

MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
(Real Academia de Artilharia Fortificação e Desenho – 1792)

**MODIFICAÇÃO DO GRÃO PROPELENTE DO MOTOR DE UM MÍSSIL PARA
MELHORIA DE SEU SISTEMA DE PROPULSÃO**

Cap Int MARCO AUGUSTO KOGAKE
RIBEIRO

1º Ten QEM PEDRO DAVY GONÇALVES
TOMAZ

Orientador: Cap QEM DIOGO FERNANDES
FERREIRA

RIO DE JANEIRO

2016

Cap Int MARCO AUGUSTO KOGAKE RIBEIRO
1º Ten QEM PEDRO DAVY GONÇALVES TOMAZ

**MODIFICAÇÃO DO GRÃO PROPELENTE DO MOTOR DE UM MÍSSIL PARA
MELHORIA DE SEU SISTEMA DE PROPULSÃO**

Trabalho apresentado ao curso de graduação em Engenharia Mecânica e de Armamento do Instituto Militar de Engenharia como requisito para a disciplina de Projeto de Fim de Curso.

Orientador: Cap QEM Diogo Fernandes Ferreira – M.Sc.

RIO DE JANEIRO

2016

c2016

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmар ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e do(s) orientador(es).

623.51	Ribeiro, Marco Augusto Kogake
R484m	Modificação do grão propelente do motor de um míssil para melhoria de seu sistema de propulsão / Marco Augusto Kogake Ribeiro, Pedro Davy Gonçalves Tomaz; orientados por Diogo Fernandes Ferreira – Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2016.
	65p. : il.
	Projeto de Fim de Curso (PROFIC) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2016.
	1. Curso de Engenharia Mecânica e de Armamento – Projeto de Fim de Curso. 2. Propulsão. 3. Míssil. I. Tomaz, Pedro Davy Gonçalves. II. Ferreira, Diogo Fernandes. III. Título. IV. Instituto Militar de Engenharia.

**MODIFICAÇÃO DO GRÃO PROPELENTE DO MOTOR DE UM MÍSSIL PARA
MELHORIA DE SEU SISTEMA DE PROPULSÃO**

Cap Int MARCO AUGUSTO KOGAKE RIBEIRO
1º Ten QEM PEDRO DAVY GONÇALVES TDMAZ

Aprovada em 06 / 10 / 2016.

BANCA EXAMINADORA



Cap QEM Diogo Fernandes Ferreira (Orientador) – M.Sc.
Professor-Instituto Militar de Engenharia



Maj QEM Aldélio Bueno Caldeira – D. Sc.
Professor-Instituto Militar de Engenharia



Rodrigo Otávio de Castro Guedes – D.Sc.
Professor-Instituto Militar de Engenharia

Resumo

O trabalho analisa a possibilidade de melhoria do sistema de propulsão de um míssil para otimizar seu desempenho em alcance, sem alterar as dimensões físicas originais do míssil.

Em uma primeira etapa, foi realizada uma revisão teórica acerca dos seguintes assuntos: taxa de queima de grãos propelentes, impulso específico, força de empuxo, forças que agem sobre um míssil em sua trajetória na atmosfera, alcance e velocidade do míssil após a queima total do propelente e trajetória do míssil após a queima de seu propelente.

De posse dos conhecimentos necessários para abordagem do problema, foi proposto levantar as vantagens que se obteria na melhoria em alcance de um míssil caso um motor com seis grãos monoperfurados fossem substituídos por um único grão do tipo estrela. Esta substituição deve melhorar o alcance, pois o volume ocupado por um único grão seria maior do que seis grãos monoperfurados dispostos em uma mesma câmara do motor de um míssil. Desta maneira, a massa total do grão propelente no motor aumentaria e como resultado teríamos um aumento da quantidade de movimento transferida ao míssil e conseqüentemente seu alcance teria uma melhora significativa.

Para aquisição de dados comparativos será utilizado o software SCILAB, onde serão aplicadas as formulações relativas à queima do grão propelente, seguido da comparação dos resultados obtidos para as configurações tubular e estrela.

Abstract

This work analyses the possibility of improvement on a missile propulsion system in order to increase its performance regarding the range factor, without interfering in the missile's original dimensions.

At first, a theoretical review was done on the following subjects: propellant grain burn rate, specific impulse, thrust forces, forces acting on a missile during its trajectory along the atmosphere, missile range, speed and missile trajectory after total burn of the propellant.

In possession of the required knowledge to approach the problem, we propose to evaluate the improvement that would be achieved by substituting a six rod-and-shell grains motor for one single star grain. This substitution should improve the missile range, because the volume occupied by a single propellant grain would be greater than six grains placed in the same missile motor chamber. Therefore the total mass of the propellant grain in the motor would increase, thus increasing its total impulse, and as a result we would have a greater momentum transferred to the missile, thus providing a significant improvement in range.

In order to attain comparative data we are going to use the software SCILAB, in which the formulations regarding the propellant grain burn will be applied, followed by the comparison of the results obtained for the rod-and-shell and star configuration.

Sumário

Lista de Figuras.....	8
Lista de Anexos.....	9
Lista de Símbolos	9
1. Histórico.....	13
1.1. Definição de foguete	14
1.2. Tipos de foguetes	14
1.3. Míssil superfície-superfície 1.2 anti carro (MSS 1.2 AC)	15
1.4. Motivação	16
1.5. Proposta.....	17
1.6. Objetivo.....	18
2. Revisão teórica.....	18
2.1. Impulso	18
2.2. Taxa de queima de um grão propelente	20
2.3. Relações termodinâmicas.....	26
2.4. Força de empuxo e pressão na câmara.....	28
2.5. Forças que agem sobre um míssil em sua trajetória na atmosfera	32
2.6. Trajetória balística	34
2.6.1. Cálculo do alcance e velocidade após a queima total do propelente	34
2.6.2. Trajetória de um míssil na atmosfera.....	38
3. Geometria do Grão.....	47
3.1 Grão estrela	47
3.2 Grão Tubular.....	50
4. Simulações SCILAB	52
4.1. Cálculo da pressão na câmara	56
4.2. Cálculo trajetória do míssil	56
5. Conclusão.....	66

Palavras-chave: Alcance, Míssil, Impulso e Propelente sólido.

Lista de Figuras

FIG. 1.1 - Perfil do míssil MSS 1.2 AC.....	15
FIG. 1.2 - MSS 1.2 AC.....	16
FIG. 1.3 - Configuração de um grão propelente sólido do tipo tubular.....	17
FIG. 1.4 - Configuração de um grão propelente sólido do tipo estrela.....	17
FIG. 2.1 - Perfil de um grão propelente com espessura de queima constante.....	20
FIG. 2.2 - Energia de ativação para uma dada substância com e sem a presença de catalisador.....	21
FIG. 2.3 - Pressão por taxa de queima para diferentes propelentes em três temperaturas distintas.....	22
FIG. 2.4 - Tempo de queima por pressão na câmara.....	23
FIG. 2.5 - Variação da pressão na câmara devido à queima erosiva.....	24
FIG. 2.6 - Efeito da aceleração na taxa de queima para três diferentes propelentes.....	24
FIG. 2.7 - Distribuição de energias cinéticas moleculares em duas temperaturas.....	25
FIG. 2.8 - Escoamento ideal em um bocal convergente.....	26
FIG. 2.9 - Escoamento ideal em um bocal convergente-divergente.....	27
FIG. 2.10 - Pressão na câmara.....	28
FIG. 2.11 - Ejeção de massa através do bocal.....	30
FIG. 2.12 - Pressão na câmara para diferentes tipos de propelentes.....	31
FIG. 2.13 - Diagrama do corpo livre de um míssil em voo sem asas e empenas.....	32
FIG. 2.14 - Variação do coeficiente de arrasto com o número de Mach.....	33
FIG. 2.15 - Variação do coeficiente de sustentação com o número de Mach.....	33
FIG. 2.16 - Trajetória de um projétil no vácuo e na presença do ar (Real).....	34
FIG. 2.17 - Diagrama do corpo livre de um míssil sem asas e empenas.....	35
FIG. 2.18 - Trajetória balística de um míssil.....	38
FIG. 2.19 - Diagrama do corpo livre de um míssil em sua trajetória balística.....	39
FIG. 2.20 - Diagrama do corpo livre de um míssil com vista superior.....	39
FIG. 2.21 - Representação dos ângulos de deriva e de projeção.....	42
FIG. 2.22 - Relação do número de Mach com o coeficiente de arrasto.....	45
FIG. 3.1 - (a) Grão estrela simplificado e (b) grão estrela real.....	47
FIG. 3.2 - Geometria do grão após a queima de uma espessura D da malha.....	48
FIG. 3.3 - Esquema da mudança de comprimentos após a queima de uma espessura D numa estrela de 8 vértices.....	48
FIG. 3.4 - (a) Esquema representando as lascas de propelente e (b) simplificação adotada.....	50
FIG. 3.5 - Configuração do grão do tipo tubular.....	50
FIG. 4.1 - Pressão na câmara, durante a queima do grão propelente tipo tubular.....	54
FIG. 4.2 - Pressão na câmara, durante a queima do grão propelente tipo estrela.....	55
FIG. 4.3 - Coeficiente de Arrasto vs Número de Mach - Míssil HO- mm.....	57
FIG. 4.4 - MSS 1.2 AC.....	57
FIG. 4.5 - Asa de cauda dobrável do Mss 1.2 AC.....	58
FIG. 4.6 - Mss 1.2 AC.....	58
FIG. 4.7 - Asa de cauda do Mss 1.2 AC.....	59
FIG. 4.8 - Asa do Mss 1.2 AC.....	59
FIG. 4.9 - Trajetória do míssil durante a queima do grão propelente do tipo tubular.....	60

FIG. 4.10 - Trajetória do míssil após a queima do grão propelente do tipo tubular	61
FIG. 4.11 - Trajetória do míssil durante a queima do grão propelente do tipo estrela.....	62
FIG. 4.12 - Trajetória do míssil após a queima do grão propelente do tipo estrela	63
FIG. 4.13 - Comparação das trajetórias do míssil para o grão do tipo tubular e estrela	64
FIG. 4.14 - Comparação entre Grãos Tubular e Estrela.....	65

Lista de Anexos

ANEXO 1 - Scrip SCILAB para Cálculo da Pressão na Câmara para grão propelente estrela	71
ANEXO 2 - Script SCILAB para Cálculo da Pressão na Câmara para Grão Tubular.....	75
ANEXO 3 - Script SCILAB da trajetória do míssil segundo/terceiro estágio.....	76

Lista de Símbolos

a - Coeficiente de temperatura

\bar{a} - Aceleração Média do Míssil após a Queima Total do Propelente

\vec{a} -Vetor Aceleração

A - Área da Projeção da Seção Transversal do Míssil em Relação a sua Direção de Deslocamento

A_1 - Área da Seção do Motor

A_2 - Área da Seção da Saída do Bocal

A_b - Área da Superfície do Propelente

A_t - Área da Seção da Garganta

c - Velocidade de Efetiva de Exaustão

c^* - Velocidade Característica

c_p - Calor Específico a Pressão Constante

c_v - Calor Especifico a Volume constante

C_d - Coeficiente de Arrasto

C_f - Coeficiente de Empuxo

C_l - Coeficiente de Sustentação

D - Força de Arrasto

\vec{D} - Vetor Força de Arrasto

F - Força de Empuxo

\vec{F} - Vetor Força de Empuxo

g - Aceleração da Gravidade

\vec{g} - Vetor Aceleração da Gravidade

I_t - Impulso Total

I_s - Impulso Específico

K - Razão de Áreas $\frac{A_b}{A_t}$

L - Força de Sustentação

\vec{L} - Vetor Força de Sustentação

m_p - Massa do Propelente

m_o - Massa Inicial do Míssil

m_f - Massa Final do Míssil

\dot{m} - Vazão de Massa Ejetada do Bocal do Míssil

\dot{m}_p - Quantidade de Massa de Propelente queimada por unidade de tempo

M - Número de Mach

MR - Razão de Massa

n - Expoente de Pressão/Índice de Combustão

P_1 - Pressão do Gás na Câmara

P_2 - Pressão do Gás na Saída do Bocal

P_t - Pressão do Gás na Garganta

r - Taxa de Queima do Propelente

R - Constante Universal dos Gases Perfeitos

t_p - Tempo Total de Queima do Propelente

T_1 - Temperatura do Gás na Câmara

T_2 - Temperatura do Gás na Saída do Bocal

T_t - Temperatura do Gás na Garganta

u - Velocidade do Míssil

u_o - Velocidade Inicial do Míssil

u_p - Velocidade do Míssil após a Queima Total do Propelente

u_{px} - Velocidade do Míssil após a Queima Total do Propelente no eixo x

u_{py} - Velocidade do Míssil após a Queima Total do Propelente no eixo y

v_1 - Velocidade do Gás na Câmara

v_2 - Velocidade do Gás na Saída do Bocal

\vec{V}, V - Vetor Velocidade do Míssil e seu Modulo

v_t - Velocidade do Gás na Garganta

x_p - Posição do Míssil após a queima total do propelente no eixo x

y_p - Posição do Míssil após a queima total do propelente no eixo y

γ - Expoente de Poisson

ξ - Razão de Massa do Propelente

ρ_1 - Massa específica do Gás na Câmara

ρ_t - Massa específica do Gás na garganta

ρ_2 - Massa específica do Gás na Saída do Bocal

ρ_b - Massa Específica do Propelente

α - Ângulo de Ataque

β - ângulo Formado entre o Vetor Velocidade do Míssil e seu Eixo Axial

ρ - Massa específica do Ar

θ - Ângulo de Elevação

x, y, z - Eixos Coordenados no Referencial Inercial

e_1, e_2, e_3 - Vetores Unitários nos eixos do Referencial Inercial

i, j, k - Vetores Unitários no Referencial do Míssil

1. Histórico

Segundo SUTTON e BIBLARZ (2010) propulsão pode ser definido como o ato de modificar o movimento de um corpo em repouso ou em deslocamento, ou seja, é um mecanismo capaz de fornecer uma força que altera a direção ou intensidade da velocidade de um corpo. Propulsão é uma forma de impulso proveniente da força de reação da ejeção de matéria armazenada no corpo de um veículo denominado propelente.

Um dos primeiros compostos químicos a ser utilizado como propelente foi a pólvora, descoberta pelos chineses no século IX, que ficou conhecida como pó preto. Era composta basicamente de nitrato de potássio finamente moído, carvão e enxofre. Quando submetido à presença de uma chama, iniciava sua queima e produzia quantidades consideráveis de gases aquecidos. Ao ser confinado num recipiente parcialmente fechado produzia pressões e temperaturas suficientemente grandes para conduzir um projétil para fora da extremidade aberta.

Os chineses usavam a pólvora em foguetes, em projetos de pirotecnia e em bombas lançadas por artilharia, e isso ocorreu muito antes da pólvora ficar conhecida no ocidente. Nesta mesma época desenvolveram o “huo qiang” (lança fogo), que canalizava o poder explosivo da pólvora através de um tubo de bambu cilíndrico, onde eram acrescentados pedaços de metais que eram expelidos junto com a chama da explosão do componente explosivo.

Entre o século XIV e XX a pólvora foi utilizada pelos europeus basicamente para fins pacíficos na mineração e na construção de estradas, quando foi gradualmente substituída pela dinamite para a maioria dos fins de mineração. Mas no início da década de 1860, o pó preto foi gradualmente suplantado para uso em armas de fogo em outras formas mais estáveis de nitrocelulose, que produzia muito menos fumaça e muito mais trabalho mecânico por unidade de massa.

Têm-se relatos que em Seringapatam, cidade localizada na Índia e palco de batalhas épicas entre a Companhia das Índias Britânicas e o sultão mogol Tippu, nos anos de 1792 e 1799 o sultão Tippu de Mysore utilizou foguetes contra as tropas Britânicas produzindo efeitos de destruição consideráveis. A notícia do sucesso do seu uso se espalhou rapidamente pela Europa e uma atenção especial passou a ser dada a este tipo de armamento, pelo grande potencial de desenvolvimento e utilização em conflitos armados.

Desta maneira, durante a I Guerra Mundial foi desenvolvido uma série de pequenos projetos de foguetes militares para serem lançados a partir de um lançador de mão leve. Seu sistema de propulsão era composto por um grão propelente de base dupla (40% de nitroglicerina e 60% de nitrocelulose), proporcionando uma carga de propulsão muito mais potente e eficiente. A I Guerra Mundial, na verdade, teve pouca utilização de armas dotadas de foguetes, apesar do sucesso dos foguetes anti-balão incendiários.

Durante a II guerra mundial pesquisas sobre foguetes e mísseis guiados estavam em andamento em vários países. Na Alemanha, pioneira neste ramo e sob grande sigilo, foram registrados lançamentos de foguetes com voos de longo alcance e bem sucedidos entre 1931 e 1932, com testes financiados pelo exército alemão. Neste mesmo período vultuosos investimentos começaram a ser aplicados e direcionados para o desenvolvimento de armas lançadas por foguetes devido à necessidade demandada pela guerra, continuando no decorrer do período da guerra fria, onde se deu desenvolvimentos e descobertas significativos, como por exemplo, o desenvolvimento e produção de mísseis guiados e as descobertas oriundas da corrida aeroespacial.

1.1. Definição de foguete

Foguetes são estruturas que carregam combustível, sendo este confinado dentro de uma câmara e queimado. A queima do combustível acontece quando este é misturado ao gás oxigênio e acendido ou apresentado a uma energia de ativação. Durante a queima é produzido gás a altas pressões e temperaturas, sendo o primeiro devido ao seu confinamento, permitindo sua passagem apenas pela abertura em sua parte posterior. A força do gás que o impulsiona, movendo o foguete para frente, é uma ação conhecida como propulsão a jato.

1.2. Tipos de foguetes

Existem basicamente seis tipos de foguetes de acordo com sua finalidade sendo classificados como: terra-terra, terra-ar, ar-terra, água-ar e terra-água ou ar-água (MIL-HDBK-762MI, 1990).

Foguete terra-terra: é lançado de um ponto da superfície terrestre com o objetivo de atingir outro alvo em terra.

Foguete terra-ar: é lançado de um ponto da superfície terrestre contra um alvo no ar; normalmente é empregado para defender tropas terrestres ou equipamentos.

Foguete ar-terra: normalmente é lançado de uma aeronave de asas fixas ou rotativas contra um alvo específico em terra.

Foguete água-terra: é lançado abaixo da água até emergir na atmosfera seguindo sua trajetória no ar até atingir o seu alvo em terra.

Foguete ar-água ou terra-água: é lançado de um ponto da superfície terrestre ou do ar e voa sobre a água até imergir e continuar sua trajetória em direção ao seu alvo.

É muito comum o uso do foguete para fins militares, em muitos casos estes veículos transportam em sua estrutura cargas explosivas. Segundo RIPER (2004), se estes sistemas bélicos que impulsionam estas cargas explosivas possuírem um sistema de orientação são geralmente referidos como mísseis; se não, por outro lado, são chamados de foguetes.

1.3. Míssil superfície-superfície 1.2 anti carro (MSS 1.2 AC)

O objetivo do MSS 1.2 AC é atender ao combate moderno, que tem a necessidade de grande mobilidade, precisão, elevada potência de fogo e capacidade de engajar diferentes tipos de alvos.

Seu alcance efetivo é de 2000 metros para emprego contra viaturas blindadas, podendo também ser disparado contra casamatas, pequenas construções, embarcações e helicópteros pairando a baixa altura.

O guiamento é do tipo autoguiamento indireto por um feixe laser projetado pela unidade de tiro, para uso por tropas em solo ou embarcado em viaturas. Possui conjunto propulsor de dois estágios, que não deixa rastro de fumaça, e cabeça de guerra do tipo carga oca.

O míssil possui calibre de 130 milímetros, conforme figura 1.1, comprimento 1.52 metros, massa do conjunto (míssil e tubo lançador) de 24 quilos. A unidade de tiro, composta pelo conjunto apresentado na figura 1.2, possui 28 quilos, visada com até 10° de elevação e 360° de azimute e ampliação da ótica de pontaria de 7 vezes.

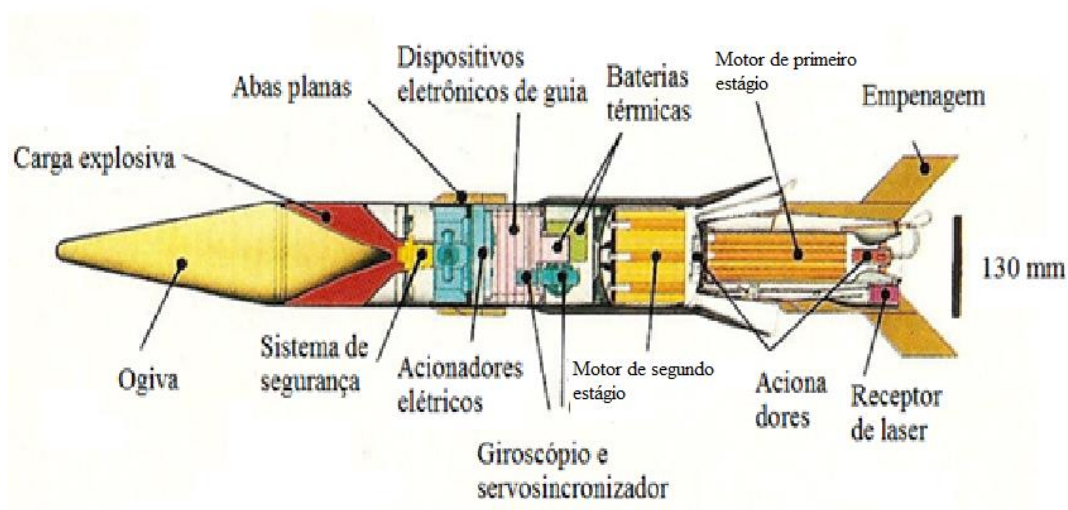


FIG. 1.1 - Perfil do míssil MSS 1.2 AC. [16]

MSS - 1.2 SYSTEM



FIG. 1.2 - MSS 1.2 AC. [17]

1.4. Motivação

O escopo deste trabalho é realizar uma pesquisa científica direcionada ao sistema de propulsão de um míssil para o sistema de defesa do Exército Brasileiro. Tendo em vista este objetivo, foi realizado contato pessoal com o Major Roseira Jr, gerente do projeto MSS 1.2 AC, do Centro Tecnológico do Exército.

Constatou-se que existe uma necessidade em aumentar o alcance do MSS 1.2 AC de 2000 metros para 4000 metros, sem alterar as dimensões iniciais do projeto, devido à exigência de se manter uma distância segura do alvo, pois segundo o gerente do projeto o seu principal alvo possui armamento com alcance de até 3000 metros.

Desta maneira, para tornar sua utilização mais segura, seu alcance de utilização efetiva deverá ser aumentado. Entretanto, as informações sobre as características do MSS 1.2 AC, em desenvolvimento pela empresa MECTRON - Engenharia Indústria e Comércio S.A., são de caráter sigiloso, previsto em contrato, pois é um projeto estratégico e de alto investimento.

1.5. Proposta

Segundo o Major Roseira Jr o MSS 1.2 AC possui seis grãos propelentes sólidos do tipo tubular dispostos no interior de seu motor. Baseado nesta afirmação será suposto que o míssil possui como propulsor um motor composto de sete grãos propelentes sólidos na forma tubular, conforme figura 1.3, do tipo Base Dupla, com queima neutra.

