ANDRÉ FLORA ALVES PINTO MOISÉS XAVIER GUIMARÃES VALENTIM PEDRO SICILIANO PEIXOTO

ANÁLISE DA DINÂMICA LONGITUDINAL E TRAFEGABILIDADE DA VBTP-MR 6X6 GUARANI

RIO DE JANEIRO 2018

MINISTÉRIO DA DEFESA EXÉRCITO BRASILEIRO DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

(Real Academia de Artilharia, Fortificação e Desenho - 1792)

ANÁLISE DA DINÂMICA LONGITUDINAL E TRAFEGABILIDADE DA VBTP-MR 6X6 GUARANI

Professor Orientador: Cap Elias Dias Rossi Lopes

Rio de Janeiro, setembro de 2018

c2018 INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluílo em base de dados, armazenar em computador, microfilmar ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e do(s) orientador(es).

| 620 | Pinto, André Flora Alves |
|-------|---|
| P659a | Análise da dinâmica longitudinal e trafegabilidade da VBTP-MR 6x6 Guarani / André Flora Alves Pinto; Moisés Xavier Guimarães Valentim; Pedro Siciliano Peixoto; orientados por Elias Dias Rossi Lopes– Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2018. |
| | 105p. : il. |
| | Projeto de Fim de Curso (PFC) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2018. |
| | Curso de Engenharia Mecânica – Projeto de Fim de Curso. Guarani. 3. Solos rígidos. I. Valentim, Moisés Xavier Guimarães. II. Peixoto, Pedro Siciliano. III. Lopes, Elias Dias Rossi. IV. Instituto Militar de Engenharia. V. Título. |

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE DA DINÂMICA LONGITUDINAL E TRAFEGABILIDADE DA VBTP-MR 6X6 GUARANI

ANDRÉ FLORA ALVES PINTO MOISÉS XAVIER GUIMARÃES VALENTIM PEDRO SICILIANO PEIXOTO

Este trabalho foi julgado adequado para aprovação na disciplina Projeto Final de Curso, sendo aprovado em sua forma final.

BANCA EXAMINADORA:

PROF. Elias Dias Rossi Lopes, M. C.

PROF. Ricardo Teixeira da Costa Neto, D. Sc.

PROF. Victor Santoro Santiago, D/C.

Resumo

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo matemático em MATLAB Simulink, que represente a dinâmica longitudinal da viatura Guarani. Para tal, após uma revisão da literatura existente, este trabalho concentra-se primeiramente no levantamento e estimativa de parâmetros de entrada ao modelo; em seguida, formulações próprias são desenvolvidas para melhorar a teoria já existente; e por fim, tanto os parâmetros de entrada quanto as novas formulações são implementadas no modelo final em Simulink – cujos resultados são apresentados e analisados ao final do trabalho escrito. Os principais resultados deste trabalho, além das formulações próprias que complementam a literatura, são gráficos de comportamento cinemático do Guarani (p.ex. posição, velocidade) e comportamento dinâmico (p.ex. força interação pneu solo, resistências), em diferentes condições do veículo (p.ex. carga total - WOT). Com isto, espera-se produzir um modelo de interesse para o EB, que possibilite simular o efeito de substituição de partes veículo, ou seu comportamento em geral, sem consumo de combustível ou emprego de pessoal em testes.

Abstract

The objective of this work is to develop a mathematical model in MATLAB Simulink, which represents the longitudinal dynamics of the Guarani vehicle. In order to achieve that, after a review of the existing literature, this work focuses primarily on the collection and estimation of input parameters of the model; then new formulations are developed to enhance the existing theory; and finally, both the input parameters and the new formulations are implemented in the final model in Simulink - whose results are presented and analyzed at the end of this written work. The main results of this work, in addition to the new formulations that complement the literature, are graphs of Guarani's kinematic behavior (eg. position, velocity) and dynamic behavior (eg. soil tire traction force, resistances), in varied conditions (eg. full load - WOT). Thus, it is expected to produce a model of interest for The Brazilian Army, which makes it possible to simulate the effect of replacing vehicle parts, representing its general behavior, without fuel consumption or the use of personnel in tests.

Sumário

| 1 | Intr | odução | | 14 |
|---|------|----------|--|----|
| | 1.1 | Motiva | ação | 14 |
| | 1.2 | Formu | lação do Problema | 15 |
| | 1.3 | Objeti | vos | 16 |
| 2 | Revi | isão Bił | oliográfica | 17 |
| | 2.1 | Sistem | a de Transmissão | 17 |
| | | 2.1.1 | Conversor de Torque | 17 |
| | | 2.1.2 | Caixa de Transmissão | 18 |
| | | 2.1.3 | Redução Final | 19 |
| | 2.2 | Dinâm | ica dos pneus | 20 |
| | | 2.2.1 | Dinâmica de Pneus em Solos Rígidos | 20 |
| | | 2.2.2 | Dinâmica de Pneus em Solos Deformáveis | 22 |
| | 2.3 | Dinâm | ica Longitudinal | 24 |
| | | 2.3.1 | Motor | 24 |
| | | 2.3.2 | Equações de Movimento | 24 |
| | | 2.3.3 | Fluxo de Potência | 25 |
| 3 | Fun | dament | ação Teórica | 26 |
| | 3.1 | Sistem | a de Transmissão | 26 |

| | | 3.1.1 | Conversor de Torque | 26 |
|---|-----|---------|--|----|
| | | 3.1.2 | Caixa de Transmissão | 28 |
| | | 3.1.3 | Transmissão Final | 29 |
| | | | 3.1.3.1 Caixa de Transferência | 30 |
| | | | 3.1.3.2 Diferencial | 31 |
| | | | 3.1.3.3 Redução Final na Roda | 32 |
| | 3.2 | Dinâm | nica dos Pneus | 33 |
| | | 3.2.1 | Solos Rígidos (Teoria de Julien) | 34 |
| | | 3.2.2 | Solos Deformáveis (Formulação de Wong-Reece) | 37 |
| | 3.3 | Dinâm | nica Longitudinal | 42 |
| | | 3.3.1 | Motor | 42 |
| | | 3.3.2 | Equações de Movimento | 43 |
| | | 3.3.3 | Fluxo de Potência | 45 |
| | 3.4 | Sistem | nas do Guarani | 46 |
| | | 3.4.1 | Conversor de Torque | 46 |
| | | 3.4.2 | Caixa de Transmissão | 46 |
| | | 3.4.3 | Redução Final | 48 |
| | | | 3.4.3.1 Caixa de Transferência | 48 |
| | | | 3.4.3.2 Diferencial | 49 |
| | | | 3.4.3.3 Redução Final na Roda | 49 |
| 4 | Mod | lelagem | n e Simulação | 50 |
| | 4.1 | Parâm | etros de Entrada Desenvolvidos | 50 |
| | | 4.1.1 | Curvas do Conversor | 51 |
| | | 4.1.2 | Forca Aerodinâmica | 52 |
| | 4.2 | Model | os Desenvolvidos | 55 |
| | | 4.2.1 | Cálculo da Área de Contato | 55 |
| | | 4.2.2 | Cálculo do Comprimento de Contato e da Deflexão Vertical | 62 |
| | | | | _ |

| | | 4.2.3 Teoria de Julien Expandida | 64 |
|---|-----------------|--------------------------------------|-----|
| | 4.3 | Modelagem Simulink | 67 |
| 5 | Aná | lise de Resultados | 75 |
| | 5.1 | Trafegabilidade em Solos Rígidos | 75 |
| | 5.2 | Trafegabilidade em Solos Deformáveis | 89 |
| 6 | Con | clusão | 102 |
| R | Referências 104 | | |

Lista de Figuras

| 1 | Viatura de Combate Guarani (IVECO, 2014) | 14 |
|----|--|----|
| 2 | Esquema Básico de um Conversor de Torque (GENTA; MORELLO, 2009) | 26 |
| 3 | Curvas Principais do Conversor de Torque (NAUNHEIMER, 2011) | 27 |
| 4 | Curvas de Torque para Diferentes Marchas (NAUNHEIMER, 2011) | 28 |
| 5 | Diagramas de Força e Velocidade com Interrupção de Potência (NAUNHEIMER,2011) | 29 |
| 6 | Alguns Exemplos de Caixas de Transferência (NAUNHEIMER, 2011) | 30 |
| 7 | Esquema básico de diferencial - Vista Superior (NUNNEY, 2007) | 31 |
| 8 | Redução final no cubo de roda (NAUNHEIMER, 2011) | 32 |
| 9 | Sistema de eixos SAE para os pneus (WONG, 2009) | 34 |
| 10 | Curva característica de força de tração x deslizamento longitudinal (WONG, 2009) | 35 |
| 11 | Forças, torques e tensões agindo em uma roda (REECE e WONG, 1967) | 38 |
| 12 | Fluxograma resumindo o método de Wong-Reece (REECE e WONG, 1967) | 41 |
| 13 | Curvas de Torque e Potência (JAZAR, 2014) | 42 |
| 14 | Forças atuantes em um veículo (GILLESPIE, 1992) | 43 |
| 15 | Força atuantes em um veículo com três eixos (JAZAR, 2014) | 44 |
| 16 | Fluxograma ilustrando a aplicação do fluxo de potência na dinâmica longitudinal | 46 |
| 17 | Alavanca Seletora de Marchas do Guarani | 47 |
| 18 | Transmissão do Guarani: ZF 6HP 602S (ZF, 2006) | 47 |
| 19 | Caixa de Descida (esq.) e Diferencial Central (dir.) | 49 |

| 20 | Curva do motor do VBTP Guarani segundo o fabricante | 50 |
|--|--|--|
| 21 | Estimativa do fator característico do conversor de torque | 52 |
| 22 | Estimativa da curva característica do VBTP Guarani | 52 |
| 23 | Modelagem do Guarani em Solidworks - Ambiente de Simulação | 53 |
| 24 | Área Frontal Projetada - Guarani | 53 |
| 25 | Cálculo do Coeficiente de Arrasto em Solidworks | 54 |
| 26 | Força de Arrasto (N) vs Velocidade (km/h) | 54 |
| 27 | Objetivo: cálculo do comprimento de contato pneu-solo | 56 |
| 28 | Diagrama de variáveis principais do problema | 57 |
| 29 | Dados do modelo em comparação aos experimentais no pneu Barum | 60 |
| 30 | Dados do modelo em comparação aos experimentais no pneu Continental | 60 |
| 31 | Dados do modelo em comparação aos experimentais no pneu Bridgestone | 61 |
| 32 | Áreas experimentais: evidência de desvio em relação à área retangular (POLA- SIK; WALUS; WARGUŁA, 2017) | 62 |
| 33 | Gráfico da força de tração pelo skid segundo a Teoria de Julien expandida | 66 |
| 34 | Gráfico da força de tração pelo <i>slip</i> segundo a Teoria de Julien expandida | 67 |
| 35 | Estrutura Geral da modelagem em <i>Simulink</i> da dinâmica longitudinal da VBTP | |
| | Guarani | 68 |
| 36 | Estrutura interna do bloco do motor | 68 |
| 37 | | |
| | Estrutura interna do bloco do conversor de torque | 69 |
| 38 | Estrutura interna do bloco do conversor de torque | 69 69 |
| 38 39 | Estrutura interna do bloco do conversor de torque | 69 69 70 |
| 38 39 40 | Estrutura interna do bloco do conversor de torque | 69 69 70 70 |
| 38394041 | Estrutura interna do bloco do conversor de torque | 69 69 70 70 71 |
| 38 39 40 41 42 | Estrutura interna do bloco do conversor de torque | 69 69 70 70 71 72 |
| 38 39 40 41 42 43 | Estrutura interna do bloco do conversor de torque | 69 69 70 70 71 72 73 |
| 38 39 40 41 42 43 44 | Estrutura interna do bloco do conversor de torque | 69 69 70 70 71 72 73 73 |

| 46 | Estrutura interna do bloco da distribuição dinâmica de pesos nas rodas | 74 |
|----|---|----|
| 47 | Relação da força de tração com o deslizamento em diversos tipos de solos rígi- dos ($W = 3000 \ kg \ / p = 5,7 \ bar$) | 76 |
| 48 | Velocidade do Guarani 6x6 em solo asfaltado seco. | 77 |
| 49 | Aceleração do Guarani 6x6 em solo asfaltado seco | 77 |
| 50 | Rotação do motor do Guarani 6x6 em solo asfaltado seco | 78 |
| 51 | Torque do motor do Guarani 6x6 em solo asfaltado seco | 79 |
| 52 | Deslizamento longitudinal das rodas do Guarani 6x6 em solo asfaltado seco | 80 |
| 53 | Força de tração das rodas do Guarani 6x6 em solo asfaltado seco | 80 |
| 54 | Torque resultante das rodas do Guarani 6x6 em solo asfaltado seco | 81 |
| 55 | Velocidade angular das rodas do Guarani 6x6 em solo asfaltado seco | 82 |
| 56 | Velocidades do Guarani 6x6 e 6x4 em solo asfaltado seco | 83 |
| 57 | Acelerações do Guarani 6x6 e 6x4 em solo asfaltado seco. | 83 |
| 58 | Rotações do motor do Guarani 6x6 e 6x4 em solo asfaltado seco | 84 |
| 59 | Deslizamento longitudinal das rodas do Guarani 6x4 em solo asfaltado seco | 85 |
| 60 | Força de tração das rodas do Guarani 6x4 em solo asfaltado seco | 85 |
| 61 | Velocidade angular das rodas do Guarani 6x4 em solo asfaltado seco | 86 |
| 62 | Velocidades do Guarani 6x6 em solos rígidos. | 87 |
| 63 | Acelerações do Guarani 6x6 em solos rígidos. | 87 |
| 64 | Deslizamento longitudinal das rodas do Guarani 6x6 em solos rígidos | 88 |
| 65 | Força de tração das rodas do Guarani 6x6 em solos rígidos | 89 |
| 66 | Relação da força de tração com o deslizamento em diversos tipos de solos de- formáveis ($W = 3000 kg / p = 5,7 bar$) | 90 |
| 67 | Relação do torque de reação com o deslizamento em diversos tipos de solos deformáveis ($W = 3000 kg / p = 5,7 bar$). | 91 |
| 68 | Relação do afundamento com o deslizamento em diversos tipos de solos defor- máveis ($W = 3000 kg / p = 5,7 bar$) | 91 |
| 69 | Velocidade do Guarani 6x6 em solo arenoso compacto | 93 |
| 70 | Aceleração do Guarani 6x6 em solo arenoso compacto. | 93 |

| 71 | Rotação do motor do Guarani 6x6 em solo arenoso compacto | 94 |
|----|---|-----|
| 72 | Deslizamento longitudinal das rodas do Guarani 6x6 em solo arenoso compacto. | 95 |
| 73 | Força de tração das rodas do Guarani 6x6 em solo arenoso compacto | 95 |
| 74 | Torque resultante das rodas do Guarani 6x6 em solo arenoso compacto | 96 |
| 75 | Velocidade angular das rodas do Guarani 6x6 em solo arenoso compacto | 97 |
| 76 | Afundamento das rodas do Guarani 6x6 em solo arenoso compacto | 97 |
| 77 | Velocidades do Guarani 6x6 em solos deformáveis | 98 |
| 78 | Velocidades do Guarani 6x6 em solos deformáveis | 99 |
| 79 | Rotações do motor do Guarani 6x6 em solos deformáveis | 100 |
| 80 | Deslizamento longitudinal das rodas dianteiras do Guarani 6x6 em solos defor- | |
| | máveis. | 101 |
| 81 | Força de tração resultante do Guarani 6x6 em solos deformáveis | 101 |
| 82 | Afundamento das rodas dianteiras do Guarani 6x6 em solos deformáveis | 102 |

Lista de Tabelas

| 1 | Possíveis Erros sobre a Caixa de Transferência | 48 |
|---|--|-----|
| 2 | Dados experimentais: áreas em função da carga e da pressão do pneu | 59 |
| 3 | Valores de pico e de escorregamento dos coeficientes de aderência (WONG, 2009) | 107 |
| 4 | Parâmetros do solo arenoso compacto e do solo arenoso macio (WONG, 2009) . | 107 |

capítulo 1

Introdução

Neste capítulo, serão apontadas as principais lacunas teóricas que o presente trabalho visa a preencher, ao criar um modelo de dinâmica longitudinal para a viatura Guarani. Inicia-se, portanto, com uma motivação (seção 1.1), em que as lacunas teóricas e aplicações potenciais do modelo são mostrados para justificar sua existência; em seguida, a formulação do problema (seção 1.2) aponta as dificuldades de execução do modelo deste projeto; por fim, para solucionar os problemas e viabilizar um resultado satisfatório do projeto, a seção 1.3 apresenta os objetivos do trabalho, que devem ser cumpridos para entregar o modelo final.

1.1 Motivação

A motivação para criar um modelo que simule a dinâmica longitudinal do Guarani (Fig. 1) pode ser dividida em duas grandes esferas: em primeiro lugar, existe a importância de criarse modelos de automóveis em geral, de modo a melhor prever seu comportamento dinâmico; em segundo lugar, há a importância singular do Guarani, sob o ponto de vista do Exército.



Figura 1: Viatura de Combate Guarani (IVECO, 2014)

Quanto a criar modelos de simulação dinâmica de automóveis (neste caso, com foco lon-

gitudinal), a justificativa primeira para o projeto, certamente, é que tais modelos permitem obter primeiras previsões para o comportamento do veículo sem nem mesmo possuir um modelo físico. No caso de possuir o modelo físico, isto significa economizar tempo, combustível, e ainda preservar o estado físico do automóvel, que seria danificado com testes de campo. Caso não haja um modelo físico, a simulação pode prestar-se como um mecanismo de projeto, usado antes mesmo de obter um protótipo; no caso do Guarani, por exemplo, poder-se-ia usar a simulação para testar possíveis alterações antes mesmo de emprega-las na viatura, sem custos diretos.

Além disso, não existem modelos precisos em quantidade na literatura - muitos dos que se encontram na web não exibem claramente suas premissas, ou usam métodos de simulação muito simplificados (em alguns casos, analíticos, sem formulação numérica). Desta forma, o desejo por utilizar um modelo numérico, com código apresentado, e todas as premissas plenamente desenvolvidas, torna-se uma primeira motivação clara. Quanto à importância do Guarani por si, todos os fatores apresentados acima tornam-se ainda mais intensos. Isto porque é um projeto de interesse do Exército, sigiloso em muitos aspectos. Portanto, muitas entidades civis não poderiam ou não teriam interesse em trabalhar em uma simulação específica para esta viatura blindada. Ademais, modelos para veículos de passeio muitas vezes não podem ser adaptados para o Guarani, pois sua massa e aspectos geométricos/aerodinâmicos, e até mesmo peças, são bem diferentes.

