

MINISTÉRIO DA DEFESA  
EXÉRCITO BRASILEIRO  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA  
CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

GABRIEL ASVOLINSQUE GODINHO

MODELO DE PNEU COM MAIS DE UM PONTO DE  
CONTATO APLICADO AO ESTUDO DAS DINÂMICAS  
LONGITUDINAL E VERTICAL DE UM VEÍCULO MILITAR  
6X6

Rio de Janeiro  
2019

**INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA**

**GABRIEL ASVOLINSQUE GODINHO**

**MODELO DE PNEU COM MAIS DE UM PONTO DE  
CONTATO APLICADO AO ESTUDO DAS DINÂMICAS  
LONGITUDINAL E VERTICAL DE UM VEÍCULO MILITAR  
6X6**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Ricardo Teixeira da Costa Neto - D.Sc.

Rio de Janeiro  
2019

c2019

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA  
Praça General Tibúrcio, 80 - Praia Vermelha  
Rio de Janeiro - RJ CEP 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmar ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e do(s) orientador(es).

Godinho, Gabriel Asvolinsque

Modelo de Pneu com Mais de Um Ponto de Contato Aplicado ao Estudo das Dinâmicas Longitudinal e Vertical de um Veículo Militar 6x6 / Gabriel Asvolinsque Godinho, orientado por Ricardo Teixeira da Costa Neto - Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2019.

86p.: il.

Dissertação (Mestrado) - Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2019.

1. Curso de Engenharia Mecânica - teses e dissertações. 1. Modelo de pneu. 2. Dinâmica longitudinal. 3. Dinâmica vertical. 4. TMeasy. 5. Pontos de contato. 6. Obstáculos. I. Costa Neto, Ricardo Teixeira. II. Título. III. Instituto Militar de Engenharia.

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

GABRIEL ASVOLINSQUE GODINHO

MODELO DE PNEU COM MAIS DE UM PONTO DE  
CONTATO APLICADO AO ESTUDO DAS DINÂMICAS  
LONGITUDINAL E VERTICAL DE UM VEÍCULO MILITAR  
6X6

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Ricardo Teixeira da Costa Neto - D.Sc.

Aprovada em 26 de Abril de 2019 pela seguinte Banca Examinadora:



Prof. Ricardo Teixeira da Costa Neto - D.Sc. do IME - Presidente



Prof. Victor Santoro Santiago - D.Sc. do IME



Prof. Gustavo Simão Rodrigues - D.Sc. do IME



Prof. Mauro Speranza Neto - D.Sc. da PUC-Rio

Rio de Janeiro  
2019

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelas bênçãos e oportunidades que Ele me concedeu.

Aos meus pais, Elizabeth e Luiz Carlos, por sempre apoiarem meus esforços, por terem moldado meu caráter e, ao lado da minha irmã Luiza, por estarem dispostos a me ajudar em momentos de dificuldade.

Ao meu Professor Orientador TC Ricardo Teixeira da Costa Neto pela amizade, por sua confiança em mim e pelo auxílio durante minha vida acadêmica e durante a elaboração desta dissertação e dos artigos relacionados a ela.

Aos colegas de mestrado e amigos Lucas Sousa e Matias Peleitay pelo apoio mútuo durante esses dois anos de estudo, esforço e trabalho.

Ao IME e ao EB pela oportunidade de realizar esse curso de mestrado, onde pude aprimorar meus conhecimentos e encontrar novos caminhos para minha vida profissional.

A todos os colegas e professores que ao longo dos meus 25 anos contribuíram de alguma forma para o meu crescimento acadêmico e minha formação.

“Qualquer tecnologia suficientemente avançada é indistinguível da magia”

ARTHUR C. CLARKE

## SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES .....	8
LISTA DE TABELAS .....	11
LISTA DE SIGLAS .....	12
LISTA DE ABREVIATURAS .....	13
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>19</b>
1.1 Objetivo .....	20
1.2 Motivação .....	20
1.3 Trabalhos Anteriores no IME .....	21
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>23</b>
2.1 Modelagem de pneus .....	23
2.2 Dinâmica Longitudinal .....	24
2.3 Dinâmica Vertical .....	24
<b>3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>26</b>
3.1 Dinâmica longitudinal .....	26
3.1.1 <i>Powertrain</i> .....	26
3.1.2 Deslizamento Longitudinal .....	30
3.2 Dinâmica vertical .....	35
3.2.1 Modelo de pneu com mais de um ponto de contato .....	38
3.3 Integração das Dinâmicas .....	44
<b>4 MODELAGEM DO VEÍCULO .....</b>	<b>45</b>
4.1 Modelo da dinâmica longitudinal .....	45
4.2 Modelo da dinâmica vertical .....	50
<b>5 SIMULAÇÕES E RESULTADOS .....</b>	<b>55</b>
5.1 Validação do Modelo Longitudinal .....	55
5.2 Transposição de obstáculos .....	59
5.2.1 Degrau positivo .....	59
5.2.2 Degrau negativo .....	63
5.2.3 Vala pequena .....	67

5.2.4	Trincheira pequena .....	72
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	<b>79</b>
<b>7</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>81</b>
<b>8</b>	<b>APÊNDICES</b> .....	<b>83</b>
8.1	APÊNDICE 1: Conservação de Energia .....	84

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG.3.1	Forças da dinâmica longitudinal (JAZAR, 2014) .....	26
FIG.3.2	Conversor de torque (GENTA & MORELLO, 2009) .....	27
FIG.3.3	Curvas do conversor de torque (NAUNHEIMER <i>et al.</i> , 2011) .....	28
FIG.3.4	Caixa de marchas da VBTP Guarani (ZF, 2006) .....	28
FIG.3.5	referencial do pneu segundo a norma ISO 4130 (JAZAR, 2014) .....	30
FIG.3.6	Resistência ao rolamento (JAZAR, 2014) .....	31
FIG.3.7	Gráfico característico da força longitudinal em função do desliza- mento longitudinal (RILL, 2011) .....	32
FIG.3.8	Variação da força de tração longitudinal em função da carga vertical (RILL, 2011) .....	34
FIG.3.9	Variação da força de tração longitudinal em função do coeficiente de atrito pneu-solo (RILL, 2011) .....	34
FIG.3.10	Sistema de coordenadas ISO 4130 (JAZAR, 2014) .....	35
FIG.3.11	Modelo físico-matemático de 1/2 carro (CAMPOS, 2017) .....	36
FIG.3.12	Pneu subindo um obstáculo .....	39
FIG.3.13	Vetores radiais no modelo de Tristão (TRISTÃO, 2017) .....	39
FIG.3.14	Pneu e obstáculo .....	40
FIG.3.15	Forças e velocidades devido ao contato com o degrau .....	40
FIG.4.1	Diagrama de blocos da dinâmica longitudinal do Guarani .....	46
FIG.4.2	Bloco do <i>powetrain</i> .....	46
FIG.4.3	Bloco do eixo 1 na dinâmica longitudinal .....	48
FIG.4.4	Bloco do pneu .....	49
FIG.4.5	Bloco do TMeasy .....	49
FIG.4.6	Bloco da equação de movimento .....	50
FIG.4.7	Diagrama de blocos da dinâmica vertical do Guarani .....	51
FIG.4.8	Bloco da massa suspensa .....	52
FIG.4.9	Bloco do eixo 1 na dinâmica vertical .....	53
FIG.4.10	Bloco do contato .....	54
FIG.5.1	Velocidade desenvolvida pelo sedan usando o TMeasy e usando a Fórmula Mágica .....	57
FIG.5.2	Velocidade desenvolvida pelo carro esportivo usando o TMeasy e usando a Fórmula Mágica .....	57

