

**MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

RICARDO LUIZ DE OLIVEIRA DA ROSA

**ESTABILIZAÇÃO ATIVA PARA SISTEMA DE ARMAS MONTADO EM
VIATURA COM A FINALIDADE DE ATUAR QUANDO OS DISPAROS SÃO
FEITOS COM A VIATURA PARADA**

**RIO DE JANEIRO
2021**

RICARDO LUIZ DE OLIVEIRA DA ROSA

ESTABILIZAÇÃO ATIVA PARA SISTEMA DE ARMAS MONTADO EM
VIATURA COM A FINALIDADE DE ATUAR QUANDO OS DISPAROS SÃO
FEITOS COM A VIATURA PARADA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em
Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia,
como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre
em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Maurício Gruzman, D.Sc.

Rio de Janeiro

2021

©2021

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do autor e do orientador.

Rosa, Ricardo Luiz de Oliveira da.

Estabilização ativa para sistema de armas montado em viatura com a finalidade de atuar quando os disparos são feitos com a viatura parada / Ricardo Luiz de Oliveira da Rosa. – Rio de Janeiro, 2021.

155 f.

Orientador: Maurício Gruzman.

Dissertação (mestrado) – Instituto Militar de Engenharia, Engenharia Mecânica, 2021.

1. Estabilização de Sistemas de Armas. 2. Controle Clássico. 3. Controle Moderno. 4. Modelagem Dinâmica. 5. Método dos Elementos Finitos. 6. Elementos Finitos Unidimensionais. i. Gruzman, Maurício (orient.) ii. Título

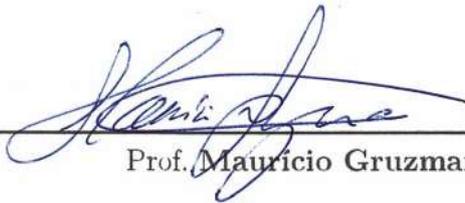
RICARDO LUIZ DE OLIVEIRA DA ROSA

Estabilização ativa para sistema de armas montado em viatura com a finalidade de atuar quando os disparos são feitos com a viatura parada

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Maurício Gruzman.

Aprovado em Rio de Janeiro, 29 de janeiro de 2021, pela seguinte banca examinadora:



Prof. Maurício Gruzman - D.Sc. do IME - Presidente



Prof. Gustavo Simão Rodrigues - D.Sc. do IME



Prof. César Augusto Lampe Linhares da Fonseca - Ph.D. do CIAW

Rio de Janeiro

2021

*Aos professores, de profissão ou vocação,
que se dedicam a educar e ensinar as gerações atuais e futuras.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por me proporcionar saúde e sanidade mental durante este período de duração do curso, e as demais entidades do plano espiritual que por ventura tenham contribuído, mesmo sem eu ter tomado ciência.

Ao Exército Brasileiro, que me proporcionou a oportunidade de me dedicar ao curso em período integral, contribuindo assim para o meu aprimoramento profissional e capacidade de contribuir com a pátria no desenvolvimento de minhas atribuições.

Ao Centro Tecnológico do Exército, na figura de todos os seus integrantes, com quem trabalhei e convivi nos meus três primeiros anos após formado e graduado no Instituto Militar de Engenharia (IME). Período em que tive a oportunidade de iniciar minha experiência prática como engenheiro militar exercendo a função de adjunto da Seção de Armamento e Munição (SAM).

A todos os integrantes da SAM, pelo apoio, incentivo e camaradagem. Em especial ao TC Dal Bello, chefe da seção, e a minha chefe imediata e supervisora militar, Maj Olinda, que me atribuíram missões e me proporcionaram oportunidades e ensinamentos valiosos.

Ao IME, na figura de todos os seus professores e colaboradores. Instituto no qual obtive minha graduação como engenheiro mecânico e minha formação militar. Em especial ao meu orientador e tutor acadêmico, TC Gruzman, que me conduziu com excelência no decorrer do curso de mestrado, me passando conhecimentos valiosos e me balizando para que eu não perdesse o rumo do trabalho e dos prazos.

A todos os professores das cadeiras que tive o privilégio de cursar nesse período de mestrado, Cel Pinheiro, Cel Pellanda, Cel Ades, Cel Oliveira, TC Gruzman, TC Simões e Maj Arantes, aos integrantes da banca dos seminários, Maj Simão e Maj Édio, e aos integrantes da banca examinadora. O conhecimento adquirido nessas oportunidades foram essenciais para a elaboração deste trabalho.

Aos companheiros de turma, pela ajuda, material, experiência e conhecimento compartilhados, essenciais para o bom aproveitamento e compreensão das matérias cursadas e demais processos inerentes ao curso.

Aos meus familiares, que me deram educação, exemplo de valores e incentivo em seguir no caminho dos estudos e da formação profissional com ética e responsabilidade. Por fim, a todos que contribuíram de alguma maneira para a concretização do presente trabalho, minha sincera gratidão.

*“Não sou a favor da guerra, mas para prevenir a guerra
nosso exército deve ser muito forte, bem armado,
e pronto para defender a pátria.”
(Sergey Shoigu)*

RESUMO

Neste trabalho, é realizado um estudo de estabilização ativa para sistema de armas remotamente controlado, montado em viatura de estrutura tubular, com a finalidade de atuar quando os disparos são realizados com a viatura parada. A modelagem do sistema completo, composto pela viatura e pelo sistema de armas (planta do problema estudado para fins de simulação), foi realizada no domínio do tempo pelo método dos elementos finitos, utilizando elementos finitos unidimensionais, com possibilidade de deslocamento de translação e rotação nos três eixos espaciais. Para a síntese dos controladores, elaborou-se um modelo do sistema de armas no domínio da frequência, de maneira a se obter uma função de transferência de ordem reduzida, possibilitando a aplicação dos conceitos de controle clássico para a obtenção dos ganhos dos controladores PD e PI. A representação em espaço de estados do modelo reduzido foi utilizada para a síntese dos controladores ótimos LQR e LQG. Por fim, foram realizadas simulações dinâmicas em regimes de tiro variados, com a finalidade de comparar os desempenhos dos diferentes controladores quanto à rejeição de distúrbios provenientes dos disparos, à intensidade do sinal de controle e sensibilidade à variação paramétrica da planta (azimute a 0° e a 90°). Embora os sistemas de armas montados em viaturas geralmente possuam estabilização em azimute e elevação, no presente trabalho apenas a estabilização em elevação foi analisada. Os resultados demonstram um melhor desempenho dos controladores clássicos quanto ao desvio padrão da saída controlada (ângulo de elevação da arma), e menor intensidade de sinal de controle para os controladores modernos (ótimos). Todos os controladores apresentaram baixa sensibilidade quanto à variação de azimute.

Palavras-chave: Estabilização de Sistemas de Armas. Controle Clássico. Controle Moderno. Modelagem Dinâmica. Método dos Elementos Finitos. Elementos Finitos Unidimensionais.

ABSTRACT

In this study, an active stabilization analysis is conducted for a remotely controlled weapon system, mounted in a tubular structure vehicle, whose purpose is to act when the shots are performed when the vehicle is parked. The complete system model, composed by vehicle and weapon system (problem plant studied for simulation purposes), was performed in the time domain by the finite element method, using one-dimensional finite elements, with the possibility of translational displacement and rotation in the three spatial axes. For the controller synthesis, a model of the weapon system was elaborated in the frequency domain, in order to obtain a reduced order transfer function, enabling the application of the concepts of classical control to obtain the gains of the PD and PI controllers. The state space representation of the reduced model was used for the synthesis of the optimal LQR and LQG controllers. Finally, dynamic simulations were performed in varied shooting regimes, in order to compare the performances of different controllers regarding the rejection of disturbances from the shots, the intensity of the control signal and the sensitivity to parametric variation of the plant (azimuth at 0° and 90°). Although the systems of weapons mounted on vehicles usually have stabilization in azimuth and elevation, in the present study only the stabilization in elevation was analyzed. The results demonstrate a better performance of the classical controllers regarding the standard deviation of the controlled output (weapon elevation angle), and lower intensity of control signal for modern (optimal) controllers. All controllers showed low sensitivity regarding azimuth variation.

Keywords: Stabilization of Weapons System. Classic Control. Modern Control. Dynamic Modeling. Finite Element Method. Unidimensional Finite Elements.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Triângulo de Ferro [1] (adaptada)	26
Figura 1.2 – Arma de artilharia autopropulsada Aleksandar 155mm [2]	27
Figura 1.3 – Veículos terrestres não tripulados dotados de armamento estabilizado	28
Figura 1.4 – Viaturas Iveco 4x4 dotadas de SARC	29
Figura 1.5 – Viaturas leves de chassi tubular com reparo para metralhadora	29
Figura 2.1 – Elementos finitos grelha e sólido [22]	34
Figura 3.1 – EFU básicos [33] (adaptada)	37
Figura 3.2 – Elemento espacial [33] (adaptada)	38
Figura 3.3 – Relações geométricas entre os sistemas de coordenadas do sistema e do elemento E	45
Figura 3.4 – Nós ligados por mola [41]	48
Figura 3.5 – Exemplos de forças, elementos de rigidez e de massa concentrados [33] (adaptada)	52
Figura 3.6 – Modelo do VOM 2013 [23]	56
Figura 3.7 – Vista superior do VOM 2013 (dimensões em mm) [23]	56
Figura 3.8 – Curvas de rigidez vertical, longitudinal e lateral dos pneus [25]	57
Figura 3.9 – Deformação lateral e longitudinal no pneu [25]	57
Figura 3.10 – Representação da rigidez e amortecimento dos pneus	58
Figura 3.11 – Posição espacial dos conjuntos mola-amortecedor da suspensão dianteira	59
Figura 3.12 – Posição espacial dos conjuntos mola-amortecedor da suspensão traseira	59
Figura 3.13 – Ação dos conjuntos mola-amortecedor da suspensão dianteira e pneus no chassi	60
Figura 3.14 – Ação dos conjuntos mola-amortecedor da suspensão traseira e pneus no chassi	61
Figura 3.15 – Distribuição nos nós do chassi das massas e momentos de inércia dos componentes não modelados do veículo	62
Figura 3.16 – <i>Protector Super Lite</i> [47]	62
Figura 3.17 – Metralhadora FN® M2HB-QCB calibre .50" (12,7x99mm) [48]	63
Figura 3.18 – Curva de tiro para arma calibre .50" (12,7mm)	64
Figura 3.19 – Arquitetura de controle em malha fechada com realimentação negativa [57]	70
Figura 3.20 – Diagrama de blocos para a arquitetura clássica de controle	71
Figura 3.21 – Representação do polo de parte imaginária positiva da função de transferência de segunda ordem padrão no plano complexo [56] (adaptada)	73
Figura 3.22 – Características de desempenho de um sistema em resposta ao degrau unitário [56]	73

Figura 3.23–Diagrama de magnitude de resposta em frequência de malha fechada que indica a frequência angular de corte ω_b e a banda passante [56] . . .	74
Figura 3.24–Diagrama de blocos do sistema em espaço de estados com realimentação de estados	77
Figura 3.25–Estrutura de controle baseada em observador de estados [65] (adaptada)	78
Figura 3.26–Estrutura LQG [65] (adaptada)	81
Figura 4.1 – Modelo da planta	83
Figura 5.1 – Configurações de azimute da arma para simulação da planta	93
Figura 5.2 – Animação da acomodação da planta para Az 0° [72]	93
Figura 5.3 – Animação da acomodação da planta para Az 90° [73]	94
Figura 5.4 – Posições dos centros de massa e de atuação das forças e torques no sistema (vista lateral)	94
Figura 5.5 – Posições verticais durante a acomodação da planta submetida à ação da gravidade com eixo do motor freado	96
Figura 5.6 – Posições angulares durante a acomodação da planta submetida à ação da gravidade com eixo do motor freado	97
Figura 5.7 – Posições verticais durante a acomodação da planta submetida à ação da gravidade com eixo do motor livre	97
Figura 5.8 – Posições angulares durante a acomodação da planta submetida à ação da gravidade com eixo do motor livre	98
Figura 5.9 – Posições verticais do eixo de elevação freado durante a acomodação da planta submetida à ação da gravidade	99
Figura 5.10–Posições verticais do eixo de elevação livre durante a acomodação da planta submetida à ação da gravidade	99
Figura 5.11–Posições angulares do eixo de elevação freado durante a acomodação da planta submetida à ação da gravidade	100
Figura 5.12–Posições angulares do eixo de elevação livre durante a acomodação da planta submetida à ação da gravidade	100
Figura 5.13–Animação da série de tiro 1-30 para Az 0° [77]	102
Figura 5.14–Animação da série de tiro 1-30 para Az 90° [78]	103
Figura 5.15–Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha aberta sujeita às perturbações da série de tiro 1-1	103
Figura 5.16–Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha aberta sujeita às perturbações da série de tiro 2-1	104
Figura 5.17–Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha aberta sujeita às perturbações da série de tiro 1-5	104
Figura 5.18–Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha aberta sujeita às perturbações da série de tiro 1-30	105
Figura 6.1 – Modelo da torre isolada para controle de posição angular (vista lateral)	108

Figura 6.2 – Diagrama de Bode do modelo da torre isolada (modelo) e do modelo da torre integrada com o veículo (planta) para controle de posição angular	109
Figura 6.3 – Diagrama de Bode do modelo da torre isolada incluindo eixo do motor (modelo) e do modelo da torre integrada com o veículo (planta) para controle de posição angular	111
Figura 6.4 – Resposta ao degrau unitário da planta e do modelo em malha aberta e em malha fechada com realimentação unitária (controle de posição angular)	111
Figura 6.5 – Modelo da torre isolada para controle de velocidade angular (vista lateral)	112
Figura 6.6 – Diagrama de Bode do modelo da torre isolada (modelo) e do modelo da torre integrada com o veículo (planta) para controle de velocidade angular	113
Figura 6.7 – Diagrama de Bode do modelo da torre isolada incluindo eixo do motor (modelo) e do modelo da torre integrada com o veículo (planta) (controle de velocidade angular)	115
Figura 6.8 – Resposta ao degrau unitário da planta e do modelo em malha aberta e em malha fechada com realimentação unitária (controle de velocidade angular)	115
Figura 6.9 – Lugar das raízes da função de transferência do modelo	116
Figura 6.10 – Ajuste do ganho proporcional utilizando o CSD (MATLAB®)	117
Figura 6.11 – Obtenção dos ganhos do controlador PD utilizando o CSD (MATLAB®)	118
Figura 6.12 – Lugar das raízes do ramo direto do modelo comparado com os polos e zeros do modelo e da planta	119
Figura 6.13 – Resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada com controlador PD do modelo e da planta	119
Figura 6.14 – Lugar das raízes da função de transferência do modelo (controle de velocidade angular)	120
Figura 6.15 – Ajuste do ganho proporcional utilizando o CSD (controle de velocidade angular) (MATLAB®)	121
Figura 6.16 – Obtenção dos ganhos do controlador PI utilizando o CSD (MATLAB®)	122
Figura 6.17 – Lugar das raízes do ramo direto do modelo comparado com os polos e zeros do modelo (em espaço de estados) e da planta	124
Figura 6.18 – Resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada com realimentação de estados do modelo e da planta	125
Figura 6.19 – Lugar das raízes do ramo direto do modelo comparado com os polos e zeros do modelo (em espaço de estados) e da planta para a estrutura LQR	126
Figura 6.20 – Resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada do modelo e da planta para a estrutura LQR	127
Figura 6.21 – Torque de perturbação na arma em função do tempo para a série de tiro 1-30	128

Figura 6.22–Perturbação de entrada no sistema (força de recuo) em função do tempo para a série de tiro 1-30	129
Figura 6.23–Resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada do modelo e da planta para a estrutura LQG	130
Figura 7.1 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador PD sujeita às perturbações da série de tiro 1-1	132
Figura 7.2 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador PD sujeita às perturbações da série de tiro 2-1	133
Figura 7.3 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador PD sujeita às perturbações da série de tiro 1-5	134
Figura 7.4 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador PD sujeita às perturbações da série de tiro 1-30	134
Figura 7.5 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador LQR sujeita às perturbações da série de tiro 1-1	136
Figura 7.6 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador LQR sujeita às perturbações da série de tiro 2-1	136
Figura 7.7 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador LQR sujeita às perturbações da série de tiro 1-5	137
Figura 7.8 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador LQR sujeita às perturbações da série de tiro 1-30	137
Figura 7.9 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador LQG sujeita às perturbações da série de tiro 1-1	139
Figura 7.10–Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador LQG sujeita às perturbações da série de tiro 2-1	139
Figura 7.11–Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador LQG sujeita às perturbações da série de tiro 1-5	140
Figura 7.12–Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador LQG sujeita às perturbações da série de tiro 1-30	140
Figura 7.13–Comparação de desempenho entre os controladores PD, LQR e LQG para a série de tiro 1-1	142
Figura 7.14–Comparação de desempenho entre os controladores PD, LQR e LQG para a série de tiro 2-1	142
Figura 7.15–Comparação de desempenho entre os controladores PD, LQR e LQG para a série de tiro 1-5	143
Figura 7.16–Comparação de desempenho entre os controladores PD, LQR e LQG para a série de tiro 1-30	143
Figura 7.17–Animação da série de tiro 1-30 para Az 0° em alvo OTAN a 500m [83]	144
Figura 7.18–Animação da série de tiro 1-30 para Az 90° em alvo OTAN a 500m [84]	144
Figura 7.19–Comparação entre as séries de tiro 1-30 em alvo OTAN a 500m	145

LISTA DE QUADROS

Quadro 3.1 – Tipos de elementos finitos unidimensionais	38
Quadro 3.2 – Propriedades dimensionais e mecânicas para o cálculo de $[K]$ e $[M]$. .	39
Quadro 3.3 – Significado dos símbolos das variáveis do cálculo do impulso de recuo .	64
Quadro 3.4 – Parâmetros de entrada para a função de força de recuo da série de tiros	66
Quadro 3.5 – Parâmetros de entrada para o método de RK4 modificado	69
Quadro 5.1 – Características das séries de tiro	102
Quadro 5.2 – Intervalos de tempo considerados para os cálculos estatísticos das séries de tiro	105

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Constantes de rigidez e de amortecimento dos pneus	58
Tabela 3.2 – Valores de rigidez e amortecimento para os conjuntos mola-amortecedor das suspensões	60
Tabela 3.3 – Dados dos componentes não modelados do veículo	61
Tabela 3.4 – Propriedades do SARC <i>Protector Super Lite</i>	63
Tabela 3.5 – Características da arma FN® M2HB-QCB calibre .50" (12,7x99mm) . .	63
Tabela 4.1 – Propriedades dimensionais e estruturais dos tubos do chassi	86
Tabela 4.2 – Propriedades dimensionais e estruturais dos elementos do SARC	87
Tabela 5.1 – Parâmetros de entrada RK4 para a simulação da acomodação do sistema	96
Tabela 5.2 – Parâmetros de entrada RK4 para a simulação das séries de tiro em malha aberta	101
Tabela 5.3 – Dados estatísticos das séries de tiro em malha aberta	105
Tabela 6.1 – Informações de desempenho da resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada com controlador PD do modelo e da planta	120
Tabela 6.2 – Informações de desempenho da resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada com realimentação de estados do modelo e da planta (baseada em observador)	125
Tabela 6.3 – Informações de desempenho da resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada com controlador LQR	127
Tabela 6.4 – Informações de desempenho da resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada com controlador LQG	131
Tabela 7.1 – Dados estatísticos das séries de tiro em malha aberta e em malha fechada com controladores PD, LQR e LQG	141

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

ABREVIATURAS

APG	<i>Aberdeen Proving Ground</i> (Campo de Provas de Aberdeen)
ASTM	<i>American Society for Testing and Materials</i> (Sociedade Americana de Testes e Materiais)
Az	Azimute, conteira, guinada, <i>yaw</i> ou <i>pan</i>
CAEx	Centro de Avaliações do Exército
CC	Corrente contínua
CSD	<i>Control system designer</i> (ferramenta do MATLAB®)
CTEx	Centro Tecnológico do Exército
DPV	<i>Desert patrol vehicle</i> (veículo de patrulha em deserto)
EB	Elemento de barra
EDO	Equação diferencial ordinária
EE	Elemento de eixo
EFU	Elemento finito unidimensional
EI	Elevação, arfagem, <i>pitch</i> ou <i>tilt</i>
ES	Elemento espacial
EVH	Elemento de viga plana horizontal
EVV	Elemento de viga plana vertical
FFT	<i>Fast Fourier transform</i> (transformada rápida de Fourier)
FT	Função de transferência
TF	Transformada de Fourier
GL	Grau de liberdade
LQG/LTR	<i>Linear quadratic gaussian – loop transfer recovery</i>
LQR	<i>Linear quadratic regulator</i> (regulador quadrático linear)

LR	Lugar das raízes
LTI	<i>Linear time invariant</i> (linear invariante no tempo)
MA	Malha aberta
MAGE	Medidas de apoio de guerra eletrônica
MEF	Método dos elementos finitos
MF	Malha fechada
N2CACGO	Metodologia de identificação com critério de erro definido em norma quadrática (N2), de problema convexo (C) com solução analítica (A) e expansão das funções estimadas na forma de conjuntos geradores otimizados (CGO)
OTAN	Organização do Tratado do Atlântico Norte
P	Proporcional
PD	Proporcional derivativo
PI	Proporcional integral
PID	Proporcional integral derivativo
PRCBI	<i>Parameter robust control by bayesian identification</i> (controle robusto paramétrico por identificação bayesiana)
PRODE	Produto de defesa
PSO	<i>Particle swarm optimization</i> (otimização por enxame de partículas)
RD	Ramo direto
REMAX	Reparo de metralhadora automatizado X
RK4	Runge-Kutta de 4 ^a ordem
SAE	<i>Society of Automotive Engineers</i> (Sociedade de Engenheiros Automotivos)
SARC	Sistema de armamento remotamente controlado
SARP	Sistema aéreo remotamente pilotado
SI	Sistema internacional de unidades
SISO	<i>Single input single output</i> (uma entrada e uma saída)

TL	Transformada de Laplace, representada pelo operador \mathcal{L}
TLI	Transformada de Laplace inversa, representada pelo operador \mathcal{L}^{-1}
TORC30	Torre operada remotamente e estabilizada para canhão 30mm
VTNT	Veículo terrestre não tripulado
VANT	Veículo aéreo não tripulado
VBMT-LSR	Viatura blindada multitarefa leve sobre rodas
VLEGA	Viatura leve de emprego geral aerotransportável
VOM	Veículo <i>off-road</i> monotripulado

SÍMBOLOS

α_C	Constante de proporcionalidade da matriz $[M]$ para o cálculo de $[C]$
$\alpha_d(s)$	Polinômio desejado para a função de transferência da dinâmica do sistema
α_E	Ângulo de rotação do sistema de coordenadas do elemento E em torno do eixo z do sistema global
β_C	Constante de proporcionalidade da matriz $[K]$ para o cálculo de $[C]$
$\beta_d(s)$	Polinômio desejado para a dinâmica do observador de estados
β_E	Ângulo de rotação do sistema de coordenadas do elemento E em torno do eixo -y do sistema global
ω_b	frequência angular de corte
ω_d	Frequência angular natural amortecida do sistema
ω_n	Frequência angular natural de vibração
ω_{rel}	Velocidade angular relativa entre a carga e a carcaça do motor elétrico
$\dot{\psi}_{EVH}$	Vetor das funções de interpolação do elemento de viga plana horizontal (para deslocamento angular)
$\dot{\psi}_{EVV}$	Vetor das funções de interpolação do elemento de viga plana vertical (para deslocamento angular)
ψ_{EB}	Vetor das funções de interpolação do elemento de barra
ψ_{EE}	Vetor das funções de interpolação do elemento de eixo

ψ_{EVH}	Vetor das funções de interpolação do elemento de viga plana horizontal (para deslocamento linear)
ψ_{EVV}	Vetor das funções de interpolação do elemento de viga plana vertical (para deslocamento linear)
ρ_E	Momento de inércia da seção transversal do elemento E
σ	Atenuação do sistema ($\sigma = \zeta\omega_n$)
θ_A	Angulo de elevação da arma
θ_S	Angulo de inclinação de N10
ξ_i	Fator de amortecimento relativo ao modo de vibração i
ζ	Taxa de amortecimento do sistema
$[A]^T$	Transposta da matriz $[A]$
A	Matriz de estados
A_E	Área da seção transversal do elemento E
B	Matriz de entrada
$[C]$	Matriz de amortecimento do sistema
$[C]_e$	Matriz de amortecimento do elemento e representada no sistema de coordenadas global
\mathbf{c}_e	Vetor coluna das constantes de amortecimento do elemento e relativas a cada direção global dos graus de liberdade
\mathcal{C}	Matriz de controlabilidade
C	Matriz de saída
$C(s)$	Saída do sistema (domínio da frequência)
c_b	Constante de amortecimento viscoso do eixo do motor elétrico
CM_A	Centro de massa da arma
CM_S	Centro de massa do sistema
$[Dc]_e$	Matriz diagonal associada ao vetor de amortecimento \mathbf{c}_e
$[Dk]_e$	Matriz diagonal associada ao vetor de rigidez \mathbf{k}_e

D	Matriz de transmissão direta
$D(s)$	Função de transferência do controlador
De_E	Diâmetro externo do elemento E
Di_E	Diâmetro interno do elemento E
[<i>elementos</i>]	Matriz dos índices dos nós inicial e final de cada elemento E_i que compõe um determinado sistema
$\mathbf{E}(X)$	Média de X
\mathbf{e}_1	Vetor unitário que possui direção e sentido do eixo x do referencial global
\mathbf{e}_2	Vetor unitário que possui direção e sentido do eixo y do referencial global
\mathbf{e}_3	Vetor unitário que possui direção e sentido do eixo z do referencial global
\mathbf{e}_{1E}	Vetor unitário que possui direção e sentido do eixo x_E do referencial do elemento E, representado no referencial global
\mathbf{e}_{2E}	Vetor unitário que possui direção e sentido do eixo y_E do referencial do elemento E, representado no referencial global
\mathbf{e}_{3E}	Vetor unitário que possui direção e sentido do eixo z_E do referencial do elemento E, representado no referencial global
E	Matriz de entrada de perturbações
E_E	Módulo de elasticidade do elemento E
e_{ss}	Erro de saída do sistema em estado estacionário
eP_E	Espessura da parede do elemento E
$\mathbf{f}(t)$	Vetor de forças e torques externos, em função do tempo, que agem sobre o sistema
$\mathbf{f}_c(t)$	Vetor de forças concentradas aplicadas sobre os nós do sistema
$\mathbf{f}_d(t)$	Vetor de forças distribuídas que age sobre o sistema
\mathbf{f}_{dE}	Vetor de forças distribuídas que age sobre o elemento E
$f_R(t)$	Função de força de recuo para uma série de tiros da arma em função do tempo
$f_r(t)$	Função de força de recuo de um tiro da arma em função do tempo

$f_{i,j}$	Força transmitida de i para j
$G(s)$	Função de transferência do modelo da planta
G_E	Módulo de elasticidade transversal do elemento E
$G_{2p}(s)$	Função de transferência padrão para um sistema de segunda ordem
$G_{MA}(s)$	Função de transferência do sistema em malha aberta
$G_{MF}(s)$	Função de transferência do sistema em malha fechada
$G_{RD}(s)$	Função de transferência do ramo direto do sistema
$H(s)$	Função de transferência do sensor
i_a	Corrente de entrada no motor elétrico
I_E	Momento de inércia da seção transversal do elemento E
J_A	Momento de inércia de massa da arma
J_E	Momento polar de inércia da seção transversal do elemento E
j_{cx}	Momento de inércia em x dos componentes adicionais do veículo
j_{cz}	Momento de inércia em z dos componentes adicionais do veículo
$[K]$	Matriz de rigidez do sistema
$[K]_e$	Matriz de rigidez do elemento e representada no sistema de coordenadas global
$[K]_E$	Matriz de rigidez do elemento E
\mathbf{k}_e	Vetor coluna das constantes de rigidez do elemento e relativas a cada direção global dos graus de liberdade
${}^A[K]_E$	Matriz de rigidez do elemento E representada no sistema de coordenadas A
K	Matriz de ganho de realimentação de estados
k_a	Constante eletromotriz do motor elétrico
k_d	Ganho derivativo
k_i	Ganho integral
K_o	Matriz de ganho do observador de estados

k_p	Ganho proporcional
L_E	Comprimento do elemento E
$[M]$	Matriz de massa do sistema
$[M]_E$	Matriz de massa do elemento E
$\mathbf{M}(X)$	Magnitude máxima de X
${}^A[M]_E$	Matriz de massa do elemento E representada no sistema de coordenadas A
$M(s)$	Função de transferência do atuador
m_c	Massa dos componentes não modelados do veículo
M_p	Máximo sobressinal (ou apenas sobressinal)
M_S	Massa do sistema
M_{Ei}	Massa do elemento Ei
$[nos]$	Matriz das coordenadas espaciais dos nós do sistema
\mathbf{NF}_E	Coordenadas espaciais do nó final do elemento E
\mathbf{Ni}	Vetor coluna formado pelas coordenadas espaciais do nó i do sistema
\mathbf{NI}_E	Coordenadas espaciais do nó inicial do elemento E
N	Matriz de correção do erro de <i>setpoint</i>
nE	Quantidade de graus de liberdade do elemento E
nf_E	Índice do nó final do elemento E
ni_E	Índice do nó inicial do elemento E
\mathcal{O}	Matriz de observabilidade
$[P]_k$	Matriz de extração de uma matriz coluna 6×1 de uma matriz coluna $n \times 1$ na posição dos graus de liberdade de um nó Nk
qE	Quantidade de elementos que compõem o sistema
qN	Quantidade de nós que compõem o sistema
$[R]_E$	Matriz de rotação do elemento E
$R(s)$	Entrada de referência no sistema (domínio da frequência)

\mathbf{t}_{sim}	Vetor dos tempos discretos de gravação dos resultados do RK4
${}_B[T]_A$	Matriz de correlação de deslocamentos de um sistema A com os de um sistema B
T_a	Torque exercido pelo eixo do motor elétrico
T_b	Torque viscoso aplicado pelo eixo do motor elétrico na carga
t_d	Tempo de atraso
t_p	Tempo de pico
t_r	Tempo de subida
t_s	Tempo de acomodação
t_{RK}	Passo de integração do RK4
$\dot{u}_a(t)$	deslocamento angular em um ponto intermediário a entre dois nós de um elemento
$\mathbf{u}(t)$	Vetor de deslocamentos dos nós do sistema
$\mathbf{u}_E(t)$	Vetor de deslocamentos dos nós do EFU E
$u_a(t)$	deslocamento em um ponto intermediário a entre dois nós de um elemento
$u_i(t)$	Deslocamento possível em função do tempo de um nó da estrutura modelada pelo MEF, onde i pode ser de 1 ao número de graus de liberdade do sistema
$u_{i_E}(t)$	Deslocamento possível de um nó de um EFU E, onde i pode ser de 1 ao número de graus de liberdade do elemento E
u_{max}	Máximo sinal de controle
$\mathbf{S}(X)$	Desvio padrão amostral de X
\mathbf{w}_d	Vetor de funções de força distribuída
$\mathbf{w}_{d_{Ej}}$	Vetor de funções de força distribuída descrito em termos de coordenadas do sistema aplicado no elemento Ej
$w(t)$	Entrada de perturbação na planta
w_d	Função de força distribuída
$\mathbf{x}(t)$	Vetor de estados

$y(t)$	Saída do sistema
y_A	Posição vertical do CM_A
y_S	Posição vertical de N10

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	26
1.1	MOTIVAÇÃO	27
1.2	OBJETIVO E ESCOPO	30
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	32
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	37
3.1	MODELAGEM DE ESTRUTURAS PELO MEF UTILIZANDO EFU	37
3.1.1	OBTENÇÃO DAS MATRIZES DE RIGIDEZ E DE MASSA PARA OS ELEMENTOS	39
3.1.2	OBTENÇÃO DAS MATRIZES DE CORRELAÇÃO DE DESLOCAMENTOS	43
3.1.3	OBTENÇÃO DAS MATRIZES DE RIGIDEZ E DE MASSA DO SISTEMA	46
3.1.4	OBTENÇÃO DA MATRIZ DE AMORTECIMENTO PELO MÉTODO DE RAY-LEIGH	47
3.1.5	NÓS LIGADOS POR MOLAS OU AMORTECEDORES	48
3.1.6	FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO E DESLOCAMENTO DOS ELEMENTOS BÁSICOS	49
3.1.7	FORÇAS, ELEMENTOS DE MASSA E ELEMENTOS DE RIGIDEZ CONCENTRADOS EM PONTOS DA ESTRUTURA	52
3.1.8	FORÇAS EXTERNAS DISTRIBUÍDAS	54
3.2	MODELAGEM DOS PNEUS E SUSPENSÕES	56
3.2.1	PNEUS	57
3.2.2	SUSPENSÕES DIANTEIRA E TRASEIRA	58
3.3	COMPONENTES NÃO MODELADOS DO VEÍCULO	61
3.4	MODELAGEM DO SISTEMA DE ARMAS	62
3.4.1	FORÇA DE RECUO EM DECORRÊNCIA DO TIRO	63
3.5	MODELAGEM DO MOTOR ELÉTRICO (ATUADOR)	66
3.6	MÉTODO DE RUNGE-KUTTA DE QUARTA ORDEM	66
3.6.1	REDUÇÃO DA ORDEM DE UMA EDO	69
3.7	TÉCNICAS DE CONTROLE	69
3.7.1	CONTROLE CLÁSSICO	71
3.7.2	CONTROLE POR ESPAÇO DE ESTADOS	75
4	MODELAGEM DINÂMICA DA PLANTA	83
4.1	CHASSI	85
4.2	SISTEMA DE ARMAS	86

4.3	DEFINIÇÃO DAS MATRIZES DE CORRELAÇÃO E CÁLCULO DAS MATRIZES DE MASSA, RIGIDEZ E AMORTECIMENTO	87
4.3.1	CÁLCULO DA MATRIZ DE AMORTECIMENTO	88
4.3.2	CONDIÇÃO DE ACIONAMENTO DO FREIO DO EIXO DO MOTOR ELÉTRICO	88
4.3.3	INCLUSÃO DOS EFEITOS DE RIGIDEZ E AMORTECIMENTO DAS SUSPENSÕES E PNEUS	88
4.3.4	INCLUSÃO DE EFEITOS DE MASSA E INÉRCIA DOS COMPONENTES NÃO MODELADOS DO VEÍCULO	89
4.4	FORÇAS CONCENTRADAS E DISTRIBUÍDAS INERENTES AO PESO DO SISTEMA	90
5	SIMULAÇÃO DINÂMICA DA PLANTA EM MALHA ABERTA . .	92
5.1	ACOMODAÇÃO DA PLANTA	93
5.2	SIMULAÇÃO DAS SÉRIES DE TIRO EM MALHA ABERTA	101
6	SÍNTESE DOS CONTROLADORES	107
6.1	REQUISITOS DO SISTEMA	107
6.2	MODELO DA TORRE ISOLADA PARA CONTROLE DE POSIÇÃO ANGULAR	107
6.3	MODELO DA TORRE ISOLADA PARA CONTROLE DE VELOCIDADE ANGULAR	112
6.4	SÍNTESE DO CONTROLADOR PD PARA O CONTROLE DE POSIÇÃO ANGULAR	116
6.5	SÍNTESE DO CONTROLADOR PI PARA O CONTROLE DE VELOCIDADE ANGULAR	120
6.6	SÍNTESE DO CONTROLADOR LQR	122
6.7	SÍNTESE DO CONTROLADOR LQG	127
7	SIMULAÇÃO DINÂMICA DA PLANTA EM MALHA FECHADA .	132
7.1	SIMULAÇÃO DAS SÉRIES DE TIRO EM MALHA FECHADA COM CONTROLADOR PD	132
7.2	SIMULAÇÃO DAS SÉRIES DE TIRO EM MALHA FECHADA COM CONTROLADOR LQR	135
7.3	SIMULAÇÃO DAS SÉRIES DE TIRO EM MALHA FECHADA COM CONTROLADOR LQG	138
7.4	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DE ESTABILIZAÇÃO PARA OS DIFERENTES CONTROLADORES UTILIZADOS	141
8	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	146
	REFERÊNCIAS	149

1 INTRODUÇÃO

Como parte fundamental do sistema de defesa de um país, as forças armadas buscam aprimorar seus equipamentos de maneira a cumprir diversas missões de natureza bélica atribuídas a elas. A Figura 1.1 mostra o triângulo de ferro [1], utilizado para situar veículos militares quanto às características de mobilidade, proteção e poder de fogo. Busca-se uma solução de compromisso entre as três características mostradas, levando-se em conta a finalidade do veículo, uma vez que geralmente a melhoria em uma causa piora de desempenho nas outras.



Figura 1.1 – Triângulo de Ferro [1] (adaptada)

Neste contexto, com a evolução dos sistemas de locomoção e de eletrônica embarcada, viaturas dotadas de sistema de armamento remotamente controlado (SARC) passaram a ser amplamente utilizadas. Estes avanços possibilitaram melhorias consideráveis na conferência de proteção (uma vez que não haveria mais a necessidade de exposição do atirador), poder de fogo (pela maior probabilidade de acerto dos disparos proporcionada pelos componentes eletrônicos de visualização e estabilização) e mobilidade (possibilidade de realizar tiros de precisão em movimento, pois o sistema de estabilização compensa as perturbações oriundas dos acidentes do terreno).

Mas em muitas situações e missões, ainda se faz necessário realizar o tiro com o veículo parado. Os sistemas de estabilização são projetados para serem utilizados com o veículo em movimento, para que possam atenuar os efeitos perturbatórios provenientes dos acidentes do terreno ou da pista. Esses sistemas podem não apresentar bom desempenho quando utilizados com o veículo parado, onde a perturbação no sistema é causada principalmente pela força de recuo do armamento. Por isso, costuma-se manter o sistema

de estabilização desligado ao realizar este tipo de tiro.

Sistemas pesados como canhões e obuseiros autopropulsados utilizados pela artilharia geralmente realizam o tiro parado, tendo parte da força de recuo do tiro absorvida pelo sistema de recuo e volta em bateria da arma e parte absorvida diretamente pelo solo por meio de pernas de apoio. Além disso, possuem baixa cadência de tiro (em torno de seis tiros por minuto). Este tipo de sistema é exemplificado na Figura 1.2 pelo autopropulsado sérvio cal. 155mm Aleksandar [2].



Figura 1.2 – Arma de artilharia autopropulsada Aleksandar 155mm [2]

Sistemas médios e leves, normalmente utilizados para transporte de pessoal, reconhecimento ou combate, geralmente não possuem pernas de apoio por questões como redução de peso e mobilidade. Para esses casos, um sistema de estabilização para o tiro parado se mostra benéfico, uma vez que atenuaria os efeitos vibratórios decorrentes da força de recuo.

1.1 Motivação

Segundo Visacro [3], no contexto da segurança nacional, “os próximos combates serão marcados por engajamento na órbita terrestre, velocidade hipersônica e fogos de maior alcance, precisão e letalidade”. Viaturas leves dotadas de torres manuais de tiro, embora possuam grande mobilidade e amplitude visual para realização da pontaria, expõem o atirador, que geralmente fica com parte do corpo para fora da viatura e sem proteção, a ataques do inimigo.

Os SARC solucionam o problema da exposição do atirador, uma vez que ele realiza a pontaria e tiro remotamente, além de geralmente proporcionarem maior precisão que sistemas manuais e serem menos sensíveis ao grau de habilidade do operador. Para aumentar a precisão do tiro e, por consequência, propiciar maior eficiência e menor probabilidade de danos colaterais, sistemas de armas deste tipo geralmente são dotados de controladores

que atuam no mecanismo de movimentação do armamento para que ele mantenha sua posição estabilizada, mesmo com o veículo em movimento e sobre terrenos acidentados.

Em testes de tiro realizados no Centro de Avaliações do Exército (CAEx) com viatura média de rodas, parada, dotada de SARC, observou-se que a pontaria apresentava maior estabilidade e menor tempo de acomodação após realização do tiro quando o sistema de estabilização do SARC encontrava-se desligado, com os eixos de seus motores elétricos freados. Isto pode ocorrer pela diferença entre os padrões vibracionais da viatura em movimento, sujeita principalmente a perturbações provenientes do solo, e da viatura parada, sujeita principalmente a perturbações provenientes do recuo do armamento, já que os sistemas de estabilização dos SARC geralmente são projetados com base em perturbações do primeiro tipo, podendo, por isso, não apresentar bom desempenho para as do segundo.

Somando-se aos fatores já apresentados, observa-se na literatura científica sobre controle e estabilização de SARC a prevalência de estudos voltados a veículo de estrutura rígida, com chassi do tipo monobloco, geralmente dotados de armamento pesado e médio. Possivelmente, esta prevalência se deve ao fato destes tipos de composições terem sido as mais comuns na história recente dos equipamentos bélicos. Mas tem-se tornado cada vez mais comum e importante, no perfil de guerra assimétrica do mundo atual, a utilização de veículos leves dotados de SARC.

Sistemas aéreos remotamente pilotados (SARP) dotados de SARC já são uma realidade, assim como veículos aéreos não tripulados (VANT) autônomos dotados de armamento, como o Blowfish A3, produzido pela empresa chinesa Zhuhai Ziyuan UAV e comercializado para o oriente médio [4]. Veículos terrestres não tripulados (VTNT) dotados de armamento estabilizado, assim como os VANT, já compõem o arsenal das forças armadas de alguns países, como o *Foster-Miller Talon* (Figura 1.3a), cujas opções de armamento incluem as metralhadoras M240 (7,62mm), M249 (5,56mm), .50" (12,7mm) e lançador de granada 40mm [5]. Na mesma categoria, as empresas Aselsan e Katmerciler estão desenvolvendo o *Small Tank* (Figura 1.3b) [6], a ser entregue ao exército turco.



(a) *Talon* [5]



(b) *Small Tank* [6]

Figura 1.3 – Veículos terrestres não tripulados dotados de armamento estabilizado

No Brasil, existem estudos sobre a utilização de VANTs para atividades de medidas de apoio de guerra eletrônica (MAGE) [7] e de inteligência militar [8], além da perspectiva de criação de um grupo de pesquisas em VANT e VTNT no Centro Tecnológico do Exército (CTEx). Adicionalmente, como parte integrante da nova família de blindados de rodas [9], em novembro de 2019 foi assinado o contrato de aquisição da viatura blindada multitarefa leve sobre rodas (VBMT-LSR) [10], que já compõe o arsenal de outros países como a versão LMV Lynx 4x4 [11], dotado de SARC, mostrada na Figura 1.4a. Há previsão de que em breve a referida viatura, dotada do SARC nacional reparo de metralhadora automatizado X (REMAX) (Figura 1.4b), também componha o arsenal terrestre nacional, conforme divulgação da realização, em abril de 2020, de testes de engenharia e de integração [12].

(a) *LMV Lynx 4x4* [11](b) *VBMT-LSR 4x4* [12]

Figura 1.4 – Viaturas Iveco 4x4 dotadas de SARC

Sistemas de armas também são amplamente utilizados em viaturas leves de chassi tubular, como a do modelo de planta adotado neste trabalho. A Figura 1.5a [13] apresenta o *Chenoweth desert patrol vehicle* (DPV), utilizado por forças especiais dos Estados Unidos e do Reino Unido [14], e a Figura 1.5b apresenta a viatura leve de emprego geral aerotransportável (VLEGA) Chivunk, utilizada pelas forças de ação rápida do Exército Brasileiro [15].

(a) *Chenoweth DPV* [13](b) *VLEGA Chivunk* [15]

Figura 1.5 – Viaturas leves de chassi tubular com reparo para metralhadora

Projetos e produtos de defesa (PRODE) como os apresentados anteriormente, bem como as demais tecnologias do Exército Brasileiro que envolvem SARC como a torre operada Remotamente e estabilizada para canhão 30mm (TORC30) e o REMAX podem se beneficiar dos conhecimentos adquiridos no estudo proposto deste trabalho, bem como processos de absorção de conhecimento e transferência de tecnologia envolvendo controle e estabilização.

1.2 Objetivo e escopo

Este trabalho tem como objetivo simular a dinâmica de uma viatura leve de chassi tubular, dotada de SARC, parada, durante a realização de diferentes regimes de tiro. Com base nos resultados obtidos da referida simulação, pretende-se sintetizar controladores por técnicas de controle clássico (no domínio da frequência) e moderno (no domínio do tempo) de maneira a estabilizar em elevação a posição do armamento durante a realização dos tiros.

Embora haja a possibilidade de controle em azimute (Az) e elevação (El) para os sistemas de armas, nas simulações deste trabalho será analisado apenas o controle de elevação. Busca-se com a escolha de uma viatura leve de chassi tubular tornar mais perceptíveis os efeitos das oscilações do sistema ocasionadas pelos disparos. A fim de se obter um sistema linear e representativo para o nível de oscilações angulares esperadas (em torno de no máximo mais ou menos cinco graus), o chassi e o SARC foram modelados pelo método dos elementos finitos (MEF), utilizando elementos finitos unidimensionais (EFU), com armamento compatível ao tamanho e flexibilidade do sistema, metralhadora cal. .50" (12,7mm).

Por se tratar de tiro com viatura parada, fatores relevantes do estudo da dinâmica durante a movimentação do veículo não foram considerados para a modelagem da estrutura, em especial para a dinâmica dos pneus. Na modelagem do presente trabalho, os pneus assumem caráter estático e estrutural, sendo consideradas suas características de rigidez e amortecimento.

Quanto à implementação computacional, optou-se por desenvolver o código da simulação em vez de utilizar algum pacote comercial de estruturas flexíveis, por esta abordagem possibilitar que o Exército estude este tipo de problema sem ter de adquirir os pacotes comerciais, que são de alto custo e geralmente exigem maior capacidade de processamento dos computadores.

Outra vantagem de se desenvolver código computacional próprio para as simulações pelo MEF é a possibilidade de incluir no modelo outros componentes como armamento, motor elétrico, suspensão, pneus e controlador, todos necessários para a simulação proposta neste trabalho e que não podem ser incluídos na maior parte dos pacotes comerciais

disponíveis. Por fim, esses softwares são “caixas-pretas”, assim não é possível saber se todos os aspectos importantes na modelagem são considerados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A presente revisão bibliográfica visa analisar, coletar informações e mostrar o estado do conhecimento atual nas áreas de interesse para o desenvolvimento do estudo proposto. As referidas áreas de interesse são constituídas pela modelagem da dinâmica veicular, modelagem de SARC, técnicas de controle e estabilização de SARC e forças provenientes do sistema de recuo transmitidas à viatura durante o tiro.

Em Fernandes et al. [16] foi feita uma revisão bibliográfica dos artigos publicados na área de estabilização de torres, com foco na análise da modelagem dinâmica do sistema e nas técnicas de controle utilizadas. Os trabalhos abordados na referida revisão foram classificados em três categorias:

- modelos de torre isolada;
- baseados em bancos de testes; e
- modelos de torre e veículo acoplados.

Na análise dos autores, esta última categoria se mostrou mais versátil, pois possibilita realizar simulações incluindo componentes não lineares e incertezas, embora leve a um aumento de complexidade nos modelos matemáticos. Além disso, modelos de torre isolada necessitam de dados de vibração do veículo para cada configuração de simulação, e trabalhos em banco de testes necessitam do banco de testes em si, além de estarem sujeitos às limitações de capacidade do banco na geração de perturbações.

No trabalho em questão, ressalta-se que após o primeiro disparo do armamento empregado na torre, a dinâmica do veículo é influenciada pelos esforços provenientes do mecanismo de funcionamento da arma. A precisão do sistema também é influenciada pela deformação no cano ou tubo do armamento gerada pelo disparo. Por conta desses fatores e, buscando simplificar a análise dinâmica do sistema, a maioria das publicações na área são referentes ao primeiro disparo.

Outro aspecto importante analisado nesta referência é a comparação entre o desempenho dos controladores clássicos, como o proporcional integral derivativo (PID), e dos controladores modernos como os robustos e os baseados em reguladores. Os controladores clássicos, embora sejam, geralmente, de ordem menor e de implementação mais simples, apresentam degradação no desempenho mais acentuada quando se considera as incertezas paramétricas e as não linearidades no modelo do sistema.

Em Davidov [17] são apresentados tópicos selecionados de projeto, metodologia e síntese para controladores de sistemas de armas com acionamento elétrico. O conteúdo

apresentado possui relevância e comprovação prática, pois é baseado na experiência acumulada em projetos de uma empresa atuante mundialmente na área de torres de combate (*Elbit Computers Ltd.*).

Os tópicos apresentados são considerados pelo autor como elementos básicos na construção de sistemas de combate almejando dois objetivos principais: obter alta precisão na posição inercial do armamento, mesmo diante de distúrbios provenientes das irregularidades do terreno com o veículo em movimento; e possibilitar que o sistema de armas seja controlado remotamente atendendo a requisitos de velocidades lentas de deslocamento, mesmo presentes as não linearidades como atrito, desbalanceamento e distúrbios provenientes do solo com o veículo em movimento. O trabalho apresenta dados de medição direta em sistemas reais, tanto no domínio da frequência como no domínio do tempo, e os compara com os resultados obtidos pela simulação proveniente da modelagem, constatando sua correspondência.

O trabalho de Jakati et al. [18] focou no desenvolvimento do modelo matemático e na simulação da dinâmica de uma torre de combate integrada em viatura. A estrutura do veículo foi modelada como meio carro e a torre com três graus de liberdade (da dinâmica rotacional do motor de acionamento, da culatra e da boca do tubo). Como técnicas de controle, foram utilizadas a PID, *linear quadratic regulator* (LQR) e *backstepping*. Os comparativos entre as características de desempenho dos diferentes métodos foram feitos com base em simulação sobre condições de terreno padronizadas, da pista *Aberdeen Proving Ground* (APG), e em velocidades específicas de deslocamento do veículo. O trabalho se propôs a ser um *framework* de referência para a implementação de estratégias alternativas de controle para a estabilização de sistemas de armas embarcados em viatura.

O estudo de Shukla [19] focou no desenvolvimento de um sistema de controle que contempla as dinâmicas de azimute e de elevação da torre integrada a um veículo sobre lagartas. Inicialmente, foi desenvolvido um modelo considerando somente a elevação da torre, com cinco graus de liberdade. Depois de incluída a dinâmica de azimute e da viatura, chegou-se a um modelo com 17 graus de liberdade.

O modelo foi simulado no software SIMULINK®, considerando uma velocidade de deslocamento do veículo de 25 km/h e de 45 km/h sobre a pista APG e depois validado no software ADAMS®. Com isso, o trabalho se propôs a prover uma plataforma para a implementação do método de controle desejado para a estabilização do sistema de armas, ressaltando-se que características práticas como as forças de recuo, dinâmica de funcionamento e os efeitos balísticos da arma podem ser incluídos no modelo matemático a fim de aperfeiçoá-lo.

Fernandes [20] desenvolveu em seu trabalho três controladores para sistema de armas embarcado em viatura, um PID, com parâmetros ajustados por otimização pelo método *particle swarm optimization* (PSO), um μ de 2ª ordem e um μ de 5ª ordem

(construídos pela técnica de síntese por otimização não suave). Nas simulações foram consideradas as incertezas paramétricas, a folga e a flexibilidade no acoplamento entre o canhão e o motor que o move. O desempenho dos controladores foi verificado por meio de um modelo de meio-carro com sistema de armas acoplado, com perturbações de base referentes a um veículo trafegando a 30 km/h pela pista RRC-9 do Campo de Provas de Aberdeen (APG).

Dos resultados obtidos, concluiu-se que os controladores μ apresentaram melhor desempenho quanto ao acompanhamento de entradas de referência, à rejeição das perturbações de base, à rejeição aos efeitos das variações paramétricas, não linearidade do sistema, folga e flexibilidade no acoplamento. Concluiu-se também que os controladores μ apresentam oscilação de grande frequência no sinal de controle, fato que não ocorre com o controlador PID.

No campo de modelagem da dinâmica veicular, Guedes [21] propõe uma análise modular por meio da técnica dos grafos de ligação para o sistema veículo e o subsistema de armas instalado no veículo. Essa sistemática permite que a análise dos subsistemas do veículo e do subsistema de armas sejam feitas isoladamente e, posteriormente, em conjunto. No estudo em questão, somente a dinâmica vertical foi verificada. O armamento utilizado foi a metralhadora *Browning .50"* (12,7mm), sendo a força por ocasião do disparo, transmitida para a viatura, estimada com base em sua curva de pressão obtida.

Em Silva e Trigueiro [22] são apresentadas abordagens distintas de modelagem para um veículo utilizando o MEF no software ANSYS®. No trabalho em questão, o sistema modelado é composto por passageiros e veículo (ônibus). Os passageiros são modelados como massa-mola-amortecedor e para o veículo são feitas modelagens distintas, utilizando elementos finitos de tipos diferentes (chassi com elementos finitos do tipo grelha e com elementos finitos sólidos, mostrados nas Figuras 2.1a e 2.1b respectivamente).