Além disso, os danos de testes de campo são ainda mais fortes quando os analisamos no Guarani. Caso o veículo seja danificado, os danos podem ser milionários; alterações de peças são bem mais caras, e não se pode comprar e testar a cada lote; o combustível para "rodar" uma viatura de combate, além disso, pode chegar a ser 20x maior do que o consumo de um veículo de passeio; e ter condutores qualificados é bem mais raro do que em testes de veículos de passeio.

Por todos estes motivos, um modelo de simulação dinâmica longitudinal com foco na viatura Guarani torna-se importante por fatores econômicos (combustível, testes de novas peças, tempo, etc.), e por fatores estratégicos - já que dificilmente entidades civis conduziriam o trabalho, e há pouco na literatura sobre esta viatura de interesse do EB.

1.2 Formulação do Problema

Vista a importância de se modelar a dinâmica do Guarani, são impostas algumas dificuldades para completar esta tarefa na prática. As duas principais são: as dificuldades de modelar a dinâmica de veículos em si, devido às limitações da própria literatura da área; e a dificuldade de obter dados confiáveis do Guarani, posto que é um programa parcialmente sigiloso, de interesse do EB.

Quanto às dificuldades de modelagem da viatura, o problema mostra-se logo na etapa inicial do trabalho: há poucas fontes que não tratam o modelo como uma "caixa preta", e exibem todas as suas premissas de forma metódica. Dentre as que o fazem, poucas metodologias são amplas o suficiente para englobar veículos com mais de 4 rodas (no caso do Guarani, são 6), e diversas metodologias se aplicam apenas a viaturas de passeio - de massa consideravelmente inferior àquela do Guarani cujas dimensões e blindagem alteram vários parâmetros de entrada de forma significativa; portanto, até mesmo a comparação de resultados fica prejudicada até certo ponto. Por fim, a simulação numérica no software MATLAB *Simulink*, com abordagem baseada em fluxo de potência, torna-se um desafio adicional - posto que poucas fontes apontam o uso do *Simulink* em detalhes.

As dificuldades de modelagem em si, porém, não são as únicas do projeto. A própria obtenção de parâmetros de entrada do modelo também é um obstáculo considerável. Sendo um projeto sigiloso, vários dados são de difícil - ou impossível - obtenção. O próprio fabricante de várias peças também não disponibiliza informações detalhadas das mesmas - conforme caso do conversor de torque - de modo que alguns dados não são encontrados nem na literatura, nem em manuais, devendo ser estimados.

1.3 Objetivos

Vistas as dificuldades, propõe-se um conjunto de atividades direcionadas para suprí-las, e por fim, obter satisfatoriamente um modelo de simulação longitudinal do Guarani. São elas:

- Realizar uma revisão bibliográfica, em detalhes, de cada um dos elementos a serem modelados na simulação dinâmica em MATLAB *Simulink*, com foco em suas equações constitutivas, e alguns aspectos tecnológicos que auxiliem na formulação das premissas ou dos modelos;
- Combinar cada um dos elementos 'isolados' da dinâmica veicular, por meio de uma abordagem com base em fluxo de potência;
- Levantar os parâmetros de entrada para o modelo em MATLAB *Simulink* a ser criado, levando em conta os parâmetros físicos e geométricos reais do Guarani - considerando suas peças e compontentes. Os valores não disponíveis devem ser devidamente estimados;
- Desenvolver um modelo em MATLAB *Simulink* para simular a dinâmica longitudinal do Guarani, tanto em solos rígidos quanto deformáveis, com resultados fisicamente consistentes.

CAPÍTULO 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Sistema de Transmissão

2.1.1 Conversor de Torque

O conversor de torque é, como o próprio nome diz, um elemento cujo objetivo principal é multiplicar o torque; ele atua em 'contraposição' à embreagem, que converte apenas a velocidade, sem converter torque – enquanto o conversor realiza ambas as tarefas.

NAUNHEIMER (2011) explora o tema do conversor de torque de modo um tanto menos prático do que, em média, ele o faz no restante de sua obra. Isto porque informações de curvas reais de conversores, ou exemplos dos mesmos, são difíceis de serem encontrados na literatura; desta forma, a ênfase é dada na teoria, com a exploração de gráficos relativos à multiplicação de torque e redução de velocidade na saída do conversor, isoladamente; e depois, em *matching* com o veículo, identificando os pontos de operação, propriamente ditos, do conversor de torque – conforme se verá em mais detalhes no capítulo de fundamentação teórica.

GENTA (2009), por outro lado, mostra uma abordagem mais teórica, e menos empírica, da parte hidrodinâmica relacionada aos conversores. Ao contrário de NAUNHEIMER, ele expõe o desenvolvimento mais fiel da parte fluida do conversor. Por outro lado, o *matching* com a curva do motor (algo importante na análise de emprego do conversor) não é exposto a nível de detalhes.

WONG (2009), concomitantemente, aponta o conversor de torque de forma similar a NAUNHEIMER – dando ênfase ao *matching* e aos gráficos, analisados de forma prática, como uma 'caixa preta' – mas sem enfatizar o aspecto hidrodinâmico que prediz o funcionamento do conversor.

Já NUNNEY (2007) oferece uma visão mais qualitativa acerca de conversores. Ele dá

atenção especial a alguns aspectos tecnológicos, como sensores que permitem o controle do conversor de torque. Porém, a obra carece de exemplos mais práticos e embasamento analítico, neste tópico.

HEISLER (2002), por fim, oferece uma abordagem empírica ao problema de conversores de torque – exibindo gráficos comuns à obra de NAUNHEIMER, por exemplo, mas exibindo fracamente a base conceitual que gera cada equação. As fórmulas apresentadas são, via de regra, mais simplificadas. Além disso, o *matching* com o motor não é exibido, de modo que a determinação dos pontos de operação, ou outros aspectos de projeto, não são abordados em detalhe. Contudo, no âmbito tecnológico/prático, uma série de esquemas e procedimentos são apresentados pelo autor – apesar de não envolverem um esforço analítico grande para análise.

2.1.2 Caixa de Transmissão

A Caixa de Transmissão é o elemento responsável por multiplicar o torque fornecido ao veículo, fazendo-o por meio de índices de transmissão variáveis; desta forma, possibilita-se atingir uma gama de velocidades maior ao veículo, e um maior aproveitamento de torque, em relação à ligação direta com o motor veicular.

NAUNHEIMER (2011) aborda a caixa de transmissão de um modo prático, e focado em projeto. Ele aponta, inicialmente, diversas classificações de caixas de engrenagens (como quanto ao número de estágios, ou à interrupção de potência na troca de marchas); em seguida, ele aponta as diversas posições que a caixa pode adquirir no interior do veículo; seus exemplos mais comuns; e tipos especiais de caixas de transmissão, como a transmissão *dual clutch*, ou a transmissão CVT. Por fim, alguns elementos anteriores (unidade *splitter*) ou posteriores (unidade range) à caixa principal também são apontados – apesar de não estarem, de fato, contidos na mesma.

GENTA (2009) discute características básicas da caixa principal – como a forma de posicionamento da mesma quando a tração é dianteira/traseira, classificações (estágios, manual/automática). O autor também inclui um desenvolvimento histórico destes mecanismos (algo pouco abordado por NAUNHEIMER (2011), mas por outro lado, não aborda com profundidade os exemplos práticos de mecanismos que constituem a caixa principal.

WONG (2009) fornece uma visão mais superficial acerca da caixa principal – já que o foco é em suspensões e no movimento de ride. Portanto, apenas características básicas (como transmissão manual/automática, objetivos, e componentes) são apontadas. Alguns exemplos de caixa usados em veículos de passageiros e comerciais comuns também são apontados, mas sem entrar no mérito detalhado de componentes/funcionamento. O projeto, em si, não é nem abordado pelo autor.

NUNNEY (2007) aborda a caixa de transmissão com mais figuras e detalhes qualitativos, apontando aspectos básicos e componentes, mas dando especial atenção à análise de fluxo de potência e seleção de marchas. O autor exibe conceitos básicos com bastante atenção, mas com pouco desenvolvimento analítico ou aspectos voltados para projeto, com aplicabilidade limitada para fins de modelagem (como o presente trabalho).

HEISLER (2002) apresenta uma visão mais focada no viés tecnológico da caixa de transmissão, dando atenção a mecanismos de controle e exemplos esquemáticos. É a obra mais rica em exemplos/figuras, dentre as analisadas neste trabalho. Ela também oferece bastante atenção, conceitual, ao fluxo de potência e integração entre a caixa principal, e seus elementos a montante (como o conversor de torque) e jusante (como a redução final). A obra é rica em gráficos empíricos, também, apesar de carecer de um arcabouço analítico mais completo.

2.1.3 Redução Final

A redução final de um veículo pode ser composta por até 3 elementos: (1) a(s) caixa(s) de transferência; (2) diferencial(is); (3) uma redução final no cubo de roda.

A caixa de transferência é responsável pela divisão de torque entre os eixos do veículo, permitindo que o veículo opere com torque motor passando apenas pelos eixos desejados.

O diferencial veicular, em seguida, é responsável pela divisão de torque entre as semiárvores de um eixo ativo veicular, igualmente; por uma nova redução de torque; e pela compensação de velocidades angulares em curvas.

Por fim, a redução final no cubo da roda é responsável pela alta relação de transmissão, multiplicando o torque facilmente.

NAUNHEIMER (2011) não entra em detalhes quanto ao projeto da caixa de transferência. Ela é abordada no projeto como parte do *'final drive'*, ou transmissão final (que também abarca a redução do cubo de roda). Apenas suas classificações principais, e caraterísticas básicas são apresentadas. O mesmo acontece para o diferencial, cujos cálculos para elaboração de projeto não são apresentados em detalhes. A redução final no cubo de roda é apresentada, com foco na configuração de trem epicicloidal.

GENTA (2009) também não propõe um método teórico robusto de entender ou projetar caixas de transferência, mas expõe mais exemplos e figuras destas caixas, ao contrário de NAU-NHEIMER. Alguns cálculos de diferenciais intermediários também são apontados – com duas saídas de torque em razão constante de transmissão. Outros diferenciais intermediários, como auto-bloqueante e controlável, também são apontados de forma superficial.

WONG (2008), ao tratar de suspensões, nem mesmo aborda o tópico: a caixa de transmis-

são, bem como outros elementos da transmissão final, não é definida quanto a componentes e objetivos, sendo apenas 'subentendida' em meio a demais desenvolvimentos teóricos.

NUNNEY (2007), em oposição aos autores anteriormente citados, não apresenta a caixa de transferência como parte do final drive (ou redução final da transmissão). Tal elemento é apresentado como componente de carros AWD (*All Wheel Drive* – ou tração em todas as rodas). Em contrapartida, o autor oferece especial atenção ao controle de direção no diferencial central – explicando, de maneira teórica/qualitativa, o funcionamento do auto-bloqueio e do controle de bloqueio do mesmo – aspectos importantíssimos para o modelo em questão. Aspectos relacionados ao projeto do diferencial são abordados em maior detalhe por esta obra.

Por fim, HEISLER (2002) oferece uma abordagem mais tecnológica, com uma série de esquemas e mecanismos de travamento da caixa de transferência (o diferencial central sendo o mais enfatizado) apresentados. Porém, o âmbito analítico deste tópico também não foi amplamente apresentado.

2.2 Dinâmica dos pneus

A dinâmica dos pneus estuda a interação entre pneu-solo, buscando prever as tensões normais e cisalhantes desenvolvidas na banda de rodagem e, consequentemente, a força de tração (ou frenagem) e o torque resultante por estas gerados. Os estudos na área da dinâmica dos pneus podem ser divididos em duas frentes principais, a interação em solos rígidos (on-road) e em solos deformáveis (off-road). Atualmente, existem diversos modelos matemáticos que buscam prever a interação pneu-solo, sobretudo na aplicação em solos pavimentados, na qual houve um maior investimento em pesquisas por parte da indústria. A aplicação em solos deformáveis em contrapartida, ainda demanda um maior aprofundamento, sendo os modelos existentes em sua maioria empíricos, no qual em geral só se dispõe de uma quantidade limitada de dados para situações de aplicação.

2.2.1 Dinâmica de Pneus em Solos Rígidos

Dentre os modelos para emprego em pisos estruturados ou pavimentados, PACEJKA (2005) se destaca como obra de maior importância. Considerando diferentes teorias e aproximações, o autor apresenta diversas modelagens para interação entre pneu-solo em pisos rígidos, sendo o de maior destaque o modelo semi-empírico conhecido como Fórmula Mágica. Essa formulação, apesar de possuir a desvantagem de exigir muitos parâmetros empíricos que devem ser estimados ou levantados experimentalmente, considera todas a forças e momentos relacionados à dinâmica dos pneus, calculando tanto as forças longitudinais, quanto as laterais na região de contato com o solo. PACEJKA (2005) também aborda fenômenos transientes relacionados ao movimento dos pneus.

JAZAR (2014) expõe em sua obra uma formulação baseada na Fórmula Mágica de Pacejka, buscando uma abordagem mais matemática do fenômeno de interação pneu-solo. O autor apresenta modelos tridimensionais de distribuição de tensões na região pneu-solo, utilizando-os para o posterior cálculo das forças de tração (ou frenagem), lateral e momento de alinhamento. JAZAR (2014) também apresenta uma formulação mais completa para a força de resistência ao rolamento, considerando a influência da carga aplicada, da velocidade e da pressão dos pneus.

WONG (2008) apresenta uma obra mais completa em relação ao estudo da dinâmica dos pneus. Em relação a solos rígidos, o autor começa a abordagem apresentando a teoria de Julien tanto para a tração quanto para a frenagem, considerando apenas a dinâmica longitudinal. Como próximo passo, a análise é expandida, seguindo o modelo da Fórmula Mágica de Pacejka, passando a considerar os efeitos dos ângulos de deriva e de cambagem que geram forças laterais e momentos de alinhamento em situações de curvas. Depois, é feito um estudo da dinâmica de pneus em superfície molhadas. Por fim, WONG (2008) aborda as propriedades elásticas dos pneus relacionadas à dinâmica vertical, e suas relações com parâmetros como a carga vertical aplicada e a pressão. A abordagem de WONG (2008) utiliza sempre uma combinação de formulações matemáticas e artifícios gráficos.

SPINOLA (2003) desenvolve sua própria formulação para dinâmica de pneus em solos rígidos partindo da teoria de Julien e considerando os efeitos de forças laterais e momento de alinhamento assim como realizado por WONG (2008). O autor adota uma simplificação na sua modelagem ao desconsiderar os efeitos de cambagem. SPINOLA (2003) aplica o modelo de pneus desenvolvido em uma simulação com quatro e oito graus de liberdade de um veículo de passeio, na qual posteriormente é inserido um algoritmo de controle de tração.

Já LOPES (2015) utiliza da teoria de Julien para fazer a simulação da dinâmica longitudinal e vertical de um veículo de passeio. Em sua pesquisa o autor despreza a atuação de forças laterais e momentos de alinhamento na dinâmica dos pneus do veículo. O autor complementa o modelo de Julien apresentando um método para cálculo de um parâmetro a partir de outros, parâmetro esse desprezado por outros autores. A simulação da sua dinâmica longitudinal e vertical é inteiramente realizada seguindo a teoria de fluxo de potência. LOPES (2015) também implementa um sistema de controle de tração utilizando da lógica Fuzzy.

Por fim, CHAN (2008) desenvolveu em sua pesquisa um modelo para solos rígidos no qual a distribuição normal de tensões na região de contato pneu solo é aproximada para uma semi-elipse. Assim como SPINOLA (2003), a análise começa com um modelo apenas lon-gitudinal e depois e é expandida para considerar os efeitos de ângulo de deriva e cambagem.

O modelo é aplicável tanto em situações de aceleração quanto de frenagem, considerando os efeitos de deslocamento do centro de distribuição de pressões.

2.2.2 Dinâmica de Pneus em Solos Deformáveis

Os modelos para aplicações em solos deformáveis podem ser divididos em três categorias principais: modelos empíricos, modelos físicos e modelos semi-empíricos, que são modelos que combinam resultados experimentais com formulações matemáticas baseadas na física.

Dentre os modelos puramente empíricos pode-se destacar o desenvolvido pela *Waterways Experiment Station* (WES) do Exército Americano, durante a Segunda Guerra Mundial. O método, também conhecido como WES VCI, é baseado em informações do terreno retirados por meio de medições com um penetrômetro de cone. Esses dados são utilizados em uma fórmula empírica para o cálculo do índice de mobilidade que avalia a trafegabilidade em determinado solo.

Existem diversas classes de modelos físicos, desde aqueles puramente analíticos até que se baseiam em métodos de elementos finitos (MEF) e métodos de elementos discretos (MED). Em sua grande maioria, os métodos puramente analíticos tendem a apresentar resultados que divergem dos resultados experimentais, enquanto os métodos de MEF e MED, apesar de apresentarem resultados muitos precisos estão atrelados a um grande custo computacional, o que limita suas aplicações.

Os métodos semi-empíricos tendem a ser os que apresentam os resultados mais confiáveis. Esse ramo de estudo foi iniciado por BEKKER (1956), um dos pioneiros no estudo de Terromecânica (área do conhecimento que engloba a Dinâmica Veicular e a Mecânica dos Solos o qual busca o estudo do comportamento dos solos mediante a interação com veículos terrestres). Em sua pesquisa, o autor primeiramente dividiu o estudo de dinâmica de pneus em quatro abordagens: solo rígido considerando o pneu rígidos, solo rígido considerando o pneu flexível, solo deformável considerando o pneu rígido e solo deformável considerando o pneu flexível. A principal contribuição do autor foi a técnica do bevameter, através do qual ele pode formular uma equação semi-empírica que relaciona a penetração do pneu do veículo e distribuição de tensão normal na área de contato e que é usada como base em muitos modelos atuais. BEK-KER (1956) também propôs uma formulação puramente empírica para o cálculo das tensões de cisalhamento na região de contato pneu-solo, porém a formulação não possui uma conexão com modelos físicos.

JANOSI-HANAMOTO (1951) propôs uma abordagem mais completa para o cálculo das tensões de cisalhamento utilizando como base as tensões normais na região de contato. Os autores combinaram a relação empírica de Janosi-Hanamoto com o critério de falha de Mohr-

Coloumb para montarem sua formulação, que foi usada com sucesso por vários pesquisadores na área de Terromecânica ao longo dos anos.

