soc., Melbourne., p. pp. 110–115., 2011.
- 41 YAMAMOTO R.; YANG, Y. S. Y. M. S. Characteristics of lug-soil interaction forces acting on a rotating lug in sandy soil. v. 2014 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO 2014), pp. 451-456, 2014.
- 42 BAUER, W. L. R.; BARFOOT, T. Experimental and Simulation Results of Wheel-Soil Interaction for Planetary Rovers. *IEEE Int. Conf. Intel. Robots Systems*, Edmonton., p. pp. 586–591., 2005.
- 43 SUTOH J. YUSA, T. I. K. N. M.; YOSHIDA, K. Traveling performance evaluation of planetary rovers on loose soil. *J. Field Robotics*, 2012.

- 44 INOTSUME, H.; MORELAND, S.; SKONIECZNY, K.; WETTERGREEN, D. Parametric study and design guidelines for rigid wheels for planetary rovers. *Journal of Terramechanics*, v. 85, p. 39–57, 2019. ISSN 0022-4898. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022489818301368>>.
- 45 NAGAOKA, K.; SAWADA, K.; YOSHIDA, K. Shape effects of wheel grousers on traction performance on sandy terrain. *Journal of Terramechanics*, v. 90, p. 23–30, 2020. ISSN 0022-4898. Modeling, Visualization, and Verification in Terrain-Machine Interactions. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022489819301041>>.
- 46 SKONIECZNY, S. J. M. K.; WETTERGREEN, D. S. A grouser spacing equation for determining appropriate geometry of planetary rover wheels. In proceedings of the 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2012.
- 47 YANG, Y.; SUN, Y.; MA, S. Drawbar pull of a wheel with an actively actuated lug on sandy terrain. *Journal of Terramechanics*, v. 56, p. 17–24, 2014. ISSN 0022-4898. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022489814000524>>.
- 48 NAKASHIMA, H.; SHIOJI, Y.; KOBAYASHI, T.; AOKI, S.; SHIMIZU, H.; MIYASAKA, J.; OHDOI, K. Determining the angle of repose of sand under low-gravity conditions using discrete element method. *Journal of Terramechanics*, v. 48, n. 1, p. 17–26, 2011. ISSN 0022-4898. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022489810000820>>.
- 49 IBRAHIM AHMAD; AOSHIMA, S. S. N. F. Y. The effect of assistive anchor-like grousers on wheeled rover performance over unconsolidated sandy dune inclines. *Sensors*, vol. 16,, 2016.