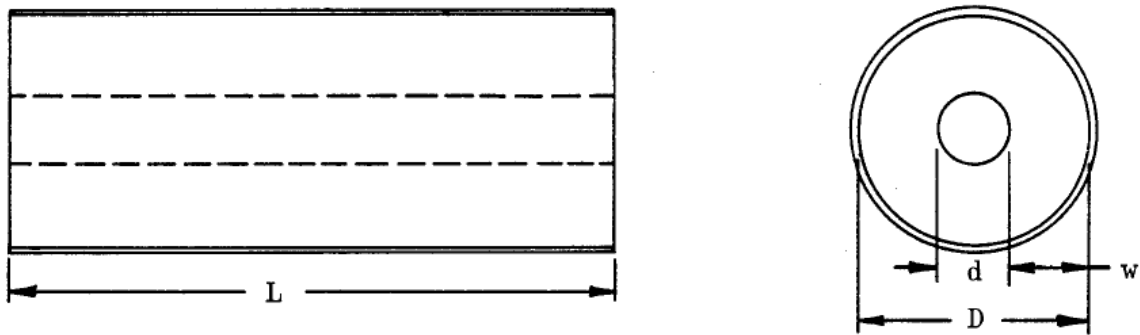


FIG. 1.3- Configuração de um grão propelente sólido do tipo tubular. [18]

Propõe-se substituir esses setes grãos propelentes por um único grão do tipo estrela, que também permite uma queima neutra, e do tipo Base Dupla, segundo figura 1.4, sem alterar as dimensões do motor do míssil. Atualmente, a Imbel (Indústria de Material Bélico) vinculada ao Ministério da Defesa, produz o grão propelente de Base Dupla do tipo estrela que é utilizado nos motores-foguete SBAT 70 (FFAR 2.75"), que possui como vantagens, em relação ao seus concorrentes, menor produção de fumaça e gases corrosivos, preservando o dispositivo lançador.

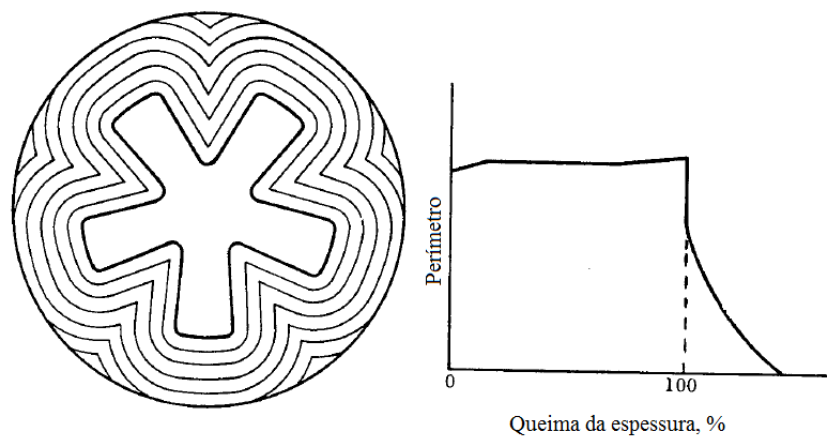


FIG. 1.4 - Configuração de um grão propelente sólido do tipo estrela. [18]

Da mudança proposta espera-se uma melhora significativa em seu alcance, pois a substituição dos seis grãos propelentes por um único grão aumentaria a massa total da carga propelente no motor e conseqüentemente a sua quantidade de impulso total. Como as dimensões do míssil irão permanecer as mesmas, a sua pressão de operação na câmara não deve aumentar. Deverá ser observado também que a velocidade máxima após a queima do grão propelente permaneça entre Mach $0 < M < 1$, onde o valor do coeficiente de arrasto é considerado constante e possui valores mais baixos.

1.6. Objetivo

Este trabalho tem como objetivo levantar processos de melhoria no desempenho em alcance de um sistema de propulsão para aplicação em motores de foguetes e mísseis, conforme exposto na seção 1.5.

Para atingir esse escopo será focado nos parâmetros relacionados no projeto de um grão propelente, no que diz respeito a sua composição e formato geométrico e quais influências isso acarretará no desempenho em alcance de um motor. Serão verificadas as maneiras que se podem alterar a forma do grão propelente para maximizar seu volume no interior do motor e posteriormente será analisado como isso influenciará no alcance de um míssil.

Devemos ressaltar que a estrutura do míssil não será alterada, e que apenas trabalharemos em torno da fase balística do mesmo, desconsiderando o guiamento.

2. Revisão teórica

Como este trabalho objetiva analisar a possibilidade de melhoria do sistema de propulsão de um míssil para otimizar seu desempenho em alcance, primeiramente tem-se a necessidade de levantar e observar a fundamentação teórica para a correta abordagem do problema proposto. Desta forma, será realizada uma breve revisão teórica dos assuntos relacionados ao objetivo estabelecido.

2.1. Impulso

Integrando a força desenvolvida pelo motor durante o tempo de queima do propelente obtemos o impulso total I_t :

$$I_t = \int_0^t F dt \quad (2.1)$$

Para uma força constante e intervalos muito curtos de queima a equação 2.1 reduz-se à:

$$I_t = Ft \quad (2.2)$$

t é o tempo de queima do grão propelente.

O impulso específico I_s é o impulso total por unidade de peso do propelente. Isto é um conceito fundamental para analisar o desempenho de um motor, pois quanto maior for seu resultado melhor será seu desempenho.

$$I_s = \frac{\int_0^t F dt}{g_0 \int \dot{m} dt} \quad (2.3)$$

Onde \dot{m} é a vazão mássica do propelente e g_0 é a aceleração gravitacional.

Os valores de I_s podem ser obtidos pela sua integração ou pelo valor médio da força F e massa de propelente queimada \dot{m} para intervalos curtos de queima. Para valores constantes de força e massa queimada de propelente, no caso de valores médios, a equação 2.3 pode ser simplificada, conforme segue:

$$I_s = \frac{I_t}{m_p g_0} \quad (2.4)$$

Onde m_p é a massa do propelente.

A velocidade de saída dos gases propelentes do bocal não é constante em todos os instantes, mas pode-se calcular uma velocidade média de saída chamada de velocidade efetiva de exaustão, válido para casos unidimensionais, definida por:

$$c = I_s g_0 = \frac{F}{\dot{m}} \quad (2.5)$$

Outro conceito importante é a razão de massa MR , que é definido como a razão da massa final do veículo m_f , depois da queima do propelente, pela massa inicial do veículo m_0 , antes da queima do propelente.

$$MR = \frac{m_f}{m_0} \quad (2.6)$$

A razão de massa do propelente ξ é dada pela relação entre a massa do propelente m_p e a massa inicial do veículo m_0 .

$$\xi = \frac{m_p}{m_0} = \frac{m_p}{m_p + m_f} \quad (2.7)$$

2.2. Taxa de queima de um grão propelente

Segundo SUTTON e BIBLARZ (2010) a operação de um motor e o seu projeto depende das características do propelente, bem como de sua taxa de queima, superfície de queima e sua geometria.

A queima na superfície do grão acontece na direção perpendicular à sua superfície e é definido como taxa de queima r . Na figura 2.1 temos a representação de um grão e sua queima em camadas sucessivas em pequenos intervalos de tempo. Observa-se que a espessura de queima para um mesmo intervalo de tempo é a mesma independente do tamanho da superfície.

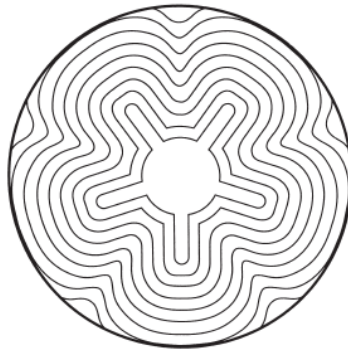


FIG. 2.1 - Perfil de um grão propelente com espessura de queima constante. [11]

Pode-se dizer que o conhecimento sobre o comportamento da taxa de queima do grão está intimamente relacionado com o sucesso do projeto de um motor. A taxa de queima de um grão é função da composição do propelente que pode ser manipulada para potencializar as características desejadas, conforme segue:

1. Adicionar catalisadores, frequentemente chamados de modificadores de taxa de queima (0.1 a 3.0% do propelente) ou aumentar a porcentagem de catalisador existente.

Segundo MAHAN e MYERS (1993) catalisador é uma substância que aumenta a velocidade de uma dada reação sem que haja modificações em sua composição química, fornecendo um novo e mais rápido caminho por meio do qual a reação pode ocorrer. A E_a , denominada de energia de ativação, é a energia necessária para ocorrer uma reação química, em que ligações moleculares são quebradas e novas ligações moleculares são formadas. Na figura 2.2 pode-se observar a diferença entre a E_a sem catalisador e a E_a com a presença do catalisador. Por conseguinte, nota-se que a energia necessária para ocorrer a reação química com a presença do catalisador é menor, aumentando, desta maneira, a velocidade da reação. Portanto no caso de propelentes sua taxa de queima terá uma melhora significativa.

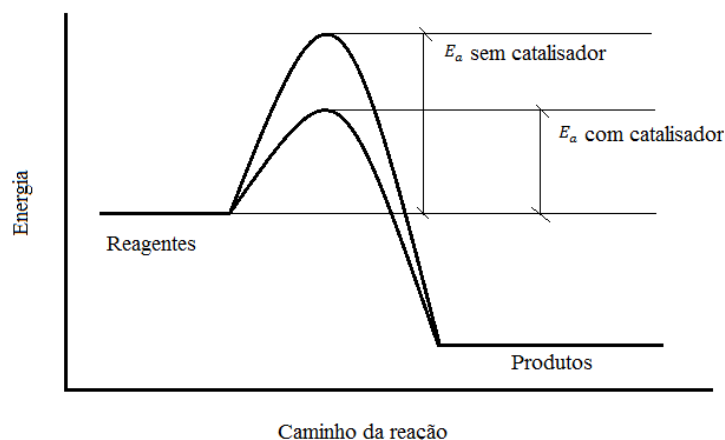


FIG. 2.2 - Energia de ativação para uma dada substância com e sem a presença de catalisador. [11]

2. Diminuir o tamanho das partículas oxidantes.

Quanto maior a superfície de contato entre os reagentes maior será a velocidade da reação. Desta maneira, quanto menor o tamanho das partículas oxidantes maior será o valor da taxa de queima do propelente.

3. Aumentar a quantidade de oxidantes.

O oxidante fornece oxigênio que, de modo exotérmico, oxida as partículas sólidas e metálicas gerando gases.

4. Aumentar o calor de combustão da matriz elastomérica e/ou plastificante.

A matriz elastomérica contém e incorpora as partículas sólidas do metal combustível e do oxidante. Essa matriz é a fase contínua do propelente, e suas principais funções são: fonte de carbono e hidrogênio do propelente; manter unidas as partículas do metal e do oxidante, formando uma consistente massa elástica capaz de resistir às solicitações provocadas pelas tensões mecânicas e térmicas. Portanto, se as características químicas da matriz elastomérica forem alteradas, seu calor de combustão poderá aumentar, pois ele contém o material combustível da queima.

5. Adicionar fios ou partículas de metais.

Os fios ou partículas de metais são introduzidos na composição do propelente com a finalidade de aumentar as suas propriedades energéticas. O mais usualmente utilizado é o alumínio em pó com forma esférica. Segundo consta na norma MIL-HDBK-762(MI) (1990) a presença desses materiais na composição do propelente pode causar a formação e dispersão de materiais na forma de uma nuvem, como resultado de sua queima, que podem interferir na sua

comunicação. Normalmente, aditivos metálicos não devem ser usados quando se quer evitar a formação de fumaça.

Além dos processos mencionados anteriormente também se pode aumentar sua taxa de queima através:

1. Do aumento da pressão de combustão no interior da câmara.

- A taxa de queima é diretamente proporcional à pressão em que o propelente está submetido, conforme pode ser visto na figura 2.3. Isso ocorre pois a pressão diminui a distância entre as partículas dos reagentes aumentando o contato entre elas. Assim, a velocidade de reação aumenta, pois conforme a teoria das colisões duas moléculas irão reagir caso seus centros de massa se aproximem até uma distância crítica (MAHAN e MYERS, 1993). Entretanto, devido as condições de resistência mecânica do motor há um limite para o aumento da pressão no interior do motor.

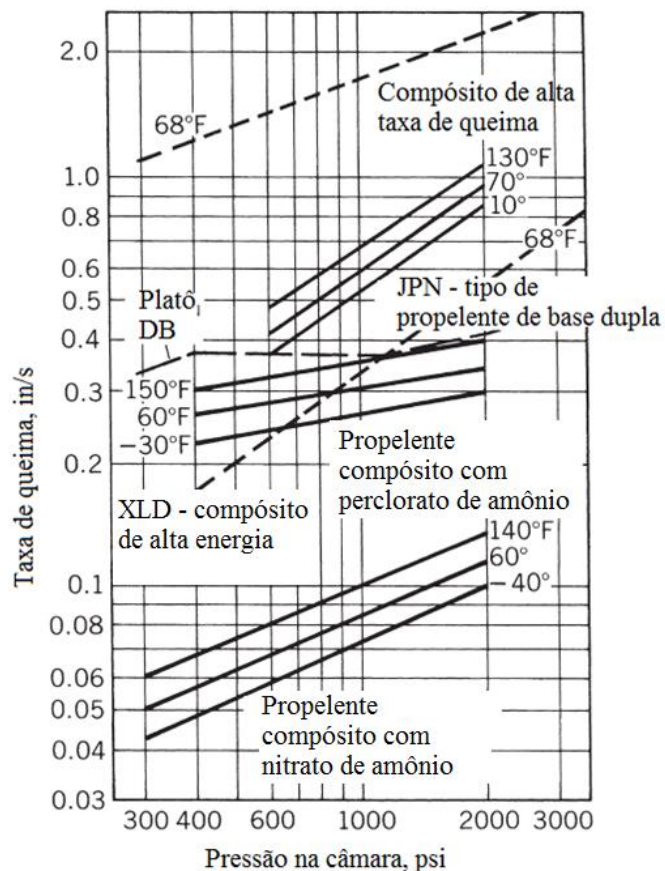


FIG. 2.3 - Pressão por taxa de queima para diferentes propelentes em três temperaturas distintas. [11]

2. Da temperatura inicial do propelente sólido anterior a queima.

- A taxa de queima cresce conforme se aumenta a temperatura de queima do grão propelente, segundo pode ser visto nas figura 2.3 e 2.4, ou seja, quanto maior a temperatura do grão propelente menor será a energia necessária para desencadear a reação de queima, já que as moléculas do propelente já estão com determinada quantidade de energia cinética. Desta maneira tem-se um aumento na taxa de queima. Entretanto, a pressão no interior da câmara tem um crescimento significativo.

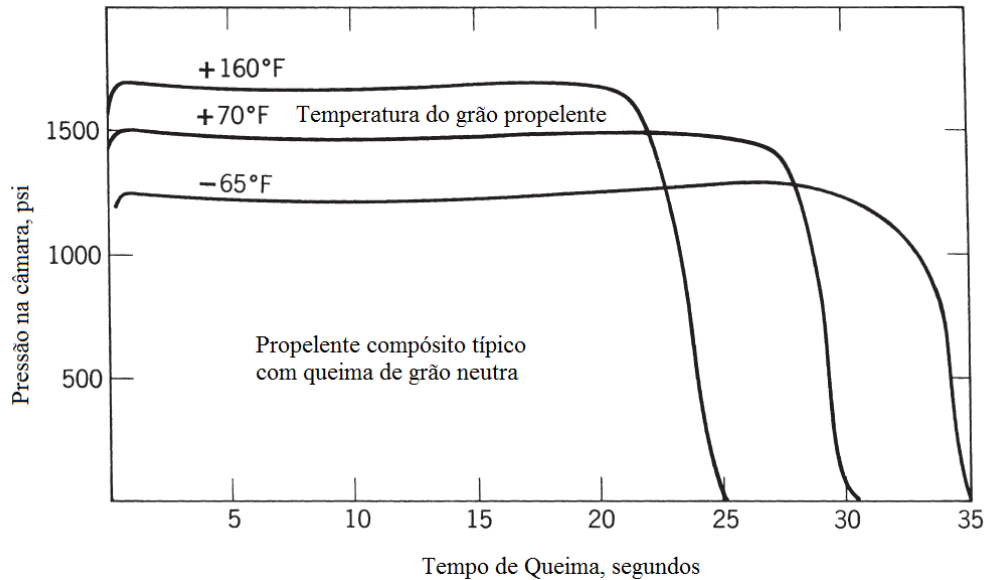


FIG. 2.4 - Tempo de queima por pressão na câmara. [11]

3. Queima Erosiva.

-A taxa de queima do propelente sofre um aumento devido ao fluxo de gases em alta velocidade sobre a superfície de queima. Esse efeito ocorre primariamente nas perfurações do grão conforme os gases fluem em direção ao bocal. A figura 2.5 mostra o efeito da queima erosiva sobre a pressão da câmara.

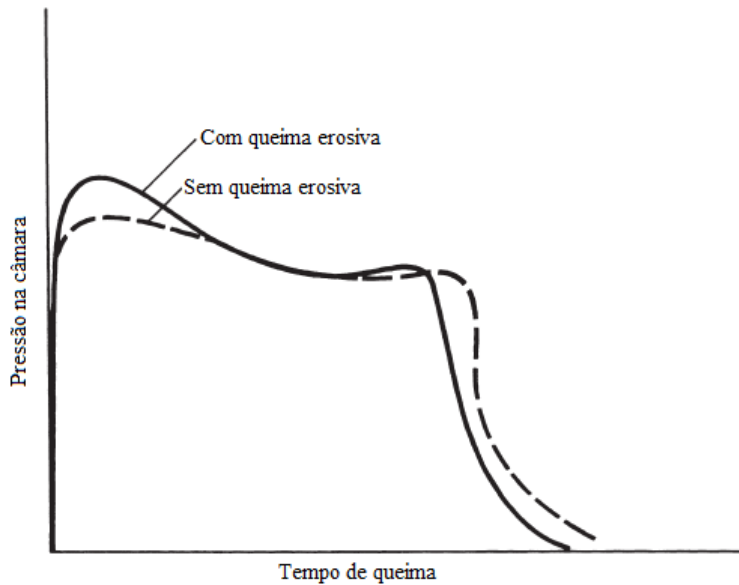


FIG. 2.5 – Variação da pressão na câmara devido a queima erosiva.[11]

4. Movimento do motor (aceleração axial e spin do míssil).

- A área da superfície de queima que forma um ângulo entre 60° e 90° com a aceleração axial são as mais influenciadas por esse fator. A figura 2.6 mostra o efeito da aceleração oriunda do spin do míssil sobre a sua taxa de queima.

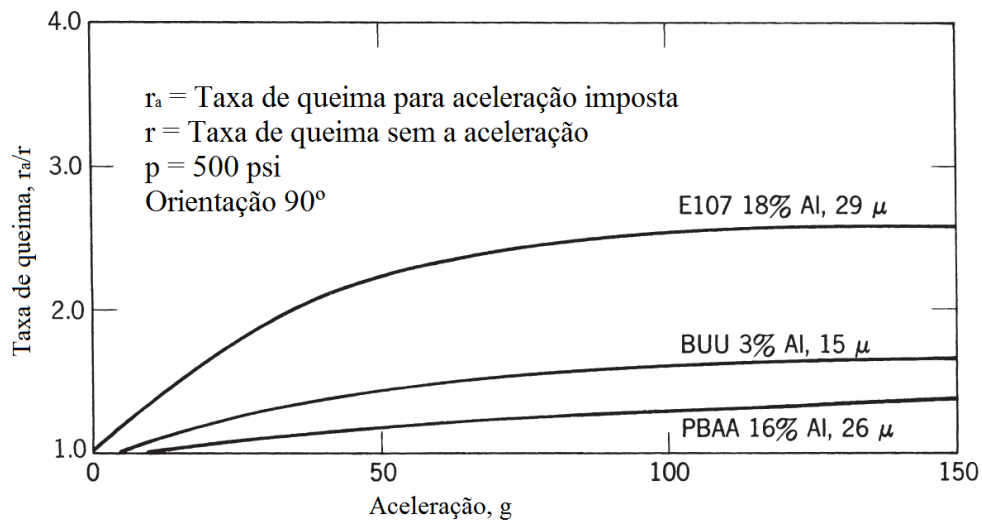


FIG. 2.6 - Efeito da aceleração na taxa de queima para três diferentes propelentes. [11]

5. Da temperatura do gás de combustão.

No figura 2.7 temos duas curvas que relacionam a distribuição de energia cinética em duas temperaturas. A área sob cada uma destas representa a faixa de energia que são iguais, maiores ou menores que o valor de E_a . Pode-se notar que quanto maior a temperatura maior a porção de moléculas com a energia igual ou maior a E_a , conforme área hachurada. Portanto, quanto maior a temperatura do gás de combustão maior será a transferência de calor na área superficial do grão por radiação, e conseqüentemente maior será sua reação de taxa de queima.

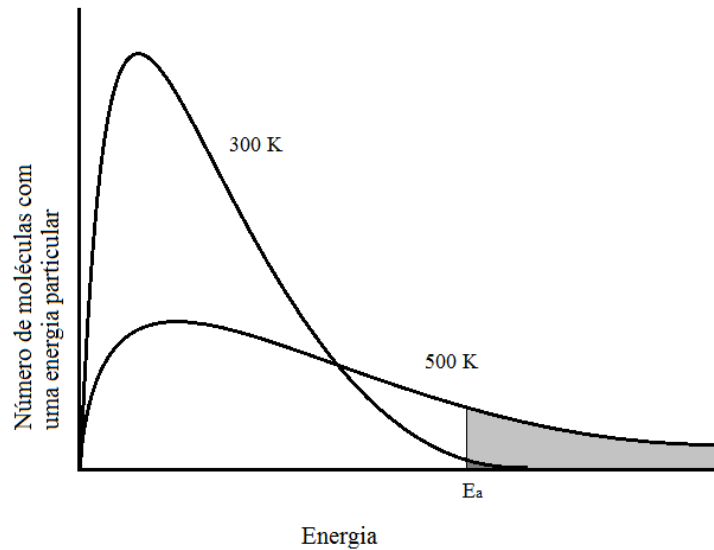


FIG. 2.7 - Distribuição de energias cinéticas moleculares em duas temperaturas. [8]

A taxa de queima de um propelente sólido segundo FARRAR LEEMING (1983) é expressa empiricamente pela seguinte equação:

$$r = ap_1^n \quad (2.8)$$

Onde r é a taxa de queima em mm/sec , p_1 é a pressão na câmara em MPa e a é o coeficiente de temperatura, definido de acordo com a temperatura ambiente e n é o expoente de pressão ou índice de combustão, que mostra como a taxa de queima varia com a pressão.

A quantidade em massa de grão propelente queimada por unidade de tempo pode ser obtida a partir da taxa de queima, considerando uma queima estável, dada como:

$$\dot{m}_p = A_b r \rho_b \quad (2.9)$$

Onde A_b e ρ_b são a área da superfície de queima e a densidade do grão propelente, respectivamente.

2.3. Relações termodinâmicas

A termodinâmica e a teoria dinâmica dos gases fornecem as relações básicas necessárias para analisar a combustão e a expansão dos gases em um bocal, que pode ser convergente ou convergente-divergente, conforme figuras 2.8 e 2.9 (MIL-HDBK-762MI, 1990).