Baseado nas formulações de BEKKER (1956) e de MEYERHOF (1951), REECE (1964) propôs uma nova formulação para a relação tensão normal e penetração do solo. A conhecida equação de Bekker-Reece é obtida pela solução da equação plástica sob determinados pressupostos e pode ser dividida em duas parcelas, uma que considera a coesão do solo e outra que leva em conta os efeitos de sobrecarregamento.

HARNISCH et. al. (2005) desenvolveu um modelo conhecido como AS2TM (AESCO *Soft Soil Tire Model*) capaz de simular os efeitos de multi-passagem, que aumentam a densidade e coesão do solo. Esse efeito juntamente com os efeitos de parede e cisalhamento lateral são limitantes das formulações anteriores de Bekker-Reece.

WONG (2008), em relação a solos deformáveis, inicia sua analise formulando a teoria de equilíbrio plástico e apresentando alguns métodos empíricos da literatura, como o modelo WES VCI. Depois, passa a formular sua própria abordagem baseada nas formulações de BEK-KER (1956), REECE (1964) e JANOSI-HANAMOTO (1951). É apresentada primeiramente uma modelagem da resposta do terreno ao carregamento para três tipos de terrenos: terrenos argilosos ou arenosos, terrenos orgânicos (Muskeg) e terrenos congelados. Posteriormente são considerados os efeitos de multi-passagem e de tensões cisalhantes na modelagem. A partir daí são desenvolvidos os modelos analíticos simplificados e modelos computacionais tanto para veículos sobre lagartas quanto para veículos sobre rodas.

Em seus dois artigos WONG-REECE (1967) desenvolvem um modelo bastante completo para o cálculo da distribuição de tensões normais e cisalhantes na região de contato pneu-solo, das forças tração longitudinal e de resistência a compactação do solo, e do torque gerado na roda. O modelo considera a abordagem de solos deformáveis-roda rígida em solos arenosos tanto para rodas motrizes quanto em rodas rebocadas. Os autores apresentam fluxogramas para a resolução iterativa de sua modelagem.

CHAN (2008) desenvolveu em sua pesquisa uma modelagem bastante completa que aborda a dinâmica de pneus em solos deformáveis considerando tanto o pneu sendo rígido, como também sendo flexível. A abordagem de CHAN (2008) é baseada nas formulações de Bekker-Reece e Janosi-Hanamoto, porém considera os deslizamento lateral e deslizamento combinado. As forças longitudinais e laterais são calculadas pela integração das tensões de cisalhamento na região de contato pneu-solo e na região de contato lateral.

Já SENATORE (2010) desenvolve modelos similares aos de CHAN (2008) para rodas rígidas e rodas deformáveis e os aplica em simulações veiculares tridimensionais em terrenos arenosos e terrenos francos. O modelo difere do apresentado por CHAN (2008) no cálculo

do ângulo onde a tensão máxima normal na região de contato pneu-solo. Além disso, o autor considera o efeito de multi-passagem e como este modifica os parâmetros do solo.

Por fim, GOMES (2017) utiliza das modelagens de CHAN (2008) e SENATORE (2010) para solos deformáveis e pneu considerado rígido em sua pesquisa de simulação de dinâmica tridimensional (longitudinal, lateral e vertical) veicular em terrenos arenosos e argilosos. O autor inclui em sua modelagem um coeficiente de correção do efeito de deslizamento-afundamento, que não é previsto na formulação de CHAN (2008), coeficiente esse introduzido por LYASKO (2010). A pesquisa apresenta resultados coerentes e GOMES (2017) também integra sua simulação dinâmica tridimensional com um sistema de controle de tração.

2.3 Dinâmica Longitudinal

No presente trabalho, os conceitos relacionados à dinâmica longitudinal podem ser divididos em três partes principais: motor, equações de movimento e fluxo de potência. Dessa forma, a análise da revisão bibliográfica é feita para cada uma dessas partes separadamente.

2.3.1 Motor

Dentre os principais autores que tratam sobre motor, destacam-se JAZAR (2014), GIL-LESPIE (1992) e NAUNHEIMER (2011). JAZAR (2014) não aborda muitos detalhes teóricos, mas se concentra em um aspecto mais matemático, apresentando polinômios que aproximam matematicamente as curvas características de diversos tipos de motor. Ele aplica essas curvas em alguns motores reais para exemplificar e trata de poucos aspectos teóricos nestes exemplos.

GILLESPIE (1992) apresenta uma abordagem diferente. Não utiliza aproximações matemáticas para as curvas do motor, porém traz mais detalhes teóricos como diferenças entre os motores a diesel e gasolina. Ele também analisa os gráficos de tração referentes ao *matching* para transmissões manuais e automáticas.

NAUNHEIMER (2011) apresenta uma análise mais detalhada. Nos capítulos iniciais, ele faz uma revisão de conceitos teóricos básicos de motores. Em seguida, aborda com bastante profundidade o processo de *matching*, detalhando como obter as curvas de tração para transmissões manuais e automáticas.

2.3.2 Equações de Movimento

Diversos autores tratam sobre as equações de movimento aplicada a diferentes condições. Dentre estes, pode-se destacar JAZAR (2014), GILLESPIE (1992), RILL (2011). JAZAR (2014) aplica distribuição dinâmica de peso para diversos casos. Dentre estes, o de maior interesse corresponde ao veículo com três eixos, pois é a mesma configuração do Guarani. Além disso, apresenta os equacionamento em formato matricial, fato que é um grande auxílio para a modelagem computacional.

RILL (2011) inicialmente trata de um equacionamento mais genérico do automóvel e depois avança para o caso mais particular. Destaca-se a aplicação da Lei de *Euler* que é de fundamental importância para o equacionamento da roda.

GILLESPIE (1992) apresenta uma abordagem mais simplória. Quanto a aplicação da segunda lei de Newton, ele apresenta apenas o caso aplicado a um veículo com dois eixos. Em relação ao equacionamento da roda, sua abordagem é bastante pertinente e é seguida de alguns exemplos que ilustram a utilidade das equações desenvolvidas.

2.3.3 Fluxo de Potência

A abordagem de fluxo de potência é adotada para modelagem longitudinal da dinâmica do Guarani. Dentre os autores que abordam o assunto, destacam-se os trabalhos de LOPES e COSTA NETO.

LOPES (2015) trata do conceitos básicos do fluxo aplicado ao diagrama de blocos, visando a modelagem computacional. Também apresenta o equacionamento matricial da cinemática e dinâmica desta abordagem.

COSTA NETO (2008) apresenta uma análise mais completa e voltada para a dinâmica vertical. Embora não seja a mesma utilizada para o presente trabalho, a modelagem serve como base para exemplificar a aplicação de fluxo de potência.

CAPÍTULO 3

Fundamentação Teórica

3.1 Sistema de Transmissão

3.1.1 Conversor de Torque

O conversor de torque (vide Fig. 2) é um elemento cujo objetivo principal reside em multiplicar fortemente o torque a baixas rotações do motor – fornecendo mais torque em momentos críticos para o veículo, como na partida/início de seu movimento. Assim, a baixas velocidades, a subida de rampas e elevadas acelerações são facilitadas.



Figura 2: Esquema Básico de um Conversor de Torque (GENTA; MORELLO, 2009)

O conversor também apresenta algumas desvantagens: além de seu custo e ocupação adicional de espaço, ele apresenta alta perda de potência (baixo rendimento) em relação aos demais elementos da transmissão. Portanto, ele é empregado em situações de alta necessidade de carga – como em veículos comerciais, ou neste caso, blindados.

Os principais elementos do conversor são uma bomba, um rotor, e uma turbina – pela qual há a saída de torque. Em um conversor do tipo *Trilok* (tipo empregado na maioria dos veículos, inclusive no Guarani) o rotor é passível de destravamento, se comportando como um



Figura 3: Curvas Principais do Conversor de Torque (NAUNHEIMER, 2011)

conversor de torque quando o rotor se encontra travado e como uma embreagem hidrodinâmica após o destravamento, impedindo assim a redução do torque. As curvas características de um conversor de torque *Trilok* podem ser visualizadas na Fig. 3.

Os pontos mais importantes que se pode empreender da Fig. 3 são:

- S: Ponto de Estol: Com o rotor travado, a multiplicação de torque é máxima neste ponto, em que, idealmente, a bomba começa a rodar, e a turbina ainda não iniciou seu movimento.
- M: Ponto de Máxima Eficiência: Aquele em que a eficiência de transmissão de potência é máxima.
- C: Ponto de *Lock-Up*: Ponto em que a conversão de torque passa a ser unitária, ou seja, o torque de saída iguala-se ao torque de entrada, sem ampliação. Este ponto representa o momento em que o rotor é destravado.
- 4. F: Ponto de Free-Flow: É o ponto em que, assintoticamente, a transmissão de torque pela turbina cessa, e as velocidades da turbina e da bomba se igualam.

O conversor de torque é regido, matematicamente, pelas equações 3.1, 3.2 e 3.3, abaixo. Note que tanto o torque quanto a velocidade são convertidos pelo mesmo.

$$T_1 = \mu(\nu)T_m \tag{3.1}$$

$$\omega_1 = \nu \omega_m \tag{3.2}$$

$$T_m = k(\nu)\omega_m^2 = \rho\lambda(\nu)D^5\omega_m^2 \tag{3.3}$$

Sendo $\mu(\nu)$ a razão de conversão de torque (em geral maior a baixas rotações), e ν a razão de conversão de velocidades – em geral, menor do que 1. As entradas do conversor de torque são o torque proveniente do motor e a velocidade angular da árvore primária, enquanto as saídas são o torque na árvore primária e a rotação do motor. O fator característico $k(\nu)$ define o ponto de operação do motor.

3.1.2 Caixa de Transmissão

A caixa de transmissão do veículo é o elemento responsável pela variação das relações de transmissão no mesmo. Ela torna-se importante porque permite maior faixa de velocidades do carro – aproveitando-se o maior torque a baixas velocidades, e ao mesmo tempo, atingindo-se altas velocidades, com menor torque, quando necessário. A seleção de relações de transmissão deve ser tal que a transição entre marchas possibilite bom aproveitamento de torque (especial-mente para veículos comerciais) e alcance de altas velocidades (especialmente para veículos de passeio).

Desta forma, alcança-se uma disposição tal qual a Fig. 4. Note que o esforço disponível (pós caixa de transmissão e demais reduções) é consideravelmente maior do que aquele disponibilizado, diretamente, pelo motor. Note também que, com a redução, o carro pode operar desde uma velocidade consideravelmente menor.



Figura 4: Curvas de Torque para Diferentes Marchas (NAUNHEIMER, 2011)

As caixas de transmissão são de diversos tipos, possuindo, portanto, uma ampla gama de

classificações. As principais são:

- 1. Quanto à disposição da caixa;
- 2. Quanto à interrupção de potência;
- 3. Quanto ao número de estágios da Caixa Principal.

Em relação à classificação quanto à interrupção de potência: a caixa de transmissão pode ter ou não esta interrupção. Caso ela exista, assume-se a configuração da Fig. 5.



Figura 5: Diagramas de Força e Velocidade com Interrupção de Potência (NAUNHEIMER, 2011)

Quanto ao arcabouço matemático por trás das caixas de transmissão, as equações de torque na árvore secundária (T_2) e velocidade angular da árvore primária (w_1) - as duas saídas relativas ao bloco de caixa de engrenagens - podem ser observadas nas equações 3.4 e 3.5:

$$T_2 = i_n T_1 \tag{3.4}$$

$$w_1 = i_n w_2 \tag{3.5}$$

Sendo i_n a relação de transmissão da n-ésima marcha. As entradas são o torque na árvore primária (T_1), e a velocidade angular na árvore secundária (w_2).

3.1.3 Transmissão Final

A redução final veicular é composta por uma caixa de transferência, responsável por repartir o torque entre os eixos motores do veículo; um diferencial, que divide o torque, de forma propícia, entre as rodas; e uma redução final na própria roda. Cada um dos elementos é analisado a seguir.

3.1.3.1 Caixa de Transferência

A caixa de transferência do veículo é o elemento responsável por dividir o torque (produzido pelo motor e multiplicado por elementos como o conversor de torque e a caixa de transmissão) entre os eixos do veículo. Tal caixa é repetidamente chamada de diferencial central, apesar de nem sempre ser constituída por um diferencial – mesmo que tal seja o caso mais comum.

Uma dificuldade em se modelar, fisicamente, uma caixa de transferência, reside no fato de que a literatura oferece uma visão teórica a este tipo de elemento. É difícil encontrar equações constitutivas destes elementos, por exemplo. Além disso, mesmo as obras com visão mais tecnológica destas caixas, falham em explicar de maneira clara a aplicabilidade de cada tipo – ou mesmo citar estes tipos de caixas. NAUNHEIMER oferece, conforme a Fig 6, a visão mais completa das diferentes caixas de transferência que podem ser empregadas.



Figura 6: Alguns Exemplos de Caixas de Transferência (NAUNHEIMER, 2011)

Note que alguns diferenciais permitem travamento, mudando a distribuição de torque aos eixos; a razão de transmissão i_t , além disso, não precisa ser unitária (pode haver multiplicação ou redução), e o torque não necessariamente é dividido de forma igual entre os eixos.

A formulação aqui apresentada, por fim, é para uma caixa de transferência dividindo torque entre os 3 eixos. Há uma redução fixa i_t , e logo em seguida, uma divisão de torque entre os eixos - que pode ser entre os três eixos, ou entre os eixos traseiro e intermediário, em caso de travamento. Esta divisão pode ser representada pelas equações 3.6, 3.7, 3.8 e 3.9, abaixo.

$$\begin{pmatrix} T_{ed} \\ T_{ei} \\ T_{et} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} i_t T_2$$
(3.6)

em modo 6x4

$$\omega_2 = i_t \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{ed} \\ \omega_{ei} \\ \omega_{et} \end{pmatrix}$$
(3.7)

em modo 6x4

$$\begin{pmatrix} T_{ed} \\ T_{ei} \\ T_{et} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} i_t T_2$$
(3.8)

em modo 6x6

$$\omega_2 = i_t \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{ed} \\ \omega_{ei} \\ \omega_{et} \end{pmatrix}$$
(3.9)

em modo 6x6

3.1.3.2 Diferencial

O diferencial, próximo elemento da redução final, caracteriza-se por uma divisão isônoma de torque entre as semiárvores. Sua configuração básica é exposta na Fig. 7.



Figura 7: Esquema básico de diferencial - Vista Superior (NUNNEY, 2007)

Em linha reta, o movimento angular da coroa é transmitido integralmente para as solares, enquanto em curvas, a rotação própria das satélites permite que as semiárvores rotacionem a velocidades angulares diversas.

Desta forma, as equações que regem a divisão de torque e velocidade às semiárvores seguem a configuração das equações 3.10 e 3.11.

$$\begin{pmatrix} T_{s1,n} \\ T_{s2,n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} i_d T_{dn}$$
(3.10)

$$\omega_{dn} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} i_d \begin{pmatrix} \omega_{s1,n} \\ \omega_{s2,n} \end{pmatrix}$$
(3.11)

As saídas são os torques nas semiárvores (semiárvores 1 e 2, referentes ao n-ésimo diferencial, conforme nomenclatura $T_{s1,n}$ e $T_{s2,n}$ e a velocidade angular antes do diferencial (ω_{dn}). As entradas são o torque antes do diferencial (T_{dn}), e as velocidades angulares de cada semiárvore ($\omega_{s1,n}$ e $\omega_{s2,n}$).

3.1.3.3 Redução Final na Roda

Por fim, o último elemento da redução final é o redutor presente no cubo de roda. Via de regra, a redução é composta simplesmente por um trem epicicliodal, composto por uma solar, satélites, um porta satélites, e uma coroa. Este esquema pode ser observado na Fig. 8.



Figura 8: Redução final no cubo de roda (NAUNHEIMER, 2011)

A multiplicação é simples de ser modelada matematicamente, posto que há apenas uma entrada e uma saída. Isto pode ser dado pela Eq. 3.12 e 3.13, abaixo

$$T_{rk} = i_r T_{sk} \tag{3.12}$$

$$\omega_{sk} = i_r \omega_{rk} \tag{3.13}$$

Sendo T_{rk} o torque na k-ésima roda, e T_{sk} o torque na k-ésima semiárvore. A relação de transmissão i_r pode variar, conforme a disposição adotada para o trem planetário (qual a entrada ou saída selecionada, e quais elementos estão sujeitos a frenagem).

3.2 Dinâmica dos Pneus

O pneumático é uma estrutura flexível, com a forma de um toróide preenchido com ar comprimido, que é responsável, na maioria dos veículos terrestres, por promover o contato com o solo. As principais funções dos pneus em um automóvel são:

- suportar o peso do veículo;
- amortecer as irregularidades do terreno;
- promover tração suficiente para aceleração e frenagem do veículo;
- promover controle e estabilidade de direção ao veículo

Nessa pesquisa são utilizados dois modelos de interação pneu-solo: um considerando o solo rígido e o pneu flexível e outro considerando o solo deformável e o pneu rígido. Essas duas abordagens abrangem a grande maioria das situações físicas de operação do VBTP-MR Guarani do Exército Brasileiro, objeto de estudo dessa pesquisa. Em relação à operação em solos rígidos é adotada uma formulação baseada na teoria de Julien, exposta em WONG, LOPES e SPINOLA. Em relação à operação em solos deformáveis, adotada-se uma formulação baseada nas formulações de WONG-REECE, CHAN, SENATORE e GOMES.

Antes de adentrar na formulação dos dois modelos, é necessário estabelecer um sistema de eixos para os pneus de forma a auxiliar na definição de alguns parâmetros. Um dos sistemas mais comumente usados é o sugerido pela Society of Automotive Engineers (SAE), ilustrado na Figura 3.1. A origem do sistema é o centro da região de contato do pneu com o solo. O eixo X é definido na direção de interseção do plano da roda com o plano do solo com sentido positivo apontado para a frente do veículo. O eixo Z é o eixo perpendicular ao plano do solo com sentido dado pela regra da mão direita. O ângulo de deriva α corresponde ao ângulo formado entre a direção de deslocamento da roda e o eixo X, e o ângulo de cambagem γ corresponde ao ângulo formado entre o plano da roda e o eixo Z.