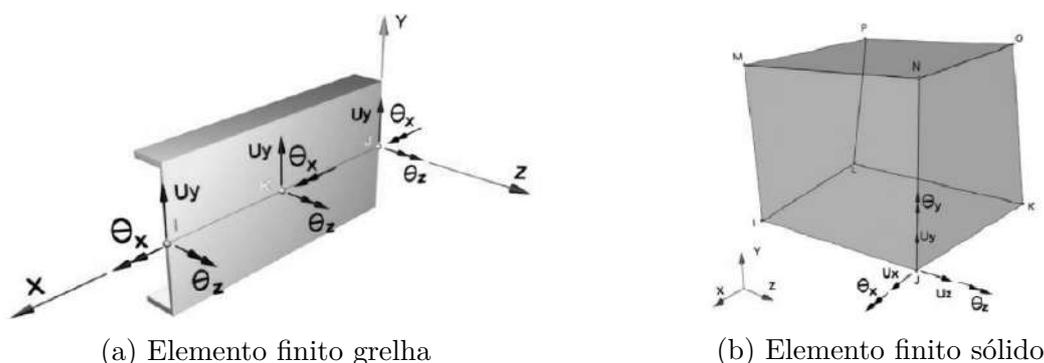


Figura 2.1 – Elementos finitos grelha e sólido [22]

O trabalho de Leitão e Pires [23] teve como finalidade projetar o chassi tubular, a suspensão dianteira e o sistema de direção de um veículo *off-road* monotripulado (VOM) com base no regulamento da competição Baja SAE BRASIL [24]. Com isso, esse trabalho

torna-se uma referência importante para a modelagem proposta do chassi tubular e suspensão para a presente dissertação, pois os veículos utilizados em ambos os trabalhos são similares, tendo sido adotados os parâmetros do projeto como valores de referência.

O livro de Jazar [25] é uma referência conhecida no campo de dinâmica veicular. Um de seus capítulos trata da dinâmica dos pneus, assunto de relevância para a modelagem dos pneus realizada neste trabalho.

Outra técnica empregada para se obter um modelo da planta do sistema viatura torre é por identificação. Em Sousa [26] é apresentada uma abordagem de identificação de sistemas utilizando a metodologia N2CACGO. Com esta metodologia, a função de transferência de sistemas dinâmicos é determinada de forma analítica por meio de resposta em frequência. No trabalho em questão, após a identificação e obtenção do modelo linear da planta, é proposta uma metodologia para a realização da síntese de controle para a estabilização do REMAX utilizando controlador proporcional integral (PI), com suas constantes ajustadas pelo algoritmo de PSO.

O trabalho de Michelon [27] avaliou a deflexão vertical e as oscilações de um tubo de armamento durante o disparo, fenômenos estes que interferem diretamente na precisão do tiro. O tubo foi modelado como uma estrutura flexível, sujeita a carga móvel, com elementos finitos unidimensionais em sua discretização. Com o objetivo de atenuar as vibrações no tubo decorrentes do disparo, foi proposta a inclusão de um absorvedor passivo de vibrações, com parâmetros obtidos por meio de otimização, que conseguiu reduzir a amplitude das oscilações em cerca de 46% nas simulações realizadas (em determinadas condições).

A publicação de Druener e Luyten [28] discorreu sobre algumas das características da estabilização de armas em veículos sobre rodas. No tópico sobre problemas específicos no emprego de metralhadoras, foi relatado que por conta da cadência de tiros, as forças de reação possuem partes significativas de alta dinâmica. Os distúrbios causados pelo recuo da arma, oscilação do cano e diferentes massas que se movem podem gerar torques com frequências localizadas no limite da amplitude de banda do sistema de estabilização de armas. Esse fato limita a possibilidade de as malhas de controle anularem estes distúrbios.

No estudo de um sistema de acompanhamento de alvos realizado por Gruzman [29] adotou-se um modelo com corpos rígidos conectados entre si por meio de eixos flexíveis (com rigidez e amortecimento estrutural), onde foram consideradas:

- folgas nos redutores;
- erros nos sensores;
- atritos viscoso e seco;
- limites de saturação para as tensões e correntes nas armaduras dos motores;

- atrasos de tempo nos dados obtidos pelos sensores; e
- atrasos de tempo na atualização dos sinais de controle.

Muitas dessas não linearidades também se encontram nos sistemas de armas, fazendo com que esta referência seja relevante para o estudo proposto da presente dissertação.

Em Ades [30] é realizado um estudo na área de controle robusto paramétrico, com base na síntese *parameter robust control by bayesian identification* (PRCBI). Esse tipo de controle trata dos erros de modelagem considerados como perturbações estruturadas, como as alterações de valores nominais da planta utilizada. Esta síntese é formulada no espaço de estados e é mais indicada às incertezas estruturadas, diferente das técnicas no domínio da frequência, como a *linear quadratic gaussian – loop transfer recovery* (LQG/LTR) e síntese H_∞ , mais bem adaptadas às incertezas não estruturadas (retardos, modos de alta frequência não considerados, dinâmicas não modeladas, entre outras). O autor desenvolveu um controlador que levou em conta uma solução de compromisso entre a robustez em estabilidade e em desempenho por meio da aplicação de técnicas de otimização.

Da revisão bibliográfica realizada sobre o projeto de controladores para a estabilização de sistema de armas, observou-se uma lacuna de trabalhos realizados para a estabilização ativa de SARC montado em viatura com a finalidade de atuar quando os disparos são feitos com a viatura parada, uma vez que as simulações realizadas geralmente baseiam-se na viatura se movendo em velocidade controlada, com distúrbios do solo gerados por obstáculos padronizados (pista APG). Além disso, a grande maioria dos estudos na área levam em conta a estabilização e eficácia somente do primeiro tiro, desconsiderando nos modelos as vibrações causadas pela dinâmica de funcionamento do armamento ao longo de disparos consecutivos. Com isso, o estudo proposto no presente trabalho objetiva contribuir para o preenchimento da lacuna observada nesta área de pesquisa.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para a modelagem dinâmica (pelo MEF utilizando EFU) do sistema composto pela viatura e SARC (a planta do problema estudado no presente trabalho), faz-se necessária uma revisão teórica sobre MEF e EFU, bem como das técnicas de controle empregadas (conceitos de controle clássico para controladores do tipo PID e de controle moderno para os do tipo LQR e LQG) para a estabilização do tiro com o veículo parado. O presente capítulo apresenta a fundamentação teórica utilizada na modelagem do sistema, síntese dos controladores, simulação e geração dos resultados apresentados no trabalho em tela.

3.1 Modelagem de estruturas pelo MEF utilizando EFU

Com o intuito de considerar os efeitos de flexibilidade estrutural do sistema, por método computacional numérico, a estrutura formada pelo chassi e SARC é modelada utilizando EFU pelo MEF. Os modelos discretizados para os EFU podem ser obtidos conforme metodologia abordada em Rao [31] e Craig [32], sintetizada e apresentada de maneira didática e exemplificada em Gruzman [33]. Para o desenvolvimento deste trabalho, todos os EFU são compostos por dois nós, um em cada extremidade do elemento. A seguir é apresentado o desenvolvimento da metodologia utilizada.

Há quatro EFU básicos, definidos de acordo com o tipo de deslocamento possível nos nós que os compõem. Há também o elemento espacial (ES), que permite todos os deslocamentos possíveis dos quatro elementos básicos. O Quadro 3.1 apresenta os tipos de deslocamento possíveis e a quantidade de graus de liberdade (GL) para cada elemento. A Figura 3.1 ilustra os EFU básicos e a Figura 3.2 mostra o elemento espacial com seus respectivos sistemas de coordenadas e deslocamentos possíveis.

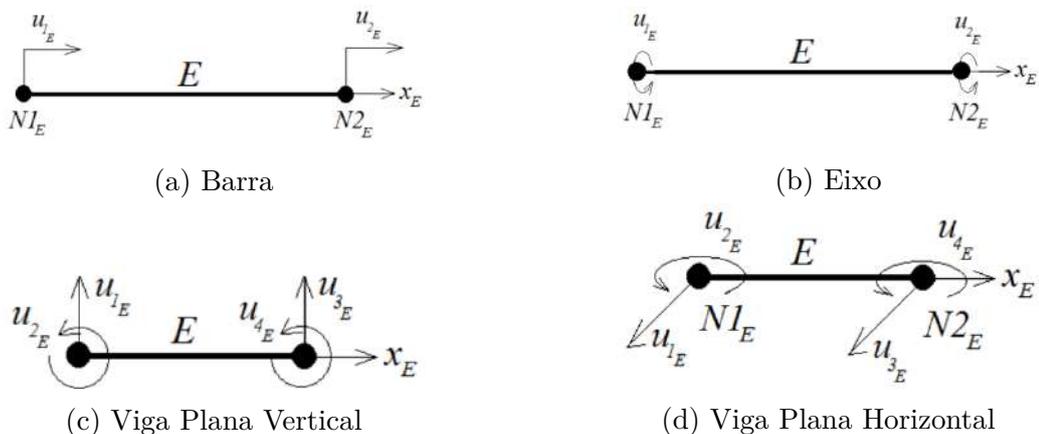


Figura 3.1 – EFU básicos [33] (adaptada)

Quadro 3.1 – Tipos de elementos finitos unidimensionais

Elemento	Deslocamentos possíveis	GL
Barra	colinear ao seu eixo longitudinal x	2
Eixo	rotacional em torno do seu eixo longitudinal x	2
Viga Plana Vertical	transversal ao seu eixo longitudinal x , no sentido de seu eixo vertical y e rotacional em torno do seu eixo transversal horizontal z	4
Viga Plana Horizontal	transversal ao seu eixo longitudinal x , no sentido do seu eixo horizontal z e rotacional em torno de seu eixo transversal vertical y	4
Espacial	colinear ao seu eixo longitudinal x , transversal ao seu eixo longitudinal x , no sentido do seu eixo horizontal z e vertical y e rotacional em torno de seus eixos x , y e z	12

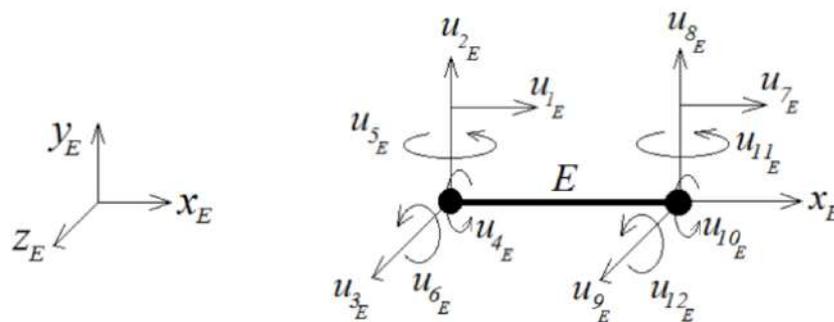


Figura 3.2 – Elemento espacial [33] (adaptada)

Na modelagem de um sistema, os deslocamentos dos nós $u_i(t)$ em função do tempo t , onde i vai de 1 ao número de graus de liberdade do sistema, são provenientes de esforços que agem sobre ele. O conjunto dos deslocamentos possíveis $u_i(t)$ dos nós do sistema é representado pelo vetor $\mathbf{u}(t)$, chamado de vetor de deslocamentos dos nós. Para que se possa calcular esses deslocamentos, levando-se em conta as propriedades mecânicas da estrutura, é necessário antes calcular as matrizes de rigidez, de massa e de amortecimento da estrutura, representadas por $[K]$, $[M]$ e $[C]$ respectivamente, além de definir o vetor de forças e torques externos $\mathbf{f}(t)$ que age sobre a estrutura. Obtém-se $\mathbf{u}(t)$ pela resolução da Eq. 3.1.

$$[M]\ddot{\mathbf{u}}(t) + [C]\dot{\mathbf{u}}(t) + [K]\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t) \tag{3.1}$$

As propriedades dimensionais e mecânicas do material necessárias para o cálculo das matrizes de rigidez e de massa, bem como suas unidades de medida de acordo com o sistema internacional de unidades (SI) [34], são apresentadas no Quadro 3.2.

Quadro 3.2 – Propriedades dimensionais e mecânicas para o cálculo de $[K]$ e $[M]$

Símbolo	Significado (unidade de medida)
E_E	Módulo de elasticidade do elemento (Pa)
G_E	Módulo de elasticidade transversal do elemento (Pa)
eP_E	Espessura da parede do elemento (m)
De_E	Diâmetro externo do elemento (m)
Di_E	Diâmetro interno do elemento (m)
A_E	Área da seção transversal do elemento (m^2)
I_E	Momento de inércia da seção transversal do elemento (m^4)
J_E	Momento polar de inércia da seção transversal do elemento (m^4)
L_E	Comprimento do elemento (m)
ρ_E	Momento de inércia da seção transversal do elemento (kg/m^3)

3.1.1 Obtenção das matrizes de rigidez e de massa para os elementos

Calcula-se as matrizes de rigidez e de massa para os elementos básicos conforme as Eq. 3.2 e 3.3 para o elemento de barra (EB), 3.4 e 3.5 para o elemento de eixo (EE), 3.6 e 3.7 para o elemento de viga plana vertical (EVV) e 3.8 e 3.9 para o elemento de viga plana horizontal (EVH).

$$[K]_{EB} = \frac{E_E A_E}{L_E} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$[M]_{EB} = \frac{\rho_E A_E L_E}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$[K]_{EE} = \frac{G_E J_E}{L_E} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$[M]_{EE} = \frac{\rho_E J_E L_E}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$[K]_{E_{VV}} = \frac{E_E I_E}{L_E^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L_E & -12 & 6L_E \\ 6L_E & 4L_E^2 & -6L_E & 2L_E^2 \\ -12 & -6L_E & 12 & -6L_E \\ 6L_E & 2L_E^2 & -6L_E & 4L_E^2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$[M]_{E_{VV}} = \frac{\rho_E A_E L_E}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L_E & 54 & -13L_E \\ 22L_E & 4L_E^2 & 13L_E & -3L_E^2 \\ 54 & 13L_E & 156 & -22L_E \\ -13L_E & -3L_E^2 & -22L_E & 4L_E^2 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$[K]_{E_{VH}} = \frac{E_E I_E}{L_E^3} \begin{bmatrix} 12 & -6L_E & -12 & -6L_E \\ -6L_E & 4L_E^2 & 6L_E & 2L_E^2 \\ -12 & 6L_E & 12 & 6L_E \\ -6L_E & 2L_E^2 & 6L_E & 4L_E^2 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$[M]_{E_{VH}} = \frac{\rho_E A_E L_E}{420} \begin{bmatrix} 156 & -22L_E & 54 & 13L_E \\ -22L_E & 4L_E^2 & -13L_E & -3L_E^2 \\ 54 & -13L_E & 156 & 22L_E \\ 13L_E & -3L_E^2 & 22L_E & 4L_E^2 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

O conjunto dos deslocamentos possíveis $u_{i_E}(t)$ dos nós de um EFU E, em que i varia de 1 ao número de graus de liberdade do elemento E, é representado pelo vetor $\mathbf{u}_E(t)$, chamado de vetor de deslocamentos dos nós do elemento E. Os vetores de deslocamentos dos elementos básicos (EB, EE, EVV e EVH) podem ser obtidos fazendo-se a correlação entre o vetor de deslocamentos dos nós do ES, $\mathbf{u}_{ES}(t)$, com os deslocamentos possíveis de cada elemento básico. Esta correlação pode ser realizada utilizando as matrizes de correlação de deslocamentos ${}_B[T]_A$, que realizam a correlação dos deslocamentos de um sistema A com os de um sistema B. Sendo assim, para se obter o vetor de deslocamentos dos nós do EB a partir de $\mathbf{u}_{ES}(t)$, conforme correlação dos deslocamentos apresentados nas Figuras 3.1a e 3.2, realiza-se as operações conforme mostrado nas Eq. 3.10 e 3.11.

$$\mathbf{u}_{EB}(t) = {}_{EB}[T]_{ES} \mathbf{u}_{ES}(t) \quad (3.10)$$

$$\begin{bmatrix} u_{1_{EB}}(t) \\ u_{2_{EB}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1_{ES}}(t) \\ u_{2_{ES}}(t) \\ u_{3_{ES}}(t) \\ u_{4_{ES}}(t) \\ u_{5_{ES}}(t) \\ u_{6_{ES}}(t) \\ u_{7_{ES}}(t) \\ u_{8_{ES}}(t) \\ u_{9_{ES}}(t) \\ u_{10_{ES}}(t) \\ u_{11_{ES}}(t) \\ u_{12_{ES}}(t) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Portanto, a matriz de correlação de deslocamentos ${}_{EB}[T]_{ES}$ é dada por (Eq. 3.12):

$${}_{EB}[T]_{ES} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0}_{1 \times 5} & \mathbf{0}_{1 \times 6} \\ \mathbf{0}_{1 \times 6} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 5} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Analogamente, repetindo-se o processo para os demais elementos básicos, obtêm-se as matrizes de correlação de deslocamentos ${}_{EE}[T]_{ES}$, ${}_{EVV}[T]_{ES}$ e ${}_{EVH}[T]_{ES}$, apresentadas respectivamente pelas Eq. 3.13, 3.14 e 3.15.

$${}_{EE}[T]_{ES} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 8} \\ \mathbf{0}_{1 \times 9} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 2} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$${}_{EVV}[T]_{ES} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 10} \\ \mathbf{0}_{1 \times 5} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 6} \\ \mathbf{0}_{1 \times 7} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 4} \\ \mathbf{0}_{1 \times 10} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$${}_{EVH}[T]_{ES} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 2} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 9} \\ \mathbf{0}_{1 \times 4} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 7} \\ \mathbf{0}_{1 \times 8} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 10} & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

De posse das matrizes de correlação de deslocamentos para cada elemento básico em relação ao elemento espacial, bem como suas respectivas matrizes de rigidez e de massa $[K]_E$ e $[M]_E$, pode-se obter as matrizes de rigidez e de massa para o elemento espacial $[K]_{ES}$ e $[M]_{ES}$ escrevendo as matrizes $[K]_E$ e $[M]_E$ no sistema espacial, representadas por ${}^{ES}[K]_E$ e ${}^{ES}[M]_E$ respectivamente, e então somando as de cada tipo para cada elemento básico. As Eq. 3.16 e 3.17 escrevem as matrizes de rigidez e de massa dos elementos E no sistema espacial e as Eq. 3.18 e 3.19 calculam as matrizes $[K]_{ES}$ e $[M]_{ES}$, onde denota-se $a_{n,m}$ como o elemento da linha n e coluna m da matriz $[A]$ e $[A]^T$ como a transposta de $[A]$.

$${}^{ES}[K]_E = {}_E[T]_{ES}^T [K]_E {}_E[T]_{ES} \quad (3.16)$$

$${}^{ES}[M]_E = {}_E[T]_{ES}^T [M]_E {}_E[T]_{ES} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} [K]_{ES} &= {}^{ES}[K]_{EB} + {}^{ES}[K]_{EE} + {}^{ES}[K]_{EVV} + {}^{ES}[K]_{EVH} \\ &= {}^{ES}[A] + {}^{ES}[B] + {}^{ES}[C] + {}^{ES}[D] \\ &= \begin{bmatrix} a_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{1,1} & 0 & 0 & 0 & c_{1,2} & 0 & c_{1,3} & 0 & 0 & 0 & c_{1,4} \\ 0 & 0 & d_{1,1} & 0 & d_{1,2} & 0 & 0 & 0 & d_{1,3} & 0 & d_{1,4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{1,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{2,1} & 0 & d_{2,2} & 0 & 0 & 0 & d_{2,3} & 0 & d_{2,4} & 0 \\ 0 & c_{2,1} & 0 & 0 & 0 & c_{2,2} & 0 & c_{2,3} & 0 & 0 & 0 & c_{2,4} \\ a_{2,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{2,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{3,1} & 0 & 0 & 0 & c_{3,2} & 0 & c_{3,3} & 0 & 0 & 0 & c_{3,4} \\ 0 & 0 & d_{3,1} & 0 & d_{3,2} & 0 & 0 & 0 & d_{3,3} & 0 & d_{3,4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{2,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{2,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{4,1} & 0 & d_{4,2} & 0 & 0 & 0 & d_{4,3} & 0 & d_{4,4} & 0 \\ 0 & c_{4,1} & 0 & 0 & 0 & c_{4,2} & 0 & c_{4,3} & 0 & 0 & 0 & c_{4,4} \end{bmatrix} \quad (3.18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[M]_{ES} &= {}^{ES}[M]_{EB} + {}^{ES}[M]_{EE} + {}^{ES}[M]_{EVV} + {}^{ES}[M]_{EVH} \\
&= {}^{ES}[E] + {}^{ES}[F] + {}^{ES}[G] + {}^{ES}[H] \\
&= \begin{bmatrix}
e_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & g_{1,1} & 0 & 0 & 0 & g_{1,2} & 0 & g_{1,3} & 0 & 0 & 0 & g_{1,4} \\
0 & 0 & h_{1,1} & 0 & h_{1,2} & 0 & 0 & 0 & h_{1,3} & 0 & h_{1,4} & 0 \\
0 & 0 & 0 & f_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_{1,2} & 0 & 0 \\
0 & 0 & h_{2,1} & 0 & h_{2,2} & 0 & 0 & 0 & h_{2,3} & 0 & h_{2,4} & 0 \\
0 & g_{2,1} & 0 & 0 & 0 & g_{2,2} & 0 & g_{2,3} & 0 & 0 & 0 & g_{2,4} \\
e_{2,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{2,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & g_{3,1} & 0 & 0 & 0 & g_{3,2} & 0 & g_{3,3} & 0 & 0 & 0 & g_{3,4} \\
0 & 0 & h_{3,1} & 0 & h_{3,2} & 0 & 0 & 0 & h_{3,3} & 0 & h_{3,4} & 0 \\
0 & 0 & 0 & f_{2,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_{2,2} & 0 & 0 \\
0 & 0 & h_{4,1} & 0 & h_{4,2} & 0 & 0 & 0 & h_{4,3} & 0 & h_{4,4} & 0 \\
0 & g_{4,1} & 0 & 0 & 0 & g_{4,2} & 0 & g_{4,3} & 0 & 0 & 0 & g_{4,4}
\end{bmatrix} \quad (3.19)
\end{aligned}$$

3.1.2 Obtenção das matrizes de correlação de deslocamentos

As matrizes de correlação ${}_E[T]_G$ para sistemas simples com relativamente poucos EFU podem ser definidas de maneira individual para cada elemento por simples observação. Porém, no caso de sistemas mais complexos e/ou com muitos EFU, o processo manual de definição das matrizes ${}_E[T]_G$ se mostra consideravelmente trabalhoso, sujeito a erros e demoradas revisões do código computacional no caso de modificação ou atualização de elementos que compõem o sistema.

Em consequência, foi desenvolvido um algoritmo de maneira a automatizar a definição das matrizes de correlação tomando como entrada as matrizes denominadas $[nos]$ e $[elementos]$, inspiradas na descrição sumária do resumo de Lima e Gonçalves [35]. As linhas da matriz $[nos]$ são formadas pelas coordenadas espaciais de cada um dos n nós do sistema, conforme mostrado pela Eq. 3.20, e as linhas da matriz $[elementos]$ são formadas pelos índices ni_{E_i} e nf_{E_i} dos nós inicial e final de cada um dos m elementos E_i que compõem o sistema conforme mostrado pela Eq. 3.21.

$$[nos] = \begin{bmatrix} \mathbf{N1}^T \\ \mathbf{N2}^T \\ \vdots \\ \mathbf{Nn}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N1_x & N1_y & N1_z \\ N2_x & N2_y & N3_z \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ Nn_x & Nn_y & Nn_z \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$[\text{elementos}] = \begin{bmatrix} ni_{E1} & nf_{E1} \\ ni_{E2} & nf_{E2} \\ \vdots & \vdots \\ ni_{Em} & nf_{Em} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Com base nas coordenadas espaciais \mathbf{NI}_{Ei} e \mathbf{NF}_{Ei} dos nós inicial e final ni_{Ei} e nf_{Ei} de cada EFU (Ei), é possível determinar o vetor unitário \mathbf{e}_{1Ei} , que possui direção e sentido do eixo x_E do referencial do elemento Ei representado no referencial global, por meio da Eq. 3.22.

$$\mathbf{e}_{1E} = \begin{bmatrix} e_{1x_E} & e_{1y_E} & e_{1z_E} \end{bmatrix}^T = \frac{\mathbf{NF}_E - \mathbf{NI}_E}{\|\mathbf{NF}_E - \mathbf{NI}_E\|} \quad (3.22)$$

Uma vez calculado \mathbf{e}_{1Ei} pela Eq. 3.22, partindo-se dos valores de \mathbf{NF}_{Ei} e \mathbf{NI}_{Ei} e por meio das relações geométricas observadas na Figura 3.3, onde \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 e \mathbf{e}_3 são os vetores unitários que possuem, respectivamente, direção e sentido dos eixos x, y e z no referencial do sistema global, é possível determinar os valores de \mathbf{e}_{1Ei} , \mathbf{e}_{2Ei} e \mathbf{e}_{3Ei} em função de α_{Ei} e β_{Ei} (em que \mathbf{e}_{2Ei} e \mathbf{e}_{3Ei} são, respectivamente, os vetores unitários que possui direção e sentido dos eixos y_{Ei} e z_{Ei} do referencial do elemento Ei, com suas coordenadas representadas no referencial global) conforme mostrado na Eq. 3.23.

Ressalta-se aqui que os ângulos α_{Ei} e β_{Ei} utilizados neste trabalho não são os mesmos que compõem os três ângulos de Euler (α , β e γ) [36, 37, 38], que definem uma rotação de coordenadas tridimensionais univocamente por três rotações sucessivas (a primeira, α , em torno do eixo z do sistema inicial, a segunda, β , em torno do eixo x' do sistema resultante da rotação em α , e a terceira, γ , em torno do eixo z'' do sistema resultante após a rotação β).

Os ângulos α_{Ei} e β_{Ei} utilizados neste trabalho referem-se, respectivamente, aos ângulos de rotação do sistema de coordenadas em torno do eixo z e em torno do eixo $-y$ do sistema inicial e podem ser calculados conforme Eq. 3.24 e 3.25. Com isso, busca-se alinhar o eixo x_E com o eixo do EFU e o eixo z'' do sistema rotacionado (referencial do elemento Ei) permanece contido no plano xz do sistema inicial. Caso $e_{1x_E} = e_{1z_E} = 0$, define-se $\beta_E = 0$, pois neste caso o eixo x_E já estará alinhado com o eixo do EFU, que coincide com o eixo y (ou $-y$) do sistema inicial e com isso evita-se a indefinição de divisão $0/0$ na Eq. 3.25.

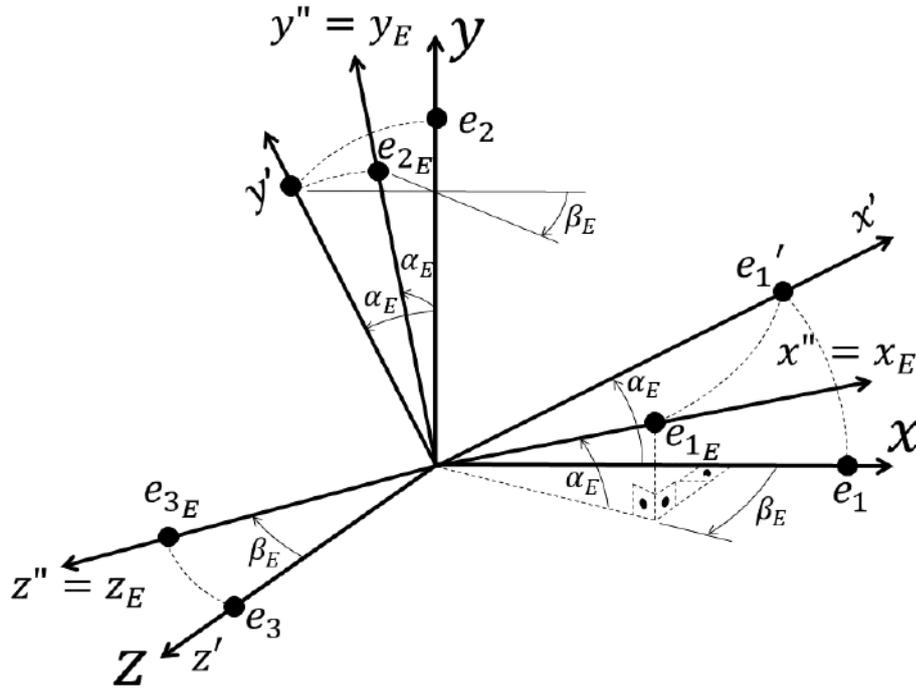


Figura 3.3 – Relações geométricas entre os sistemas de coordenadas do sistema e do elemento E

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{e}_{1E} = \|\mathbf{e}_{1E}\| \begin{bmatrix} \cos \alpha_E \cos \beta_E \\ \sin \alpha_E \\ \cos \alpha_E \sin \beta_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_E \cos \beta_E \\ \sin \alpha_E \\ \cos \alpha_E \sin \beta_E \end{bmatrix} \\ \mathbf{e}_{2E} = \|\mathbf{e}_{2E}\| \begin{bmatrix} -\sin \alpha_E \cos \beta_E \\ \cos \alpha_E \\ -\sin \alpha_E \sin \beta_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \alpha_E \cos \beta_E \\ \cos \alpha_E \\ -\sin \alpha_E \sin \beta_E \end{bmatrix} \\ \mathbf{e}_{3E} = \|\mathbf{e}_{3E}\| \begin{bmatrix} -\sin \beta_E \\ 0 \\ \cos \beta_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \beta_E \\ 0 \\ \cos \beta_E \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (3.23)$$

$$\alpha_E = \arcsin \frac{e_{1yE}}{\|\mathbf{e}_{1E}\|} = \arcsin e_{1yE} \quad (3.24)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} e_{1xE} = e_{1zE} = 0 \rightarrow \beta_E = 0 \\ e_{1xE} \neq 0 \vee e_{1zE} \neq 0 \rightarrow \beta_E = \arctan \frac{e_{1zE}}{e_{1xE}} \end{array} \right. \quad (3.25)$$

Conforme teoria apresentada por Cabral [36], a representação da orientação de um objeto espacial, com um sistema de coordenadas $x_E y_E z_E$ fixo no referido objeto, pode

ser descrita de maneira inequívoca em relação ao sistema de coordenadas global xyz por meio da matriz de rotação $[R]_E$, formada pelos vetores coluna unitários \mathbf{e}_{1E} , \mathbf{e}_{2E} e \mathbf{e}_{3E} conforme mostrado na Eq. 3.26. Fazendo-se uso da matriz $[R]_E$, é possível obter, por meio da Eq. 3.27, a representação de um ponto \mathbf{P}_E das coordenadas no sistema $x_E y_E z_E$ do elemento E descrita no sistema global xyz (\mathbf{P}).

$$[R]_E = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{1E} & \mathbf{e}_{2E} & \mathbf{e}_{3E} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$\mathbf{P} = [R]_E \mathbf{P}_E \quad (3.27)$$

Aplicando o conceito de rotação de coordenadas exposto anteriormente para os graus de liberdade de cada nó N do sistema, pode-se utilizar a matriz estendida $[R2]_E$, definida conforme a Eq. 3.28, onde o operador \otimes é o produto de Kronecker [39], para representar os deslocamentos dos graus de liberdade de cada nó NE do elemento E em termos das direções das coordenadas (e por consequência dos deslocamentos) globais \mathbf{u}_N conforme Eq. 3.29.

$$[R2]_E = I_2 \otimes [R]_E \quad (3.28)$$

$$\mathbf{u}_N = [R2]_E \mathbf{u}_{NE} \quad (3.29)$$

Expandindo o raciocínio para todos os nós da estrutura e pela definição da matriz de correlação de deslocamentos ${}_E[T]_G$, chega-se à expressão apresentada pela Eq. 3.30 (onde qN é a quantidade de nós do sistema), que pode ser utilizada para definir as matrizes de correlação de deslocamentos para todos os ES que compõem o sistema.

$$\left\{ \begin{array}{l} [N] = \begin{bmatrix} n_{1,1} & \cdots & n_{1,qN} \\ n_{2,1} & \cdots & n_{2,qN} \end{bmatrix}, \\ \text{tal que } \begin{cases} (i,j) = (1, ni_E) \vee (i,j) = (2, nf_E) \rightarrow n_{i,j} = 1 \\ (i,j) \neq (1, ni_E) \wedge (i,j) \neq (2, nf_E) \rightarrow n_{i,j} = 0 \end{cases} \\ {}_E[T]_G = [N] \otimes [R2]_E^T \end{array} \right. \quad (3.30)$$

3.1.3 Obtenção das matrizes de rigidez e de massa do sistema

Uma vez calculadas as matrizes de rigidez e de massa para cada elemento que compõe a estrutura, deve-se converter essas matrizes do sistema de coordenadas do elemento para o sistema de coordenadas global, para então somá-las e obter as matrizes de rigidez

e de massa do sistema ($[K]$ e $[M]$ respectivamente). Esta conversão e posterior soma é feita pelo mesmo método utilizado na Seção 3.1.1 para se obter as matrizes do elemento espacial $[K]_{ES}$ e $[M]_{ES}$ a partir das matrizes $[K]_E$ e $[M]_E$ dos elementos básicos conforme Eq. de 3.16 a 3.19. As Eq. 3.33 e 3.34 calculam as matrizes $[K]$ e $[M]$ a partir das matrizes ${}^G[K]_{Ei}$ e ${}^G[M]_{Ei}$ (Eq. 3.31 e 3.32) dos elementos Ei que compõem a estrutura, onde i varia de 1 ao número de elementos n do sistema. As matrizes ${}_{Ei}[T]_G$, obtidas pela Eq. 3.30, realizam a transformação das coordenadas globais (do sistema) para as do elemento Ei .

$${}^G[K]_{Ei} = {}_{Ei}[T]_G^T [K]_{Ei} {}_{Ei}[T]_G \quad (3.31)$$

$${}^G[M]_{Ei} = {}_{Ei}[T]_G^T [M]_{Ei} {}_{Ei}[T]_G \quad (3.32)$$

$$[K] = \sum_{i=1}^n {}^G[K]_{Ei} \quad (3.33)$$

$$[M] = \sum_{i=1}^n {}^G[M]_{Ei} \quad (3.34)$$

3.1.4 Obtenção da matriz de amortecimento pelo método de Rayleigh

Uma das maneiras de se calcular o efeito de amortecimento da estrutura é considerar, por simplicidade, que a matriz de amortecimento pode ser expressa como uma combinação linear das matrizes de rigidez e de massa da estrutura [31]. Conforme Bathe [40], assumindo que numericamente é mais efetivo, quando conhecidos os fatores de amortecimento ξ_i (relacionados aos modos de vibração i), usar integração direta passo a passo conforme a combinação estabelecida pela Eq. 3.35. As constantes de proporcionalidade α_C e β_C utilizadas na Eq. 3.35 são determinadas pela Eq. 3.36. Resolvendo o sistema de equações obtido quando se considera os dois primeiros modos de vibração na Eq. 3.36, obtém-se as Eq. 3.37 e 3.38, que calculam os valores de α_C e β_C respectivamente [27].

$$[C] = \alpha_C [M] + \beta_C [K] \quad (3.35)$$

$$\alpha_C + \beta_C \omega_{n_i}^2 = 2\omega_{n_i} \xi_i \quad (3.36)$$

$$\alpha_C = \frac{2\omega_{n_1}\omega_{n_2}(\xi_1\omega_{n_2} - \xi_2\omega_{n_1})}{\omega_{n_2}^2 - \omega_{n_1}^2} \quad (3.37)$$

$$\beta_C = \frac{2(\xi_2\omega_{n_2} - \xi_1\omega_{n_1})}{\omega_{n_2}^2 - \omega_{n_1}^2} \quad (3.38)$$

Define-se como frequência angular natural de vibração ω_n a frequência com que um sistema oscila por si mesmo, sem estar sujeito a forças externas, após ter sofrido um distúrbio inicial. Um sistema com n graus de liberdade possuirá n frequências angulares naturais de vibração, geralmente distintas [31], cada uma associada a um modo de vibração do sistema. Se o sistema for irrestrito ou degenerado, isto é, não possuir restrições de movimento e puder se mover como um corpo rígido, uma ou mais de suas frequências angulares naturais serão iguais a zero, pois movendo-se como corpo rígido (modo de corpo rígido), o sistema não oscila. Em uma estrutura situada no espaço, por exemplo, no máximo seis frequências angulares naturais serão iguais a zero, uma para cada modo de corpo rígido (um de translação e um de rotação para cada um dos três eixos das coordenadas cartesianas) [31].

O modo de vibração i do sistema, representado pelo vetor \mathbf{X}_i , é composto pelas amplitudes das coordenadas do sistema associadas a i^{a} frequência angular natural de vibração ω_{n_i} [33]. As frequências angulares naturais de um sistema e seus respectivos modos de vibração podem ser encontrados resolvendo um problema de autovalor conforme mostrado na Eq. 3.39. O vetor das frequências angulares naturais de vibração, ω_{n_i} , com i variando de 1 ao número de graus de liberdade do sistema, é representado por ω_n .

$$\{[K] - \omega_n^2[M]\} \mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (3.39)$$

3.1.5 Nós ligados por molas ou amortecedores

Conforme análise de elemento finito exposta em Budynas e Nisbett [41] e mostrada pela Figura 3.4, ao ligar dois nós unidimensionais N_i e N_j , cujos graus de liberdade são u_i e u_j respectivamente, por uma mola linear simples com constante de rigidez k_e , tem-se a relação matricial descrita pela Eq. 3.40, onde $f_{i,e}$ e $f_{j,e}$ são as forças exercidas pelos nós i e j respectivamente no elemento de mola e . O mesmo conceito é empregado para o caso de nós ligados por amortecedores, que será empregado ao considerar o atrito viscoso do sistema na transmissão de torque do eixo do motor para a elevação da arma.

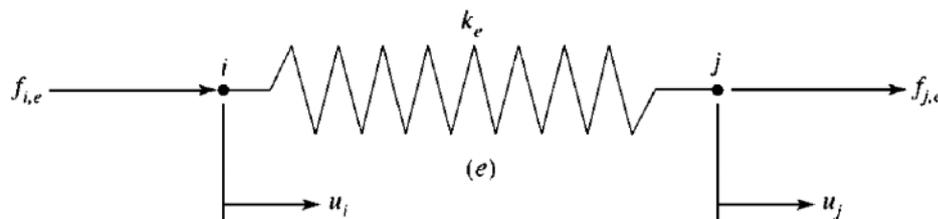


Figura 3.4 – Nós ligados por mola [41]

$$\begin{bmatrix} f_{i,e} \\ f_{j,e} \end{bmatrix} = k_e \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Expandindo o raciocínio apresentado por Budynas e Nisbett [41] para o caso de nós espaciais (com seis graus de liberdade cada), obtém-se a Eq. 3.41, onde $[K]_e$ é o vetor coluna formado pelas constantes de rigidez relativas a cada direção global dos graus de liberdade e dá origem à matriz diagonal $[Dk]_e$ (Eq. 3.42), onde o operador \circ é o produto de Hadamard [42]. A matriz de rigidez ${}^e[K]_e$ (Eq. 3.43) está descrita no sistema de referência do elemento mola (e). Para descrevê-la no sistema global, aplica-se a Eq. 3.44. Analogamente, obtém-se $[Dc]_e$, ${}^e[C]_e$ e $[C]_e$ para os amortecedores conforme mostrado pelas Eq. 3.45, 3.46 e 3.47 respectivamente.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_{i,e} \\ \mathbf{f}_{j,e} \end{bmatrix} = {}^e[K]_e \begin{bmatrix} \mathbf{u}_i \\ \mathbf{u}_j \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$[Dk]_e = I_6 \circ (\mathbf{1}_{1 \times 6} \otimes \mathbf{k}_e) \quad (3.42)$$

$${}^e[K]_e = \left\{ I_2 \otimes [Dk]_e \right\} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \otimes I_6 \right\} \quad (3.43)$$

$$[K]_e = {}_e[T]_G^T {}^e[K]_e {}_e[T]_G \quad (3.44)$$

$$[Dc]_e = I_6 \circ (\mathbf{1}_{1 \times 6} \otimes \mathbf{c}_e) \quad (3.45)$$

$${}^e[C]_e = \left\{ I_2 \otimes [Dc]_e \right\} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \otimes I_6 \right\} \quad (3.46)$$

$$[C]_e = {}_e[T]_G^T {}^e[C]_e {}_e[T]_G \quad (3.47)$$

3.1.6 Funções de interpolação e deslocamento dos elementos básicos

É possível calcular os deslocamentos em qualquer ponto intermediário entre dois nós de um elemento desde que se conheça os deslocamentos nesses nós. Para isso, conforme descrito em Gruzman [33], utiliza-se as funções de interpolação apresentadas pela Eq. 3.48, 3.49, 3.50 e 3.51 para deslocamentos de elemento de barra, de eixo, de viga plana vertical e

de viga plana horizontal respectivamente. Para os deslocamentos angulares de elemento de viga plana vertical e horizontal, utiliza-se as funções de interpolação dadas pelas Eq. 3.52 e 3.53 respectivamente. Além de servir para interpolar deslocamentos nos EFU, as funções de interpolação também serão usadas no cálculo de forças externas distribuídas (Seção 3.1.8).

$$\begin{cases} \psi_{1_{EB}} = 1 - \frac{x_E}{L_E} \\ \psi_{2_{EB}} = \frac{x_E}{L_E} \\ \psi_{EB} = \left[\psi_{1_{EB}} \quad \psi_{2_{EB}} \right]^T \end{cases} \quad (3.48)$$

$$\begin{cases} \psi_{1_{EE}} = 1 - \frac{x_E}{L_E} \\ \psi_{2_{EE}} = \frac{x_E}{L_E} \\ \psi_{EE} = \left[\psi_{1_{EE}} \quad \psi_{2_{EE}} \right]^T \end{cases} \quad (3.49)$$

$$\begin{cases} \psi_{1_{EVB}} = 1 - 3 \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^2 + 2 \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^3 \\ \psi_{2_{EVB}} = L_E \left(\frac{x_E}{L_E} \right) - 2L_E \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^2 + L_E \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^3 \\ \psi_{3_{EVB}} = 3 \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^2 - 2 \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^3 \\ \psi_{4_{EVB}} = -L_E \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^2 + L_E \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^3 \\ \psi_{EVB} = \left[\psi_{1_{EVB}} \quad \psi_{2_{EVB}} \quad \psi_{3_{EVB}} \quad \psi_{4_{EVB}} \right]^T \end{cases} \quad (3.50)$$

$$\begin{cases} \psi_{1_{EVH}} = 1 - 3 \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^2 + 2 \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^3 \\ \psi_{2_{EVH}} = -L_E \left(\frac{x_E}{L_E} \right) + 2L_E \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^2 - L_E \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^3 \\ \psi_{3_{EVH}} = 3 \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^2 - 2 \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^3 \\ \psi_{4_{EVH}} = L_E \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^2 - L_E \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^3 \\ \psi_{EVH} = \left[\psi_{1_{EVH}} \quad \psi_{2_{EVH}} \quad \psi_{3_{EVH}} \quad \psi_{4_{EVH}} \right]^T \end{cases} \quad (3.51)$$

$$\begin{cases} \dot{\psi}_{1_{EVB}} = -\frac{6}{L_E} \left(\frac{x_E}{L_E} \right) + \frac{6}{L_E} \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^2 \\ \dot{\psi}_{2_{EVB}} = 1 - 4 \left(\frac{x_E}{L_E} \right) + 3 \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^2 \\ \dot{\psi}_{3_{EVB}} = \frac{6}{L_E} \left(\frac{x_E}{L_E} \right) - \frac{6}{L_E} \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^2 \\ \dot{\psi}_{4_{EVB}} = -2 \left(\frac{x_E}{L_E} \right) + 3 \left(\frac{x_E}{L_E} \right)^2 \\ \dot{\psi}_{EVB} = \left[\dot{\psi}_{1_{EVB}} \quad \dot{\psi}_{2_{EVB}} \quad \dot{\psi}_{3_{EVB}} \quad \dot{\psi}_{4_{EVB}} \right]^T \end{cases} \quad (3.52)$$

$$\begin{cases} \dot{\psi}_{1EVH} = -\frac{6}{L_E} \left(\frac{x_E}{L_E}\right) + \frac{6}{L_E} \left(\frac{x_E}{L_E}\right)^2 \\ \dot{\psi}_{2EVH} = -1 + 4 \left(\frac{x_E}{L_E}\right) - 3 \left(\frac{x_E}{L_E}\right)^2 \\ \dot{\psi}_{3EVH} = \frac{6}{L_E} \left(\frac{x_E}{L_E}\right) - \frac{6}{L_E} \left(\frac{x_E}{L_E}\right)^2 \\ \dot{\psi}_{4EVH} = 2 \left(\frac{x_E}{L_E}\right) - 3 \left(\frac{x_E}{L_E}\right)^2 \\ \dot{\psi}_{EVH} = \left[\dot{\psi}_{1EVH} \quad \dot{\psi}_{2EVH} \quad \dot{\psi}_{3EVH} \quad \dot{\psi}_{4EVH} \right]^T \end{cases} \quad (3.53)$$

A partir dos vetores das funções de interpolação e dos vetores dos deslocamentos dos nós de um dos elementos básicos, pode-se determinar o deslocamento $u_a(t)$ em qualquer ponto intermediário a no elemento por meio das Eq. 3.54, 3.55, 3.56, 3.57, 3.58 e 3.59 para os deslocamentos lineares de elemento de barra, de eixo, de viga plana vertical, de viga plana horizontal e para os deslocamentos angulares de viga plana vertical e horizontal respectivamente.

$$u_{aEB}(t) = \psi_{EB}^T \mathbf{u}_E(t) \quad (3.54)$$

$$u_{aEE}(t) = \psi_{EE}^T \mathbf{u}_E(t) \quad (3.55)$$

$$u_{aEVV}(t) = \psi_{EVV}^T \mathbf{u}_E(t) \quad (3.56)$$

$$u_{aEVH}(t) = \psi_{EVH}^T \mathbf{u}_E(t) \quad (3.57)$$

$$\dot{u}_{aEVV}(t) = \dot{\psi}_{EVV}^T \mathbf{u}_E(t) \quad (3.58)$$

$$\dot{u}_{aEVH}(t) = \dot{\psi}_{EVH}^T \mathbf{u}_E(t) \quad (3.59)$$

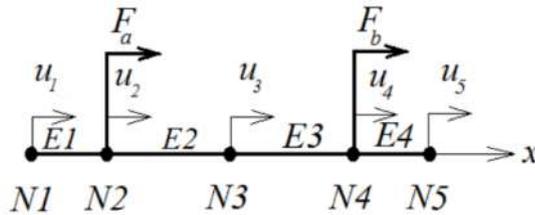
Com base nas equações anteriores e da disposição dos deslocamentos dos nós do ES, chega-se à Eq. 3.60, que possibilita interpolar os deslocamentos em um ponto entre

dois nós de um ES, localizado a uma distância $a = x_E$ da origem desse elemento.

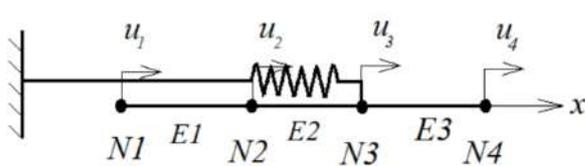
$$\mathbf{u}_{a_{ES}}(t) = \begin{bmatrix} \psi_{1_{EB}} u_{1_{ES}}(t) + \psi_{2_{EB}} u_{7_{ES}}(t) \\ \psi_{1_{EVV}} u_{2_{ES}}(t) + \psi_{2_{EVV}} u_{6_{ES}}(t) + \psi_{3_{EVV}} u_{8_{ES}}(t) + \psi_{4_{EVV}} u_{12_{ES}}(t) \\ \psi_{1_{EVH}} u_{3_{ES}}(t) + \psi_{2_{EVH}} u_{5_{ES}}(t) + \psi_{3_{EVH}} u_{9_{ES}}(t) + \psi_{4_{EVH}} u_{11_{ES}}(t) \\ \psi_{1_{EE}} u_{4_{ES}}(t) + \psi_{2_{EE}} u_{10_{ES}}(t) \\ \dot{\psi}_{1_{EVH}} u_{3_{ES}}(t) + \dot{\psi}_{2_{EVH}} u_{5_{ES}}(t) + \dot{\psi}_{3_{EVH}} u_{9_{ES}}(t) + \dot{\psi}_{4_{EVH}} u_{11_{ES}}(t) \\ \dot{\psi}_{1_{EVV}} u_{2_{ES}}(t) + \dot{\psi}_{2_{EVV}} u_{6_{ES}}(t) + \dot{\psi}_{3_{EVV}} u_{8_{ES}}(t) + \dot{\psi}_{4_{EVV}} u_{12_{ES}}(t) \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

3.1.7 Forças, elementos de massa e elementos de rigidez concentrados em pontos da estrutura

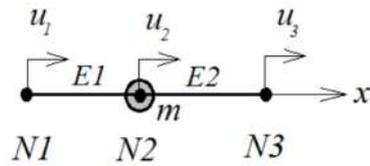
Conforme descrito em Gruzman [33], quando há forças, elementos de rigidez ou massa concentrados em pontos da estrutura, é recomendado que se discretize o corpo contínuo de forma que esses elementos concentrados coincidam com os nós da estrutura. Com isso, simplifica-se a modelagem, dispensando a necessidade de se utilizar funções de interpolação, uma vez que esses elementos concentrados são considerados no modelo incluindo seus valores nas matrizes $\mathbf{f}(t)$, $[K]$ ou $[M]$ diretamente na localização correspondente ao $u_i(t)$ em que estão aplicados, conforme exemplificado na Figura 3.5 para três estruturas diferentes.



(a) Força concentrada



(b) Rigidez concentrada



(c) Massa concentrada

Figura 3.5 – Exemplos de forças, elementos de rigidez e de massa concentrados [33] (adaptada)

Na estrutura da Figura 3.5a são incluídas as forças concentradas F_a e F_b nos nós N_2 e N_4 respectivamente, na estrutura da Figura 3.5b é incluída a mola de rigidez k

no nó $N3$, e na estrutura da Figura 3.5c é incluída a massa concentrada m no nó $N2$. A Eq. 3.61 mostra o vetor de forças \mathbf{f} da estrutura da Figura 3.5a, a Eq. 3.62 mostra a matriz de rigidez da estrutura da Figura 3.5b e a Eq. 3.63 mostra a matriz de massa da estrutura da Figura 3.5c.

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_a \\ 0 \\ F_b \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} + k & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} + m & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

Para o caso vetorial, considerando o elemento mola (ec) de rigidez \mathbf{k}_{ec} fixo ao nó Ni , pode-se obter a matriz de rigidez ${}^{ec}[K]_{ec}$ associada a este elemento mola por meio da Eq. 3.66, em que $[P]_i$ e $[Dk]_{ec}$ podem ser calculadas pelas Eq. 3.64 e 3.65 respectivamente. A matriz $[P]_k$ (Eq. 3.64) é utilizada para extrair uma matriz coluna 6×1 de uma matriz coluna $n \times 1$ na posição dos graus de liberdade de um determinado nó Nk .

O mesmo raciocínio se aplica para a inclusão dos vetores de amortecimento e de massa concentrados em um nó Ni , conforme mostrado pelas Eq. 3.67 e 3.68. Para o caso de um vetor de forças concentradas de dimensão 6×1 agindo no nó Ni , $\mathbf{f}_{cNi}(t)$, pode-se obter o vetor de forças concentradas no sistema $\mathbf{f}_c(t)$ relativo ao vetor $\mathbf{f}_{cNi}(t)$ ou ${}^{Ej}\mathbf{f}_{cNi}(t)$ por meio da Eq. 3.69 ou 3.70 respectivamente.

$$[P]_k = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{0}_{6 \times (6k-6)} & I_6 \\ \hline & \mathbf{0}_{6 \times (n-6k)} \end{array} \right] \quad (3.64)$$

$$[Dk]_{ec} = I_6 \circ (\mathbf{1}_{1 \times 6} \otimes \mathbf{k}_{ec}) \quad (3.65)$$

$$[K]_{ec} = [P]_i^T [Dk]_{ec} [P]_i \quad (3.66)$$

$$[C]_{ec} = [P]_i^T [Dc]_{ec} [P]_i \quad (3.67)$$

$$[M]_{ec} = [P]_i^T [Dm]_{ec} [P]_i \quad (3.68)$$

$$\mathbf{f}_c(t) = [P]_i^T \mathbf{f}_{c_{Ni}}(t) \quad (3.69)$$

$$\mathbf{f}_c(t) = [P]_i^T \left\{ [P]_i \left[{}^E j [T]_G^T \left(\mathbf{1}_{2 \times 1} \otimes {}^E j \mathbf{f}_{c_{Ni}}(t) \right) \right] \right\} \quad (3.70)$$

3.1.8 Forças externas distribuídas

O vetor das forças externas $\mathbf{f}(t)$ que age no sistema pode ser desmembrado em dois vetores, um de forças concentradas aplicadas sobre os nós da estrutura $\mathbf{f}_c(t)$ e outro de forças distribuídas $\mathbf{f}_d(t)$, conforme mostrado pela Eq. 3.71.