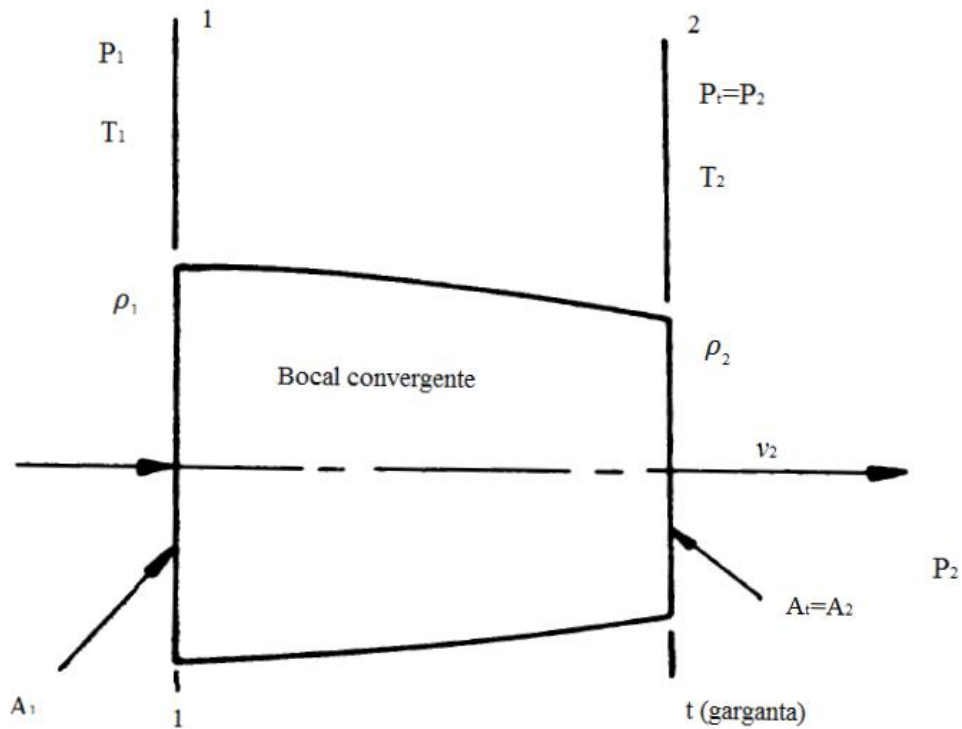


FIG. 2.8 - Escoamento ideal em um bocal convergente. [14]

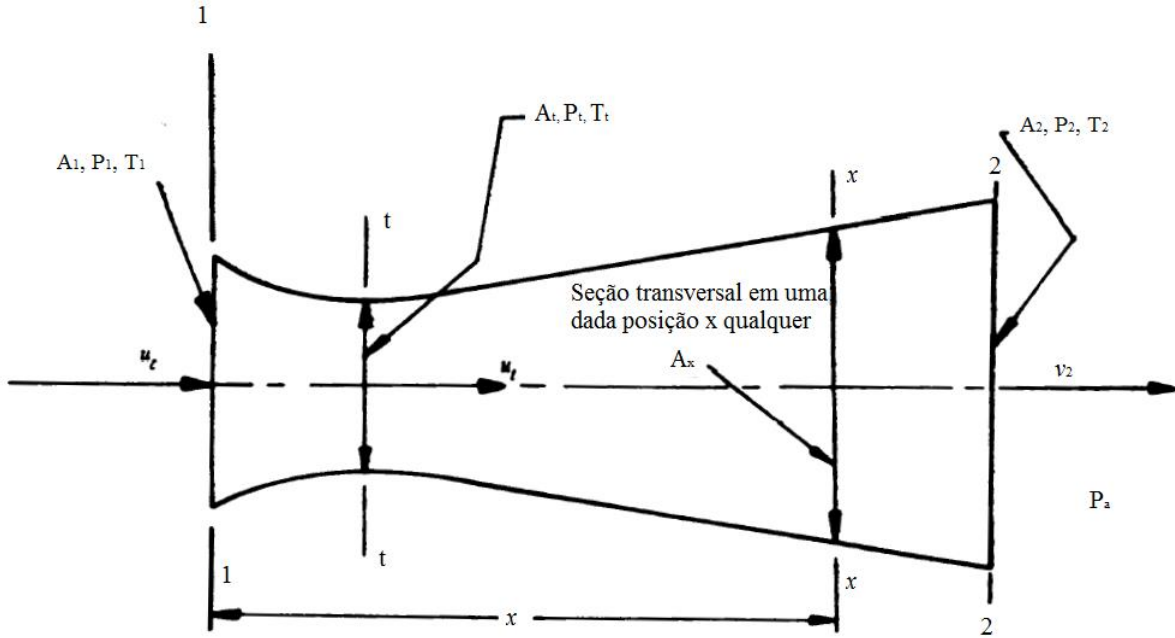


FIG. 2.9 - Escoamento ideal em um bocal convergente-divergente. [14]

As relações termodinâmicas que serão apresentadas são baseadas em um tratamento de escoamento compressível, em regime permanente, unidirecional e isentrópico. Deste modo tem-se (MIL-HDBK-762MI, 1990):

$$\frac{T_1}{T} = 1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M^2 \quad (2.10)$$

$$\frac{p_1}{p} = \left[1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M^2\right]^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (2.11)$$

$$\frac{\rho_1}{\rho} = \left[1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M^2\right]^{1/(\gamma-1)} \quad (2.12)$$

$$\frac{A_x}{A_t} = \frac{1}{M_x} \left\{ \left(\frac{2}{\gamma-1}\right) \left[1 + \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M_x^2\right] \right\}^{(\gamma+1)/[2(\gamma-1)]} \quad (2.13)$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} \quad (2.14)$$

Onde, T_1 , p_1 , ρ_1 são a temperatura, pressão e a massa específica no interior da câmara; A_t e A_x são a área na garganta e em uma posição qualquer x do bocal; v_2 é a velocidade dos gases na saída do bocal, denominada velocidade de exaustão; p_2 a pressão na saída do bocal;

M_x é o número de Mach na posição x ; R é a constante universal dos gases; e $\gamma = c_p/c_v$, tal que c_p e c_v são os calores específicos a pressão e a volume constante.

2.4. Força de empuxo e pressão na câmara

Segundo SUTTON e BIBLARZ (2010) o empuxo axial pode ser determinado integrando as pressões que agem sobre a área projetada no plano normal ao eixo do bocal. As forças que agem radialmente podem ser desprezadas, pois tem pequena contribuição, devido ao formato axial e simétrico da câmara, conforme figura 2.10. Esta figura também mostra a pressão atmosférica agindo uniformemente sobre a superfície externa do veículo e a mudança de pressão na parede interna de sua câmara, onde o comprimento das setas indica a intensidade relativa das forças de pressão. As condições dos gases antes da saída da câmara são essencialmente condições de estagnação.

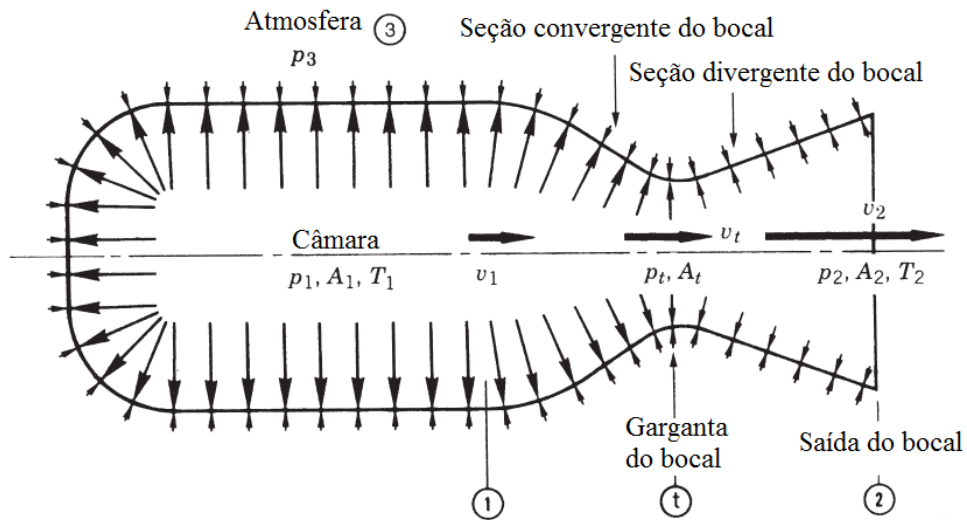


FIG. 2.10 - Pressão na câmara. [11]

A força total de empuxo será dada pela variação da quantidade de movimento somado à diferença de pressão local p_2 e a pressão ambiente p_3 na qual o veículo está inserido, neste caso a pressão atmosférica.

$$F = \dot{m}v_2 + (p_2 - p_3)A_2 \quad (2.15)$$

Onde v_2 é a velocidade de saída do bocal, conforme mostra figura 2.10, e \dot{m} é a vazão mássica de gases expelidos pelo bocal. A vazão mássica de gases expelidos pelo bocal \dot{m} é dada conforme equação 2.16 (SUTTON e BIBLARZ, 2010):

$$\dot{m} = A_t p_1 \gamma \frac{\sqrt{\left[\frac{2}{\gamma+1} \right]^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}}{\sqrt{\gamma R T_1}} \quad (2.16)$$

Dividindo a equação 2.15 por \dot{m} e substituindo a equação 2.5 na equação 2.15 tem-se:

$$c = v_2 + (p_2 - p_3) \frac{A_2}{\dot{m}} \quad (2.17)$$

Outra importante definição é a velocidade característica, onde temos condições em que o número de mach $M = 1$ na região da garganta do bocal, frequentemente utilizado na literatura de propulsão de foguetes segundo SUTTON e BIBLARZ (2010).

$$c^* = \frac{p_1 A_t}{\dot{m}} \quad (2.18)$$

Também pode ser dado por:

$$c^* = \frac{\sqrt{\gamma R T_1}}{\gamma \left(\sqrt{\left[\frac{2}{\gamma+1} \right]^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \right)} \quad (2.19)$$

A velocidade característica é usada como parâmetro de comparação de diferentes propelentes químicos (SUTTON e BIBLARZ, 2010), onde p_1 é a pressão na câmara, A_t área da garganta do bocal, \dot{m} a vazão mássica dos gases propelentes através do bocal.

A força de empuxo também pode ser encontrada conforme equação 2.20 (SUTTON e BIBLARZ, 2010):

$$F = C_f A_t p_1 \quad (2.20)$$

Onde C_f é o coeficiente de empuxo, dado pela equação 2.21.

$$C_f = \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \frac{p_2 - p_3}{p_1} \frac{A_2}{A_t} \quad (2.21)$$

Na figura 2.11 \dot{m}_p é a variação da quantidade de massa queimada do grão propelente por unidade de tempo e M_1 é a quantidade de gás presente na câmara a cada instante.

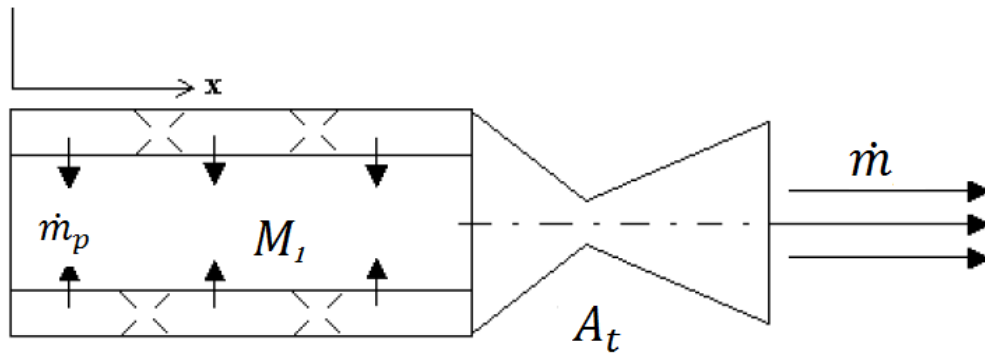


FIG. 2.11 - Ejeção de massa através do bocal. [12]

Aplicando a lei da conservação de massa temos que:

$$\dot{m}_p = \frac{dM_1}{dt} + \dot{m} \quad (2.22)$$

$$A_b r \rho_b = \frac{d(\rho_1 V_1)}{dt} + \frac{A_t p_1}{c^*} \quad (2.23)$$

Na equação 2.23 o primeiro termo à esquerda da igualdade representa a massa oriunda da queima da superfície do propelente por unidade de tempo, os termos à direita da igualdade representam a soma da variação da massa do propelente por unidade de tempo na câmara de combustão e da vazão de massa através do bocal por unidade de tempo, onde A_b e ρ_b são a área da superfície de queima do propelente e sua massa específica, r representa a taxa de queima do propelente sólido, ρ_1 e V_1 representam a densidade do gás na câmara de combustão e seu volume que aumenta de acordo com a queima do propelente sólido, A_t e p_1 representam a área da garganta do bocal e a pressão na câmara de combustão e c^* a velocidade característica.

Mas sabe-se que a variação da massa na câmara pode ser dado pela relação:

$$\frac{d(\rho_1 V_1)}{dt} = \rho_1 \frac{dV_1}{dt} + V_1 \frac{d\rho_1}{dt} \quad (2.24)$$

Tal que $\rho = \frac{p}{RT}$

Substituindo a equação 2.24 em 2.23 pode-se reescrever a equação 2.23 como (TOKER, 2004):

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{1}{V_1(t)} \left[RT_1 \left(\rho_b A_b(t) a p_1^n - \frac{p_1 A_t(t)}{c^*} \right) - p_1 \frac{dV_1}{dt} \right] \quad (2.25)$$

Onde $\frac{dV_1}{dt} = r_b A_b$.

Mas a equação 2.23 pode ser simplificada, pois a parcela $\frac{d(\rho_1 V_1)}{dt}$ é muito pequena, já que este termo é da ordem de 1 para 1000 se comparada a \dot{m} (SUTTON e BIBLARZ, 2010), de modo que tem-se:

$$A_b r \rho_b = \left(\frac{d(\rho_1 V_1)}{dt} \cong 0 \right) + \frac{A_t p_1}{c^*} \quad (2.26)$$

$$p_1 = K \rho_b r c^* \quad (2.27)$$

Onde,

$$K = \frac{A_b}{A_t} \quad (2.28)$$

Na expressão 2.27 podemos notar que para uma queima neutra, onde a área superficial de queima do grão propelente e área da garganta são aproximadamente constantes, a pressão também será, ou seja, para uma queima neutra do propelente a pressão no interior da câmara será praticamente uma reta na horizontal no gráfico pressão por tempo, com uma pequena variação de 15%, conforme figura 2.12.

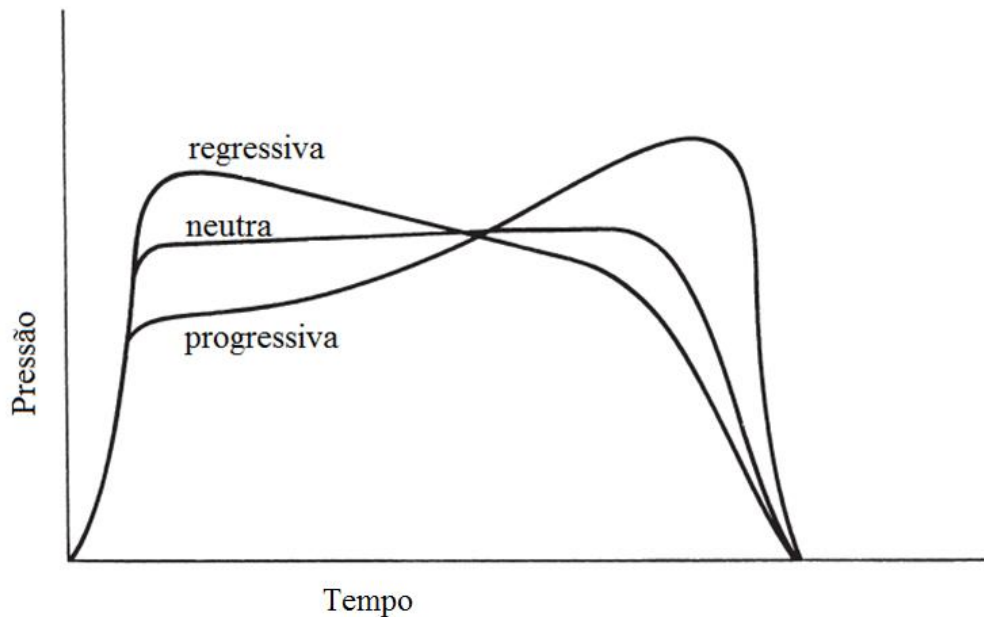


FIG. 2.12 - Pressão na câmara para diferentes tipos de propelentes. [11]

2.5. Forças que agem sobre um míssil em sua trajetória na atmosfera

As principais forças que agem sobre um veículo em voo na atmosfera são força de empuxo, forças aerodinâmicas e as forças gravitacionais (CARLLUCI e JACOBSON, 2007).

A força de arrasto "D" é uma força aerodinâmica na direção oposta ao caminho de voo de um míssil devido à sua resistência em relação ao ar. A força de sustentação "L" é uma força aerodinâmica normal a trajetória do míssil. Essas forças são expressas em função de sua velocidade u , da massa específica do fluido (ar) ρ , e de sua maior área A projetada em relação ao seu eixo de deslocamento e atuam conforme figura 2.13.

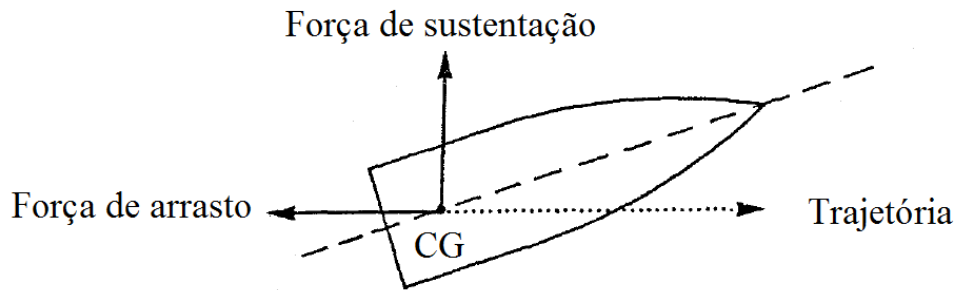


FIG. 2.13 - Diagrama do corpo livre de um míssil em voo sem asas e empenas. [4]

As forças de empuxo e de sustentação são dadas por:

$$L = C_l \frac{1}{2} \rho A u^2 \quad (2.29)$$

$$D = C_d \frac{1}{2} \rho A u^2 \quad (2.30)$$

Onde C_l e C_d são os coeficientes de sustentação e arrasto, respectivamente. Estes coeficientes, adimensionais, são função da forma do míssil, do seu número de Mach e do seu ângulo de ataque " α ", ângulo formado entre a trajetória do míssil e seu eixo axial. Em mísseis e foguetes sem asas o coeficiente de sustentação é muito pequeno para ângulos de ataque entre $0^\circ < \alpha < 1^\circ$ (SUTTON e BIBLARZ, 2010). A variação destes coeficientes em relação ao número de Mach são demonstrados nas figuras 2.14 e 2.15.

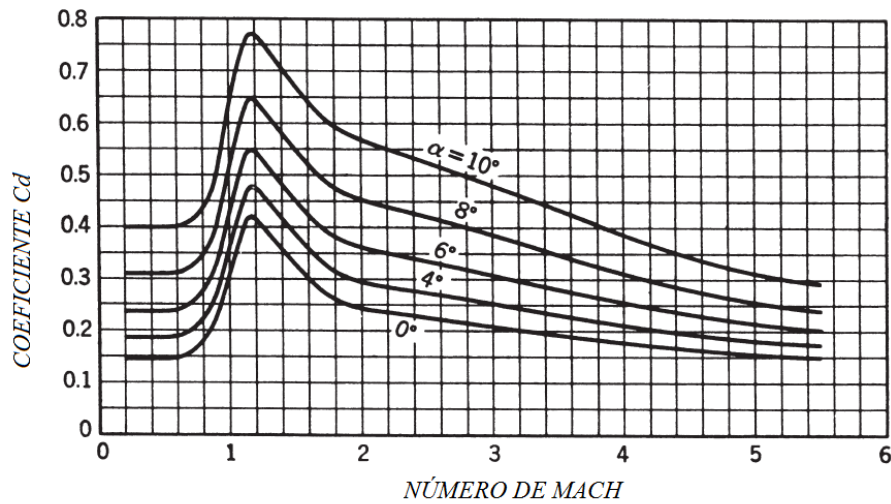


FIG. 2.14 - Variação do coeficiente de arrasto com o número de Mach.[11]

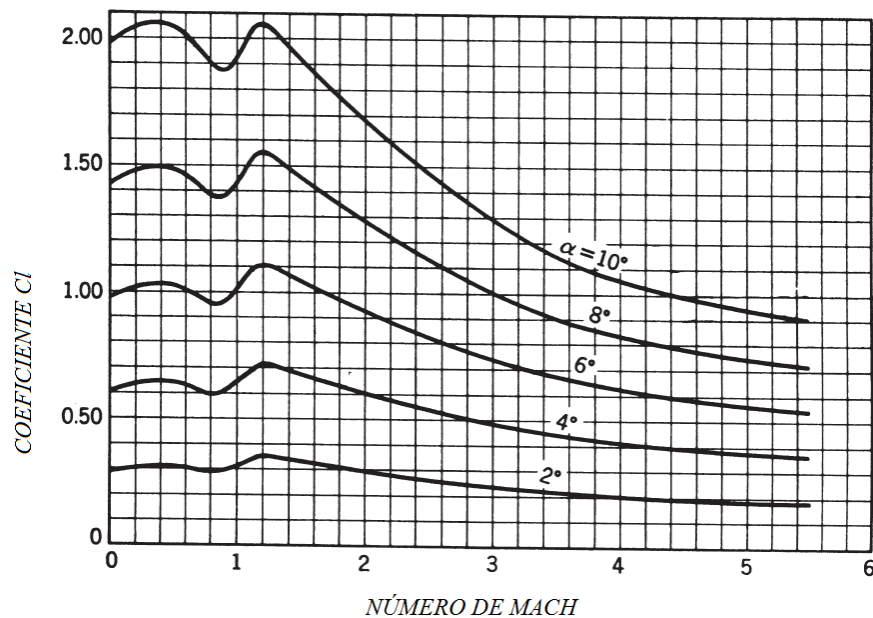


FIG. 2.15 - Variação do coeficiente de sustentação com o número de Mach. [11]

Pode-se observar que os coeficientes de sustentação e arrasto alcançam valores máximos próximos ao número de Mach 1. O número de Mach igual a 1 é chamado de fase transônica. Nesta fase é onde aparecem as maiores forças aerodinâmicas instáveis, que são indesejáveis à estrutura e ao voo livre do míssil.

Na figura 2.14, pode-se fazer três importantes análises (SUTTON e BIBLARZ, 2010):

- 1-O valor de C_d é considerado constante para valores do número de Mach entre $0 < M < 0.8$;
- 2- C_d inversamente proporcional ao número de Mach para valores de $M \gg 1$;
- 3- C_d inversamente proporcional ao quadrado do número de Mach para valores de $M \geq 1$.

A força de arrasto tem grande influência no alcance da trajetória de um projétil, pois ela age na direção contrária de seu movimento, conforme visto na figura 2.13. Desta maneira, esta força diminui seu alcance e sua altura. Na figura 2.16 pode notar-se essa diferença, pois temos o exemplo de duas trajetórias, para um mesmo projétil, uma no vácuo e outra com a presença do ar, trajetória real, sendo que as duas estão sob a ação da força da gravidade.