FIG.5.3	Velocidade desenvolvida pela motocicleta usando o TMeasy e usando a Fórmula Mágica .....	58
FIG.5.4	Diferença absoluta entre a velocidade obtida para cada veículo usando o TMeasy e usando a Fórmula Mágica .....	59
FIG.5.5	Ilustração da VBTP Guarani transpondo o obstáculo da primeira simulação .....	60
FIG.5.6	Velocidade longitudinal da VBTP Guarani durante a primeira simulação .....	61
FIG.5.7	Deslocamento vertical da roda dianteira durante a primeira simulação .....	62
FIG.5.8	Deslocamento vertical da roda intermediária durante a primeira simulação .....	63
FIG.5.9	Deslocamento vertical da roda traseira durante a primeira simulação .....	63
FIG.5.10	Ilustração da VBTP Guarani transpondo o obstáculo da segunda simulação .....	64
FIG.5.11	Velocidade longitudinal da VBTP Guarani durante a segunda simulação .....	65
FIG.5.12	Deslocamento vertical da roda dianteira durante a segunda simulação .....	66
FIG.5.13	Deslocamento vertical da roda intermediária durante a segunda simulação .....	66
FIG.5.14	Deslocamento vertical da roda traseira durante a segunda simulação ...	67
FIG.5.15	Ilustração da VBTP Guarani transpondo o obstáculo da terceira simulação .....	68
FIG.5.16	Velocidade da viatura durante a terceira simulação .....	68
FIG.5.17	Deslocamento do chassi durante a terceira simulação .....	69
FIG.5.18	Ângulo de <i>pitch</i> do chassi durante a terceira simulação .....	69
FIG.5.19	Deslocamento da roda dianteira durante a terceira simulação .....	70
FIG.5.20	Deslocamento da roda intermediária durante a terceira simulação .....	71
FIG.5.21	Deslocamento da roda traseira durante a terceira simulação .....	72
FIG.5.22	Ilustração da VBTP Guarani transpondo o obstáculo da quarta simulação .....	73
FIG.5.23	Velocidade da viatura durante a quarta simulação .....	74
FIG.5.24	deslocamento do chassi durante a quarta simulação .....	75

FIG.5.25	Ângulo de <i>pitch</i> do chassi durante a quarta simulação .....	76
FIG.5.26	Deslocamento da roda dianteira durante a quarta simulação .....	77
FIG.5.27	Deslocamento da roda intermediária durante a quarta simulação .....	77
FIG.5.28	Deslocamento da roda traseira durante a quarta simulação .....	78
FIG.8.1	Velocidade longitudinal do pneu durante a primeira simulação (co- lisão com a parede de 1m) .....	85

## LISTA DE TABELAS

TAB.3.1	Parâmetros utilizados no modelo de 1/2 carro e suas respectivas unidades. ....	37
TAB.4.1	Valores dos parâmetros do motor da VBTP Guarani (PINTO <i>et al.</i> , 2018) .....	47
TAB.4.2	Relações de marcha da VBTP Guarani (PINTO <i>et al.</i> , 2018) .....	47
TAB.4.3	Valores dos parâmetros da transmissão da VBTP Guarani (PINTO <i>et al.</i> , 2018) .....	48
TAB.4.4	Valores dos parâmetros das equações de movimento (PINTO <i>et al.</i> , 2018) .....	50
TAB.4.5	Valores dos parâmetros da suspensão da VBTP Guarani (CAMPOS, 2017) .....	53
TAB.4.6	Valores dos parâmetros do chassi da VBTP Guarani CAMPOS (2017) .....	53
TAB.4.7	Valores dos parâmetros do chassi da VBTP Guarani (CAMPOS, 2017) .....	54
TAB.5.1	Valores dos coeficientes para cada veículo simulado .....	56
TAB.5.2	Diferença máxima absoluta entre as velocidades medidas .....	58

## LISTA DE SIGLAS

EB	Exército Brasileiro
IME	Instituto Militar de Engenharia
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>

## LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

### ABREVIATURAS

APC	-	<i>Armoured Personal Carrier</i>
CG	-	Centro de Gravidade
DD	-	Dianteiro Direito
DE	-	Dianteiro Esquerdo
FM	-	Fórmula Mágica de Pacejka
ID	-	Intermediário Direito
IE	-	Intermediário Esquerdo
TD	-	Traseiro Direito
TE	-	Traseiro Esquerdo
VBTP	-	Viatura Blindada de Transporte de Pessoal

### SÍMBOLOS

$A_f$	-	Área frontal do veículo
$B$	-	Fator de rigidez do pneu na FM
$C$	-	Fator de forma do pneu na FM
$C_d$	-	Coefficiente de resistência aerodinâmica
$C_{eqa}$	-	Coefficiente de equivalência devido à angulação da suspensão
$C_{eqd}$	-	Coefficiente de equivalência devido à distância do braço de suspensão
$D$	-	Valor da aderência máxima na FM
$E$	-	Fator de curvatura do pneu na FM
$E_{ci}$	-	Energia cinética inicial
$E_{cf}$	-	Energia cinética final
$E_{mi}$	-	Energia mecânica inicial
$E_{mf}$	-	Energia mecânica final
$F_{di}$	-	Componente radial da força produzida pelo contato entre o obstáculo e o pneu do eixo $i$
$F_i$	-	Força vertical produzida pela suspensão do eixo $i$ do veículo
$F_{isc}$	-	Força exercida pela suspensão do eixo $i$ sobre o chassi
$F_{isp}$	-	Força exercida pela suspensão do eixo $i$ sobre a massa não-suspensa
$F_{pi}$	-	Força verical devido à deformação do pneu do eixo $i$

$F_{ti}$	-	Componente tangencial da força produzida pelo contato entre o obstáculo e o pneu do eixo $i$
$F_x$	-	Força de tração longitudinal
$F_x^M$	-	Valor de $F_x$ quando o pneu atinge seu ponto ótimo de aderência
$F_x^S$	-	Valor de $F_x$ quando o pneu atinge o regime de deslizamento puro
$F_{rol}$	-	Força de resistência ao rolamento
$F_z$	-	Reação normal de apoio do pneu com o solo
$F_z^N$	-	Carga nominal sobre o pneu
$F_{long}$	-	Força longitudinal resultante
$I_{pneui}$	-	Momento de inércia do conjunto roda-pneu do eixo $i$
$I_y$	-	Momento de inércia de arfagem
$K$	-	Coefficiente de resistência ao rolamento proporcional à velocidade
$M_f$	-	Momento de $F_x$ em relação ao CG do veículo
$P_{max}$	-	Potência máxima do motor
$R_{aer}$	-	Resistência aerodinâmica
$R_{grad}$	-	Resistência de gradiente
$T_m$	-	Torque fornecido pelo motor
$T_{roda}$	-	Torque fornecido à roda
$a$	-	Aceleração
$a_d$	-	Distância horizontal entre o obstáculo e o início da pista
$a_i$	-	Distância horizontal entre o eixo $i$ e o CG do veículo
$c_{bump}$	-	Valor do coeficiente de amortecimento da suspensão do veículo durante <i>bump</i>
$c_{rebound}$	-	Valor do coeficiente de amortecimento da suspensão do veículo durante <i>rebound</i>
$c_i$	-	Coefficiente de amortecimento da suspensão do eixo $i$ do veículo
$c_{ti}$	-	Coefficiente de amortecimento do pneu do eixo $i$ do veículo
$d_{a1}$	-	Distância horizontal entre o chassi e o ponto de ancoragem inferior da suspensão
$d_{a2}$	-	Distância horizontal entre o chassi e o centro da roda
$d_i$	-	Distância entre o centro do pneu $i$ e o ponto do obstáculo onde ocorrerá o contato
$dF_x^0$	-	Taxa de crescimento de $F_x$ em função de $s_x$
$f$	-	Coefficiente de resistência ao rolamento independente da velocidade
$g$	-	Aceleração da gravidade
$h$	-	Altura do obstáculo
$h_{CG}$	-	Altura do CG do veículo
$i$	-	Índice correspondente ao eixo do veículo
$i_c$	-	Redução do conversor de torque