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{f}_c(t) + \mathbf{f}_d(t) \quad (3.71)$$

Neste trabalho, o vetor das forças distribuídas é obtido utilizando a forma consistente, que considera de forma mais próxima da realidade a distribuição de forças entre os nós do sistema, uma vez que faz uso das funções de interpolação do elemento. Conforme método descrito em Gruzman [33], calcula-se o vetor das forças em cada nó de um determinado elemento E com m graus de liberdade, ${}^E \mathbf{f}_{dE}$, descrevendo a função w_d (função de força distribuída) nas coordenadas de E, ${}^E w_d$, e aplicando as funções de interpolação para o elemento ψ_{iE} conforme mostrado na Eq. 3.72.

$$\left\{ \begin{array}{l} {}^E f_{d_{1E}} = \int_0^{L_E} {}^E w_d \psi_{1E} . dx_E \\ {}^E f_{d_{2E}} = \int_0^{L_E} {}^E w_d \psi_{2E} . dx_E \\ \vdots \\ {}^E f_{d_{mE}} = \int_0^{L_E} {}^E w_d \psi_{mE} . dx_E \\ {}^E \mathbf{f}_{dE} = \left[{}^E f_{d_{1E}} \quad {}^E f_{d_{2E}} \quad \dots \quad {}^E f_{d_{mE}} \right]^T \end{array} \right. \quad (3.72)$$

Para o caso de um elemento do tipo ES, se a ação de ${}^E w_d$ for na direção de u_{1E} ou u_{4E} , $m = 2$ e utiliza-se as funções de interpolação ψ_{EB} ou ψ_{EE} (Eq. 3.48 ou 3.49), com vetor de forças distribuídas resultante ${}^E \mathbf{f}_{d_{EB}} = [{}^E f_{d_{1E}} \quad {}^E f_{d_{7E}}]^T$ ou ${}^E \mathbf{f}_{d_{EE}} = [{}^E f_{d_{4E}} \quad {}^E f_{d_{10E}}]^T$

respectivamente. Se a ação de ${}^E w_d$ for na direção de u_{2E} ou u_{6E} , $m = 4$ e utiliza-se as funções de interpolação ψ_{Ej} (Eq. 3.50), com vetor de forças distribuídas resultante ${}^E \mathbf{f}_{d_{EVV}} = [{}^E f_{d_{2E}} \ {}^E f_{d_{6E}} \ {}^E f_{d_{8E}} \ {}^E f_{d_{12E}}]^T$. Expandindo o raciocínio para os demais graus de liberdade do elemento espacial e considerando o vetor de funções de força distribuída ${}^E \mathbf{w}_d$ dado pela Eq. 3.73, onde cada componente representa a função de força associada a uma direção dos graus de liberdade do ES, chega-se na Eq. 3.74.

$${}^E \mathbf{w}_d = [{}^E w_{d_1} \ {}^E w_{d_2} \ {}^E w_{d_3} \ {}^E w_{d_4} \ {}^E w_{d_5} \ {}^E w_{d_6}]^T \quad (3.73)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} {}^E f_{d_{1E}} = \int_0^{L_E} {}^E w_{d_1} \psi_{1_{EB}} \cdot dx_E \\ {}^E f_{d_{2E}} = \int_0^{L_E} {}^E w_{d_2} \psi_{1_{Ej}} \cdot dx_E + \int_0^{L_E} {}^E w_{d_6} \psi_{1_{Ej}} \cdot dx_E \\ {}^E f_{d_{3E}} = \int_0^{L_E} {}^E w_{d_3} \psi_{1_{EVH}} \cdot dx_E + \int_0^{L_E} {}^E w_{d_5} \psi_{1_{EVH}} \cdot dx_E \\ {}^E f_{d_{4E}} = \int_0^{L_E} {}^E w_{d_4} \psi_{1_{EE}} \cdot dx_E \\ {}^E f_{d_{5E}} = \int_0^{L_E} {}^E w_{d_3} \psi_{2_{EVH}} \cdot dx_E + \int_0^{L_E} {}^E w_{d_5} \psi_{2_{EVH}} \cdot dx_E \\ {}^E f_{d_{6E}} = \int_0^{L_E} {}^E w_{d_2} \psi_{2_{EVV}} \cdot dx_E + \int_0^{L_E} {}^E w_{d_6} \psi_{2_{EVV}} \cdot dx_E \\ {}^E f_{d_{7E}} = \int_0^{L_E} {}^E w_{d_1} \psi_{2_{EB}} \cdot dx_E \\ {}^E f_{d_{8E}} = \int_0^{L_E} {}^E w_{d_2} \psi_{3_{Ej}} \cdot dx_E + \int_0^{L_E} {}^E w_{d_6} \psi_{3_{Ej}} \cdot dx_E \\ {}^E f_{d_{9E}} = \int_0^{L_E} {}^E w_{d_3} \psi_{3_{EVH}} \cdot dx_E + \int_0^{L_E} {}^E w_{d_5} \psi_{3_{EVH}} \cdot dx_E \\ {}^E f_{d_{10E}} = \int_0^{L_E} {}^E w_{d_4} \psi_{2_{EE}} \cdot dx_E \\ {}^E f_{d_{11E}} = \int_0^{L_E} {}^E w_{d_3} \psi_{4_{EVH}} \cdot dx_E + \int_0^{L_E} {}^E w_{d_5} \psi_{4_{EVH}} \cdot dx_E \\ {}^E f_{d_{12E}} = \int_0^{L_E} {}^E w_{d_2} \psi_{4_{EVV}} \cdot dx_E + \int_0^{L_E} {}^E w_{d_6} \psi_{4_{EVV}} \cdot dx_E \\ {}^E \mathbf{f}_{d_E} = \left[{}^E f_{d_{1E}} \quad {}^E f_{d_{2E}} \quad \dots \quad {}^E f_{d_{12E}} \right]^T \end{array} \right. \quad (3.74)$$

A Eq. 3.76 calcula o vetor \mathbf{f}_d , onde i varia de 1 ao número de elementos qE da estrutura. As matrizes ${}_{Ei}[T]_G$ e os vetores $\mathbf{f}_{d_{Ei}}$ podem ser calculados pelas Eq. 3.30 e 3.75 respectivamente. Caso o vetor ${}^E \mathbf{w}_d$ esteja descrito em termos de coordenadas do sistema aplicado no elemento Ej ($\mathbf{w}_{d_{Ej}}$), ele pode ser convertido para a representação de coordenadas dos graus de liberdade do elemento Ej pela Eq. 3.77.

$$\mathbf{f}_{d_{Ei}} = {}_{Ei}[T]_G^T {}^{Ei} \mathbf{f}_{d_{Ei}} \quad (3.75)$$

$$\mathbf{f}_d = \sum_{i=1}^{qE} \mathbf{f}_{d_{Ei}} \quad (3.76)$$

$${}^{Ej} \mathbf{w}_d = \left[I_6 \ \middle| \ \mathbf{0}_{6 \times 6} \right] \left\{ {}_{Ej}[T]_G \left([P]_{ni_{Ej}}^T \mathbf{w}_{d_{Ej}} + [P]_{nf_{Ej}}^T \mathbf{w}_{d_{Ej}} \right) \right\} \quad (3.77)$$

3.2 Modelagem dos pneus e suspensões

Neste trabalho, a modelagem estrutural do veículo é composta pelo chassi, suspensões e pneus. Esta seção apresenta a fundamentação teórica para a modelagem das suspensões e pneus, uma vez que a modelagem do chassi é feita pelo MEF utilizando EFU conforme metodologia apresentada na Seção 3.1. A base para o dimensionamento dos comprimentos e pontos de ancoragem entre as suspensões e o chassi pode ser adquirida conforme mostrado nas Figuras 3.6 e 3.7, obtidas do trabalho de Leitão e Pires [23].

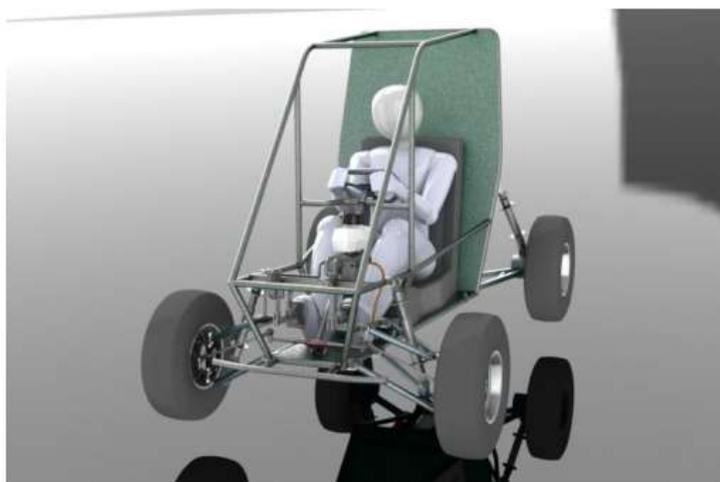


Figura 3.6 – Modelo do VOM 2013 [23]

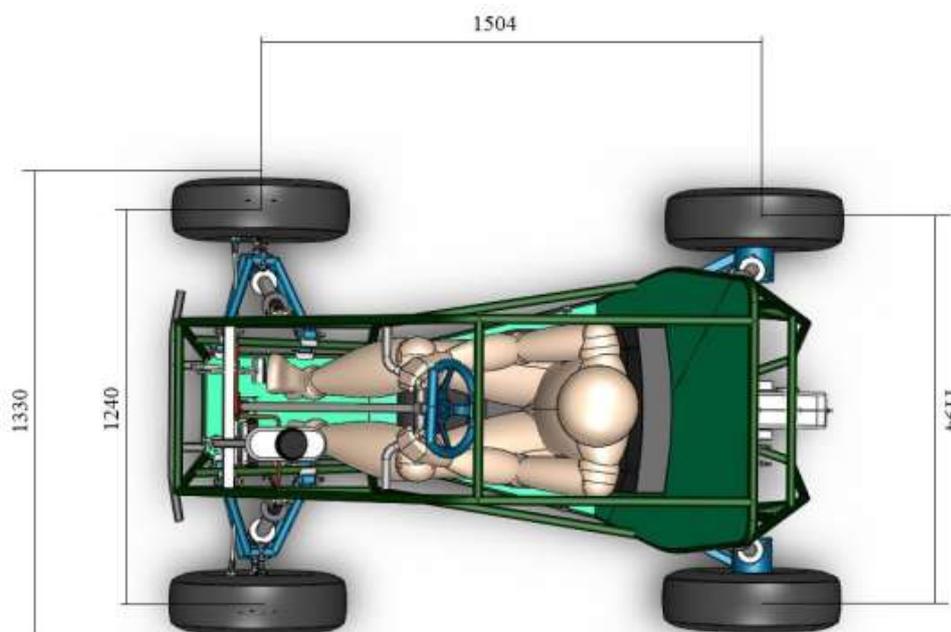


Figura 3.7 – Vista superior do VOM 2013 (dimensões em mm) [23]

Os aspectos aqui considerados visam incluir no modelo do sistema viatura-SARC os efeitos de rigidez e amortecimento transmitidos pelo conjunto de suspensão e pneus, com o veículo parado, não levando em conta fatores da dinâmica veicular relevantes para

o estudo do veículo em movimento. Em consequência, para fins de modelagem, serão considerados ângulo de câster zero, câmber zero e cubo das rodas em posição estática, sendo considerados os efeitos verticais de amortecimento e rigidez dos pneus agindo em série com os das suspensões e os efeitos transversais e longitudinais agindo em série com os das suspensões e diretamente sobre o chassi (transmitidos pelas barras das suspensões, consideradas elementos rígidos).

3.2.1 Pneus

Para a consideração dos efeitos de rigidez dos pneus, é utilizada a abordagem feita por Jazar [25] para determinação dos coeficientes com base em suas curvas de rigidez, conforme mostrado na Figura 3.8, e as deformações laterais e longitudinais, conforme mostrado na Figura 3.9. Os efeitos de amortecimento dos pneus são definidos de maneira proporcional à rigidez, considerando o valor de suas constantes como 10% do valor das respectivas constantes de rigidez, conforme abordagem feita por Guedes [21].

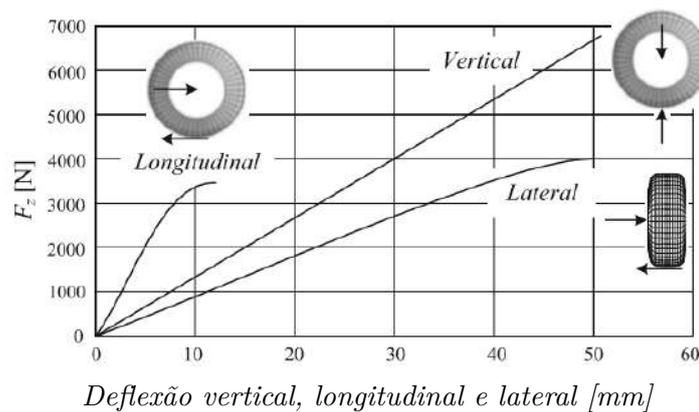


Figura 3.8 – Curvas de rigidez vertical, longitudinal e lateral dos pneus [25]

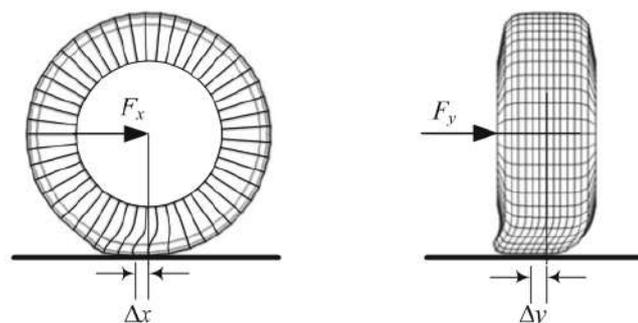


Figura 3.9 – Deformação lateral e longitudinal no pneu [25]

A consideração do efeito de rigidez e amortecimento dos pneus se dá por meio da inclusão de molas e amortecedores nas direções dos três eixos de translação do sistema para cada um dos quatro pneus. A Figura 3.10 mostra a disposição das molas e amortecedores

que representam os efeitos de rigidez e amortecimento do pneu e a Tabela 3.1 apresenta os valores de rigidez e amortecimento das constantes, obtidas de Leitão e Pires [23], Pereira e Gheorghiu [43], da proporcionalidade entre rigidez e amortecimento dos pneus utilizada por Guedes [21] e das relações de proporcionalidade entre as rigidezes de cada eixo ortogonal apresentada por Jazar [25].

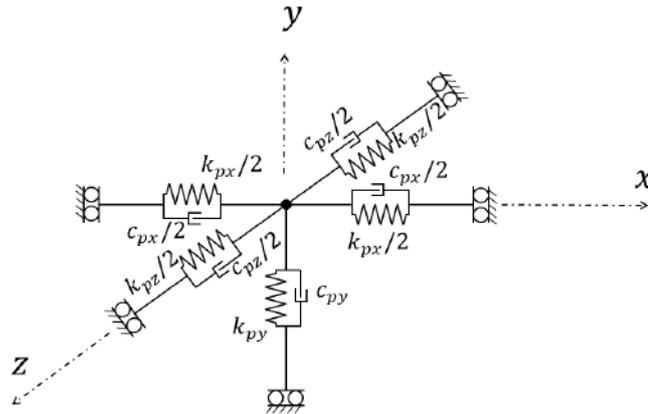


Figura 3.10 – Representação da rigidez e amortecimento dos pneus

Tabela 3.1 – Constantes de rigidez e de amortecimento dos pneus

Constante	k_{px}	k_{py}	k_{pz}	c_{px}	c_{py}	c_{pz}
Valor	600000	200000	120000	60000	20000	12000
Unidade	N/m			$N.s/m$		

Para o presente trabalho, por considerar o veículo parado em todas as simulações, despreza-se o efeito de massa das rodas e de seus respectivos eixos, uma vez que os deslocamentos apresentados pelas rodas durante a dinâmica simulada não são de interesse para a análise em tela e é relativamente pequeno comparados ao deslocamentos localizados no SARC. Os efeitos de rigidez e amortecimento dos pneus nas direções x e z atuam diretamente no chassi (por meio dos elementos de construção dos braços das suspensões, considerados rígidos), além de atuarem também em série com os das suspensões. Já os efeitos na direção y atuam somente em série com os das respectivas suspensões.

3.2.2 Suspensões dianteira e traseira

Para a modelagem das suspensões dianteira e traseira, tomou-se como base os trabalhos de Leitão e Pires [23] e de Pereira e Gheorghiu [43]. Porém, no presente trabalho, os braços das suspensões tem caráter dimensional e de construção, considerados como elementos rígidos para fins de transmissão de esforços horizontais e com suas dimensões

utilizadas para definir a orientação espacial dos conjuntos mola-amortecedor das suspensões dianteira (\mathbf{k}_{sd} , \mathbf{c}_{sd}) e traseira (\mathbf{k}_{st} , \mathbf{c}_{st}), como pode ser visto nas Figuras 3.11 e 3.12 respectivamente.

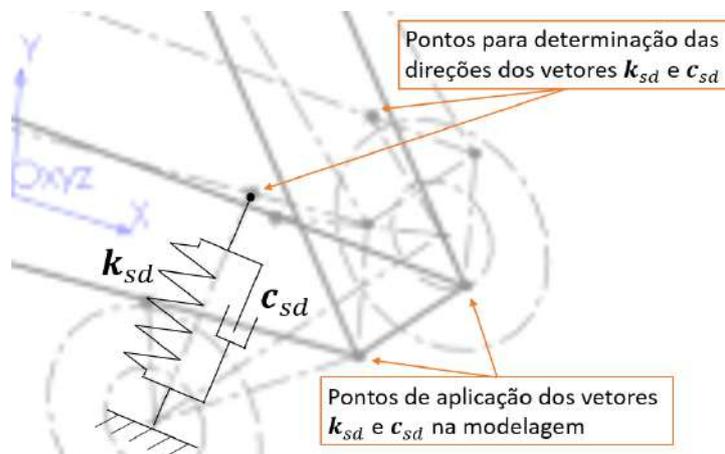


Figura 3.11 – Posição espacial dos conjuntos mola-amortecedor da suspensão dianteira

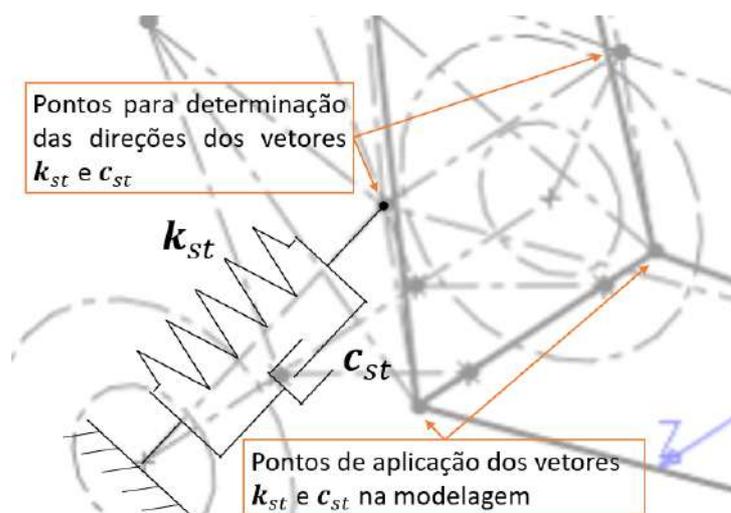


Figura 3.12 – Posição espacial dos conjuntos mola-amortecedor da suspensão traseira

No trabalho de Pereira e Gheorghiu [43] foi realizado o projeto do braço da suspensão traseira e a análise de vibrações de um VOM, de estrutura muito semelhante ao veículo adotado neste trabalho por também se basear no regulamento BAJA [24, 44]. Do resultado da análise feita no referido trabalho, chegou-se a conclusão de que para um conjunto de valores pré-selecionados, a rigidez da mola da suspensão dianteira que se mostrou mais adequada à utilização no VOM foi de 30625 N/m.

Para fins de modelagem e simulação, foi escolhida a suspensão do tipo braço semi-arastado para a dianteira, por este tipo proporcionar pouca variação de camber e ser de geometria simples. Para a suspensão traseira, foi escolhida a do tipo eixo oscilante, por ser mais compatível com a modelagem realizada e, em termos de efeito na estrutura do veículo parado, ter efeito semelhante ao do tipo escolhido para a dianteira.

Considerando que as oscilações angulares dos braços das suspensões nas simulações dinâmicas realizadas neste trabalho são de pouca amplitude, e com o objetivo de manter o modelo linear, assume-se que as direções dos conjuntos mola-amortecedor são invariantes no tempo. As constantes de rigidez e de amortecimento para os conjuntos mola-amortecedor das suspensões, obtidas de Pereira e Gheorghiu [43], são apresentadas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Valores de rigidez e amortecimento para os conjuntos mola-amortecedor das suspensões

Suspensão	Rigidez	Amortecimento
Dianteira	$k_{s1} = k_{s2} = k_{sd} = 30625$	$c_{s1} = c_{s2} = c_{sd} = 500$
Traseira	$k_{s3} = k_{s4} = k_{st} = 55000$	$c_{s3} = c_{s4} = c_{st} = 500$
Unidade	N/m	$N.s/m$

Na modelagem do presente estudo, não são considerados os deslocamentos das rodas e seus respectivos eixos, e os efeitos de rigidez e amortecimento dos pneus são incluídos diretamente no chassi, assim como os efeitos dos conjuntos mola-amortecedor das suspensões, conforme ilustrado nas Figuras 3.13 e 3.14 para os conjuntos de suspensão-pneus dianteira e traseira respectivamente.

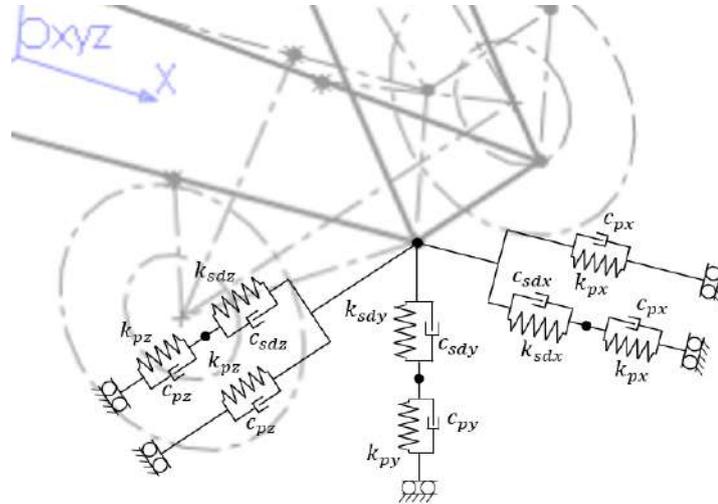


Figura 3.13 – Ação dos conjuntos mola-amortecedor da suspensão dianteira e pneus no chassi

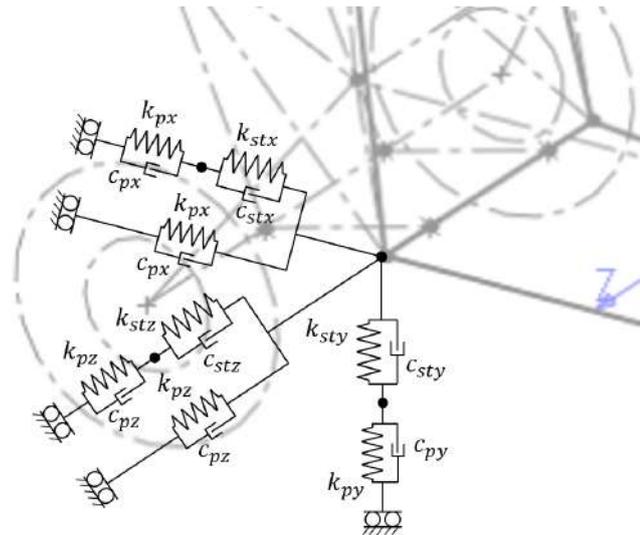


Figura 3.14 – Ação dos conjuntos mola-amortecedor da suspensão traseira e pneus no chassi

3.3 Componentes não modelados do veículo

Para a inclusão dos efeitos das massas e momentos de inércia de massa dos componentes não modelados do veículo, como o motor, sistema de transmissão, de direção, banco, acessórios e piloto, foi considerado o trabalho de Duarte et al. [45] onde as informações a serem consideradas são apresentadas na Tabela 3.3. A Figura 3.15 ilustra a distribuição, nos nós do chassi, das massas e momentos de inércia dos componentes não modelados do veículo.

Tabela 3.3 – Dados dos componentes não modelados do veículo

Massa dos componentes (m_c)	270 kg
Distribuição Dianteira-Traseira	40 – 60 %
Momento de Inércia em z (elevação) (j_{cz})	62,86 kg.m ²
Momento de Inércia em x (rolagem) (j_{cx})	141,14 kg.m ²

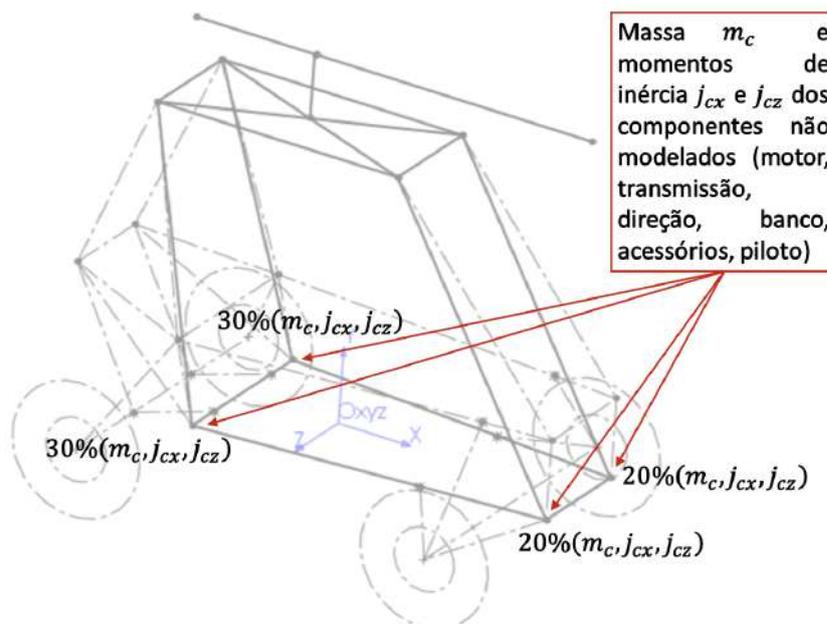


Figura 3.15 – Distribuição nos nós do chassi das massas e momentos de inércia dos componentes não modelados do veículo

3.4 Modelagem do sistema de armas

O SARC utilizado neste trabalho consiste de um reparo acoplado no teto da viatura considerada, remotamente controlado e dotado de metralhadora calibre .50" (12,7mm). A modelagem, tanto do reparo como da metralhadora, é feita pelo MEF utilizando EFU. Conforme exposto no compendio sobre torres feito pela *Armada International* em 2013 [46], as torres remotamente controladas oferecem uma alternativa às manuais que são geralmente muito pesadas para a maioria dos veículos leves. Um dos modelos expostos no referido compendio é o *Protector Super Lite*, produzido pela empresa norueguesa Kongsberg, que por suas características de tamanho e peso se mostra adequado à utilização em um VOM, como pode ser visto na Figura 3.16 [47] e na Tabela 3.4.



Figura 3.16 – *Protector Super Lite* [47]

Tabela 3.4 – Propriedades do SARC *Protector Super Lite*

Massa	37 kg
Elevação	-20° / + 75°
Azimute	$n \times 360^\circ$
Estabilização	Opcional

Fonte: *Armada International* [46] (adaptada).

Para as características do armamento utilizado, tomou-se como base o modelo FN® M2HB-QCB calibre .50" (12,7x99mm) [48], da fabricante belga FN Herstal. A referida arma pode ser vista na Figura 3.17 e suas características, utilizadas como base para a modelagem do SARC, são apresentadas na Tabela 3.5.



Figura 3.17 – Metralhadora FN® M2HB-QCB calibre .50" (12,7x99mm) [48]

Tabela 3.5 – Características da arma FN® M2HB-QCB calibre .50" (12,7x99mm)

Cadência de tiro	485 a 635 tpm
Alcance efetivo	1850 m
Alcance máximo	6500 m
Comprimento do cano	1,143 m
Comprimento total	1,654 m
Massa	38,102 kg

Fonte: FN Herstal [48] (adaptada).

3.4.1 Força de recuo em decorrência do tiro

Para a modelagem da força de recuo transmitida da arma para o reparo em decorrência do tiro, considera-se a teoria apresentada por Smith [49] e Henriques [50]. Nas referências citadas, faz-se a consideração de que a quantidade de movimento de recuo é igual às quantidades de movimento da massa dos gases propelentes somada a do projétil.

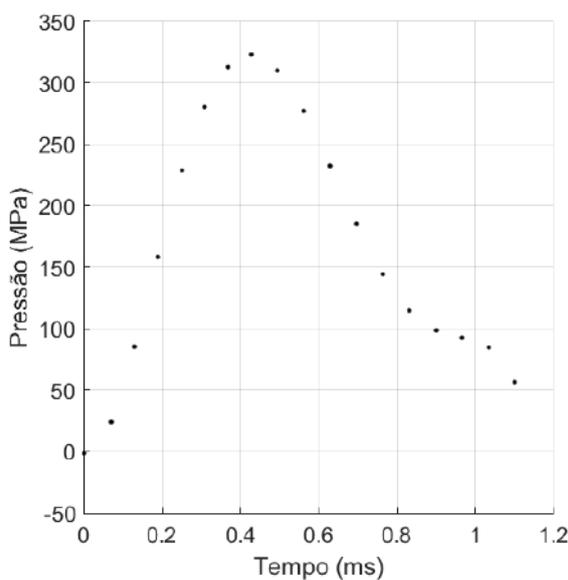
Com isso, o impulso de recuo I_R é dado pela Eq. 3.78, onde o significado de cada variável é dado pelo Quadro 3.3.

$$I_R = m_a v_a = m_p V_0 + m_c v_c \tag{3.78}$$

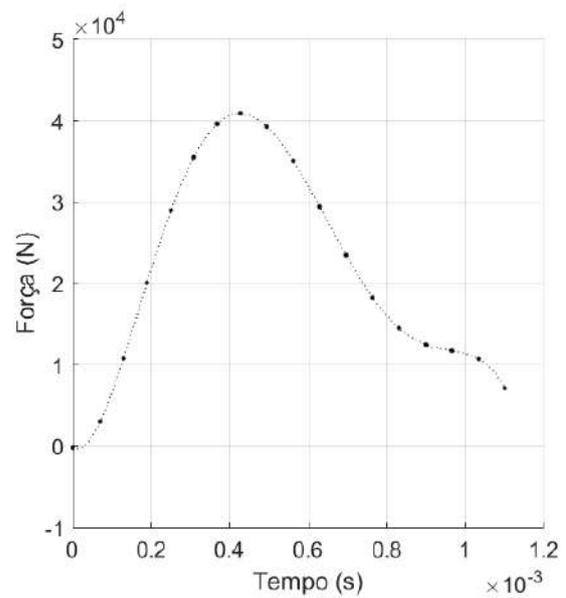
Quadro 3.3 – Significado dos símbolos das variáveis do cálculo do impulso de recuo

Símbolo	Significado (unidade de medida)
m_a	massa da arma ou das partes recuantes (kg)
v_a	velocidade de recuo da arma (m/s)
m_p	massa do projétil (kg)
V_0	velocidade inicial do projétil (m/s)
m_c	massa da carga de projeção (kg)
v_c	velocidade média de escape dos gases (m/s)

Buscando obter uma representação matemática da força de recuo em função do tempo, considera-se a curva de pressão adotada por Guedes [21] em sua modelagem e simulação dinâmica do sistema viatura-metralhadora para o tiro de armamento calibre .50" (12,7mm) (Figura 3.18a). A referida curva pode ser obtida pelo programa PRODAS utilizando o método de Baer e Frankle [51]. A curva de força de recuo $f_r(t)$, obtida a partir da curva de pressão por interpolação polinomial de quinta ordem e demais conversões necessárias, é apresentada na Figura 3.18b.



(a) Curva de pressão x tempo



(b) Curva de força x tempo

Figura 3.18 – Curva de tiro para arma calibre .50" (12,7mm)

Integrando $f_r(t)$ no tempo de duração do disparo (0,0011 s), chega-se ao valor de um impulso de 24,2 N.s, valor coerente com o esperado para um armamento desse porte. Como nos autores das referências aqui citadas, os efeitos da dinâmica das massas internas envolvidas na volta em bateria do armamento durante e após o disparo exercem pouca influência na dinâmica do sistema como um todo. Por isso, neste trabalho, para efeitos de modelagem e simulação, esses efeitos serão desprezados.

Com base na função $f_r(t)$, que representa a força de recuo exercida pela arma no sistema em decorrência de um disparo, foi elaborado um algoritmo para a função $f_R(t)$ (conforme pseudocódigo apresentado na Eq. 3.79), que calcula a força de recuo para uma série de tiros da arma em função do tempo, onde os parâmetros de entrada para a referida função são apresentados no Quadro 3.4. O período da série de tiros T_{tiro} , dado em segundos, é calculado em função da cadência da série de tiros f_{tiro} , dada em tiros por minuto, conforme mostrado na Eq. 3.80.

Início

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \text{Função } f_r(t) = \langle \quad \rangle // \text{ função da força de recuo de um tiro} // \\
 \text{Ler } t \quad // \text{ tempo para o qual a força de recuo é calculada} // \\
 \text{Ler } t_{tiro} \quad // \text{ tempo da balística interna de um tiro} // \\
 \text{Ler } q_{tiro} \quad // \text{ quantidade de tiros da série} // \\
 \text{Ler } T_{tiro} \quad // \text{ período da série de tiros} // \\
 \text{Se } t \text{ for menor que } (q_{tiro} - 1)T_{tiro} + t_{tiro} \text{ executar} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 tt = \text{mod}(t, T_{tiro}) \\
 \text{Se } tt \text{ for menor que } t_{tiro} \text{ executar} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 f_R(t) = f_r(tt) \\
 \text{Senão} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 f_R(t) = 0 \\
 \text{Fim}(tt)
 \end{array} \right. \\
 \text{Senão} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 f_R(t) = 0 \\
 \text{Fim}(t)
 \end{array} \right. \\
 \text{Escrever } f_R(t)
 \end{array} \right.
 \end{array} \right.
 \end{array} \right. \tag{3.79}$$

Fim.

$$T_{tiro} = 60/f_{tiro} \tag{3.80}$$

Quadro 3.4 – Parâmetros de entrada para a função de força de recuo da série de tiros

Símbolo	Significado (unidade de medida)
$f_r(t)$	função da força de recuo de um tiro (N)
t	tempo para o qual a força de recuo é calculada (s)
t_{tiro}	tempo da balística interna de um tiro (s)
q_{tiro}	quantidade de tiros da série
T_{tiro}	período da série de tiros (s)

3.5 Modelagem do motor elétrico (atuador)

Conforme exposto em Bolton [52], sistemas de controle de posição ou velocidade utilizam frequentemente motores elétricos como elementos finais de controle. O autor também ressalta que os motores CC (de corrente contínua) são os mais usados em sistemas de controle modernos. Por esse motivo, neste trabalho utiliza-se um motor elétrico CC como atuador no sistema de estabilização do armamento durante o tiro com viatura parada. O torque de elevação da arma proporcionado pelo eixo do motor é dado pela Eq. 3.81 [20, 52], onde k_a é a constante eletromotriz do motor elétrico, i_a é a corrente de entrada no motor elétrico e T_a é o torque exercido pelo eixo do motor elétrico. Na modelagem do SARC, o referido torque tem sua ação exercida diretamente no eixo de elevação da arma, com ação de mesma intensidade e sentido oposto aplicada na coluna do SARC, solidária à carcaça do motor.

$$T_a = k_a i_a \quad (3.81)$$

Há também, aplicado pelo eixo do motor na arma, a ação de torque viscoso, que pode ser modelado conforme exposto em Gruzman [29] e Fernandes [20], conforme apresentado na Eq. 3.82, onde T_b é o torque viscoso, c_b é a constante de amortecimento viscoso e ω_{rel} é a velocidade angular relativa entre a carga (que neste caso é a arma, fixa na extremidade do eixo do motor) e a carcaça do motor.

$$T_b = -c_b \omega_{rel} \quad (3.82)$$

3.6 Método de Runge-Kutta de quarta ordem

Segundo Dieguez [53], o método de passo simples mais utilizado para a resolução computacional de um sistema de equações diferenciais ordinárias (EDO) é o método de Runge-Kutta de 4ª ordem (RK4), pois possui boa precisão dos resultados obtidos e emprega

uma expressão simples em sua implementação. Por essas razões, neste trabalho utiliza-se esse método numérico para a resolução do sistema de EDO resultante da aplicação da Eq. 3.1 no modelo proposto. O algoritmo do método de RK4 proposto por Dieguez [53] calcula o valor de $y_n = f(x_n)$ relacionado à EDO de 1ª ordem $y' = f^*(x, y)$ de valor inicial $y_0 = f(x_0)$. O passo utilizado é $h = (x_n - x_0)/n$ e a expressão empregada é dada pela Eq. 3.83. O pseudocódigo, de implementação do método, elaborado por Dieguez [53] é apresentado na Eq. 3.84.

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \text{ onde:}$$

$$\begin{cases} k_1 = h.f^*(x_i, y_i); \\ k_2 = h.f^*(x_i + h/2, y_i + k_1/2); \\ k_3 = h.f^*(x_i + h/2, y_i + k_2/2); \\ k_4 = h.f^*(x_i + h, y_i + k_3); \end{cases} \quad (3.83)$$

i variando de 0 até $n - 1$

Início

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Função } f^*(x, y) = < \quad > \\ \text{Ler } x_0, y_0 \quad // \text{ condições iniciais } // \\ \text{Ler } x_n \quad // \text{ abcissa do ponto desejado } // \\ \text{Ler } n \quad // \text{ número de intervalos } // \\ h \leftarrow (x_n - x_0)/n \\ x \leftarrow x_0; \quad y \leftarrow y_0 \\ \text{Para } i \text{ de } 0 \text{ até } n - 1 \text{ executar} \\ \left\{ \begin{array}{l} k_1 \leftarrow h.f^*(x, y) \\ k_2 \leftarrow h.f^*(x + h/2, y + k_1/2) \\ k_3 \leftarrow h.f^*(x + h/2, y + k_2/2) \\ k_4 \leftarrow h.f^*(x + h, y + k_3) \\ y \leftarrow y + (k_1 + 2 * (k_2 + k_3) + k_4)/6 \\ x \leftarrow x + h \end{array} \right. \\ \text{Fim}(i) \\ \text{Escrever } x_n, y \end{array} \right. \quad (3.84)$$

Fim.

Neste trabalho, utiliza-se uma modificação do método proposto por Dieguez [53] conforme apresentado na Eq. 3.85, onde são empregados como argumentos de entrada os

parâmetros descritos no Quadro 3.5. O método fornece como resultado uma matriz $[x]$ em que cada linha representa o vetor de um estado do sistema ao longo dos tempos de gravação dos resultados \mathbf{t}_{sim} . Escolhe-se o maior valor possível para o passo de integração t_{RK} que permita a convergência do método, por questões de tempo de processamento da simulação.

Início

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \text{Campo } \dot{\mathbf{x}}(t, x) = \langle \quad \rangle \\
 \text{Ler } \mathbf{x}_o \quad // \text{ condições iniciais} // \\
 \text{Ler } t_{RK} \quad // \text{ passo de integração} // \\
 \text{Ler } \mathbf{t}_{sim} \quad // \text{ tempos de gravação dos resultados} // \\
 col \leftarrow \text{ quantidade de elementos de } \mathbf{t}_{sim} \\
 row \leftarrow \text{ quantidade de elementos de } \mathbf{x}_o \\
 [x] \leftarrow \mathbf{0}_{row \times col} \\
 [x](:, 1) \leftarrow \mathbf{x}_o \\
 \text{Para } i \text{ de } 0 \text{ até } col - 1 \text{ executar} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 x = [x](:, i) \\
 \text{Para } t \text{ de } \mathbf{t}_{sim}(i) \text{ até } \mathbf{t}_{sim}(i + 1) \text{ com passo } t_{RK} \text{ executar} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 k_1 \leftarrow t_{RK} \dot{\mathbf{x}}(t, x) \\
 k_2 \leftarrow t_{RK} \dot{\mathbf{x}}(t + t_{RK}/2, x + k_1/2) \\
 k_3 \leftarrow t_{RK} \dot{\mathbf{x}}(t + t_{RK}/2, x + k_2/2) \\
 k_4 \leftarrow t_{RK} \dot{\mathbf{x}}(t + t_{RK}, x + k_3) \\
 x \leftarrow x + (k_1 + 2(k_2 + k_3) + k_4)/6
 \end{array} \right. \\
 \text{Fim}(t) \\
 [x](:, i + 1) = x \\
 \text{Fim}(i) \\
 \text{Escrever } [x]
 \end{array} \right.
 \end{array} \right. \quad (3.85)$$

Fim.

Quadro 3.5 – Parâmetros de entrada para o método de RK4 modificado

Símbolo	Significado (unidade de medida)
$\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, t)$	derivada do campo vetorial a ser calculado
\mathbf{x}_o	Estado inicial do campo vetorial a ser calculado
t_{RK}	Passo de integração do RK4 (s)
\mathbf{t}_{sim}	Vetor com os tempos discretos de gravação dos resultados (s)

3.6.1 Redução da ordem de uma EDO

Para a determinação do vetor de deslocamentos $\mathbf{u}(t)$ dos nós do sistema, conforme Eq. 3.1, faz-se necessária a redução de ordem dessa equação para um sistema de primeira ordem para que se possa aplicar o método de RK4. Esta redução pode ser feita por meio de uma substituição de variáveis conforme mostrado na Eq. 3.86, onde n é o número de graus de liberdade do sistema. Chega-se então a um sistema de EDO no mesmo formato utilizado por Reis et al. [54] e Michelin [27] na simulação de problemas similares.

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} \dot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{v}(t) \\ [M]\dot{\mathbf{v}}(t) + [C]\mathbf{v}(t) + [K]\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t) \end{cases} \\
\Rightarrow & \begin{cases} \dot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{v}(t) \\ \dot{\mathbf{v}}(t) = -[M]^{-1}[K]\mathbf{u}(t) - [M]^{-1}[C]\mathbf{v}(t) + [M]^{-1}\mathbf{f}(t) \end{cases} \\
\Rightarrow & \begin{cases} \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{v}(t) \end{bmatrix}, & A = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_n & I_n \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix}, \\ E = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_n \\ [M]^{-1} \end{bmatrix}, & \mathbf{w}(t) = \mathbf{f}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + E\mathbf{w}(t) \end{cases} \end{cases} \quad (3.86)
\end{aligned}$$

3.7 Técnicas de controle

As técnicas de controle empregadas no presente trabalho visam estabilizar o SARC durante a execução dos disparos com a viatura parada, de maneira a minimizar as oscilações de elevação da arma durante e após a realização de uma série de tiros. O sistema em estudo é considerado linear invariante no tempo (LTI, da sigla em inglês *linear time invariant*) [55] e no controlador há apenas uma entrada (erro de posição ou velocidade angular do eixo de elevação da arma) e uma saída (corrente elétrica para o atuador). Em outras palavras, trata-se de um sistema SISO (*single input single output*).

Conforme Ogata [56], na terminologia de controle denomina-se como planta qualquer objeto a ser controlado. No caso do estudo em tela, o sistema composto pela viatura e SARC integrado é considerado como a planta. O atuador é o motor elétrico, que recebe o sinal do controlador e exerce a ação na planta a fim de levar o valor da saída para o valor desejado. O sensor monitora o valor de saída da planta, e realimenta o controlador com este valor, de maneira a ser gerado o sinal de controle. A arquitetura de controle adotada neste trabalho é apresentada na Figura 3.19.

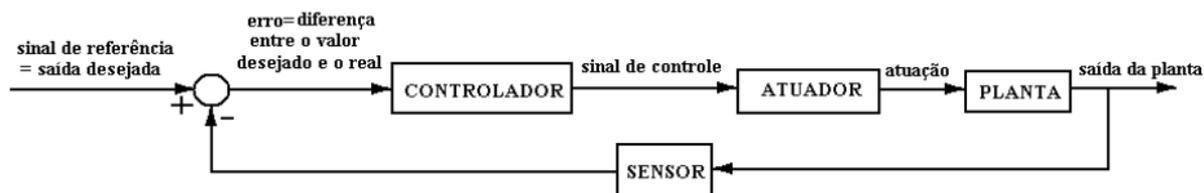


Figura 3.19 – Arquitetura de controle em malha fechada com realimentação negativa [57]

Segundo a abordagem apresentada por Gopal [58], o desempenho do sistema pode ser analisado em termos dos seguintes aspectos:

- estabilidade;
- resposta em regime transiente;
- precisão em regime permanente;
- sensibilidade e robustez; e
- rejeição de distúrbios.

O modelo a ser utilizado para a síntese dos controladores no presente estudo se baseia na categoria de torre isolada. Assim, será possível obter uma função de transferência (FT) de ordem reduzida e aplicar os conceitos de controle clássico baseados nas funções de transferência padrão de primeira e de segunda ordem. Neste contexto, é possível analisar a estabilidade da planta verificando se todos os polos de sua função de transferência se encontram no semiplano esquerdo do plano complexo.

A resposta em regime transiente é levada em consideração nas especificações de projeto quanto à resposta transitória. A precisão em regime permanente poderá ser ajustada por meio de ganho proporcional ou integral. Já os aspectos de sensibilidade e robustez quanto ao desempenho e a capacidade de rejeição de distúrbios não serão levados em conta diretamente na fase de síntese dos controladores, e sim verificados por meio de simulações.

3.7.1 Controle clássico

Os conceitos de controle clássico mostrados nesta seção visam apresentar aspectos relevantes para o processo de síntese dos controladores da família PID (incluindo suas variações P, PD e PI). A Figura 3.20 apresenta o diagrama de blocos para a arquitetura de controle adotada, onde $D(s)$ é a função de transferência do controlador, $M(s)$ do atuador, $G(s)$ do modelo da planta e $H(s)$ do sensor. A função de transferência para o ramo direto (RD) entre a entrada de referência $R(s)$ e a saída $C(s)$, $G_{RD}(s)$, é dada pela Eq. 3.87, a função de transferência em malha aberta (MA), $G_{MA}(s)$, pela Eq. 3.88, e a função de transferência em MF, $G_{MF}(s)$, pela Eq. 3.89.

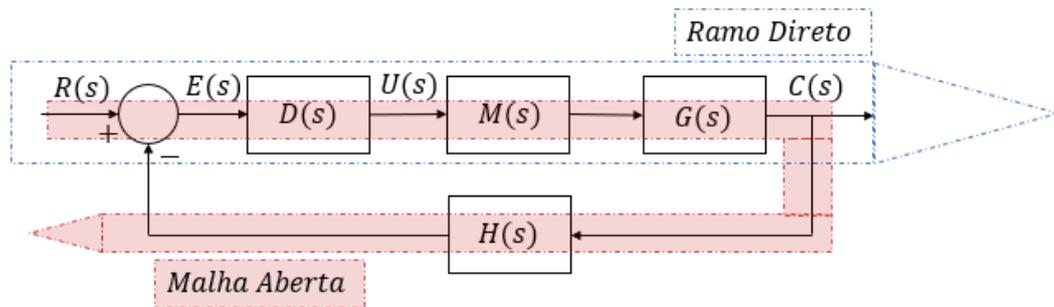


Figura 3.20 – Diagrama de blocos para a arquitetura clássica de controle

$$G_{RD}(s) = D(s)M(s)G(s) \quad (3.87)$$

$$G_{MA}(s) = D(s)M(s)G(s)H(s) \quad (3.88)$$

$$G_{MF}(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_{RD}(s)}{1 + G_{MA}(s)} \quad (3.89)$$

As funções de transferência são representadas no domínio da frequência, em função da variável complexa s . Para se obter a saída do sistema em função da entrada no domínio do tempo (variável t), aplica-se na função de transferência a transformada de Laplace inversa (TLI), representada pelo operador \mathcal{L}^{-1} , [56], conforme mostrado na Eq. 3.90. Para se obter a função de transferência a partir de uma equação no domínio do tempo, basta aplicar a transformada de Laplace (TL), \mathcal{L} , na equação em questão. Considera-se para as funções de transferência condições iniciais nulas.

$$\begin{cases} c(0) = \dot{c}(0) = \dots = \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}}c(0) = \frac{d^n}{dt^n}c(0) = 0 \\ G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} \Rightarrow c(t) = \mathcal{L}^{-1}(C(s)) = \mathcal{L}^{-1}(R(s)G(s)) \end{cases} \quad (3.90)$$

A função de transferência na forma padrão para um sistema de segunda ordem, $G_{2p}(s)$ [56, 59], é apresentada na Eq. 3.91, onde ω_n é a frequência angular natural não amortecida e ζ a taxa de amortecimento. Conforme observado em Ogata [56], O valor de ζ deve se situar entre 0,4 e 0,8 para que um sistema de segunda ordem apresente uma resposta transitória desejável. Segundo o autor, valores menores que 0,4 causam sobressinal excessivo e valores maiores que 0,8, resposta lenta. Para valores de ζ dentro da faixa desejável em um sistema de segunda ordem, o sistema é subamortecido, contendo um par de polos complexos conjugados p_1 e p_2 dado pela Eq. 3.92, onde σ é a atenuação e ω_d a frequência angular natural amortecida.

$$G_{2p}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3.91)$$

$$\begin{cases} \sigma = \zeta\omega_n \\ \omega_d = \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} \\ p_{1,2} = -\sigma \pm j\omega_d \end{cases} \quad (3.92)$$

Os polos de um sistema são as raízes do denominador da função de transferência, e os zeros, as raízes do numerador. O tipo do sistema está relacionado ao número de polos na origem que este, em MA, possui. Sistemas do tipo 0 não possuem polos na origem, do tipo 1, um polo na origem, e assim por diante. Sistemas do tipo 0 apresentam erro em estado estacionário $e(\infty) = e_{ss}$ inversamente proporcional ao ganho de um controlador P inserido no RD, quando submetido à entrada degrau unitário $R(s) = 1/s$. Sistemas do tipo 1 ou superior possuem $e_{ss} = 0$ à entrada degrau unitário [56].

A representação do polo de parte imaginária positiva para a função de transferência padrão de segunda ordem pode ser vista na Figura 3.21. Quanto mais próximo o polo se encontra do eixo imaginário, mais lenta tende a ser a resposta do sistema, e quanto menor o ângulo β , menos oscilatória. As características de desempenho de um sistema de controle costumam ser especificadas com base em sua resposta transitória ao ser submetido a uma entrada degrau unitário [56]. Essas características podem ser vistas na Figura 3.22 e, para um sistema de segunda ordem na forma padrão, podem ser calculadas (exceto o tempo de atraso t_d), em termos de ζ e ω_n , por suas fórmulas aproximadas apresentadas nas Eq. 3.93 (tempo de subida t_r), 3.94 (tempo de pico t_p), 3.95 (sobressinal M_p) e 3.96 (tempo de acomodação t_s).

$$\begin{cases} \beta = \arctan \frac{\omega_d}{\sigma} \\ t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} \end{cases} \quad (3.93)$$

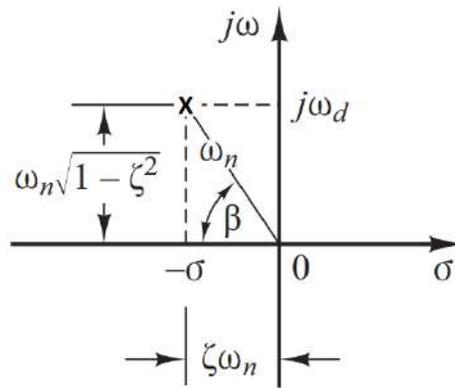


Figura 3.21 – Representação do polo de parte imaginária positiva da função de transferência de segunda ordem padrão no plano complexo [56] (adaptada)

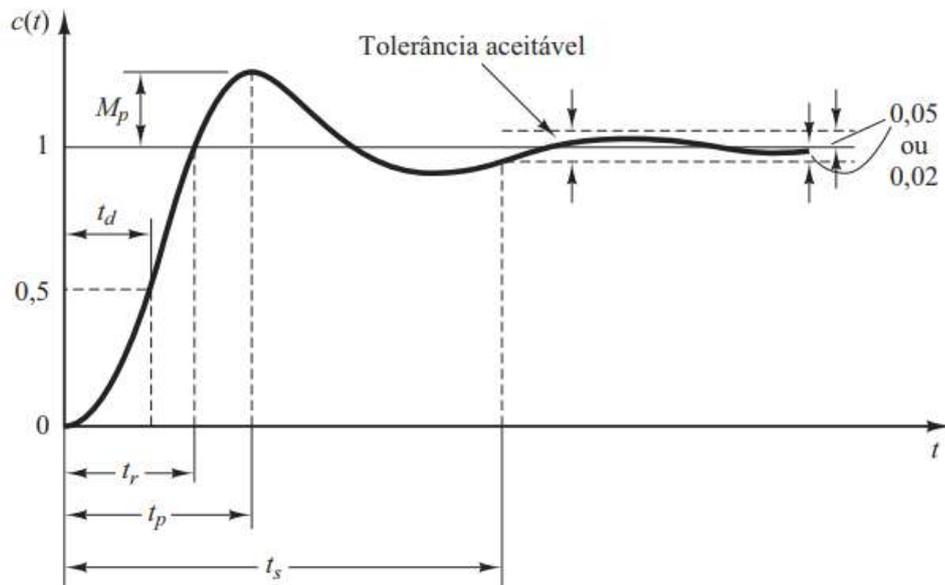


Figura 3.22 – Características de desempenho de um sistema em resposta ao degrau unitário [56]

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \tag{3.94}$$

$$M_p = e^{-(\sigma/\omega_d)\pi} \times 100\% \text{ (para } c(\infty) = 1) \tag{3.95}$$

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \text{ (critério de 2\%)} \tag{3.96}$$

Outro aspecto importante do sistema a ser analisado no problema de estabilização de uma série de tiros é a frequência angular de corte ω_b , que é definida por Ogata [56] como a frequência em que o valor da amplitude da resposta em frequência de $G_{MF}(s)$ é 3 dB abaixo do valor na frequência zero. Esta frequência limita a denominada banda

passante, como pode ser visto na Figura 3.23, que mostra a região de frequência que o sistema segue bem uma entrada senoidal.