As principais forças e momentos atuando sobre o pneu a partir do solo são a Força Longitudinal F_x (de tração ou frenagem), a Força Lateral F_y , a força normal F_z , o Momento de Sobrerolagem M_x , o Momento de Resistência ao Rolamento M_y e o Momento de Alinhamento M_z . Levando em consideração a análise de dinâmica longitudinal apenas, que é o enfoque dessa pesquisa, são considerados apenas as forças longitudinal e normal e o momento de resistência ao rolamento, podendo-se desprezar a análise das forças laterais e momentos de sobrerolagem e alinhamento



Figura 9: Sistema de eixos SAE para os pneus (WONG, 2009)

3.2.1 Solos Rígidos (Teoria de *Julien*)

Quando o pneu é submetido à um torque propulsor proveniente do motor através do sistema de transmissão, surge uma força longitudinal de tração na região de contato pneu-solo. Essa força provoca uma compressão na região anterior a região de contato, fazendo com que a distância percorrida pelo pneu seja menor do que a distância percorrida em rolagem livre (quando não há a aplicação de um torque propulsor). Esse fenômeno é conhecido como deslizamento longitudinal (*slip*), que pode ser equacionado em 3.14 na qual:

$$i = (1 - \frac{V}{\omega r})100\% = (1 - \frac{r_e}{r})100\%$$
 (3.14)

- *i* é o deslizamento longitudinal do pneu;
- V é a velocidade do centro do pneu considerada igual à do veículo;
- ω é a velocidade angular do pneu;
- r é o raio de rolagem livre do pneu;
- r_e é o raio efetivo de rolagem do pneu, calculado pela razão entre V e ω ;

Similarmente, quando o pneu é submetido a um torque de frenagem, surge uma força longitudinal de frenagem na região de contato pneu-solo. Essa força provoca uma compressão na região posterior a região de contato, fazendo com que a distância percorrida pelo pneu seja maior do que a distância percorrida em rolagem livre. Esse fenômeno é conhecido como deslizamento longitudinal de frenagem (*skid*) e pode ser equacionado pela Eq. 3.15:

$$i_s = \left(1 - \frac{r\omega}{V}\right) \times 100\% \tag{3.15}$$

Em relação à abordagem em solos rígidos a força longitudinal de tração é obtida por meio de uma curva que relaciona essa ao deslizamento longitudinal. Uma curva característica é apresentada na Fig. 10. A teoria de Julien é uma das teorias que buscam aproximar a curva de força de tração por deslizamento levando em conta algumas premissas. Considera-se que a banda de rodagem é elástica, que a região de contato pneu-solo é retangular, que a pressão normal é uniformemente distribuída nessa e que essa região pode ser dividida em uma região de aderência e uma região de escorregamento. Na primeira a força de interação depende apenas das propriedades elásticas da banda de rodagem podendo ser considerada linear, enquanto na segunda ela depende ainda das propriedades de aderência da interface pneu-solo. (WONG, 2009)



Figura 10: Curva característica de força de tração x deslizamento longitudinal (WONG, 2009)

Como podemos verificar no gráfico da Figura 10, inicialmente, na região AO, a relação entre a força de tração e o deslizamento é linear, indicando que a região contato pneu-solo é inteiramente uma região de aderência. Segundo a Teoria de Julien a curva nessa região obedece a Eq. 3.16:

$$F_x = k\lambda li(1 + \frac{l}{2\lambda}), se \quad i_c \le \frac{\mu_p W}{lk(l+\lambda)}$$
(3.16)

- F_x é a força de tração longitudinal;
- *i* é o deslizamento longitudinal do pneu (*slip*);
- *l* é o comprimento da região de contato pneu-solo;
- μ_p é o valor de pico do coeficiente de aderência;
- W é a carga vertical no pneu;
- λ é uma constante relacionada à deformação anterior a região de contato.

Após o deslizamento limite i_c , a relação deixa de ser linear, o que corresponde a região AB do gráfico, na qual ocorre a força máxima de tração dada por $\mu_p W$ no ponto B. A partir desse ponto, qualquer aumento no valor do deslizamento gera uma condição instável e a força de tração é reduzida rapidamente até o valor $\mu_s W$ na qual ocorre o deslizamento puro. Nesse caso, a região de contato pneu-solo é formada tanto por uma região de aderência quanto uma região de escorregamento. A forças desenvolvidas na região de aderência, na região de escorregamento e total obedecem às Equações 3.17, 3.18 e 3.19, respectivamente:

$$F_{xa} = k\lambda l_c i \left(1 + \frac{l_c}{2\lambda}\right) \tag{3.17}$$

$$F_{xs} = \mu_p W (1 - \frac{l_c}{l})$$
(3.18)

$$F_x = \mu_p W - \frac{(\mu_p W - lk\lambda i)^2}{2l^2 k i}, i_c = \frac{\mu_p W}{lk(l+\lambda)} \le i \le 1$$
(3.19)

onde l_c é o comprimento característico da região de aderência dado pela Eq. 3.20:

$$l_c = \frac{\mu_p W}{lki} - \lambda \tag{3.20}$$

O valor do comprimento da região de contato pode ser calculado geometricamente em função da deflexão vertical do pneu δ por meio da Eq. 3.21:

$$l = 2\sqrt{r^2 - (r - \delta)^2}$$
(3.21)

O parâmetro λ pode ser calculado por meio de outro parâmetro físico, que é o valor de escorregamento do coeficiente de aderência μ_s , substituindo i = 1 e $F_x = \mu_s W$ na Eq. 3.19 e isolando o valor de λ (LOPES, 2015):

$$\lambda = \frac{\mu_p W + \sqrt{2(\mu_p - \mu_s)Wl^2k}}{lk} \tag{3.22}$$

Valores típicos de valores de pico e de escorregamento do coeficiente de aderência para diversos tipos de solo, que se encontram resumidos na Tabela 3 do Apêndice A. O torque de reação na Teoria de Julien pode ser calculado pela multiplicação da força de tração pelo raio estático do pneu seguindo a Eq. 3.23:

$$T_R = F_x r_{est} = F_x (r - \delta) \tag{3.23}$$

3.2.2 Solos Deformáveis (Formulação de Wong-Reece)

A abordagem de Wong-Reece para solos deformáveis é dividida em uma modelagem para rodas motrizes e uma modelagem para rodas rebocadas. Em ambas as modelagens são utilizadas como base as equações de equilíbrio para uma roda submetida a uma velocidade constante dadas pelas Equações 3.24, 3.25, 3.26 e 3.27:

$$W = rb(\int_{\theta_2}^{\theta_1} \sigma(\theta) \cos \theta \, \mathrm{d}\theta + \int_{\theta_2}^{\theta_1} \tau(\theta) \operatorname{sen}\theta \, \mathrm{d}\theta)$$
(3.24)

$$D = rb(\int_{\theta_2}^{\theta_1} \tau(\theta) \cos \theta \, \mathrm{d}\theta + \int_{\theta_2}^{\theta_1} \sigma(\theta) \, \mathrm{sen}\theta \, \mathrm{d}\theta)$$
(3.25)

$$T = r^2 b \left(\int_{\theta_2}^{\theta_1} \tau(\theta) \,\mathrm{d}\theta \right) \tag{3.26}$$

$$Z = r \times (1 - \cos \theta_1) \tag{3.27}$$

- W é a força peso;
- *D* é a força de tração longitudinal resultante;
- T é o torque gerado na roda;
- *b* é a largura de rolagem livre do pneu;
- θ_1 é o ângulo de entrada de contato pneu-solo;
- θ_2 é o ângulo de saída do contato pneu-solo;
- $\sigma(\theta)$ é a distribuição de tensões normais na região de contato;
- $\tau(\theta)$ é a distribuição de tensões cisalhantes na região de contato;
- Z é o afundamento da roda no solo;

A Fig. 11 ilustra as tensões, forças e torques agindo em uma roda motriz ou rebocada.



Figura 11: Forças, torques e tensões agindo em uma roda (REECE e WONG, 1967)

Com base nas equações de equilíbrio é necessário encontrar as distribuições de tensões radiais e cisalhantes na região de contato pneu-solo. Para isso são empregadas as formulações de Wong-Reece (Eq. 3.28) e Janosi-Hanamoto (Eq. 3.29), que relacionam, respectivamente, a distribuição de tensões normais com o afundamento do solo e a distribuição de tensões cisalhantes com a distribuição de tensões normais e com a deformação de cisalhamento.

$$\sigma = (ck'_c + \gamma_s bk'_\phi)(\frac{z}{b})^n \tag{3.28}$$

$$\tau = (c + \sigma \operatorname{tg}\phi)(1 - e^{-j/K_x})$$
(3.29)

- c é a coesão do solo;
- γ_s é a massa específica do solo;
- ϕ é o ângulo de cisalhamento interno do solo;
- *n* é o expoente do solo na equação de Bekker-Reece;
- k_c^\prime e k_ϕ^\prime são parâmetros adimensionais do solo;
- K_x é o módulo da deformação de cisalhamento do solo;
- z é o afundamento do solo;
- *j* é deformação de cisalhamento;

Tais parâmetros do solo encontram-se tabelados na Tabela 4 do Apêndice A para diversos tipos de solos deformáveis. Além disso, região de contato pneu-solo pode ser dividida em duas: a região dianteira, que vai do ângulo de tensão radial máxima (θ_m) até o ângulo de entrada (θ_1), e a região traseira, que vai do ângulo de saída até o ângulo de tensão radial máxima (θ_m). Tanto para rodas motrizes quanto para rodas rebocadas as distribuições de tensão normal nas regiões dianteira e traseira são dadas, respectivamente, pelas Equações 3.30 e 3.31, encontrada pela substituição do afundamento *z* por relações geométricas.

$$\sigma_1(\theta) = (ck'_c + \gamma_s bk'_\phi) (\frac{r}{b})^n (\cos\theta - \cos\theta_1)^n$$
(3.30)

$$\sigma_2(\theta) = (ck'_c + \gamma_s bk'_\phi) (\frac{r}{b})^n [\cos(\theta_1 - \frac{\theta_1 - \theta_m}{\theta_m - \theta_2} (\theta - \theta_2)) - \cos\theta_1]^n$$
(3.31)

Já a distribuição de tensões cisalhantes difere quando se trata de rodas motrizes e rodas rebocadas. Isso ocorre devido à diferença no cálculo da deformação de cisalhamento nos dois casos. Para rodas motoras a expressão é igual para a região dianteira e a região traseira e exposta na Eq. 3.32:

$$j_1(\theta) = j_2(\theta) = r[(\theta_1 - \theta) - (1 - i)(\operatorname{sen}\theta_1 - \operatorname{sen}\theta)]$$
(3.32)

Já para rodas rebocadas a deformação de cisalhamento é diferente nas regiões dianteira e traseira e dada, respectivamente, pelas Equações 3.33 e 3.34:

$$j_1(\theta) = r(\theta_1 - \theta) \left[\frac{(1-i)(\operatorname{sen}\theta_1 - \operatorname{sen}\theta_m)}{\theta_1 - \theta_m} \right] - (1-i)(\operatorname{sen}\theta_1 - \operatorname{sen}\theta)$$
(3.33)

$$j_2(\theta) = -r[(\theta_m - \theta) - (1+i)(\operatorname{sen}\theta_m - \operatorname{sen}\theta)]$$
(3.34)

Definidas as deformações de cisalhamento, as distribuições de tensão cisalhante para rodas motrizes, nas regiões dianteira e traseira, e para rodas rebocadas, nas regiões dianteira e traseira, são definidas, respectivamente, nas Equações 3.35, 3.36, 3.37 e 3.38:

$$\tau_1(\theta) = (c + \sigma_1(\theta) \operatorname{tg}\phi)(1 - e^{-r[(\theta_1 - \theta) - (1 - i)(\operatorname{sen}\theta_1 - \operatorname{sen}\theta)]/K_x})$$
(3.35)

$$\tau_2(\theta) = (c + \sigma_2(\theta) \operatorname{tg}\phi)(1 - e^{-r[(\theta_1 - \theta) - (1 - i)(\operatorname{sen}\theta_1 - \operatorname{sen}\theta)]/K_x})$$
(3.36)

$$\tau_1(\theta) = (c + \sigma_1(\theta) \operatorname{tg}\phi)(1 - e^{-r(\theta_1 - \theta)\left[\frac{(1 - i)(\operatorname{sen}\theta_1 - \operatorname{sen}\theta_m)}{(\theta_1 - \theta_m)}\right] - (1 - i)(\operatorname{sen}\theta_1 - \operatorname{sen}\theta)/K_x})$$
(3.37)

$$\tau_2(\theta) = -(c + \sigma_2(\theta) \operatorname{tg}\phi)(1 - e^{r[(\theta_m - \theta) - (1 - i)(\operatorname{sen}\theta_m - \operatorname{sen}\theta)]/K_x})$$
(3.38)

Por fim, é necessário calcular o ângulo onde ocorre a tensão normal máxima. Para rodas motrizes esse ângulo é proporcional ao ângulo de entrada segundo a Eq. 3.39:

$$\theta_m = (c_1 + c_2|i|)\theta_1 \tag{3.39}$$

onde c_1 e c_2 são constantes do solo. Já para rodas rebocadas o ângulo de tensão normal máximo está relacionado a um ponto neutro na superfície de contato pneu-solo, no qual as linhas de deslizamento se encontram e as tensões cisalhantes são nulas. O ângulo é calculado segundo a teoria plástica e o critério de *Mohr-Coloumb* segundo a Eq. 3.40:

$$\theta_m = \arccos(\frac{\cos(\pi/4 - \phi/2)}{1 + i_s}) - \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$$
(3.40)

Agora é necessário resolver o conjunto de equações apresentadas nessa seção. Para tal, WONG-REECE desenvolveu um método interativo dado pela sequência de etapas:

- 1. Adotar $\theta_2 = 0$ e escolher um valor inicial para θ_1 ;
- 2. Para o valor de θ_1 , calcular o valor de θ_m utilizando as Equações 3.39 e 3.40;
- 3. Definir a distribuição de tensões radiais utilizando as Equações 3.30 e 3.31;
- 4. Definir a distribuição de tensões cisalhante utilizando as Equações 3.35 a 3.38;
- 5. Calcular a carga vertical no pneu empregando a Eq. 3.24;
- 6. Comparar a carga vertical calculada (W') com a carga vertical dada (W). Se |W' W| for maior que a tolerância redefinir θ_1 e voltar à etapa 2. Caso contrário, seguir para a etapa 7;
- 7. Calcular a força de tração resultante pela Eq. 3.25;
- 8. Calcular o torque resultante pela Eq. 3.26;
- 9. Calcular o afundamento do solo pela Eq. 3.27.



Figura 12: Fluxograma resumindo o método de Wong-Reece (REECE e WONG, 1967)

3.3 Dinâmica Longitudinal

A dinâmica longitudinal corresponde à análise de aceleração e frenagem do automóvel. Primeiramente, são analisados conceitos relacionados ao motor; em segundo lugar, são analisadas as equações de movimento; por fim, será estudado o fluxo de potência para a modelagem adotada.

3.3.1 Motor

As curvas do motor são muito importantes para a dinâmica longitudinal, porque elas permitem analisar o quanto de potência e tração pode ser fornecidos pelo automóvel em contraposição às forças de resistência. Dentre essas curvas, as principais são as curvas de torque e potência, apresentadas na Fig. 13.



Figura 13: Curvas de Torque e Potência (JAZAR, 2014)

As curvas de potência e tração podem ser estimadas com um polinômio do terceiro grau, dado por: (JAZAR, 2014)

$$P_{e} = \frac{0, 6P_{M}}{\omega_{M}}\omega_{e} + \frac{1, 4P_{M}}{\omega_{M}^{2}}\omega_{e}^{2} - \frac{P_{M}}{\omega_{M}^{3}}\omega_{e}^{3}$$
(3.41)

$$T_{e} = \frac{0,6P_{M}}{\omega_{M}} + \frac{1,4P_{M}}{\omega_{M}^{2}}\omega_{e} - \frac{P_{M}}{\omega_{M}^{3}}\omega_{e}^{2} = \frac{P_{e}}{\omega_{e}}$$
(3.42)

Onde:

- P_M é a potência máxima;
- ω_M é a velocidade angular na condição de potência máxima;

- P_e é a potência do motor;
- ω_e é a velocidade angular do motor;
- T_e é o torque do motor;

3.3.2 Equações de Movimento

Na dinâmica longitudinal, atuam algumas forças de resistência no veículo. Na Fig. 14, tem-se o diagrama de corpo livre para um automóvel.



Fig. 1.6 Arbitrary forces acting on a vehicle.

Figura 14: Forças atuantes em um veículo (GILLESPIE, 1992)

Pela segunda Lei de Newton, a equação de movimento longitudinal do veículo pode ser escrita da seguinte forma:

$$\Sigma F_x - \frac{1}{2}\rho C_D A V^2 - mg \operatorname{sen}\theta = ma$$
(3.43)

Onde o primeiro termo do lado esquerdo da equação representa as forças de tração desenvolvidas nos pneus, o segundo termo a força de resistência aerodinâmica e o terceiro termo a força gravitacional.



Figura 15: Força atuantes em um veículo com três eixos (JAZAR, 2014)

A distribuição de peso nos três eixos, pode ser obtida a partir da seguinte equação matricial (JAZAR, 2014):

$$[X] = [A]^{-1}[B] (3.44)$$

onde:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2x_1 & 2x_2 & 2x_3 \\ k_2k_3(x_2 - x_3) & k_1k_3(x_3 - x_2) & k_1k_2(x_1 - x_2) \end{pmatrix}$$
(3.45)
$$B = \begin{pmatrix} mg\cos\phi \\ -hm(a + g\sin\phi) \\ 0 \end{pmatrix}$$
(3.46)
$$X = \begin{pmatrix} F_{z1} \\ F_{z2} \\ F_{z3} \end{pmatrix}$$
(3.47)

- k_1 é a constante elástica da suspensão dianteira;
- k_2 é a constante elástica da suspensão intermediária;
- k_3 é a constante elástica da suspensão traseira;
- $x_1 = a_1$ é a distância do eixo dianteiro ao centro de massa
- $x_2 = -a_2$ é a distância do eixo intermediário ao centro de massa;
- $x_3 = -a_3$ é a distância do eixo traseiro ao centro de massa

O equacionamento da roda utilizado para a modelagem em *Simulink* é definido da seguinte forma:

$$T_M - T_R - T_B - T_{RR} = J_{eq}\dot{\omega} \tag{3.48}$$

Onde:

- T_M é o torque que chega nas rodas proveniente do motor;
- T_R é o torque de reação gerado pela força de tração;
- T_B é o torque de frenagem;
- T_{RR} é o torque de resistência ao rolamento. Tal torque só surge na formulação de solos rígidos pois ele já está computado internamente no torque de reação de solos deformáveis. Este torque pode ser expresso pela Eq. 3.49 (JAZAR, 2014):

$$T_{RR} = \frac{KW(r-\delta)}{1000} (5, 1 + \frac{5, 5 \times 10^5 + 90W}{p} + \frac{1100 + 0,0388W}{p} V^2)$$
(3.49)

Onde K = 0,8 para pneus radiais; W é a carga vertical suportada pelo pneu e p é a pressão de inflação.

