

1ª Questão: Valor : 1,0

Determine as raízes de $z^2 + 2iz + 2 - 4i = 0$ e localize-as no plano complexo, sendo $i = \sqrt{-1}$.

2ª Questão: Valor : 1,0

Sejam as funções $g(x)$ e $h(x)$ assim definidas:

$$g(x) = 3x - 4; h(x) = f(g(x)) = 9x^2 - 6x + 1.$$

Determine a função $f(x)$ e faça seu gráfico.

3ª Questão: Valor : 1,0

Calcule o valor de $(1,02)^{-10}$, com dois algarismos significativos, empregando a expansão do binômio de Newton.

4ª Questão: Valor : 1,0

Determine θ sabendo-se que:

$$(i) \frac{1 - \cos^4 \theta}{1 - \sin^4 \theta} \cdot \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta} = \frac{2}{3} ;$$

(ii) $0 < \theta < 2$ radianos.

5ª Questão: Valor : 1,0

Determine α para que seja impossível o sistema :

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 3x - y + 5z = 2 \\ 4x + y + (\alpha^2 - 14)z = \alpha + 2 \end{cases}$$

6ª Questão: Valor : 1,0

Determine as possíveis progressões aritméticas para as quais o resultado da divisão da soma dos seus n primeiros termos pela soma dos seus $2n$ primeiros termos seja independente do valor de n .

7ª Questão: Valor : 1,0

Determine uma matriz não singular P que satisfaça à equação matricial $P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, onde $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$.

8ª Questão: Valor : 1,0

Seja o polinômio $P(x)$ de grau $(2n + 1)$ com todos os seus coeficientes positivos e unitários. Dividindo-se $P(x)$ por $D(x)$, de grau 3, obtém-se o resto $R(x)$.

Determine $R(x)$, sabendo-se que as raízes de $D(x)$ são as raízes de $A(x) = x^4 - 1$ e que $D(1) = 0$.

9ª Questão: Valor : 1,0

Uma piscina de base retangular tem, em metros, as seguintes dimensões: base, 5×6 e altura, 3. Dois terços do volume da piscina são ocupados por água. Na superfície superior da água, forma-se uma pequena bolha de ar. A bolha de ar está equidistante das paredes de 5m de base. Em relação às paredes de 6m de base, sua posição é tal que a distância a uma das paredes é o dobro da distância à outra.

Estabeleça um sistema de coordenadas retangulares que tenha como origem um dos cantos interiores da piscina e como um dos planos coordenados a parede de base de 6m mais próxima da bolha. Em relação a este sistema, determine as coordenadas

retangulares do ponto onde se encontra a bolha de ar.

10ª Questão: Valor : 1,0

ABCD é um quadrado de lado ℓ , conforme figura abaixo. Sabendo-se que K é a soma dos quadrados das distâncias de um ponto P do plano definido por ABCD aos vértices de ABCD, determine :

i. o valor mínimo de K e a posição do ponto P na qual ocorre este mínimo ;

ii. o lugar geométrico do ponto P para $K = 4\ell^2$