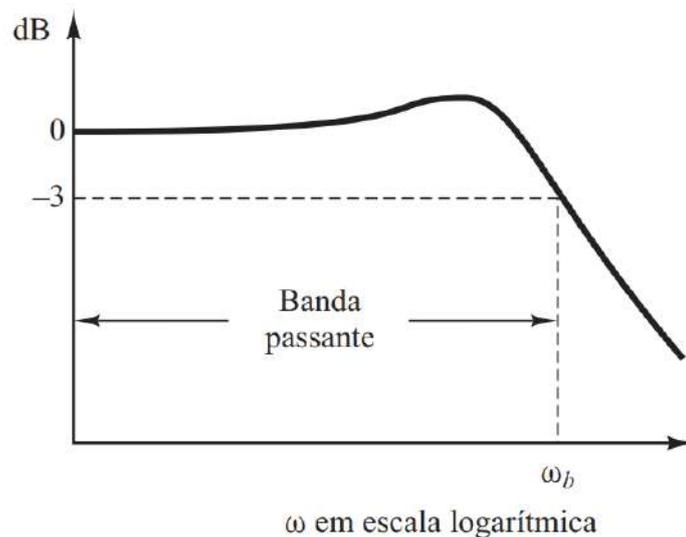


Figura 3.23 – Diagrama de magnitude de resposta em frequência de malha fechada que indica a frequência angular de corte ω_b e a banda passante [56]

A técnica de síntese de um controlador do tipo PID pelo lugar das raízes (LR) consiste em ajustar os ganhos proporcional k_p , integral k_i e derivativo k_d de maneira a obter, para $G_{MF}(s)$, polos o mais próximo possível dos desejados, definidos com base nos requisitos de desempenho para o sistema. Caso $G_{MF}(s)$ seja de ordem superior a dois, verifica-se se o par de polos mais próximos do eixo imaginário possuem parte real de módulo pelo menos cinco vezes menor que a dos demais polos, pois neste caso, o critério de dominância de polos é satisfeito e a dinâmica de resposta do sistema será governada por este par de polos, sendo possível aplicar os conceitos da $G_{2p}(s)$. Se a condição de dominância não for satisfeita, é necessário realizar simulações para verificar se a influência dos demais polos na resposta do sistema são aceitáveis em termos dos requisitos desejados [58].

A Eq. 3.97 mostra a lei de controle para o controlador do tipo PID. Primeiro, busca-se satisfazer os requisitos para o sistema somente com um ganho proporcional (controlador P), sendo considerados k_i e k_d iguais a zero, caso o lugar das raízes para $G(s)$ passe próximo dos polos desejados. Se somente com o ganho proporcional não for obtida a resposta desejada em termos de regime permanente, inclui-se o termo integral (controlador PI), que eleva o tipo do sistema, minimizando ou extinguindo o erro da resposta em regime permanente. Se a resposta em regime transiente não estiver satisfatória, inclui-se o termo derivativo (PD ou PID). Para fins de orientação gráfica de onde inserir o zero do controlador no plano complexo em decorrência da inclusão do termo integral ou derivativo, leva-se em conta o princípio qualitativo de que um zero atrai a curva do lugar das raízes e

um polo a repele.

$$\begin{cases} E(s) = C(s) - R(s) \\ D_{PID}(s) = U(s)/E(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \end{cases} \quad (3.97)$$

Para que o modelo utilizado para a síntese do controlador simule de maneira satisfatória a resposta prevista da planta a uma determinada entrada, ajusta-se a resposta em frequência de $G(s)$ com a resposta em frequência obtida da planta em uma determinada configuração a ser controlada. Esta abordagem é utilizada por Davidov [17, 60] no ajuste de $G(s)$ para o controle de velocidade do sistema de elevação de um SARC. Tal ajuste é feito alterando os parâmetros de rigidez e amortecimento do eixo que aplica o torque de elevação da arma, onde o referido eixo é representado por uma função de transferência de segunda ordem.

Para a obtenção da resposta em frequência de um sistema partindo-se de sua função de transferência, pode-se empregar a transformada de Fourier (TF) [56, 60], onde a variável complexa s é substituída por $j\omega$. Calcula-se então $|G(j\omega)|$ e $\angle G(j\omega)$ para a faixa de frequências angulares ω desejada. No presente trabalho, os diagramas de Bode foram obtidos utilizando a função nativa *bode* do MATLAB®, que tem como argumento de entrada um sistema dinâmico representado na forma de FT ou espaço de estados.

Para o caso experimental, pode-se utilizar um analisador de espectro, movendo o sistema físico por entradas senoidais e medindo a resposta por meio de um sensor [60]. Após a obtenção dos dados experimentais no domínio do tempo, emprega-se a transformada rápida de Fourier (FFT - *fast Fourier transform*) para se obter o diagrama espectral (diagrama de Bode) [60, 61, 62].

3.7.2 Controle por espaço de estados

Os conceitos de controle moderno apresentados nesta seção visam subsidiar o processo de síntese dos controladores LQR e LQG. Na abordagem do controle moderno, o modelo é formulado no domínio do tempo, pela representação em espaço de estados, conforme apresentado pela Eq. 3.98 para a planta submetida à perturbação $w(t)$ [63], onde $\mathbf{x}(t)$ é o vetor de estados, $y(t)$ a saída A a matriz de estados, B a matriz de entrada, E a matriz de entrada de perturbações, C a matriz de saída e D a matriz de transmissão direta.

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + Bu(t) + Ew(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (3.98)$$

Para fins de comparação de desempenho dos controladores ótimos com os do tipo PID, neste trabalho, o espaço de estados do modelo é obtido a partir de $G(s)$. Para obter

o modelo em espaço de estados na forma canônica do controlador partindo-se de $G(s)$ descrita na forma da Eq. 3.99, define-se as matrizes do espaço de estados A_c , B_c , C_c e D_c conforme mostrada na Eq. 3.100 [56]. A relação entre as matrizes do espaço de estados na forma canônica do controlador com as na forma canônica do observador (A_o , B_o , C_o e D_o) é dada pela Eq. 3.101.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0s^n + b_1s^{n-1} + \dots + b_{n-1}s + b_n}{s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n} \quad (3.99)$$

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.100)$$

$$C_c = \begin{bmatrix} b_n - a_nb_0 & b_{n-1} - a_{n-1}b_0 & \dots & b_1 - a_1b_0 \end{bmatrix}, \quad D_c = b_0$$

$$A_o = A_c^T, \quad B_o = C_c^T, \quad C_o = B_c^T, \quad D_o = D_c \quad (3.101)$$

A verificação da controlabilidade do sistema pode ser feita por meio da matriz de controlabilidade \mathcal{C} apresentada na Eq. 3.102, onde n é a ordem do sistema. Se \mathcal{C} possuir posto cheio ou, para sistemas SISO, ter determinante não nulo, o sistema tem controlabilidade completa e é possível alocar os polos em malha fechada em qualquer posição do plano complexo [64, 56]. A observabilidade é verificada pela matriz \mathcal{O} apresentada na Eq. 3.103.

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (3.102)$$

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C & CA & CA^2 & \dots & CA^{n-1} \end{bmatrix}^T \quad (3.103)$$

Considerando o sistema controlável representado no diagrama de blocos da Figura 3.24, com realimentação de estados e equacionamento dado pela Eq. 3.104, é possível determinar os valores da matriz de ganho K de maneira a alocar os polos do sistema em malha fechada em qualquer lugar do plano complexo e, com isso, obter para o modelo a resposta desejada. Para isso, define-se um par de polos conjugados dominantes com base nos valores de ζ e ω_n de $G_{2p}(s)$.

A definição dos demais polos para se chegar ao polinômio desejado $\alpha_d(s)$ de mesma ordem do sistema é feita levando-se em conta a condição de dominância de polo, devendo

esses polos adicionais serem localizados no semi-plano esquerdo do plano complexo, em um valor do eixo real de magnitude no mínimo cinco vezes maior que a da parte real dos polos dominantes. No diagrama de blocos da Figura 3.24, N (Eq. 3.105) é a matriz de correção de maneira a fazer com que a saída $y(t)$ siga a entrada de referência $r(t)$ com erro nulo (erro de *setpoint*) [64].

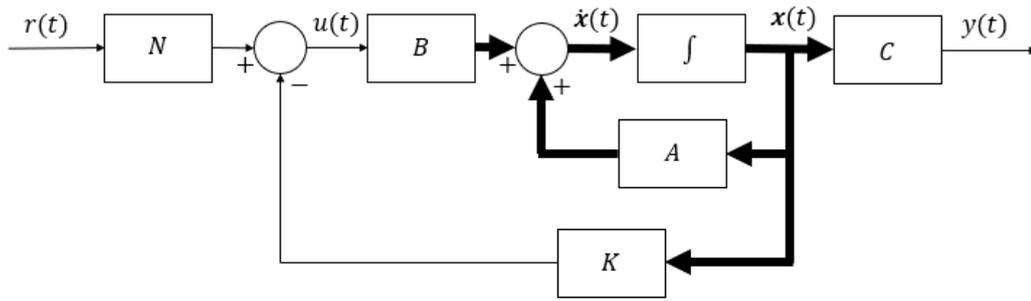


Figura 3.24 – Diagrama de blocos do sistema em espaço de estados com realimentação de estados

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = C\mathbf{x}(t)$$

$$u(t) = Nr(t) - K\mathbf{x}(t) \quad (3.104)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= A\mathbf{x}(t) - BK\mathbf{x}(t) + BNr(t) \\ &= [A - BK]\mathbf{x}(t) + BNr(t) \end{aligned}$$

$$N = \left\{ C [I_n - A + BK]^{-1} B \right\}^{-1} \quad (3.105)$$

A forma do polinômio desejado pode ser vista na Eq. 3.106 e o cálculo da matriz de ganho K com base nos valores de A_c e $\alpha_d(s)$ é apresentado na Eq. 3.107 [56]. A matriz de ganho também pode ser calculada partindo-se de um modelo em espaço de estados qualquer (sem a necessidade de estar na forma canônica do controlador) por meio da aplicação da fórmula de Ackermann (Eq. 3.108) [56, 64, 63, 55].

$$\alpha_d(s) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n \quad (3.106)$$

$$K = \left[\alpha_n - a_n \quad \alpha_{n-1} - a_{n-1} \quad \dots \quad \alpha_2 - a_2 \quad \alpha_1 - a_1 \right] \quad (3.107)$$

$$K = \left[\mathbf{0}_{1 \times n-1} \quad 1 \right] C^{-1} \alpha_d(A) \quad (3.108)$$

$$\text{onde } \alpha_d(A) = A^n + \alpha_1 A^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} A + \alpha_n I_n$$

Conforme observado por Pellanda [65], as técnicas de controle por realimentação de estado consideram que todas as variáveis de estado da planta estão disponíveis para a realimentação. Porém, nos sistemas reais, por razões físicas ou econômicas, dificilmente todas as variáveis de estado serão sensoreadas e estarão disponíveis para a realimentação. Neste caso, introduz-se na malha de controle observadores de estado com o objetivo de estimar os estados da planta com base na saída conhecida. Para que seja possível a introdução do observador de estados, é necessário que o sistema seja completamente observável.

A Figura 3.25 mostra a estrutura de controle baseada em observador de estados, com sua formulação dada pela Eq. 3.109, onde A_m , B_m e C_m são as matrizes da representação em espaço de estados do modelo do sistema (observador), $\hat{x}(t)$ o vetor de estados estimados, $\hat{y}(t)$ a saída estimada e K_o a matriz de ganho do observador. A dinâmica do observador deve ser mais rápida que a da planta, por isso, conforme apontado por Gomes [64], recomenda-se que os polos dominantes desejados para o observador tenha atenuação σ de magnitude no mínimo duas vezes a dos polos dominantes desejados para a planta. A determinação de K_o pode ser feita pela fórmula de Ackermann para observador [65, 63, 64, 55], conforme mostrado na Eq. 3.110, onde β_d é o polinômio desejado para a dinâmica do observador e q a ordem do modelo.

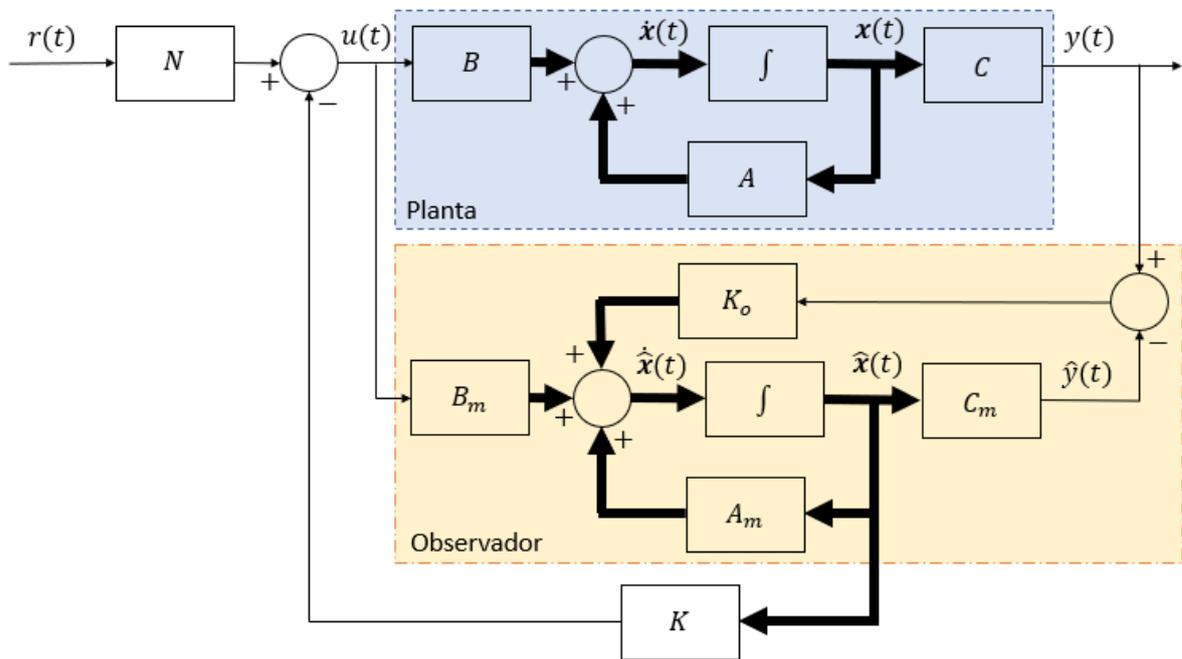


Figura 3.25 – Estrutura de controle baseada em observador de estados [65] (adaptada)

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}}(t) &= A\mathbf{x}(t) + Bu(t) \\
y(t) &= C\mathbf{x}(t) \\
\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= A_m\hat{\mathbf{x}}(t) + B_mu(t) + K_o(y(t) - \hat{y}(t)) \\
\hat{y}(t) &= C_m\hat{\mathbf{x}}(t) \\
u(t) &= Nr(t) - K\hat{\mathbf{x}}(t)
\end{aligned} \tag{3.109}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}}(t) &= A\mathbf{x}(t) - BK\hat{\mathbf{x}}(t) + BNr(t) \\
\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= K_oC\mathbf{x}(t) + (A_m - B_mK - K_oC_m)\hat{\mathbf{x}}(t) + B_mNr(t)
\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BK \\ K_oC & A_m - B_mK - K_oC_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \hat{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} BN \\ B_mN \end{bmatrix} r(t)$$

$$K_o = \beta_d(A_m)\mathcal{O}_m^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times q-1} & 1 \end{bmatrix}^T \tag{3.110}$$

$$\text{onde } \beta_d(A_m) = A_m^q + \beta_1 A_m^{q-1} + \dots + \beta_{q-1} A_m + \beta_q I_q$$

Em geral, não se conhece as matrizes do espaço de estados da planta real e, para fins de simulação, adota-se para a definição dessas matrizes valores obtidas por modelagem mais completa da planta, de ordem mais elevada. No presente trabalho, essas matrizes são obtidas pela modelagem da planta pelo MEF utilizando EFU, conforme foi apresentado na Eq. 3.86.

Para a implementação de controle baseado em LQR com observador de estados, utiliza-se a mesma estrutura mostrada anteriormente (Figura 3.25), mudando-se apenas a forma de determinar os valores de K . Em vez de calcular K com base na alocação de polos desejados, o cálculo é feito por uma regra que minimiza o custo quadrático J_{LQR} [64, 65, 66, 67] mostrado na Eq. 3.111 obtendo K_{LQR} (Eq. 3.112), onde Q_1 e Q_2 são as matrizes de ponderação do critério, determinadas pelo projetista de maneira a alcançar o desempenho desejado para o sistema [65]. A matriz Q_1 deve ser simétrica e positiva semi-definida e a matriz Q_2 , simétrica e positiva definida.

$$J_{LQR} = \int_t \left(\mathbf{x}(t)^T Q_1 \mathbf{x}(t) + u(t)^T Q_2 u(t) \right) dt \tag{3.111}$$

$$K_{LQR} = Q_2^{-1} B_m^T S \tag{3.112}$$

Na Eq. 3.112, S é a matriz auxiliar obtida pela equação algébrica de Ricatti (Eq. 3.113) [65, 68, 66]. A Eq. 3.113 surge ao se utilizar o método dos multiplicadores

de Lagrange para minimizar o valor da função custo (Eq. 3.111). Uma das maneiras de resolver a Eq. 3.113 é utilizar as equações de Hamilton na forma matricial (Eq. 3.114) [65, 68], onde H_C é a Hamiltoniana de Controle, H_C^* é H_C diagonalizada, W é a matriz de autovetores de H_C , $[X_E \Lambda_E]^T$ é a matriz de autovetores associados às raízes estáveis e $[X_I \Lambda_I]^T$ a matriz de autovetores associados às raízes instáveis.

$$SA_m + A_m^T S - SB_m Q_2^{-1} B_m^T S + Q_1 = \mathbf{0} \quad (3.113)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = H_C \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \lambda \end{bmatrix} \\ H_C = \begin{bmatrix} A_m & -B_m Q_2^{-1} B_m^T \\ -Q_1 & -A_m^T \end{bmatrix} \\ H_C^* = W^{-1} H_C W \\ W = \begin{bmatrix} X_E & X_I \\ \Lambda_E & \Lambda_I \end{bmatrix} \\ S = \Lambda_E X_E^{-1} \end{array} \right. \quad (3.114)$$

A estrutura LQG (Figura 3.26) utiliza os mesmos princípios da LQR, com a diferença na forma de calcular a matriz de ganho K_o do observador, que passa a ser definida com base nos conceitos da filtragem de Kalman e representada por K_{LQG} [65, 69]. O observador de estados com matriz de ganho K_{LQG} , de sistema submetido a ruídos brancos (de natureza estocástica e distribuição gaussiana, não correlacionados entre si) $w(t)$ na planta e $v(t)$ na saída, é denominado filtro de Kalman. A formulação da estrutura LQG é dada pela Eq. 3.115. O ruído $w(t)$ possui valor esperado (média) $\mathbf{E}[w(t)] = 0$ e variância $\mathbf{E}[w(t)w(t)^T] = W$ (com $Q = EWE^T$ simétrica e positiva semi-definida). O ruído $v(t)$ possui valor esperado $\mathbf{E}[v(t)] = 0$ e variância $\mathbf{E}[v(t)v(t)^T] = R$ (com R simétrica e positiva definida).

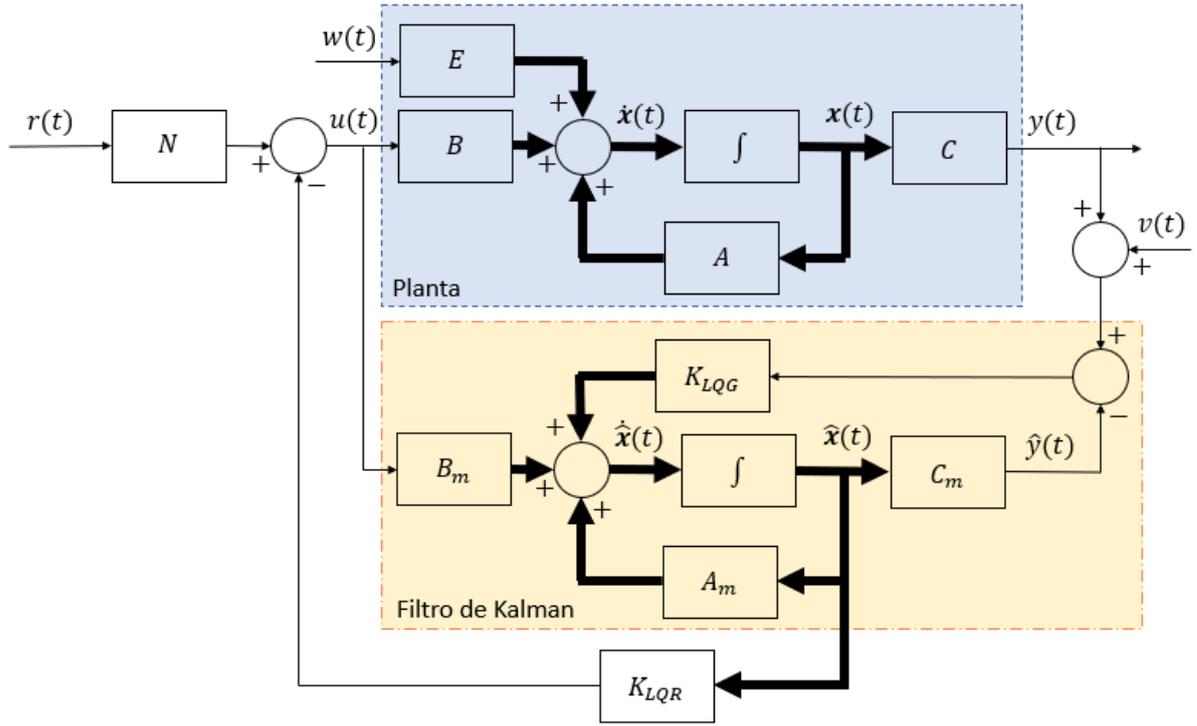


Figura 3.26 – Estrutura LQG [65] (adaptada)

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) + E\mathbf{w}(t) \\
 y(t) = C\mathbf{x}(t) + v(t) \\
 \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = A_m\hat{\mathbf{x}}(t) + B_m\mathbf{u}(t) + K_{LQG}(y(t) - \hat{y}(t) + v(t)) \\
 \hat{y}(t) = C_m\hat{\mathbf{x}}(t) \\
 \mathbf{u}(t) = N\mathbf{r}(t) - K_{LQR}\hat{\mathbf{x}}(t) \\
 \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) - BK_{LQR}\hat{\mathbf{x}}(t) + BN\mathbf{r}(t) + E\mathbf{w}(t) \\
 \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = K_{LQG}C\mathbf{x}(t) + (A_m - B_mK_{LQR} - K_{LQG}C_m)\hat{\mathbf{x}}(t) + \\
 B_mN\mathbf{r}(t) + K_{LQG}v(t)
 \end{array} \right. \quad (3.115)$$

$$\left[\begin{array}{c} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} A & -BK_{LQR} \\ \hline K_{LQG}C & A_m - B_mK_{LQR} - K_{LQG}C_m \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \mathbf{x}(t) \\ \hat{\mathbf{x}}(t) \end{array} \right] + \\
 \left[\begin{array}{c} BN \\ B_mN \end{array} \right] \mathbf{r}(t) + \left[\begin{array}{c|c} E & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & K_{LQG} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \mathbf{w}(t) \\ v(t) \end{array} \right]$$

O cálculo da matriz de ganho do filtro de Kalman é similar ao de K_{LQR} , tendo como custo a ser minimizado a matriz de covariância do erro de estimação dos estados, P (Eq. 3.116). Obtém-se K_{LQG} (em regime assintótico) pela Eq. 3.117 [65], onde P é a

solução da equação algébrica de Ricatti dada pela Eq. 3.118 (onde $Q = EWE^T$), que pode ser obtida pela Eq. 3.119.

$$P = \mathbf{E}[(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})^T] \quad (3.116)$$

$$K_{LQG} = PC_m^T R^{-1} \quad (3.117)$$

$$A_m P + PA_m^T - PC_m^T R^{-1} C_m P + Q = \mathbf{0} \quad (3.118)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_E = \left[\begin{array}{c|c} -A_m^T & -C_m^T R^{-1} C_m \\ \hline Q & A_m \end{array} \right] \\ H_E^* = W_E^{-1} H_E W_E \\ W_E = \left[\begin{array}{c|c} X_E & X_I \\ \hline \Lambda_E & \Lambda_I \end{array} \right] \\ P = \Lambda_E X_E^{-1} \end{array} \right. \quad (3.119)$$

4 MODELAGEM DINÂMICA DA PLANTA

O modelo de planta adotado é composto por dois subsistemas principais: viatura e sistema de armas. Buscou-se modelar todo o sistema pelo MEF utilizando EFU, porém, por uma solução de compromisso entre a quantidade de elementos considerados e o custo computacional do processamento [70], manteve-se para a estrutura do chassi somente os tubos mais representativos (que englobam a gaiola, compartimento onde fica localizado o piloto, tanque de combustível e componentes do sistema de direção).

Considerando o tipo de simulação realizada neste trabalho, de disparos feitos com a viatura parada, as suspensões e pneus atuam como uma base de sustentação que provê ao modelo ação de molas e de amortecedores. Em consequência, esse subsistema foi modelado utilizando elementos de construção representando os conjuntos mola-amortecedor, ligados ao cubo das rodas em uma das extremidades e ao chassi em outra, a fim de proporcionar representatividade das direções de atuação desses conjuntos no chassi.

O modelo adotado da planta pode ser visto na Figura 4.1, em que o chassi é composto por oito nós (N1 a N8) e 12 EFU (E1 a E12), o SARC é composto por cinco nós (N9 a N13) e oito elementos (E13 a E20), e o conjunto da suspensão é composto por quatro pontos representando os cubos das rodas (P1 a P4) mais quatro de ligação entre os conjuntos mola-amortecedor (elementos de construção s1 a s4) das suspensões e a estrutura do chassi (P5 a P8).

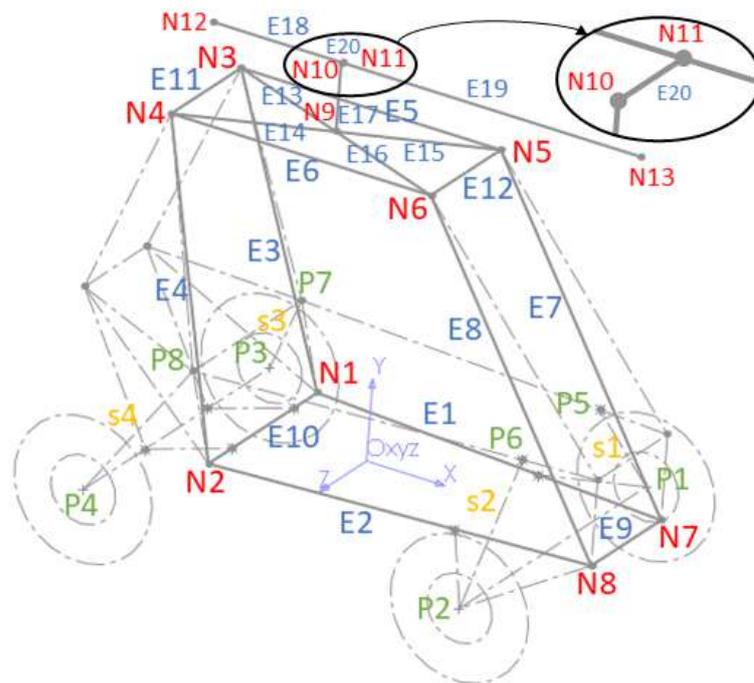


Figura 4.1 – Modelo da planta

Embora os pontos de ligação dos conjuntos mola-amortecedor dianteiros no chassi ocorram em P5 e P6, estes pontos são considerados apenas para fins de definição das direções dos conjuntos mola-amortecedor. A junção para fins de modelagem da transmissão de esforços é considerada nos nós N7 e N8. O mesmo ocorre com as ligações traseiras referentes aos pontos P7 e P8, consideradas nos nós N1 e N2. Estas adaptações tem como objetivo manter o número de EFU utilizados no modelo a um mínimo possível, preservando sua representatividade, tendo em vista que quanto mais elementos finitos são utilizados, maior é o custo computacional das simulações [70].

As matrizes $[pontos]$, $[construcao]$, $[nos]$ e $[elementos]$, que situam, respectivamente, os pontos P, elementos de construção s, nós N e elementos E no espaço (conforme composição apresentada nas Eq. 3.20 e 3.21, em que as colunas de $[construcao]$ se referem aos pontos iniciais e finais de cada elemento de construção e de $[pontos]$, às coordenadas espaciais dos referidos pontos) são apresentadas nas Eq. 4.1 e 4.2. As unidades das coordenadas de $[nos]$ e $[pontos]$ estão em metros. Nas sessões seguintes são apresentados os aspectos considerados na modelagem de cada subsistema.

$$[pontos] = \begin{bmatrix} 0,73 & -0,10 & -0,60 \\ 0,73 & -0,10 & 0,60 \\ -0,72 & -0,10 & -0,60 \\ -0,72 & -0,10 & 0,60 \\ 0,73 & 0,32 & -0,25 \\ 0,73 & 0,32 & 0,25 \\ -0,48 & 0,32 & -0,35 \\ -0,48 & 0,32 & 0,35 \end{bmatrix}, [construcao] = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 6 \\ 3 & 7 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned}
 [nos] = & \begin{bmatrix} -0,40 & 0,00 & -0,35 \\ -0,40 & 0,00 & 0,35 \\ -0,71 & 1,15 & -0,22 \\ -0,71 & 1,15 & 0,22 \\ 0,29 & 1,15 & -0,22 \\ 0,29 & 1,15 & 0,22 \\ 1,00 & 0,00 & -0,22 \\ 1,00 & 0,00 & 0,22 \\ -0,21 & 1,15 & 0,00 \\ -0,21 & 1,40 & 0,00 \\ -0,21 & 1,40 & -0,01 \\ -0,71 & 1,40 & -0,01 \\ 0,94 & 1,40 & -0,01 \end{bmatrix}, [elementos] = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 8 \\ 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 3 & 5 \\ 4 & 6 \\ 7 & 5 \\ 8 & 6 \\ 7 & 8 \\ 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 3 & 9 \\ 4 & 9 \\ 9 & 5 \\ 9 & 6 \\ 9 & 10 \\ 12 & 11 \\ 11 & 13 \\ 10 & 11 \end{bmatrix} \quad (4.2)
 \end{aligned}$$

4.1 Chassi

Para o dimensionamento do chassi, adotou-se como referências o regulamento da competição Baja SAE BRASIL [24] e os trabalhos de Leitão e Pires [23] e Pereira e Gheorghiu [43]. As propriedades dimensionais e estruturais dos tubos que formam a estrutura do chassi são apresentadas na Tabela 4.1. As propriedades dimensionais Di_{Ei} , A_{Ei} , I_{Ei} e J_{Ei} podem ser calculadas conforme as Eq. 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6 respectivamente, que são para um elemento do tipo tubo, e os comprimentos L_{Ei} podem ser calculados pela norma quadrática da diferença entre as coordenadas dos pontos final e inicial de cada elemento, conforme Eq. 4.7. As propriedades estruturais E_{Ei} , G_{Ei} e ρ_{Ei} dos tubos do chassi

tiveram seus valores definidos de maneira a representar aço estrutural ASTM-A36¹ conforme apresentadas em Hibbeler [71].

Tabela 4.1 – Propriedades dimensionais e estruturais dos tubos do chassi

Propriedade	E_{Ei}	G_{Ei}	ρ_{Ei}	eP_{Ei}	De_{Ei}
Valor	200×10^9	75×10^9	7850	0,00305	0,02540
Unidade	Pa	Pa	kg/m^3	m	m

Nota: para os tubos do chassi, $i \in \mathbb{N} \mid i = \{1, 12\}$.

$$Di_E = De_E - 2eP_E \quad (4.3)$$

$$A_E = \pi \frac{De_E^2 - Di_E^2}{4} \quad (4.4)$$

$$I_E = \pi \frac{De_E^4 - Di_E^4}{64} \quad (4.5)$$

$$J_E = 2I_E \quad (4.6)$$

$$L_{Ei} = \|\mathbf{NF}_{Ei} - \mathbf{NI}_{Ei}\| \quad (4.7)$$

4.2 Sistema de armas

O SARC utilizado neste trabalho é baseado em uma torre leve modelo *Protector Super Lite* equipada com metralhadora calibre 12,7mm. A modelagem do referido sistema é realizada por oito EFU, quatro representando a base de integração entre chassi e o SARC (E13 a E16), um representando a coluna (E17), um representando o eixo do motor (E20) e dois representando o armamento, sendo o E18 a culatra e o E19 o cano. Para fins de simulação, consideram-se embutidos no elemento de coluna todos os componentes elétricos e eletrônicos pertencentes ao SARC.

As propriedades estruturais E_{Ei} , G_{Ei} e ρ_{Ei} tiveram seus valores definidos, conforme apresentadas em Hibbeler [71], de maneira a representar tubos de aço estrutural para os elementos de integração entre o chassi e o sistema de armas e para a coluna. Já para os elementos da culatra e do cano do armamento foram considerados eixo e tubo fabricados

¹ ASTM-A36: Norma da *American Society for Testing and Materials* (Sociedade Americana de Testes e Materiais) para o aço carbono com finalidade de utilização estrutural e em aplicações comuns.

em aço ferramenta (por possuir massa específica um pouco superior à apresentada pelo aço estrutural).

Para a definição da espessura de parede do cano do armamento, utilizou-se como referência os parâmetros apresentados por Smith e Haslam [49]. O dimensionamento do diâmetro da culatra foi feito de maneira a resultar em centro de massa do armamento no ponto de junção com o eixo de elevação do SARC, ponto este de acordo com o que ocorre em grande parte dos sistemas reais. As demais dimensões foram definidas de acordo com os dados da Tabela 3.5. Os valores para as referidas propriedades do SARC podem ser visualizadas na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Propriedades dimensionais e estruturais dos elementos do SARC

Propriedade	E_{Ei}	G_{Ei}	ρ_{Ei}	eP_{Ei}	De_{Ei}
Base (E13 a E16)	200×10^9	75×10^9	7850	0,00500	0,02540
Coluna (E17)	200×10^9	75×10^9	7850	0,05000	0,15000
Culatra (E18)	200×10^9	75×10^9	8160	0,04604	0,09208
Cano (E19)	200×10^9	75×10^9	8160	0,01465	0,04200
Eixo (E20)	200×10^9	75×10^9	8160	0,00900	0,01800
Unidade	Pa	Pa	kg/m^3	m	m

4.3 Definição das matrizes de correlação e cálculo das matrizes de massa, rigidez e amortecimento

Após definidas as propriedades estruturais e dimensionais dos elementos da estrutura, calcula-se as matrizes de rigidez e de massa para os EFU que compõem o sistema por meio das Eq. 3.18 e 3.19 respectivamente, obtendo-se as matrizes $[K]_{Ei}$ e $[M]_{Ei}$, com i variando de 1 ao número de elementos qE .

Para o cálculo das matrizes de rigidez e de massa do sistema, utilizando as Eq. 3.33 e 3.34 respectivamente, define-se antes as matrizes de correlação entre os deslocamentos do sistema (global) e os de cada elemento Ei , ${}_{Ei}[T]_G$ (Eq. 3.30), conforme método apresentado na Seção 3.1.2. Como cada nó do sistema possui seis graus de liberdade e a estrutura possui $qN = 13$ nós, a quantidade de graus de liberdade do sistema é $n = 6 \times 13 = 78$. A quantidade de graus de liberdade de cada elemento espacial é $nE = 12$, logo, a dimensão das matrizes ${}_E[T]_G$ será de 12×78 .

4.3.1 Cálculo da matriz de amortecimento

Para a obtenção da matriz de amortecimento $[C]$, calcula-se primeiro o vetor de frequências angulares naturais de vibração do sistema aplicando a Eq. 3.39. Selecionando as duas primeiras frequências angulares não nulas ω_{n7} e ω_{n8} , com valores compatíveis com o material (aço estrutural) conforme a literatura [27] para $\xi_7 = \xi_8 = 0,035$, e aplicando a Eq. 3.35, obtém-se a matriz de amortecimento $[C]$ do sistema.

4.3.2 Condição de acionamento do freio do eixo do motor elétrico

Na condição em que as matrizes $[K]$ e $[C]$ foram obtidas, aplicando o MEF com EFU, o eixo do motor elétrico (elemento E20), responsável pela atuação de torque na elevação da arma, é considerado freado. Para considerar o eixo do motor não freado, sujeito à sua constante de amortecimento viscoso c_b e capaz de exercer o torque de controle T_a , faz-se necessário atribuir o valor zero para a rigidez de eixo do E20 e substituir os valores de amortecimento de eixo em função de c_b , conforme abordado na Seção 3.1.5. Essas considerações podem ser aplicadas na modelagem da planta conforme mostrado na Eq. 4.8.

$$\left\{ \begin{array}{l} [K]_{E20} = [A] \\ \{a_{4,4}, a_{4,10}, a_{10,4}, a_{10,10}\} \leftarrow \{0, 0, 0, 0\} \\ [C]_{E20} = [B] \\ \{b_{4,4}, b_{4,10}, b_{10,4}, b_{10,10}\} \leftarrow \{c_b, -c_b, -c_b, c_b\} \end{array} \right. \quad (4.8)$$

4.3.3 Inclusão dos efeitos de rigidez e amortecimento das suspensões e pneus

Inicialmente, tomando como base os esquemas gráficos apresentados na Seção 3.2.2, obtêm-se os vetores de constantes de rigidez \mathbf{k}_{si} e de amortecimento \mathbf{c}_{si} para cada conjunto mola-amortecedor das suspensões conforme Eq. 4.9 e 4.10 respectivamente, onde $\mathbf{e}_{1_{si}}$ pode ser obtido pela Eq. 3.22 e os valores de k_{si} e c_{si} são apresentados na Tabela 3.2.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{k}_{s1} = \mathbf{k}_{s2} = \mathbf{k}_{sd} \\ \mathbf{k}_{s3} = \mathbf{k}_{s4} = \mathbf{k}_{st} \\ \mathbf{k}_{si} = k_{si} [1 \ 0]^T \otimes \text{abs}(\mathbf{e}_{1_{si}}) \\ \text{com } i = \{1, 2, 3, 4\} \end{array} \right. \quad (4.9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{c}_{s1} = \mathbf{c}_{s2} = \mathbf{c}_{sd} \\ \mathbf{c}_{s3} = \mathbf{c}_{s4} = \mathbf{c}_{st} \\ \mathbf{c}_{si} = c_{si} [1 \ 0]^T \otimes \text{abs}(\mathbf{e}_{1_{si}}) \\ \text{com } i = \{1, 2, 3, 4\} \end{array} \right. \quad (4.10)$$

Pelas características de construção do modelo adotado, considera-se que os componentes de cada direção das constantes de rigidez e de amortecimento dos pneus agem em série com os componentes correspondentes das suspensões. Considera-se também que os componentes em x e z das constantes de rigidez e de amortecimento, além da ação considerada anteriormente, são transmitidos pelos braços das suspensões para os pontos de fixação no chassi.

Estas considerações resultam nos vetores \mathbf{k}_{psi} e \mathbf{c}_{psi} , conforme Eq. 4.11 e 4.12, que para fins de simulação são utilizados nas Eq. 3.66 e 3.67 para obtenção das matrizes $[K]_{psi}$ e $[C]_{psi}$, a serem incluídas na matriz de rigidez do sistema, conforme Eq. 4.13 e 4.14, nas posições dos nós N7, N8 (em vez de P5 e P6, por simplificação do sistema), N1 e N2 (em vez de P7 e P8), conforme junções entre s1, s2, s3 e s4 com o chassi vistas na Figura 4.1. Os valores de k_{pi} e c_{pi} são dados pela Tabela 3.1.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{k}_{ps1} = \mathbf{k}_{ps2} = \mathbf{k}_{psd} \\ \mathbf{k}_{ps3} = \mathbf{k}_{ps4} = \mathbf{k}_{pst} \\ \mathbf{k}_{psi} = \left[k_{psi_1} \cdots k_{psi_j} \cdots k_{psi_6} \right]^T \\ \text{com } i = \{1, 2, 3, 4\} \\ \text{t.q. } \begin{cases} j = 1 \vee 3 \rightarrow k_{psi_j} = k_{si_j} k_{pi_j} / (k_{si_j} + k_{pi_j}) + k_{pi_j} \\ j \neq 1 \wedge 3 \rightarrow k_{psi_j} = k_{si_j} k_{pi_j} / (k_{si_j} + k_{pi_j}) \end{cases} \end{array} \right. \quad (4.11)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{c}_{ps1} = \mathbf{c}_{ps2} = \mathbf{c}_{psd} \\ \mathbf{c}_{ps3} = \mathbf{c}_{ps4} = \mathbf{c}_{pst} \\ \mathbf{c}_{psi} = \left[c_{psi_1} \cdots c_{psi_j} \cdots c_{psi_6} \right]^T \\ \text{com } i = \{1, 2, 3, 4\} \\ \text{t.q. } \begin{cases} j = 1 \vee 3 \rightarrow c_{psi_j} = c_{si_j} c_{pi_j} / (c_{si_j} + c_{pi_j}) + c_{pi_j} \\ j \neq 1 \wedge 3 \rightarrow c_{psi_j} = c_{si_j} c_{pi_j} / (c_{si_j} + c_{pi_j}) \end{cases} \end{array} \right. \quad (4.12)$$

$$[K] \leftarrow [K] + \sum_{i=1}^4 [K]_{psi} \quad (4.13)$$

$$[C] \leftarrow [C] + \sum_{i=1}^4 [C]_{psi} \quad (4.14)$$

4.3.4 Inclusão de efeitos de massa e inércia dos componentes não modelados do veículo

Com o objetivo de deixar a massa e a inércia da estrutura do veículo mais próxima a de um VOM real para fins de simulação, foram utilizados os dados fornecidos por Duarte

et al. [45]. No referido trabalho, os autores realizaram a análise dinâmica veicular de um protótipo Baja SAE (MR16), conforme dados apresentados na Tabela 3.3 e com distribuição nos nós do chassi ilustrada pela Figura 3.15. A partir dos referidos dados, define-se os vetores de massa \mathbf{mcd}_i (Eq. 4.15) e \mathbf{mct}_i (Eq. 4.16), que são, respectivamente, referentes à parte dianteira e traseira do veículo, a serem utilizados na Eq. 3.42 e posteriormente na Eq. 3.68 para obtenção de $[Mcd]_i$ e $[Mct]_i$. Por fim, inclui-se $[Mcd]_i$ e $[Mct]_i$ à matriz de massa do sistema conforme Eq. 4.17.

$$\begin{cases} \mathbf{mcd}_i = \frac{4}{20} \begin{bmatrix} m_c & m_c & m_c & j_{cx} & 0 & j_{cz} \end{bmatrix}^T \\ \text{com } i = \{1, 2\} \end{cases} \quad (4.15)$$

$$\begin{cases} \mathbf{mct}_i = \frac{6}{20} \begin{bmatrix} m_c & m_c & m_c & j_{cx} & 0 & j_{cz} \end{bmatrix}^T \\ \text{com } i = \{1, 2\} \end{cases} \quad (4.16)$$

$$[M] \leftarrow [M] + \sum_{i=1}^2 ([Mcd]_i + [Mct]_i) \quad (4.17)$$

4.4 Forças concentradas e distribuídas inerentes ao peso do sistema

O vetor de forças concentradas que agem no sistema, \mathbf{f}_c , é formado pela ação das massas dos componentes não modelados apresentados na Seção 3.3 sujeitas à aceleração da gravidade, $\mathbf{g} = -9,81m/s^2 \cdot \hat{y}$. Sendo assim, \mathbf{f}_c pode ser obtido pela Eq. 4.18, onde n é o número de graus de liberdade do sistema.

$$\mathbf{f}_c = \begin{bmatrix} f_{c_1} & \cdots & f_{c_i} & \cdots & f_{c_n} \end{bmatrix}^T$$

$$\text{tal que } \begin{cases} i = (1 \times 6 - 4) \vee i = (2 \times 6 - 4) \rightarrow f_{c_i} = \frac{6}{20} g_y m_c \\ i = (7 \times 6 - 4) \vee i = (8 \times 6 - 4) \rightarrow f_{c_i} = \frac{4}{20} g_y m_c \\ i \notin \{2, 8, 38, 44\} \rightarrow f_{c_i} = 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

Já o vetor de forças distribuídas, \mathbf{f}_d , proveniente da massa dos elemento espacial que formam a estrutura do sistema (chassi e SARC), pode ser calculado considerando as funções de força distribuída $\mathbf{w}_{d_{Ej}}$ conforme mostrado na Eq. 4.19. Uma vez definidos os vetores $\mathbf{w}_{d_{Ej}}$ para todos os elementos Ej que constituem o sistema, aplica-se a Eq. 3.77 para obter os vetores ${}^{Ej}\mathbf{w}_d$, onde ${}^{Ej}\mathbf{T}_G$ e $\mathbf{P}_{n_{Ej}}^T$ podem ser obtidas pelas Eq. 3.30 e 3.64 respectivamente. Calcula-se então o vetor de forças \mathbf{f}_d que atua no sistema utilizando as

Eq. 3.74, 3.75 e 3.76.

$$\begin{cases} \mathbf{g} = [0 \quad -9,81 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \\ \mathbf{w}_{d_{Ej}} = \rho_{Ej} A_{Ej} \mathbf{g} \end{cases} \quad (4.19)$$

5 SIMULAÇÃO DINÂMICA DA PLANTA EM MALHA ABERTA

Uma vez feita a modelagem dinâmica da planta, realiza-se a simulação em malha aberta, isto é, sem considerar o controlador. Antes de simular a realização das séries de tiro, submete-se a planta à ação da gravidade, para que a estrutura se acomode e esta seja a condição inicial dos estados para a execução dos disparos. Tanto a simulação da acomodação como as das séries de tiro foram realizadas em duas configurações distintas da planta quanto à posição em azimute da arma, uma a 0° , para qual a matriz $[nos]$ foi apresentada na Eq. 4.2, e outra a 90° , com matriz $[nos]$ dada pela Eq. 5.1. Ambas as configurações possuem ângulo de elevação da arma a 0° e podem ser vistas na Figura 5.1.

$$[nos] \text{ (Az } 90^\circ) = \begin{bmatrix} -0,40 & 0,00 & -0,35 \\ -0,40 & 0,00 & 0,35 \\ -0,71 & 1,15 & -0,22 \\ -0,71 & 1,15 & 0,22 \\ 0,29 & 1,15 & -0,22 \\ 0,29 & 1,15 & 0,22 \\ 1,00 & 0,00 & -0,22 \\ 1,00 & 0,00 & 0,22 \\ -0,21 & 1,15 & 0,00 \\ -0,21 & 1,40 & 0,00 \\ -0,22 & 1,40 & 0,00 \\ -0,22 & 1,40 & 0,50 \\ -0,22 & 1,40 & -1,15 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

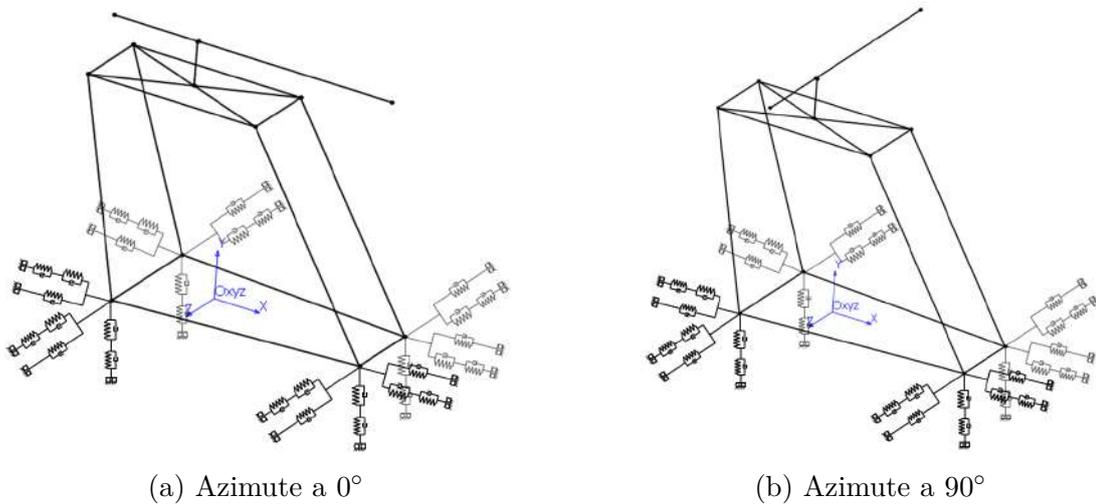
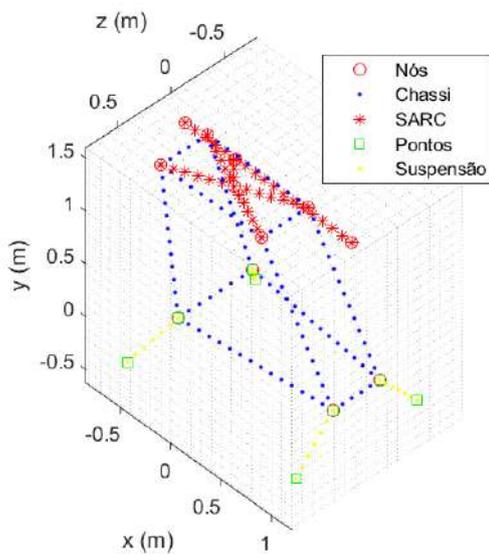


Figura 5.1 – Configurações de azimute da arma para simulação da planta

5.1 Acomodação da planta

Com base nos resultados obtidos para a acomodação da planta, foram elaboradas, em MATLAB®, as animações na condição de eixo do atudador freado, para Az 0° e Az 90° , que podem ser acessadas pelos *links* das Figuras 5.2 e 5.3 respectivamente [72, 73].



(a) Condição inicial ($t = 0\text{ s}$)



(b) Código QR

Figura 5.2 – Animação da acomodação da planta para Az 0° [72]
(Disponível em: <<https://youtu.be/M9TM3Ri5Ppg>>)

Para fins de verificação da qualidade dos resultados apresentados pela simulação dinâmica da acomodação, foi feita a análise da posição vertical esperada, em regime permanente e com azimute a 0° , para os nós da base do chassi (N1, N2, N7 e N8 conforme Figura 4.1). As referidas posições são calculadas analiticamente (de maneira aproximada,

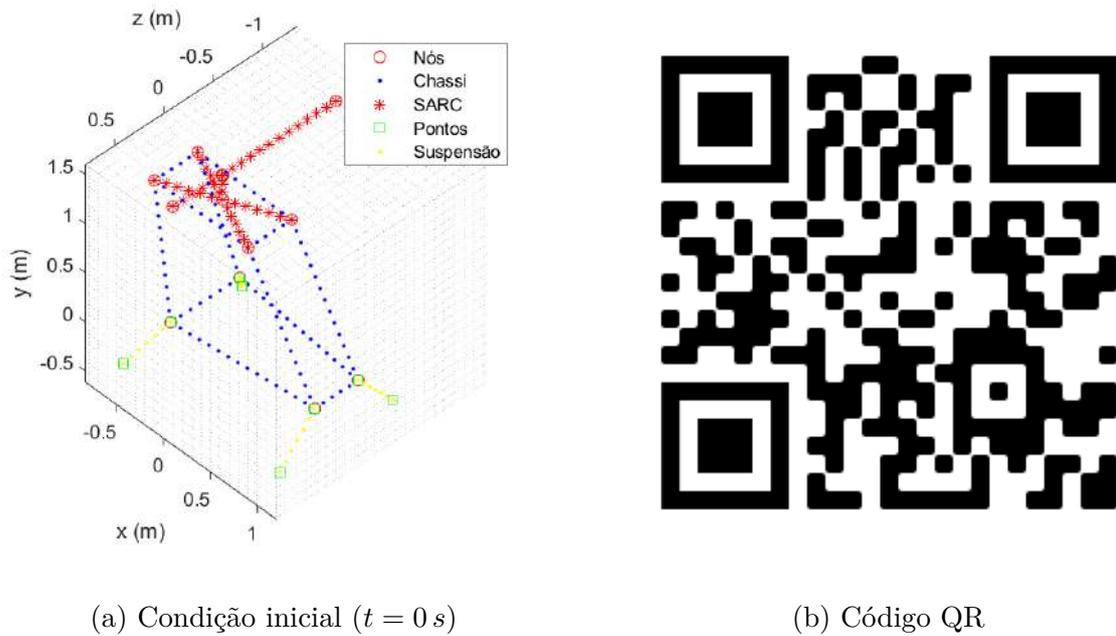


Figura 5.3 – Animação da acomodação da planta para $Az\ 90^\circ$ [73]
 (Disponível em: <https://youtu.be/BTi3ZBf_cwk>)

assumindo simetria do sistema no plano xy) com base nas posições da Figura 5.4 e equilíbrio de forças apresentado na Eq. 5.2.