$i_d$	-	Redução do diferencial
$i_g$	-	Redução da caixa de marchas
$i_r$	-	Redução no cubo da roda
$i_t$	-	Redução da caixa de transferência
$k_i$	-	Rigidez da suspensão do eixo $i$ do veículo
$k_{ti}$	-	Rigidez do pneu do eixo $i$ do veículo
$m$	-	Massa do chassi do veículo
$m_i$	-	Massa não-suspensa do eixo $i$
$m_{total}$	-	Massa total do veículo
$n$	-	Quantidade de eixos tracionados
$r$	-	Raio deformado do pneu
$r_i$	-	Raio indeformado do pneu
$s_x$	-	Deslizamento longitudinal do pneu
$s_x^M$	-	Valor de $s_x$ no qual $F_x$ assume seu valor máximo
$s_x^S$	-	Valor de $s_x$ a partir do qual o deslizamento predomina em relação à aderência
$t$	-	Tempo
$v_x$	-	Velocidade longitudinal
$v_i$	-	Velocidade vertical da massa não-suspensa do eixo $i$
$v_{pi}$	-	Velocidade da excitação de base no eixo $i$
$v_z$	-	Velocidade vertical do chassi
$w_m$	-	Rotação do motor
$w_{max}$	-	Rotação máxima do motor
$w_{min}$	-	Rotação mínima do motor
$x_c$	-	Posição horizontal do ponto do obstáculo que entrará em contato com o pneu
$x0_i$	-	Posição horizontal do centro da roda $i$ no referencial global
$z$	-	Posição vertical da massa suspensa
$z_c$	-	Posição vertical do ponto do obstáculo que entrará em contato com o pneu
$z_i$	-	Posição vertical da massa não-suspensa do eixo $i$
$z_{pi}$	-	Excitação de base no pneu do eixo $i$
$z0_i$	-	Posição vertical do centro da roda $i$ no referencial global
$\Delta v$	-	Velocidade de compressão do amortecedor
$\Delta x$	-	<i>Offset</i> horizontal entre a força $F_z$ e o plano central do pneu
$\Delta x_i$	-	Componente horizontal de $d_i$
$\Delta z_i$	-	Componente vertical de $d_i$
$\alpha$	-	Ângulo entre a coluna de amortecimento e o plano vertical do veículo

$\beta_i$	-	Inclinação de $d_i$
$\delta_i$	-	Deformação da suspensão do eixo $i$
$\delta v$	-	Variação na velocidade longitudinal durante a transposição de um obstáculo
$\epsilon_i$	-	Deformação do pneu do eixo $i$ devido ao contato com o obstáculo
$\eta$	-	Eficiência da transmissão
$\eta_c$	-	Eficiência do conversor de torque
$\theta$	-	Posição angular da massa suspensa
$\dot{\theta}$	-	Velocidade angular da massa suspensa
$\theta_{road}$	-	Inclinação da estrada
$\kappa$	-	Fator característico do conversor de torque
$\lambda$	-	Coefficiente de performance do conversor de torque
$\mu$	-	Coefficiente de atrito pneu-solo
$\mu_d$	-	Coefficiente de atrito pneu-obstáculo
$\nu$	-	Razão entre as velocidades angulares de saída e de entrada no conversor de torque
$\rho$	-	Densidade do ar
$\omega$	-	Velocidade angular do pneu

## RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo o uso de um modelo matemático de pneu, que utilize mais de um ponto de contato entre este e o solo, para representar de maneira mais precisa e realista a dinâmica vertical e a dinâmica longitudinal da Viatura Blindada de Transporte de Pessoal (VBTP) da Família Média Sobre Rodas 6x6 Guarani, utilizada pelo Exército Brasileiro. Primeiramente, os subsistemas envolvidos na dinâmica longitudinal da VBTP Guarani são apresentados e modelados usando o TMeasy, modelo físico-matemático para o deslizamento de pneus. Depois, os subsistemas envolvidos na dinâmica vertical do Guarani são apresentados e modelados de acordo com os conceitos abordados por Ageikin sobre transposição de obstáculos. Por fim, os modelos longitudinal e vertical são unificados, considerando a influência que um exerce no outro, para a obtenção de um modelo com mais de um ponto de contato mais completo. A modelagem é realizada no ambiente Simulink<sup>®</sup> do *software* MATLAB<sup>®</sup> e, em cada sessão, são feitas simulações para comprovar que o modelo proposto é adequado para representar o comportamento do veículo em diversas situações.

## ABSTRACT

The following work has, as its objective, the usage of a mathematical tyre model, that uses more than one contact point between it and the ground, to represent, in a more accurate and realistic way, the vertical dynamics and the longitudinal dynamics of the Guarani 6x6 Wheeled Armoured Personal Carrier (APC), used by the Brazilian Army. Firstly, the subsystems involved with the longitudinal dynamics of the Guarani APC are presented and modeled using the TMeasy, a physical-mathematical model for tyre slip. Then, the subsystems involved with the vertical dynamics of the Guarani are presented and modeled using the concepts proposed by Ageikin about transposing obstacles. Finally, the longitudinal and vertical models are unified, considering how one influences the other, in order to obtain a more complete more-than-one-contact-point model. The modeling is made in the Simulink<sup>®</sup> environment of the MATLAB<sup>®</sup> software and, in each section, simulations are made to prove that the proposed model is suitable to represent the vehicle's behavior in multiple situations.

## 1 INTRODUÇÃO

Segundo GILLESPIE (1992), o pneu é o elemento de um veículo que tem como funções produzir forças longitudinais para a aceleração e para a frenagem, suportar as cargas verticais e absorver os choques causados pelas irregularidades do solo, e produzir forças laterais para se efetuarem curvas.

Quanto à primeira função, o veículo só consegue se deslocar quando há aderência entre a borracha da banda de rolagem e o piso, na região de contato entre eles, o que produz uma força na direção longitudinal. Devido ao fato dos pneus serem corpos deformáveis e da borracha usada em sua confecção apresentar comportamento visco-elástico, o fenômeno físico da interação entre a banda de contato do pneu com a estrada é difícil de ser descrito por equações.

Por essas razões, a indústria automotiva frequentemente realiza testes para obter uma relação experimental das forças de tração produzidas pelos pneus em função do torque a eles fornecido. Essa prática, contudo, demanda bastante tempo e recursos financeiros e humanos. Nesse contexto, os modelos matemáticos de pneus e as simulações computacionais têm sua presença aumentada nesse ramo da indústria.

Diversos pesquisadores desenvolveram ao longo dos anos modelos matemáticos que tentam descrever da melhor maneira possível esse fenômeno e que sejam capazes de obter com boa precisão o valor da força de tração (PACEJKA, 2006; WONG, 2008; RILL, 2011). Tais métodos usam aproximações e simplificações da realidade para diminuir o grande número de variáveis envolvidas e o custo computacional a elas associado. No entanto, isso resulta em divergências entre os valores reais e os valores obtidos pelo método, passando a ser um objetivo do pesquisador que o método por ele proposto seja capaz de representar bem o fenômeno, mas sem ser excessivamente complexo.

Em relação ao papel do pneu na dinâmica vertical, a maioria dos modelos existentes para esse aspecto do veículo (GILLESPIE, 1992; JAZAR, 2014) considera o pneu como uma massa em contato pontual com o solo. Essa aproximação não condiz com a realidade, já que, devido à natureza deformável do pneu, ele possui sempre uma área de contato com o solo e, por ser tridimensional, um obstáculo costuma entrar em contato primeiro com uma região da banda de rolagem do pneu que, naquele instante, não está em contato com o solo e já produz esforços na direção vertical.

A imprecisão desses modelos, causada pelas hipóteses simplificadoras que ignoram

os efeitos citados anteriormente, costuma ser ignorada quando se analisa um veículo que trafega na cidade ou na estrada. Contudo, quando um automóvel precisa se locomover em terreno bastante irregular ou transpor grandes obstáculos, como degraus, trincheiras e barricadas, surgem erros significativos nos resultados.

Como um veículo militar deve enfrentar as situações adversas descritas acima, a implementação e a validação de um modelo de dinâmica vertical que considere o pneu como um corpo com mais de um ponto de contato e deformável seria bastante útil para o EB.

## 1.1 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é a criação, implementação e simulação de um modelo computacional da dinâmica longitudinal e vertical da VBTP Guarani considerando pneus com mais de um ponto de contato com o solo, conforme os conceitos apresentados por RILL (2013), AGEIKIN (1987) e TRISTÃO (2017). Tal objetivo é alcançado a partir das etapas descritas a seguir. Em primeiro lugar, um modelo da dinâmica longitudinal do Guarani é criado no *software* MATLAB<sup>®</sup>/Simulink<sup>®</sup> incorporando o TMeasy, modelo físico matemático proposto por RILL (2013) para representar o fenômeno do deslizamento na região de contato entre os pneus e o solo. Também são realizadas simulações para validar o modelo proposto. Depois, um modelo da dinâmica vertical da viatura é desenvolvido usando o mesmo *software* e os conceitos propostos por AGEIKIN (1987) e TRISTÃO (2017) para a transposição de obstáculos usando mais de um ponto de contato entre o pneu e o solo. Tal como na etapa anterior, são feitas simulações do modelo para provar que ele representa adequadamente a situação estudada. Por fim, após a confecção dos modelos das dinâmicas longitudinal e vertical estes são integrados, levando em consideração suas respectivas causalidades, de modo que eles possam trabalhar juntos sem entrar em conflitos entre si. O resultado do modelo completo é apresentado por meio de simulações.