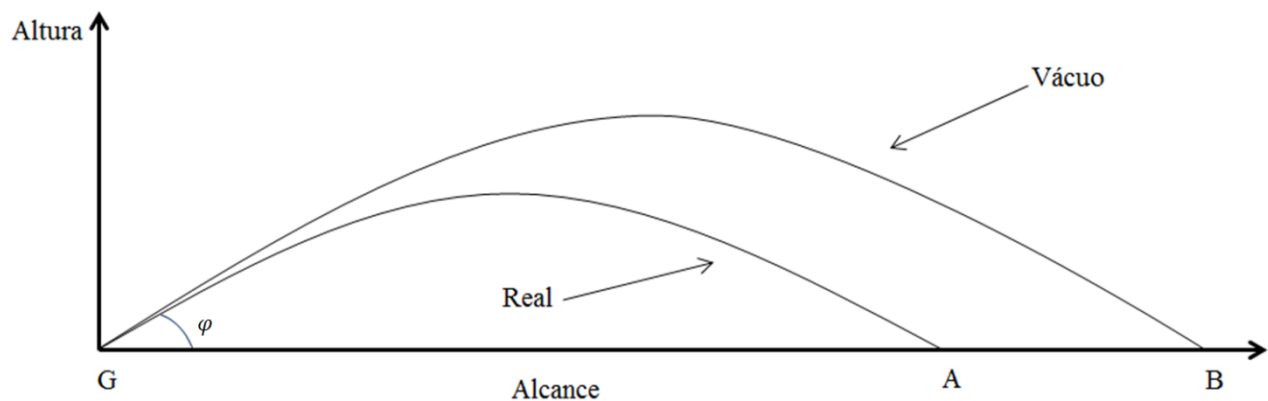


FIG. 2.16 - Trajetória de um projétil no vácuo e na presença do ar (Real). [4]

2.6. Trajetória balística

Nesta seção serão estabelecidos os equacionamentos para calcular o alcance de um míssil se deslocando na atmosfera sob a ação das forças de empuxo, forças aerodinâmicas e gravitacionais.

2.6.1. Cálculo do alcance e velocidade após a queima total do propelente

Para o cálculo do alcance e velocidade do míssil após a queima total do propelente será considerado que o veículo se movimenta sem a presença das forças que tendem a fazê-lo girar, seja em rotação em relação ao seu eixo longitudinal ou ao seu eixo transversal, e sem a influência da ação de forças oriundas do vento. Nestas condições a direção do eixo longitudinal do míssil e a direção de seu voo ficam alinhadas. Assim, as forças de empuxo que atuam durante a queima e

de arrasto podem ser deslocadas para seu centro de gravidade (CG), pois atuam na mesma direção de seu voo. Para a força de empuxo e a vazão de massa propelente através do bocal constantes. Desconsiderando as aletas e asas de um míssil simétrico para simplificação dos cálculos matemáticos, tem-se o seguinte equacionamento, no caso bidimensional, conforme figura 2.17 (SUTTON e BIBLARZ, 2010):

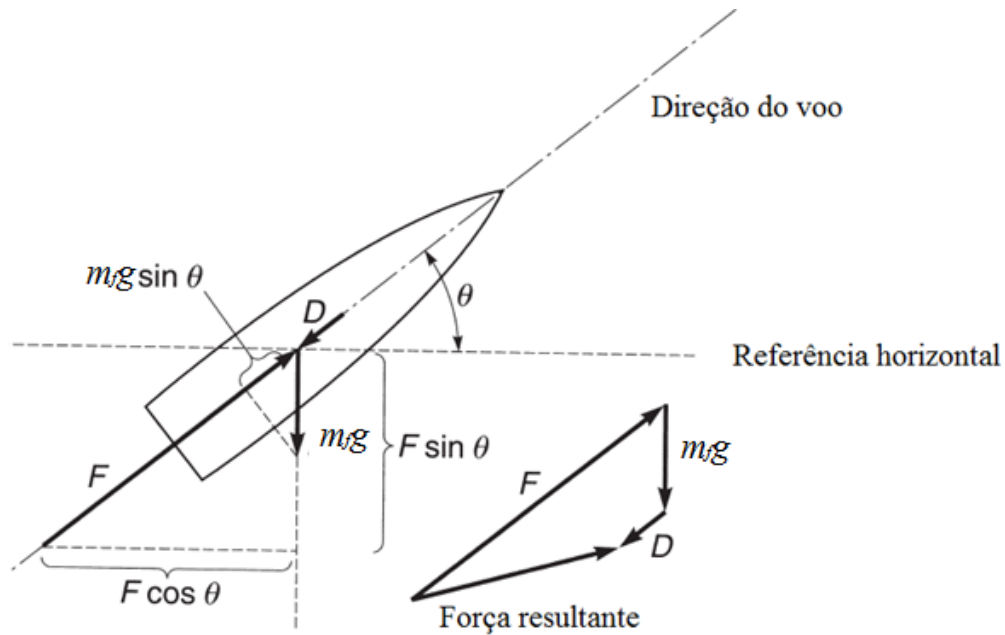


FIG. 2.17 - Diagrama do corpo livre de um míssil sem asas e empenas. [11]

$$m_f \frac{du}{dt} = F - D - m_f g \sin(\theta) \quad (2.31)$$

Onde u é a velocidade de voo do foguete e m_f a massa total do míssil, a um dado instante de queima do propelente.

A massa do veículo conforme o grão propelente é queimado pode ser dado por:

$$m_f = m_0 - \dot{m}_p t = m_0 - \frac{m_p}{t_p} t = m_0 \left(1 - \frac{m_p}{m_0 t_p} t \right) = m_0 \left(1 - \xi \frac{t}{t_p} \right) \quad (2.32)$$

Onde t_p é o tempo de queima total do propelente, m_p é a massa do propelente, t o tempo para cada instante de queima e ξ a razão de massa do propelente.

Mas sabe-se que:

$$F = \dot{m}_p c \quad (2.33)$$

Onde c é a velocidade efetiva de exaustão e \dot{m}_p é a queima do gás propelente em Kg/s .

Substituindo $\dot{m}_p = \frac{m_p}{t_p}$ na equação 2.33, tem-se:

$$F = \frac{m_p}{t_p} c$$

$$F = \frac{m_0}{m_0} \frac{m_p}{t_p} c$$

$$F = \frac{m_p}{m_0} \frac{m_0}{t_p} c = m_0 \frac{\xi}{t_p} c \quad (2.34)$$

Substituindo a equação 2.34 em 2.31, tem-se:

$$m_f \frac{du}{dt} = m_0 \frac{\xi}{t_p} c - D - m_f g \text{sen}(\theta) \quad (2.35)$$

Mas sabe-se que:

$$D = \frac{C_d \rho u^2 A}{2} \quad (2.36)$$

Substituindo a equação 2.36 em 2.35:

$$m_f \frac{du}{dt} = m_0 \frac{\xi}{t_p} c - \frac{C_d \rho u^2 A}{2} - m_f g \text{sen}(\theta)$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{m_0}{m_f} \frac{\xi}{t_p} c - \frac{C_d \rho u^2 A}{2m_f} - g \text{sen}(\theta)$$

Mas sabe-se da equação 2.32 que $m_f = m_0 \left(1 - \xi \frac{t}{t_p}\right)$, logo:

$$\frac{du}{dt} = \frac{m_0}{m_0 \left(1 - \xi \frac{t}{t_p}\right)} \frac{\xi}{t_p} c - \frac{C_d \rho u^2 A}{2m_0 \left(1 - \xi \frac{t}{t_p}\right)} - g \text{sen}(\theta)$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{c \frac{\xi}{t_p}}{1 - \frac{\xi t}{t_p}} - \frac{\frac{C_d \rho u^2 A}{2m_0}}{1 - \frac{\xi t}{t_p}} - g \text{sen}(\theta) \quad (2.37)$$

Na figura 2.17, vista anteriormente, o ângulo θ é o mesmo para a força de empuxo e a direção de voo do míssil, tal que o ângulo de ataque neste caso é zero. Como consequência a força de sustentação será nula.

Se a trajetória do voo é na horizontal, ou para ângulos θ muito pequenos, $\text{sen}(\theta) = 0$ e $\text{cos}(\theta) = 1$, portanto a equação 2.37 pode ser escrita como:

$$\frac{du}{dt} = \frac{c \frac{\xi}{t_p}}{1 - \frac{\xi t}{t_p}} - \frac{\frac{C_d \rho u^2 A}{2m_0}}{1 - \frac{\xi t}{t_p}}$$

$$du = \frac{c \frac{\xi}{t_p}}{1 - \frac{\xi t}{t_p}} dt - \frac{\frac{C_d \rho u^2 A}{2m_0}}{1 - \frac{\xi t}{t_p}} dt \quad (2.38)$$

A velocidade no final da queima do grão propelente pode ser encontrada integrando-se entre os limites de $t = 0$ e $t = t_p$ quando $u = u_0$ e $u = u_p$.

Fazendo,

$$B = \int_0^{t_p} \frac{\frac{\rho u^2}{2}}{1 - \frac{\xi t}{t_p}} dt \quad (2.39)$$

Tem-se,

$$u_p = -c \ln(1 - \xi) - \frac{BC_d A}{m_0} + u_0 \quad (2.40)$$

Mas sabe-se,

$$1 - \xi = 1 - \frac{m_p}{m_0} = \frac{m_f}{m_0} = MR \quad (2.41)$$

Logo,

$$u_p = c \ln\left(\frac{1}{MR}\right) - \frac{BC_d A}{m_0} + u_0 \quad (2.42)$$

Na equação 2.42 pode-se constatar que a velocidade do míssil é diretamente proporcional à velocidade efetiva de exaustão e ao logaritmo neperiano do inverso razão de massa. Entretanto no segundo termo à esquerda da equação 2.42, nota-se que sua área projetada na direção do seu eixo longitudinal e seu coeficiente de arrasto influenciam negativamente na sua velocidade, ou seja, sua forma e dimensões estão diretamente relacionados à velocidade que o míssil irá atingir. O terceiro termo à esquerda da equação 2.42 é a velocidade inicial do míssil que simplesmente será somada à sua velocidade após a queima total do propelente.

2.6.2. Trajetória de um míssil na atmosfera

A trajetória de mísseis pode ser dividida em três estágios: 1. estágio de lançamento, 2. estágio de impulso (da queima do grão propelente) e 3. estágio da balística propriamente dita. No estágio de lançamento um lançador é utilizado para dar direção e movimento inicial ao foguete; no segundo estágio acontece a queima do propelente e o foguete atinge sua velocidade máxima após sua queima total; e no terceiro estágio ocorre o desenvolvimento de sua trajetória até o alvo, sem nenhum sistema de propulsão, que é similar ao de um projétil (FARRAR e LEEMING, 1983).

Para os cálculos do terceiro estágio será assumido que o míssil é um corpo rígido e que atuam apenas as forças de arrasto e sustentação, devido ao seu ângulo de ataque, que é definido como o ângulo formado entre o vetor velocidade do míssil e seu eixo axial. Serão considerados dois sistemas de referência, um sobre o centro de gravidade do foguete, com vetores unitários i , j e k e outro referencial inercial, da fase de lançamento do míssil, sobre a terra, representado pelos eixos coordenados x_1 , y_2 e z_3 , conforme figura 2.18.

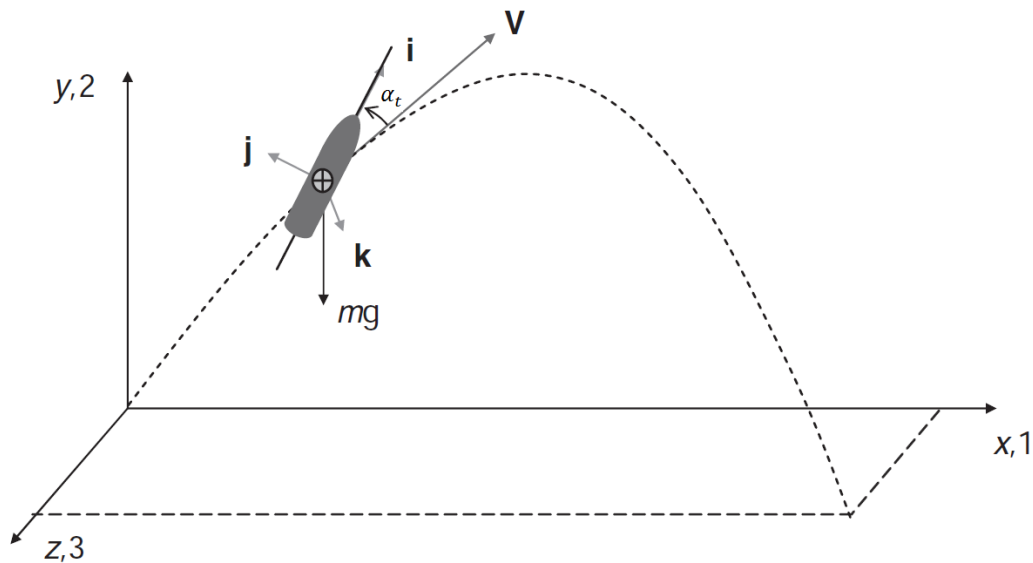


FIG. 2.18 - Trajetória balística de um míssil. [1]

Onde α_t é o ângulo formado entre o vetor velocidade do foguete e o vetor unitário i localizado ao longo de seu eixo axial com origem em seu centro de gravidade, chamado de ângulo de ataque total. Chame-se β o ângulo formado entre o vetor velocidade do míssil e seu eixo axial, segundo figuras 2.19 e 2.20.

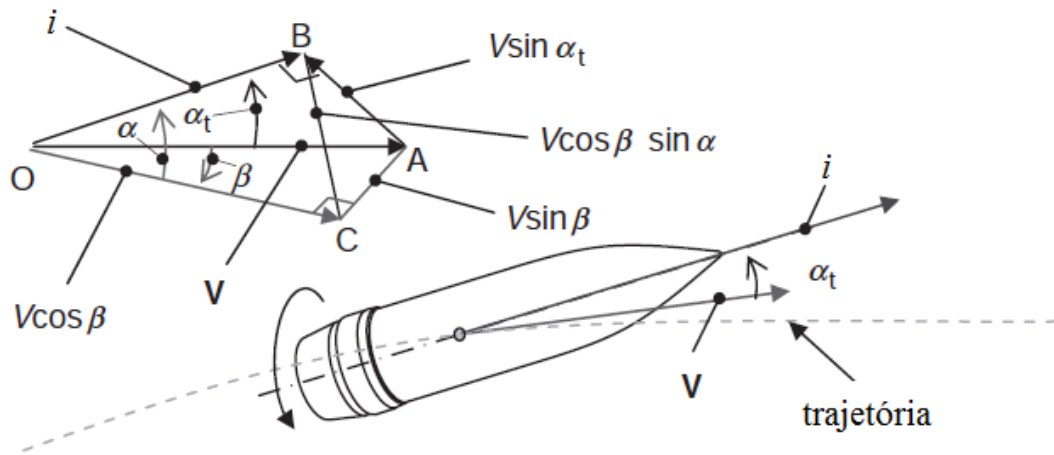


FIG. 2.19 - Diagrama do corpo livre de um míssil em sua trajetória balística. [1]

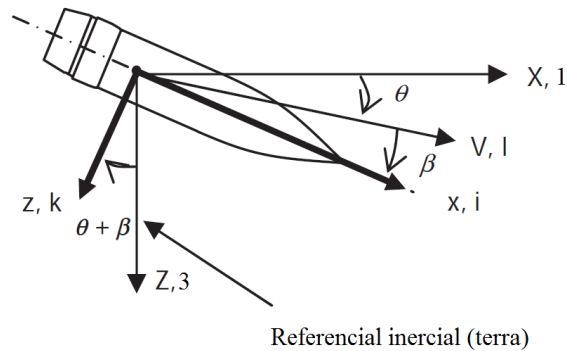


FIG. 2.20 - Diagrama do corpo livre de um míssil com vista superior. [1]

Quando $\beta = 0 \rightarrow \alpha_t = \alpha$, conforme figura 2.19.

De acordo com a segunda lei de Newton sabe-se:

$$\vec{F} = m_f \vec{a} \quad (2.45)$$

$$m_f \frac{d\vec{v}}{dt} = \sum \vec{F} + m_f \vec{g} \quad (2.46)$$

A primeira força que está agindo sobre o foguete é a força de arrasto, dada por:

$$\vec{D} = -\frac{1}{2} \rho A C_d \vec{V}V \quad (2.47)$$

A segunda força é a força de sustentação, que é escrita como:

$$\vec{L} = \frac{1}{2} \rho AC_l [\vec{V} \times (i \vec{V})] \quad (2.48)$$

Da álgebra linear sabe-se que:

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{C}) \vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{C} \quad (2.49)$$

Logo,

$$\vec{L} = \frac{1}{2} \rho AC_l [V^2 i - (\vec{V} \cdot i) \vec{V}] \quad (2.50)$$

Substituindo as equações 2.47 e 2.50 na equação 2.46 e dividindo por m_f , tem-se:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{2m_f} \rho AC_d \vec{V} V + \frac{1}{2m_f} \rho AC_l [V^2 i - (\vec{V} \cdot i) \vec{V}] + \vec{g} \quad (2.51)$$

Representando os termos no referencial inercial e_1, e_2 e e_3 , tem-se:

$$i = i_1 e_1 + i_2 e_2 + i_3 e_3 \quad (2.52)$$

$$\vec{V} = V_1 e_1 + V_2 e_2 + V_3 e_3 \quad (2.53)$$

Também sabe-se que o módulo de \vec{V} é dado por:

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2} \quad (2.54)$$

Separando os termos da equação 2.51 em termos de e_1, e_2 e e_3 , tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{dV_1}{dt} e_1 + \frac{dV_2}{dt} e_2 + \frac{dV_3}{dt} e_3 = & -\frac{1}{2m_f} \rho AC_d (V_1 e_1 + V_2 e_2 + V_3 e_3) + g_1 e_1 + g_2 e_2 + g_3 e_3 + \\ & + \frac{1}{2m_f} \rho AC_l [V^2 i_1 e_1 + V^2 i_2 e_2 + V^2 i_3 e_3 - V \cos(\alpha) (V_1 e_1 + V_2 e_2 + V_3 e_3)] \end{aligned} \quad (2.55)$$

Logo,

$$\frac{dV_1}{dt} = -\frac{1}{2m_f} \rho AC_d V_1 V + \frac{1}{2m_f} \rho AC_l [V^2 i_1 - V V_1 \cos(\alpha_t)] + g_1 \quad (2.56)$$

$$\frac{dV_2}{dt} = -\frac{1}{2m_f} \rho AC_d V_2 V + \frac{1}{2m_f} \rho AC_l [V^2 i_2 - V V_2 \cos(\alpha_t)] + g_2 \quad (2.57)$$

$$\frac{dV_3}{dt} = -\frac{1}{2m_f} \rho AC_d V_3 V + \frac{1}{2m_f} \rho AC_l [V^2 i_3 - V V_3 \cos(\alpha_t)] + g_3 \quad (2.58)$$

Para determinar a posição do míssil no espaço e no tempo basta integrar a velocidade nos limites entre $t = 0$ e $t = T$. Com o referencial inercial na terra tem-se:

$$x = x_0 + \int_0^T V_1 dt \quad (2.59)$$

$$y = y_0 + \int_0^T V_2 dt \quad (2.60)$$

$$z = z_0 + \int_0^T V_3 dt \quad (2.61)$$

Para o vetor velocidade inicial, pode-se defini-lo como:

$$V_0 = \begin{bmatrix} V_{10} \\ V_{20} \\ V_{30} \end{bmatrix} [e_1 \quad e_2 \quad e_3] = V_0 \begin{bmatrix} \cos(\varphi)\cos(\theta) \\ \text{sen}(\varphi)\cos(\theta) \\ \text{sen}(\theta) \end{bmatrix} [e_1 \quad e_2 \quad e_3] \quad (2.62)$$

A orientação inicial para o foguete é dado por:

$$i_0 = i_{10}e_1 + i_{20}e_2 + i_{30}e_3 = \begin{bmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ i_{30} \end{bmatrix} [e_1 \quad e_2 \quad e_3] \quad (2.63)$$

$$i_0 = \begin{bmatrix} \cos(\varphi + \alpha_t)\cos(\theta + \beta) \\ \text{sen}(\varphi + \alpha_t)\cos(\theta + \beta) \\ \text{sen}(\theta + \beta) \end{bmatrix} [e_1 \quad e_2 \quad e_3] \quad (2.64)$$

E φ e θ são os ângulos de elevação (projeção) e de deriva, respectivamente, conforme figura 2.21.

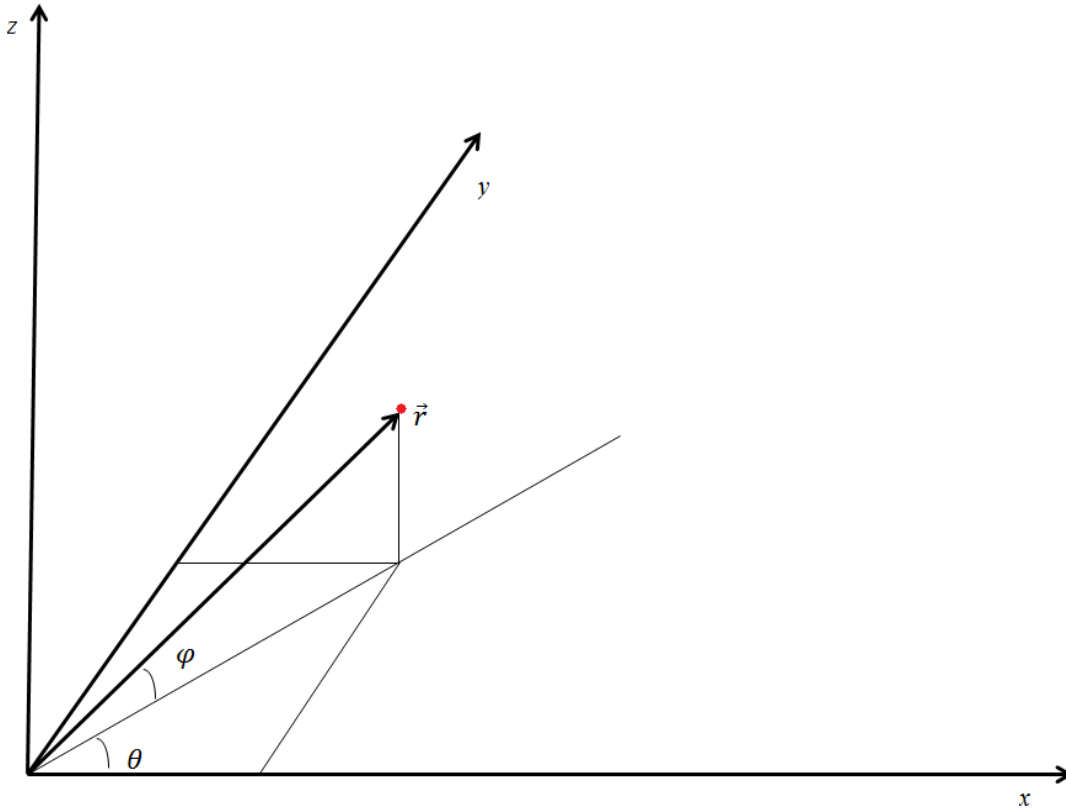


FIG. 2.21 - Representação dos ângulos de deriva e de projeção.

Para ângulos de ataque igual a zero o coeficiente de sustentação será zero, segundo visto na figura 2.15. Deste modo a equação 2.51 pode ser simplificada conforme segue:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{2m_f} \rho A C_d \vec{V}V + \vec{g} \quad (2.65)$$

Um coeficiente geralmente usado em balística externa é o coeficiente C , conhecido como coeficiente balístico, que é definido como:

$$C = \frac{m_f}{d^2} \quad (2.66)$$

Onde d é o diâmetro do veículo lançado.

Também é importante definir-se:

$$C_d^* = \frac{\rho A C_d}{2m_f} = \frac{\rho \pi d}{8} \frac{C_d}{c} \quad (2.67)$$

Da equação 2.65, tem-se:

$$\dot{V}_1 = -C_d^* V V_1 \quad (2.68)$$

$$\dot{V}_2 = -C_d^* V V_2 - g \quad (2.69)$$

$$\dot{V}_3 = -C_d^* V V_3 \quad (2.70)$$

Essas equações podem ser linearizadas usando algumas considerações. Primeiro assume-se que não existe a atuação do vento no eixo Z, então $V_3 = 0$ e se a relação entre a velocidade vertical e a velocidade horizontal $\left|\frac{V_2}{V_1}\right| = \tan(\varphi) < 0.1$, então a diferença entre V e V_1 estará dentro de uma faixa de 5%, e os ângulos de lançamento limitados a $5,7^\circ$ (CARLUCCI e JACOBSON, 2008).