• J_{eq} : momento de inércia equivalente.

$$J_{eq} = J_R + J_E i_R^2 + (J_T + J_M) (i_R i_D i_T i_G)^2$$
(3.50)

Onde J_R é o momento de inércia das rodas; J_E , o momento de inércia dos eixos; J_T , momento de inércia da caixa de transmissão que varia de acordo com a marcha; J_M , momento de inércia do motor e de seu volante; i_R , i_D , i_T , i_G são as relações de transmissão dos redutores das rodas, dos diferenciais, da caixa de transferência e da caixa de transmissão, respectivamente.

3.3.3 Fluxo de Potência

O fluxo de potência é um método de resolução de sistemas mecânicos que é baseado na conservação de potência entre os diversos sistemas mecânicos acoplados entre si. O método possui vasta aplicação em simulações da dinâmica vertical, dinâmica lateral e dinâmica lon-gitudinal veicular, devido sua simplicidade e fácil adaptação ao método de digrama de blocos empregado no *Simulink*.

Relativamente à dinâmica longitudinal de veículo o fluxo de potência é utilizado conservando o produto do torque pela velocidade angular a que um sistema se encontra submetido. O torque proveniente do motor é multiplicado em cada um dos sistemas componentes da transmissão até chegar nas rodas. Por sua vez, a velocidade angular das rodas é multiplicada até chegar no motor, fechando assim o ciclo do fluxo de potência. A Fig. 16 ilustra o método de fluxo de potência empregado na simulação dinâmica longitudinal de um veículo de tração integral com transmissão automática.



Figura 16: Fluxograma ilustrando a aplicação do fluxo de potência na dinâmica longitudinal

3.4 Sistemas do Guarani

Nesta seção, cada um dos elementos tecnológicos do Guarani são analisados, de forma a compreender, em específico, como eles se comportam em relação aos fundamentos de transmissão já apresentados. Ou seja, já foi visto os conceitos e o equacionamento na seção 3.1, e esta seção os traz à realidade do Guarani.

3.4.1 Conversor de Torque

O conversor de torque empregado no Guarani é da marca ZF, possuindo relação de conversão máxima de aproximadamente 2,19.

Os dados de conversor de torque do Guarani não são disponibilizados pelo fabricante do elemento. Portanto, conforme já mencionado na seção 3.1.1, a curva deste elemento será estimada por meio de formulação específica – ou seja, uma extrapolação desenvolvida para o Guarani.

3.4.2 Caixa de Transmissão

A caixa de transmissão do Guarani, da marca ZF, é automática; ou seja, dentre outras consequências, não há interrupção no fluxo de potência ao realizar a progressão de marchas.

O veículo possui 6 configurações de marchas, que influenciam – por meio de freios e embreagens – o comportamento da caixa de transmissão. Estas diferentes configurações são atuadas por meio da alavanca seletora de marchas, apresentada na Fig. 17.



Figura 17: Alavanca Seletora de Marchas do Guarani

Inicialmente em neutro (N), a alavanca seletora permite movimentos 'comuns' de ré (R) e drive (D), em que a progressão de marchas é realizada (em especial em drive) entre todas as marchas do veículo. Além disso, há algumas marchas especiais: a 1 induz movimento apenas em primeira marcha; a 2 implica em movimento alternando entre primeira e segunda marcha; e a 3 limita o movimento da primeira à quarta marcha. Isto possibilita percorrer durante mais tempo as marchas de maior torque, sem mudanças indesejadas.

A caixa de transmissão do Guarani possui apenas um estágio. Seu esquema completo é apresentado na Fig. 18. Note a presença de trens epicicloidais e freios e embreagens, que realizam a atuação do sistema – sob ponto de vista de controle.



Figura 18: Transmissão do Guarani: ZF 6HP 602S (ZF, 2006)

As relações de transmissão geradas na caixa, por fim, são apresentadas no Apêndice A, ao final do trabalho.

3.4.3 Redução Final

3.4.3.1 Caixa de Transferência

A caixa de transferência empregada no Guarani é o modelo GHM da IVECO. Tal caixa funciona como um diferencial aberto, e pode adquirir tanto configuração 6x4 quanto 6x6, com o bloqueio longitudinal, que inibe a transmissão de torque ao eixo dianteiro. Estas configurações são selecionadas por botões, segundo a Tab. 1.

| Botão | Ação | Pré-condições para Ativação | Pré-condições para Desativação Bloqueio transversal dos eixos intermediário e traseiro desativados | | |
|-------|---|---|---|--|--|
| Ш | Ativa/desativa a tração integral (6x6) | Nenhuma | | | |
| H | Ativa/desativa o bloqueio longitudinal entre os eixos intermediário e traseiro | Nenhuma | Bloqueio transversal dos eixos intermediário e traseiro desativados. | | |
| H | Ativa/desativa o bloqueio transversal dos eixos intermediário e traseiro (vel. máxima: 15 km/h) | Tração 6x6 e bloqueio longitudinal entre os eixos intermediário e traseiro ativados | Bloqueio transversal do eixo dianteiro desativado. | | |
| ₩ | Ativa/desativa o bloqueio transversal do eixo dianteiro (velocidade máxima: 15 km/h) | Tração 6x6 e bloqueios longitudinal e transversal dos eixos intermediário e traseiro ativados | Nenhuma | | |

Tabela 1: Possíveis Erros sobre a Caixa de Transferência

Note como, além do bloqueio longitudinal, o veículo também permite bloqueio do diferencial no eixo traseiro e no dianteiro (o diferencial é analisado mais a fundo na seção 3.4.3.2).

Tecnologicamente, a caixa de transferência do Guarani se divide em duas partes principais, apontadas na Fig. 19: uma caixa de descida – que realiza a mudança de nível (para baixo) do torque proveniente da caixa de transmissão, e o divide para o eixo dianteiro; e um diferencial central, que realiza as duas últimas 'repartições' do torque entre os eixos intermediário e traseiro.



Figura 19: Caixa de Descida (esq.) e Diferencial Central (dir.)

Globalmente, o sistema realiza a repartição igualitária de torque entre os eixos motores: seja na opção 6x6 ou 6x4. Há uma relação de torque multiplicativa em todo o sistema, em razão de transmissão de 0,8 (mais detalhes no Apêndice A).

3.4.3.2 Diferencial

O diferencial do Guarani pouco varia em relação aos sistemas tradicionais; a única diferença tecnológica é que os diferenciais frontal e traseiro permitem bloqueio transversal: ou seja, pode-se fazer com que as semiárvores rotacionem a velocidades angulares iguais, com o diferencial girando como um bloco. Isto favorece o comportamento da direção em terrenos com possibilidade de atolamento, ou deformáveis em demasia.

3.4.3.3 Redução Final na Roda

O Guarani possui alta relação de transmissão na roda – com redução superior a 5 (vide Apêndice A para maior detalhamento). Isto é alcançado por meio do emprego de trens epicicloidais, no cubo de roda, em série.

CAPÍTULO 4

Modelagem e Simulação

4.1 Parâmetros de Entrada Desenvolvidos

Os parâmetros de entrada da simulação foram retirados em sua grande maioria dos Manuais do Guarani, ou de artigos anteriores de modelagem e simulação do mesmo veículo e encontram-se no Apêndice A. A curva do motor foi obtida do endereço eletrônico do fabricante (FTP) e é exposta na Fig 20.



Figura 20: Curva do motor do VBTP Guarani segundo o fabricante

No entanto, outros parâmetros tais como as curvas do conversor de torque e os parâmetros relativos à força aerodinâmica não foram encontrados, portanto, tiveram que ser estimados. As seções 4.1.1 e 4.1.2 detalham a estimativas desses, respectivamente.

4.1.1 Curvas do Conversor

As curvas do conversor de torque são de fundamental importância para a simulação da dinâmica longitudinal, porém são de difícil obtenção. No caso do Guarani isso se torna mais difícil, pois é uma viatura militar.

Em vista disso, utiliza-se a estimativa dessa curva proposta por PINTO-REIS. Estes autores propõem as seguintes parametrizações para as curvas de performance (Eq. 4.1) e conversão de torque (Eq. 4.2):

$$k(v) = \begin{cases} k_{st} - \frac{k_{st} - k_{lu}}{v_{lu}^2} v^2, se \quad v < v_{lu} \\ k_{lu} - \frac{k_{lu} - k_{ff}}{1 - v_{lu}} (v - v_{lu}), se \quad v \le v_{lu} \end{cases}$$

$$\mu(v) = \begin{cases} \mu_{st} - \frac{\mu_{st} - 1}{v_{lu}} v, se \quad v < v_{lu} \\ 1, se \quad v_{lu} \le v < 0, 99 \\ 1 - \frac{v - 0, 99}{0,01}, se \quad v \ge 0, 99 \end{cases}$$

$$(4.1)$$

Onde:

- k: fator característico
- k_{st} : fator característico no ponto de estol;
- *k*_{ff}: fator característico no ponto de *free flow*;
- k_{lu} : fator característico no ponto de *lock-up*;
- *v*: fator de conversão de velocidade;
- v_{lu} : fator de conversão de velocidade no ponto de *lock-up*;
- μ: fator de conversão de torque;
- μ_{st} : fator de conversão de torque no ponto de estol;

Na simulação são empregados os valores $k_{st} = 0, 1, k_{lu} = 0,04732$ e $k_{ff} = 0,0225$ para os parâmetros correspondentes aos fatores característicos nos pontos de estol, lock-up e free flow, respectivamente. Esses valores correspondem aos de pontos de operação do motor do Guarani de fator característico máximo, potência máxima e rotação máxima, respectivamente, de maneira que o conversor consiga trabalhar em uma grande de regime de operação do motor. Para o fator de conversão de velocidade no ponto de lock-up foi adotado um valor de $v_{lu} = 0, 8$ que é um valor típico de ponto de lock-up. Por fim o valor de fator de conversão de torque no ponto de estol empregado foi de $\mu_{st} = 2,195$, como especificado no Manual do Guarani.

A partir desses valores, obtém-se os gráficos das curvas de performance (Fig 21) e da curva característica do conversor de torque (Fig 22).



Figura 21: Estimativa do fator característico do conversor de torque



Figura 22: Estimativa da curva característica do VBTP Guarani

4.1.2 Força Aerodinâmica

Os Parâmetros de Área Frontal e Coeficiente de Arrasto não são disponíveis, originalmente, em manuais do Guarani ou em trabalhos anteriores. Portanto, foi necessário estimar estes parâmetros através de uma modelagem em SolidWorks. Usando as cotas da viatura, é possível, ao menos, estimar sua configuração geométrica, e posteriormente submetê-la a simulações. A modelagem em SolidWorks encontra-se ilustrada na Fig. 23, já no ambiente de simulação de escoamento.



Figura 23: Modelagem do Guarani em Solidworks - Ambiente de Simulação

Com isto, a determinação da área frontal depende apenas da realização de uma proteção sobre o plano frontal do veículo, e medição da área pelo comando "medição" do SolidWorks. Isto foi feito conforme a Fig. 24. A área frontal encontrada, portanto, foi de aproximadamente $4,87m^2$.



Figura 24: Área Frontal Projetada - Guarani

Seguindo ao segundo objetivo - o cálculo do coeficiente de arrastro - o uso de uma simulação mais complexa é necessário. Em primeiro lugar, deve-se abrir o add-in Flow Simulation do MATLAB. Inicia-se uma simulação de escoamento externo, usando como fluido de trabalho o ar (gás ideal). Insere-se como objetivo da análise o cálculo da força de arrasto F_d . O coeficiente de arrasto aerodinâmico será calculado, desta forma, pela equação:

$$C_d = \frac{2F_d}{\rho V^2 A} \tag{4.3}$$

Sendo A, a área frontal projetada.

Aplica-se esta fórmula para diferentes velocidade de escoamento. Ao todo foram calculados os valores do coeficiente de arrasto (Fig. 25) e a força associada a velocidades desde 0 m/saté 40 m/s.



Figura 25: Cálculo do Coeficiente de Arrasto em Solidworks

A partir desses resultados foi gerado um gráfico, conforme apresentado na Fig. 26



Figura 26: Força de Arrasto (N) vs Velocidade (km/h)

Como se pode observar a curva apresenta um aspecto semelhante a de uma parábola, fato que se adequa perfeitamente ao comportamento esperado conforme a Eq. 4.3. Em vista disso, essa é a aproximação da força de arrasto adotada para a modelagem em *Simulink*.

4.2 Modelos Desenvolvidos

Foram desenvolvidos 3 modelos neste trabalho, originalmente em falta na literatura:

- Um modelo de estimativa da área pneu-solo considerando o solo rígido e pneus flexíveis levando em consideração os parâmetro do pneu, a carga vertical sobre o mesmo e a sua pressão de inflação;
- Um modelo de aproximação da deflexão vertical e do comprimento da área de contato do pneu em função da sua área de contato, da carga vertical e pressão de inflação;
- Uma teoria de expansão da Teoria de Julien para deslizamentos longitudinais fora do domínio de zero a um, expandindo suas aplicações para situações de frenagem e rebocamento das rodas, como apresentado nas seções seguintes, respectivamente.

4.2.1 Cálculo da Área de Contato

A literatura é escassa, quando se trata de obter a área de contato pneu-solo a partir de dados de carga, pressão nos pneus, e demais características do mesmo (como raio, largura de banda de rodagem, etc.).

Algumas fontes indicam que a área poderia ser aproximada por W/p inicialmente, sendo W a carga sobre o pneu e p a pressão interna no mesmo; porém, quando se observa dados práticos para a área de contato (como os dados experimentais de POLASIK (2017) o erro encontrado supera 100% por esta formulação – o que leva a desenvolver um método mais eficaz neste projeto.

Como a largura da banda de rodagem é um fator geométrico, aproximadamente invariante (calculado a partir de dados de pneus), o problema a ser aqui desenvolvido torna-se calcular o comprimento de contato, conforme ilustrado na Fig. 27.



Figura 27: Objetivo: cálculo do comprimento de contato pneu-solo

Em primeiro lugar, vale mencionar as hipóteses iniciais usadas no desenvolvimento deste modelo. Tais hipóteses são compatíveis com aquelas empregadas na Teoria de Julien para pneus deformáveis, e são:

- 1. Área de contato aproximadamente retangular: a área será calculada por meio do produto do comprimento *l*, pela largura *b*.
- 2. Tensão relativa à borracha dos pneus proporcional à pressão do ar em seu interior, segundo a relação $p \times R$ mencionado por CHAN.

Vistas as hipóteses, a formulação se baseia na conservação de energia – decorrente da deformação do pneu. Três tipos de influências se contrapõem: a influência elástica por um lado; e a influência de variação de volume interno do pneu e de contração da borracha, por outro.

O diagrama a que se refere o problema pode ser observado pela Fig. 28. Nele, p é a pressão interna decorrente do ar nos pneus; θ é o semi-ângulo de contato (a partir do qual se obtém a deformação, por exemplo); R é o raio do pneu; e l é o comprimento de contato, objetivo da análise.



Figura 28: Diagrama de variáveis principais do problema

Pela conservação de energia, tem-se que:

$$\int p \,\mathrm{d}v + \int T \,\mathrm{d}s = kx^2/2 \tag{4.4}$$

A primeira parcela refere-se à redução de volume da câmara interna de ar; a segunda parcela refere-se à contração da borracha do pneu, ao ser pressionado contra o solo; e o terceiro termo, após a igualdade, se refere à mola equivalente do sistema, ou seja, a rigidez global.

Da Eq. 4.4, considera-se três simplificações: a pressão é aproximadamente constante, já que a variação de volume é suposta pequena frente ao volume total da câmara; a tensão T dos pneus é suposta constante, e igual a $p \times R$, tal qual apontado por CHAN; e a terceira parcela se refere à rigidez equivalente do sistema. Aplicando estas simplificações, chega-se ao resultado da Eq. 4.5.

$$p[V_1 - V_0] + pR[\Delta S] = kx^2/2 \tag{4.5}$$

Substituindo os valores de V_0 por 0 (volume inicial deslocado é nulo), e inserindo as relações geométricas de volume para V_1 , e variação de área para ΔS , chegamos à Eq. 4.6:

$$p[R^{2}b(\theta - \frac{\operatorname{sen}(2\theta)}{2})] + pR[2Rb(\theta - \operatorname{sen}\theta)] = kx^{2}/2$$
(4.6)

Isolando k e substituindo x por $R(1 - \cos \theta)$, obtemos para a rigidez do sistema, segundo

a Eq. 4.7:

$$k = \frac{2pb(3\theta - \operatorname{sen}\theta(2 + \cos\theta))}{(1 - \cos\theta)^2}$$
(4.7)

Por fim, pode-se relacionar a carga vertical W com a rigidez k calculada. Isto fornece uma relação implícita de θ , em função de p, W e parâmetros geométricos do pneu (R e b), conforme Eq. 4.8:

$$W = kx = kR(1 - \cos\theta) \implies W = \frac{2pbR(3\theta - \operatorname{sen}\theta(2 + \cos\theta))}{1 - \cos\theta}$$
(4.8)

Note que podemos calcular θ a partir desta relação implícita, por meio de otimização numérica. Em seguida, *l* pode ser calculado a partir da geometria, na Eq. 4.9:

$$l = 2R \operatorname{sen}\theta \tag{4.9}$$

Uma solução numérica mais direta pode ser obtida por meio de aproximações de pequenos ângulos. Esta estimativa cobre quase toda a faixa de operação dos pneus em carros de passeio, pois $\theta = 10^{\circ}$ (considerado condizente para pequenos ângulos) corresponde a uma carga sobre pneu de 450 kg, a uma pressão de 2 bar. Ou seja, quase toda a faixa de operação de um veículo de passeio estaria coberta.

Aplicando tal aproximação à Eq. 4.8, temos como resultado a Eq. 4.10:

$$W = \frac{2pbR(3\cos\theta - \sin\theta(2 + \cos\theta))}{1 - \cos\theta} =$$

$$= \frac{2pbR(3\theta - (\theta - \frac{\theta^3}{6})(2 + 1 - \theta^2/2))}{(1 - 1 + \frac{\theta^2}{2})} =$$

$$= 2pbR(\frac{\frac{\theta^3}{2} + \frac{\theta^3}{2}}{\frac{\theta^2}{2}}) =$$

$$= 4pbR\theta$$
(4.10)

Desconsiderou-se, na equação acima, o termo em θ^5 , considerado muito pequeno frente aos termos duas potências abaixo (em θ^3). Isolando θ , temos um resultado numérico para tal variável, segundo a Eq. 4.11:

$$\theta = \frac{W}{4pbR} \tag{4.11}$$

Por fim, temos como resultado final um cálculo simples de l, dependendo apenas de W, p,

e parâmetros geométricos da roda (no caso, largura b). Note que, para pequenos ângulos, l não depende de R.

$$l = 2R \operatorname{sen}\theta = 2R\theta = \frac{W}{2pb}$$
(4.12)

O valor acima encontrado faz sentido ante às aproximações encontradas amplamente na teoria, de W/pb – porém, como veremos, a constante 1/2 encontrada neste desenvolvimento teórico, fornece valores mais condizentes com a teoria.