## 1.2 MOTIVAÇÃO

Uma situação de combate frequentemente requer que um veículo militar manobre por terrenos extremamente acidentados e supere tanto obstáculos naturais, quanto aqueles erigidos para impedir ou dificultar o avanço das forças que atacam, como trincheiras e barricadas. Por isso, as Forças Armadas precisam ter certeza de que os veículos a sua disposição são capazes de transpor tais obstáculos e saber como eles se comportam durante

essa manobra.

Para avaliar o comportamento do veículo em tais situações existem duas ferramentas: Testes de campo e simulações computacionais. Os testes de campo fornecem resultados realistas, mas demandam muitos recursos, não só financeiros, como também de tempo e de pessoal, para serem realizados. As simulações computacionais, por sua vez, são mais simples de serem executadas, porém, a maioria dos modelos matemáticos existentes não é capaz de representar de maneira precisa o comportamento do veículo nessas situações, devido às hipóteses simplificadoras que são levadas em consideração, como a utilização de apenas um ponto de contato entre o pneu e o solo. Outro empecilho na área das simulações é o custo elevado dos *softwares* capazes de simular modelos mais realistas.

Um modelo matemático com mais de um ponto de contato seria capaz de representar corretamente o comportamento do pneu nessas situações importantes e de determinar a possibilidade do veículo de transpor o que estiver em seu caminho, o que é de interesse do Exército Brasileiro e justifica a realização do trabalho.

O Instituto Militar de Engenharia já possui diversos trabalhos na área de modelagem de veículos e muitos deles relacionados à VBTP 6x6 Guarani. Contudo, nenhum deles utiliza o TMeasy para a modelagem de pneus nem um modelo similar àqueles desenvolvidos por AGEIKIN (1987) e por TRISTÃO (2017) para representar os múltiplos pontos de contato do pneu.

### 1.3 TRABALHOS ANTERIORES NO IME

Diversos trabalhos no campo da Dinâmica Veicular foram produzidos por alunos do IME. Alguns desses trabalhos são citados como referências bibliográficas por tratarem de assuntos diretamente relacionados com essa dissertação:

- COSTA NETO, R. T. Modelo de veículo tipo 4WS utilizando transformadores cinemáticos. Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2001;

Esta dissertação de mestrado apresenta uma modelagem de um veículo usando diagrama de blocos, a metodologia do fluxo de potência e o uso da matriz de vínculos cinemáticos.

- LOPES, E. D. R. Análise do comportamento dinâmico de um veículo leve 4x4 com sistema de controle de tração. Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2015;

Esta dissertação se baseia no conceito de fluxo de potência para modelar a dinâmica longitudinal de um veículo e usa diagramas de blocos para representar os subsistemas do motor e da transmissão, dispensando a necessidade do equacionamento direto para realizar a simulação e obter os resultados.

- CAMPOS, C. G. Análise da dinâmica vertical da VBTP 6 x 6 Guarani. Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2017;
- OLIVEIRA, A. N. Estimativa de parâmetros e análise da dinâmica vertical de um veículo militar 8WD. Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2017;
- PERALTA, A. O. Análise de conforto na VBTP 6 x 6 Guarani usando estimativa de parâmetros e o método do fluxo de potência. Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2017;

Os três trabalhos acima mostram modelos matemáticos, os quais fazem uso de dados oriundos de ensaios, que descrevem o comportamento da suspensão de veículos militares, além de trabalharem com modelos de pneus que utilizam a Fórmula Mágica (PACEJKA, 2006) e a Teoria de Julien (WONG, 2008)

- PINTO, A. F. A.; VALENTIM, M. X. G. e PEIXOTO, P. S. Análise da dinâmica longitudinal e da trafegabilidade da VBTP-MR 6x6 Guarani. Projeto de fim de curso, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2018.

Os autores usam a Teoria de Julien (WONG, 2008) para modelar a dinâmica longitudinal da Viatura Blindada de Transporte de Pessoal Guarani 6x6 Guarani e realizam um estudo de sua trafegabilidade em solos deformáveis.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 MODELAGEM DE PNEUS

Os modelos matemáticos de pneus e seu entendimento são parte fundamental da dissertação proposta. A função deles é oferecer equações e métodos que descrevam o comportamento assumido, assim como as forças e os momentos produzidos pelos pneus de um veículo em diversas situações.

AGEIKIN (1987) usa um modelo de pneu com mais de um ponto de contato para representar de maneira mais precisa o comportamento de um veículo ao transpor obstáculos tipo degraus. Seu modelo leva em consideração esforços longitudinais e verticais que são desprezados pelos modelos dinâmicos tradicionais.

PACEJKA (2006) contem a Fórmula Mágica, um modelo matemático semi-empírico para pneus proposto pelo autor e por Bakker em 1987. Por meio da Fórmula Mágica consegue-se calcular as principais forças e momentos que atuam no pneu, sendo a mesma largamente utilizada na indústria automotiva e no meio acadêmico. A grande desvantagem desse modelo é que ele utiliza coeficientes que não possuem significado físico, os quais requerem testes para serem obtidos. Porém, por ser um modelo amplamente aceito, ele é usado para validar os resultados obtidos com o método descrito anteriormente.

WONG (2008) mostra as principais características e propriedades dos pneus automotivos, além de entrar em detalhes sobre os esforços por eles produzidos e explicar a suas origens. Os importantes conceitos de deslizamento longitudinal e lateral, ângulo de deriva, ângulo de câmbor e suas respectivas influências nos esforços produzidos pelos pneus também são detalhados.

RILL (2011) apresenta um modelo de pneu chamado TMeasy, baseado em características físicas dos pneus. Esse modelo foi criado com o objetivo de representar todos os esforços atuantes no pneu, com uma boa precisão, em qualquer situação. A utilização do TMeasy e sua validação são características importantes do trabalho.

BLUNDELL & HARTY (2015) tratam dos significados dos coeficientes empíricos da Fórmula Mágica e descrevem a relação deles com os gráficos que resultam dessa abordagem.

TRISTÃO (2017) apresenta um modelo tridimensional de pneu, tratado como corpo deformável, integrado a um modelo de dinâmica vertical, longitudinal e lateral de carro

completo. O modelo desse trabalho utiliza vetores radiais para descrever o pneu e transformações de coordenadas para determinar a posição de sua banda de rodagem em relação ao solo, além de calcular as deformações que a irregularidade dele ou a presença de obstáculos lhes causam, e as forças que delas resultam.

## 2.2 DINÂMICA LONGITUDINAL

As forças e momentos que atuam no veículo e contribuem para a aceleração, frenagem e para o seu deslocamento na direção longitudinal são abordadas pela Dinâmica Longitudinal. Esse tema e a forma de tratá-lo na modelagem e simulação de um veículo são encontrados nas referências a seguir.

LOPES (2015) usa a abordagem do fluxo de potência para criar um modelo da transmissão de um veículo 4x4, além de aproximar a curva de torque do motor através de um polinômio do terceiro grau que tem como parâmetros a rotação máxima e a potência máxima.

PINTO *et al.* (2018) mostram uma modelagem dos subsistemas do motor e da transmissão da VBTP Guarani 6x6 e usam a Teoria de Julien encontrada em WONG (2008) para simular sua dinâmica longitudinal em solos deformáveis.

O papel do pneu na dinâmica longitudinal, assim como os esforços gerados por ele que contribuem para seu comportamento nessa direção são descritos em AGEIKIN (1987), PACEJKA (2006), RILL (2011) e TRISTÃO (2017).