Assim assume-se que $V = V_1$ e $V_3 = 0$, portanto as equações 2.68 a 2.70 podem ser escritas conforme segue:

$$\dot{V}_1 = -C_d^* V_1^2 \quad (2.71)$$

$$\dot{V}_2 = -C_d^* V_1 V_2 - g \quad (2.72)$$

$$\dot{V}_3 = 0 \quad (2.73)$$

Fazendo,

$$\dot{V}_1 = V_1 \dot{V}' \quad (2.74)$$

Logo,

$$V_1 \dot{V}'_1 = -C_d^* V_1^2 \quad (2.75)$$

$$V_1 \dot{V}'_2 = -C_d^* V_1 V_2 - g \quad (2.76)$$

Dividindo ambas as equações por V_1 :

$$\dot{V}'_1 = -C_d^* V_1 \quad (2.77)$$

$$\dot{V}'_2 = -C_d^* V_2 - \frac{g}{V_1} \quad (2.78)$$

A equação 2.77 pode ser integrada por separação de variáveis:

$$V_1 = V_{1o} \exp(-C_d^* \int_0^x dx_1) \quad (2.79)$$

A equação 2.78 pode ser resolvida para condições iniciais $x = 0, t = 0$ e $V_2 = V_{2o}$:

$$V_2 = \exp(-\int_0^x C_d^* dx_1) \left[V_{2o} - \int_0^x \left(\frac{g}{V_x} \right) \exp(\int_0^{x_2} C_d^* dx_1) dx_2 \right] \quad (2.80)$$

Com as velocidades V_1 e V_2 , pode-se obter o valor da tangente do ângulo de elevação, pois sabe-se que $\left|\frac{V_2}{V_1}\right| = \tan(\varphi)$.

$$\tan(\varphi) = \left[\tan(\varphi_o) - \frac{1}{V_1} \int_0^x \left(\frac{g}{V_1}\right) \exp\left(\int_0^{x_2} C_d^* dx_1\right) dx_2 \right] \quad (2.81)$$

Onde φ_o é o ângulo inicial de lançamento.

As posições podem ser achadas integrando as velocidades encontradas nas equações 2.79 e 2.80, conforme segue:

$$y = \int_0^t V_2 dt \quad (2.82)$$

$$x = \int_0^t V_1 dt \quad (2.83)$$

Substituindo as equações 2.79 e 2.80 nas equações 2.82 e 2.83 e para condições iniciais $x = 0$, $t = 0$ e $y = y_o$, tem-se:

$$y = t \exp\left(\int_0^x C_d^* dx_1\right) \left[V_{y_o} - \int_0^x \left(\frac{g}{V_1}\right) \exp\left(\int_0^{x_2} C_d^* dx_1\right) dx_2 \right] + y_o \quad (2.84)$$

Agora pode-se achar o tempo substituindo $V_1 = \frac{dx}{dt}$ na equação 2.79. Temos que:

$$t = \frac{1}{V_{1o}} \int_0^x \exp\left(\int_0^{x_2} C_d^* dx_1\right) dx_2 \quad (2.85)$$

Analisando estes equacionamentos para o caso em que o coeficiente de arrasto pode ser considerado constante, dentro do intervalo de Mach entre $0 < M < M_1$, conforme a figura 2.22, tem-se:

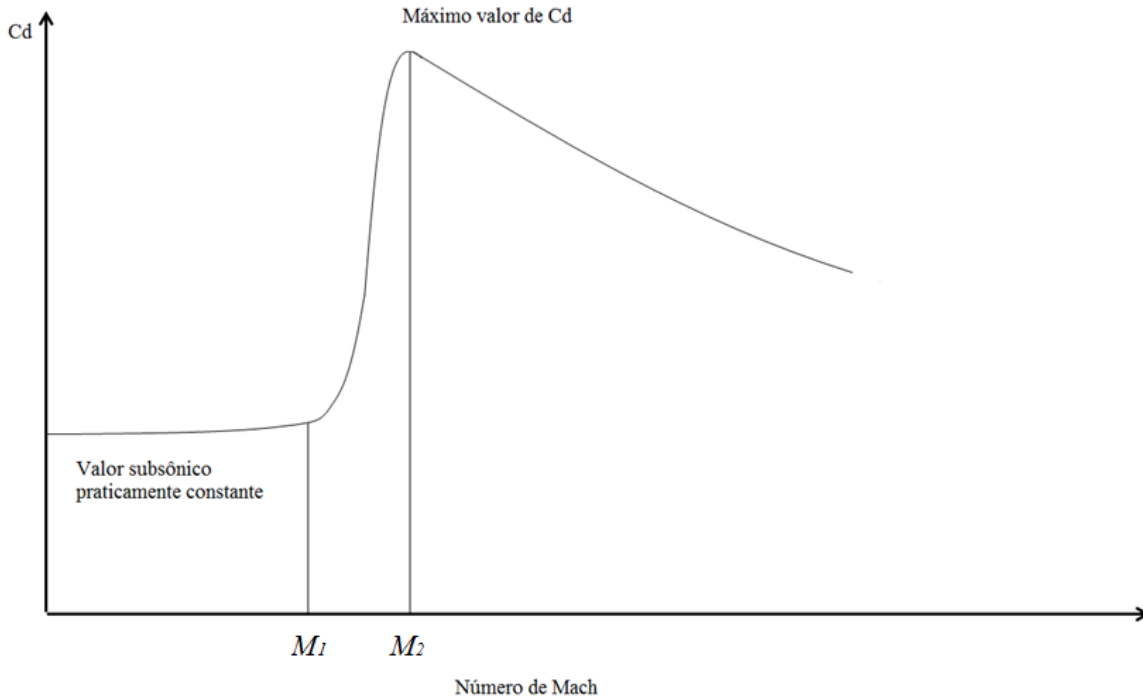


FIG. 2.22 - Relação do número de Mach com o coeficiente de arrasto. [4]

$$C_d^* = \frac{\rho A C_d}{2m_f} = k \quad (2.86)$$

Substituindo k na equação 2.79 e integrando-se.

$$V_1 = V_{1o} \exp\left(-k \int_0^x dx_1\right) = V_{1o} e^{-kx} \quad (2.87)$$

Fazendo a mesma substituição na equação 2.85:

$$t = \frac{1}{V_{1o}} \int_0^x \exp\left(\int_0^{x_2} k dx_1\right) dx_2 = \frac{1}{V_{1o}} \int_0^x e^{kx_1} dx_2$$

$$t = \frac{1}{V_{1o}k} (e^{kx} - e^0) = \frac{1}{V_{1o}k} (e^{kx} - 1) \quad (2.88)$$

Segundo CARLUCCI e JACOBSON (2008) através das equação 2.79, da relação $\frac{V_{1o}}{V_{2o}} = \tan(\varphi_o)$ e realizando algumas manipulações, tem-se:

$$V_2 = V_1 \left[\tan(\varphi_o) - \frac{gt}{V_{1o}} \left(1 + \frac{V_{1o}kt}{2} \right) \right] \quad (2.89)$$

Solucionando a equação 2.87 para k , tem-se:

$$k = \frac{1}{x} \ln\left(\frac{V_{1o}}{V_1}\right) \quad (2.90)$$

Após algumas manipulações e substituições segundo CARLUCCI e JACOBSON (2008) a equação 2.81 pode ser reescrita como:

$$\tan(\varphi) = \tan(\varphi_o) - \frac{gt}{V_{1o}} \left[1 + \frac{V_{1o}t}{2x} \ln\left(\frac{V_{1o}}{V_1}\right) \right] \quad (2.91)$$

A equação 2.81 após uma série de operações e substituições, conforme CARLUCCI e JACOBSON (2008), pode ser representada segundo segue:

$$y = y_o + \tan(\varphi_o) - \frac{g}{2} \left[\frac{x}{V_{1o}} \frac{1}{\ln\left(\frac{V_{1o}}{V_1}\right)} \right]^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{V_{1o}}{V_1} - 1 \right)^2 + \left(\frac{V_{1o}}{V_1} - 1 \right) - \ln\left(\frac{V_{1o}}{V_1}\right) \right] \quad (2.92)$$

Onde y representa a altitude atingida pelo míssil durante a sua trajetória até o alvo.

3. Geometria do Grão

A geometria do grão é selecionada de acordo com o regime de queima de propelente que desejamos obter, evitando possível queima erosiva, a sobra de lascas de grão propelente e variações no centro de gravidade do míssil. Para tanto deve se aproveitar ao máximo o volume disponível na câmara de combustão, além de uma curva impulso-tempo adequada. O objetivo desse estudo é obter a geometria ótima para garantir o maior ganho no alcance do míssil, mantendo o regime de queima aproximadamente constante.

3.1 Grão estrela

O grão estrela possui bordas arredondadas de forma a melhorar a resistência mecânica do grão e facilitar o processo de extrusão. Mas podemos aproximar sua configuração à de uma estrela com pontas, de forma a facilitar os cálculos com relativa precisão. Dessa forma podemos definir toda a geometria do grão com dois parâmetros: R e ϕ , sendo R a distância entre o centro do grão e o vértice da estrela, e ϕ metade do ângulo de abertura de cada vértice da estrela. Faremos os cálculos para uma estrela de N vértices.

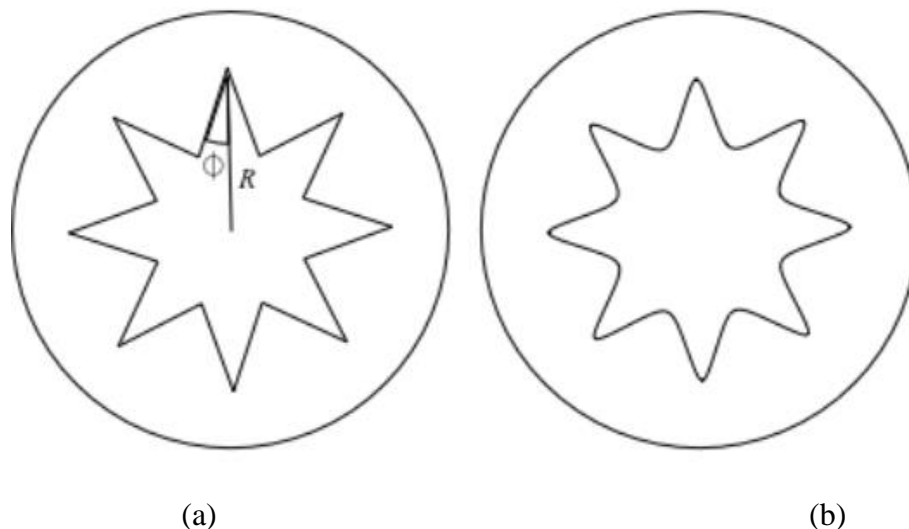


FIG. 3.2 - (a) Grão estrela simplificado e (b) grão estrela real. [21]

Analisando o perfil de queima dessa geometria, sabemos pela lei de Piobert que a queima se dá por meio de superfícies paralelas onde as superfícies do grão progridem à uma taxa constante, na direção normal à toda a superfície. A figura 3.2 mostra como se dá a progressão da superfície de queima. A superfície inicial está em pontilhado, que progride para a superfície em cheio.



FIG. 3.3 - Geometria do grão após a queima de uma espessura D da malha. [21]

Para visualizarmos melhor o problema, a figura 3.3 ilustra os ângulos e comprimentos a serem determinados na geometria do grão, para uma estrela de 8 vértices.

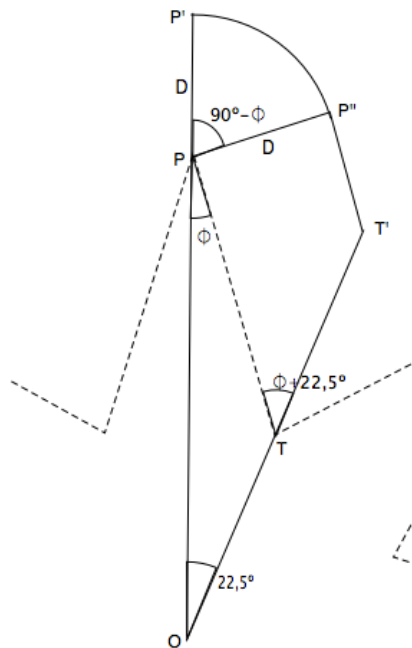


FIG. 3.4 - Esquema da mudança de comprimentos após a queima de uma espessura D numa estrela de 8 vértices. [21]

Considerando L como o comprimento inicial do grão e L_{est} como o comprimento do lado da estrela, o cálculo da superfície de queima S_{bi} segue:

$$S_{bi} = 2 \times N \times L_{est} \times L \quad (3.1)$$

$$L_{est} = \frac{R \times \text{sen}(\frac{\pi}{N})}{\text{sen}(\frac{\pi}{N} + \phi)} \quad (3.2)$$

Para cada fração de tempo t que passa, cada ponto da superfície interna do grão se move para a superfície externa. Como mostrado na figura 3.3 o ponto P se move para P' , e o ponto T para T' . Pela simetria do grão sabemos que esse padrão se repete para todos os lados. De acordo com a figura 3.3 temos que o vértice P se torna um arco $P'P''$ e o segmento PT se torna $P''T'$. Assim a nova área de queima vale:

$$S_b = 2 \times N \times [\widehat{P'P''} + \overline{P''T'}] \quad (3.3)$$

Sabemos que a espessura queimada é linear e vale:

$$D(t) = rt \quad (3.4)$$

$$\widehat{P'P''} = D * (\frac{\pi}{2} - \phi) \quad (3.5)$$

$$\overline{P''T'} = L_{est} - D * \cot(\frac{\pi}{N} + \phi) \quad (3.6)$$

$$L(t) = L - 2rt \quad (3.7)$$

$$S_b = 2NL(t) \times \left[rt \times \left(\frac{\pi}{2} - \phi - \cot(\frac{\pi}{N} + \phi) \right) + L_{est} \right] \quad (3.8)$$

Considerando o comprimento do grão muito maior que o seu raio, podemos considerar $L(t)$ constante, logo o regime de queima depende de como escolhemos o ângulo ϕ . Chamamos ϕ_{crit} o ângulo necessário para uma queima neutra do grão, ou seja, para uma superfície de queima constante. Para tanto a variação no valor de S_b deve ser zero. Da equação 3.8 temos:

$$\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{crit} - \cot(\frac{\pi}{N} + \phi_{crit}) \right) = 0 \quad (3.9)$$

Para $\phi = \phi_{crit}$ temos o regime de queima constante. Para $\phi < \phi_{crit}$ temos o regime de queima progressivo e para $\phi > \phi_{crit}$ temos o regime de queima regressivo.

O estágio final de queima do grão estrela, que ocorre após um tempo t_{lascas} , se dá pela queima das lascas restantes de propelente, como mostra a figura a seguir:

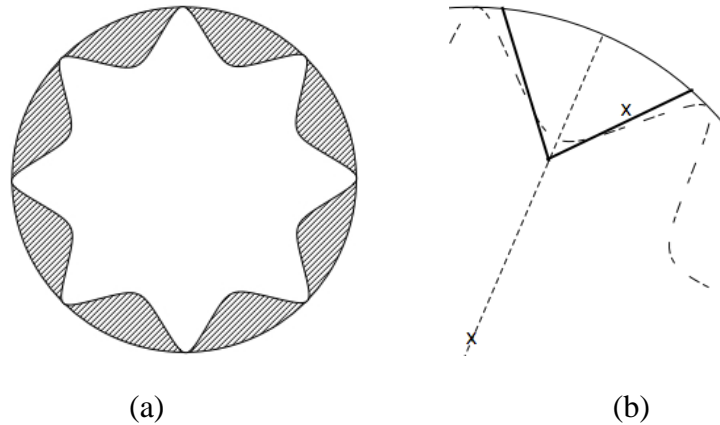


FIG. 3.5 - (a) Esquema representando as lascas de propelente e (b) simplificação adotada. [21]

A superfície de queima nesse caso é dada por:

$$S_b(t) = 2NX_tL(t) \quad (3.10)$$

$$X_1 = \frac{S_b(t_{\text{lasca}})}{2NL(t_{\text{lasca}})} \quad (3.11)$$

$$X_t = \sqrt{X_{t-1}^2 - (r\Delta t)^2} \quad (3.12)$$

Onde N é o número de vértices da estrela utilizada no desenho do grão.

3.2 Grão Tubular

Esse tipo de grão é bastante utilizado devido à simplicidade na sua construção e ao seu regime de queima constante. A estrutura do cilindro pode ser definida por três parâmetros, sendo eles o comprimento do tubo L , diâmetro interno d e diâmetro externo D . A figura 3.5 mostra o desenho desse tipo de geometria.

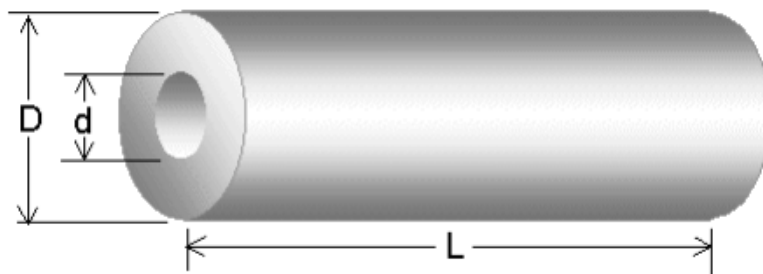


FIG. 3.6 - Configuração do grão do tipo tubular. [19]

Para essa configuração o comprimento balístico é dado por:

$$w = \frac{D-d}{2} \quad (3.13)$$

A queima desse tipo de grão se dá nas duas direções, tanto de dentro pra fora quanto de fora para dentro do grão. Na ignição do propelente a superfície vale:

$$A_b = A_{externa} + A_{interna} + A_{lateral} \quad (3.14)$$

Onde cada termo em função do tempo, para uma taxa de queima r vale:

$$A_{externa} = \pi(L - rt)(D - rt)^2 \quad (3.15)$$

$$A_{interna} = \pi(L - rt)(d + rt)^2 \quad (3.16)$$

$$A_{lateral} = \frac{\pi}{4} [(D - rt)^2 - (d - rt)^2] \quad (3.17)$$

Fazendo a consideração de que o comprimento L é muito maior que D , temos que a área da superfície de queima vale:

$$A_b = \pi L(D - d) + \frac{\pi}{4} [(D - 2rt)^2 - (d + 2rt)^2] \quad (3.18)$$

4. Simulações SCILAB

4.1 Cálculo da pressão na câmara

Para calcular a pressão interna na câmara foram utilizados os seguintes conceitos:

Impulso total I_t :

$$I_t = \int_0^t F dt \quad (2.1)$$

Velocidade característica:

$$c^* = \frac{\sqrt{\gamma RT_1}}{\gamma \left(\sqrt{\left[\frac{2}{\gamma+1} \right]^{(\gamma+1)/(\gamma-1)}} \right)} \quad (2.19)$$

A força de empuxo:

$$F = C_f A_t p_1 \quad (2.20)$$

Coefficiente de empuxo:

$$C_f = \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{(\frac{\gamma+1}{\gamma-1})} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(\frac{\gamma-1}{\gamma})} \right]} + \frac{p_2 - p_3}{p_1} \frac{A_2}{A_t} \quad (2.21)$$

Pressão na câmara:

$$p_1 = K \rho_b r c^* \quad (2.27)$$

Razão de área:

$$K = \frac{A_b}{A_t} \quad (2.28)$$

Superfície de queima para um grão tubular, considerando a queima linear da malha:

$$A_b = \pi L \times (D - d) + \frac{\pi}{4} [(D - 2rt)^2 - (d + 2rt)^2] \quad (3.18)$$

Superfície de queima para um grão estrela:

$$A_b = 2NL \times \left[rt \times \left(\frac{(90-\phi)\pi}{180} - \cot\left(\frac{180}{N} + \phi\right) \right) + L_{est} \right] \quad (3.9)$$

Onde o ângulo ϕ para queima neutra é encontrado resolvendo a equação:

$$\left(\frac{(90-\phi_{crit})\pi}{180} - \cot\left(\frac{180}{N} + \phi_{crit}\right)\right) = 0 \quad (3.9)$$

Após a queima total do grão estrela, a queima das lascas remanescentes de propelente é equacionada por:

$$A_b(t) = 2NX_tL(t) \quad (3.10)$$

$$X_1 = \frac{A_b(t_{lasca})}{2NL(t_{lasca})} \quad (3.11)$$

$$X_t = \sqrt{X_{t-1}^2 - (r\Delta t)^2} \quad (3.12)$$

O script desenvolvido encontra-se nos Anexos 1 e 2, para os dados do grão estrela e tubular respectivamente. Os dados utilizados tiveram base num propelente Base Dupla (SUTTON e BIBLARZ, 2010) e o máximo de dados do míssil MSS 1.2, retirados de medições do míssil real disponível no laboratório da SE/4 do Instituto Militar de Engenharia e da apostila disponibilizada pelo CTE_x (AMARANTE, ca. 2000). Temos:

- Diâmetro de garganta, baseado nas dimensões do MSS 1.2 : 16,4 mm;
- Massa específica do propelente (SUTTON e BIBLARZ, 2010): 1610 kg/m³;
- Gama (SUTTON e BIBLARZ, 2010): 1,2;
- Temperatura na câmara (SUTTON e BIBLARZ, 2010): 2550 K
- Velocidade de queima do grão, baseado em dados reais de queima do MSS 1.2: 0.0182 m/s
- Comprimento do grão propelente, baseado nas dimensões do MSS 1.2: 9,9 cm
- Diâmetro externo do grão estrela, baseado nas dimensões do MSS 1.2: 12,05 cm
- Diâmetro interno do grão estrela: 9,80 cm
- Diâmetro externo do grão tubular, baseado nas dimensões do MSS 1.2: 4,16 cm
- Diâmetro interno do grão tubular: 2,28 cm

Para o grão tubular a simulação foi feita utilizando uma configuração de sete grãos em paralelo no tubo, similar ao motor utilizado no MSS 1.2. O problema foi resolvido com o auxílio do SCILAB®, um software científico utilizado para computação numérica fornecendo um poderoso ambiente computacional aberto para aplicações científicas. Com auxílio do script SCILAB® foram encontrados os seguintes resultados:

- Pressão máxima de operação: 14,78 Mpa
- Tempo de queima do grão propelente: 0,26 s
- Impulso Específico: 261,14 s
- Massa do grão propelente: 1,06 kg
- Impulso Total: 2643,25 N.s

A figura 4.1 mostra a pressão na câmara em função do tempo:

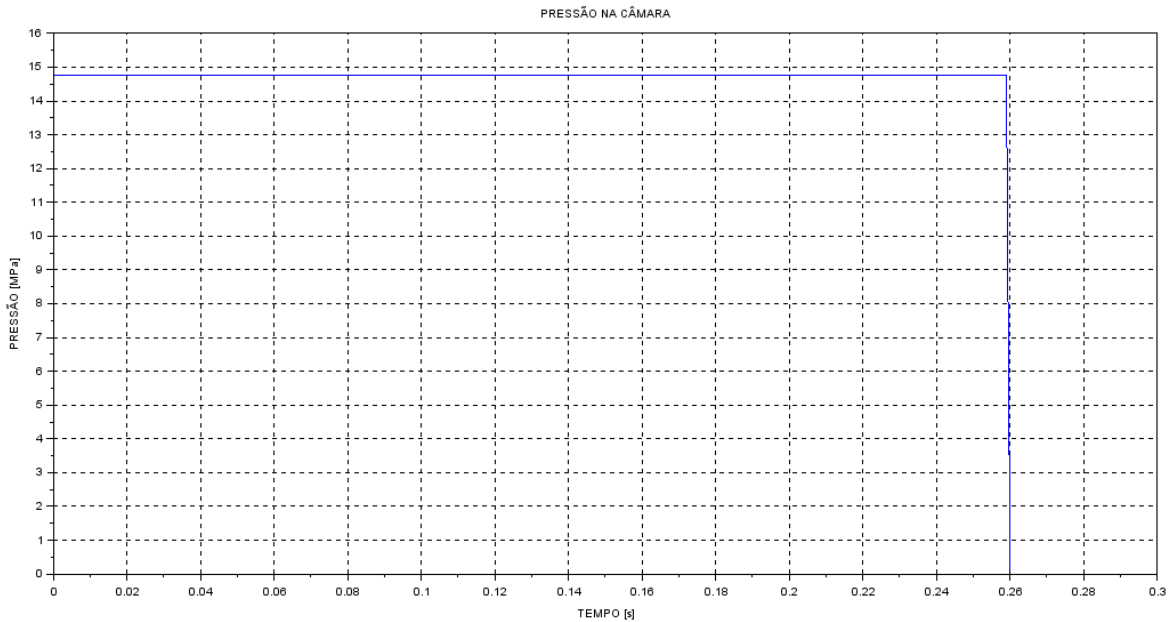


FIG. 4.1 - Pressão na câmara, durante a queima do grão propelente tipo tubular.