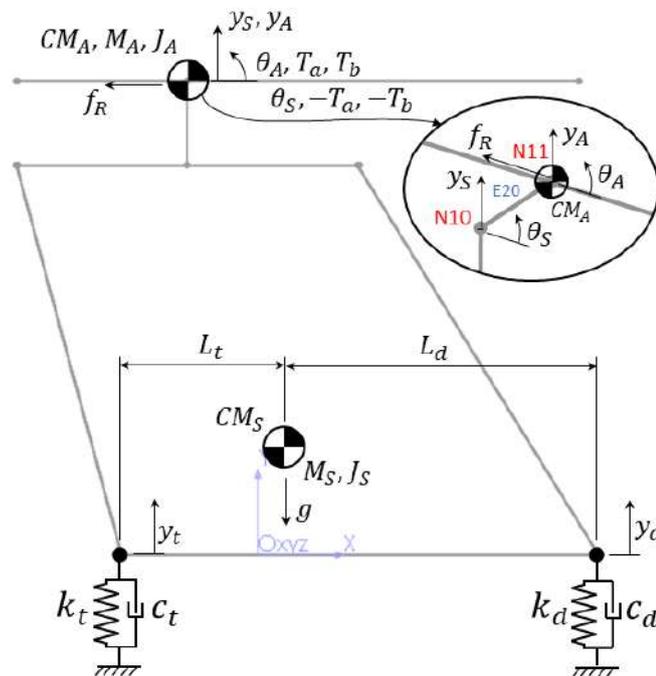


Figura 5.4 – Posições dos centros de massa e de atuação das forças e torques no sistema (vista lateral)

$$\begin{cases} \sum f_y = 0 : k_t y_t + k_d y_d + g M_S = 0 \\ \sum T_{CM_S} = 0 : L_t k_t y_t - L_d k_d y_d = 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

Os valores de massa do elemento E_i M_{E_i} , massa do sistema (incluindo a da arma) M_S e centro de massa do sistema CM_S podem ser calculados pelas Eq. 5.3, 5.4 e 5.5 respectivamente. As distâncias L_t e L_d são obtidas pela Eq. 5.6 e os valores das constantes das molas verticais equivalentes k_t e k_d , pela Eq. 5.7. Resolvendo o sistema da Eq. 5.2, chega-se aos valores dos deslocamentos y_t e y_d em regime permanente, que equivalem às posições verticais dos nós N1, N2, N7 e N8 conforme mostrado pela Eq. 5.8.

$$M_{E_i} = \rho_{E_i} A_{E_i} L_{E_i} \quad (5.3)$$

$$M_S = \sum_{i=1}^{20} M_{E_i} + m_c = 365,39 \text{ kg} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{CM}_S &= \frac{1}{2M_S} \left\{ m_c [0, 6(\mathbf{N1} + \mathbf{N2}) + 0, 4(\mathbf{N7} + \mathbf{N8})] + \sum_{i=1}^{20} M_{E_i} (\mathbf{N}_{E_i} + \mathbf{N}_{F_{E_i}}) \right\} \\ &= \begin{bmatrix} 0,0787 & 0,3030 & -0,0009 \end{bmatrix}^T (m) \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$\begin{cases} L_t = CM_{S_x} - N2_x = 0,4787 \text{ m} \\ L_d = N8_x - CM_{S_x} = 0,9213 \text{ m} \end{cases} \quad (5.6)$$

$$\begin{cases} k_t = k_{ps3_2} + k_{ps4_2} = 69998 \text{ N/m} \\ k_d = k_{ps1_2} + k_{ps2_2} = 42101 \text{ N/m} \end{cases} \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} &\begin{cases} y_t = -\frac{gM_S}{k_t} - \frac{k_d}{k_t} y_d \\ y_d = \frac{L_t k_t}{L_d k_d} y_t \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} y_t = -\frac{gM_S L_d}{k_t(L_t + L_d)} = -33,7 \text{ mm} \\ y_d = \frac{L_t k_t}{L_d k_d} y_t = -29,1 \text{ mm} \end{cases} \end{aligned} \quad (5.8)$$

A solução numérica para a acomodação da planta (Eq. 3.86) é obtida pelo método RK4 (Seção 3.6), considerando a condição de eixo do motor freado (Seção 4.3.2) e com parâmetros de entrada do RK apresentados na Tabela 5.1. Os resultados para as posições verticais dos nós da base do chassi durante a acomodação, bem como da posição vertical

do centro de massa da arma CM_A , podem ser vistos na Figura 5.5. Da análise dos valores y_t e y_d (Eq. 5.8) e dos valores de $N1_y$, $N2_y$, $N7_y$ e $N8_y$ (Figura 5.5), constata-se a coerência entre os valores de deslocamentos verticais dos nós da base do chassi, em regime permanente, obtidos pelo método analítico e por simulação.

Tabela 5.1 – Parâmetros de entrada RK4 para a simulação da acomodação do sistema

Parâmetro	Valor
$\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, t)$	Eq. 3.86
\mathbf{x}_o	$\mathbf{0}_{2n,1}$
t_{RK}	$3 \times 10^{-6} s$
t_{sim}	de 0 a 2 s com passo de 0,001 s

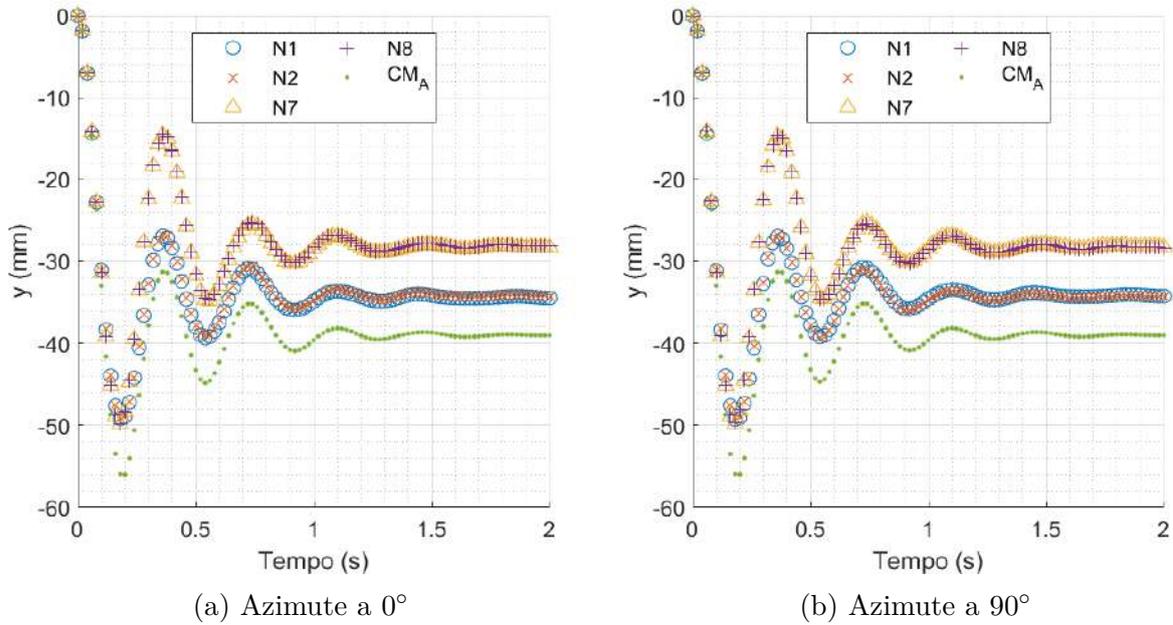


Figura 5.5 – Posições verticais durante a acomodação da planta submetida à ação da gravidade com eixo do motor freado

Também foi verificado o comportamento dinâmico da planta durante a acomodação, nas mesmas condições da simulação anterior, com relação aos ângulos de Az e El da arma. Os resultados podem ser vistos na Figura 5.6. A utilização da unidade *milésimos* ou *mrad* é conveniente para a presente análise, pois para pequenos ângulos, considerando a posição do alvo a 1 km de distância, pode-se adotar a aproximação de desvio linear de 1 m para o desvio angular de 1 mrad.

Mudou-se a condição de freio do eixo do motor elétrico, deixando este livre, ficando somente sujeito ao coeficiente de atrito viscoso c_b , mostrado na Eq. 5.9 e de valor definido com base nos trabalhos de Gruzman [29], Fernandes [20], Druener e Luyten [28]. Os

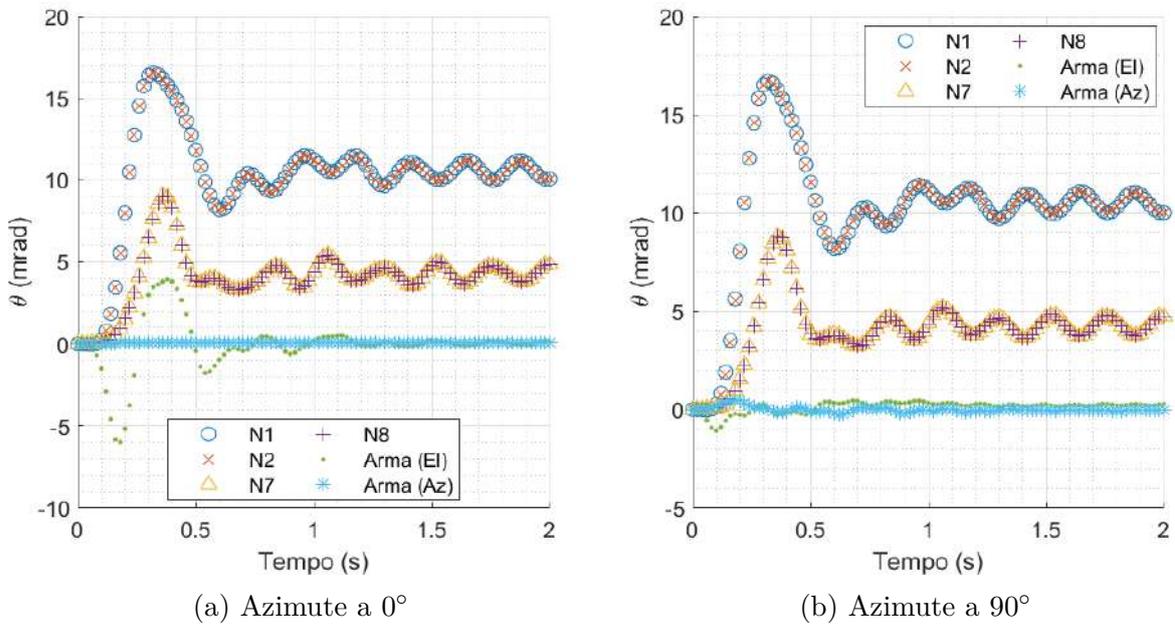


Figura 5.6 – Posições angulares durante a acomodação da planta submetida à ação da gravidade com eixo do motor freado

resultados das simulações com freio do motor elétrico não acionado são apresentados nas Figuras 5.7 e 5.8.

$$c_b = 200 \text{ Ns/rad} \tag{5.9}$$

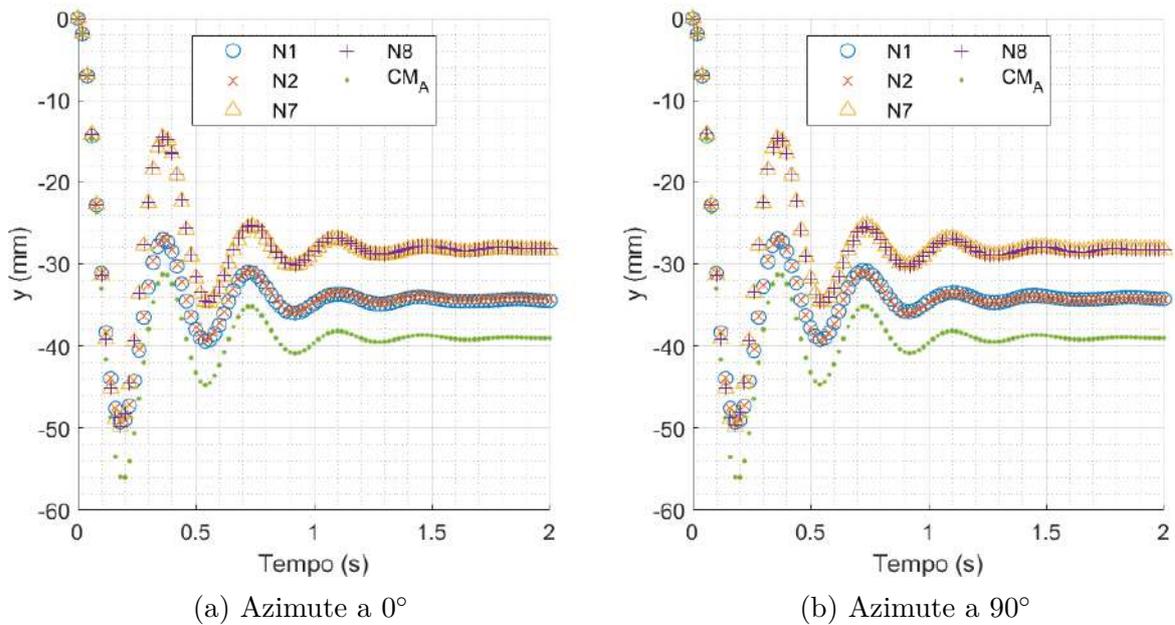


Figura 5.7 – Posições verticais durante a acomodação da planta submetida à ação da gravidade com eixo do motor livre

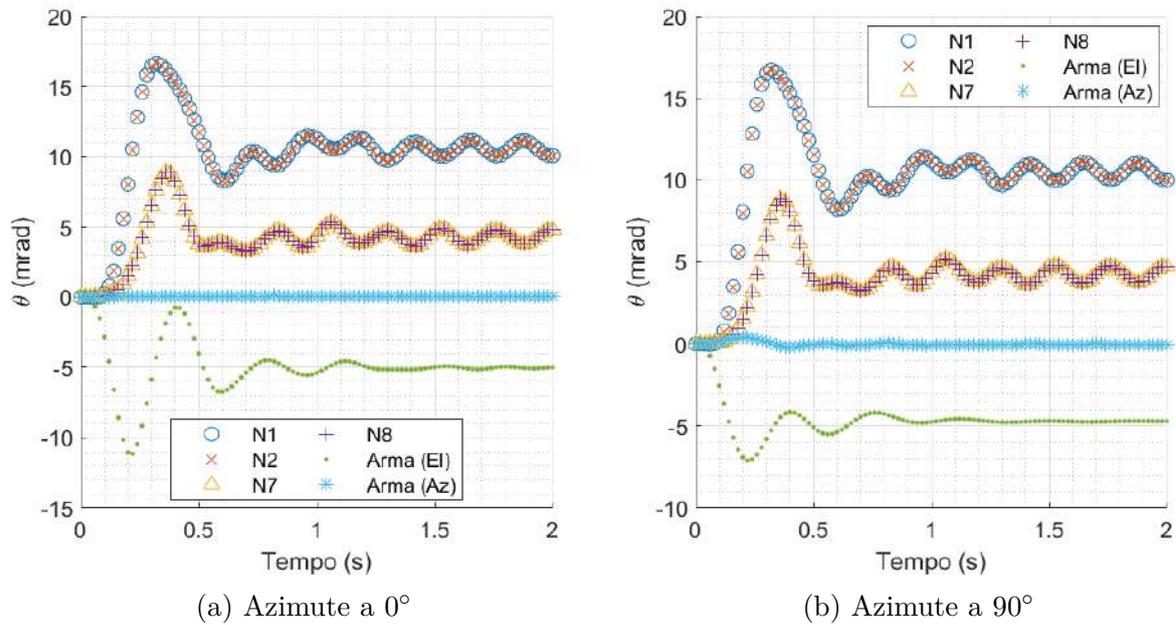


Figura 5.8 – Posições angulares durante a acomodação da planta submetida à ação da gravidade com eixo do motor livre

Os próximos resultados referem-se à acomodação da região de interesse para o problema de estabilização da arma em elevação. Trata-se dos pontos de ligação entre a coluna do SARC (N10) e a arma (N11) por meio do eixo de atuação (E20). Em N11, localizam-se o CM_A , a posição vertical do CM_A (y_A) e o ângulo de elevação da arma θ_A , e onde agem os torques T_a e T_b e a força f_R . Em N10, localizam-se a posição vertical y_S e o ângulo de inclinação θ_S da parte do eixo de atuação (E20) solidária à coluna do SARC (N10), e onde agem os torques $-T_a$ e $-T_b$, como pode ser visto na Figura 5.4.

As posições verticais em N10 y_S (reparo) e em y_A (arma) ao longo do tempo de acomodação são mostradas na Figura 5.9 (eixo de elevação freado) e 5.10 (eixo de elevação livre). As posições angulares θ_S (reparo) e θ_A (arma) são mostradas na Figura 5.11 (eixo freado) e 5.12 (eixo livre).

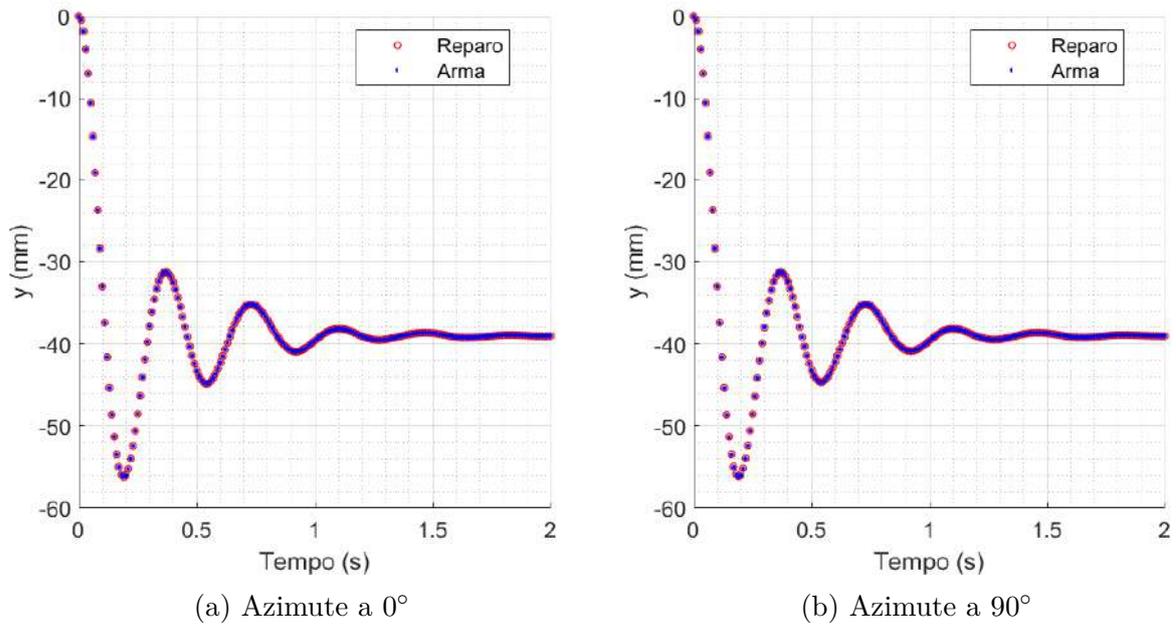


Figura 5.9 – Posições verticais do eixo de elevação freado durante a acomodação da planta submetida à ação da gravidade

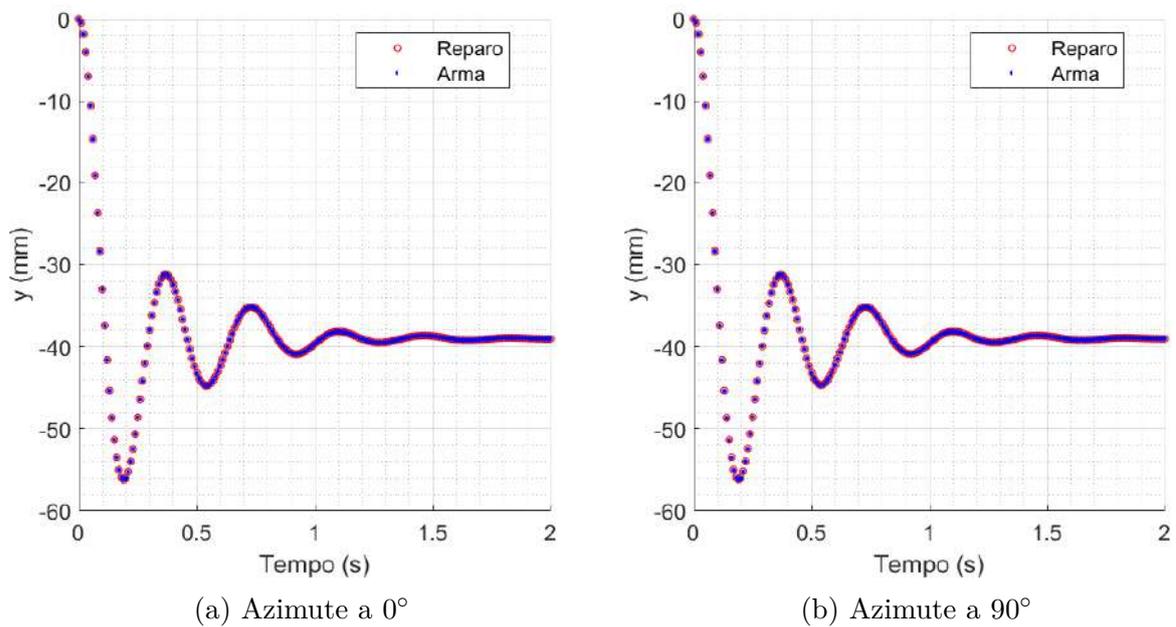


Figura 5.10 – Posições verticais do eixo de elevação livre durante a acomodação da planta submetida à ação da gravidade

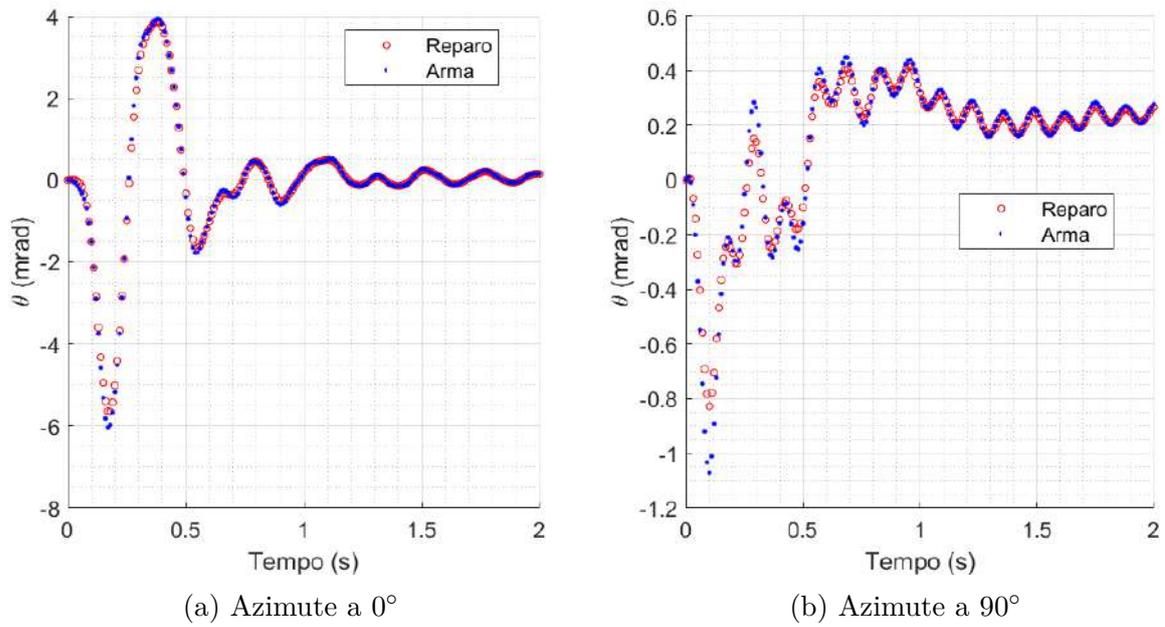


Figura 5.11 – Posições angulares do eixo de elevação freado durante a acomodação da planta submetida à ação da gravidade

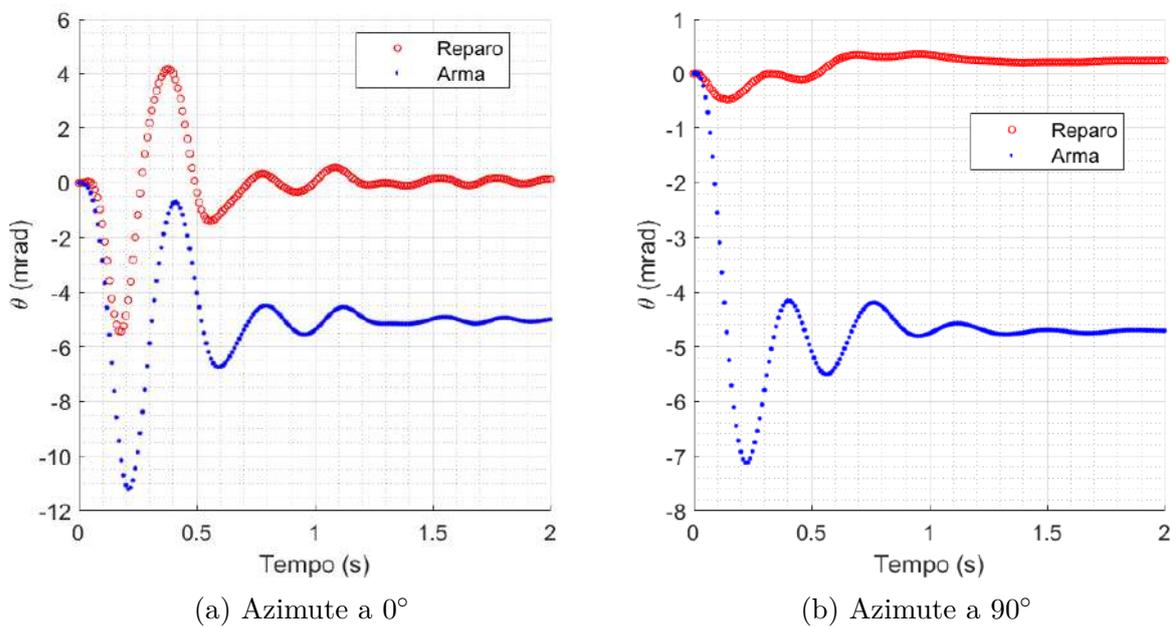


Figura 5.12 – Posições angulares do eixo de elevação livre durante a acomodação da planta submetida à ação da gravidade

Dos resultados apresentados para a região de interesse, observa-se a coerência das informações de acordo com se espera do sistema real, já que a posição vertical, tanto na condição do eixo de elevação freado como livre, são praticamente idênticas para o reparo e para a arma. Além disso, observa-se que para o eixo freado, tanto o reparo como a arma apresentam posição angular absoluta de elevação próxima a zero quando se atinge o equilíbrio estático. Para a condição de eixo livre, a arma apresenta posição angular absoluta de elevação ligeiramente negativa na condição de equilíbrio estático.

5.2 Simulação das séries de tiro em malha aberta

São simulados quatro tipos de séries de tiro em regimes distintos, com eixo de elevação livre, determinadas com base no manual de campanha da metralhadora .50 M2 [74], nas especificações do cartucho .50 M2 [75] e nos requisitos técnicos do REMAX [76]. Para o espaço de estados da planta, faz-se necessária a inclusão da força de recuo dos tiros no vetor de perturbações $\mathbf{w}(t)$, posicionando a ação de $f_R(t)$ conforme esquema da Figura 5.4 (N11).

Os parâmetros das séries de tiro são apresentados na Eq. 5.10 e os parâmetros de entrada do RK4 para as simulações são mostrados na Tabela 5.2, com características e tempos de simulação das séries de tiro apresentados no Quadro 5.1 e com espaço de estados dado pela Eq. 5.11. As animações em MATLAB® para a série 1-30, com Az 0° e Az 90°, podem ser acessadas pelos *links* das Figuras 5.13 e 5.14 respectivamente [77, 78]. Os resultados são apresentados nas Figuras 5.15, 5.16, 5.17 e 5.18 para as séries 1-1, 2-1, 1-5 e 1-30 respectivamente.

$$\begin{cases} t_{tiro} = 0,0011 s \\ f_{tiro} = 500 tpm = 8,333 Hz \\ T_{tiro} = 0,12 s \end{cases} \quad (5.10)$$

Tabela 5.2 – Parâmetros de entrada RK4 para a simulação das séries de tiro em malha aberta

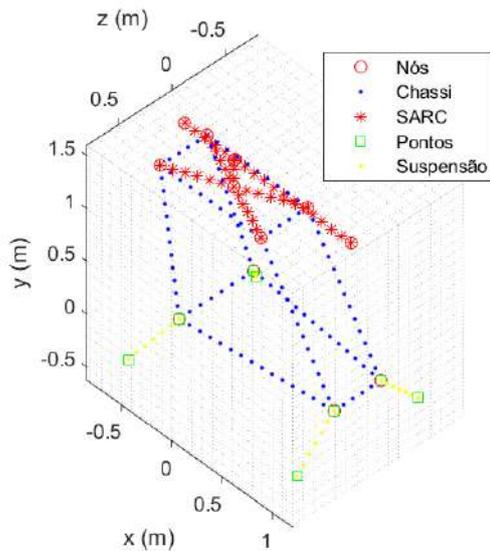
Parâmetro	Valor
\mathbf{x}_o	$\mathbf{x}(2)$ da acomodação com eixo freado
t_{RK}	$3 \times 10^{-6} s$
\mathbf{t}_{sim}	Quadro 5.1

Quadro 5.1 – Características das séries de tiro

Regime de tiro	Característica	t_{sim}
Série 1-1	uma série de um tiro	de 0 a 2 s
Série 2-1	dois disparos espaçados de 2 s	de 0 a 5 s
Série 1-5	uma série de cinco tiros	de 0 a 2 s
Série 1-30	uma série de 30 tiros	de 0 a 5 s

Nota: o passo para t_{sim} é de 0,00001 s quando $f_R(t) \neq 0$ e 0,001 s quando $f_R(t) = 0$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + E\mathbf{w}(t) \\ \theta_A(t) = C\mathbf{x}(t) \\ \text{em que,} \\ \mathbf{w}(t) = \mathbf{f}_c(t) + \mathbf{f}_d(t) + \mathbf{f}_t(t) \\ Az = 0^\circ \rightarrow \begin{cases} \mathbf{f}_t(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 60} & -1 & \mathbf{0}_{1 \times 17} \end{bmatrix}^T f_R(t) \\ C = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 65} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 90} \end{bmatrix} \end{cases} \\ Az = 90^\circ \rightarrow \begin{cases} \mathbf{f}_t(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 62} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 15} \end{bmatrix}^T f_R(t) \\ C = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 63} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 92} \end{bmatrix} \end{cases} \end{array} \right. \quad (5.11)$$

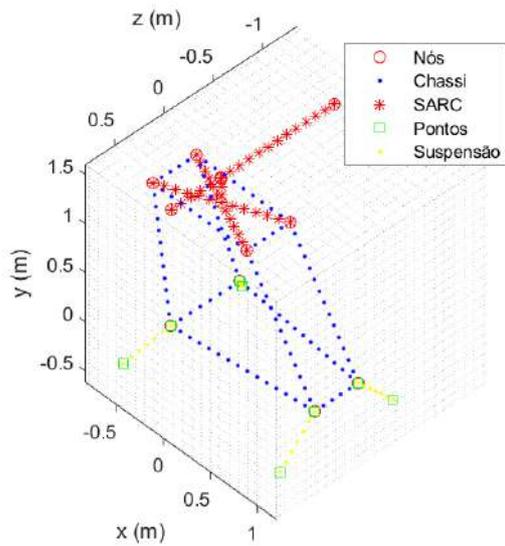


(a) Condição inicial ($t = 0$ s)

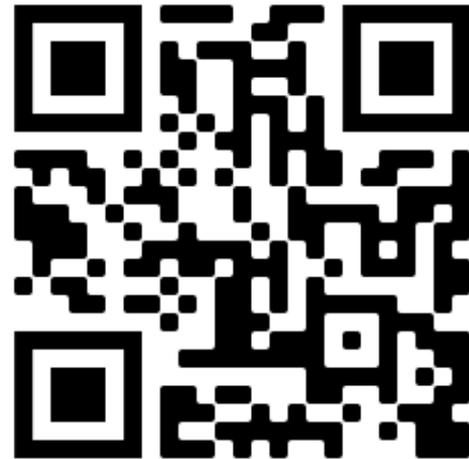


(b) Código QR

Figura 5.13 – Animação da série de tiro 1-30 para $Az = 0^\circ$ [77]
 (Disponível em: <<https://youtu.be/VDualvM6TAM>>)

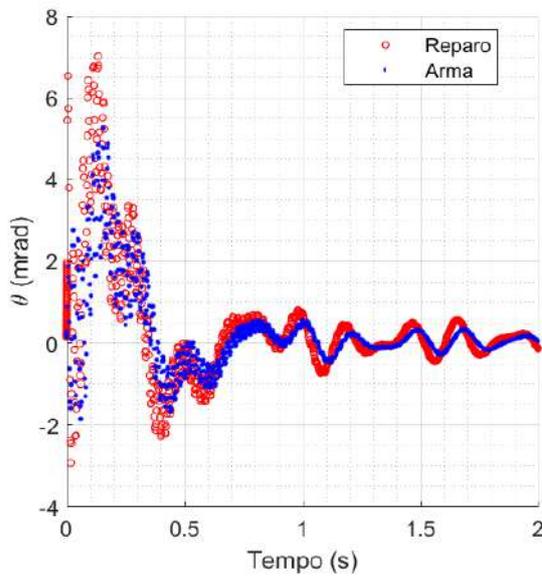


(a) Condição inicial ($t = 0\text{ s}$)

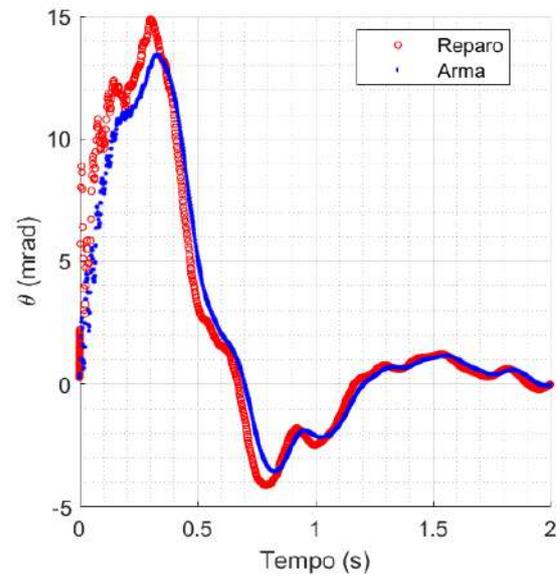


(b) Código QR

Figura 5.14 – Animação da série de tiro 1-30 para $Az\ 90^\circ$ [78]
(Disponível em: <https://youtu.be/GJPJtjO5_Vo>)



(a) Azimute a 0°



(b) Azimute a 90°

Figura 5.15 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha aberta sujeita às perturbações da série de tiro 1-1

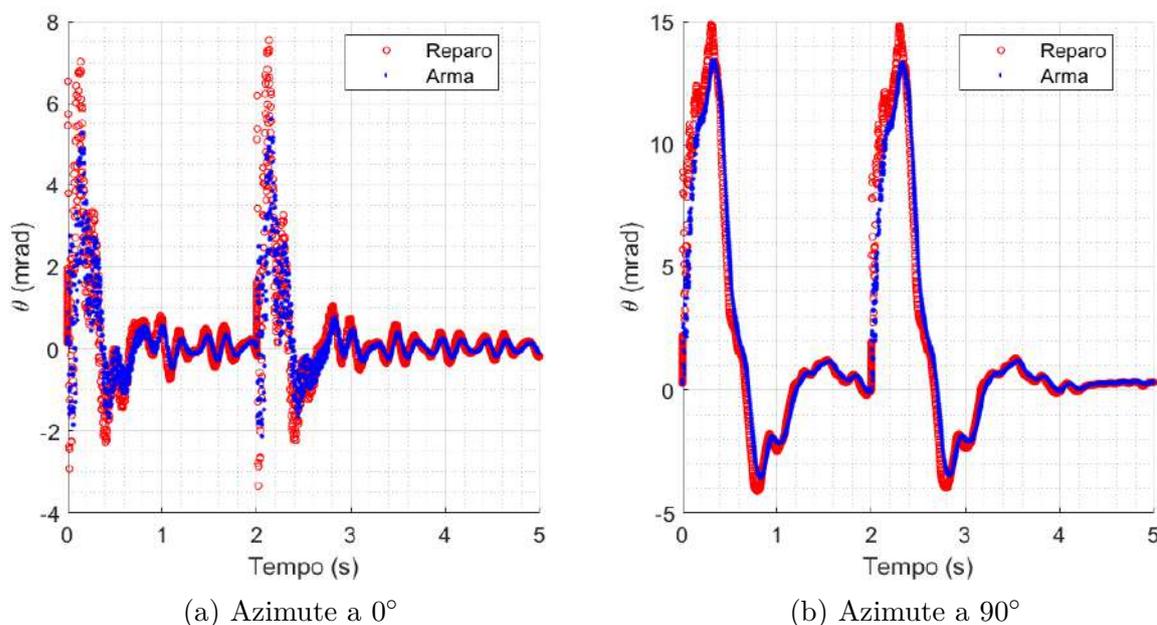


Figura 5.16 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha aberta sujeita às perturbações da série de tiro 2-1

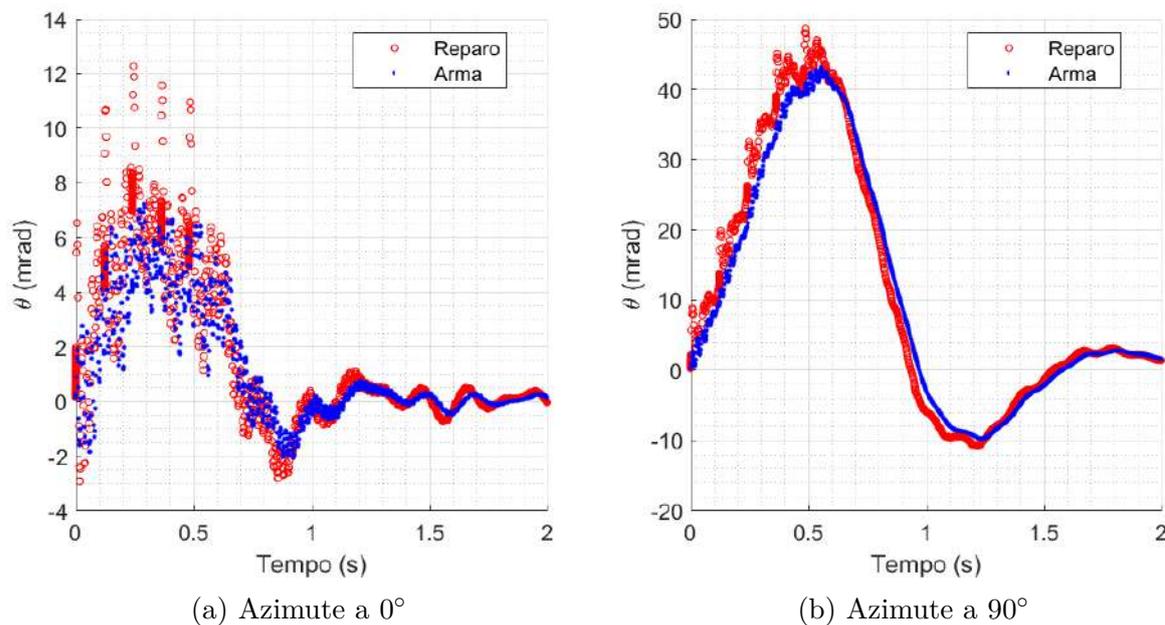


Figura 5.17 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha aberta sujeita às perturbações da série de tiro 1-5

Com base nos resultados das simulações das séries de tiro e tendo por finalidade facilitar a análise, foi elaborada a Tabela 5.3, onde são apresentados alguns dados estatísticos das referidas séries (média $E(X)$, desvio padrão amostral $S(X)$ e magnitude máxima $M(X)$ da variável X) [79]. Os intervalos de tempo considerados para o cálculo dos dados estatísticos de cada série de tiro são apresentados no Quadro 5.2.

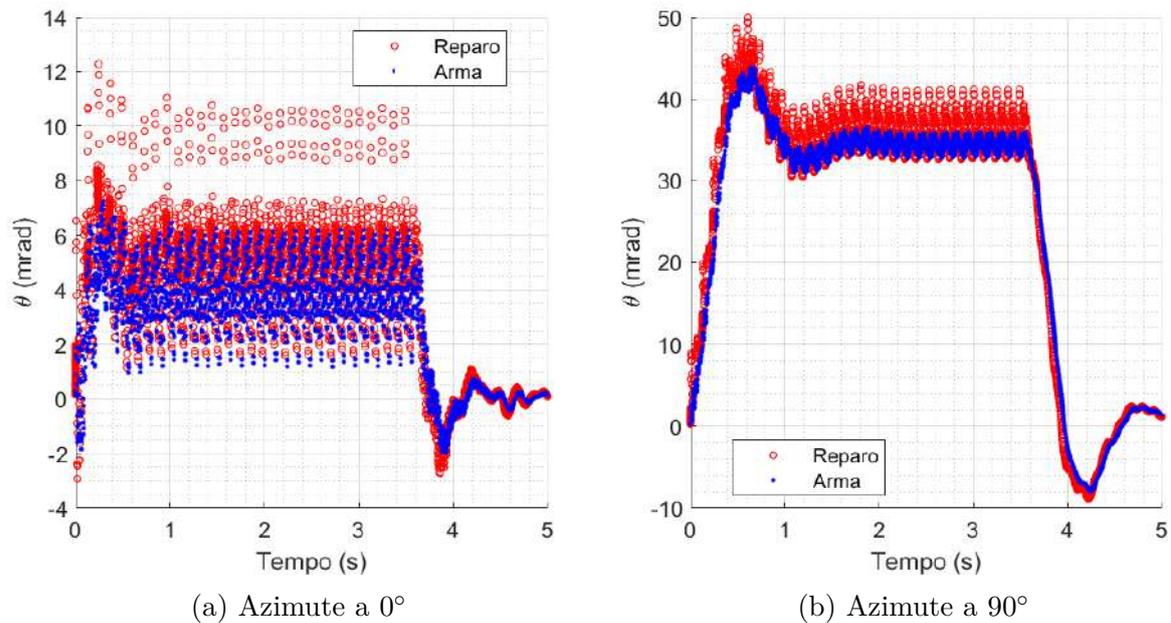


Figura 5.18 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha aberta sujeita às perturbações da série de tiro 1-30

Quadro 5.2 – Intervalos de tempo considerados para os cálculos estatísticos das séries de tiro

Regime de tiro	Intervalo de tempo (s)
Série 1-1	[0 0,7]
Série 2-1	[0 0,7] ∪ [2 2,7]
Série 1-5	[0 1]
Série 1-30	[0 4]

Nota: o passo para os intervalos de tempo é de 0,001 s.

Tabela 5.3 – Dados estatísticos das séries de tiro em malha aberta

Malha		MA Az 0°				MA Az 90°			
Série de tiro		1-1	2-1	1-5	1-30	1-1	2-1	1-5	1-30
Reparo (θ_S)	$E(\theta_S)$ (mrad)	0,81	0,80	2,98	4,51	7,83	7,80	24,86	33,34
	$S(\theta_S)$ (mrad)	2,22	2,26	3,42	2,50	4,95	4,92	15,50	9,86
	$M(\theta_S)$ (mrad)	7,00	7,53	12,24	12,24	14,89	14,89	48,62	49,91
Arma (θ_A)	$E(\theta_A)$ (mrad)	0,63	0,63	2,35	3,53	7,47	7,43	23,65	31,57
	$S(\theta_A)$ (mrad)	1,63	1,65	2,53	1,75	4,36	4,34	14,03	8,95
	$M(\theta_A)$ (mrad)	5,32	5,67	7,22	7,22	13,41	13,41	43,11	43,80

Dos resultados apresentados na Tabela 5.3, percebe-se que o sistema em $Az\ 90^\circ$ é mais sensível às perturbações no eixo de elevação causadas pelas séries de tiro. Isto ocorre porque, nesta configuração, as distâncias do centro de massa do veículo aos pontos de reação das forças verticais das suspensões no chassi (na direção do eixo z), responsáveis por gerar o torque de equilíbrio no sistema, são menores que na condição de $Az\ 0^\circ$ (na direção do eixo x), causando maior deformação vertical das molas e, conseqüentemente, oscilações angulares de maior amplitude.

Percebe-se também que o desvio padrão amostral $\mathbf{S}(\theta_A)$ é maior que $1\ mrad$ em todas as simulações realizadas, mostrando-se cabível a aplicação de controle para a estabilização, pois geralmente os SARC de porte semelhante ao utilizado no presente estudo possuem precisão de estabilização com $\mathbf{S}(\theta_A) \leq 1\ mrad$ [46, 80].

6 SÍNTESE DOS CONTROLADORES

Utilizando os conceitos apresentados na Seção 3.7, será feita a síntese de controladores da família PID e de controladores ótimos baseados em LQR e LQG. No presente estudo adotou-se a abordagem composta pelo modelo de torre isolada [16] para obtenção da função de transferência e síntese dos controladores (o modelo da planta neste capítulo), combinada com a do modelo de torre e veículo acoplados (a planta neste capítulo), utilizado para ajustar a função de transferência da torre isolada e realizar as simulações dinâmicas do sistema em malha fechada.

6.1 Requisitos do sistema

Antes de iniciar o processo de síntese dos controladores, define-se os requisitos de desempenho a serem atingidos. Com base na prática de controle e nas características desejadas de resposta da planta, levando-se em conta o período das séries de tiro T_{tiro} relacionado à cadência f_{tiro} da arma, toma-se como parâmetros de referência os valores apresentados na Eq. 6.1. Dos valores de requisitos mostrados na Eq. 6.1, e com base na forma padrão da função de transferência de segunda ordem (Eq. 3.91), determina-se como polos desejados, p_d (Eq. 3.92), os valores apresentados na Eq. 6.2.

$$\left\{ \begin{array}{l} t_s \leq 0,12 \text{ s} \\ \zeta \approx 0,5 \\ \omega_n \approx \frac{4}{\zeta t_s} \approx 70 \text{ rad/s} = 2\pi \text{ rad}.11,14 \text{ Hz} \\ M_p \approx e^{-(\sigma/\omega_d)\pi} \approx 16\% \\ \omega_b \geq 2\pi \text{ rad}.f_{tiro} = 2\pi \text{ rad}.8,333 \text{ Hz} \\ e_{ss} = 0 \end{array} \right. \quad (6.1)$$

$$p_d = \left\{ \begin{array}{l} -35 + 60,62i \\ -35 - 60,62i \end{array} \right\} \quad (6.2)$$

6.2 Modelo da torre isolada para controle de posição angular

Do esquema apresentado na Figura 5.4, considerando a torre isolada ($\theta_S = y_A = y_S = 0$), tomando como saída do sistema θ_A e entrada i_a (lembrando que T_a e T_b são dados pelas Eq. 3.81 e 3.82 respectivamente), obtém-se o esquema da Figura 6.1 e a EDO apresentada pela Eq. 6.3. Por meio da aplicação da transformada de Laplace na

representação no domínio do tempo da Eq. 6.3, chega-se na função de transferência do modelo da torre isolada para o controle de posição, $G_{\theta_A}(s)$. O valor de c_b é dado na Eq. 5.9 e o valor do momento de inércia de massa da arma J_A é dado pela Eq. 6.4 [37]. Define-se k_a com base em Fernandes [20], Druener e Luyten [28], com valor mostrado na Eq. 6.5. Chega-se à definição da função de transferência do modelo da torre isolada, $G_{\theta_A}(s)$, conforme Eq. 6.6.

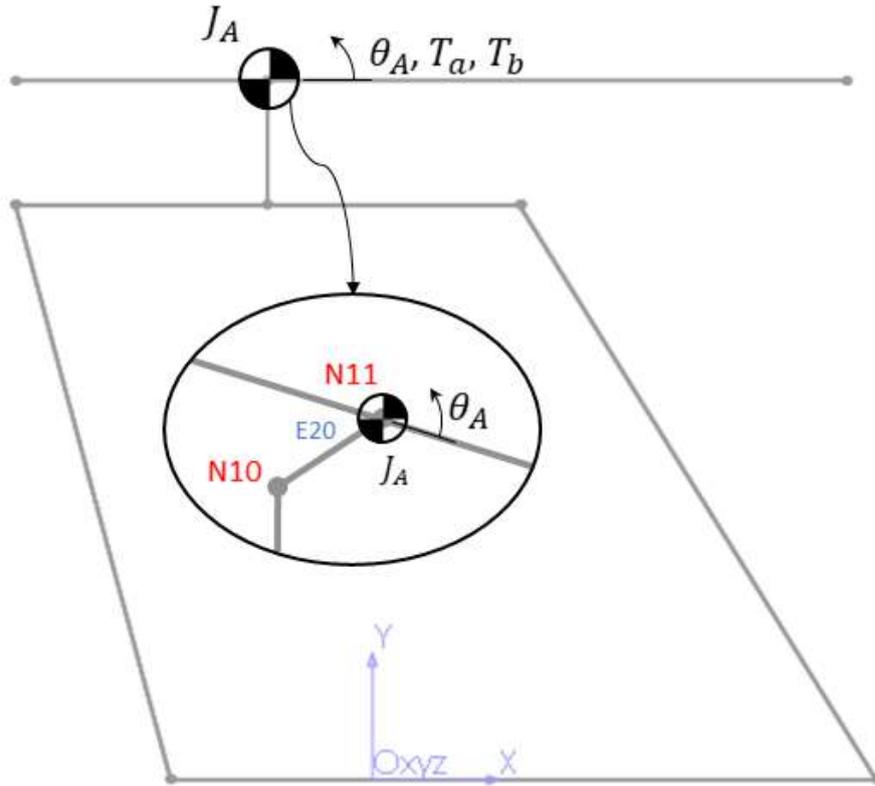


Figura 6.1 – Modelo da torre isolada para controle de posição angular (vista lateral)

$$\left\{ \begin{array}{l} J_A \ddot{\theta}_A(t) = T_a(t) + T_b(t) \\ \quad \quad \quad = k_a i_a(t) - c_b \dot{\theta}_A(t) \\ \Rightarrow J_A \ddot{\theta}_A(t) + c_b \dot{\theta}_A(t) = k_a i_a(t) \\ \mathcal{L} \Rightarrow J_A s^2 \theta_A(s) + c_b s \theta_A(s) = k_a i_a(s) \\ \Rightarrow G_{\theta_A}(s) = \frac{k_a}{s(J_A s + c_b)} \end{array} \right. \quad (6.3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{culatra} = \frac{1}{12} M_{E18} \left[\frac{3}{4} (D e_{E18}^2 + D i_{E18}^2) + L_{E18}^2 \right] \\ J_{cano} = \frac{1}{12} M_{E19} \left[\frac{3}{4} (D e_{E19}^2 + D i_{E19}^2) + L_{E19}^2 \right] \\ J_A = \left[J_{culatra} + M_{E18} \left(\frac{L_{E18}}{2} \right)^2 \right] + \left[J_{cano} + M_{E19} \left(\frac{L_{E19}}{2} \right)^2 \right] = 7,4871 \text{ kg.m}^2 \end{array} \right. \quad (6.4)$$

$$k_a = 200 \text{ N.m/A} \quad (6.5)$$

$$G_{\theta_A}(s) = \frac{k_a}{s(J_A s + c_b)} = \frac{200}{s(7,4871s + 200)} \quad (6.6)$$

Compara-se o diagrama da resposta em frequência de $G_{\theta_A}(s)$ com o da planta considerada neste capítulo, obtida do espaço de estados do SARC integrado com o veículo, pelo MEF com EFU conforme Eq. 6.7. A comparação é feita utilizando o diagrama de Bode, conforme mostrado na Figura 6.2.