## 2.3 DINÂMICA VERTICAL

A Dinâmica Vertical aborda os esforços que influenciam o comportamento vertical dos veículos. Tais esforços são causados por irregularidades no solo ou por obstáculos que o veículo é forçado a superar. O estudo dessa característica permite determinar o conforto dos ocupantes e se o veículo é capaz de transpor barreiras de maneira apropriada. Os principais subsistemas do veículo estudados nesse âmbito são a suspensão e os pneus.

A modelagem dos batentes do sistema de suspensão teve como base os métodos empregados por COSTA NETO (2001), LOPES (2015) e TRISTÃO (2017) para simular esse aspecto do veículo.

CAMPOS (2017), PERALTA (2017) e OLIVEIRA (2017) apresentam um modelo matemático para a suspensão de veículos militares 6x6 e 8x8 obtido usando dados experimentais e métodos de otimização e problemas inversos

Assim como na dinâmica longitudinal, AGEIKIN (1987) e TRISTÃO (2017) também apresentam o papel do pneu na dinâmica vertical e os esforços produzidos por ele, que influenciam no comportamento do veículo nessa direção.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 3.1 DINÂMICA LONGITUDINAL

Na dinâmica longitudinal estudam-se os esforços que fazem o veículo acelerar ou frear. Os subsistemas envolvidos nessa área são: O motor, onde o torque que irá movimentar o veículo é produzido; a transmissão, que encaminha o torque produzido pelo motor até os pneus; e os pneus, cuja interação com o solo produz forças na direção longitudinal. A FIG. 3.1 ilustra as forças que atuam sobre um automóvel com 3 eixos.

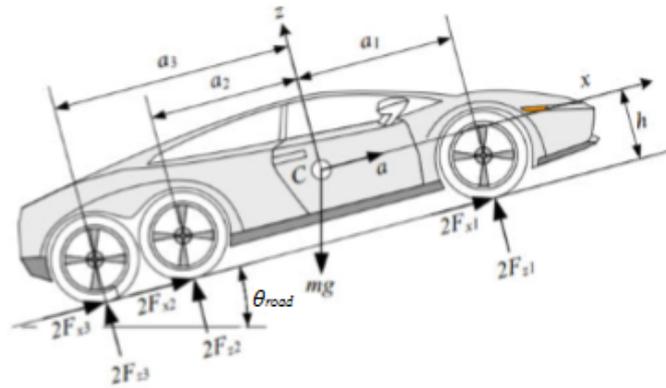


FIG. 3.1: Forças da dinâmica longitudinal (JAZAR, 2014)

##### 3.1.1 POWERTRAIN

*Powertrain*, ou trem de força, é o nome dado ao conjunto formado pelo motor e a transmissão, cujo objetivo é produzir e fornecer torque para as rodas.

Quanto ao motor, a VBTP Guarani e a maioria dos veículos blindados utiliza um motor a diesel de injeção direta. Considerando, por simplificação, que a borboleta do acelerador do motor está completamente aberta em todos os instantes (condição WOT), o torque fornecido por esse tipo de motor ( $T_m$ ) pode ser estimado usando a EQ. 3.1 (JAZAR, 2014), cuja variável de entrada é a rotação do motor  $w_m$  e cujas constantes são a potência máxima ( $P_{max}$ ) e rotação máxima do motor ( $w_{max}$ ).

$$T_m(w_m) = 0,87 \frac{P_{max}}{w_{max}} + 1,13 \frac{P_{max}}{w_{max}^2} w_m - \frac{P_{max}}{w_{max}^3} w_m^2 \quad (3.1)$$

O motor pode estar conectado à transmissão através da embreagem ou, como no caso estudado por esse trabalho, através do conversor de torque, que, além do acoplamento motor-transmissão, tem como função também a multiplicação de torque.

O conversor de torque (FIG. 3.2) consiste em uma caixa com um rotor, uma bomba, uma turbina, os quais interagem com um fluido. O torque do motor chega ao conversor e faz a bomba girar. Essa rotação faz com que o fluido passe através do rotor fixo, onde ocorre a multiplicação de torque, e movimenta a turbina, que está conectada ao eixo de saída.

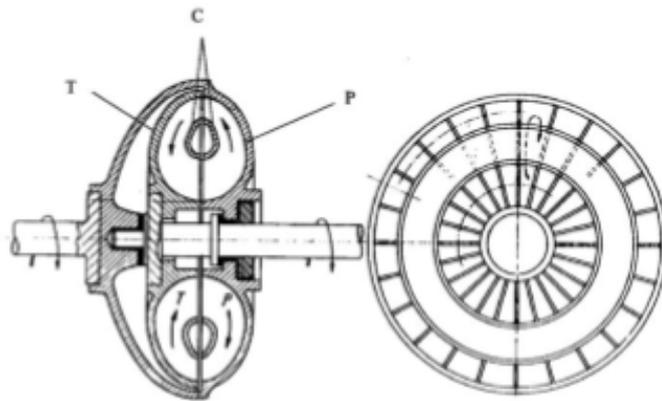


FIG. 3.2: Conversor de torque (GENTA & MORELLO, 2009)

Em conversores de torque tipo *trilok*, utilizados na VBTP Guarani, o rotor é destravado quando a razão  $\nu$  entre as velocidades angulares de saída e de entrada no conversor atinge um certo valor. Ao ser destravado, o rotor rotaciona livremente com o fluido e deixa de multiplicar o torque, o que faz com que o conversor se comporte apenas como uma embreagem.

O valor da redução de torque no conversor  $i_c$  varia em função da razão de velocidades  $\nu$ . A FIG. 3.3 mostra as principais curvas do conversor de torque em função das razões de velocidade e alguns pontos de interesse que explicam melhor o funcionamento e o comportamento desse componente.

O ponto dito de estol S representa o instante em que a bomba começa a rodar devido ao torque do motor, mas a turbina ainda não iniciou seu movimento. Nesse ponto o estator está travado e a multiplicação de torque é máxima.

No ponto de máxima eficiência M, o estator continua travado, a bomba e a turbina estão girando e a eficiência  $\eta_c$  na transmissão de potência é máxima.

O ponto de *lock-up* C representa o momento a partir do qual o estator é destravado, fazendo com que  $i_c$  assumira valor unitário e que os torques de saída e de entrada sejam

iguais.

Por fim, o ponto de *free-flow* F equivale ao instante no qual as velocidades de saída e de entrada se igualam e a transmissão de torque cessa assintoticamente.

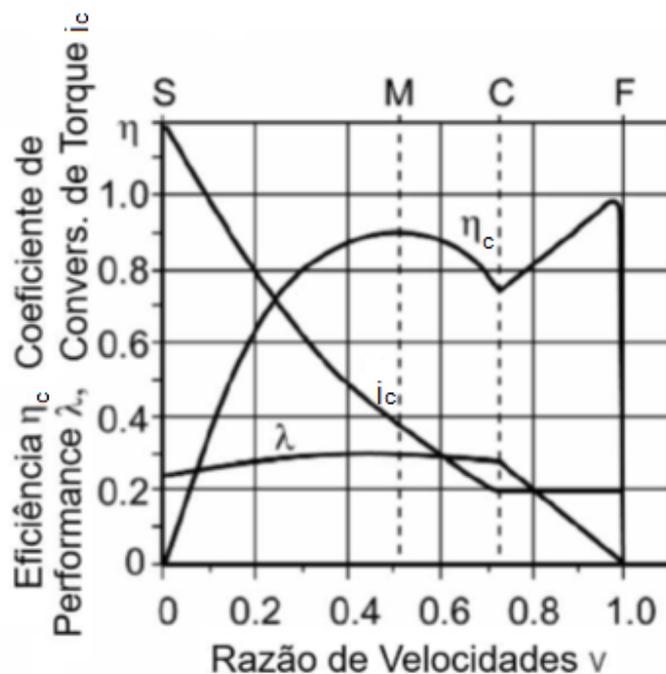


FIG. 3.3: Curvas do conversor de torque (NAUNHEIMER *et al.*, 2011)

Após passar pelo conversor, o torque chega à caixa de marchas FIG. 3.4. O condutor seleciona manualmente a marcha do veículo e o torque é multiplicado pela razão correspondente à marcha escolhida.