Os resultados foram condizentes com o esperado, sendo a sutil diminuição da pressão na câmara com o tempo devido à queima no comprimento do grão, e como a queima é simétrica, a pressão despenca quando a malha chega ao fim.

Para o grão tipo estrela foi utilizado a geometria de um único grão estrela de oito lados, tendo em vista que esse grão já está em uso corrente no exército, sendo utilizado no foguete SBAT. Entretanto o script desenvolvido permite simular o desempenho com qualquer número de lados, bastando alterar os dados de entrada. Vale ressaltar que o ângulo utilizado pelo script SCILAB® é tal que:

$$\theta = \frac{\phi}{2} - \frac{\pi}{N} \quad (4.13)$$

Com o auxílio do programa desenvolvido chegamos aos seguintes dados da queima do grão:

- Ângulo para queima neutra: $74,49^\circ$
- Pressão máxima de operação: 5,41 MPa
- Tempo de queima: 0,869 s
- Impulso Específico: 253,09 s
- Massa do grão propelente: 1,27 kg
- Impulso Total: 3251,72 N.s

A figura 4.2 mostra a pressão na câmara para o grão estrela em função do tempo:

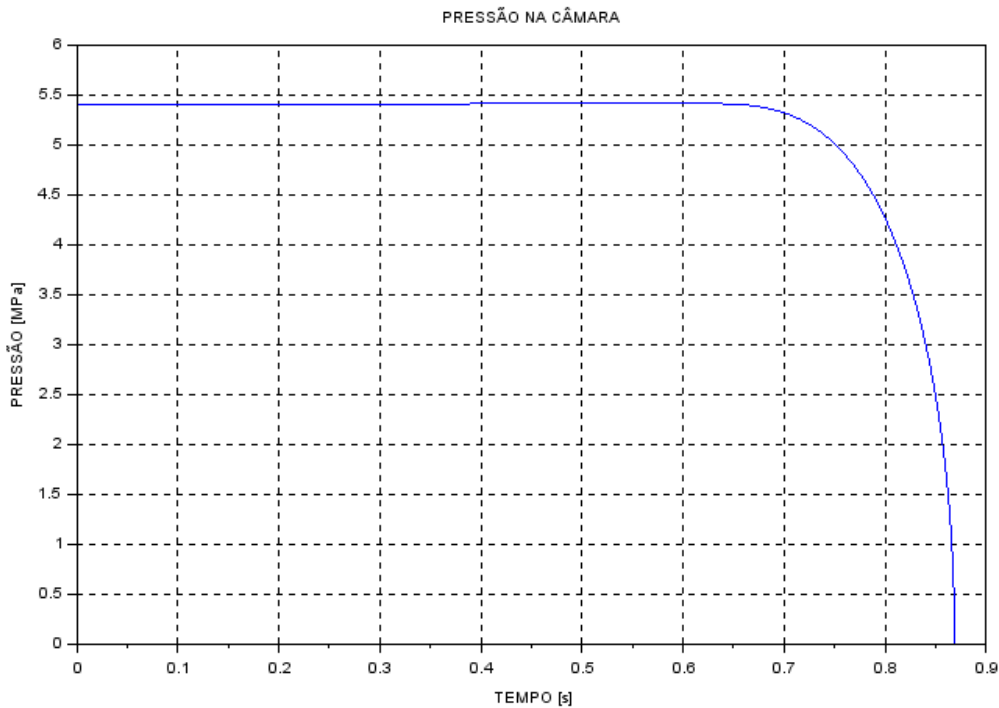


FIG. 4.2 - Pressão na câmara, durante a queima do grão propelente tipo estrela.

Os resultados foram novamente condizentes com o esperado, tendo em vista que foi obtido um regime de queima aproximadamente constante ao longo do tempo, com uma pressão na câmara menor do que a do motor de grão tubular, mas com tempo de queima bem maior. Devido ao aumento da massa do grão propelente, para o grão do tipo estrela, seu impulso total teve um aumento significativo de 2643,25 N.s para 3251,72 N.s.

4.2. Cálculo da trajetória do míssil

Para realizar seu cálculo a trajetória do míssil foi dividida em três estágios: 1. estágio de lançamento, 2. estágio de impulso (da queima do grão propelente) e 3. estágio da balística propriamente dita. Entretanto, como o escopo deste trabalho é apenas analisar os efeitos da queima do grão propelente do segundo estágio sobre a trajetória do míssil a primeira fase não foi considerada para fins de cálculo.

O problema foi resolvido com o auxílio do SCILAB®, um software científico utilizado para computação numérica fornecendo um poderoso ambiente computacional aberto para aplicações científicas.

No segundo estágio foi utilizada a equação 4.1, mencionada na seção 2.6.1 deste trabalho, pois nesta etapa a massa do míssil varia devido a queima e ejeção da massa do grão propelente que fornece impulso ao míssil.

$$du = \frac{c \frac{\xi}{t_p}}{1 - \frac{\xi t}{t_p}} dt - \frac{\frac{c_d \rho u^2 A}{2m_0}}{1 - \frac{\xi t}{t_p}} dt - g \operatorname{sen}(\theta) \quad (4.1)$$

Para o terceiro estágio foi utilizado as equações 4.2 a 4.4, também mencionadas na seção 2.6.2 deste trabalho, conforme segue.

$$\frac{dV_1}{dt} = -\frac{1}{2m_f} \rho A C_d V_1 V + \frac{1}{2m_f} \rho A C_l [V^2 i_1 - V V_1 \cos(\alpha_t)] + g_1 \quad (4.2)$$

$$\frac{dV_2}{dt} = -\frac{1}{2m_f} \rho A C_d V_2 V + \frac{1}{2m_f} \rho A C_l [V^2 i_2 - V V_2 \cos(\alpha_t)] + g_2 \quad (4.3)$$

$$\frac{dV_3}{dt} = -\frac{1}{2m_f} \rho A C_d V_3 V + \frac{1}{2m_f} \rho A C_l [V^2 i_3 - V V_3 \cos(\alpha_t)] + g_3 \quad (4.4)$$

A solução do problema foi desenvolvida no software SCILAB® através do método de Runge Kutta de quarta ordem.

Como a proposta deste trabalho é verificar a influência da alteração da geometria do grão propelente no alcance do míssil o problema foi dividido em duas partes, primeira parte considerando o grão tipo tubular e a segunda parte o grão tipo estrela cujo os dados de massa, tempo de queima e o seu impulso específico do grão propelente foram calculados no item anterior.

Para o míssil foram considerados os seguintes dados:

- Massa inicial: 15,4 Kg;

- Diâmetro: 125,5 mm;

Obs.: Seu diâmetro foi medido com base no MSS 1.2 AC que se encontra disponível no laboratório da SE/4 e seu peso foi obtido entrando em contato direto com integrante do setor encarregado do aperfeiçoamento do MSS 1.2 do CTEEx.

Para os valores de coeficiente de arrasto foram considerados os valores conforme figura 4.3, extraída do MIL -HDBK-762(MI), 1990. Foi considerado estes valores, pois as dimensões deste míssil se assemelham muito com as dimensões do MSS 1.2 AC, diferindo apenas em seu comprimento com 2,786 m contra os 1,52 m do MSS 1.2 AC.

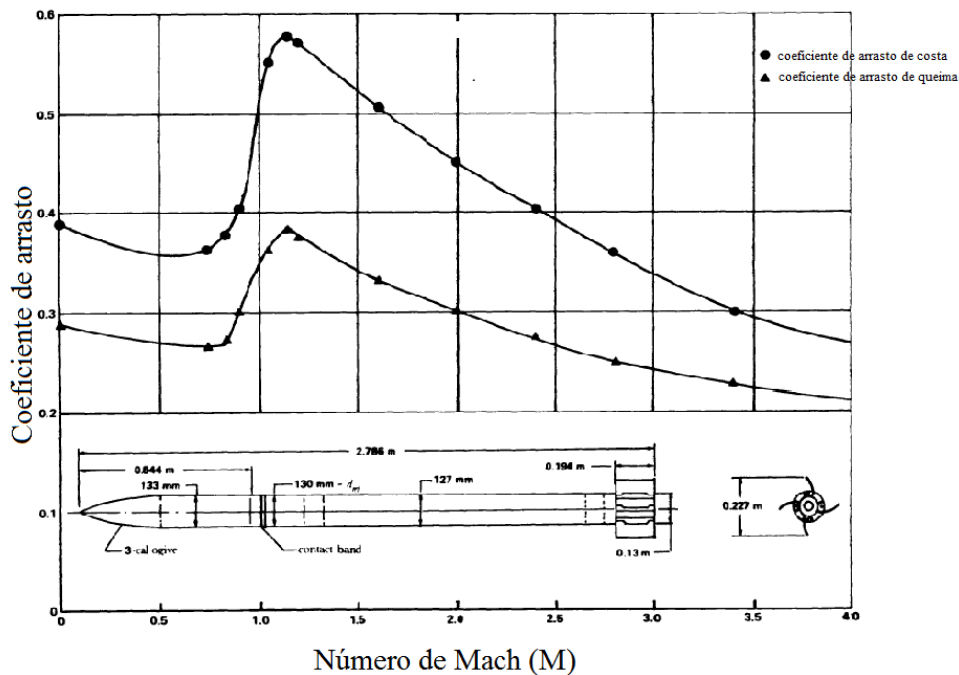


FIG. 4.3 - Coeficiente de Arrasto vs Número de Mach - Míssil HO - mm. [14]

O cálculo da força normal foi baseado na geometria do Mss 1.2 AC, conforme figura 4.4.



FIG. 4.4 - MSS 1.2 AC.[22]

Para a asa de cauda as medidas foram retiradas do Mss 1.2 AC que se encontra no laboratório da SE/4, segundo figura 4.5.

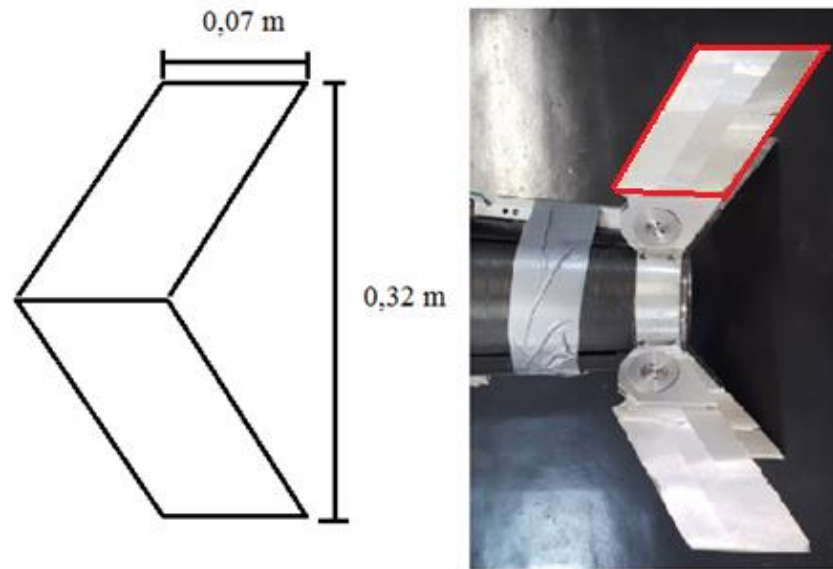


FIG. 4.5 - Asa de cauda dobrável do Mss 1.2 AC.

Como o Mss 1.2 AC disponível no laboratório da SE/4 estava incompleto, conforme visto na figura 4.6, as demais partes aerodinâmicas foram estimadas através de uma análise geométrica proporcional de sua geometria a partir da figura 4.4.



FIG. 4.6 - Mss 1.2 AC.

Portanto tem-se as medidas para as superfícies aerodinâmicas conforme figuras 4.7 e 4.8.

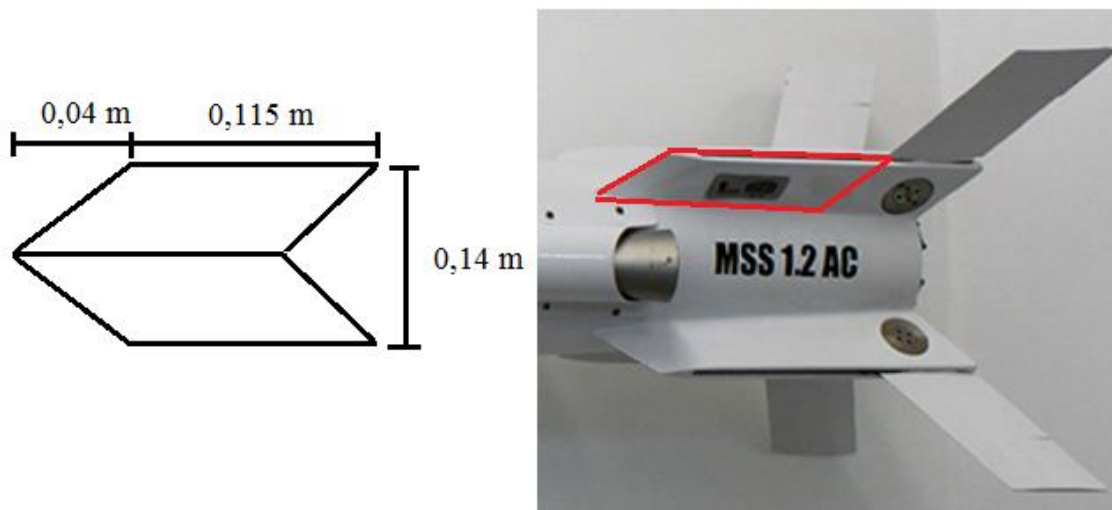


FIG. 4.7 - Asa de cauda do Mss 1.2 AC.

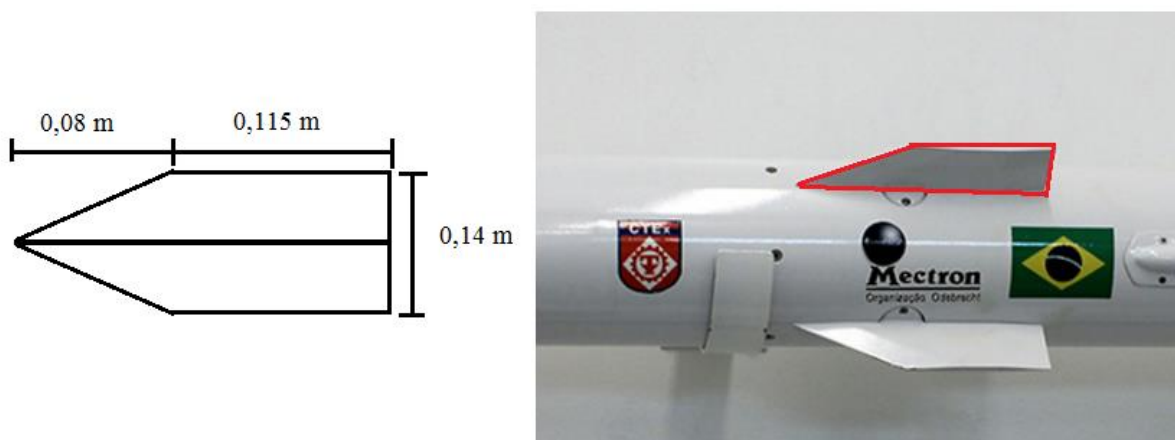


FIG. 4.8 - Asa do Mss 1.2 AC.

Para o primeiro estágio com a queima do grão do tipo tubular, tem-se os seguintes dados:

- Massa do propelente: 1,06 Kg;
- Tempo de queima, segundo apostila referente ao MSS 1.2 [16]: 0,26 s;
- Impulso específico, proveniente da simulação de queima do grão propelente realizada pelo script do Anexo 1: 261 s;

-Ângulo de elevação: 1° ;e

-Ângulo de ataque: 1° .

Também foi adotada uma velocidade inicial de 50 m/s para que o míssil durante seu lançamento, saído do tubo lançador, não atingisse o solo, conforme poderá ser visto mais a frente. Esta velocidade pode ser considerada como a velocidade desenvolvida no primeiro estágio, estágio de lançamento.

Baseado nestas informações foi calculado com o auxílio do SCILAB® a trajetória do míssil em seu segundo e terceiro estágios conforme figuras 4.9 e 4.10:

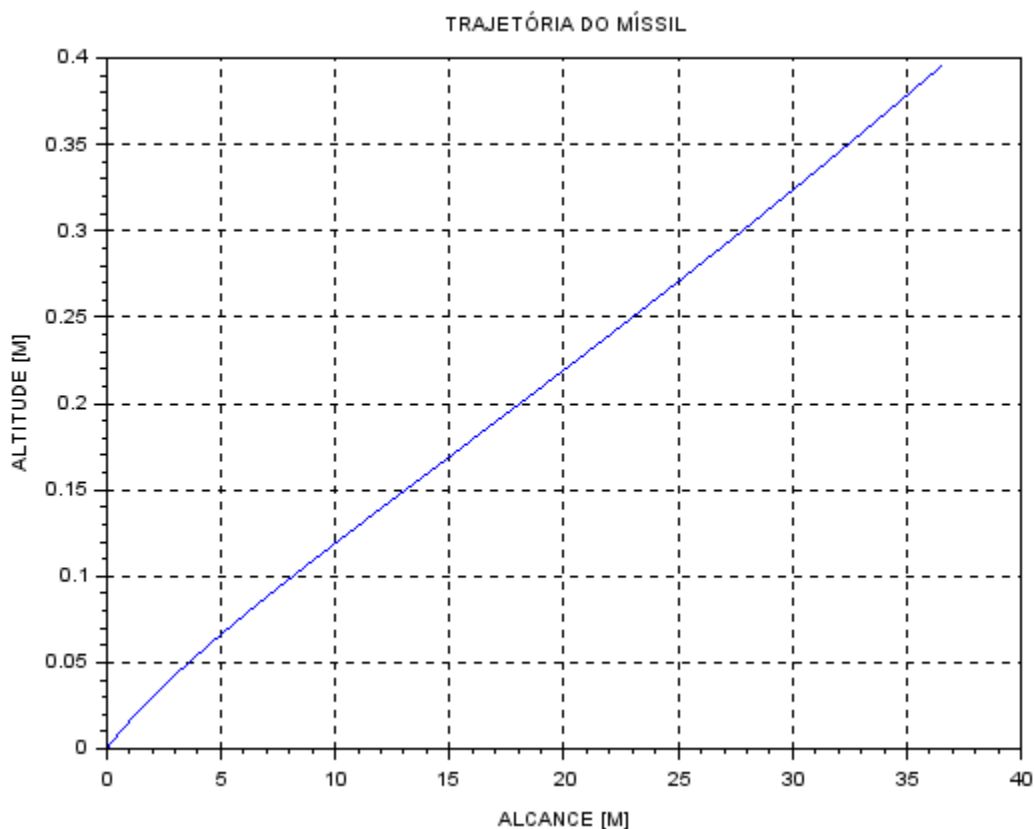


FIG. 4.9 - Trajetória do míssil durante a queima do grão propelente do tipo tubular.

Na figura 4.9 observa-se que inicialmente a trajetória tem um leve decaimento e durante seu desenvolvimento sua angulação cresce, isto acontece já que os efeitos da força normal estão diretamente relacionados com o aumento da velocidade do míssil durante sua trajetória. Neste estágio obtivemos os seguintes resultados:

- Posição em altura: 0,39 m;

- Posição em alcance: 36,53 m;

- Ângulo final: 0.64° ; e
- Velocidade final: 232,69 m/s.

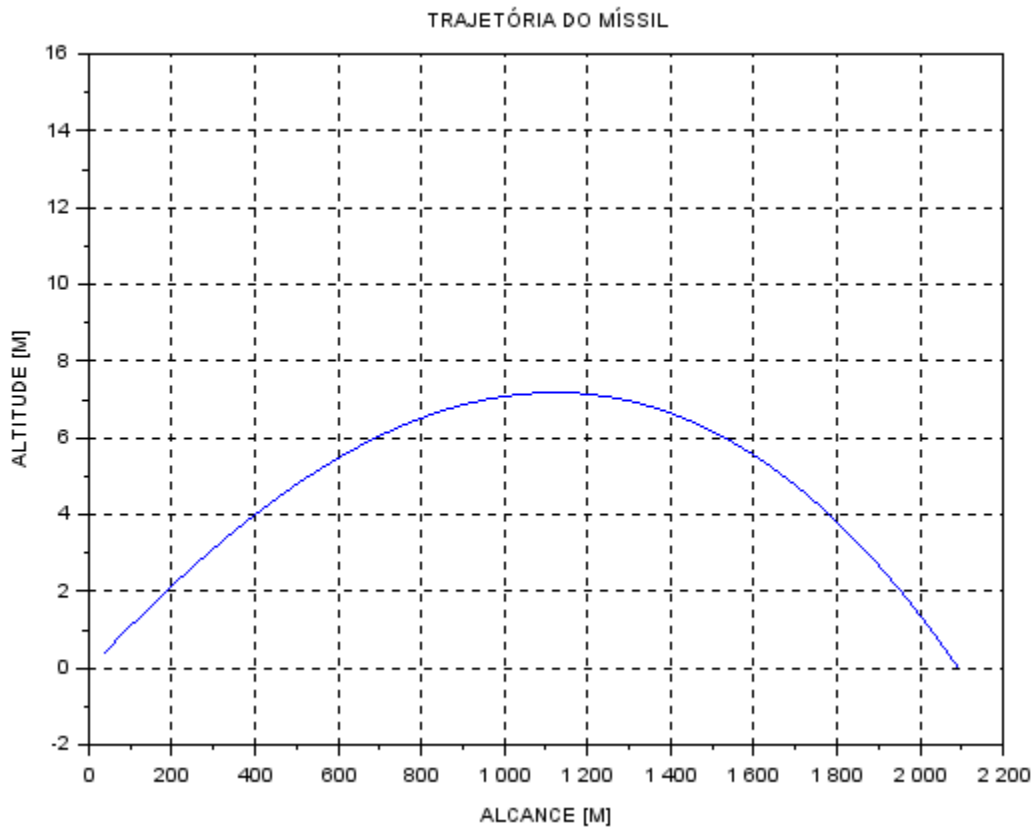


FIG. 4.10 - Trajetória do míssil após a queima do grão propelente do tipo tubular.

N figura 4.10 representa a trajetória após a queima do grão propelente em seu terceiro estágio. Neste estágio foram achados os seguintes resultados:

- Posição em alcance: 2309,12 m;
- Altitude máxima atingida: 8,67 m;
- Velocidade final do míssil: 150,29 m/s; e
- Tempo até atingir o alvo: 12,45 s.