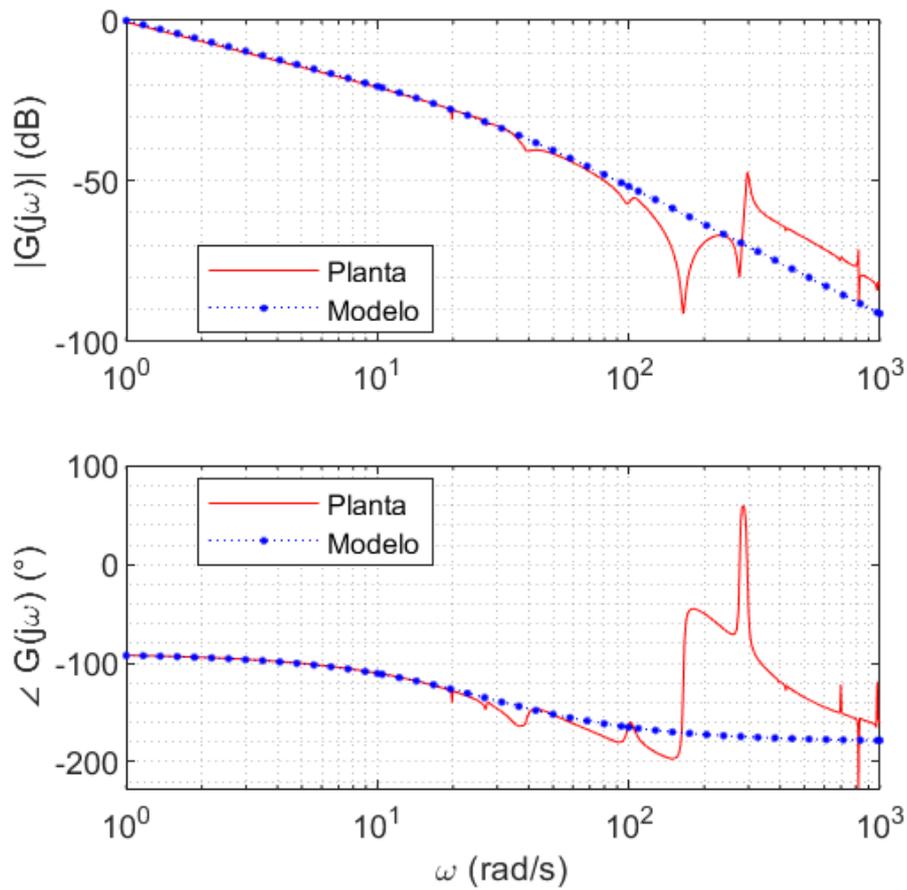


Figura 6.2 – Diagrama de Bode do modelo da torre isolada (modelo) e do modelo da torre integrada com o veículo (planta) para controle de posição angular

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + Bu(t) \\ \theta_A(t) = C\mathbf{x}(t) + Du(t) \\ \text{em que,} \\ B = k_a E \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 59} & -1 & \mathbf{0}_{1 \times 5} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 12} \end{bmatrix}^T, \\ C = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 65} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 90} \end{bmatrix}, \quad D = 0, \quad E = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{78} \\ [M]^{-1} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (6.7)$$

O diagrama de Bode da Figura 6.2 indica que a planta tem um par de polos complexos e um de zeros complexos com frequências angulares de ressonância ω_p e ω_z respectivamente, dadas pela Eq. 6.8. Conforme apresentado por Davidov [60], tais frequências angulares são decorrentes do efeito de rigidez e amortecimento do atuador (eixo do motor).

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_p = 296,71 \text{ rad/s} = 2\pi \text{ rad.}47,22 \text{ Hz} \\ \omega_z = 164,91 \text{ rad/s} = 2\pi \text{ rad.}26,25 \text{ Hz} \end{array} \right. \quad (6.8)$$

A frequência angular ω_z é o limite para a atuação do torque do motor no eixo de elevação da arma. Além disso, embora a frequência angular de ressonância do modelo esteja no limiar da condição de dominância de polos ($\omega_p \approx 5\omega_n$), o ajuste da resposta em frequência do modelo e da planta será importante sobretudo para possibilitar melhor desempenho dos controladores ótimos, que são mais sensíveis a imprecisões no modelo [58]. Para incluir tais efeitos de amortecimento e rigidez do eixo do motor na função de transferência do modelo, agora notada por $G_m(s)$ utiliza-se a Eq. 6.9, em que o valor do fator de amortecimento de $\xi = 0,035$ é o mesmo utilizado para o cálculo de $[C]$ na Seção 4.3.1.

$$\left\{ \begin{array}{l} G_m(s) = G_{\theta_A}(s) \times \frac{\omega_p^2}{s^2 + 2\xi\omega_p s + \omega_p^2} \times \frac{s^2 + 2\xi\omega_z s + \omega_z^2}{\omega_z^2} \\ = \frac{86,48s^2 + 998,2s + 2,352 \times 10^6}{s(s^3 + 47,48s^2 + 8,859 \times 10^4 s + 2,352 \times 10^6)} \end{array} \right. \quad (6.9)$$

O diagrama de Bode comparando as respostas em frequência do modelo $G_m(s)$ e da planta é mostrado na Figura 6.3. A Figura 6.4 apresenta a comparação entre as respostas à entrada degrau unitário (no domínio do tempo) para o modelo e para a planta, em malha aberta e em malha fechada (com realimentação unitária). Como pode ser visto, o modelo em malha fechada com realimentação unitária não atende aos requisitos de desempenho mostrados na Eq. 6.1, sendo aplicável incluir na malha um controlador.

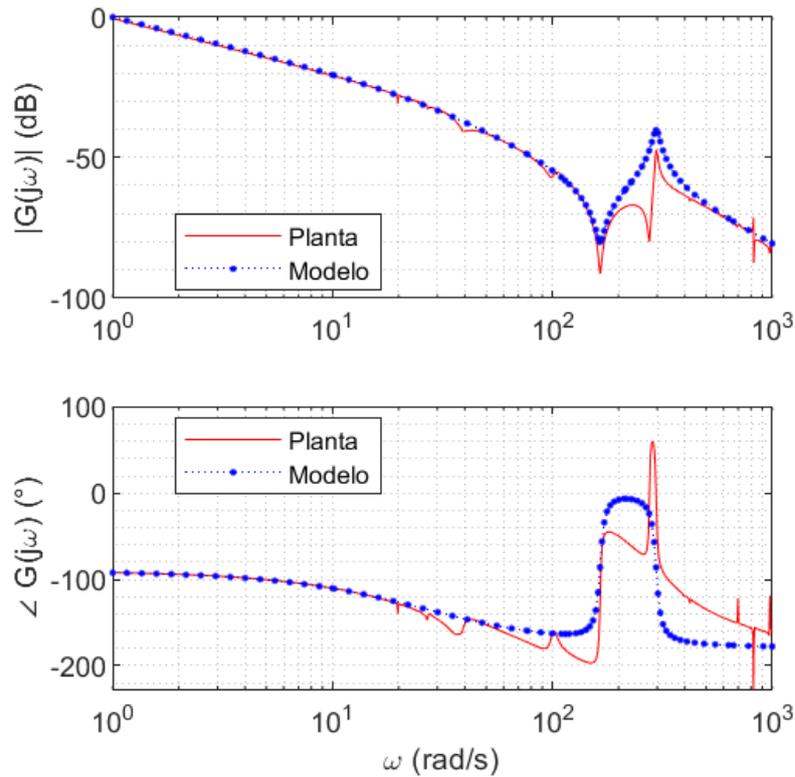


Figura 6.3 – Diagrama de Bode do modelo da torre isolada incluindo eixo do motor (modelo) e do modelo da torre integrada com o veículo (planta) para controle de posição angular

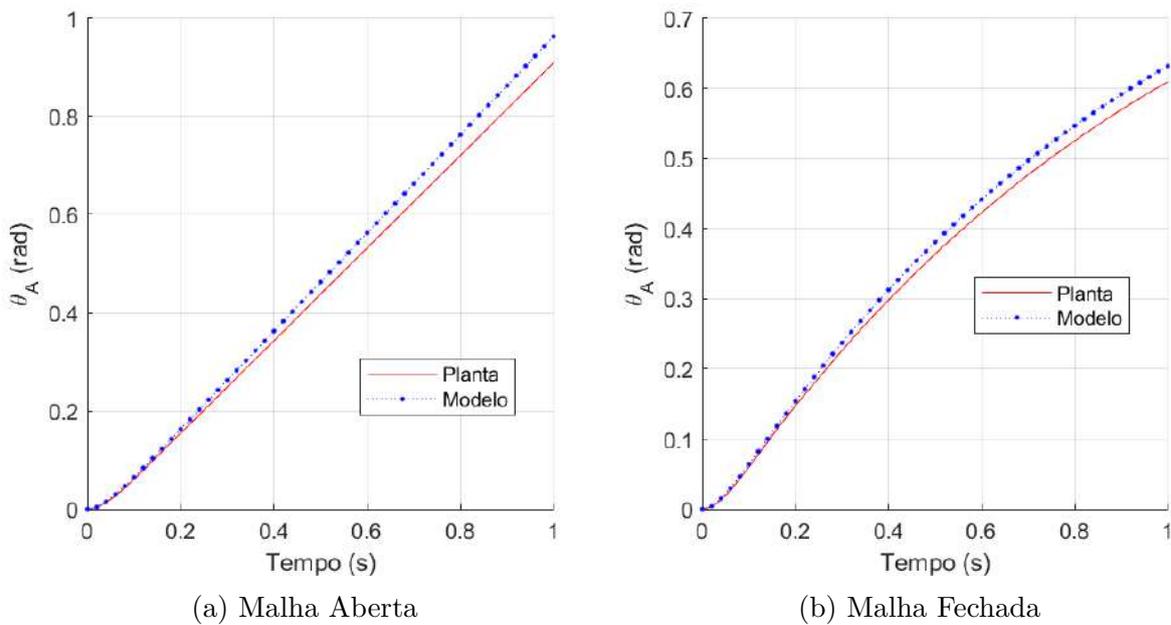


Figura 6.4 – Resposta ao degrau unitário da planta e do modelo em malha aberta e em malha fechada com realimentação unitária (controle de posição angular)

6.3 Modelo da torre isolada para controle de velocidade angular

Do esquema apresentado na Figura 5.4, considerando a torre isolada ($\theta_S = y_A = y_S = 0$), tomando como saída do sistema ω_A e entrada i_a , obtém-se o esquema da Figura 6.5 e a EDO apresentada pela Eq. 6.10. Por meio da aplicação da transformada de Laplace na representação no domínio do tempo da Eq. 6.10, chega-se na função de transferência do modelo da torre isolada para o controle de velocidade, $G_{\omega_A}(s)$. O valor de c_b é dado na Eq. 5.9 e o valor do momento de inércia de massa da arma J_A é dado pela Eq. 6.4 [37]. O valor da constante elétrica do motor, k_a , é dado pela Eq. 6.5. Chega-se à definição da função de transferência do modelo da torre isolada, $G_{\omega_A}(s)$, conforme Eq. 6.11.

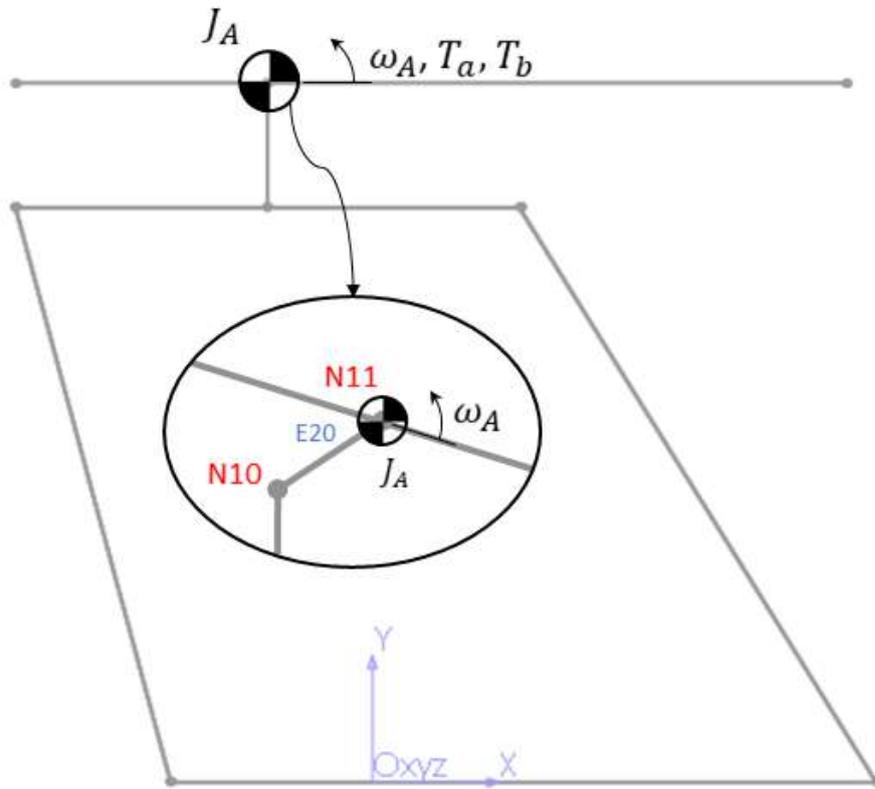


Figura 6.5 – Modelo da torre isolada para controle de velocidade angular (vista lateral)

$$\left\{ \begin{array}{l} J_A \dot{\omega}_A(t) = T_a(t) + T_b(t) \\ \quad \quad \quad = k_a i_a(t) - c_b \omega_A(t) \\ \Rightarrow J_A \dot{\omega}_A(t) + c_b \omega_A(t) = k_a i_a(t) \\ \mathcal{L} \Rightarrow J_A s \omega_A(s) + c_b \omega_A(s) = k_a i_a(s) \\ \quad \quad \quad \Rightarrow G_{\omega_A}(s) = \frac{k_a}{J_A s + c_b} \end{array} \right. \quad (6.10)$$

$$G_{\omega_A}(s) = \frac{k_a}{J_A s + c_b} = \frac{200}{7,4871s + 200} \quad (6.11)$$

Compara-se o diagrama da resposta em frequência de $G_{\omega_A}(s)$ com a da planta considerada neste capítulo, obtida do espaço de estados do SARC integrado com o veículo, pelo MEF com EFU conforme Eq. 6.12. A comparação é feita utilizando o diagrama de Bode, conforme mostrado na Figura 6.6.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ \theta_A(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t) \\ \text{em que,} \\ \mathbf{B} = k_a \mathbf{E} \left[\mathbf{0}_{1 \times 59} \quad -1 \quad \mathbf{0}_{1 \times 5} \quad 1 \quad \mathbf{0}_{1 \times 12} \right]^T, \\ \mathbf{C} = \left[\mathbf{0}_{1 \times 143} \quad 1 \quad \mathbf{0}_{1 \times 12} \right], \quad \mathbf{D} = 0, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{78} \\ [\mathbf{M}]^{-1} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (6.12)$$

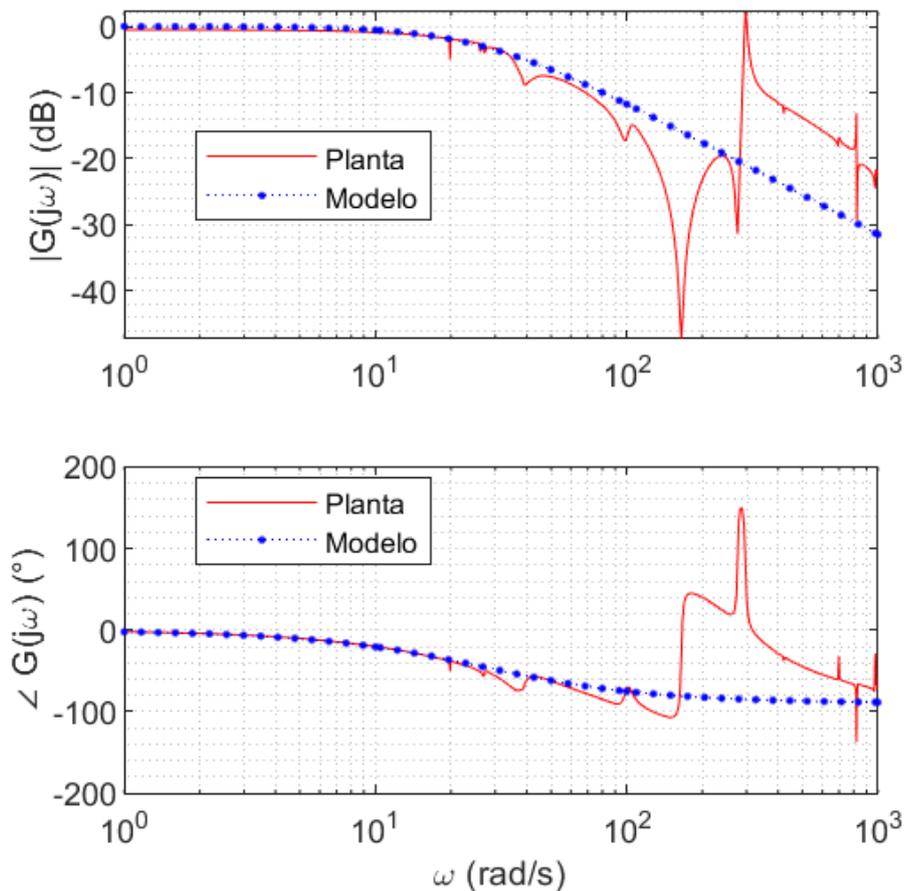


Figura 6.6 – Diagrama de Bode do modelo da torre isolada (modelo) e do modelo da torre integrada com o veículo (planta) para controle de velocidade angular

O diagrama de Bode da Figura 6.6 indica que a planta tem um par de polos complexos e um de zeros complexos com frequências angulares de ressonância ω_p e ω_z respectivamente, dadas pela Eq. 6.13. Conforme apresentado por Davidov [60], tais

frequências são decorrentes do efeito de rigidez e amortecimento do atuador (eixo do motor).

$$\begin{cases} \omega_p = 296,71 \text{ rad/s} = 2\pi \text{ rad}.47,22 \text{ Hz} \\ \omega_z = 164,91 \text{ rad/s} = 2\pi \text{ rad}.26,25 \text{ Hz} \end{cases} \quad (6.13)$$

Para incluir tais efeitos de amortecimento e rigidez do eixo do motor na função de transferência do modelo, agora notada por $G_v(s)$ utiliza-se a Eq. 6.14, em que o valor do fator de amortecimento de $\xi = 0,035$ é o mesmo utilizado para o cálculo de $[C]$ na Seção 4.3.1.

$$\begin{cases} G_v(s) = G_{\omega_A}(s) \times \frac{\omega_p^2}{s^2 + 2\xi\omega_p s + \omega_p^2} \times \frac{s^2 + 2\xi\omega_z s + \omega_z^2}{\omega_z^2} \\ = \frac{86,48s^2 + 998,2s + 2,352 \times 10^6}{s^3 + 47,48s^2 + 8,859 \times 10^4 s + 2,352 \times 10^6} \end{cases} \quad (6.14)$$

O diagrama de Bode comparando as respostas em frequência do modelo $G_v(s)$ e da planta é mostrado na Figura 6.7. A Figura 6.8 apresenta a comparação entre as respostas à entrada degrau unitário (no domínio do tempo) para o modelo e para a planta, em malha aberta e em malha fechada (com realimentação unitária). Como pode ser visto, o modelo em malha fechada com realimentação unitária não atende aos requisitos de desempenho mostrados na Eq. 6.1, sendo aplicável incluir na malha um controlador.

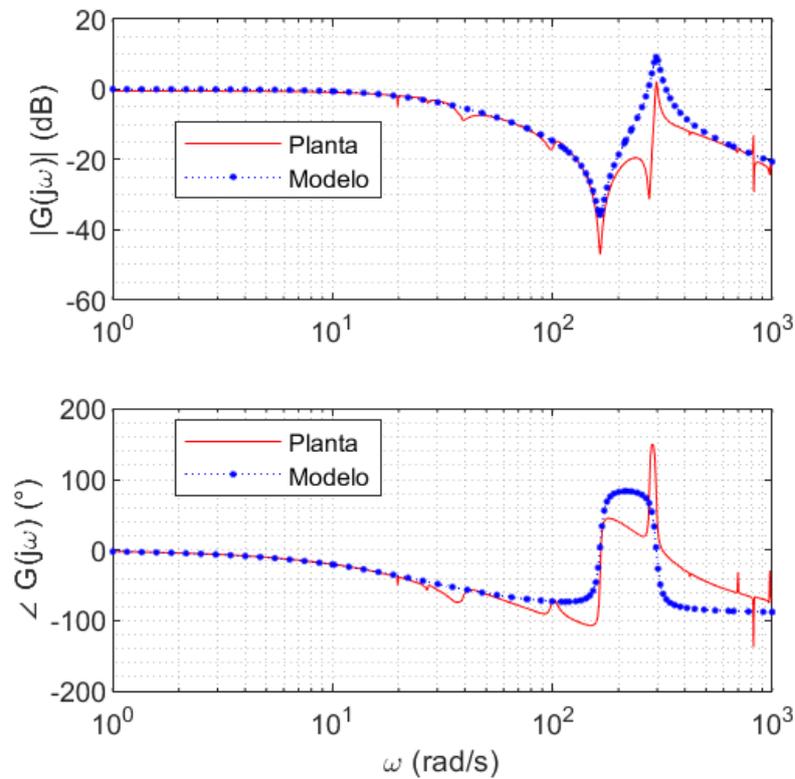


Figura 6.7 – Diagrama de Bode do modelo da torre isolada incluindo eixo do motor (modelo) e do modelo da torre integrada com o veículo (planta) (controle de velocidade angular)

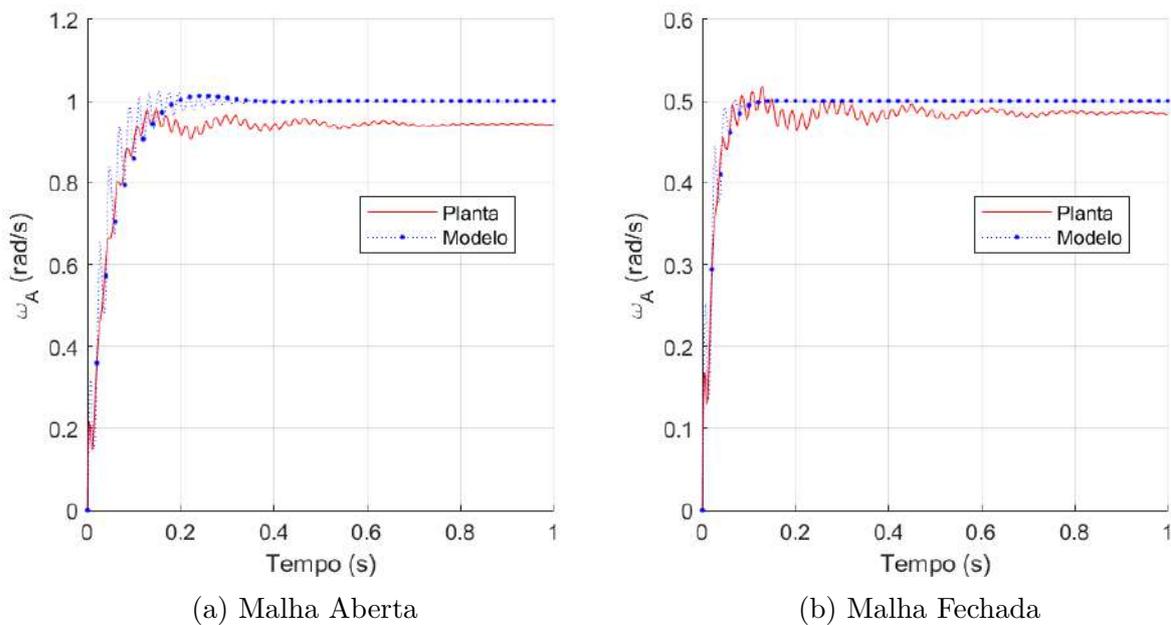


Figura 6.8 – Resposta ao degrau unitário da planta e do modelo em malha aberta e em malha fechada com realimentação unitária (controle de velocidade angular)

6.4 Síntese do controlador PD para o controle de posição angular

Inicialmente, analisa-se o gráfico do lugar das raízes de $G_m(s)$ (Figura 6.9) para verificar se há a possibilidade de se atender aos requisitos de desempenho apenas com um ganho proporcional k_p (controlador P). Pode-se observar que a curva do lugar das raízes não se aproxima dos polos desejados, ficando à direita desses, indicando uma resposta mais lenta do que o requerido para o sistema utilizando apenas o termo proporcional.

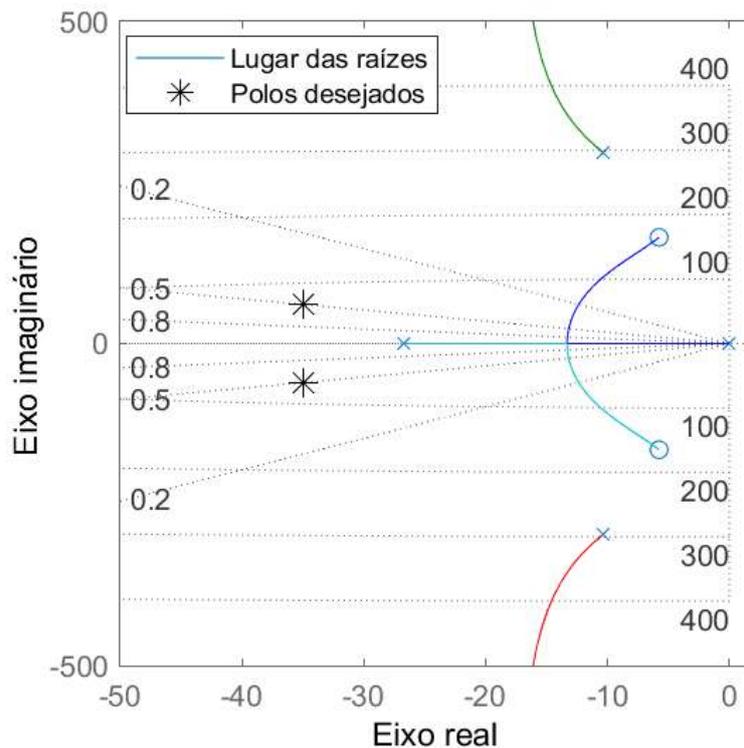


Figura 6.9 – Lugar das raízes da função de transferência do modelo

Busca-se atingir o desempenho requerido para a velocidade de resposta do modelo incluindo-se o termo derivativo no controlador. O ganho derivativo k_d pode ser determinado incluindo um zero à esquerda da curva do lugar das raízes que possui valor não nulo para a parcela imaginária, fazendo-se com que o lugar das raízes seja deslocado para a esquerda e passe próximo dos polos desejados. Uma vez concluído o ajuste do formato da curva do lugar das raízes, ajusta-se o ganho proporcional de maneira a se obter os polos desejados para o sistema em malha fechada. Para facilitar o processo de determinação dos ganhos, utilizou-se a ferramenta *control system designer* (CSD) do MATLAB®.

A Figura 6.10 mostra a interface do CSD ao se deslocar os polos do sistema em malha fechada ajustando o valor do ganho proporcional. Percebe-se que para a região do lugar das raízes de resposta amortecida mais rápida, o tempo de acomodação da resposta

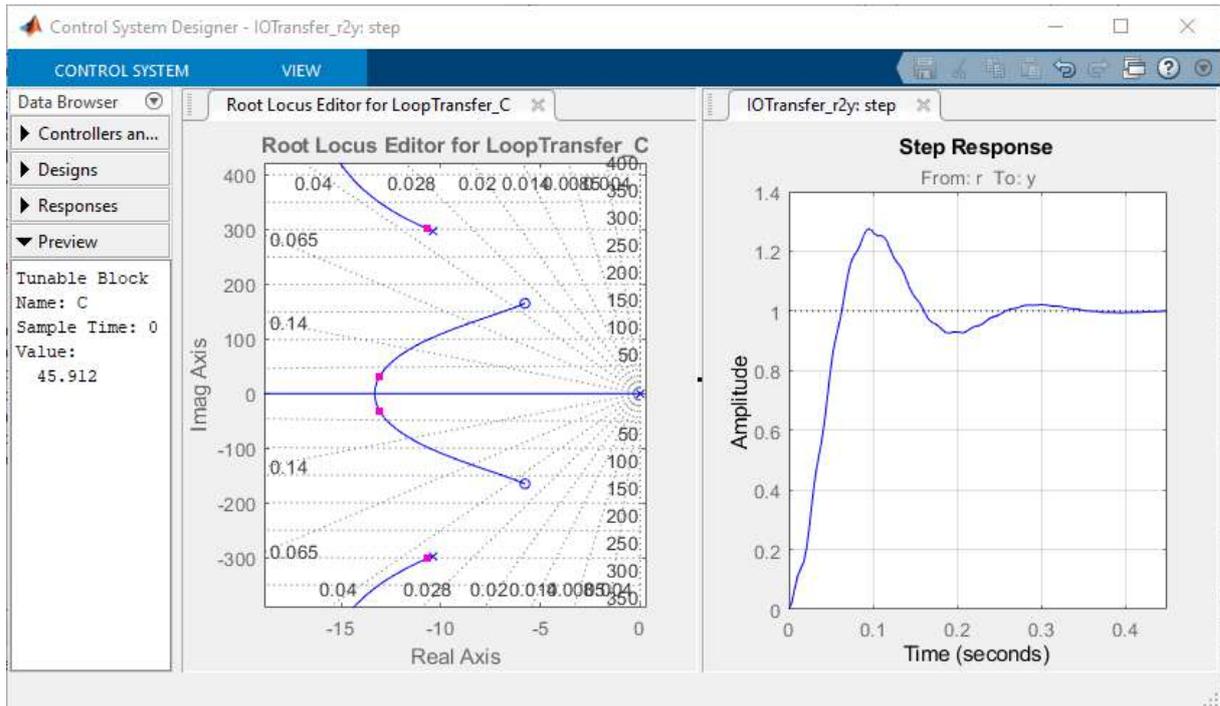


Figura 6.10 – Ajuste do ganho proporcional utilizando o CSD (MATLAB®)

ao degrau unitário se encontra maior que os 0,12 s requeridos, além de apresentar baixo fator de amortecimento, resultando em um grande sobressinal. Entretanto, verifica-se que a resposta em regime permanente não apresenta erro, como esperado para uma função de transferência do modelo do tipo 1 (um polo na origem). Faz-se a inclusão do ganho k_d e, ajustando k_p , chega-se ao desempenho desejado conforme mostrado na Figura 6.11.

O controlador obtido é do tipo PD, com sua função de transferência representada por $D_{PD}(s)$ (Eq. 6.15) e função de transferência em malha fechada $D_{PD_{MF}}(s)$ (Eq. 6.16). Para a realização dos testes de desempenho da planta à entrada degrau, utiliza-se a manipulação de seu espaço de estados conforme mostrado na Eq. 6.17, considerando para fins de análise a realimentação das saídas $\theta_A(t)$ e $\dot{\theta}_A(t)$.

$$\begin{cases} k_p = 130 \\ k_d = 2 \\ D_{PD}(s) = k_p + k_d s \end{cases} \quad (6.15)$$

$$D_{PD_{MF}}(s) = \frac{U(s)}{R(s)} = \frac{D_{PD}(s)}{1 + D_{PD}(s)G_m(s)} \quad (6.16)$$

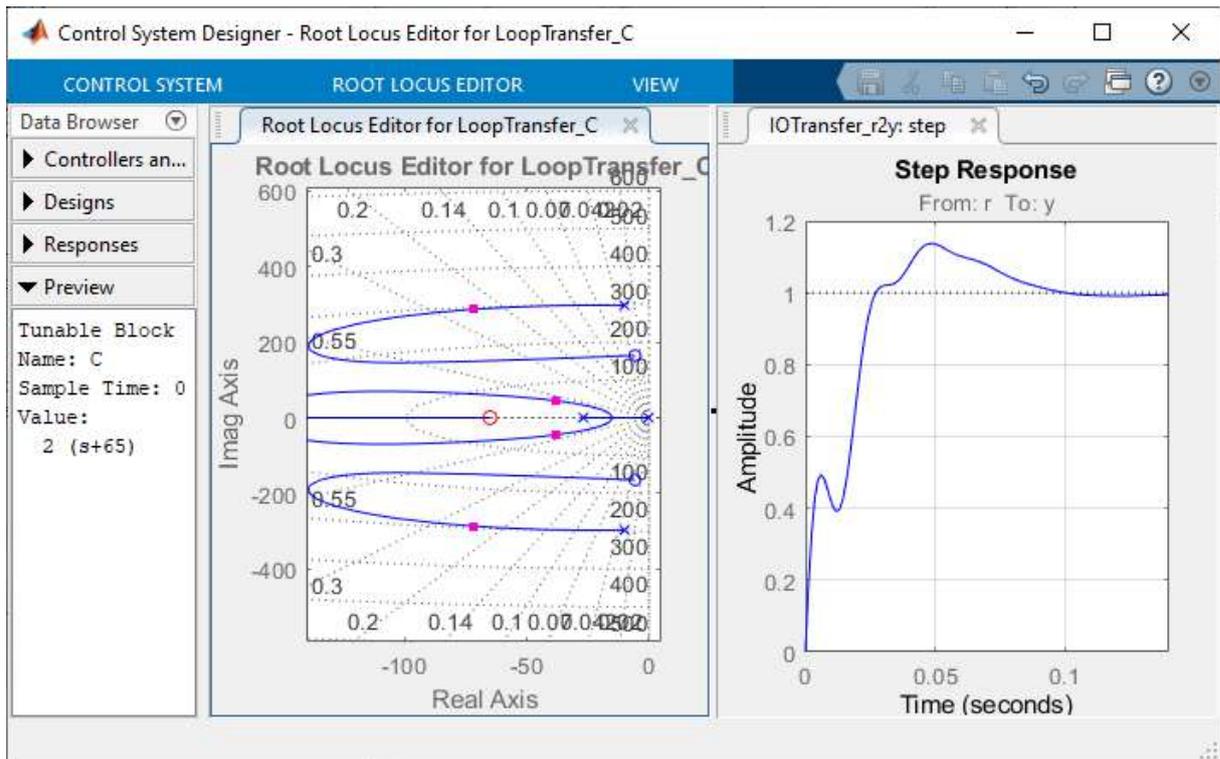


Figura 6.11 – Obtenção dos ganhos do controlador PD utilizando o CSD (MATLAB®)

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ \theta_A(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \\ \mathbf{y}_K(t) = \begin{bmatrix} \theta_A(t) & \dot{\theta}_A(t) \end{bmatrix}^T = \mathbf{C}_K\mathbf{x}(t) \\ \mathbf{C}_K = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 65} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 90} \\ \mathbf{0}_{1 \times 143} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 12} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_p & k_d \end{bmatrix} \\ u(t) = Nr(t) - \mathbf{K}\mathbf{y}_K(t) = Nr(t) - \mathbf{K}\mathbf{C}_K\mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) - \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{C}_K\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}Nr(t) \\ \quad = [\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{C}_K]\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}Nr(t) \end{array} \right. \quad (6.17)$$

O lugar das raízes do ramo direto do modelo ($D_{PD}(s)G_m(s)$), incluindo a representação dos polos e zeros obtidos para o modelo e para a planta em malha fechada, é apresentado na Figura 6.12. A resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada, para o modelo e para a planta, é apresentada na Figura 6.13, com suas respectivas informações de desempenho mostradas na Tabela 6.1.

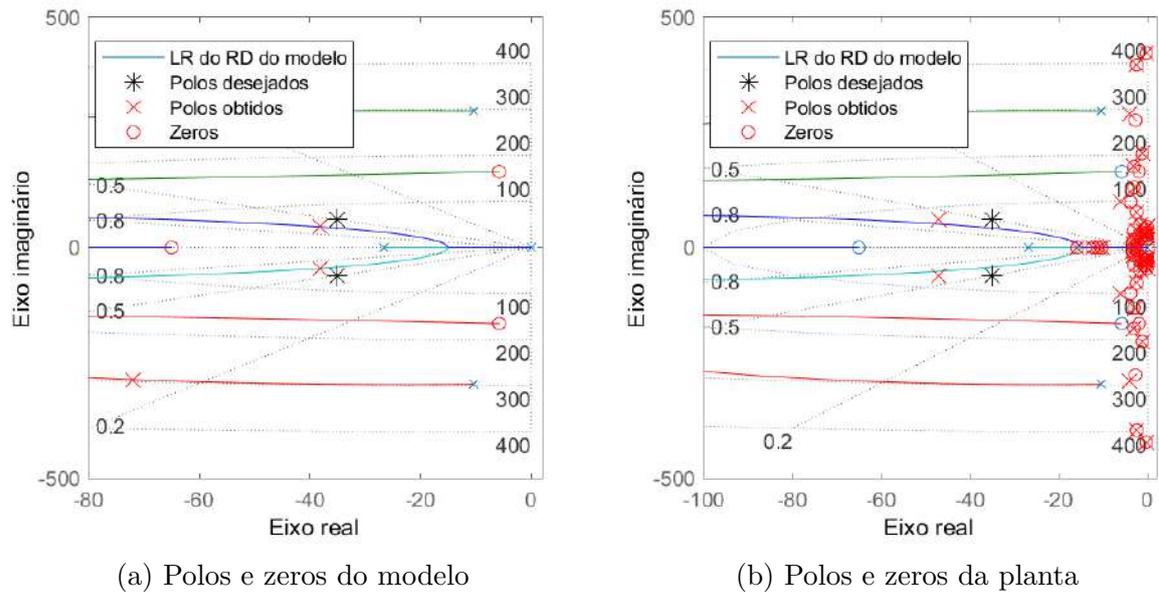


Figura 6.12 – Lugar das raízes do ramo direto do modelo comparado com os polos e zeros do modelo e da planta

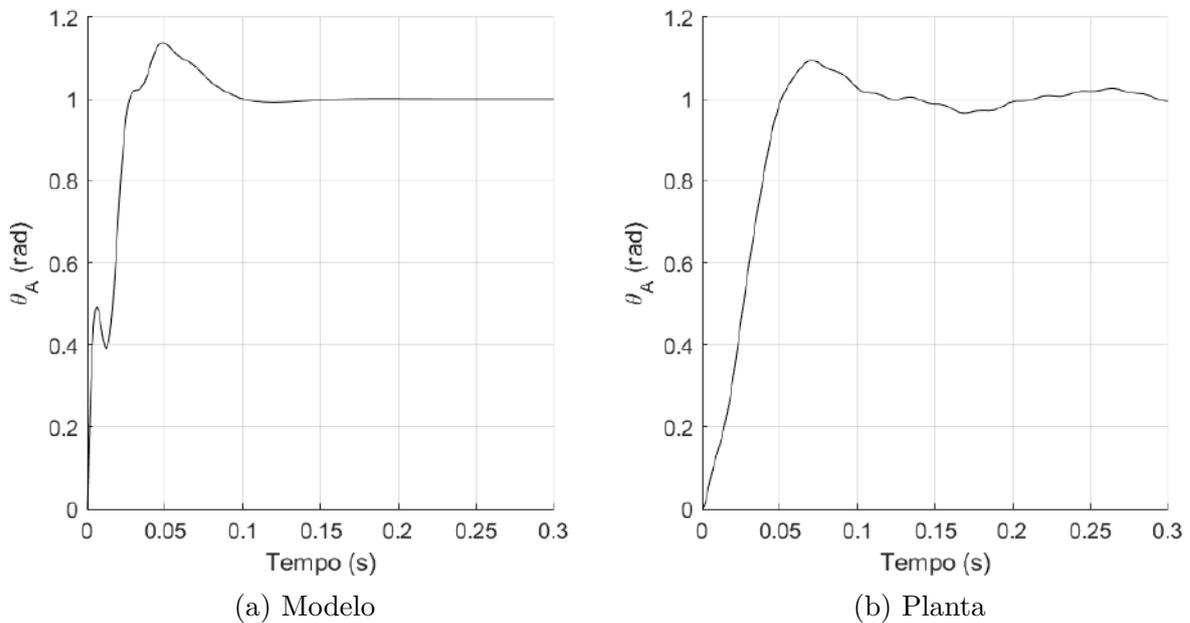


Figura 6.13 – Resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada com controlador PD do modelo e da planta

Das informações mostradas na Tabela 6.1, percebe-se uma degradação de desempenho do modelo para a planta quanto ao tempo de acomodação e banda passante. Porém, este fato não compromete a possibilidade de atingir o desempenho desejado durante as simulações dos tiros, pois percebe-se dos gráficos da Figura 6.13 que o aumento de t_s para a planta deve-se à oscilações em torno do valor da entrada de referência, que não passam de 5%, e o valor de ω_b para a planta permanece acima da cadência de tiro.

Tabela 6.1 – Informações de desempenho da resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada com controlador PD do modelo e da planta

Característica	t_s	M_p	ω_b	$\omega_b/(2\pi rad)$
Modelo	0,09	13,76	77,06	12,26
Planta	0,27	9,36	63,31	10,08
Unidade	s	%	rad/s	Hz

6.5 Síntese do controlador PI para o controle de velocidade angular

Inicialmente, analisa-se o gráfico do lugar das raízes de $G_v(s)$ (Figura 6.14) para verificar se há a possibilidade de se atender aos requisitos de desempenho apenas com um ganho proporcional k_p (controlador P). Pode-se observar que a curva do lugar das raízes não se aproxima dos polos desejados, mas possui parte de seu caminho passando pela esquerda desses, indicando a possibilidade de uma resposta com velocidade que atenda aos requisitos utilizando apenas o termo proporcional. Mas, por $G_v(s)$ ser uma função de transferência do tipo zero, possui erro em regime permanente na resposta à entrada degrau.

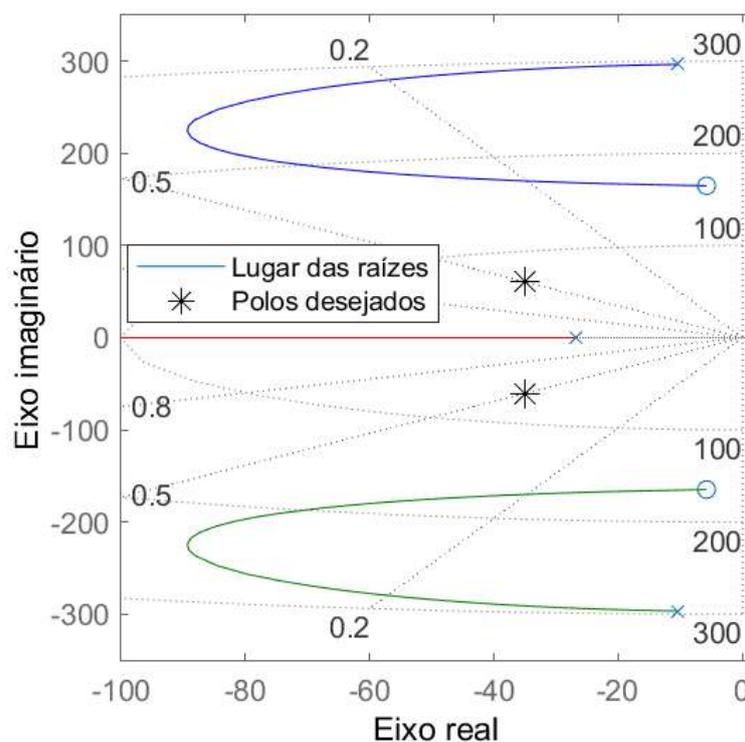


Figura 6.14 – Lugar das raízes da função de transferência do modelo (controle de velocidade angular)

Busca-se atingir o desempenho requerido para a velocidade de resposta do modelo

incluindo-se o termo integral no controlador, para que o ramo direto do sistema seja do tipo 1 e apresente erro nulo em estado permanente na resposta à entrada degrau. O ganho integral k_i pode ser determinado incluindo um polo na origem do plano s e um zero à esquerda do eixo complexo. Uma vez concluído o ajuste do formato da curva do lugar das raízes, ajusta-se o ganho proporcional de maneira a se obter os polos desejados para o sistema em malha fechada. Para facilitar o processo de determinação dos ganhos, utilizou-se a ferramenta CSD do MATLAB®.

A Figura 6.15 mostra a interface do CSD ao se deslocar os polos do sistema em malha fechada ajustando o valor do ganho proporcional. Percebe-se que para a região do lugar das raízes de resposta com velocidade próxima a dos polos desejados, o tempo de acomodação da resposta ao degrau unitário atende ao requisito. Entretanto, verifica-se que a resposta em regime permanente apresenta erro, como esperado para uma função de transferência do modelo do tipo 0. Faz-se a inclusão do ganho k_i e, ajustando k_p , chega-se ao desempenho desejado conforme mostrado na Figura 6.16.

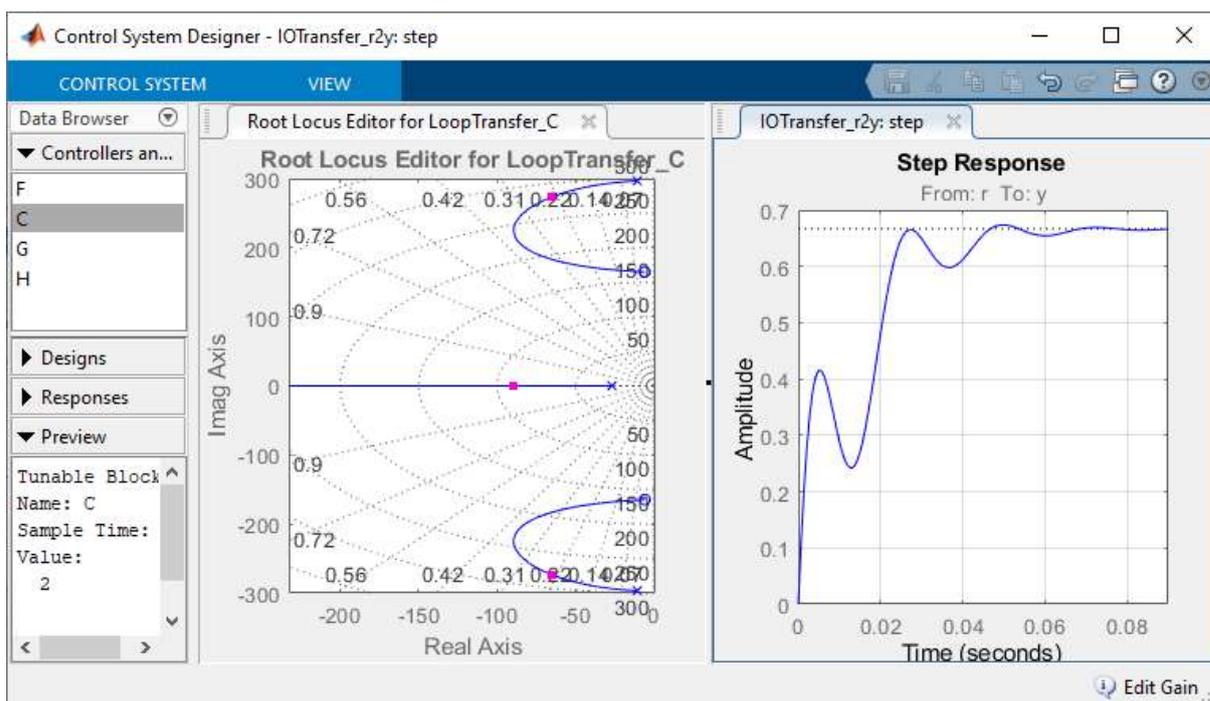


Figura 6.15 – Ajuste do ganho proporcional utilizando o CSD (controle de velocidade angular) (MATLAB®)

O controlador obtido é do tipo PI, com sua função de transferência representada por $D_{PI}(s)$ (Eq. 6.18). Observa-se que os ganhos k_p e k_i do controlador PI, empregado para o controle de velocidade angular, são, respectivamente, iguais aos ganhos k_d e k_p do controlador PD empregado para o controle de posição angular. Logo, de acordo com as características do sistema físico a ser controlado e dos sensores disponíveis, pode-se optar por um controlador PD para controle de posição angular ou PI para controle de velocidade angular. Para o sistema físico, a escolha entre os controladores PD ou PI dependerá do

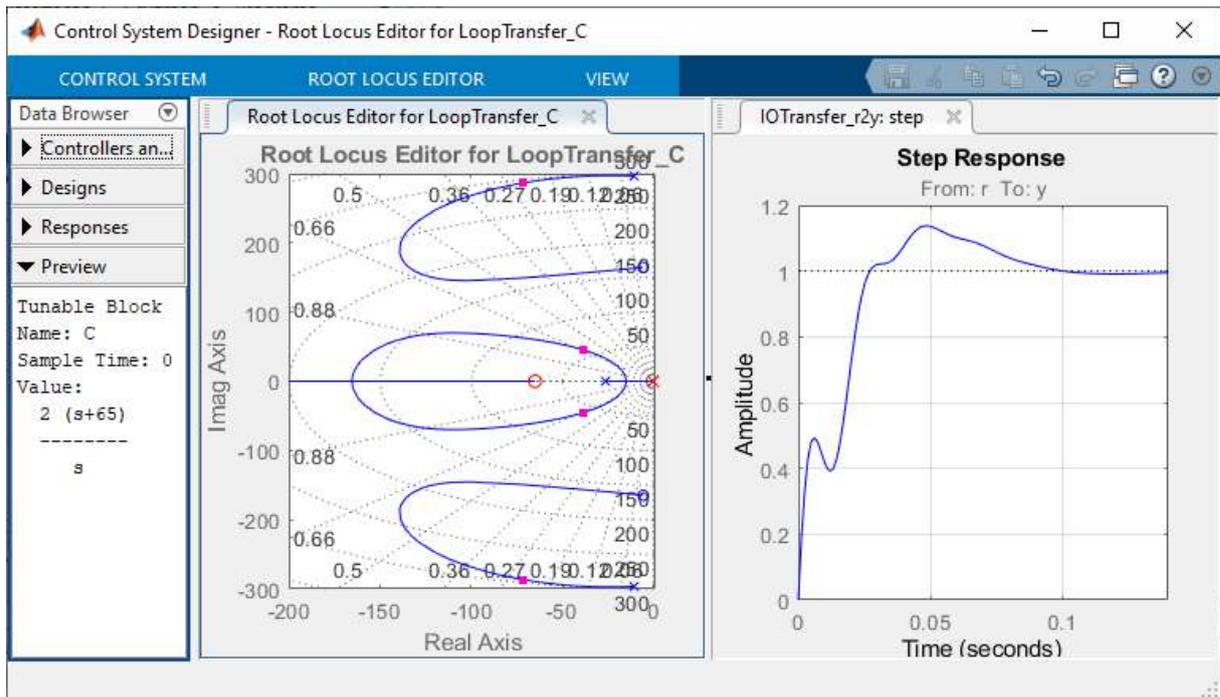


Figura 6.16 – Obtenção dos ganhos do controlador PI utilizando o CSD (MATLAB®)

sensor disponível para a realimentação (sensor para medir ângulo ou velocidade angular em relação a um referencial inercial).

$$\begin{cases} k_p = 2 \\ k_i = 130 \\ D_{PI}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} \end{cases} \quad (6.18)$$

6.6 Síntese do controlador LQR

Neste trabalho, as sínteses dos controladores ótimos LQR e LQG são feitas com base no espaço de estados obtido de $G_m(s)$ (Eq. 6.9), que pode ser escrito na forma canônica do observador aplicando a Eq. 3.101. A Eq. 6.19 apresenta o espaço de estados em questão. Para saber se o modelo em espaço de estados é controlável e observável, tornando possível a aplicação das estruturas de controle de realimentação de estados com base em observadores, calcula-se as determinantes das matrizes controlabilidade \mathcal{C}_m e observabilidade \mathcal{O}_m , que podem ser obtidas pelas Eq. 3.102 e 3.103 respectivamente. Os resultados são apresentados na Eq. 6.20 e, como são valores não nulos, mostram que o modelo, que é SISO, é controlável e observável.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{x}}_m(t) = A_m \mathbf{x}_m(t) + B_m u(t) \\ \theta_{A_m}(t) = C_m \mathbf{x}_m(t) + D_m u(t) \\ \text{tal que,} \\ A_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -2,352 \times 10^6 \\ 0 & 1 & 0 & -8,859 \times 10^5 \\ 0 & 0 & 1 & -47,480 \end{bmatrix}, \quad B_m = \begin{bmatrix} 2,352 \times 10^6 \\ 998,200 \\ 86,480 \\ 0 \end{bmatrix} \\ C_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_m = 0 \end{array} \right. \quad (6.19)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \det(C_m) = 1,552 \times 10^{26} \\ \det(O_m) = 1 \end{array} \right. \quad (6.20)$$

Com base nos polos desejados apresentados na Eq. 6.2, e como o espaço de estados do modelo é de quarta ordem, acrescenta-se mais dois polos, respeitando o critério de dominância, de forma a obter o polinômio desejado $\alpha_d(s)$ mostrado na Eq. 6.21. Calcula-se então, pela Eq. 3.108 a matriz de ganho K de realimentação de estados por alocação de polos, sendo o resultado obtido mostrado na Eq. 6.22

$$p_d = \left\{ \begin{array}{l} -35 \times 6 \\ -35 \times 5 \\ -35 + 60,62i \\ -35 - 60,62i \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} -210 \\ -175 \\ -35 + 60,62i \\ -35 - 60,62i \end{array} \right\} \quad (6.21)$$

$$\begin{aligned} \alpha_d(s) &= s^4 + \alpha_1 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s + \alpha_4 \\ &= s^4 + 455s^3 + 6,86 \times 10^4 s^2 + 4,459 \times 10^6 s + 1,801 \times 10^8 \end{aligned}$$

$$K = \left[-5,767 \times 10^{-5} \quad 7,238 \times 10^{-3} \quad 6,197 \quad -723,3 \right] \quad (6.22)$$

Para a obtenção da resposta à entrada degrau unitário do modelo, aplica-se a estrutura apresentada na Eq. 3.104, já para a resposta da planta, aplica-se a estrutura baseada em observador de estados da Eq. 3.109. O polinômio desejado da dinâmica do observador, $\beta_d(s)$, é definido conforme mostrado na Eq. 6.23. O cálculo da matriz de ganho

do observador, K_o , é feito pela Eq. 3.110, obtendo a matriz apresentada na Eq. 6.24.

$$p_d(\beta) = 2p_d = \begin{Bmatrix} -420 \\ -350 \\ -70 + 121,2i \\ -70 - 121,2i \end{Bmatrix} \quad (6.23)$$

$$\begin{aligned} \beta_d(s) &= s^4 + \beta_1 s^3 + \beta_2 s^2 + \beta_3 s + \beta_4 \\ &= s^4 + 910s^3 + 2,744 \times 10^5 s^2 + 3,567 \times 10^7 s + 2,881 \times 10^9 \end{aligned}$$

$$K_o = \left[2,881 \times 10^9 \quad 3,332 \times 10^7 \quad 1,858 \times 10^5 \quad 862,5 \right]^T \quad (6.24)$$

O lugar das raízes do ramo direto do modelo ($D_{PD}(s)G_m(s)$), incluindo a representação dos polos e zeros obtidos para o modelo (em espaço de estados) e para a planta em malha fechada, é apresentado na Figura 6.17. A resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada, para o modelo e para a planta, é apresentada na Figura 6.18, onde além dos valores de $\theta_A(t)$, também são mostrados os valores de $u(t)$ (sinal de controle). As informações de desempenho para o modelo e para a planta são mostradas na Tabela 6.2.