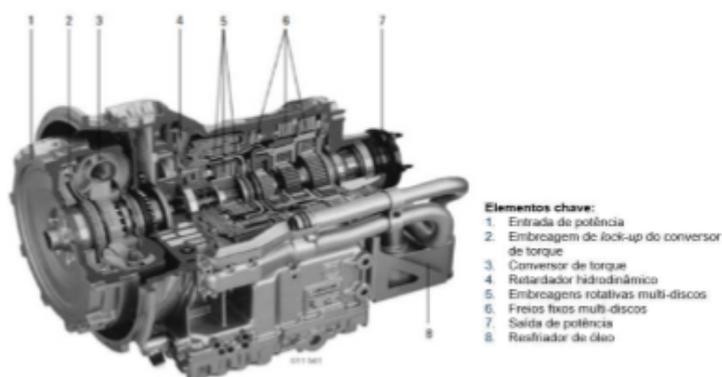


FIG. 3.4: Caixa de marchas da VBTP Guarani (ZF, 2006)

Em um veículo que tem tração em mais de um eixo, o torque que sai da caixa de marchas deve passar por uma caixa de transferência, onde ele é dividido entre os eixos motores. Cada eixo motor possui um diferencial que recebe torque e o divide entre a

roda esquerda e a direita. Veículos pesados, como viaturas militares, também costumam ter uma redução final no cubo das rodas, para garantir que haja torque o suficiente para movimentar o veículo.

O valor do torque que chega na roda ( $T_{roda}$ ) é dado pela EQ. 3.2, na qual  $i_c$  é a redução do conversor de torque,  $i_g$  é a redução da caixa de marchas,  $i_t$  é a redução da caixa de transferência,  $i_d$  é a redução do diferencial,  $i_r$  é a redução no cubo da roda,  $n$  é o número de eixos com tração e  $\eta$  é a eficiência do sistema de transmissão.

$$T_{roda} = \frac{T_m i_c i_g i_t i_d i_r}{2n} \eta \quad (3.2)$$

Se uma hipótese de rolamento puro for adotada, na qual o pneu rola sem deslizar, a força de tração longitudinal  $F_x$  produzida pelo pneu será igual à razão entre o torque recebido pela roda e o raio deformado  $r$  do pneu.

$$F_x = \frac{T_{roda}}{r} \quad (3.3)$$

A força longitudinal que movimenta o veículo é igual à soma das forças trativas produzidas em cada roda menos as forças de resistência aerodinâmica ( $R_{aer}$ ) e de gradiente ( $R_{grad}$ ).

$$F_{long} = \Sigma F_x - R_{aer} - R_{grad} = m_{total} a \quad (3.4)$$

A força de resistência aerodinâmica ocorre devido ao arrasto aerodinâmico, e é calculada pela EQ. 3.5, onde  $\rho$  é a densidade do ar,  $A_f$  é a área frontal do veículo,  $C_d$  é seu coeficiente de resistência aerodinâmica e  $v_x$  sua velocidade longitudinal.

$$R_{aer} = \frac{1}{2} \rho A_f C_d v_x^2 \quad (3.5)$$

A força de resistência de gradiente surge quando um veículo percorre uma estrada inclinada, e, portanto, uma fração do seu peso se opõe ao seu movimento. Seu valor é dado pela EQ. 3.6, na qual  $m_{total}$  é a massa do veículo,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $\theta_{road}$  é a inclinação da estrada.

$$R_{grad} = m_{total} g \sin(\theta_{road}) \quad (3.6)$$

### 3.1.2 DESLIZAMENTO LONGITUDINAL

Ao receber o torque fornecido pelo motor, o conjunto pneu-roda rotaciona. Como os pneus são feitos de borracha, um material deformável e visco-elástico, o contato do pneu com o solo se dá através de uma área e, ao girar, a banda de contato do pneu se contrai e distende, produzindo regiões de atrito e de deslizamento que fazem com que o pneu rode e deslize ao mesmo tempo.

Para se obter uma modelagem mais precisa dos resultados, é necessário usar um modelo matemático de pneu que considere o fenômeno do deslizamento longitudinal. A FIG. 3.5 mostra o sistema de coordenadas da norma ISO 4130, utilizado no trabalho, assim como os planos e ângulos do pneu e os esforços que agem sobre ele.

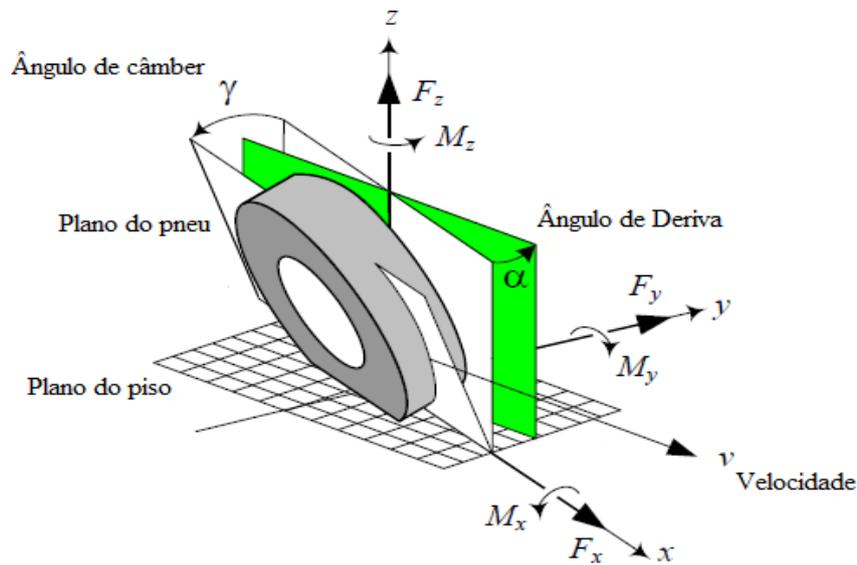


FIG. 3.5: referencial do pneu segundo a norma ISO 4130 (JAZAR, 2014)

Como o escopo desse trabalho é apenas a dinâmica longitudinal e a vertical, os únicos esforços relevantes são a força trativa, o torque fornecido à roda, a normal do pneu e a força de resistência ao rolamento. Os efeitos dos ângulos de deriva e de câmbio são desprezados na modelagem.

A força de resistência ao rolamento ocorre devido à distribuição assimétrica da carga sobre a área de contato pneu-solo. As características visco-elásticas da borracha causam o surgimento de uma região de compressão na porção anterior da área em contato com o solo e de uma região de distensão na porção posterior área quando a roda gira. Isso faz com que a reação normal de apoio do pneu com o solo  $F_z$  se desloque de uma distância  $\Delta x$  à frente do centro da roda na horizontal, conforme ilustrado na FIG. 3.6. Esse *offset* produz um momento na direção oposta ao rolamento.

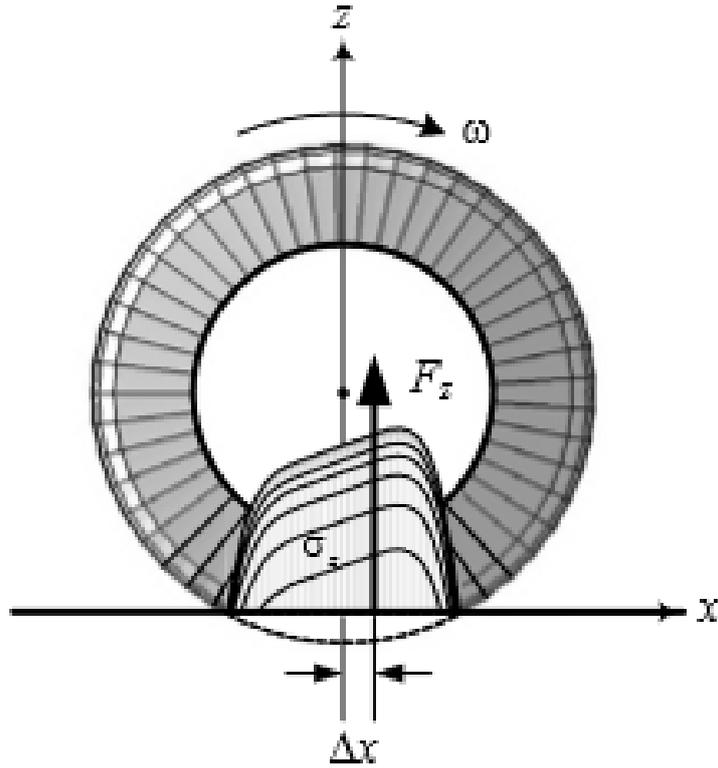


FIG. 3.6: Resistência ao rolamento (JAZAR, 2014)