Na segunda parte do pedido do problema proposto para a queima do grão do tipo estrela, tem-se os seguintes dados:

- Massa do propelente: 1,27 Kg;

- Tempo de queima, proveniente da simulação de queima do grão propelente realizada pelo script do Anexo 1: 0,87 s;

- Impulso específico, proveniente da simulação de queima do grão propelente realizada pelo script do Anexo 1: 253 s;

- Ângulo de elevação: 1°; e

- Ângulo de ataque: 1°;

Baseado nestas informações foi calculado com o auxílio do SCILAB® a trajetória do míssil conforme figuras 4.11 e 4.12.

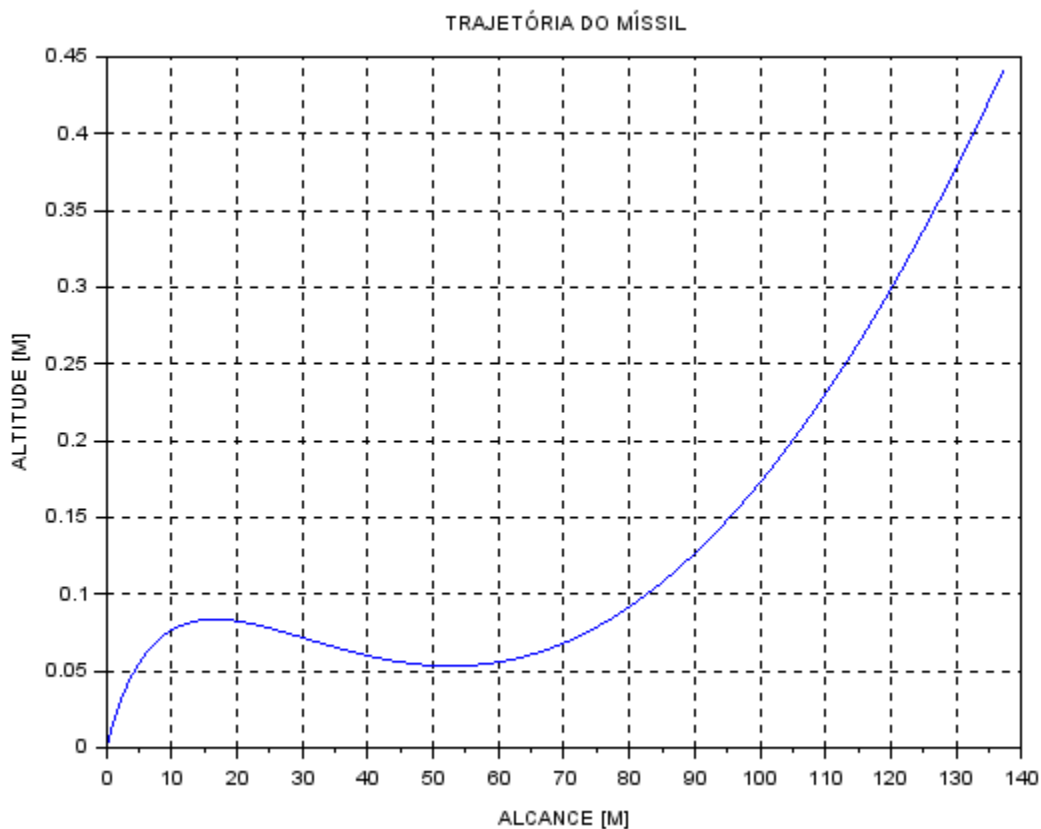


FIG. 4.11 - Trajetória do míssil durante a queima do grão propelente do tipo estrela.

Na figura 4.11 tem-se uma peculiaridade, pois seu desenvolvimento é marcado por uma queda significativa seguido por um aumento substancial da tangente à sua trajetória. Isto ocorre devido ao fato da velocidade inicial do míssil ser baixa durante a queima do grão propelente, que neste caso é mais lenta. Todavia conforme sua velocidade aumenta a força normal sobre o míssil também cresce tornando a sua trajetória ascendente. Neste estágio obtivemos os seguintes resultados:

- Posição em altura: 0,44 m;
- Posição em alcance: 137,31 m;
- Ângulo final: 0,52°; e
- Velocidade final: 267,42 m/s.

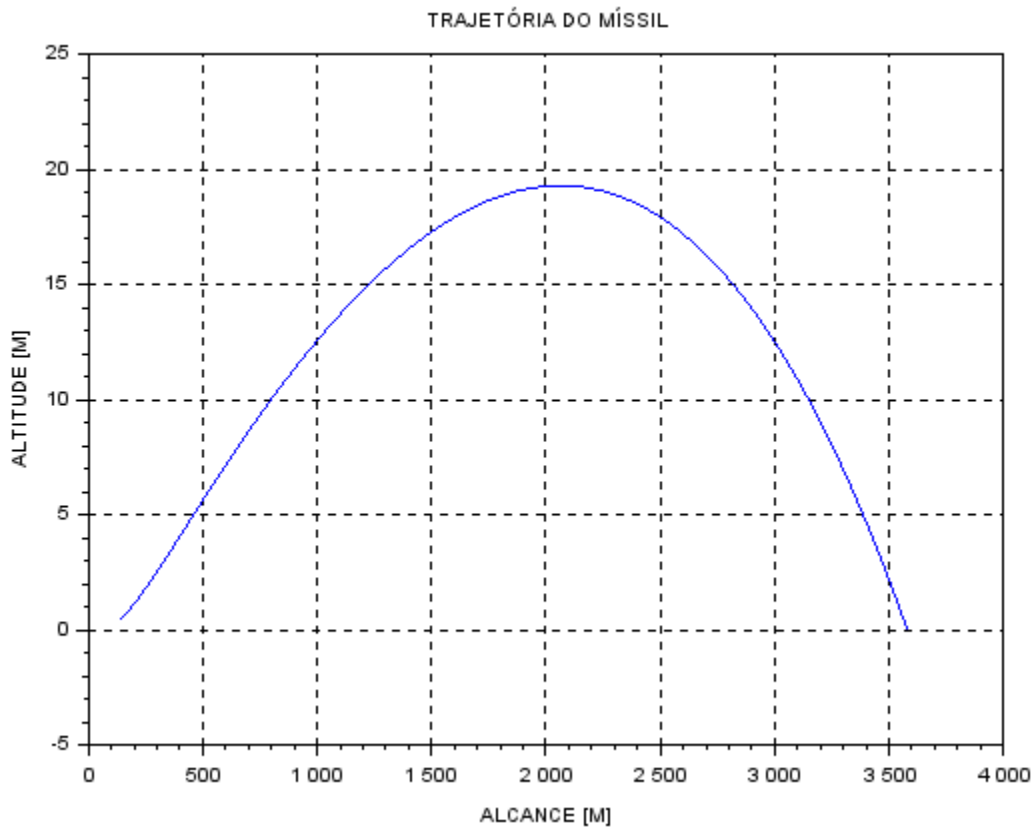


FIG. 4.12 - Trajetória do míssil após a queima do grão propelente do tipo estrela.

A figura 4.12 representada a trajetória após a queima do grão propelente em seu terceiro estágio. Durante este estágio foram achados os seguintes resultados:

- Posição em alcance: 3579,43 m;
- Altitude máxima atingida: 19,28 m;
- Velocidade final do míssil: 136,11 m/s; e
- Tempo até atingir o alvo 19,19 s.

A situação para o segundo problema, para o grão do tipo estrela, obteve-se uma velocidade final, posição em alcance e posição em altura maior, devido ao fato da queima do grão se sustentar durante um período de tempo mais longo, conforme pode ser comprovado na equação 4.1.

Devido ao fato da velocidade final e o ângulo de elevação final do segundo estágio serem maiores para a queima do grão propelente do tipo estrela, seu alcance teve um significativo aumento de 2309 m, no primeiro caso, para 3579 m, entretanto a trajetória teve um aumento substancial em sua altura, o que não é desejável para uma trajetória tensa. O tempo de seu percurso também aumentou, já seu alcance teve um acréscimo de aproximadamente 1540 m.

Pode-se também destacar que devido ao aumento da massa do grão propelente, para o grão do tipo estrela, seu impulso total teve um aumento significativo de 2643,25 N.s para 3251,72 N.s, o que também justifica o aumento no alcance do percurso para a queima do grão tipo estrela.

Na figura 4.13 pode-se observar mais claramente as características e mudanças no desenvolvimento da trajetória do grão propelente tubular (linha em azul) e do grão tipo estrela (linha vermelha)

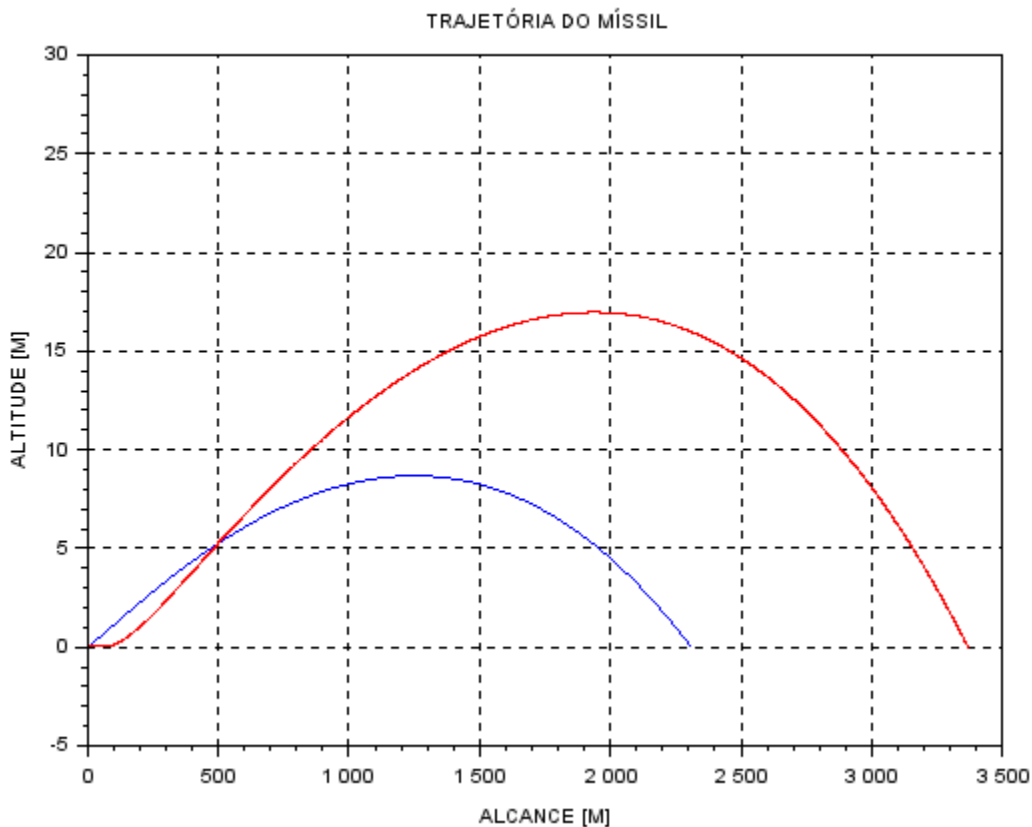


FIG. 4.13 - Comparação das trajetórias do míssil para o grão do tipo tubular e estrela.

Dos resultados obtidos através das simulações podemos comparar os dados obtidos para as duas geometrias de grão propelente. A figura 4.14 mostra a comparação entre os resultados obtidos para os dois tipos de grão.

Tipo de Grão	Tubular	Estrela
Pressão máxima de operação (Mpa)	14,78	5,41
Tempo de queima (s)	0,26	0,861
Impulso específico (s)	261,14	253,09
Massa do grão propelente (kg)	1,06	1,27
Impulso total (N.s)	2643,25	3251,72
Alcance (m)	2309,12	3579,43
Altitude máxima atingida (m)	8,67	19,28
Velocidade máxima (m/s)	232,69	267,42
Velocidade final do míssil (m/s)	150,29	136,11
Tempo até atingir alvo (s)	12,45	19,19

FIG. 4.14 - Comparação entre Grãos Tubular e Estrela.

5. Conclusão

Com o estudo desenvolvido até o momento abordando a motivação, a proposta, o objetivo do trabalho e os conhecimentos oriundos da revisão teórica, pode-se analisar o problema e delinear uma solução.

Esta revisão permitiu o desenvolvimento de uma metodologia para alcançar os objetivos propostos para um míssil qualquer, podendo ser aplicada a outros casos com o mesmo objetivo, como o MSS 1.2 AC. Desta maneira, foi desenvolvido com o auxílio do software SCILAB® os equacionamentos para o cálculo da queima do grão tipo estrela e tubular, bem como o desenvolvimento da trajetória do míssil durante seu segundo e terceiro estágios.

Dos resultados da queima do grão cilíndrico tubular e do grão tipo estrela, pode-se observar um acréscimo significativo do impulso total de 608,47 N.s do grão propelente do tipo estrela. Entretanto foi aumentado o tempo de queima total do propelente. A diferença de tempo de queima dos dois tipos de grão ocorreu pois a superfície de queima, a taxa de queima e a pressão de operação foram distintas nos dois casos, devido a mudança na geometria do grão propelente que alterou seus parâmetros de queima. Esse aumento do tempo de queima do segundo estágio do propelente acarreta possível modificação na dinâmica do míssil, já que esse tempo adicional de queima pode interferir no guiamento por feixe laser, devido ao maior tempo com ejeção de gases.

A trajetória do míssil durante seus dois estágios teve resultados coerentes dentro da modelagem considerada, apesar de não representar fielmente as condições de um míssil, como o MSS 1.2 AC, pois os coeficientes de arrasto adotados foram de um míssil similar e não foi considerado o guiamento do míssil. Também não foram considerados regimes transientes como as trocas de estágio e variação na velocidade de queima. Entretanto, pode-se através deste modelo obter bons resultados para análise e discussões sobre o alcance do míssil quando se modifica seus parâmetros relacionados ao grão propelente, conforme objetivo proposto.

Apesar de termos alcançado um resultado significativo no seu alcance, ainda devem ser analisados outros aspectos, pois a trajetória teve uma pequena alteração na sua altitude, o que muitas vezes não é desejado para um tiro tenso, bem como a velocidade final de impacto desejada para atingir o alvo.

Devido ao fato da velocidade final e o ângulo de elevação final do segundo estágio serem maiores para a queima do grão propelente do tipo estrela, seu alcance teve um significativo aumento de 2309 para 3579 m. Entretanto a trajetória teve um aumento substancial em sua altura e tempo de chegada até o alvo, o que não é desejável. A trajetória do míssil nestes dois casos foi considerada sem o guiamento, com o guiamento sua trajetória poderia ser modificada, pois seu ângulo de elevação bem como o ângulo de ataque do míssil poderiam ser controlados para

obter uma trajetória mais tensa. Entretanto seu alcance poderia variar negativamente, já que sua trajetória não teria um perfil parabólico e sua altura máxima seria reduzida, o que poderia diminuir seu alcance.

Com os resultados obtidos alcançamos os objetivos previstos no cronograma do trabalho visto na figura 5.2, deixando para pesquisas futuras as seguintes propostas:

- Faz-se necessário uma nova análise estrutural do míssil (MSS 1.2 AC), já que as forças aerodinâmicas podem tornar-se mais intensas devido ao aumento do número de Mach máximo atingido com a troca de grão, que mudou de 0,82 para 0,89. Neste caso, para solucionar o problema pode-se analisar a possibilidade de redimensionar as tubeiras do míssil para que velocidades finais após a queima do grão propelente fiquem dentro dos limites de resistência da estrutura;
- Analisar a possibilidade de alterar a composição química do grão propelente de modo a alterar sua velocidade de queima, tendo em vista que a pressão máxima atingida pela queima do grão estrela é bem inferior à do grão tubular. Sendo assim a câmara de combustão tem capacidade de suportar pressões maiores, o que combinado com o melhor aproveitamento espacial do grão estrela pode gerar um impulso total ainda maior sem exceder os limites estruturais;
- Incluir nos cálculos da trajetória a variável guiamento, tendo em vista que neste trabalho somente foi abordado o alcance máximo em vôo livre sem mudança de trajetória. Com o possível aumento da velocidade de vôo proporcionada pela mudança no grão pode ser feita uma análise aerodinâmica do corpo do míssil, já que seu desempenho em alcance e manobrabilidade pode ser otimizado para essa nova velocidade;
- Avaliar a influência que uma queima mais prolongada do grão propelente pode ter em relação ao sistema de guiamento, já que a fumaça gerada pela queima pode atrapalhar o funcionamento desse sistema. Também analisar se uma possível mudança na composição do propelente causaria uma interferência negativa no guiamento;
- Verificar se a câmara de combustão do míssil é capaz de comportar o grão estrela, e em caso negativo averiguar que modificações podem ser feitas para realizar a adoção do propelente, tendo em vista que um grão único bloquearia a saída dos gases, que se dá por tubeiras laterais.

6. Bibliografia

[1] CARLUCCI, DONALD E.; JACOBSON, SIDNEY S. **Ballistics: Theory and Design of Guns and Ammunition**. Nova York: CRC Press Taylor & Francis Group, 2008.

[2] DEFESA NET. "**Mísseis MSS 1.2 AC - Disparos com Sucesso**". Disponível em: <<http://www.defesanet.com.br/terrestre/noticia/19845/Misseis-MSS-1-2-AC---Disparados-com-Sucesso/>>. Acesso em: 08 de maio de 2016.

[3] DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, CENTRO TECNOLÓGICO DO EXÉRCITO. "**Míssil Superfície-Superfície 1.2 AC (MSS 1.2 AC)**". Disponível em: <<http://www.ctex.eb.br/projetos-em-andamento/81-missil-superficie-superficie-1-2-ac-mss-1-2-ac#visão-geral>>. Acesso em: 08 de maio de 2016.

[4] FARRAR, C. L; LEEMING, D. W. **Military Ballistics: A Basic Manual**. 1. ed. Shrivvenham: Brassey's Publishers Limited, 1983.

[5] FOUGHT, S. OLIVER; JUNIOR, JOHN F. GUILMARTIN. "**rocket and missile system**". Encyclopedia Britannica, Britannica Academic, 2016. Disponível em: <<http://academic-eb-britannica.ez59.periodicos.capes.gov.br/EBchecked/topic/1357360/rocket-and-missile-system>>. Acesso em: 14 de março de 2016.

[6] GUILMARTIN, JOHN F. "**rocket and missile system**". Encyclopedia Britannica, Britannica Academic, 2016. Disponível em: < <http://global.britannica.com/technology/rocket-and-missile-system> >. Acesso em: 08 de maio de 2016.

[7] IMBEL. "**PÓLVORAS E EXPLOSIVOS**". Disponível em: <<http://www.imbel.gov.br/index.php/explosivos#tab-1>>. Acesso em: 16 de junho de 2016.

[8] MAHAN, BRUCE M.; MYERS, ROLLIE J. **Química um Curso Universitário**. 4. ed. São Paulo: Edgard Blucher Ltda, 1993.

[9] SCIAMARELI, JAIRO; TAKAHASHI, MARTA FERREIRA KOYAMA; TEIXEIRA, JOSÉ MARIA. **Propelente sólido compósito polibutadiênico: I- Influência do agente de ligação**. Química Nova, São José dos Campos, v. 25, n. 1, p. 107-110, 2002.

[10] RIPER, A. B. V. **Rockets and Missiles - The LifeE Story of a Technology**. Westport: Greenwood technographies, 2004. ISBN 0-313-32795-5.

[11] SUTTON, P. GEORGE; BIBLARZ, OSCAR. **Rocket Propulsion Elements**. 8. ed. New Jersey: John Wiley & Sons Inc., 2010.

[12] TOKER, K. A. **"Three-Dimensional Retarding Walls and Flow in Their Vicinity"**. 2004. 164 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Engenharia Mecânica, The Graduate School of Natural and Applied Sciences of The Middle East Technical University, Ancara.

[13] TURNER, MARTIN J. L. **Rocket and Spacecraft Propulsion: Principles, Praticce and New Developments**. 2. ed. Chichester: Praxis Publishing Ltda, 2006.

[14] US Army Material Command's Engineering Design Handbook Program. **Military Handbook: Design of Aerodynamically Stabilized Free Rockets MIL-HDBK-762(MI)**. 1990. 716 p.

[15] FERNANDES, IVO XAVIER . **Topónimos e Gentílicos I**. Porto: Editora Educação Nacional Ltda, 1941.

[16] BASTOS,EXPEDITO CARLOS STEPHANI; PAULA, VICTOR MAGNO GOMES. **MÍSSEIS NO EXÉRCITO BRASILEIRO 1958 – 2009**. Disponível em: <<http://www.ecsbdefesa.com.br/defesa/fts/MEB.pdf>> . Acesso em: 16 de setembro de 2016.

[17] Disponível em: <<http://www.planobrazil.com/dezembro-08/>>. Acesso em: 16 de setembro de 2016.

[18] NASA. **Solid Propellant Grain Design and Internal Ballistics SP-8076**. Março, 1972

[19] NAKKA, RICHARD. **Web site de foguetaria experimental de Richard Nakka**. Disponível em: <http://servidor.demec.ufpr.br/foguete/curso_pos_2013-3/Apostila/Traducao_Nakka/Cap_03_Grao-Propelente.pdf>. Acesso em: 16 de setembro de 2016.

[20] AMARANTE, JOSÉ CARLOS ALBANO. **Estágio sobre mísseis anticarro**. Centro Tecnológico do Exército, ca. 2000.

[21] NIEMEYER, L.; PALMEIRA, P. **Combustion of a Solid Propellant: Choosing the Best Geometry**. Engenharia Química - Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro.

[22] Disponível em: < <http://www.aereo.jor.br/wp-content/uploads//2013/12/MSS-1.2-AC.jpg>>. Acesso em: 02 de outubro de 2016.