Para comprovar a efetividade da formulação, compara-se o valor com valores práticos ou experimentais, retirados de POLASIK (2017). Estes valores se referem a uma série de pneus diferentes, pertencentes a marcas diversas, comprovando a generalidade da solução.

Ao todo, foi testado o comportamento de 3 modelos de pneus diferentes, variando-se a carga e a pressão interna nos mesmos. Os dados usados para a comparação foram provenientes de tabela, como a da Tab. 2, abaixo; nela, há dados experimentais de áreas para pneus em cargas crescentes, incrementadas em 500 N, e pressões de 1,5 *bar* a 3,0 *bar*. Em todos, a aproximação de pequenos ângulos serviu de forma satisfatória, com erros variando de 11% a 14,6%.

 Tabela 2: Dados experimentais: áreas em função da carga e da pressão do pneu

| surface area of contact with the ground [cm ²] | | load [kg] | | | | | | | | | |
|---|-----|-----------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 | 450 | 500 |
| pressure [bar] | 1,0 | - | 45,89 | - | 70,50 | - | 108,19 | - | 133,75 | - | 159,55 |
| | 1,5 | 14,81 | 34,46 | 42,67 | 66,05 | 71,02 | 100,02 | 108,85 | 109,93 | 122,80 | 135,95 |
| | 2,0 | 12,96 | 23,40 | 40,43 | 47,71 | 59,84 | 73,96 | 94,10 | 103,48 | 112,34 | 120,11 |
| | 2,5 | 11,07 | 25,41 | 31,11 | 38,91 | 47,28 | 56,10 | 66,66 | 89,98 | 100,99 | 110,23 |
| | 3,0 | 10,37 | 18,31 | 26,12 | 37,17 | 46,04 | 54,38 | 71,27 | 74,32 | 79,97 | 94,17 |

Para o primeiro pneu, modelo Barum 165/80 R14, foi encontrado um erro quadrático médio de 11%, entre todas as medidas de pressão e carga. A proximidade entre os resultados do modelo e os valores reais/experimentais é mostrado na Fig. 29, para cada valor de pressão e carga.



Figura 29: Dados do modelo em comparação aos experimentais no pneu Barum

O mesmo procedimento foi repetido para o segundo pneu, de modelo Continental 195/65 R15, encontrando-se um erro quadrático médio de 14,6%. O gráfico comparando os resultados experimentais e teóricos (gerados pelo modelo) é mostrado na Fig. 30.



Figura 30: Dados do modelo em comparação aos experimentais no pneu Continental

Por fim, repete-se o procedimento para o terceiro pneu, de modelo Bridgestone 205/55 R16, encontrando-se um erro quadrático médio de 11%. O gráfico comparando os resultados experimentais e teóricos (gerados pelo modelo) é mostrado na Fig. 31.



Figura 31: Dados do modelo em comparação aos experimentais no pneu Bridgestone

Note que o comportamento entre os resultados do modelo teórico, e os experimentais (o modo como os valores variam) é condizente. De fato, o erro deve-se principalmente ao fato de que a área 'real' não é exatamente retangular – possuindo algo semelhante a um "fator de forma" que relaciona sua forma ideal, à geometria real. Este fator de forma variaria com a carga e a pressão, conforme vemos na Fig. 32.



Figura 32: Áreas experimentais: evidência de desvio em relação à área retangular (POLASIK; WALUS; WARGUŁA, 2017)

O fator de forma, porém, não é computado para fins deste trabalho, já que isto geraria uma discordância com as hipóteses do modelo de Julien, que considera a área de contato como um retângulo. Para fins deste trabalho, a comparação com os valores experimentais tem finalidade maior de validar, portanto, a variação, e não os valores absolutos – o que torna os erros encontrados ainda mais condizentes, e justificáveis.

Para fins do Guarani, emprega-se a otimização numérica, sem aproximação (Eq. 4.8) para pequenos ângulos – já que não se tem previsibilidade completa acerca do comportamento da roda do Guarani, em função da carga e da pressão, para garantir pequenos ângulos. Porém, a modelagem de pequenos ângulos serve como adição à teoria existente de carros de passeio, fornecendo uma solução rápida e efetiva para o cálculo da área de contato pneu-solo.

4.2.2 Cálculo do Comprimento de Contato e da Deflexão Vertical

Por fim, comprovada a relação entre área e carga/pressão na subseção anterior, a presente seção visa calcular a influência de cada um dos termos da área $(l \times b)$. Ambos os termos, juntamente com a deflexão na roda (δ) , serão importantes como inputs da Teoria de Julien.

A deflexão (δ), assim como l, depende diretamente do ângulo de contato, segundo a relação:

$$\delta = R \times (1 - \cos\theta) \tag{4.13}$$

Para resolver esta equação, é necessário atrelar o comprimento de contato (*b*), por fim, às variáveis dependentes de θ . Isso é feito por meio da relação empírica de Lyasko e Kurdenkov, que relaciona tal fator à deflexão – e validado por uma série de testes empíricos:

$$b = \alpha \times \sqrt{D_p \delta + \delta^2}$$
 (em metros) (4.14)

Note que o fator α é inserido para compatibilizar à deflexão estática do Guarani, por não ser um pneu de veículo de passeio. Já o fator D_p é calculado segundo os dados geométricos do pneu:

$$D_p = \frac{b_0 + H}{2,5} \quad (\text{em metros}) \tag{4.15}$$

Sendo b_0 a largura total/máxima do pneu – dado no mesmo; e H a altura do pneu. A última pode ser aproximada segundo a relação empírica: (LYASKO, 2010)

$$H = 0,77 \times b_0^{0.89} \tag{4.16}$$

Com isso, conclui-se o conjunto de informações necessárias para encontrar o comprimento e largura de contato, além da deflexão do pneu. O processo para tal segue os seguintes passos, para pequenos ângulos:

1. Encontrar a deflexão por meio de otimização numérica:

$$\delta = R \times (1 - \cos \theta) = R \times (1 - \cos(\frac{W}{4pbR})) = R \times (1 - \cos(\frac{W}{4pR\alpha\sqrt{D_p\delta + \delta^2}})) \quad (4.17)$$

2. Usar a deflexão para calcular b:

$$b = \alpha \sqrt{D_p \delta + \delta^2} \tag{4.18}$$

- 3. Testar se $b > b_0$. Caso seja, faça $b = b_0$, posto que esse é o valor máximo.
- 4. Calcular l a partir de b, encontrado

$$l = 2R \times \operatorname{sen}\theta = 2R\operatorname{sen}(\frac{W}{4pbR})$$
(4.19)

Dessa forma, a cada iteração do código em MATLAB, saberemos as três incógnitas desejadas. Caso não se deseje realizar a aproximação por pequenos ângulos, devemos otimizar tanto para θ quanto para δ no primeiro passo, em conjunto. A otimização para θ segue o padrão da subseção anterior (cálculo da área).

Vista a formulação completa acima, calcularemos α para o caso do Guarani. Para tanto, substituímos os seus atributos de carga estática: R = 629 mm; $b_0 = 384 mm$; $\delta_{est} = 23 mm$; H = 326, 4 mm; p = 5, 7 bar; W = 30.000 N/roda. Logo, pelo passo 1 do processo:

$$D_p = \frac{(b_0 + H)}{2,5} = \frac{0,384 + 0,3264}{2,5} = 0,284$$
(4.20)

$$\delta = R \times \left(1 - \cos\left(\frac{W}{4pR\alpha\sqrt{D_p\delta + \delta^2}}\right)\right) \tag{4.21}$$

$$0,023 = 0,629 \times \left(1 - \cos\left(\frac{30000}{4 \times 570000 \times 0,629 \times \alpha \sqrt{0,284 \times 0,049 + 0,049^2}}\right)\right) \quad (4.22)$$

$$\alpha = 1 \tag{4.23}$$

Ou seja, os passos de resolução devem ser percorridos, no caso do Guarani, com este dado de α . Isto garante que o comportamento variará de forma fisicamente plausível, a partir do equilíbrio estático, e conclui a obtenção dos parâmetros de contato de interesse.

4.2.3 Teoria de Julien Expandida

Como exposto na seção 3.2.1 a Teoria de Julien calcula a força de tração desenvolvida na região de contato pneu-solo de acordo com as Equações 3.14, 3.16 e 3.19, novamente expostas abaixo:

$$i = 1 - \frac{V}{\omega r} \tag{3.14}$$

$$F_x = k\lambda li(1 + \frac{l}{2\lambda}), 0 \le i \le \frac{\mu_p W}{lk(l+\lambda)}$$
(3.16)

$$F_x = \mu_p W - \frac{(\mu_p W - lk\lambda i)^2}{2l^2 k i}, \frac{\mu_p W}{lk(l+\lambda)} \le i \le 1$$
(3.19)

Apesar de tal formulação apresentar resultados condizentes com os resultados físicos, ela encontra a limitação de somente poder ser empregada no domínio de deslizamento longitudinal (*slip*) variando de zero a um. Esse domínio abrange as situações físicas desde o rolamento puro até o deslizamento total, que geralmente são as situações físicas limites de uma roda motriz. Porém, para uma roda rebocada ou uma roda em situação de frenagem, a velocidade linear do centro da roda é superior ao produto da velocidade angular da mesma por seu raio livre. Esse fenômeno corresponde a valores de deslizamento longitudinal (*slip*) negativos, e é geralmente representado pelo deslizamento longitudinal de frenagem (*skid*), exposto pela Eq. 4.24.

$$i_s = 1 - \frac{\omega r}{V} \tag{4.24}$$

Pacejka, em sua Fórmula Mágica, relaciona a força de tração com o deslizamento longitudinal de frenagem (*skid*) de acordo com uma equação empírica que apresenta a vantagem de retratar todos as situações físicas a que as rodas do veículo se encontram expostas (*skid* no domínio dos números reais) (PACEJKA, 2005). Além disso, a Fórmula Mágica possui a propriedade de ser uma função ímpar, podendo ser espelhada em relação à origem. Apesar dessas vantagens, a Fórmula Mágica possui a desvantagem de incluir muitos parâmetros que não possuem sentido físico e precisam ser determinados experimentalmente, o que dificulta o seu emprego. Nessa perspectiva, procura-se expandir a Teoria de Julien utilizando a propriedade ímpar da Fórmula Mágica de Pacejka. Nesse intuito, o primeiro passo é relacionar matematicamente o deslizamento longitudinal (*slip*) com o deslizamento longitudinal de frenagem (*skid*). Essas relações são expressas pelas Equações 4.25 e 4.26.

$$i = -\frac{i_s}{1 - i_s} \tag{4.25}$$

$$i = -\frac{i}{1-i} \tag{4.26}$$

Com isso, o equacionamento da teoria de Julien pode ser transformado para o domínio do deslizamento longitudinal de frenagem de acordo com as Equações 4.27 e 4.28. Isso se dá pela substituição das equações 4.25 e 4.26 nas Equações 3.16 e 3.19.

$$F_x = -k\lambda l(1+\frac{l}{2\lambda})\frac{i_s}{1-i_s}, -\frac{\mu_p W}{lk(l+\lambda)-\mu_p W} \le i_s \le 0$$
(4.27)

$$F_x = \mu_p W + \frac{(\mu_p W(1 - i_s) + lk\lambda i_s)^2}{2l^2 k i_s (1 - i_s)}, -\infty \le i_s \le -\frac{\mu_p W}{lk(l + \lambda) - \mu_p W}$$
(4.28)

Utilizando-se da propriedade de função ímpar da Fórmula Mágica de Pacejka, as Equações 4.27 e 4.28 podem ser espelhadas em relação à origem, resultando nas Equações 4.29 e 4.30. O conjunto de equações da Eq. 4.27 a 4.30 relaciona a força de tração com o deslizamento longitudinal de frenagem (*skid*).

$$F_x = k\lambda l(1 + \frac{l}{2\lambda})\frac{i_s}{1 + i_s}, 0 \le i_s \le \frac{\mu_p W}{lk(l+\lambda) - \mu_p W}$$

$$(4.29)$$

$$F_x = \mu_p W - \frac{(\mu_p W(1+i_s) - lk\lambda i_s)^2}{2l^2 k i_s (1+i_s)}, \frac{\mu_p W}{lk(l+\lambda - \mu_p W)} \le i_s \le +\infty$$
(4.30)

A Fig. 33 ilustra essa relação para um carregamento correspondente ao peso do Guarani trafegando em um piso asfaltado seco.



Figura 33: Gráfico da força de tração pelo skid segundo a Teoria de Julien expandida

Transformando as Equações 4.29 e 4.30 de volta para o domínio do deslizamento longitudinal (*slip*), obtém-se as Equações 4.31, 4.32 e 4.33, que conjuntamente com as equações 3.16 e 3.19 compõe o equacionamento da Teoria de Julien Expandida.

$$F_x = -k\lambda l(1+\frac{l}{2\lambda})\frac{i}{1-2i}, -\frac{\mu_p W}{lk(l+\lambda)-2\mu_p W} \le i \le 0$$

$$(4.31)$$

$$F_x = \mu_p W + \frac{(\mu_p W(1-2i) + lk\lambda i)^2}{2l^2 k i (1-2i)}, -\infty \le i \le -\frac{\mu_p W}{lk(l+\lambda) - 2\mu_p W}$$
(4.32)

$$F_x = \mu_p W + \frac{(\mu_p W(1-2i) + lk\lambda i)^2}{2l^2 ki(1-2i)}, 1 \le i \le +\infty$$
(4.33)

A Fig 34 ilustra a relação entre força de tração e deslizamento longitudinal (*slip*) para um carregamento correspondente ao peso do Guarani trafegando em um piso asfaltado seco.



Figura 34: Gráfico da força de tração pelo slip segundo a Teoria de Julien expandida

4.3 Modelagem Simulink

A modelagem em *Simulink* da dinâmica longitudinal do VBTP Guarani, tanto em solos rígidos, quanto em solos deformáveis, é realizada com base na teoria de fluxo de potência. Nessa, o torque produzido no motor, passa pelo conversor de torque, é multiplicado na caixa de transmissão, dividido para os eixos e semi-árvores pela caixa de transferência e diferenciais, é novamente multiplicado nos redutores de roda, chegando por fim nas rodas. Nas rodas, por meio da equação de movimento (Lei de Euler), o torque produz uma aceleração angular que eleva a velocidade angular das rodas. A velocidade angular, por sua vez, segue o percurso inverso, passando pelos redutores, diferenciais, caixa de transferência, caixa de transmissão e conversor de torque, retornando ao motor. Também nas rodas, a dinâmica dos pneus produz forças de tração que, por meio da equação de movimento (Lei de Newton), resultam na aceleração do veículo. Tal aceleração além de aumentar a velocidade do veículo, altera a distribuição dinâmica de peso sobre as rodas, que por sua vez, juntamente com a velocidade angular das rodas e a própria velocidade do veículo, são parâmetros de entrada da dinâmica dos pneus.

A Fig. 35 expõe a estrutura geral da modelagem em *Simulink* desenvolvida, tanto para solos rígidos, quanto para solos deformáveis. Vale ressaltar que pelo objetivo do trabalho não

envolver aprofundamento na dinâmica do conversor do torque, é adotada uma abordagem puramente matemática (sem avaliar a dinâmica do fluido que circula em seu interior) na modelagem da interação entre o motor e conversor, utilizando-se das curvas características do conversor de torque. Nesse sentido, há a necessidade de introdução de uma condição inicial de operação do motor que é realizada por meio do fator característico (k) correspondente.



Figura 35: Estrutura Geral da modelagem em Simulink da dinâmica longitudinal da VBTP Guarani

Como exposto na Fig. 35 a modelagem é divida em blocos correspondendo aos componentes da dinâmica longitudinal do veículo. Nesse momento, é abordado a estrutura de cada um dos blocos, começando-se pelo bloco do motor. Nesse bloco, o fator característico (k), definido pelo conversor de torque, define o ponto de operação do motor e é interpolado nas curvas características do mesmo, resultando em um torque produzido e uma velocidade angular de operação. Pela falta de dados em relação ao mapa de curvas característica do motor, foi empregado na simulação apenas a situação de borboleta totalmente aberta e motor atuando a plena carga. A Fig. 36 expõe a estrutura interna do bloco do motor.



Figura 36: Estrutura interna do bloco do motor

No bloco do conversor de torque, as velocidades angulares da bomba e da turbina são utilizadas para o cálculo do fator de conversão de velocidade, que por sua vez é interpolado nas curvas características do conversor para encontrar-se o fator característico (k) e o fator de conversão de torque, que multiplica o torque proveniente do motor. A Fig. 37 expõe a estrutura interna do bloco do conversor de torque.

No bloco do conversor de torque, as velocidades angulares da bomba e da turbina são utilizadas para o cálculo do fator de conversão de velocidade, que por sua vez é interpolado nas curvas características do conversor para encontrar-se o fator característico (k) e o fator de conversão de torque, que multiplica o torque proveniente do motor. A Fig. 37 expõe a estrutura interna do bloco do conversor de torque.



Figura 37: Estrutura interna do bloco do conversor de torque

Já no bloco da caixa de transmissão o torque proveniente do conversor e a velocidade angular proveniente da caixa de transferência são multiplicados pela razão de transmissão correspondente a marcha selecionada. A modelagem do seletor da caixa de transmissão é realizada com base na velocidade do veículo, buscando-se sempre a mudança de marcha na situação que o motor atinge sua rotação nominal. A Fig. 38 exibe a estrutura interna do bloco da caixa de transmissão.



Figura 38: Estrutura interna do bloco da caixa de transmissão

Nos blocos da caixa de transferência e dos diferenciais e redutores de rodas, o torque pro-

veniente da caixa de transmissão é multiplicado pela razão de transmissão da redução final e dividido para cada uma das rodas motrizes. As velocidades angulares provenientes das rodas, por sua vez, são também multiplicadas pela razão de transmissão da redução final e agrupadas, seguindo para a caixa de transmissão o bloco da caixa de transferência permite a entrada do modo de tração desejado (4 ou 6), já que o Guarani permite tanto o modo de tração 6x6. As Fig. 39 e 40 expõe a estrutura interna dos blocos da caixa de transferência e dos diferenciais e redutores de roda, respectivamente.