Segundo JAZAR (2014), a resistência ao rolamento pode ser estimada usando a fórmula empírica da EQ. 3.7, na qual  $K$  e  $f$  são constantes.

$$F_{rol} = (f + K v_x^2) F_z \quad (3.7)$$

Para calcular o deslizamento do pneu ( $s_x$ ), é preciso resolver a equação de movimento, de Euler (EQ. 3.8 e 3.9), do conjunto roda/pneu, obtendo assim sua aceleração angular. Desta, obtém-se a velocidade angular do conjunto ( $\omega$ ), que é comparada com a velocidade linear do centro da roda (EQ. 3.10).

$$I_{pneu} \frac{d\omega}{dt} = \Sigma T \quad (3.8)$$

$$I_{pneu} \frac{d\omega}{dt} = T_r - F_{rol} r - F_x r \quad (3.9)$$

$$s_x = \frac{\omega r}{v_x} \quad (3.10)$$

A força de tração ( $F_x$ ) na direção longitudinal é obtida em função do deslizamento

longitudinal. Nesse trabalho, a relação entre essas duas grandezas é calculada utilizando-se o TMeasy, um modelo semi-físico de pneus desenvolvido por RILL (2011) que calcula a força trativa produzida por eles em função do deslizamento e de parâmetros físicos dos pneus. A relação entre a força trativa longitudinal produzida pelo pneu e o valor do deslizamento longitudinal é ilustrada qualitativamente no gráfico da FIG. 3.7.

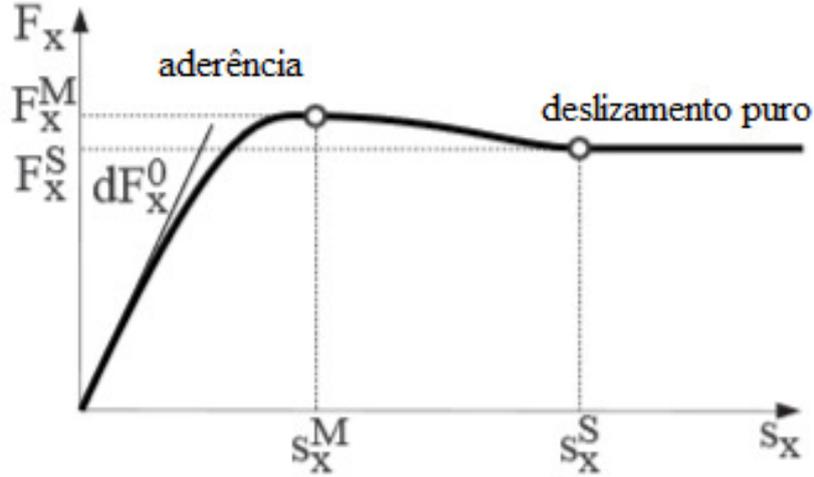


FIG. 3.7: Gráfico característico da força longitudinal em função do deslizamento longitudinal (RILL, 2011)

Como se pode ver, num primeiro momento, o valor da força aumenta quase linearmente, junto com o deslizamento, a uma taxa  $dF_x^0$ , que representa a inclinação da curva. A taxa de crescimento diminui, mas a força continua aumentando até chegar a seu valor máximo  $F_x^M$ , onde  $s_x^M$  é o valor de deslizamento no qual a força é máxima. Nessa região do gráfico a aderência predomina.

Após isso, há uma região de transição, na qual a força cai até se estabilizar em um valor de deslizamento  $F_x^S$ , onde  $s_x^S$  é o valor de deslizamento no qual a força se estabiliza. Nessa região final, o deslizamento predomina.

O TMeasy utiliza equações para descrever cada região do gráfico força x deslizamento. O comportamento da primeira região do gráfico, na qual a aderência predomina e  $s_x \leq s_x^M$  é descrito pela EQ. 3.11

$$F_x(s_x) = \frac{s_x}{1 + \frac{s_x}{s_x^M} \left( \frac{s_x}{s_x^M} + \frac{dF_x^0 s_x^M}{F_x^M} - 2 \right)} dF_x^0 \quad (3.11)$$

A região intermediária de transição  $s_x^M \leq s_x \leq s_x^S$  é representada por duas equações quadráticas, uma negativa e outra positiva. EQ. 3.12 e 3.13 representam a parte da região de transição em que  $s_x \leq s_x^*$  e EQ. 3.14 e 3.15, a parte na qual  $s_x > s_x^*$ .

$$F_x(s_x) = F_x^M - a(s_x - s_x^M)^2 \quad (3.12)$$

$$a = \frac{dF_x^0}{s_x^M} \left( \frac{F_x^M}{dF_x^0 s_x^M} \right)^2 \quad (3.13)$$

$$F_x(s_x) = F_x^S - b(s_x^S - s_x)^2 \quad (3.14)$$

$$b = \frac{s_x^* - s_x^M}{s_x^S - s_x^*} a \quad (3.15)$$

O parâmetro  $s_x^*$  usado para dividir a região intermediária em duas, é obtido a partir da EQ. 3.16.

$$s_x^* = s_x^M + \frac{F_x^M - F_x^S}{a(s_x^S - s_x^M)} \quad (3.16)$$

Por fim, a última região do gráfico, em que o deslizamento predomina e  $s_x > s_x^S$ , é representada pela EQ. 3.17.

$$F_x(s_x) = F_x^S \quad (3.17)$$

O valor dos parâmetros  $dF_x^0$ ,  $F_x^M$ ,  $s_x^M$ ,  $F_x^S$  e  $s_x^S$  varia de acordo com a carga vertical sobre o pneu (FIG. 3.8) e com o coeficiente de atrito pneu-solo (FIG. 3.9). O aumento da carga faz com que o pneu se deforme mais e assim aumente sua área de contato com o solo. O coeficiente de atrito, por sua vez, indica o quão aderente é a pista onde o pneu trafega. Em ambos os casos, um aumento nessas variáveis irá implicar num aumento da força trativa produzida pelo pneu e numa diminuição da região de deslizamento no gráfico do pneu.

Para contabilizar a variação provocada pela carga sobre o pneu, Rill sugere o uso de interpolações ou extrapolações quadráticas e lineares. Sabendo-se os valores que os parâmetros  $dF_x^0$ ,  $F_x^M$  e  $F_x^S$  assumem quando o pneu está submetido a sua carga nominal ( $F_z^N$ ) e os valores que eles assumem quando o pneu está submetido ao dobro de sua carga nominal ( $2F_z^N$ ), é possível calcular o valor que eles assumem sob uma carga qualquer ( $F_z$ ) com a EQ. 3.18, na qual  $Y(F_z)$  é o valor do parâmetro  $dF_x^0$ ,  $F_x^M$  ou  $F_x^S$  referente à carga entre parênteses.

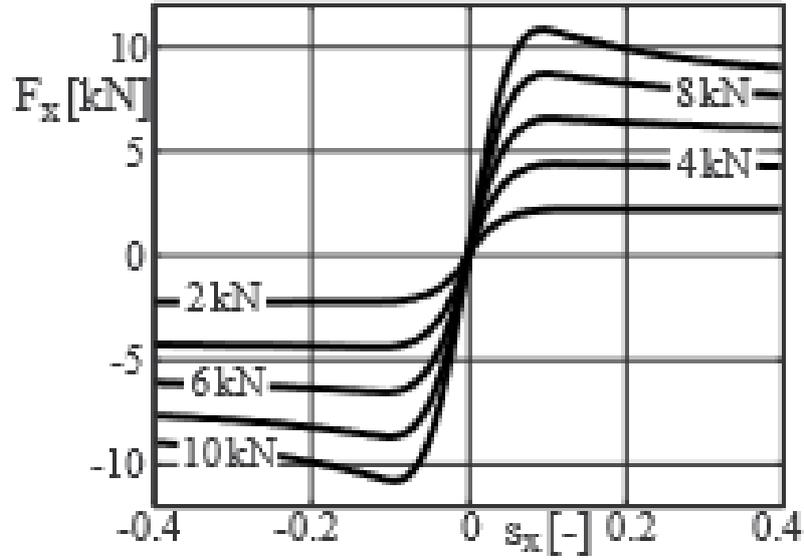


FIG. 3.8: Variação da força de tração longitudinal em função da carga vertical (RILL, 2011)