ANEXO 1 - Scrip SCILAB para Cálculo da Pressão na Câmara para grão propelente estrela

```

clear;
clc;

//*****
//*****CALCULO PRESSÃO NA CAMARA*****
//*****

St=2*3.1415*(0.5*16.4*10^-3)^2; // para diametro da garganta de 16 mm //área da garganta do bocal do míssil[m2]
ro_b=1610; //retirado da tabela 13-1 do sutton //massa especifica do propelente OK
t=0; //tempo no instante inicial
gama=1.2; // valor de literatura sutton //razao de calor especifico cp/cv OK
R=8314.3/20; //constante universal dos gases[J/Kg K] OK
T1=2550; //retirada da tab 13-1 sutton //temperatura na camara em [K] OK
L=0.099; //comprimento do grao propelente [m] OK
LL=L;
Raio_int=0.0980/2; //raio interno do grão OK
Raio_ext=0.1205/2; // baseado no diametro do mss 1.2 //raio externo do corpo da camara OK
num=8; //número de pontas do grão propelente do tipo estela OK
D=0; //espessura inicial de queima
P_atm=101325; //Pressão Pa
I_total=0; //impulso total inicial

//*****
//*****QUEIMA DO WEB*****
//*****

//CONTADOR

i=1;

//INCREMNTNO DE TEMPO

h=0.001;
PP=P_atm;

//*****DETERMINAÇÃO DO ANGULO FI PARA QUEIMA NEUTRA*****

//DECLARAÇÃO DO VALOR INICIAL DO ANGULO FI

fi=1; //angulo inicial [graus]
fii=0.005; //incremento para angulo [graus]
p_t=1; //vaslor inicial para calculo da diferenca
s_t=0.5; //valor inicial para calculo da diferenca

//*****CONDIÇÃO - DIFERENÇA MENOR OU IGUAL 0.002 PARA ACHAR ANGULO FI*****

while abs(p_t-s_t)>=0.002 then
    primeiro_termo=(%pi/2)+(%pi/num)-(fi/2)*(%pi/180);
    p_t=abs(primeiro_termo)
    //disp(p_t)
    segundo_termo=cotg((fi/2)*(%pi/180));
    s_t=abs(segundo_termo)
    //disp(s_t)
    fi=fi+fii;
end

```

```

disp(fi,">>ÂNGULO PARA QUEIMA NEUTRA [GRAUS]")

//*****CONDIÇÃO DE PARADA - QUEIMA TOTAL DO WEB*****

while D <= Raio_ext-Raio_int then

//TAXA DE QUEIMA DO GRAO PROPELENTE TIPO ESTRELA

//INTERPOLAÇÃO DOS VALORES DE r PARA DIFERENTES VALORES DE PRESSAO (BASE DUPLA)/ tab 12-6 Sutton

r=0.0182;/m/s
//disp(r)

//ESPESURA DE QUEIMA DO GRÃO PROPELENTE TIPO ESTRELA

D=r*t;
//disp(D,"espessura")

//COMPRIMENTO DOS LADOS DA ESTRELA

L_star=Raio_int*sin(%pi/num)/sin(%pi-(fi*pi/360));
//disp(L_star)

//SUPERFICIE DE QUEIMA DO GRÃO ESTRELA

b=r*t*((%pi/2)+(%pi/num)-(fi*pi/360))+L_star+r*t*cotg(fi*pi/360);

//disp(b,"cnst")

Sb(i)=2*num*L_star*b; //area da superficie de queima do grao tipo estrela
//disp(Sb(i),"area grao")

//VELOCIDADE CARACTERISTICA

c_asterisco=sqrt((R*T1*((gama+1)/2)^((gama+1)/(gama-1)))/gama);
//disp(c_asterisco,"vel caract")

//RAZAO DE AREA

K=Sb(i)/St;
//disp(K, "razao area")

//PRESÃO NA CAMARA

P1(i)=K*ro_b*r*c_asterisco;
PP=P1(i);
//disp(P1,"pressao")

t_3=(1-(P_atm/P1(i))^((gama-1)/gama));
//disp(t_3)
a=2*gama;
b=gama-1;
c=R*T1;
cc=sqrt((a/b)*(R*T1)*t_3);
//disp(cc)

//IMPULSO ESPECIFICO

Isp(i)=cc/9.81;
//disp(Isp)

//armazena dados de tempo

```



```

x(i)=t;

//INCREMENTO

t=t+h;
i=i+1;

end

i=i-1;
disp(max(P1/1000000), ">>PRESSÃO MÁXIMA DE OPERAÇÃO [MPa]")
plot(x,P1/1000000)

//*****
//*****QUEIMA DO SLIVERS*****
//*****

//VALORES DE ENTRADA ORIUNDOS DA QUEIMA TOTAL DO WEB

S_b=Sb(i);
P12(1)=P1(i);
x12(1)=t-h;
t=t-h;
tt=0;//novo incremento de tempo para sliver

//COMPRIMENTO DO GRÃO APÓS A QUEIMA TOTAL DO WEB

//L=L+2*r*h;
//disp(L,"L")

//CALCULO DA VARIAÇÃO DA BORDA DO GRAO ESTRELA APÓS A QUEIMA TOTAL DO WEB

X(1)=S_b/(12*L);
sliver(1)=X(1);
//disp(X(1),"X")

//CONTADOR

h=0.001;//incremento de tempo
i=1;

//*****CONDIÇÃO DE PARADA - SLIVERS*****

PP=P12(i);
ss=1;

while P12(i)>0 then

//TAXA DE QUEIMA DO GRAO PROPELENTE

r=0.0182;//m/s
//disp(r)

//CALCULO DO SLIVERS A CADA INSTANTE DE TEMPO

X(i+1)=real(sqrt(X(i)^2-(r*tt)^2));

//CONDIÇÃO QUANDO SLIVERS ATINGE COMPRIMENTO IGUAL ZERO

if X(i+1) ~ 0 then
//Sb(i)=12*L*X(i+1);

```

```

    S_b=12*L*X(i+1)/Sb(i);
    else
        S_b=0;
    end

//disp(S_b,"S_b")

//VELOCIDADE CARACTERISTICA

c_asterisco=sqrt((R*T1*((gama+1)/2)^((gama+1)/(gama-1)))/gama);
//disp(c_asterisco,"vel caract")

//RAZAO DE AREA

K=S_b/St;
//disp(K, "razao area")

//PRESSÃO NA CAMARA

P12(i+1)=K*ro_b*r*c_asterisco;
PP=P12(i+1);

//INCREMENTO

t=t+h;
tt=tt+h;
i=i+1;

//armazena tempo
x12(i)=t;

end

//CALCULO PESO DO GRAO PROPELENTE

peso=(%pi*(Raio_ext^2-Raio_int^2)+num*(L_star^2*sin(fi*%pi/360)*cos(fi*%pi/360)+Raio_int^2*0.5*((fi/2)*(%pi/180)-
sin(fi*%pi/360))))*LL*ro_b;

i=i-1;

disp(t,">>TEMPO DE QUEIMA [s]")
disp(Isp(i-1),">>IMPULSO ESPECIFICO [s]")
disp(peso,"MASSA DO GRÃO PROPELENTE [Kg]")
plot(x12,P12/1000000)
xlabel("PRESSÃO NA CÂMARA","TEMPO [s]", "PRESSÃO [MPa]")
xgrid;

```

ANEXO 2 - Script SCILAB para Cálculo da Pressão na Câmara para Grão Tubular

```
clear;
clc;

/*****
*****CALCULO PRESSÃO NA CAMARA*****
*****/

St=2*3.1415*(0.5*16.4*10^-3)^2;//área da garganta do bocal do míssil[m2]
ro_b=1610;//retirado da tabela 13-1 do sutton //massa específica do propelente OK
t=0;//tempo no instante inicial
gama=1.2;// valor de literatura sutton //razao de calor específico cp/cv OK
R=8314.3/21.87;// R'/M constante universal dos gases[J/mol K] OK
T1=2550;//retirada da tab 13-1 sutton //temperatura na camara em [K] OK
L=0.099;//comprimento do grao propelente OK
Raio_int=0.01140;//raio interno do grão
Raio_ext=0.02083;// baseado no diametro interno da câmara do mss 1.2 OK
num=7;// geometria e disposição dos grãos //número de grãos propelentes OK
D=0;//espessura inicial de queima
P_atm=101325;//Pressão [Pa] OK
I_total=0;//impulso total inicial

/*****
*****QUEIMA DO WEB*****
*****/

//VOLUME DO GRÃO PROPELENTE

volume=(Raio_ext^2-Raio_int^2)*%pi*L*num;

//CONTADOR

i=1;
PP=P_atm;

//INCREMTO DE TEMPO

h=0.001;

/*****CONDIÇÃO DE PARADA - QUEIMA TOTAL DO WEB*****

while D <= Raio_ext-Raio_int then

//TAXA MÉDIA DE QUEIMA DO GRAO PROPELENTE

r=0.0182; //[m/s]
//disp(r,"taxa")

//ESPESSURA DE QUEIMA DO GRÃO PROPELENTE TIPO ESTRELA

D=2*r*t;
//disp(D,"espessura")

//SUPERFICIE DE QUEIMA DO GRÃO

Sb(i)=2*%pi*L*(Raio_ext+Raio_int);//area da superficie de queima de 1 (um) grao tipo tubular
//disp(Sb(i),"area grao")

//VELOCIDADE CARACTERISTICA

c_asterisco=sqrt((R*T1*((gama+1)/2)^((gama+1)/(gama-1)))/gama);
```

```

//disp(c_asterisco,"vel caract")

//RAZAO DE AREA

K=num*Sb(i)/St;

//disp(K, "razao area")

if D <= Raio_ext-Raio_int then

//PRESSÃO NA CAMARA

P1(i)=K*ro_b*r*c_asterisco;
//disp(P1,"pressao")

else

P1(i)=P_atm;

end

//ATUALIZA VALOR DA PRESSÃO NA CAMARA

PP=P1(i);

//CALCULO DA VELOCIDADE EFETIVA DE EXAUSTÃO [M/S2]

t_3=(1-(P_atm/P1(i))^((gama-1)/gama));
//disp(t_3)
a=2*gama;
b=gama-1;
c=R*T1;
cc=sqrt((a/b)*(R*T1)*t_3);
//disp(cc)

//IMPULSO ESPECIFICO [S]

Isp(i)=cc/9.81;
//disp(Isp)

//armazena dados de tempo

x(i)=t;

//INCREMENTO

t=t+h;
i=i+1;

end

//CALCULO C VELOCIDADE DE ESCAPE

i=i-1;

disp(max(P1/1000000),">>PRESSÃO MÁXIMA DE OPERAÇÃO [MPa]")
disp(t-h,">>TEMPO DE QUEIMA DO GRÃO PROPELENTE [s]")
disp(Isp(i-1),">>IMPULSO ESPECÍFICO [s]")
disp(volume*ro_b,">>MASSA DO GRÃO PROPELENTE [Kg]")
plot(x,P1/1000000)
xlabel("PRESSÃO NA CÂMARA","TEMPO [s]", " PRESSÃO [MPa] ")
xgrid;

```

ANEXO 3- Script SCILAB da trajetória do míssil segundo estágio/terceiro estágio.

```
// LIMPA VARIÁVEIS E TELA

clear;
clc;

//*****
//*****2ª ESTÁGIO*****
//*****
//*****CÁLCULO DA TRAJETÓRIA APÓS A QUEIMA TOTAL DO PROPELENTE SEM ATUAÇÃO DE VENTOS
LATERAIS*****

mp=1.273779;//massa do propelente (Kg)*****massa tubular 1.0653222 / massa star 1.273779
mo=15.6;//massa inicial do míssil (Kg)*****
mf=mo-mp;//massa final do míssil
Ksi=mp/mo;//razão de massa do propelente
d=0.1255;//diametro do míssil em metros*****
A=(%pi*d^2)/4;//área de projeção do míssil
Tp=0.869;//tempo de queima do grão propelente (s)*****tempo tubular 0.260 / tempo star 0.869
ro=1.225;//densidade do ar*****
t=0;//instante inicial

//DECLARAÇÃO DA DERIVADA EM RELAÇÃO AO TEMPO DA VELOCIDADE DO MÍSSIL

deff('f2=F2(t,V2)',f2=((C*(Ksi/Tp))/(1-(Ksi*t/Tp)))-((Cd*ro*A)/(2*mo))/(1-
(Ksi*t/Tp))*(sqrt(V2(1)^2+V2(2)^2+V2(3)^2)*V2)+[0 0 -9.81]-
Cddd*cos(alfa*pi/180)*(sqrt(V2(1)^2+V2(2)^2+V2(3)^2)*V2)+Cddd*(V2(1)^2+V2(2)^2+V2(3)^2)*[i1 i2 i3]');

//INCREMENTO DE TEMPO PARA INTEGRAÇÃO

h=Tp/1000;

//DADOS DE ENTRADA PARA ÂNGULO

fi=1;//angulo de elevação
[graus]%%%%%%%%%%
alfa=0.5;//angulo de ataque
[graus]%%%%%%%%%%
teta=fi+alfa;//soma do angulo de ataque e elevação [graus]
bet=0;//angulo de deriva [graus]

//vetor de transformação que transfere coordenadas do sistema do míssil para o sistema inercial

i1=cos(teta*pi/180)*cos(bet*pi/180);
i2=cos(teta*pi/180)*sin(bet*pi/180);
i3=sin(teta*pi/180);

//VELOCIDADE INICIAL [m/s]

Vo=40; //*****
v1=cos(fi*pi/180)*cos(bet*pi/180)*Vo;
v2=cos(fi*pi/180)*sin(bet*pi/180)*Vo;
v3=sin(fi*pi/180)*Vo;
V02=[v1 v2 v3];

//POSIÇÃO INICIAL [m]

P02=[0 0 0];
```

```

//VELOCIDADE CARACTERISTICA [m/s]

c=253*9.81;//c=Isp*g; Isp tubular 261 Isp star 253.09269*****
c1=cos(fi*pi/180)*cos(bet*pi/180)*c;
c2=cos(fi*pi/180)*sin(bet*pi/180)*c;
c3=sin(fi*pi/180)*c;
C02=[c1 c2 c3];

//PRIMEIRO VALOR DO VETOR VELOCIDADE, POSIÇÃO E ACELERAÇÃO

i=1
P2=P02;
V2=V02;
C=C02;
Vx2(i)=V2(1);
Vy2(i)=V2(2);
Vz2(i)=V2(3);
Vt2=sqrt(Vx2(i)^2+Vy2(i)^2+Vz2(i)^2);
Px2(i)=P2(1);
Py2(i)=P2(2);
Pz2(i)=P2(3);

//RUNGE-KUTTA DE 4a ORDEM

i=2

// CONDIÇÃO DE PARADA - IMPACTO COM O SOLO

while t<=Tp do

//INTERPOLAÇÃO DOS VALORES DE Cd PARA DIFERENTES VALORES DE MACH

v_som=340.29;//velocidade do som no nível do mar
Mach=Vt2/v_som;
Mach_tab=[0 0.1666 0.3333 0.5 0.6666 0.8333 0.9166 0.95825 1 1.1666 1.333 1.5 1.6666 1.8333 2 2.1666 2.3333 2.5 2.6666
2.8333 3 3.1666 3.3333 3.5 3.6666 3.8333 4];
Cd_tab=[0.29 0.285 0.275 0.27 0.265 0.27 0.3 0.335 0.35 0.38 0.36 0.345 0.325 0.315 0.3 0.285 0.278 0.265 0.255 0.25 0.245
0.235 0.225 0.215 0.21 0.205 0.20];
Graf=splin(Mach_tab, Cd_tab);
Cd=interp(Mach, Mach_tab, Cd_tab, Graf);

//CALCULO DO COEFICIENTE Cddd
Normal%%%%%%%%%%%%%%

//coeficiente normal dao corpo
Cnb=2;
//coeficiente normal da asa
RAw=1.5541;//razao de aspecto da asa
xw=(1+(8/(%pi*RAw))^2)^0.5;
Sw=0.018888;//area da asa

if Mach > xw then
    CNw=(4/(Mach^2-1)^0.5)*(Sw/A);
else
    CNw=(%pi*RAw/2)*(Sw/A);
end

//coeficiente normal da asa de cauda

RAc1=1.2404;//razao de aspecto da asa
xc1=(1+(8/(%pi*RAc1))^2)^0.5;

```

```

Sc1=0.0271168;//area da asa

if Mach > xc1 then
    CNc1=(4/(Mach^2-1)^0.5)*(Sc1/A);
else
    CNc1=(%pi*RAc1/2)*(Sc1/A);
end

RAc2=8.5504;//razao de aspecto da asa
xc2=(1+(8/(%pi*RAc2))^2)^0.5;
Sc2=0.02217984;//area da asa

if Mach > xc2 then
    CNc2=(4/(Mach^2-1)^0.5)*(Sc2/A);
else
    CNc2=(%pi*RAc2/2)*(Sc2/A);
end

//Cn total

Cn=(CNw+CNc1+CNc2)*cos(alfa*%pi/180);

Cddd=0.5*Cn*ro*(0.25*%pi*d^2)/mf;

// RUNGE-KUTTA 4a ORDEM

L12=h*F2(t,V2);
L22=h*F2(t+h/2,V2+L12/2);
L32=h*F2(t+h/2,V2+L22/2);
L42=h*F2(t+h);
V2=V2+(L12+2*(L22+L32)+L42)/6;

K12=h*V2;
K22=h*(V2+K12/2);
K32=h*(V2+K22/2);
K42=h*(V2+K32);
P2=P2+(K12+2*(K22+K32)+K42)/6;

// POSIÇÃO DO MÍSSIL

Px2(i)=P2(1);
Py2(i)=P2(2);
Pz2(i)=P2(3);

//VELOCIDADE DO MÍSSIL

Vx2(i)=V2(1);
Vy2(i)=V2(2);
Vz2(i)=V2(3);
Vt2=sqrt(Vx2(i)^2+Vy2(i)^2+Vz2(i)^2);

//CÁLCULO DO ANGULO DE PROJEÇÃO PARA CADA INSTANTE DE TEMPO

fi=atan(V2(3)/sqrt(V2(1)^2+V2(2)^2))/%pi*180;
ang2(i)=fi;
//disp(fi)

//INCREMENTO

i=i+1;
t=t+h;
Tp1=t;

```

```

end;

i=i-1;

disp("*****DADOS DO 2ª ESTÁGIO*****")
disp(Px2(i),">>POSIÇÃO FINAL NO EIXO X APÓS A QUEIMA TOTAL DO GRÃO PROPELENTE [M]")
disp(Pz2(i),">>POSIÇÃO FINAL DA ALTITUDE Z APÓS A QUEIMA TOTAL DO GRÃO PROPELENTE [M]")
disp(Vt2,">>VELOCIDADE FINAL DO MÍSSIL APÓS A QUEIMA TOTAL DO PROPELENTE [M/S]")
disp(ang2(i),">>ÂNGULO FINAL [GRAUS]")

// GRÁFICO

plot(Px2,Pz2);
xgrid

//*****
//*****3ª ESTÁGIO*****
//*****
//**CÁLCULO DA TRAJETÓRIA APÓS A QUEIMA TOTAL DO PROPELENTE SEM ATUAÇÃO DE VENTOS
//LATERAIS**

T=Tp1;//instante inicial

//DECLARAÇÃO DA DERIVADA EM RELAÇÃO AO TEMPO DA VELOCIDADE DO MÍSSIL

deff('f3=F3(t,V3)',f3=[0 0 -9.81]-Cdd*(sqrt(V3(1)^2+V3(2)^2+V3(3)^2)*V3)-
Cdd*cos(alfa*pi/180)*(sqrt(V3(1)^2+V3(2)^2+V3(3)^2)*V3)+Cddd*(V3(1)^2+V3(2)^2+V3(3)^2)*[i1 i2 i3]);

//vetor de transformação que transfere coordenadas do sistema do míssil para o sistema inercial

i1=cos(teta*pi/180)*cos(bet*pi/180);
i2=cos(teta*pi/180)*sin(bet*pi/180);
i3=sin(teta*pi/180);

//INCREMENTO DE TEMPO PARA INTEGRAÇÃO

h=0.01;

//DADOS DE ENTRADA CALCULADOS NO ALCANCE DURANTE A QUEIMA TOTAL DO GRÃO PROPELENTE

V03=[Vx2(i) Vy2(i) Vz2(i)];
P03=[Px2(i) Py2(i) Pz2(i)];

//PRIMEIRO VALOR DO VETOR VELOCIDADE, POSIÇÃO E ACELERAÇÃO

i=1
t=0;
P3=P03;
V3=V03;
Vx3(i)=V3(1);
Vy3(i)=V3(2);
Vz3(i)=V3(3);
Vt3=sqrt(Vx3(i)^2+Vy3(i)^2+Vz3(i)^2);
Px3(i)=P3(1);
Py3(i)=P3(2);
Pz3(i)=P3(3);

//RUNGE-KUTTA DE 4ª ORDEM

i=2

// CONDIÇÃO DE PARADA - IMPACTO COM O SOLO

```



```

while P3(3)>=0 do

//INTERPOLAÇÃO DOS VALORES DE Cd PARA DIFERENTES VALORES DE MACH

v_som=340.29;//velocidade do som no nível do mar
Mach=Vt3/v_som;
Mach_tab=[0 0.1666 0.3333 0.5 0.6666 0.8333 0.9166 0.95825 1 1.1666 1.333 1.5 1.6666 1.8333 2 2.1666 2.3333 2.5 2.6666
2.8333 3 3.1666 3.3333 3.5 3.6666 3.8333 4];
Cd_tab=[0.39 0.38 0.365 0.36 0.361 0.381 0.4 0.45 0.5 0.58 0.56 0.575 0.5 0.48 0.45 0.43 0.415 0.39 0.375 0.355 0.34 0.325
0.31 0.29 0.285 0.275 0.27];
Graf=splin(Mach_tab, Cd_tab);
Cd=interp(Mach, Mach_tab, Cd_tab, Graf);
//CÁLCULO DO COEFICIENTE Cdd
//Cd=0; //SEM AÇÃO DA FORÇA DE ARRASTO
Cdd=0.5*Cd*ro*(0.25*pi*d^2)/mf;

//CALCULO DO COEFICIENTE Cddd
SUSTENTAÇÃO%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
//coeficiente normal do corpo
Cnb=2;
//coeficiente normal da asa
RAw=1.5541;//razao de aspecto da asa
xw=(1+(8/(%pi*RAw))^2)^0.5;
Sw=0.018888;//area da asa

if Mach > xw then
    CNw=(4/(Mach^2-1)^0.5)*(Sw/A);
else
    CNw=(%pi*RAw/2)*(Sw/A);
end

//coeficiente normal da asa de cauda

RAc1=1.2404;//razao de aspecto da asa
xc1=(1+(8/(%pi*RAc1))^2)^0.5;
Sc1=0.0271168;//area da asa

if Mach > xc1 then
    CNc1=(4/(Mach^2-1)^0.5)*(Sc1/A);
else
    CNc1=(%pi*RAc1/2)*(Sc1/A);
end

RAc2=8.5504;//razao de aspecto da asa
xc2=(1+(8/(%pi*RAc2))^2)^0.5;
Sc2=0.02217984;//area da asa

if Mach > xc2 then
    CNc2=(4/(Mach^2-1)^0.5)*(Sc2/A);
else
    CNc2=(%pi*RAc2/2)*(Sc2/A);
end

//Cn total

Cn=(CNw+CNc1+CNc2)*cos(alfa*pi/180);

Cddd=0.5*Cn*ro*(0.25*pi*d^2)/mf;

// RUNGE-KUTTA 4a ORDEM

```

```

L13=h*F3(t,V3);
L23=h*F3(t+h/2,V3+L13/2);
L33=h*F3(t+h/2,V3+L23/2);
L43=h*F3(t+h);
V3=V3+(L13+2*(L23+L33)+L43)/6;

```

```

K13=h*V3;
K23=h*(V3+K13/2);
K33=h*(V3+K23/2);
K43=h*(V3+K33);
P3=P3+(K13+2*(K23+K33)+K43)/6;
t=t+h;

```

```
// POSIÇÃO DO MÍSSIL
```

```

Px3(i)=P3(1);
Py3(i)=P3(2);
Pz3(i)=P3(3);

```

```
//VELOCIDADE DO MÍSSIL
```

```

Vx3(i)=V3(1);
Vy3(i)=V3(2);
Vz3(i)=V3(3);
Vt3=sqrt(Vx3(i)^2+Vy3(i)^2+Vz3(i)^2);

```

```
//CÁLCULO DO ANGULO DE PROJEÇÃO PARA CADA INSTANTE DE TEMPO
```

```

fi=atan(V3(3)/sqrt(V3(1)^2+V3(2)^2))/pi*180;
ang3(i)=fi;

```

```
//INCREMENTO
```

```

i=i+1
T=T+h;

```

```
end;
```

```
i=i-1;
```

```

disp("*****DADOS DO 3ª ESTÁGIO*****")
disp(Px3(i),">>ALCANCE TOTAL DO MÍSSIL ATÉ O ALVO [M]")
disp(max(Pz3),">>ALTITUDE MÁXIMA ATINGIDA PELO MÍSSIL DURANTE SUA TRAJETÓRIA COMPLETA [M]")
disp(Vt3,">>VELOCIDADE FINAL DO MÍSSIL AO ATINGIR O ALVO [M/S]")
disp(T,">>TEMPO ATÉ ATINGIR O ALVO [S]")

```

```
// GRÁFICO
```

```

plot(Px3,Pz3);
plot(2000,30)
xgrid
xtitle("TRAJETÓRIA DO MÍSSIL", "ALCANCE [M]", "ALTITUDE [M] ")

```