Figura 39: Estrutura interna do bloco da caixa de transferência



Figura 40: Estrutura interna do bloco dos diferenciais e redutores

O bloco da dinâmica das rodas, é o bloco mais complexo da modelagem, e que se altera da

modelagem em solos rígidos para a modelagem em solos deformáveis. A modelagem em solos rígidos recebe como entrada, além do torque nas rodas, da distribuição dinâmica de peso nas rodas e da velocidade do veículo, a pressão interna de inflação dos pneus, utilizada no cálculo da deflexão vertical dos mesmos e no momento de resistência ao rolamento. Nessa modelagem, o torque resultante nas rodas (calculado pela soma do torque propulsor, do torque de reação da dinâmica dos pneus e do momento de resistência ao rolamento) entra na equação de movimento das rodas (Lei de Euler) resultando em uma aceleração angular que altera a velocidade angular das mesmas. Na equação de movimento é empregada uma inércia equivalente, considerando todos os elementos rotativos e dependente da marcha selecionada. A velocidade angular das rodas realimenta a Dinâmica dos Pneus, que por sua vez produzirá forças de tração que serão utilizadas na equação de movimento do veículo.

Na modelagem de solos deformáveis não se emprega a pressão dos pneus, já que se adota o modelo de roda rígida. Nessa, o momento de resistência ao rolamento já é computado internamente na dinâmica dos pneus, não havendo necessidade de seu cálculo separadamente. Ademais, a estrutura segue a empregada para solos rígidos. As Fig 41 e 42 exibem os blocos de dinâmica das rodas para solos rígidos e deformáveis, respectivamente.



Figura 41: Estrutura interna do bloco da dinâmica das rodas para solos rígidos


Figura 42: Estrutura interna do bloco da dinâmica das rodas para solos deformáveis

Internamente ao bloco de dinâmica das rodas existe o bloco de dinâmica dos pneus. Esse bloco calcula a força de tração e o torque de reação produzidos pelo contato pneu-solo. Os blocos para aplicação em solos rígidos e para aplicação em solos deformáveis possuem a mesma estrutura interna, somente empregando-se a formulação de Julien para solos rígidos e a de Wong-Reece para solos deformáveis. A alteração dos parâmetros do solo se dá internamente nessas duas funções. Além disso o bloco permite o cálculo do deslizamento longitudinal em cada uma das rodas, além do afundamento das rodas no caso de solos deformáveis. As Fig 43 e 44 expõe a estrutura interna dos blocos de dinâmica dos pneus para solos rígidos e solos deformáveis, respectivamente.



Figura 43: Estrutura interna do bloco da dinâmica dos pneus para solos rígidos



Figura 44: Estrutura interna do bloco de dinâmica veicular

No bloco da dinâmica do veículo é calculado a aceleração e a velocidade do mesmo a partir da equação de movimento (Lei de Newton). A força de tração das rodas é somada às forças de resistência gravitacional e aerodinâmica de maneira a compor a força resultante. A força de resistência aerodinâmica é realimentada pela velocidade do veículo seguindo a função obtida da simulação do escoamento em SolidWorks Flow Simulation. A Fig. 45 detalha internamente o bloco da dinâmica do veículo.



Figura 45: Estrutura interna do bloco de dinâmica veicular

Por fim, o bloco da distribuição dinâmica de peso segue o sistema de equação do equilíbrio de forças e momentos da dinâmica vertical do veículo. Tal distribuição é dependente da aceleração do veículo e das forças de resistência externas. No caso do Guarani, por ser um veículo de três eixos, depende também de parâmetros da suspensão. A Fig. 46 exibe o interior do bloco de distribuição dinâmica de peso.



Figura 46: Estrutura interna do bloco da distribuição dinâmica de pesos nas rodas.

Os códigos das Interpreted MATLAB Functions empregadas na simulação encontram no Anexo A, juntamente com outros códigos auxiliares desenvolvidos.

CAPÍTULO 5

Análise de Resultados

As simulações da trafegabilidade da VBTP Guarani são realizadas mediante diversas condições de emprego. Primeiramente, é realizada a simulação utilizando a modelagem para solos rígidos da viatura trafegando em asfalto seco empregando tanto o modo de tração 6x6, quanto 6x4. Em seguida são feitas simulações em solos de asfalto molhado, terra seca e terra molhada, que nesse trabalho também são modelados como solos rígidos, usando o modo de tração 6x6. Utilizando a modelagem para solos deformáveis, é simulada a trafegabilidade do Guarani em um total de 7 tipos de solos arenosos e argilosos. Todas as simulações são realizadas em ambiente Simulink, utilizando o método de integração de passo variável ode45 com tolerância relativa de 10^{-6} nas simulações em solos rígidos e 10^{-3} nas simulações em solos deformáveis.

5.1 Trafegabilidade em Solos Rígidos

Como mencionado anteriormente, a modelagem em solos rígidos é realizada para solos asfaltado e de terra, secos ou molhados, utilizando como base a Teoria de Julien. A Fig. 47 mostra o comportamento da força de tração em função do deslizamento longitudinal, previsto pela Teoria de Julien Expandida, para uma carga vertical de 3000kg (peso médio em uma roda do Guarani) em cada um dos solos empregados nas simulações.



Figura 47: Relação da força de tração com o deslizamento em diversos tipos de solos rígidos (W = 3000 kg/p = 5,7 bar)

Observa-se que em solo asfaltado seco consegue-se desenvolver os maiores valores de força de tração, enquanto que os menores valores são desenvolvidos em terra molhada. Isso ocorre devido a diferença nos coeficientes de aderência desses dois solos (aproximadamente 0,8 para o asfalto e 0,5 para a terra molhada). Com isso, é previsto que o veículo tenda a deslizar mais no solo de terra molhada do que em asfalto seco. Em solos asfaltados molhados e em solos terrosos secos são desenvolvidas forças de tração intermediárias relativamente aos outros dois já citados.

Os resultados das simulações são expressos em termos de gráficos da velocidade e aceleração do veículo, da rotação e do torque do motor, e da velocidade angular, do deslizamento longitudinal, da força de tração e do torque resultante desenvolvidos nas rodas em função do tempo

Primeiramente, são obtidos os resultados do veículo trafegando em asfalto seco no modo de tração 6x6. A Fig. 48 expõe o comportamento da velocidade do veículo. Observa-se que o Guarani parte de uma velocidade nula e atinge uma velocidade máxima de aproximadamente de 108km/h em aproximadamente 50s. Já a Fig. 49, mostra o comportamento de sua aceleração. Observa-se que o veículo parte de uma aceleração próxima a $\mu_s g$ que decai rapidamente nos segundo iniciais tendendo a zero. O gráfico apresenta descontinuidades marcadas por pequenas quedas na aceleração quando ocorre a troca de marcha do veículo. A aceleração atinge o valor



zero em aproximadamente 50s, tempo no qual também ocorre a velocidade máxima.

Figura 48: Velocidade do Guarani 6x6 em solo asfaltado seco.



Figura 49: Aceleração do Guarani 6x6 em solo asfaltado seco.

As Fig. 50 e 51, por sua vez, mostram o comportamento da rotação e do torque do motor,

respectivamente, para as simulações em modo 6x6 em solo asfaltado seco. O motor acelera de sua rotação inicial de aproximadamente 1150rpm e atinge sua rotação máxima (2100rpm) em aproximadamente 50s. As quedas bruscas de rotação do motor são relativas ao processo de troca de marchas que foi especificado para ocorrer por volta de 1900rpm.



Figura 50: Rotação do motor do Guarani 6x6 em solo asfaltado seco



Figura 51: Torque do motor do Guarani 6x6 em solo asfaltado seco

Seguindo a análise de resultados, as Fig 52, 53, 54 e 55 expõem os resultados de deslizamento longitudinal, força de tração, torque resultante e velocidade angular das rodas dianteiras, intermediárias e traseiras do Guarani em função do tempo. Na Fig 52, observa-se que o deslizamento longitudinal das rodas dianteiras é maior, seguido pelo deslizamento das rodas intermediárias e por fim das rodas traseira. Isso ocorre, devido a distribuição dinâmica de peso do veículo, que diminui carga vertical do veículo sobre o eixo dianteiro e aumenta sobre eixo traseiro em condições de aceleração. Isso culmina em menores forças de tração desenvolvidas no eixo dianteiro, que por sua vez leva a menores torques de reação que freariam as rodas. Suas velocidades angulares, logo, se elevam mais rapidamente que as dos outros eixos, aumentando o deslizamento longitudinal. Os resultados de força de tração nas rodas (Fig 53) seguem as explicações dadas ao comportamento do deslizamento longitudinal, apresentando inicialmente menores valores para as rodas dianteiras e maiores valores para as rodas traseiras. Vale ressaltar que tais divergências são notáveis apenas nos primeiros segundos de simulação, nos quais existem altos níveis de aceleração e deslizamentos longitudinais.



Figura 52: Deslizamento longitudinal das rodas do Guarani 6x6 em solo asfaltado seco



Figura 53: Força de tração das rodas do Guarani 6x6 em solo asfaltado seco.

Os resultados de torque resultante seguem o inverso dos de força de tração, apresentando inicialmente maiores valores para as rodas dianteiras e menores valores para as rodas traseiras.

Isso se deve ao fato de a força de tração ser proporcional ao torque de reação que influencia negativamente o torque resultante. Por fim, na Fig 55, as rodas seguem basicamente as mesmas curvas de velocidades angulares para todos os eixos devido ao fato de as mesmas estarem sujeitas a valores distintos de torque resultantes em um curto período, que corresponde aos segundos iniciais de simulação. Portanto, as pequenas divergências entre as velocidades angulares das rodas ocorrem somente nos segundos iniciais, nos quais são maiores nas rodas dianteiras, devido ao maior deslizamento das mesmas.



Figura 54: Torque resultante das rodas do Guarani 6x6 em solo asfaltado seco.



Figura 55: Velocidade angular das rodas do Guarani 6x6 em solo asfaltado seco.

Seguindo em frente, a próxima etapa corresponde a obtenção dos resultados do veículo trafegando em asfalto seco no modo de tração 6x4 e a comparação desses com os obtidos em modo de tração 6x6. A Fig 56 compara os resultados de velocidade nos dois modos de tração, resultados bastantes simulares. Isso ocorre, pois as pequenas divergências nas acelerações ocorrem somente em curto período de tempo, não sendo suficiente para alterar significantemente os dados de velocidade. Já a Fig 57 contrasta os resultados de aceleração, nos quais os níveis de aceleração inicial em modo de tração 6x4 são minimamente maiores que no modo de tração 6x6. Isso se deve ao fato de, no modo de tração 6x4, a tração dianteira ser desabilitada e, sendo esse o eixo que recebe os menores níveis de carga vertical (devido a distribuição dinâmica de peso), o torque proveniente do motor é distribuído entre eixos capazes de gerar maiores forças de tração e, portanto, maior aceleração. Finalmente, a Fig 58 apresenta os resultados de rotação do motor. Verifica-se que, em modo de tração 6x4, a rotação de troca de marcha nas primeiras marchas torna-se um pouco maior que em modo 6x6.



Figura 56: Velocidades do Guarani 6x6 e 6x4 em solo asfaltado seco.



Figura 57: Acelerações do Guarani 6x6 e 6x4 em solo asfaltado seco.



Figura 58: Rotações do motor do Guarani 6x6 e 6x4 em solo asfaltado seco.

Nos veículos operando em modo de tração 6x4 o deslizamento das rodas dianteiras (rodas rebocadas) apresentará valores negativos que tendem a zero com o passar do tempo, o que é condizente com o fenômeno físico. Por sua vez, as rodas motrizes (traseiras e intermediárias) recebem do motor um maior valor de torque o que resulta em maiores deslizamentos comparativamente ao modo de tração 6x6. Isso é evidenciado na Fig 59, que apresenta os resultados de deslizamentos longitudinais em cada uma das rodas para o Guarani 6x4 trafegando em asfalto seco. A Fig 60, por sua vez, retrata as correspondentes forças de tração desenvolvidas nas rodas. Nas rodas dianteira, a força é negativa, pois as mesmas não estão sujeitas a torques provenientes do motor, sendo exposta apenas ao torque de resistência ao rolamento. Enquanto isso, nos outros eixos, as forças desenvolvidas são maiores de maneira a compensar a força de resistência no eixo dianteiro, mantendo a força total de tração em níveis similares a operação em modo de tração 6x6. A Fig 61, expõe o comportamento das velocidades angulares das rodas. Diferentemente da simulação em modo 6x6, percebe-se uma pequena diferença entre a velocidade das rodas dianteiras em relação as demais. Tal fato é explicado pelo fato de a mesma tentar sempre igualar a rotação das outras rodas e se manter em rolamento puro. Porém, por não estar sujeita a um torque motor as mesmas sempre serão arrastadas, mesmo que em níveis pequenos, apresentando velocidades angulares ligeiramente abaixo das rodas dos outros eixos.



Figura 59: Deslizamento longitudinal das rodas do Guarani 6x4 em solo asfaltado seco.



Figura 60: Força de tração das rodas do Guarani 6x4 em solo asfaltado seco.



Figura 61: Velocidade angular das rodas do Guarani 6x4 em solo asfaltado seco.

Como etapa final da simulação em solos rígidos, é realizado uma análise comparativa dos resultados de trafegabilidade do Guarani 6x6 em quatros tipos de solos diferentes: asfalto seco (já apresentado anteriormente), asfalto molhado, terra seca e terra molhada. O solo asfaltado seco é o que apresenta os maiores coeficientes de aderência, seguido do terroso seco, do asfaltado molhado e por fim do terroso molhado. Portanto, é de se esperar que os terrenos apresentem, nessa ordem, maiores níveis de aceleração, menores níveis de deslizamento e maiores níveis de força de tração.

A Fig 62 mostra os resultados de velocidade, que se comportam de maneira praticamente idêntica. Já a Fig 63 apresenta os resultados de aceleração. As acelerações partem sempre de valores iniciais iguais $\mu_s g$, sendo portanto maiores para o solo asfaltado seco e menores para o solo de terra molhada, caindo rapidamente e seguindo praticamente a mesma curva. Como essas diferenças nas acelerações ocorrem somente nos instantes iniciais, não resultam e divergências significativas nas curvas de velocidades.



Figura 62: Velocidades do Guarani 6x6 em solos rígidos.



Figura 63: Acelerações do Guarani 6x6 em solos rígidos.

A Fig 64 ilustra os resultados dos deslizamentos longitudinais das rodas dianteiras nas simulações em cada um dos quatro tipos de terreno, sendo o resultado que melhor evidencia as

diferenças na trafegabilidade. No terreno asfaltado seco, o deslizamento se inicia em aproximadamente 12% e rapidamente tende ao seu valor de regime permanente de aproximadamente 4%. No terreno de terra seca o deslizamento começa em aproximadamente 23% e também rapidamente tende ao seu regime permanente. Já no terreno asfaltado molhado tem início em 30% e demora mais um pouco para atingir o regime permanente. Por fim, em terra molhada o nível inicial de deslizamento atinge os 35% e é o que mais demora para decair. Tais diferenças nas curvas de deslizamento culminam em pequenas desigualdades nos resultados de forças de tração desenvolvidas nas rodas. Os resultados das somas das forças de tração em todas as rodas encontram-se na Fig 65, na qual compreende-se que a força desenvolvida no solo de asfalto seco é maior que a desenvolvida nos outros solos nos instantes iniciais de simulação.



Figura 64: Deslizamento longitudinal das rodas do Guarani 6x6 em solos rígidos.



Figura 65: Força de tração das rodas do Guarani 6x6 em solos rígidos.

5.2 Trafegabilidade em Solos Deformáveis

A trafegabilidade em solos deformáveis é simulada com base na formulação de Wong-Reece em sete tipos de terreno. Os dois primeiros são um terreno arenoso compacto (*Compact Sand*) e um terreno arenoso macio (*Loose Sand*), dos quais os parâmetros foram retirados do próprio artigo de Wong-Reece (REECE e WONG, 1967). Os outros cinco terrenos são: outro terreno arenoso (*LETE Sand*), dois terrenos intermediários entre um terreno argiloso e um terreno arenoso (*Upland Sandy Loam e Rubicon Sandy Loam*) e dois terrenos com características mais argilosas (*North Gower Clayey Loam e Greenville Loam*). Os dados de tais terrenos encontram-se expostos em Wong (WONG, 2008) e também no Apêndice A, conjuntamente com os demais parâmetros do solo. É adotada tal modelagem, pois apesar de ser uma modelagem da década de 1960, é a única modelagem encontrada na literatura que explica detalhadamente o processo de resolução do sistema de equações diferenciais do equilíbrio em solos deformáveis. Além disso, é a única que desenvolve um modelo para roda rebocada. As obras mais recentes, ou carecem de um aprofundamento maior no desenvolvimento de sua metodologia, ou carecem na explicitação dos parâmetros utilizados.

As Fig 66, 67 e 68 exibem, respectivamente, o comportamento da força de tração, do torque de reação e do afundamento em função do deslizamento longitudinal para um carregamento vertical de 3000kg. Percebe-se da Fig 66 que para deslizamentos positivos a força de tração aumenta inicialmente com o *slip* devido ao aumento das tensões de cisalhamento com o solo, mas logo diminui drasticamente devido ao efeito do deslizamento-afundamento, que eleva a força de resistência a compactação. No caso dos terrenos *Compact Sand*, *Upland Sandy Loam*, *Rubicon Sandy Loam* e *Greenville Loam* tal força permanece sempre maior que zero no domínio de deslizamento positivo, permitindo com que o veículo trafegue no terreno. Em contrapartida, nos casos dos terrenos *Loose Sand*, *LETE Sand* e *North Gower Clayey Loam*, a força apresenta valores negativos para altos valores de deslizamento o que corresponde ao fenômeno físico de atolamento. O terreno nesse caso não consegue suportar o peso do veículo fazendo com que a resistência a compactação assuma valores demasiadamente altos e que não conseguem ser superados. Tal afirmação é confirmada analisando-se a Fig 68, na qual o afundamento para esses três solos atinge valores relativamente altos comparativamente ao raio de 629mm da roda.



Figura 66: Relação da força de tração com o deslizamento em diversos tipos de solos deformáveis (W = 3000 kg / p = 5,7 bar)



Figura 67: Relação do torque de reação com o deslizamento em diversos tipos de solos deformáveis (W = 3000 kg / p = 5,7 bar).