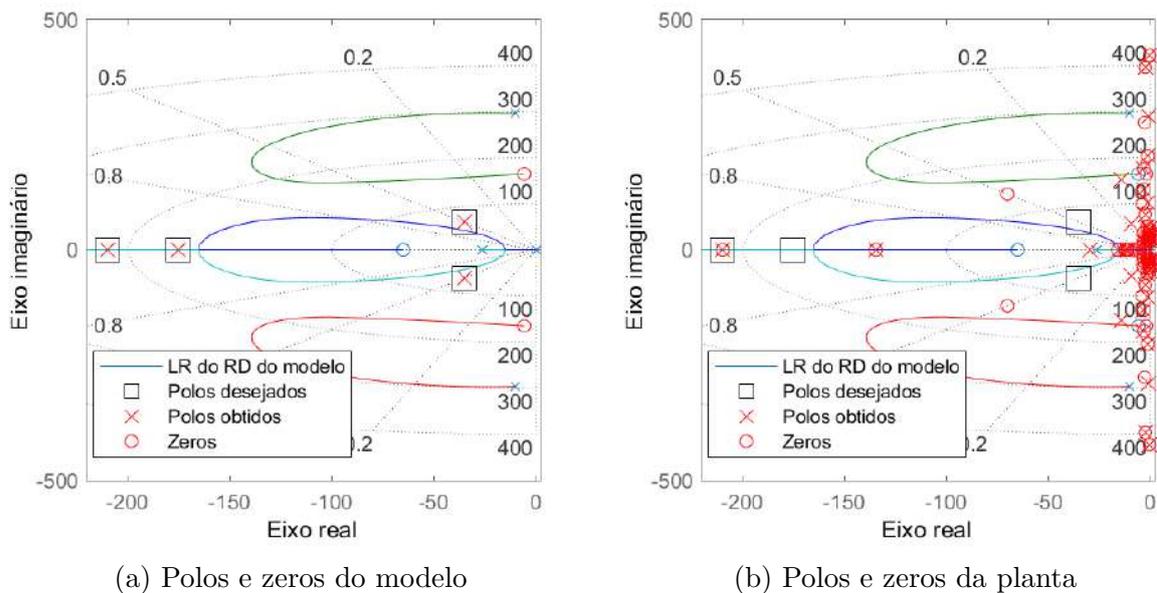


Figura 6.17 – Lugar das raízes do ramo direto do modelo comparado com os polos e zeros do modelo (em espaço de estados) e da planta

Observa-se da Figura 6.17 que os polos obtidos para a planta em malha fechada não se localizam na posição dos polos desejados. Também se observa, da Figura 6.18, que

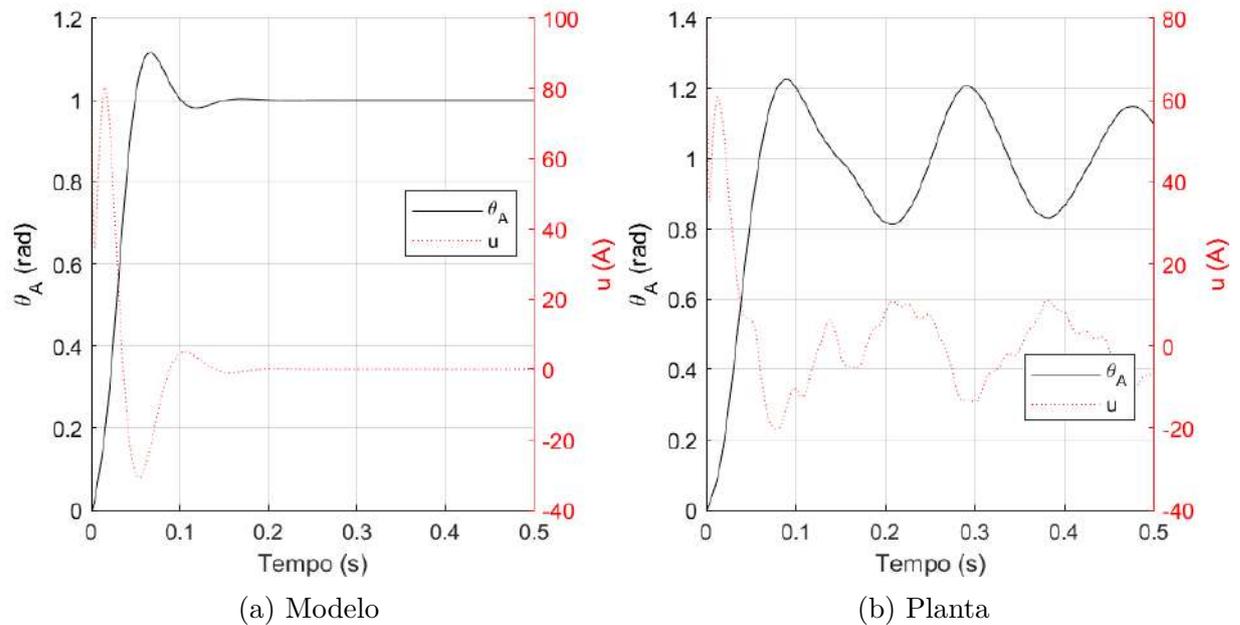


Figura 6.18 – Resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada com realimentação de estados do modelo e da planta

Tabela 6.2 – Informações de desempenho da resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada com realimentação de estados do modelo e da planta (baseada em observador)

Característica	t_s	M_p	ω_b	$\omega_b/(2\pi \text{ rad})$	u_{max}
Modelo	0,09	11,49	70,84	11,28	80,36
Planta	2,90	22,54	37,74	6,01	76,57
Unidade	s	%	rad/s	Hz	A

embora a resposta ao degrau unitário do modelo apresente desempenho que atende aos requisitos, a resposta da planta apresenta oscilação com amplitude de mais ou menos 20% em torno da amplitude de referência da entrada, o que afeta consideravelmente o tempo de acomodação (embora as características de tempo de subida do modelo e da planta sejam semelhantes), como observado na Tabela 6.2.

Também da Tabela 6.2, percebe-se que a banda passante para a planta é menor que a requerida. Quanto aos valores de corrente máxima u_{max} do controlador, embora tenham sido encontrados valores relativamente altos, já que SARC deste porte costuma ter saturação de corrente de aproximadamente 63 A [46, 80], este fato não se mostra no momento uma limitação a ser considerada, uma vez que as perturbações angulares de elevação esperadas no sistema em decorrência das séries de tiro não devem exceder 0,1 rad ($\approx 6^\circ$), valor este dez vezes menor que a amplitude da entrada degrau unitário.

Buscando melhorar as características de resposta da planta em malha fechada,

substitui-se a matriz de ganho de realimentação de estados obtida pela fórmula de Ackermann, K , pela matriz de ganho do LQR, K_{LQR} , obtida pela aplicação da Eq. 3.112, definindo as matrizes de ponderação Q_1 e Q_2 de maneira a priorizar o desempenho do estado $x_4(t)$ ($\theta_A(t)$), obtendo o ganho K_{LQR} mostrado na Eq. 6.25.

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^3 \end{bmatrix}, \quad Q_2 = 0,01 \quad (6.25)$$

$$K_{LQR} = \begin{bmatrix} 3,348 \times 10^{-5} & 1,671 \times 10^{-3} & 0,6707 & 57,57 \end{bmatrix}$$

Para a estrutura LQR, o lugar das raízes do ramo direto do modelo ($D_{PD}(s)G_m(s)$), incluindo a representação dos polos e zeros obtidos para o modelo (em espaço de estados) e para a planta em malha fechada, é apresentado na Figura 6.19. A resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada, para o modelo e para a planta, é apresentada na Figura 6.20, onde além dos valores de $\theta_A(t)$, também são mostrados os valores de $u(t)$. Observa-se que agora a amplitude de oscilação da resposta da planta em torno da amplitude de referência da entrada é menor que $\pm 10\%$. Além disso, como pode ser observado na Tabela 6.3, as informações de desempenho para o modelo e para a planta apresentaram melhora em comparação ao controle por alocação de polos, com exceção da corrente máxima do controlador, que apresentou elevação de seu valor.

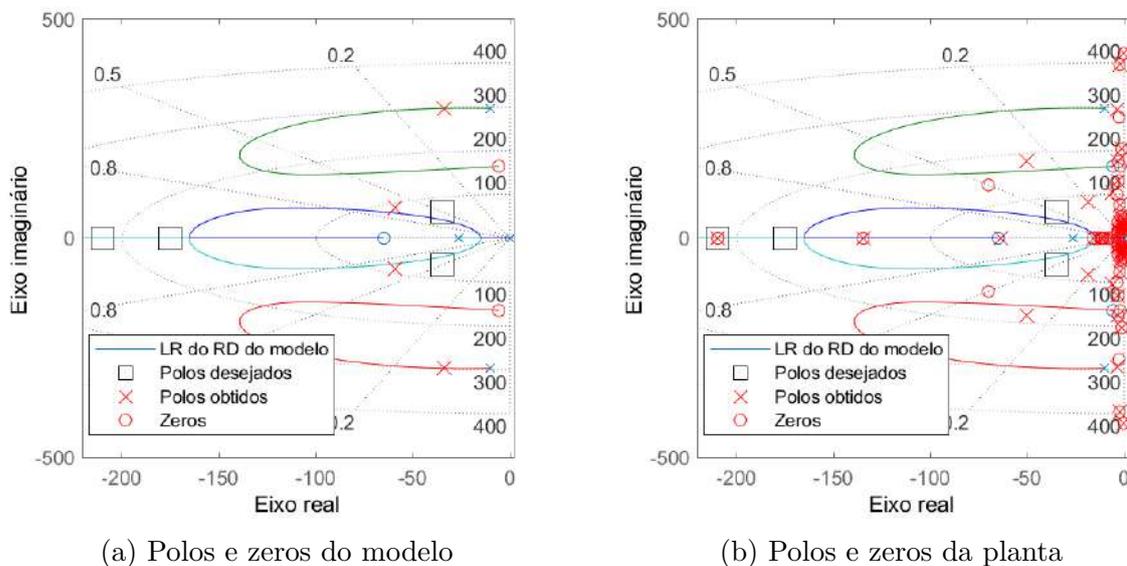


Figura 6.19 – Lugar das raízes do ramo direto do modelo comparado com os polos e zeros do modelo (em espaço de estados) e da planta para a estrutura LQR

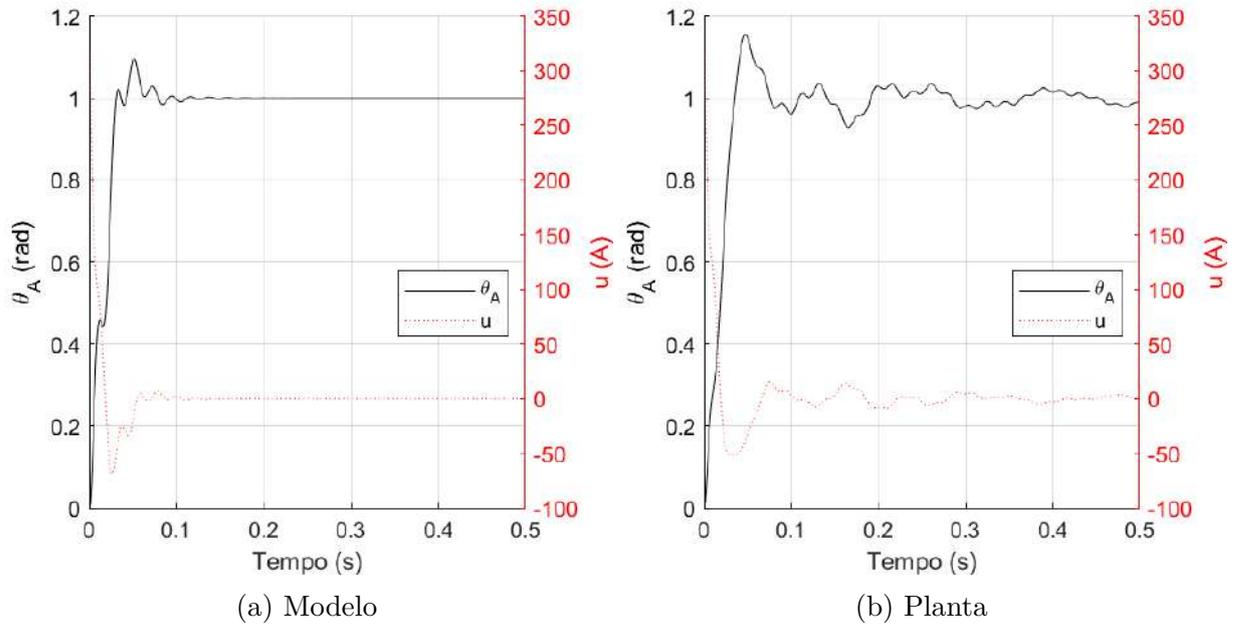


Figura 6.20 – Resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada do modelo e da planta para a estrutura LQR

Tabela 6.3 – Informações de desempenho da resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada com controlador LQR

Característica	t_s	M_p	ω_b	$\omega_b/(2\pi \text{ rad})$	u_{max}
Modelo	0,08	9,65	81,03	12,90	316,23
Planta	0,49	15,61	88,63	14,11	316,23
Unidade	s	$\%$	rad/s	Hz	A

6.7 Síntese do controlador LQG

Para a síntese do controlador LQG, utiliza-se a mesma estrutura e matriz de ganho de realimentação de estados K_{LQR} obtidas na seção anterior (Seção 6.6). A diferença com relação ao controlador LQR está na substituição da matriz de ganho do observador, K_o , pela matriz K_{LQG} . As características de ruído (perturbação) de entrada no modelo da planta $w(t)$, para fins de síntese, são determinadas com base na simulação de tiro em malha aberta para a série 1-30 Az 0° (Figura 5.18a), onde, por meio da aplicação da Eq. 3.82, chega-se à Eq. 6.26, com representação de $T_b(t)$ dada pela Figura 6.21.

$$\begin{aligned} \omega_{rel}(t) &= \omega_A(t) - \omega_S(t) \\ w(t) = T_b(t) &= -c_b(\omega_A(t) - \omega_S(t)) \end{aligned} \tag{6.26}$$

Considerando o tempo de simulação até o final da série de tiro ($t = 3,6s$), obtêm-se os valores de $\mathbf{E}[w(t)]$ e $\mathbf{E}[w(t)w(t)^T] = W$ conforme mostrado na Eq. 6.27. Considera-se sensor ideal nas simulações, porém, a variância R não pode ser considerada nula para fins

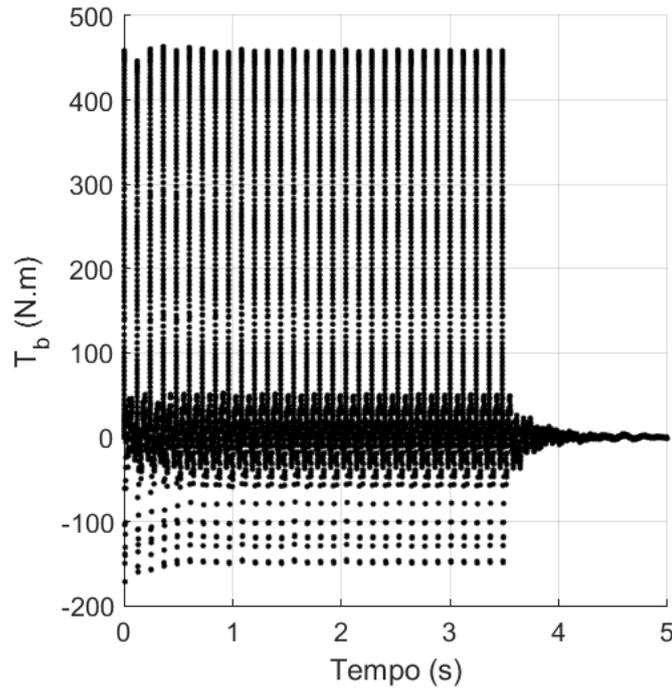


Figura 6.21 – Torque de perturbação na arma em função do tempo para a série de tiro 1-30

de obtenção do ganho K_{LQG} . Por isso, adotou-se um valor consideravelmente pequeno para R conforme mostrado na Eq. 6.27. Por meio da Eq. 3.117, calcula-se o valor de K_{LQG} , apresentado na Eq. 6.28.

$$\begin{cases} \mathbf{E}[w(t)] = -0,2522 \text{ N.m} \\ \mathbf{E}[w(t)w(t)^T] = W = 3943,9 (\text{N.m})^2 \\ \mathbf{E}[v(t)] = 0 \text{ rad} \\ \mathbf{E}[v(t)v(t)^T] = R = 0,001 (\text{rad})^2 \end{cases} \quad (6.27)$$

$$K_{LQG} = \begin{bmatrix} 2,335 \times 10^7 & 7,545 \times 10^5 & 445,5 & 8,604 \end{bmatrix}^T \quad (6.28)$$

Para fins de simulação de desempenho do controlador LQG na planta em malha fechada, considera-se como função de perturbação de entrada $\mathbf{w}_p(t)$ a expressão vista na Eq. 6.29, onde $f_R(t)$ é dada pela Eq. 3.79 e $n = 78$, com a representação gráfica de $f_R(t)$ dada pela Figura 6.22. O espaço de estados do modelo sujeito ao ruído $w(t)$ é dado pela Eq. 6.30 e o da planta, sujeita ao ruído $\mathbf{w}_p(t)$, pela Eq. 6.31.

$$\mathbf{w}_p(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 60} & -1 & \mathbf{0}_{1 \times (n-61)} \end{bmatrix}^T f_R(t) \quad (6.29)$$

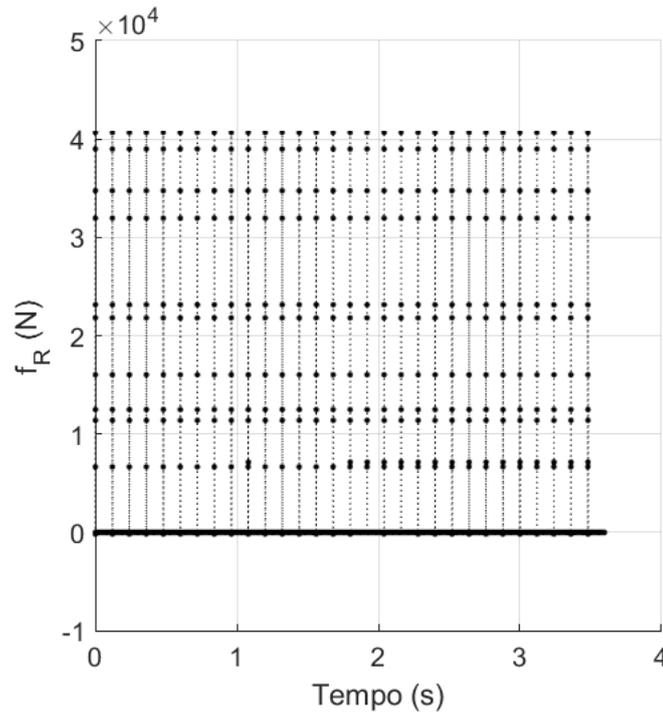


Figura 6.22 – Perturbação de entrada no sistema (força de recuo) em função do tempo para a série de tiro 1-30

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_m(t) = A_m \mathbf{x}_m(t) + B_m u(t) + E_m w(t) \\ \theta_{A_m}(t) = C_m \mathbf{x}_m(t) \\ u(t) = N_m r(t) - K_{LQR} \mathbf{x}_m(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_m(t) = A_m \mathbf{x}_m(t) - B_m K_{LQR} \mathbf{x}_m(t) + B_m N_m r(t) + k_a^{-1} B_m w(t) \\ \quad = [A_m - B_m K_{LQR}] \mathbf{x}_m(t) + B_m N_m r(t) + k_a^{-1} B_m w(t) \end{cases} \quad (6.30)$$

A resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada, para o modelo e para a planta com controlador LQG, é apresentada na Figura 6.23, onde além dos valores de $\theta_A(t)$, também são mostrados os valores de $u(t)$. Observa-se que a amplitude de oscilação da resposta da planta em torno da amplitude de referência da entrada, assim como para a estrutura LQR, é menor que $\pm 10\%$, além de apresentar menor sobressinal e tempo de acomodação, como pode ser visto em termos numéricos na Tabela 6.4. Entretanto, observa-se que a banda passante para a planta apresenta valor menor que a cadência de tiro, o que pode comprometer o desempenho do controlador nas simulações das séries de tiro.

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + Bu(t) + E\mathbf{w}_p(t) \\
 \theta_A(t) = C\mathbf{x}(t) \\
 \\
 \dot{\mathbf{x}}_m(t) = A_m\mathbf{x}_m(t) + B_mu(t) + K_{LQG}(\theta_A(t) - \theta_{A_m}(t)) \\
 \theta_{A_m}(t) = C_m\mathbf{x}_m(t) \\
 \\
 u(t) = Nr(t) - K_{LQR}\mathbf{x}_m(t) \\
 \\
 \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) - BK_{LQR}\mathbf{x}_m(t) + BNr(t) + E\mathbf{w}_p(t) \\
 \dot{\mathbf{x}}_m(t) = K_{LQG}C\mathbf{x}(t) + (A_m - B_mK_{LQR} - K_{LQG}C_m)\mathbf{x}_m(t) + B_mNr(t)
 \end{array} \right. \quad (6.31)$$

$$\left[\begin{array}{c} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_m(t) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} A & -BK_{LQR} \\ \hline K_{LQG}C & A_m - B_mK_{LQR} - K_{LQG}C_m \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}_m(t) \end{array} \right] +$$

$$\left[\begin{array}{c} BN \\ B_mN \end{array} \right] r(t) + \left[\begin{array}{c|c} E & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & K_{LQG} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \mathbf{w}_p(t) \\ 0 \end{array} \right]$$

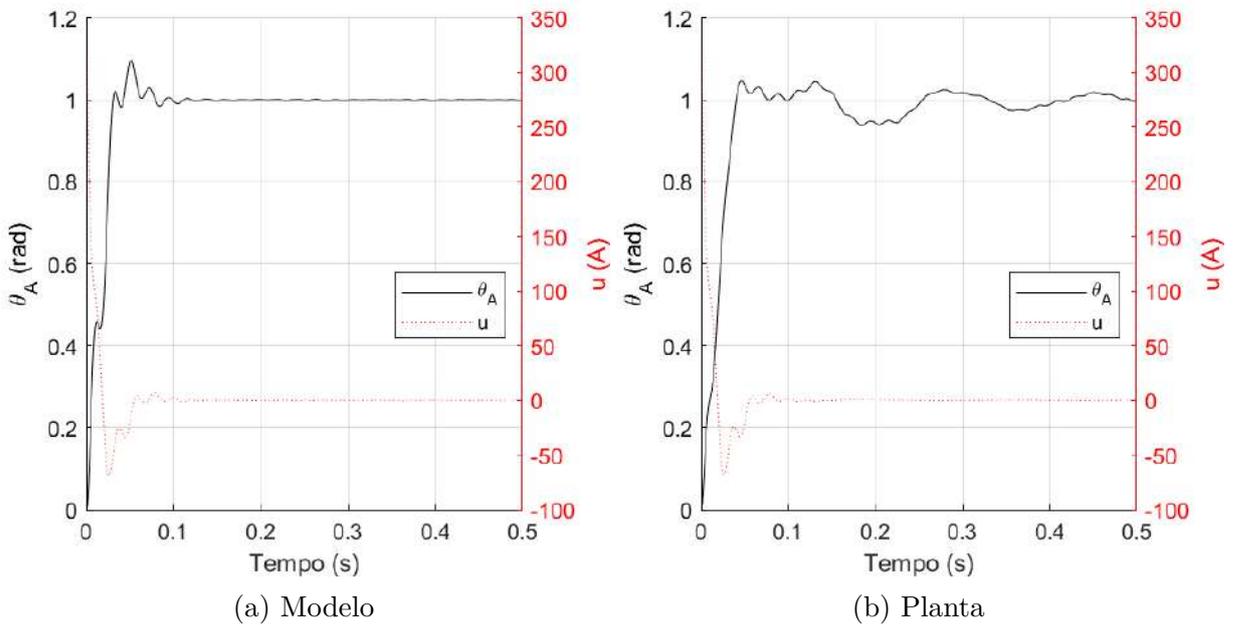


Figura 6.23 – Resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada do modelo e da planta para a estrutura LQG

Tabela 6.4 – Informações de desempenho da resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada com controlador LQG

Característica	t_s	M_p	ω_b	$\omega_b/(2\pi \text{ rad})$	u_{max}
Modelo	0,08	9,65	81,03	12,90	316,23
Planta	0,38	4,50	38,62	6,15	316,23
Unidade	s	%	rad/s	Hz	A

Nota: valores aproximados, não considerando os efeitos das perturbações $w(t)$ e $\mathbf{w}_p(t)$.

7 SIMULAÇÃO DINÂMICA DA PLANTA EM MALHA FECHADA

Uma vez feita a síntese dos controladores (Capítulo 6), realiza-se a simulação em malha fechada com os controladores PD, LQR e LQG, nas mesmas condições e regimes de tiro apresentados no Capítulo 5. Toma-se como condição inicial de estados para as simulações deste capítulo a da planta acomodada devida a ação da gravidade, como considerado no Capítulo 5.

7.1 Simulação das séries de tiro em malha fechada com controlador PD

Optou-se em controlar o sistema apenas com realimentação do ângulo absoluto de elevação, por isso, utilizou-se o controle PD e não se utilizou o controle PI. São simulados quatro tipos de série de tiro em regimes distintos, com eixo de elevação livre, conforme mostrado no Quadro 5.1. Os parâmetros das séries de tiro são apresentados na Eq. 5.10 e os parâmetros de entrada do RK4 para as simulações são mostrados na Tabela 5.2, com espaço de estados dado pela Eq. 7.1. Os resultados são apresentados nas Figuras 7.1, 7.2, 7.3 e 7.4 para as séries 1-1, 2-1, 1-5 e 1-30 respectivamente.

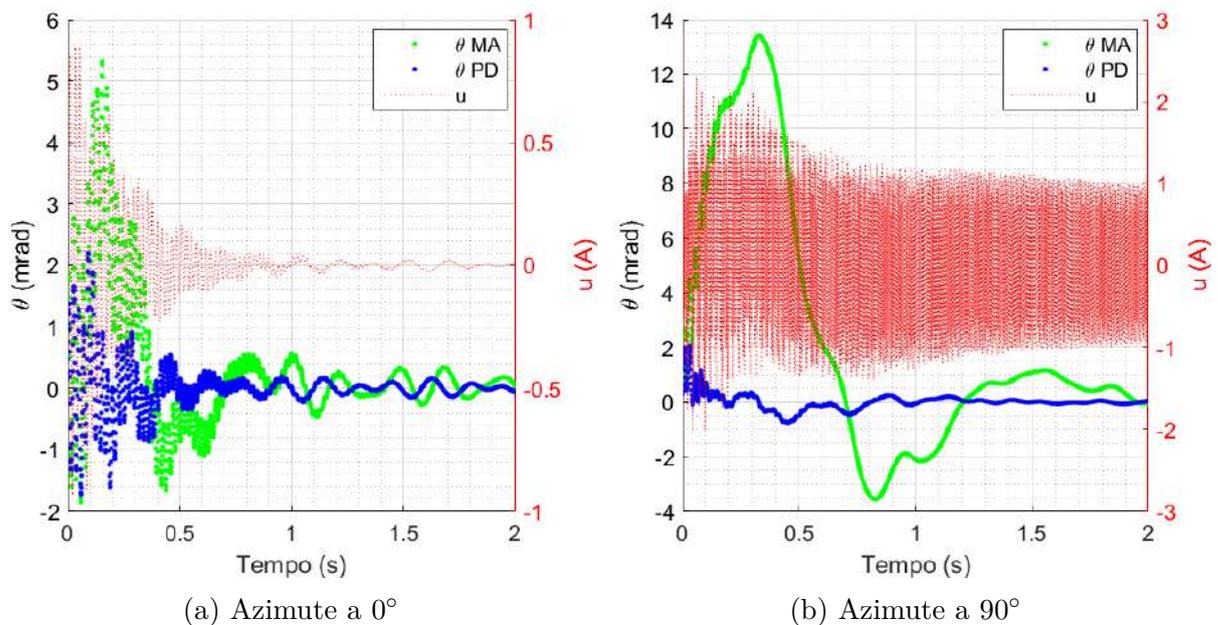


Figura 7.1 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador PD sujeita às perturbações da série de tiro 1-1

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{E}\mathbf{w}(t) \\
 \theta_A(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \\
 \mathbf{y}_K(t) = \begin{bmatrix} \theta_A(t) & \dot{\theta}_A(t) \end{bmatrix}^T = \mathbf{C}_K\mathbf{x}(t) \\
 \\
 Az = 0^\circ \rightarrow \begin{cases} B = k_a E \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 59} & -1 & \mathbf{0}_{1 \times 5} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 12} \end{bmatrix}^T \\ C_K = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 65} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 90} \\ \mathbf{0}_{1 \times 143} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 12} \end{bmatrix} \end{cases} \\
 \\
 Az = 90^\circ \rightarrow \begin{cases} B = k_a E \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 57} & -1 & \mathbf{0}_{1 \times 5} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 14} \end{bmatrix}^T \\ C_K = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 63} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 92} \\ \mathbf{0}_{1 \times 141} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 14} \end{bmatrix} \end{cases} \\
 \\
 K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_p & k_d \end{bmatrix} \\
 u(t) = -K\mathbf{y}_K(t) = -KC_K\mathbf{x}(t) \\
 \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) - BK C_K\mathbf{x}(t) + \mathbf{E}\mathbf{w}(t) \\
 = [\mathbf{A} - BK C_K]\mathbf{x}(t) + \mathbf{E}\mathbf{w}(t)
 \end{array} \right. \quad (7.1)$$

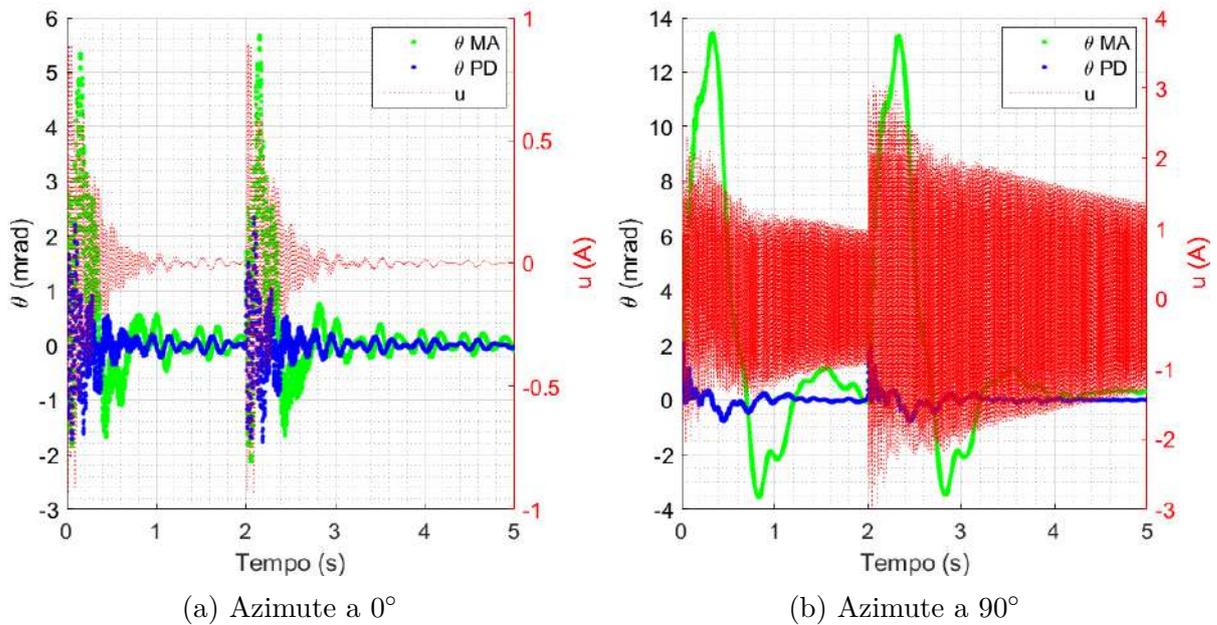


Figura 7.2 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador PD sujeita às perturbações da série de tiro 2-1

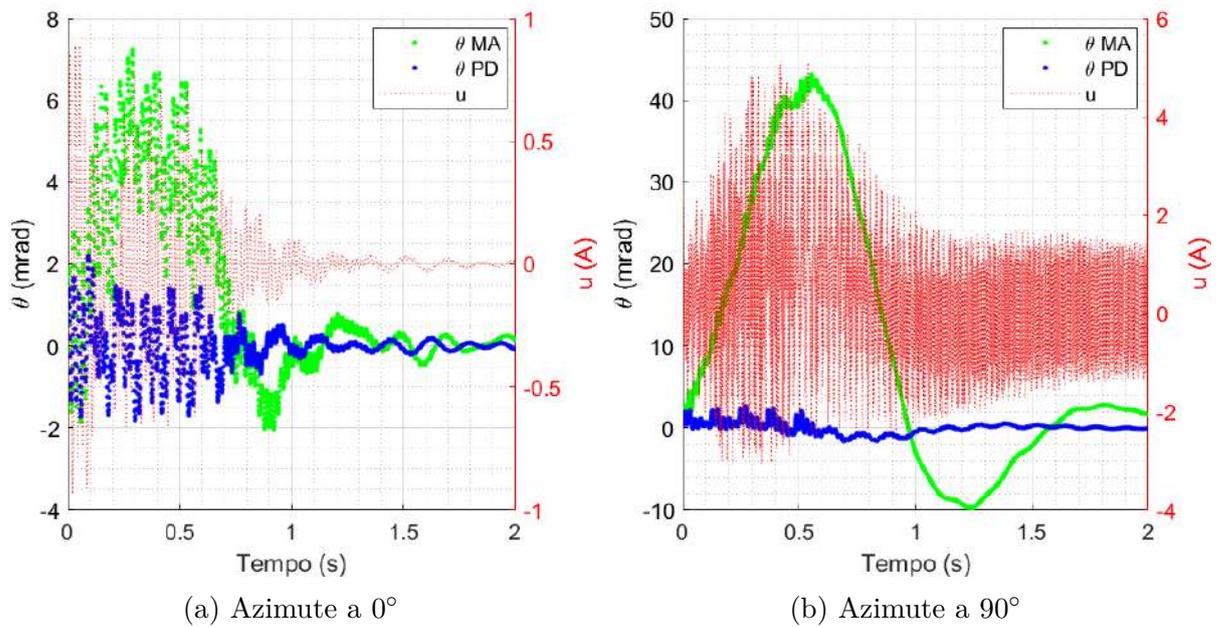


Figura 7.3 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador PD sujeita às perturbações da série de tiro 1-5

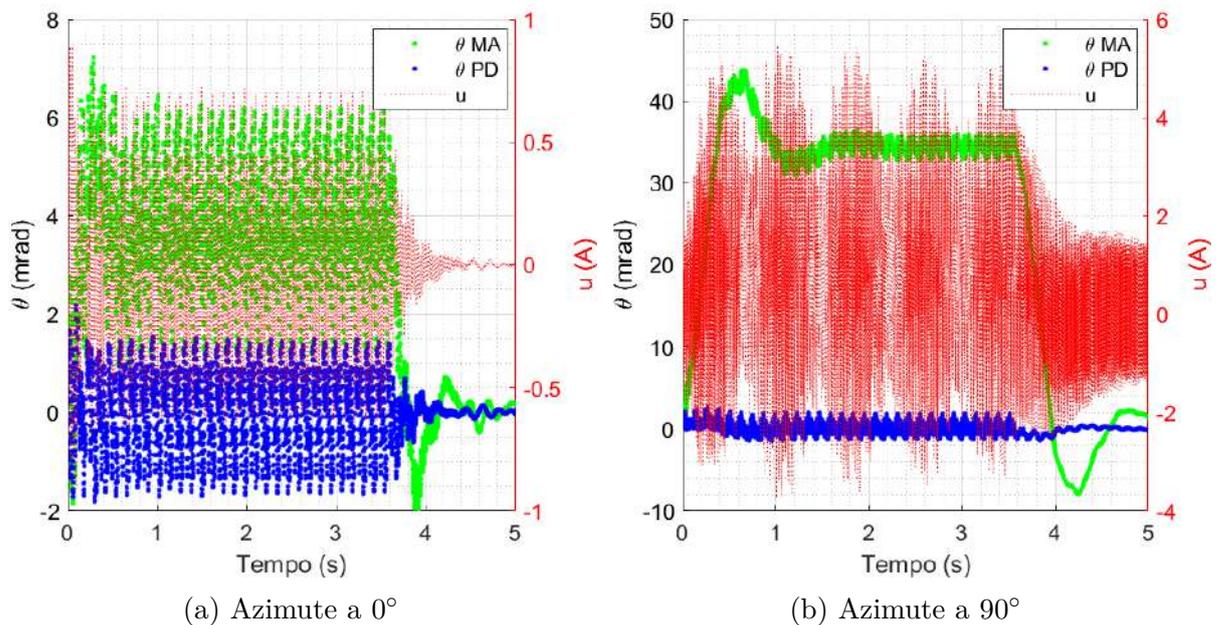


Figura 7.4 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador PD sujeita às perturbações da série de tiro 1-30

Observa-se, dos resultados das simulações, que a planta com controle PD possui baixa sensibilidade à variação de azimute, pois embora a configuração com Az a 90° em malha aberta apresente maior oscilação angular de elevação em decorrência dos distúrbios do tiro, em malha fechada com controle PD as oscilações angulares de elevação são semelhantes tanto em Az 0° como em Az 90°. Por conta das maiores oscilações angulares

de elevação apresentadas na configuração em Az 90°, observa-se nesses casos maiores amplitudes do sinal de controle u .

7.2 Simulação das séries de tiro em malha fechada com controlador LQR

São simulados quatro tipos de série de tiro em regimes distintos, com eixo de elevação livre, conforme mostrado no Quadro 5.1. Os parâmetros das séries de tiro são apresentados na Eq. 5.10 e os parâmetros de entrada do RK4 para as simulações são mostrados na Tabela 5.2, com espaço de estados dado pela Eq. 7.2. Os resultados são apresentados nas Figuras 7.5, 7.6, 7.7 e 7.8 para as séries 1-1, 2-1, 1-5 e 1-30 respectivamente.

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B u(t) + E\mathbf{w}(t) \\
 \theta_A(t) = C\mathbf{x}(t) \\
 \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = A_m\hat{\mathbf{x}}(t) + B_m u(t) + K_o(\theta_A(t) - \hat{\theta}_A(t)) \\
 \hat{\theta}_A(t) = C_m\hat{\mathbf{x}}(t) \\
 u(t) = -K_{LQR}\hat{\mathbf{x}}(t) \\
 \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) - BK_{LQR}\hat{\mathbf{x}}(t) + E\mathbf{w}(t) \\
 \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = K_o C\mathbf{x}(t) + (A_m - B_m K_{LQR} - K_o C_m)\hat{\mathbf{x}}(t)
 \end{array} \right. \quad (7.2)$$

$$\left[\begin{array}{c} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} A & -BK_{LQR} \\ \hline K_o C & A_m - B_m K_{LQR} - K_o C_m \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \mathbf{x}(t) \\ \hat{\mathbf{x}}(t) \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} E \\ \mathbf{0}_{4 \times 78} \end{array} \right] \mathbf{w}(t)$$

Observa-se, dos resultados das simulações, que a planta com controle LQR possui baixa sensibilidade à variação de azimute, pois embora a configuração com Az a 90° em malha aberta apresente maior oscilação e desvio angular de elevação em decorrência dos distúrbios do tiro, em malha fechada com controle LQR as oscilações angulares e desvios de elevação em Az 0° e 90° são semelhantes. Observa-se também que, diferente do que ocorre com o controle PD, para o controle LQR as amplitudes do sinal de controle u são semelhantes tanto em Az 0° como em Az 90°, apresentando valores de amplitude menores que os apresentados pelo controle PD.

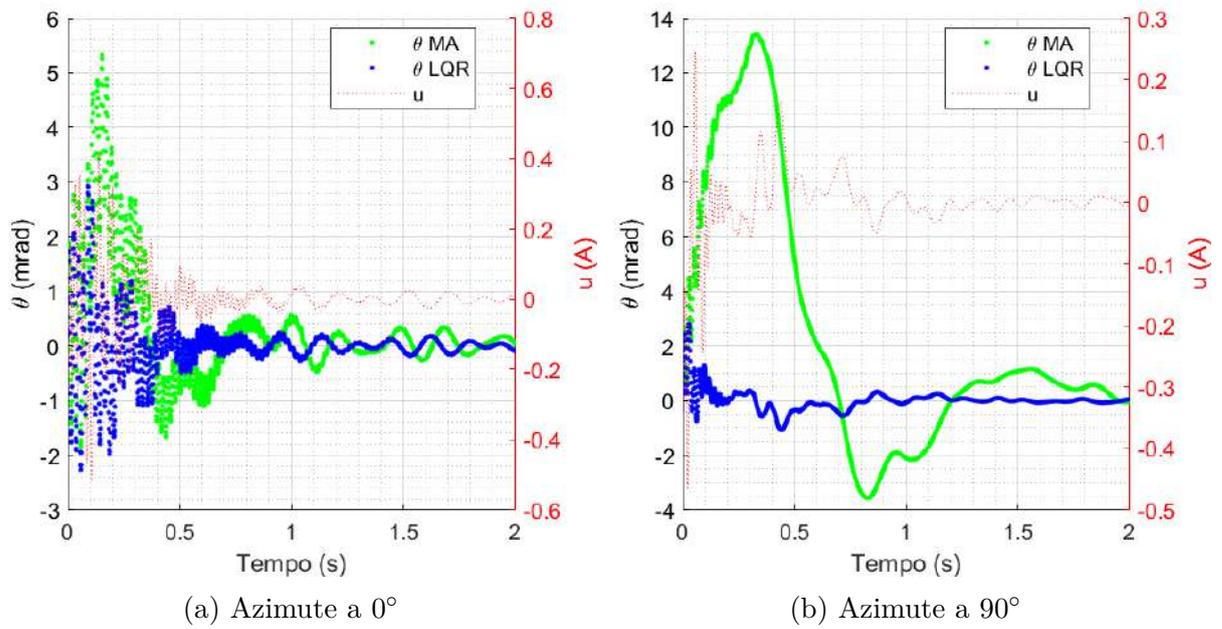


Figura 7.5 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador LQR sujeita às perturbações da série de tiro 1-1

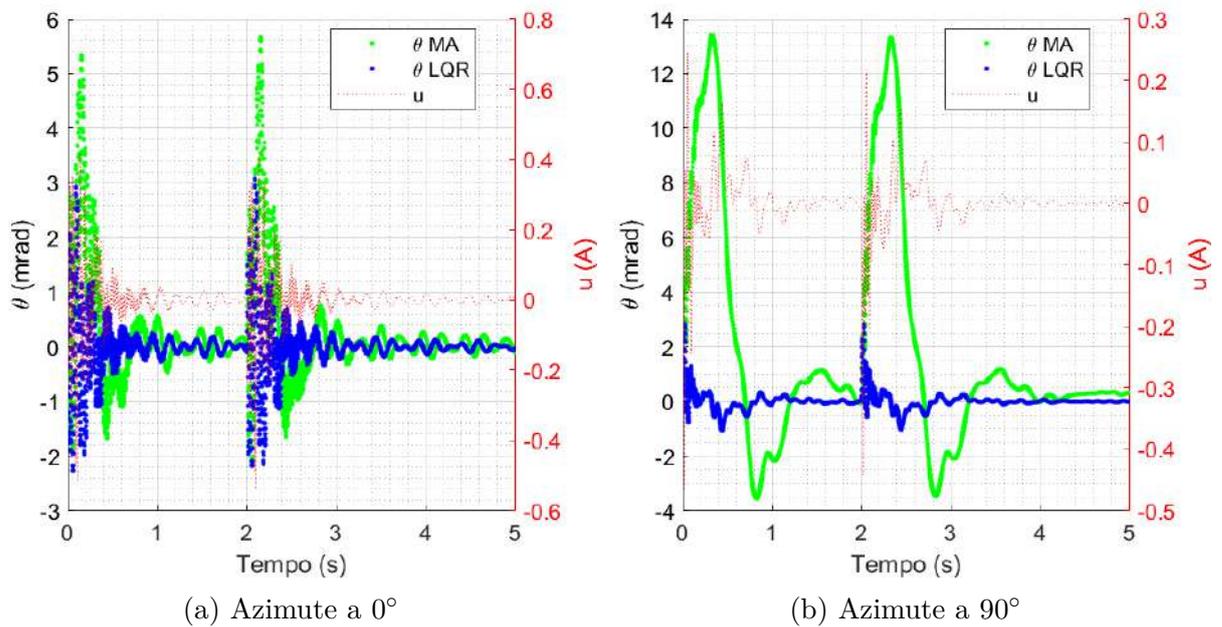


Figura 7.6 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador LQR sujeita às perturbações da série de tiro 2-1

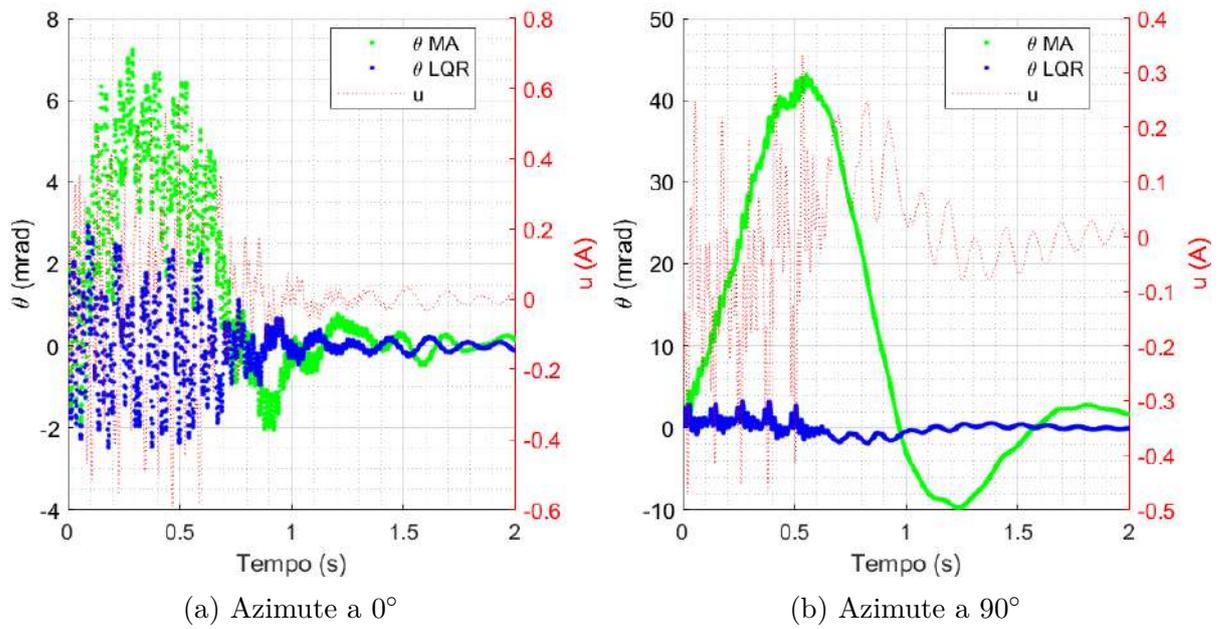


Figura 7.7 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador LQR sujeita às perturbações da série de tiro 1-5

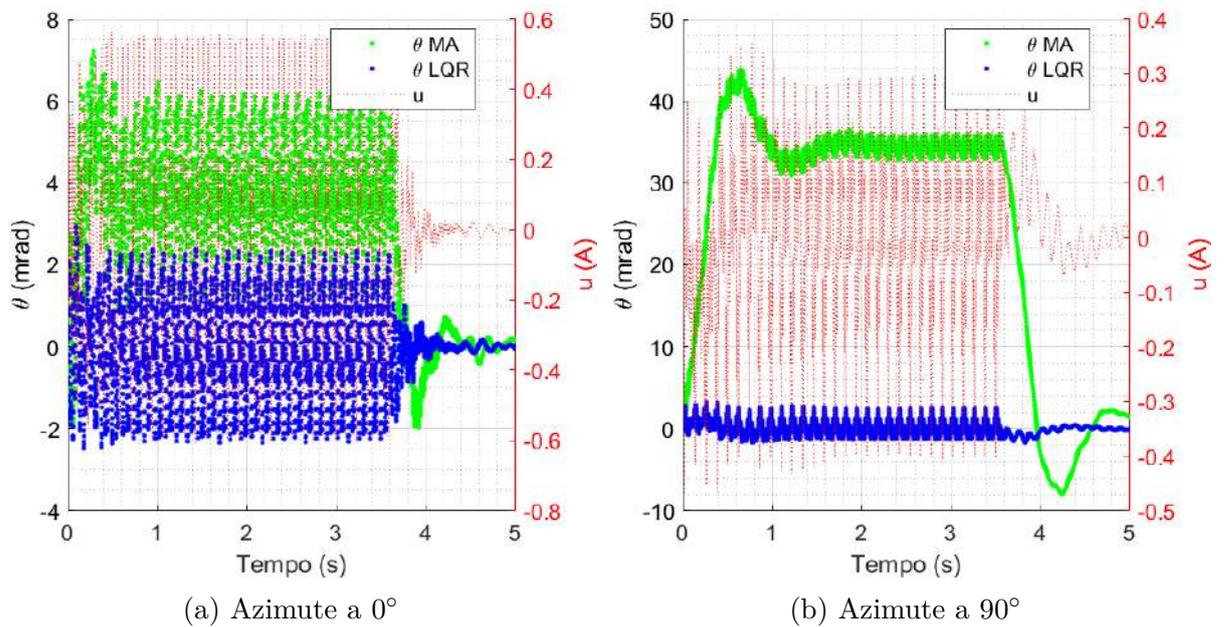


Figura 7.8 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador LQR sujeita às perturbações da série de tiro 1-30

7.3 Simulação das séries de tiro em malha fechada com controlador LQG

São simulados quatro tipos de série de tiro em regimes distintos, com eixo de elevação livre, conforme mostrado no Quadro 5.1. Os parâmetros das séries de tiro são apresentados na Eq. 5.10 e os parâmetros de entrada do RK4 para as simulações são mostrados na Tabela 5.2, com espaço de estados dado pela Eq. 7.3. Os resultados são apresentados nas Figuras 7.9, 7.10, 7.11 e 7.12 para as séries 1-1, 2-1, 1-5 e 1-30 respectivamente.

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + Bu(t) + E\mathbf{w}(t) \\
 \theta_A(t) = C\mathbf{x}(t) \\
 \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = A_m\hat{\mathbf{x}}(t) + B_mu(t) + K_{LQG}(\theta_A(t) - \hat{\theta}_A(t)) \\
 \hat{\theta}_A(t) = C_m\hat{\mathbf{x}}(t) \\
 u(t) = -K_{LQR}\hat{\mathbf{x}}(t) \\
 \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) - BK_{LQR}\hat{\mathbf{x}}(t) + E\mathbf{w}(t) \\
 \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = K_{LQG}C\mathbf{x}(t) + (A_m - B_mK_{LQR} - K_{LQG}C_m)\hat{\mathbf{x}}(t)
 \end{array} \right. \quad (7.3)$$

$$\left[\begin{array}{c} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} A & -BK_{LQR} \\ \hline K_{LQG}C & A_m - B_mK_{LQR} - K_{LQG}C_m \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \mathbf{x}(t) \\ \hat{\mathbf{x}}(t) \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} E \\ \mathbf{0}_{4 \times 78} \end{array} \right] \mathbf{w}(t)$$

Dos resultados para as séries de tiro utilizando controlador LQG, percebe-se um pior desempenho de estabilização, em relação ao LQR, principalmente em regiões de tempo onde ocorrem mudanças do padrão de distúrbios de entrada na planta. Este fato fica mais aparente ao observar a Figura 7.12, série de tiro de maior duração continuada. Entretanto, o LQG apresenta menor intensidade de sinal de controle para todas as séries de tiro.

