



CONCURSO DE ADMISSÃO
AO
CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO
MATEMÁTICA



CADERNO DE QUESTÕES

2017/2018

1ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Seja o número complexo z que satisfaz a relação $2(z - i)^{2017} = (\sqrt{3} + i)(iz - 1)^{2017}$. Determine z , sabendo-se que

$$|z| = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

2ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Resolva a inequação abaixo, onde x é uma variável real.

$$2|x^3| - 6x^2 + 3|x| + 2 < 0$$

3ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Sabendo que $|x| \leq \frac{\pi}{6}$ e que x satisfaz a equação abaixo

$$\frac{3 - \cos x(4\cos x + \sin x)}{10\sin^2 x - 8\sin x \cos x} = \frac{1}{2}$$

Determine os possíveis valores de x .

4ª QUESTÃO

Valor: 1,0

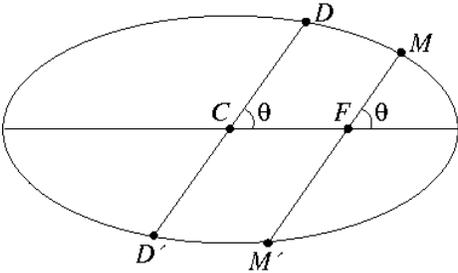
Sejam a , b , c e d números reais positivos diferentes de 1. Temos que $\log_a d$, $\log_b d$ e $\log_c d$ são termos consecutivos de uma progressão geométrica e que a , b e c formam uma progressão aritmética em que $a < b < c$. Sabendo-se que $b = b^{\log_a b} - a$, determine:

- Os valores de a , b e c ;
- As razões das progressões aritmética e geométrica, r e q , respectivamente.

5ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Um ônibus escolar transporta n crianças. Seja A o evento em que dentro do ônibus tenham crianças de ambos os sexos e B o evento em que há no máximo uma menina dentro do ônibus. Determine o valor de n para que os eventos A e B sejam independentes.

6ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>Seja a matriz $A = \begin{bmatrix} k & -3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$, com k real.</p> <p>Determine a faixa de valores de k para que exista uma matriz de números reais P tal que as condições abaixo sejam atendidas simultaneamente:</p> <p>a) $A^T P + PA = I$ em que A^T é a transposta da matriz A e I é a matriz identidade;</p> <p>b) P seja simétrica;</p> <p>c) $p_{11} > 0$, em que p_{11} é o elemento da linha 1 e coluna 1 de P; e</p> <p>d) $P > 0$, em que P é o determinante da matriz P.</p>	
7ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>Determine todos os números primos p, q e r tais que $35p + 11pq + qr = pqr$.</p>	
8ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>Considere a elipse abaixo, onde DD' é uma corda passando pelo seu centro, MM' uma corda focal e o eixo maior da elipse é $2a$. Prove que:</p> $DD'^2 = MM' \cdot 2a$ 	
9ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>Considere um triângulo ABC onde $BC = a$, $AB = c$, $AC = b$, $c > b$. O círculo inscrito a esse triângulo tangencia BC em D e DE é um diâmetro desse círculo. A reta que tangencia o círculo e que passa por E intercepta AB em P e AC em Q. A reta AE intercepta BC no ponto R. Determine os segmentos de reta EQ e DR em função dos lados do triângulo: a, b e c.</p>	
10ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>Seja um cubo regular, onde os centros de suas faces são vértices de um octaedro. Por sua vez, os centros das faces deste octaedro formado são vértices de outro cubo. Obtendo consecutivamente octaedros e cubos infinitamente, determine a razão da soma do volume de todos os poliedros inscritos pelo volume do cubo inicial.</p>	