Figura 68: Relação do afundamento com o deslizamento em diversos tipos de solos deformáveis (W = 3000 kg / p = 5,7 bar)

Ademais, observa-se nos gráficos pontos de descontinuidade no valor de deslizamento nulo, que correspondem as diferentes modelagens adotadas para o caso de rodas motrizes e rodas rebocadas. Isso demonstra-se como uma limitação na modelagem de Wong-Reece, pois o fenômeno físico prevê a continuidade. Por fim, para valores negativos de deslizamento a força de tração assume valores negativos que aumentam em módulo com a diminuição do deslizamento, atingindo valores muitos superiores em módulo às forças de tração desenvolvidas em deslizamento positivo. Isso se deve ao fato de a força de resistência a compactação sempre trabalhar no sentido de diminuir a forca resultante enquanto as forcas provenientes das tensões cisalhantes, que anteriormente eram positivas, invertem seu sinal.

Os resultados são primeiramente apresentados em forma de gráficos de velocidade, aceleração, rotação do motor, e velocidade angular, deslizamento longitudinal, força de tração, torque resultante e afundamento das rodas em função do tempo na simulação de trafegabilidade do Guarani 6x6 em *Compact Sand*. Posteriormente é realizada a análise comparativa do comportamento de alguns desses parâmetros nas simulações da trafegabilidade do Guarani 6x6 em *Compact Sand*, *Upland Sandy Loam*, *Rubicon Sandy Loam* e *Greenville Loam*, explicitando a influência do solo em tais resultados. Como mencionado anteriormente, o Guarani não consegue trafegar nos solos *Loose Sand*, *LETE Sand* e *North Gower Clayey Loam*, portanto, as simulações nesses três tipos de terreno não puderam ser realizadas.

As Fig 69, 70 e 71, representam os resultados de velocidade, aceleração e rotação do motor, respectivamente, para o Guarani operando em modo de tração 6x6 (modo de tração recomendável em solos deformáveis). Observa-se que mesmo no terreno arenoso compacto, os níveis de velocidade e aceleração encontram-se muito abaixo dos obtidos em simulações em solos rígidos. Isso se deve a grande influência da resistência a compactação e do fenômeno de deslizamento-afundamento como força de resistência ao movimento. A velocidade máxima desenvolvida é aproximadamente 8, 5 km/h em obtida em 10 s. A aceleração decai de um valor 1, 7 m/s^2 até se estabilizar em zero no tempo 10 s. Pelo gráfico da rotação, por sua vez, é possível identificar que o veículo só consegue atingir a rotação de troca de marcha uma vez e, portanto, só conseguiria trafegar no máximo em segunda marcha nesse tipo de terreno. A rotação do motor especificada para a troca de marcha nas simulações em solos deformáveis foi de 1500 rpm, valor que foi ligeiramente ultrapassado devido aos elevados níveis deslizamento longitudinal.



Figura 69: Velocidade do Guarani 6x6 em solo arenoso compacto.



Figura 70: Aceleração do Guarani 6x6 em solo arenoso compacto.



Figura 71: Rotação do motor do Guarani 6x6 em solo arenoso compacto.

A Fig 72 apresenta os resultados de deslizamento longitudinal desenvolvidos nas rodas dianteiras, intermediárias e dianteiras. Comparativamente aos resultados em solos rígidos os níveis de deslizamento são muito maiores e perduram por um maior tempo (cerca de 2, 5 s). Assim como em solos rígidos as rodas dianteiras estão sujeitas a deslizamentos maiores devido a distribuição dinâmica de peso. As Fig 73 e 74, por sua vez, apresentam os resultados de força de tração e torque resultante, respectivamente, desenvolvidos em cada uma das rodas. A força de tração nas rodas inicialmente é maior do que nas outras rodas, porém rapidamente cai estabilizando em um valor negativo. Já a força de tração nas rodas intermediárias e traseiras. O torque resultante nas rodas segue o mesmo comportamento da força de tração, somente estabilizando em valores nulos para todas as rodas.



Figura 72: Deslizamento longitudinal das rodas do Guarani 6x6 em solo arenoso compacto.



Figura 73: Força de tração das rodas do Guarani 6x6 em solo arenoso compacto.



Figura 74: Torque resultante das rodas do Guarani 6x6 em solo arenoso compacto.

Os resultados das velocidades angulares das rodas encontram-se representados na Fig 75. Na mesma, a velocidade angular das rodas dianteiras inicialmente supera a das demais rodas, devido seu maior deslizamento. Contudo, em cerca de 2, 5 s as velocidades angulares se igualam e seguem quase constantes em um valor de 35 rpm. Por fim, a Fig 76, expõe os afundamentos das rodas em função do tempo. As rodas dianteiras que inicialmente apresentam os menores níveis de afundamento, devido a distribuição dinâmica do peso, aumentam o afundamento conforme o veículo vai diminuindo sua aceleração estabilizando em aproximadamente 140 mm. Por sua vez, o afundamento nas rodas traseiras diminui de aproximadamente 170 mm inicialmente para 135 mm. Tais resultados de afundamento justificam as divergências nos resultados de tração, torque resultante e velocidade angular em cada roda.



Figura 75: Velocidade angular das rodas do Guarani 6x6 em solo arenoso compacto.



Figura 76: Afundamento das rodas do Guarani 6x6 em solo arenoso compacto.

Como etapa final da simulação em solos deformáveis, é realizada uma análise comparativa dos resultados de trafegabilidade do Guarani 6x6 em quatros tipos de solos diferentes: *Compact*

Sand, Upland Sandy Loam, Rubicon Sandy Loam e Greenville Loam. Observando as Fig 66 e 68, é esperado que nas simulações nos terrenos *Compact Sand* e *Greenville Loam*, por serem terrenos que apresentam maiores níveis de força de tração e menores níveis de afundamento, o Guarani desempenhe melhor em termos de trafegabilidade. Enquanto isso, na simulação no terreno *Upland Sandy Loam*, por apresentar maiores níveis de afundamento e menores níveis de força de tração, é esperado maiores níveis de deslizamento, sendo a trafegabilidade quase não possível.

A Fig 77 expõe os resultados de velocidade do Guarani 6x6 nos quatro tipos de solo. Percebe-se que o mesmo desenvolve os maiores índices de velocidade no solo *Greenville Loam*, atingindo cerca de 11 km/h. Nos terrenos *Rubicon Sandy Loam* e *Compact Sand* a velocidade máxima alcançada é de aproximadamente 8,5 km/h, enquanto em *Upland Sandy Loam* de apenas 5 km/h. Tais velocidades máximas são atingidas entre 5 e 15 segundos de simulação e são índices considerados baixos, mesmo para solos deformáveis, evidenciando que o Guarani quase não consegue trafegar em tais terrenos segundo a teoria de Wong-Reece. Já a Fig 78 apresenta os resultados de aceleração. Os mais elevados valores iniciais de aceleração são obtidos em *Compact Sand*, que é um terreno que apresenta maiores valores de força de tração, enquanto os menores são obtidos em *Upland Sandy Loam*, que, por sua vez, é o que apresenta menores níveis de força de tração. Trafegando em *Greenville Loam* percebe-se que o Guarani consegue manter a aceleração por um maior período de tempo, gerando as maiores velocidades retratadas na Fig 77.



Figura 77: Velocidades do Guarani 6x6 em solos deformáveis.



Figura 78: Velocidades do Guarani 6x6 em solos deformáveis.

A Fig 79, evidencia as curvas de rotação do motor. Observa-se que em todas as simulações o veículo somente consegue realizar a troca de marcha uma vez, não conseguindo trafegar em terceira marcha em tais terrenos. A troca de marcha é realizada em aproximadamente em 1600 *rpm*, rotação um pouco acima da rotação especificada para a troca de marcha (1500 *rpm*). As diferenças de desempenho entre os solos nesse caso residem na rotação final. Trafegando em *Greenville Loam* o veículo encontra-se menores resistências a compactação do solo, conseguindo desenvolver rotações maiores em segunda marcha. Em contraste, no tráfego em *Upland Sandy Loam*, devido as elevadas resistências a compactação os níveis de rotação são menores.



Figura 79: Rotações do motor do Guarani 6x6 em solos deformáveis.

Seguindo a análise dos resultados, as Fig 80 e 81 evidenciam, respectivamente, os resultados de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras e de força de tração resultante em todas as rodas. Com relação ao deslizamento longitudinal, a simulação em *Upland Sandy Loam* apresenta os maiores níveis de deslizamento partindo de um deslizamento de quase 90% e estabilizando em 23%. Comparativamente, as simulações nos outros tipos de solo os níveis de deslizamento são bem menores, atingindo valores menores que 7% em regime permanente. Isso se deve ao fato, do primeiro ser um solo de baixa coesão e necessitar de afundamentos maiores para conseguir sustentar a carga vertical. Já em relação a força de tração o gráfico segue o comportamento e a análise feita para a aceleração do veículo.



Figura 80: Deslizamento longitudinal das rodas dianteiras do Guarani 6x6 em solos deformáveis.



Figura 81: Força de tração resultante do Guarani 6x6 em solos deformáveis.

Finalmente, a Fig 82 mostra os níveis de afundamento da roda dianteira no solo nas simulações em solos deformáveis. Como esperado, os maiores níveis de afundamento são encontrados em *Upland Sandy Loam* iniciando em cerca de 210 mm e estabilizando em 165 mm. Em contrapartida, os menores índices são percebidos em *Greenville Loam* nos quais o afundamento permanece em cerca de 105 mm.



Figura 82: Afundamento das rodas dianteiras do Guarani 6x6 em solos deformáveis.

CAPÍTULO 6

Conclusão

O presente trabalho tem como objetivos desenvolver um modelo matemático em MA-TLAB *Simulink*, que represente a dinâmica longitudinal da viatura Guarani para simular a sua trafegabilidade tanto em solos rígidos, quanto em solos deformáveis. Nesse propósito, a revisão da literatura é dividida em três principais frentes: a primeira relativa na dinâmica longitudinal veicular, dando ênfase a modelagem com base em fluxo de potência; a segunda na área de dinâmica dos pneus em solos rígidos, aprofundando-se na Teoria de Julien; e a terceira no ramo da Terromecânica, estudando-se diversos modelos de interação entre pneu-solo para solos deformáveis, dentre os quais destaca-se o modelo de Wong-Reece.

Paralelamente, com a identificação de possíveis limitações na literatura existente são desenvolvidas formulações próprias, com o objetivo de complementar a literatura e obter-se um modelo em *Simulink* o mais completo possível, que contemple os diversos fenômenos ou parâmetros de entrada que um veículo está sujeito durante o tráfego. Duas são as principais contribuições desse trabalho nesse sentido. A primeira trata-se de uma formulação que busca a estimativa da área de contato, do comprimento dessa, e da deflexão vertical de um pneu flexível quando trafegando em um solo pavimentado. Tal formulação, baseada no princípio da conservação da energia, leva em consideração parâmetros de entrada, tais como, a carga vertical e pressão de inflação do pneu, além de outros parâmetros geométricos deste.

Já a segunda trata-se da expansão da Teoria de Julien de forma a abranger situações físicas de frenagem ou de roda rebocada. Tal expansão é realizada utilizando-se da propriedade ímpar da Formula Mágica de *Pacejka* e das correlações matemáticas entre o deslizamento longitudinal (*slip*) e o deslizamento longitudinal de frenagem (*skid*).

Os modelos em *Simulink* são então inteiramente produzidos utilizando-se da teoria de fluxo de potência na forma de diagramas de blocos. Dois modelos diferentes são desenvolvidos, o primeiro simulando a trafegabilidade em solos rígidos e a segunda simulando a trafegabilidade

em solos deformáveis. A principal diferença entre os dois modelos se encontra no bloco da dinâmica dos pneus, no qual o bloco da Teoria de Julien é substituído por um que modela a Teoria de Wong-Reece.

Os modelos são finalmente testados em algumas condições de solos e de modos de tração obtendo-se resultados de velocidade, aceleração, rotação do motor, deslizamento longitudinal, força de tração e velocidade angular das rodas, e afundamento das mesmas em no caso de solos deformáveis. Considerando-se a modelagem em solos rígidos, a simulação é realizada para quatro tipos de solos diferentes: asfalto seco, asfalto molhado, terra seca e terra molhada, comparando-se os resultados, assim como explicitando-se as possíveis fontes de divergência entre eles. Além disso, são contrapostos os resultados de trafegabilidade em modos de tração 6x6 e 6x4, possíveis para o VBTP Guarani. Os resultados obtidos nesse aspecto são bastante satisfatórios, representando com fidelidade o fenômeno físico, sendo respaldados por uma base teórica já consolidada que ainda é refinada no próprio trabalho.

Já em relação a modelagem em solos deformáveis, a simulação é implementada em sete tipos de solos deformáveis: *Compact Sand, Loose Sand, LETE Sand, Upland Sandy Loam, Rubicon Sandy Loam, North Gower Clayey Loam, Greenville Loam.* Nessas simulações o Guarani apresenta índices de trafegabilidade menores do que o esperado, não conseguindo, até mesmo, trafegar em três dos terrenos. Os resultados obtidos nos outros quatro tipos de terrenos são contrastados de maneira a tentar explicar as possíveis razões para os comportamentos obtidos. Conclui-se que toda a existente literatura acerca de solos deformáveis ainda é bastante limitada, sendo a formulação de Wong-Reece a que melhor explicita o processo de modelagem da interação pneu-solo nesses casos, apesar de possuir suas próprias limitações, tais como, a descontinuidade no ponto de deslizamento longitudinal nulo. A escassez de dados relativos à parâmetros dos solos também se apresentou como uma barreira a ser superada.

Por fim, constata-se, que o modelo em MATLAB *Simulink* desenvolvido, é capaz de representar dinâmica longitudinal da viatura Guarani trafegando em solos rígidos e deformáveis podendo ser aplicada na simulação da trafegabilidade do mesmo sem a necessidade de gastos de combustível, emprego pessoal, ou possibilidade de danificação do modelo físico.

Como próximos passos sugere-se cinco principais pontos: 1. um maior aprofundamento na área de Terromecânica de maneira a se obter um modelo mais completo e confiável para a aplicação em solos deformáveis; 2. a comparação dos resultados da simulação com testes práticos do Guarani de maneira a realizar sua validação; 3. a realização de simulações para outros tipos de condições do veículo, tais como, carga parcial do motor; 4. a validação experimental da teoria que busca estimar a área de contato e a deflexão vertical do pneu em solos rígidos; 5. o acoplamento do modelo de dinâmica longitudinal com um modelo de dinâmica lateral e vertical.

Referências

BEKKER, M. G. Theory of land locomotion. University of Michigan Press, 1956.

CHAN, B. J.-Y. Development of an off-road capable tire model for vehicle dynamics simulations. 2008.

GENTA, G.; MORELLO, L. *The automotive chassis: Volume 2: System design (mechanical engineering series)*. Springer, Berlin, 2009.

GILLESPIE, T. D. Fundamentals of Vehicle Dynamics. Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers. [S.l.]: Inc, 1992.

GOMES, M. d. S. Contribuição ao controle de tração aplicado a veículos terrestres em solos deformáveis. 2017.

HARNISCH C., L. B. J. R. A new tyre-soil interaction model for vehicle simulation on deformable ground", Vehicle System Dynamics. 2005.

HEISLER, H. Advanced vehicle technology. [S.l.]: Elsevier, 2002.

IVECO. *Exército Brasileiro encomenda mais 60 blindados Guarani*. p. Disponível em http://tecnodefesa.com.br/exercito-brasileiro-encomenda-mais-60-blindados-guarani//. Acesso em 18 de julho de 2018., 2014.

JANOSI, Z.; HANAMOTO, B. An analysis of the drawbar pull vs slip relationship for track laying vehicles. [S.1.], 1961.

JAZAR, R. N. Steering dynamics. In: Vehicle Dynamics. [S.l.]: Springer, 2014.

KNIGHT, S. J., Rula, A. A, *Measurement and estimation of the trafficability of fine-grained soils*, Proceedings of the 1st International ISTVS Conference, Italy, 1961. [S.I.].

LOPES, E. D. R. Analise do comportamento dinâmico de um veículo leve 4 x 4 com sistema de controle com sistema de controle de tração, d. *Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro*, 2015.

LYASKO, M. Slip sinkage effect in soil-vehicle mechanics", Journal of Terramechanics, 2010.

MEYERHOF, G. The ultimate bearing capacity of foundations. Geotechnique, 1951.

NAUNHEIMER, H. Automotive transmissions: fundamentals, selection, design and application. [S.I.]: Springer Science & Business Media, 2011.

NETO, R. T. C. Modelagem e integração dos mecanismos de suspensão e direção de veículos terrestres através do fluxo de potência. 2008.

NUNNEY, M. J. Light and heavy vehicle technology. [S.1.]: Routledge, 2007.

PACEJKA, H. Tire and vehicle dynamics. [S.l.]: Elsevier, 2005.

PERALTA, A. Análise de Conforto na VBTP 6x6 GUARANI usando estimativa de parâmetros e o método de fluxo de potência. 2017.

PINTO A.F.A.; REIS, C. Simulação e estimativa de parâmetros da transmissão automática de um veículo de passeio. 2017.

POLASIK, J.; WALUS, K. J.; WARGUŁA, Ł. *Experimental studies of the size contact area of a summer tire as a function of pressure and the load. Procedia Engineering*, Elsevier, 2017.

REECE, A. R. Problems of Soil Vehicle Mechanics, Land Locomotion Laboratory,. Disponível em: ">http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?Location=U2&doc=GetTRDoc.pdf&AD=AD0450151>">http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?Location=U2&doc=GetTRDoc.pdf&AD=AD0450151>">http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?Location=U2&doc=GetTRDoc.pdf&AD=AD0450151>">http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?Location=U2&doc=GetTRDoc.pdf&AD=AD0450151>">http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?Location=U2&doc=GetTRDoc.pdf&AD=AD0450151>">http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?Location=U2&doc=GetTRDoc.pdf&AD=AD0450151>">http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc.pdf&AD0450151<">http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRD

RILL, G. Road vehicle dynamics: fundamentals and modeling. [S.l.]: Crc Press, 2011.

SENATORE, C. *Prediction of Mobility, Handling, and Tractive Efficiency of Wheeled Off-Road Vehicles.* Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Polytechnic Institute and State University, 2010. [S.1.].

SPINOLA, A. de L. *Modelagem e Controle Não Linear da Direção de um Veículo Terrestre*. Tese (Doutorado) — PUC-Rio, 2003.

WONG, J. Y. Theory of ground vehicles. [S.1.]: John Wiley & Sons, 2008.

WONG, J. Y. *Terramechanics and off-road vehicle engineering: terrain behaviour, off-road vehicle performance and design.* [S.1.]: Butterworth-Heinemann, 2009.

WONG, J.-Y., REECE, A. R. Prediction of rigid wheel performance based on the analysis of soil-wheel stresses - Part I. Performance of driven rigid wheels, Journal of Terramechanics, 1967. Disponível em: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/002248986790105X>. [S.1.].