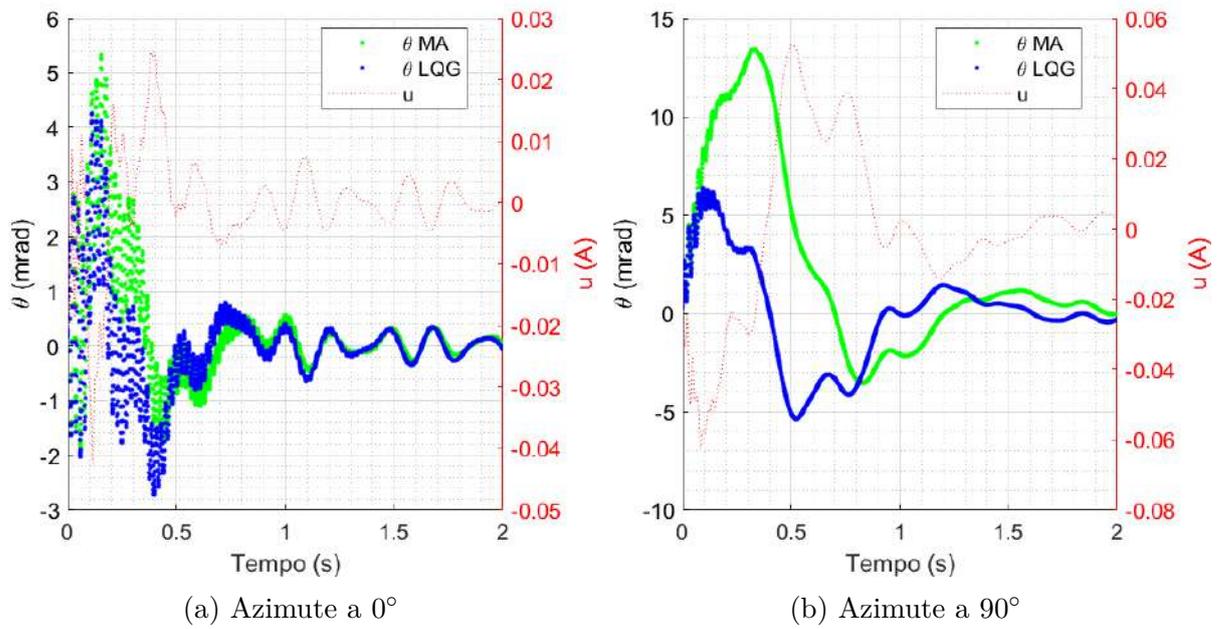


Figura 7.9 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador LQG sujeita às perturbações da série de tiro 1-1

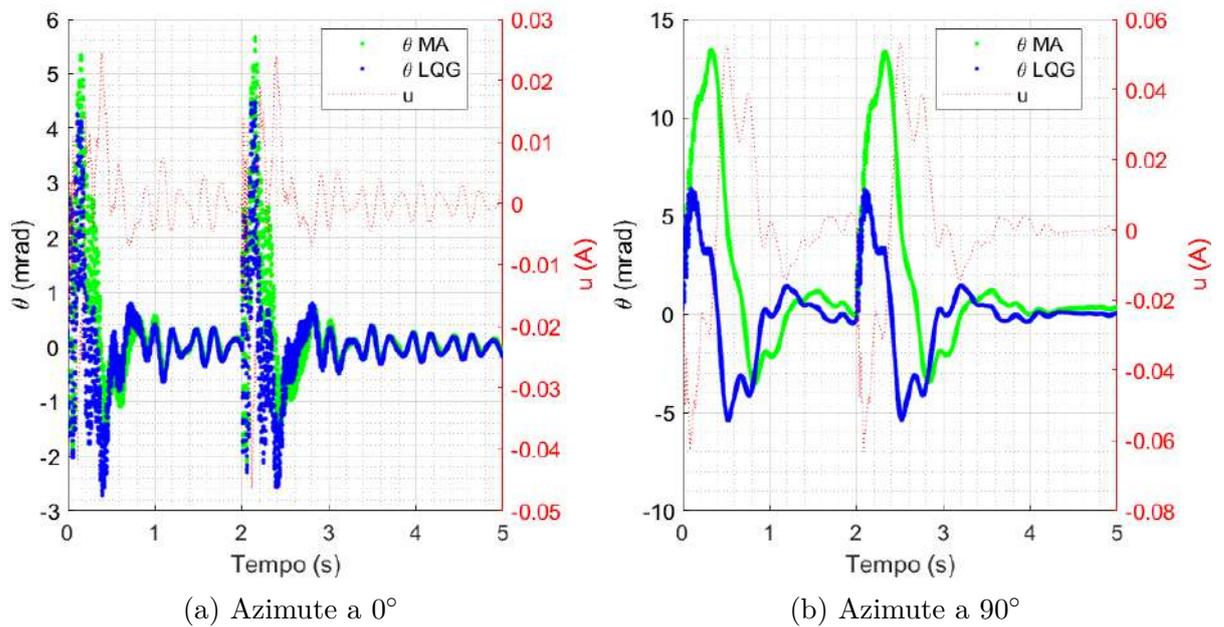


Figura 7.10 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador LQG sujeita às perturbações da série de tiro 2-1

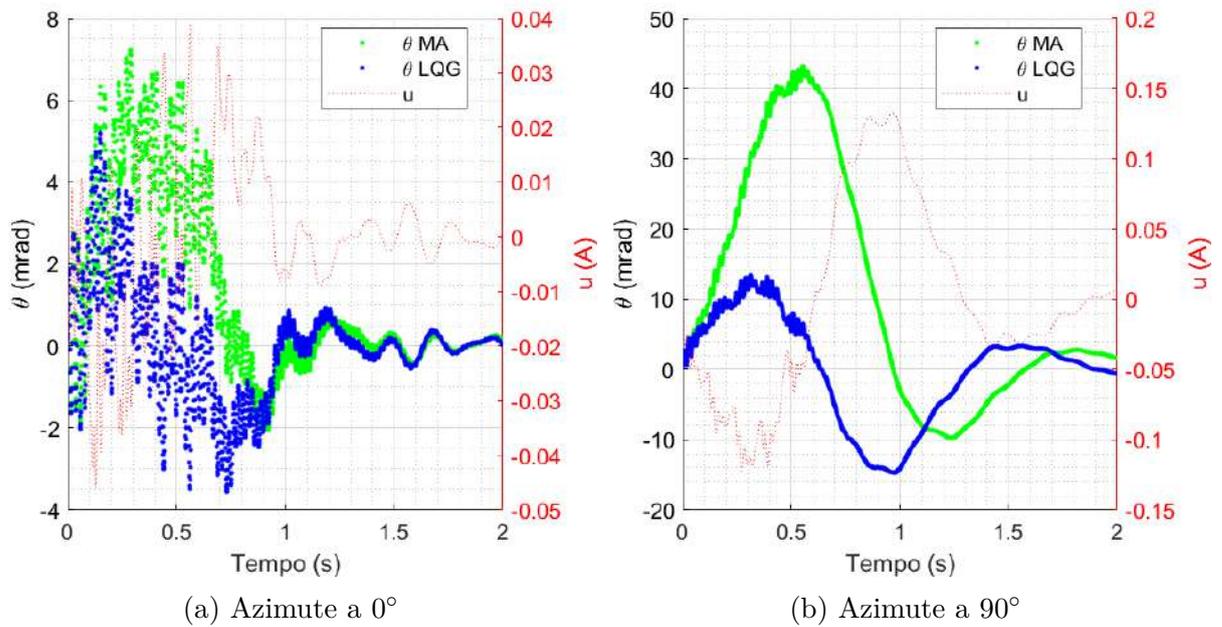


Figura 7.11 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador LQG sujeita às perturbações da série de tiro 1-5

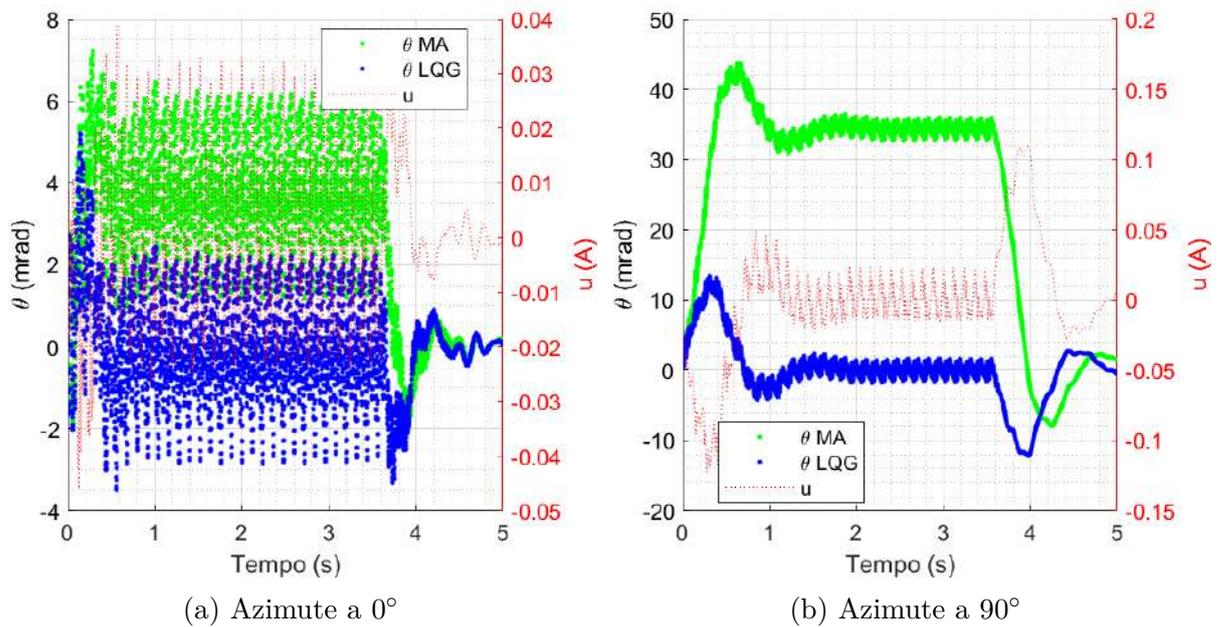


Figura 7.12 – Posições angulares do eixo de elevação com a planta em malha fechada com controlador LQG sujeita às perturbações da série de tiro 1-30

7.4 Comparação dos resultados de estabilização para os diferentes controladores utilizados

Com base nos resultados das simulações das séries de tiro, para a malha aberta e com os diferentes controladores utilizados, foi elaborada a Tabela 7.1, onde são apresentados alguns dados estatísticos das referidas séries (média $\mathbf{E}(X)$, desvio padrão amostral $\mathbf{S}(X)$ e magnitude máxima $\mathbf{M}(X)$ da variável X) [79]. Os intervalos de tempo considerados para o cálculo dos dados estatísticos de cada série de tiro são apresentados no Quadro 5.2.

Tabela 7.1 – Dados estatísticos das séries de tiro em malha aberta e em malha fechada com controladores PD, LQR e LQG

Malha		Az 0°				Az 90°			
		1-1	2-1	1-5	1-30	1-1	2-1	1-5	1-30
MA	$E(\theta_A)$ (mrad)	0,63	0,63	2,35	3,53	7,47	7,43	23,65	31,57
	$S(\theta_A)$ (mrad)	1,63	1,65	2,53	1,75	4,36	4,34	14,03	8,95
	$M(\theta_A)$ (mrad)	5,32	5,67	7,22	7,22	13,41	13,41	43,11	43,80
PD	u_{max} (A)	0,94	0,94	0,94	0,94	2,77	3,08	5,13	5,46
	$E(\theta_A)$ (mrad)	0,01	0,01	0,00	0,03	0,00	0,00	0,39	0,50
	$S(\theta_A)$ (mrad)	0,60	0,60	0,87	0,90	0,49	0,49	0,88	0,83
	$M(\theta_A)$ (mrad)	2,19	2,19	2,19	2,19	2,05	2,05	2,64	2,64
LQR	u_{max} (A)	0,52	0,54	0,59	0,61	0,47	0,47	0,47	0,47
	$E(\theta_A)$ (mrad)	0,00	0,00	0,00	0,03	-0,01	-0,01	0,42	0,54
	$S(\theta_A)$ (mrad)	0,79	0,79	1,26	1,29	0,59	0,59	1,04	1,00
	$M(\theta_A)$ (mrad)	2,91	2,91	2,91	2,91	2,80	2,80	3,20	3,20
LQG	u_{max} (A)	0,04	0,50	0,05	0,50	0,06	0,06	0,13	0,12
	$E(\theta_A)$ (mrad)	-0,07	-0,07	0,54	0,61	0,50	0,50	6,73	7,24
	$S(\theta_A)$ (mrad)	1,41	1,41	1,75	1,71	3,92	3,92	4,40	3,53
	$M(\theta_A)$ (mrad)	4,25	4,25	5,19	5,19	6,36	6,36	13,38	13,38

Para facilitar a comparação de desempenho entre os diferentes controladores utilizados, foram elaboradas as Figuras 7.13, 7.14, 7.15 e 7.16, para as séries de tiro 1-1, 2-1, 1-5 e 1-30 respectivamente. Embora todos os controladores apresentem melhor desempenho quando comparados à malha aberta, observa-se melhores resultados para o controlador PD, que apresentou maior precisão e melhor exatidão [81] em todas as séries de tiro simuladas, seguido do controlador LQR e, por fim, o LQG. Quanto aos valores máximos do sinal de controle, o LQG apresentou os menores valores, seguido do LQR e, por último, o PD.

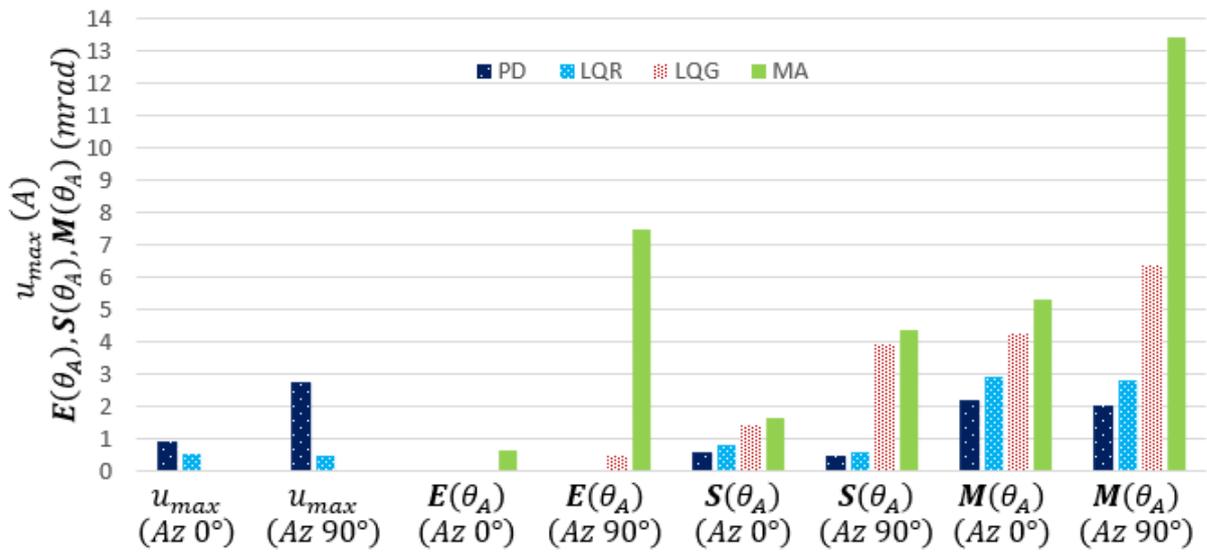


Figura 7.13 – Comparação de desempenho entre os controladores PD, LQR e LQG para a série de tiro 1-1

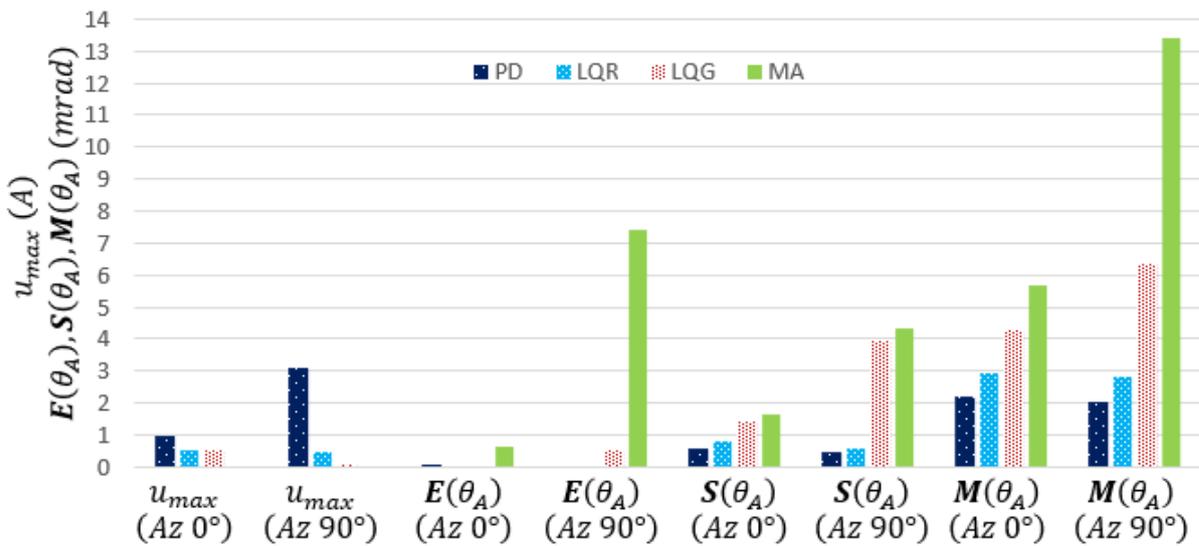


Figura 7.14 – Comparação de desempenho entre os controladores PD, LQR e LQG para a série de tiro 2-1

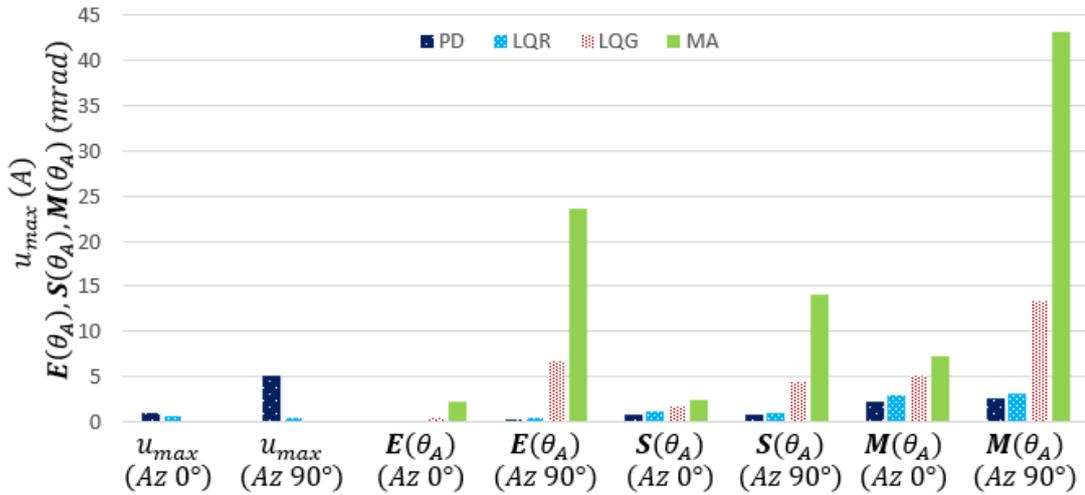


Figura 7.15 – Comparação de desempenho entre os controladores PD, LQR e LQG para a série de tiro 1-5

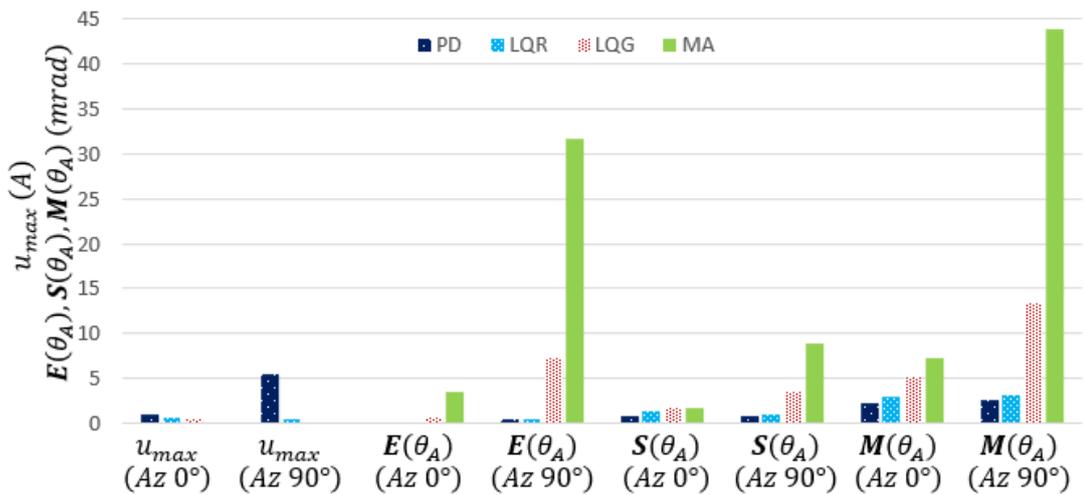


Figura 7.16 – Comparação de desempenho entre os controladores PD, LQR e LQG para a série de tiro 1-30

Com o objetivo de ilustrar o efeito da aplicação de estabilização em elevação do SARC, foram realizadas animações para as séries de tiro 1-30 em MA e com os controladores LQG, LQR e PD, com alvo padrão OTAN [82] posicionado a 500m da arma. As referidas animações podem ser acessadas pelo endereço eletrônico ou código QR disponíveis nas Figuras 7.17 (para Az 0°) e 7.18 (para Az 90°). Para as referidas animações, levou-se em conta apenas os desvios causados pela variação de Az e El do CM_A , desconsiderando todos os demais efeitos que alteram a trajetória do projétil, como deformações e vibrações no cano da arma, efeitos de rotação, ação da gravidade e efeitos meteorológicos.

A Figura 7.19 apresenta a situação final dos alvos com Az 0° e com Az 90°, após a realização de todos os disparos, para fins de comparação de desempenho. Ressalta-se que neste trabalho a estabilização foi aplicada somente no eixo de elevação, que se relaciona

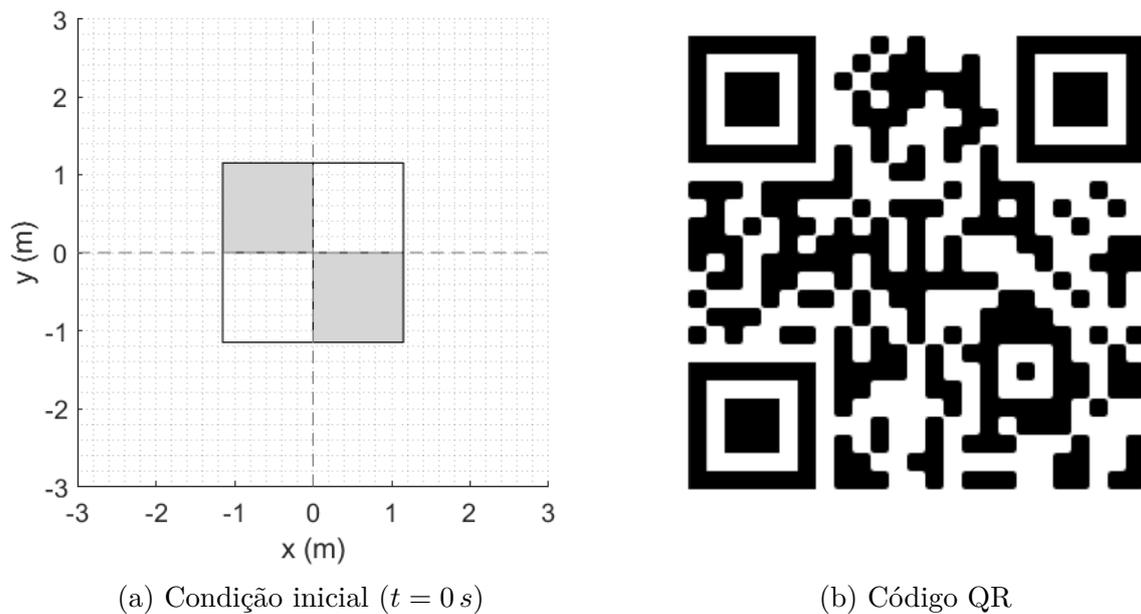


Figura 7.17 – Animação da série de tiro 1-30 para Az 0° em alvo OTAN a 500m [83]
(Disponível em: <https://youtu.be/OeRZ1jbl_NM>)

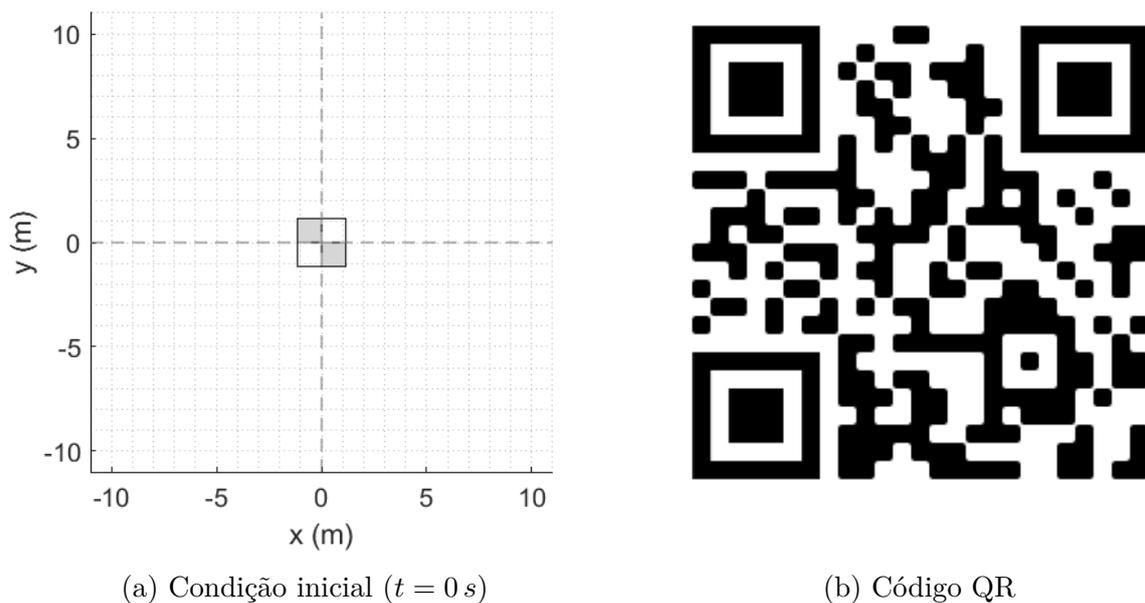


Figura 7.18 – Animação da série de tiro 1-30 para Az 90° em alvo OTAN a 500m [84]
(Disponível em: <https://youtu.be/tpbBrk_i8hw>)

diretamente com a posição vertical dos disparos no alvo. Sendo assim, para efeitos de análise e comparação de desempenho dos diferentes controladores, é levada em consideração somente a posição vertical dos disparos com relação ao alvo.

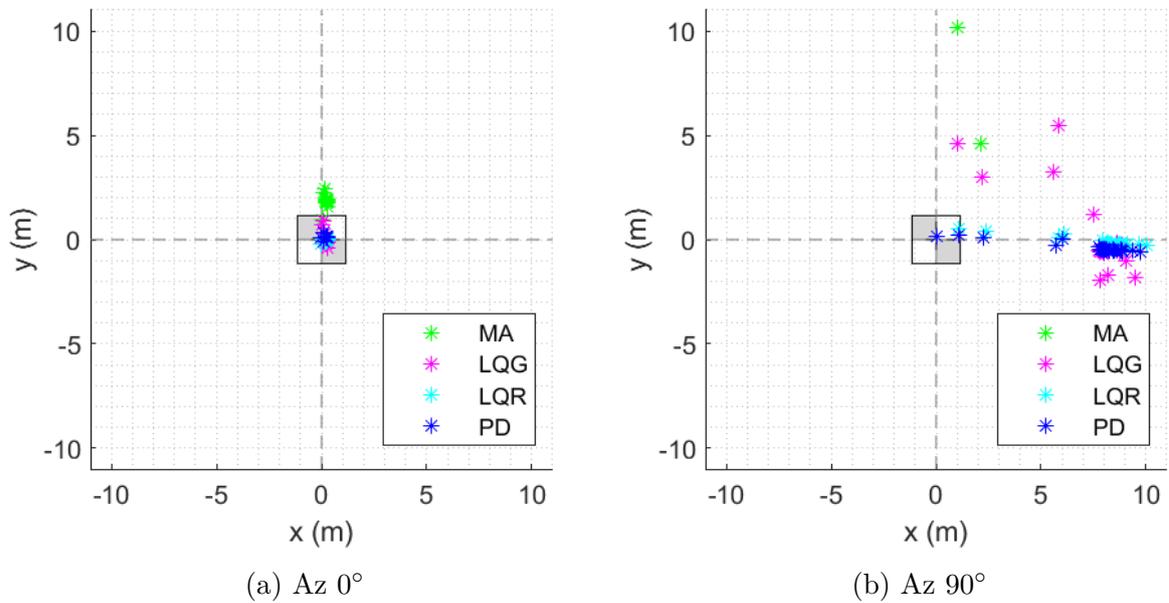


Figura 7.19 – Comparação entre as séries de tiro 1-30 em alvo OTAN a 500m

Como a síntese dos controladores foram feitas com base no modelo de torre isolada, com função de transferência de quarta ordem, esperava-se melhor desempenho do controlador PD, já que este tipo, de síntese baseada nas técnicas do controle clássico, no domínio da frequência, geralmente tem degradação de desempenho menor, quanto à simplificações no modelo, quando comparado aos controladores ótimos LQR e LQG. Porém, como pode ser visto na Figura 7.19, o desempenho do controle LQR foi similar ao PD em relação aos impactos dos tiros em alvo posicionado a 500m de distância, com a vantagem de apresentar menores amplitudes de sinal de controle.

8 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho foi realizada uma revisão da literatura com o objetivo de adquirir conhecimentos e verificar a existência de trabalhos semelhantes ao estudo proposto. Verificou-se que a grande maioria dos estudos de controle para a estabilização de sistemas de armas baseiam-se em rejeitar distúrbios provenientes de irregularidades do solo. Como em situações práticas de tiro com sistemas de armas embarcados em viatura parada percebe-se que os distúrbios provenientes do disparo causam oscilações do sistema viatura-torre, prejudicando a manutenção da pontaria, a lacuna de pesquisas na área pôde se mostrar como oportunidade para o estudo realizado.

Verificou-se, na aplicação da fundamentação teórica para o desenvolvimento da modelagem dinâmica do sistema viatura-torre, a importância das ferramentas algébricas no tratamento de matrizes como os produtos de Kronecker e de Hadamard. Tais ferramentas facilitam a elaboração de algoritmos para as diferentes etapas de construção do modelo. Em se tratando de estruturas constituídas de muitos elementos com diferentes direções no espaço, é de fundamental importância a elaboração de códigos computacionais que atualizem a modelagem de maneira automática ao se modificar os dados de entrada referentes às numerações, quantidades e posições dos elementos que constituem o sistema.

Para a modelagem tridimensional do sistema, foram adotadas simplificações de maneira a mantê-la linear, sem perda significativa de representatividade e capacidade de prever o comportamento do sistema real. Propõe-se para trabalhos futuros o refinamento na modelagem das diferentes partes do sistema abordado neste trabalho, como o padrão de forças provenientes do disparo, levando-se em conta os componentes do mecanismo de recuo, e o refinamento do sistema de suspensão, considerando a massa e os deslocamentos sofridos pelos eixos das rodas.

No que se refere à síntese dos controladores, procurou-se utilizar os conceitos de controle clássico, ainda muito utilizados na atualidade pelas empresas fabricantes de SARC, e os conceitos de controle moderno, que facilitam o tratamento algébrico necessário no processo de síntese dos controladores, mas que exigem maior precisão do modelo em representar o comportamento da planta. Os resultados obtidos das simulações nas diferentes séries de tiro mostraram melhor desempenho em precisão e exatidão do controlador PD quando comparado aos controladores LQR e LQG, corroborando com a informação conhecida da literatura quanto à precisão do modelo para síntese.

Entretanto, os controladores LQR e LQG apresentaram menores intensidades de sinal de controle, se mostrando mais vantajosos neste quesito. Comparando-se os controladores LQR e LQG, o LQR apresentou melhores resultados de estabilização, com

características de precisão e exatidão próximas das apresentadas pelo controle PD, porém, com intensidades de sinal de controle maior que as apresentadas pelo LQG.

O modelo adotado para a síntese dos controladores foi baseado na categoria de torre isolada, com a consideração da flexibilidade do eixo de atuação no ângulo de elevação da arma. Isto possibilitou a aplicação dos conceitos do controle clássico baseados no comportamento dinâmico conhecido para a função de transferência padrão de segunda ordem, já que o modelo obtido foi de quarta ordem, com um par de polos complexos dominantes.

Ao adotar o modelo de torre isolada para síntese, espera-se obter controladores com desempenho desejado para todas as configurações de ângulo de azimute da arma, uma vez que ao alterar esse ângulo, não se modifica o modelo da torre em si, e sim o padrão de distúrbios sofridos por ela. Os resultados apresentados para as simulações realizadas em azimute de 0° e 90° corroboram com esta informação. Sugere-se, para trabalhos futuros, a realização de simulações de tiro em diferentes ângulos de azimute e de elevação. Pode-se projetar ganhos diferentes dos controladores para determinadas configurações de Az e El, com comutação automática desses ganhos, por interpolação, de acordo com o Az e El da realização dos tiros.

Do processo de síntese dos controladores e dos resultados das simulações, verificou-se a limitação apontada por Druener e Luyten [28] quanto a capacidade dos sistemas de estabilização dos SARC em anular ou atenuar os distúrbios das séries de tiro de metralhadora. As bandas passantes obtidas para os controladores PD e LQR apresentaram, para a planta, frequências de corte de $10,08\text{ Hz}$ e $14,11\text{ Hz}$ respectivamente, valores estes maiores que a frequência dos distúrbios gerados pelas séries de tiro do armamento utilizado no estudo em tela, de aproximadamente $8,33\text{ Hz}$. Já a banda passante para o controlador LQG apresentou frequência de corte de $6,15\text{ Hz}$, menor que a da cadência de tiro do armamento utilizado. Tal fato pode ter contribuído significativamente com o pior desempenho do controlador LQG em comparação com os demais. Sugere-se, para estudos futuros, utilizar a abordagem do projeto de compensadores por avanço e atraso de fase [56] de modo a ter melhor controle da frequência de corte durante a etapa de síntese.

Além das sugestões para estudos futuros já apresentadas, seguem algumas adicionais, que por limitação de tempo e dada a extensão do presente estudo, não foram implementadas nesta dissertação:

- utilização de tensão elétrica em vez de corrente como sinal de entrada;
- utilização de controle digital;
- inclusão de não linearidades na modelagem dinâmica da planta, como folgas e atrito seco nos acoplamentos, além de ruído nos sensores, atrasos de tempo nos dados

- obtidos pelos sensores e atrasos de tempo na atualização dos sinais de controle;
- robustecimento da malha de controle, de maneira a permitir maiores variações e incertezas nos parâmetros da planta sem perder a estabilidade e mantendo desempenho compatível com os requisitos estipulados;
 - inclusão da estabilização no eixo de azimute; e
 - consideração da influência direta da flexibilidade do cano ou tubo da arma e de outras incertezas de medição [85] na expressão dos resultados de estabilização de El e Az, uma vez que, no presente trabalho, os ângulos da arma foram considerados em seu centro de massa, e não na extremidade do cano.

REFERÊNCIAS

- 1 SOLOMON. The triangle has been flipped! Mobility first, firepower second, armor protection an afterthought! **SNAFU!**, 2 mai. 2017. Disponível em: <<https://www.snafu-solomon.com/2017/05/the-triangle-has-been-flipped-mobility.html>>. Acesso em: 13 out. 2020.
- 2 YUGOIMPORT SDPR J.P. Aleksandar self propelled artillery weapon cal. 155 mm. **Artillery Weapons**, 2020. Disponível em: <<https://www.yugoimport.com/en/proizvodi/aleksandar-self-propelled-artillery-weapon-cal-155-mm>>. Acesso em: 13 out. 2020.
- 3 VISACRO, A. O modelo brasileiro de Defesa Nacional em face dos atuais desafios estratégicos. **Centro de Estudos Estratégicos do Exército** — Análise Estratégica, Rio de Janeiro, v. 16 (2), p. 49–65, mar./mai. 2020. ISSN 2525-457X.
- 4 SEIDEL, J. China goes rogue with new weapon. **Central & North Burnett Times**, Gayndah, 14 nov. 2019. Disponível em: <<https://www.centralnorthburnetttimes.com.au/news/china-goes-rogue-with-new-weapon/3878187/>>. Acesso em: 13 out. 2020.
- 5 ODEDRA, S.; PRIOR, S. D.; KARAMANOGLU, M. Investigating the mobility of unmanned ground vehicles. **International Conference on Manufacturing and Engineering Systems. Proceedings**, p. 380–385, jan. 2009. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/229028828_Investigating_the_mobility_of_unmanned_ground_vehicles>. Acesso em: 14 out. 2020.
- 6 TURKEY is developing a new UV, the “Small Tank”. **New Defence Order Strategy** — Land Military Vehicles and Equipment, Saint-Petersburg, 12 mai. 2020. Disponível em: <<https://dfnc.ru/en/world-news/small-tank-a-new-uv-turkey-is-developing/>>. Acesso em: 14 out. 2020.
- 7 LIMA, I. L. B. **A utilização do sistema de aeronave remotamente pilotada para as atividades de MAGE nas operações de GLO no Rio de Janeiro**. 2018. Monografia (Especialização em Ciências Militares) — Escola de Aperfeiçoamento de Oficiais, Rio de Janeiro, 2018. Disponível em: <<https://bdex.eb.mil.br/jspui/handle/123456789/2718>>. Acesso em: 12 out. 2020.
- 8 JUNIOR, I. P. **O emprego do sistema de aeronaves remotamente pilotadas (SARP) em proveito da atividade de inteligência Militar**. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Ciências Militares) — Escola de Comando e Estado-Maior do Exército, Rio de Janeiro, 2019. Disponível em: <<https://bdex.eb.mil.br/jspui/bitstream/123456789/5793/1/MO6137-ISAAC.pdf>>. Acesso em: 14 out. 2020.
- 9 EXÉRCITO BRASILEIRO. **EB 10-P-01.007 - Planejamento Estratégico do Exército (PEEx) 2020-2023**. Brasília, 2019. 62 p.
- 10 ESTADO-MAIOR DO EXÉRCITO. Assinatura do contrato de aquisição da viatura blindada multitarefa leve sobre rodas. **Noticiário do Exército**, 12 nov. 2019. Disponível em: <http://www.eb.mil.br/web/noticias/noticiario-do-exercito/-/asset_publisher/MjaG93KcunQI/content/id/10736598>. Acesso em: 14 out. 2020.

- 11 CATALIN, S. Brazilia vrea să cumpere vehicule tactice LMV Lynx 4x4 de la Iveco. **Defense România**, 16 ago. 2018. Disponível em: <https://www.defenseromania.ro/brazilia-vrea-sa-cumpere-vehicule-tactice-lmv-lynx-4x4-de-la-iveco_593017.html>. Acesso em: 14 out. 2020.
- 12 AGÊNCIA VERDE-OLIVA/CCOMSEX. Exército Brasileiro testa sistema de armas REMAX na VBMT-LSR 4×4. **Forças Terrestres - ForTe**, 6 mai. 2020. Disponível em: <<https://www.forte.jor.br/2020/05/06/exercito-brasileiro-testa-sistema-de-armas-remax-na-vbmt-lsr-4x4/>>. Acesso em: 16 out. 2020.
- 13 YOUNG, I. Fast attack vehicle (FAV). **Warwheels.net**, 2021. Disponível em: <<http://www.warwheels.net/FAVyoung.html>>. Acesso em: 8 jan. 2021.
- 14 CHENOWTH Light Strike Vehicle. **Military-Today.com**, 2020. Disponível em: <http://www.military-today.com/trucks/chenowth_lsv.htm>. Acesso em: 8 jan. 2021.
- 15 CAIAFA, R. 40 viaturas Vlega Chivunk para o Exército Brasileiro em 2018. **Infodefensa.com**, Brasília, 15 nov. 2017. Disponível em: <<https://www.infodefensa.com/latam/2017/11/15/noticia-viaturas-vlega-chivunk-exercito-brasileiro.html>>. Acesso em: 8 jan. 2021.
- 16 FERNANDES, D. L.; GRUZMAN, M.; SIMÕES, A. M. Estabilização de sistemas de armas embarcados: uma revisão bibliográfica. **Revista Militar de Ciência e Tecnologia**, v. 36, n. 1, p. 30–39, 2019.
- 17 DAVIDOV, G. Selected topics of the synthesis and analysis of all-electric heavy gun/turret drive control systems. **The first international conference on all electric combat vehicle (AECV)**, Haifa, mai. 1995. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/283008400_SELECTED_TOPICS_OF_THE_SYNTHESIS_AND_ANALYSIS_OF_ALL-ELECTRIC_HEAVY_GUNTURRET_DRIVE_CONTROL_SYSTEMS>. Acesso em: 6 nov. 2019.
- 18 JAKATI, A.; BANERJEE, S.; JEBARAJ, C. Development of mathematical models, simulating vibration control of tracked vehicle weapon dynamics. **Defence Science Journal**, v. 67, n. 4, p. 465–475, jul. 2017.
- 19 SHUKLA, J. Modelling and simulation of main battle tank to stabilize the weapon control system. **SAE Technical Papers**, Pittsburgh, p. 1–8, 9 jul. 2018.
- 20 FERNANDES, D. L. **Controle robusto para sistema de armas embarcado em veículo terrestre**. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2018.
- 21 GUEDES, G. D. **Modelagem e simulação da dinâmica do sistema viatura - metralhadora calibre .50**. 2010. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2010.
- 22 SILVA, J. G. S. d.; TRIGUEIRO, G. S. O método dos elementos finitos e suas aplicações na modelagem de veículos. **XXXI Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE)**, Rio de Janeiro, 14 a 17 set. 2003.

- 23 LEITÃO, E. d. S.; PIRES, R. A. **Projeto para fabricação do chassi tubular, suspensão dianteira e sistema de direção do veículo off-road monotripulado - VOM 2013**. 2013. Iniciação à Pesquisa (Bacharelado em Engenharia Mecânica e de Automóveis) — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2013.
- 24 SAE BRASIL. **Regulamento administrativo e técnico BAJA SAE Brasil: Emenda 3**. São Paulo, 2019. 133 p.
- 25 JAZAR, R. N. **Vehicle dynamics: theory and application**. 2. ed. New York: Springer, 2014.
- 26 SOUSA, D. H. B. d. **Metodologia para determinação dos parâmetros do controle de estabilização do REMAX**. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2017.
- 27 MICHELON, M. A. **Vibrações em tubos flexíveis de armamentos ocasionadas pelo disparo**. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2018.
- 28 DRUENER, W.; LUYTEN, J. Estabilização de armas em veículos sobre rodas. **Revista da Associação Brasileira de Engenharia Militar** — Estabilização de Armas, p. 56–66.
- 29 GRUZMAN, M. **Sistema de acompanhamento de alvos montado em um corpo em movimento**. 2011. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.
- 30 ADES, R. **Síntese de controle robusto paramétrico - otimização de um critério combinando estabilidade e desempenho**. 1994. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 1994.
- 31 RAO, S. S. **Mechanical vibration**. 5. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2011.
- 32 CRAIG, R. R. **Structural dynamics**. 1. ed. Toronto: John Wiley & Sons, Inc., 1981.
- 33 GRUZMAN, M. **Vibrações**. Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2020. Notas de Aula.
- 34 INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA QUALIDADE E TECNOLOGIA (INMETRO). **Sistema internacional de unidades**. 1. ed. Duque de Caxias: INMETRO/CICMA/SEPIN, 2012. 94 p.
- 35 LIMA, M. d. C.; GONÇALVES, P. J. P. Modelagem de estruturas espaciais pelo método de elementos finitos. **XXIV Congresso de Iniciação Científica da Unesp**, Bauru, p. 1, 2012.
- 36 CABRAL, E. L. L. Preliminares matemáticos: transformação de coordenadas. In: _____. **Robôs industriais**. São Paulo: [s.n.], 2020. cap. 4, p. 1–26. Livro em elaboração. Disponível em: <<https://edisciplinas.usp.br/mod/resource/view.php?id=2554344>>. Acesso em: 26 jun. 2020.
- 37 BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R. J.; CORNWELL, P. J. **Mecânica vetorial para engenheiros: dinâmica**. 9. ed. Porto Alegre: AMGH, 2012.

- 38 ANGELES, J. **Fundamentals of robotic mechanical systems: theory, methods, and algorithms**. 4. ed. Montreal: Springer, 2014.
- 39 STEEB, W.-H.; HARDY, Y. **Problems and solutions in introductory and advanced matrix calculus**. 2. ed. Singapore: World Scientific Publishing, 2016.
- 40 BATHE, K.-J. **Finite element procedures**. 2. ed. New Jersey: Englewood Cliffs, 1996.
- 41 BUDYNAS, R. G.; NISBETT, J. K. **Elementos de máquinas de Shigley: projeto de engenharia mecânica**. 8. ed. São Paulo: AMGH, 2011.
- 42 STYAN, G. P. H. Hadamard products and multivariate statistical analysis. **Linear Algebra and its Applications**, American Elsevier Publishing Company, Inc., v. 6, p. 217–240, 1973.
- 43 PEREIRA, M. M.; GHEORGHIU, F. d. C. **Projeto do sistema de suspensão traseira independente do veículo off-road monotripulado**. 2013. Iniciação à Pesquisa (Bacharelado em Engenharia Mecânica) — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2013.
- 44 MIRANDA, A. d. A. R.; SILVA, D. F. d. **Regulamento mini baja UniRV**. Rio Verde: Universidade de Rio Verde, 2016.
- 45 DUARTE, B. T.; BARRETO, J. R.; AMARAL, P. T. do. **Análise de dinâmica veicular do protótipo Baja SAE**. 2016. Projeto Final de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) — Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca - CEFET/RJ, Rio de Janeiro, 2016.
- 46 ARMADA. **Compendium turrets: light, medium, heavy, mostly remote-controlled**. 1. ed. Bangkok: Armada International, 2013.
- 47 ALEXEEV, A. Poder de fogo para todas as ocasiões: visão geral dos módulos de combate e torres para carros de categorias de peso leve e médio. **Military Review** — Veículos Blindados, 2 jun. 2014. Disponível em: <<https://pt.topwar.ru/50042-ognevoe-moguschestvo-na-vse-sluchai-zhizni-obzor-boevyh-moduley-i-bashen-dlya-mashin-legkoy-i-sredney-kategoriy-po-masse-chast-1-iz-5.html>>. Acesso em: 8 jan. 2021.
- 48 FN HERSTAL. **2020 FN Catalog**. McLean: FNAmerica.com, 2020. Catálogo.
- 49 SMITH, C. J. M.; HASLAM, P. R. **Small arms & cannons**. 1. ed. Oxford: Brassey's Publishers LTD, 1982. V. (Brassey's battlefield weapons systems & technology, V).
- 50 HENRIQUES, P. **Armamento I: Reações sobre a arma e sobre o reparo no disparo**. Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2015. 20 p. Notas de Aula.
- 51 BAER, P. G.; FRANKLE, J. M. **The simulation of interior ballistic performance of guns by digital computer program**. Aberdeen: Aberdeen Proving Ground, 1962. 66 p.
- 52 BOLTON, W. **Mecatrônica**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

- 53 DIEGUEZ, J. P. P. **Métodos de cálculo numérico**. 1. ed. Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2005.
- 54 REIS, C. C. d. P. D.; Araújo Jr., F. d. S. G. d.; COSTA, T. A. d. **Simulação de tubo flexível de canhão e projétil durante o disparo**. 2018. Projeto Final de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2018.
- 55 KAILATH, T. **Linear systems**. 1. ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, Inc., 1980.
- 56 OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2011.
- 57 GRUZMAN, M. **Sistemas de controle**. Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2020. Notas de Aula.
- 58 GOPAL, M. **Control engineering**. Delhi: Indian Institute of Technology, 2009. Videoaulas. Disponível em: <<https://nptel.ac.in/courses/108/102/108102043/>>.
- 59 PELLANDA, P. C. **Teoria de sistemas de controle**. Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2019. Notas de Aula.
- 60 DAVIDOV, G. **A course on platforms stabilization and servo control**. Rio de Janeiro: ARES Aeroespacial e Defesa, 2018. Notas de Aula.
- 61 OLIVEIRA, M. d. A. **Identificação de modelos no domínio da frequência aplicada a sistemas dinâmicos multivariáveis**. 2008. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2008.
- 62 AGUIRRE, L. A. **Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não lineares: teoria e aplicação**. 4. ed. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 2014.
- 63 SIMÕES, A. M. **Análise de sistemas lineares**. Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2019. Notas de Aula.
- 64 GOMES, G. M. P. **Controle ótimo**. Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2019. Notas de Aula.
- 65 PELLANDA, P. C. **Controle robusto aplicado na estabilização de sistemas elétricos de potência**. 1993. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 1993.
- 66 FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; WORKMAN, M. L. **Digital control of dynamic systems**. 3. ed. Half Moon Bay: Ellis-Kagle Press, 1998.
- 67 TEWARI, A. **Modern control design: with MATLAB and SIMULINK**. 1. ed. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2002.
- 68 KWAKERNAAK, H.; SIVAN, R. **Linear optimal control systems**. 1. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1972.

- 69 FONSECA, C. A. L. L. d.; RAMOS, J. L. A. d. S. **Simulação e controle com filtro de Kalman de um pêndulo invertido com base giratória**. 2010. Projeto de Graduação (Bacharelado em Engenharia de Controle e Automação) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.
- 70 BASSI, A. A. **Introdução à computação científica**. Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2019. Notas de Aula.
- 71 HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- 72 ANIMAÇÃO da acomodação da planta para Az 0°. Produção de Ricardo Luiz de Oliveira da Rosa. San Bruno: YouTube, 2021. Disponível em: <<https://youtu.be/M9TM3Ri5Ppg>>.
- 73 ANIMAÇÃO da acomodação da planta para Az 90°. Produção de Ricardo Luiz de Oliveira da Rosa. San Bruno: YouTube, 2021. Disponível em: <https://youtu.be/BTi3ZBf_cwk>.
- 74 MINISTÉRIO DO EXÉRCITO. Diretoria de Instrução do Exército. **Manual de campanha C 23-65: metralhadora .50 M2**. 3. ed. Rio de Janeiro, 1963.
- 75 CENTRO TECNOLÓGICO DO EXÉRCITO. **NEB/T E-196 - Cartucho .50 M2 - especificação**. Rio de Janeiro, 1983. 19 p.
- 76 EXÉRCITO BRASILEIRO. **EB80-RT-76.007 - Requisitos técnicos básicos do reparo de metralhadora automatizado X**. 1. ed. Brasília, 2015. 16 p.
- 77 ANIMAÇÃO da série de tiro 1-30 para Az 0°. Produção de Ricardo Luiz de Oliveira da Rosa. San Bruno: Youtube, 2021. Disponível em: <<https://youtu.be/VDuaIvM6TAM>>.
- 78 ANIMAÇÃO da série de tiro 1-30 para Az 90°. Produção de Ricardo Luiz de Oliveira da Rosa. San Bruno: YouTube, 2021. Disponível em: <https://youtu.be/GJPJtjO5_Vo>.
- 79 MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- 80 ARES AEROSPACIAL E DEFESA. **Reparo de metralhadora automatizado X (REMAX)**. Rio de Janeiro, 2020. 2 p. Catálogo.
- 81 INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA QUALIDADE E TECNOLOGIA (INMETRO); INSTITUTO PORTUGUÊS DE QUALIDADE. **Vocabulário internacional de metrologia (VIM)**. 1. ed. Caparica, 2012. 94 p.
- 82 CHEVALIER, P. A. J. G. On the specification of the DRI requirements for a standard NATO target. **Research Gate**, Berlim, mar. 2016. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/297497162_On_the_specification_of_the_DRI_requirements_for_a_standard_NATO_target>. Acesso em: 8 jan. 2021.
- 83 ANIMAÇÃO da série de tiro 1-30 para Az 0° em alvo OTAN a 500m. Produção de Ricardo Luiz de Oliveira da Rosa. San Bruno: YouTube, 2021. Disponível em: <https://youtu.be/OeRZ1jbI_NM>.

84 ANIMAÇÃO da série de tiro 1-30 para Az 90° em alvo OTAN a 500m. Produção de Ricardo Luiz de Oliveira da Rosa. San Bruno: YouTube, 2021. Disponível em: <https://youtu.be/tpbBrk_i8hw>.

85 BARATTO, A. C.; DAMASCENO, J. C.; ALVES, J. A. P.; FILHO, J. T.; COUTO, P. R. G.; OLIVEIRA, S. P. de. **JCGM 100:2008 - Avaliação de dados de medição - guia para a expressão de incerteza de medição**. 1. ed. [S.l.]: JCGM, 2008.