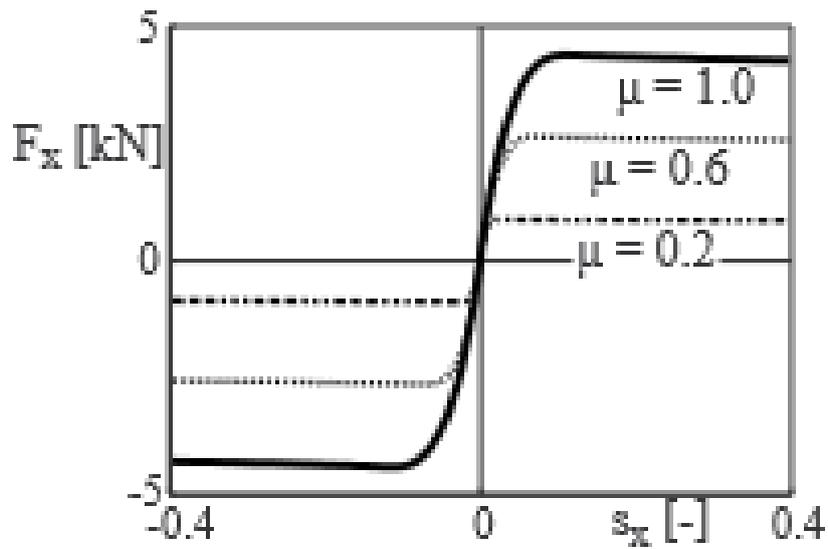


FIG. 3.9: Variação da força de tração longitudinal em função do coeficiente de atrito pneu-solo (RILL, 2011)

$$Y(F_z) = \frac{F_z}{F_z^N} \left[ 2Y(F_z^N) - \frac{1}{2}Y(2F_z^N) - \left( Y(F_z^N) - \frac{1}{2}Y(2F_z^N) \right) \frac{F_z}{F_z^N} \right] \quad (3.18)$$

Já para se obter os valores de  $s_x^M$  e  $s_x^S$  sob uma carga qualquer, é preciso usar a fórmula linear descrita na EQ. 3.19, onde  $X(F_z)$  é o valor assumido por  $s_x^M$  ou  $s_x^S$  quando o pneu estiver suportando a carga entre parênteses.

$$X(F_z) = X(F_z^N) + (X(2F_z^N) - X(F_z^N))\left(\frac{F_z}{F_z^N} - 1\right) \quad (3.19)$$

No caso do coeficiente de atrito, a conversão do valor de um parâmetro  $F_x^M$ ,  $s_x^M$ ,  $F_x^S$  ou  $s_x^S$  referente a um solo com coeficiente de atrito  $\mu_0$  para seu valor referente a um solo com coeficiente de atrito  $\mu_L$  é feita da forma descrita pela EQ. 3.20. Vale notar que o parâmetro  $dF_x^0$  permanece inalterado.

$$F_x^M \rightarrow \frac{\mu_L}{\mu_0} F_x^M, \quad F_x^S \rightarrow \frac{\mu_L}{\mu_0} F_x^S, \quad s_x^M \rightarrow \frac{\mu_L}{\mu_0} s_x^M, \quad s_x^S \rightarrow \frac{\mu_L}{\mu_0} s_x^S \quad (3.20)$$

### 3.2 DINÂMICA VERTICAL

A resposta do chassi, suspensões e rodas do veículo às excitações de base são os tópicos estudados pela dinâmica vertical. Assim como no modelo da dinâmica longitudinal de pneus, adota-se o referencial ISO 4130 para os estudos, conforme a FIG. 3.10

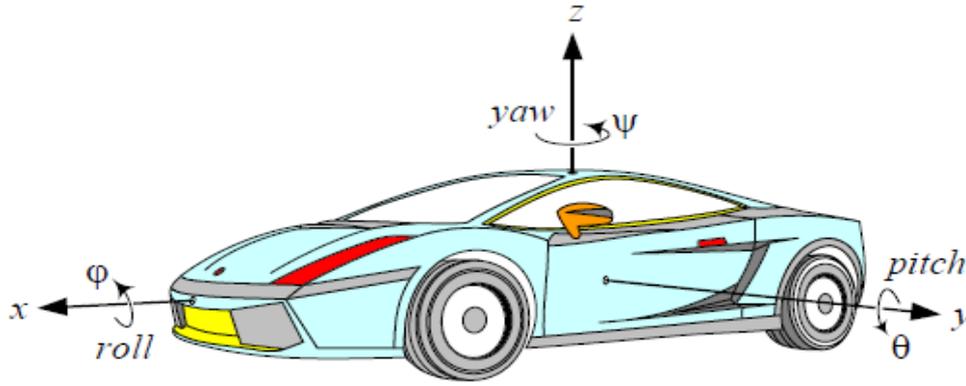


FIG. 3.10: Sistema de coordenadas ISO 4130 (JAZAR, 2014)

Um modelo de 1/2 carro (FIG. 3.11) é adotado nesta dissertação para representar a VBTP Guarani. Esse modelo, amplamente utilizado em trabalhos acadêmicos, considera que a viatura é composta por uma massa suspensa, que representa seu o chassi, com dois graus de liberdade, rotação e deslocamento vertical do centro de gravidade, e que está conectada, por suspensões independentes, a três massas não suspensas, que representam as rodas e braços de suspensão e direção dos eixos dianteiro, intermediário e traseiro. Cada uma dessas massas não-suspensas ( $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$ ) está sujeita a uma excitação de base e possui um grau de liberdade, o deslocamento vertical de seu centro de gravidade.

As suspensões dianteira, intermediária e traseira são representadas, cada uma, por um elemento de rigidez ( $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$ ) e um elemento de amortecimento ( $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$ ), que ligam suas respectivas massas não-suspensas à massa suspensa. A interação dos pneus

com o solo é representada por elementos de rigidez ( $k_{t1}$ ,  $k_{t2}$  e  $k_{t3}$ ) que se encontram entre cada massa não-suspensa e sua respectiva excitação de base.

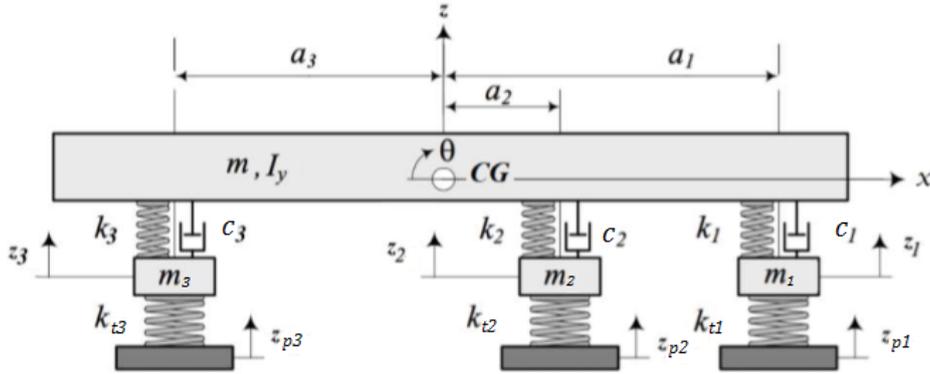


FIG. 3.11: Modelo físico-matemático de 1/2 carro (CAMPOS, 2017)

Por simplificação e por dados obtidos nas referências bibliográficas, o amortecimento nos pneus não é considerado neste trabalho, pois, em geral, ele é desprezível quando comparado à rigidez ( $c_{ti} \ll k_{ti}$ ).

Segundo JAZAR (2014) o comportamento do modelo de 1/2 carro pode ser descrito em cada um de seus graus de liberdade pelas EQ. 3.21 a 3.28.

Usando-se a lei de Newton para calcular o somatório das forças que atuam no chassi, obtém-se as EQ. 3.21 a 3.24 que descrevem o deslocamento de seu centro de massa na direção vertical

$$m\ddot{z} + F_1 + F_2 + F_3 = 0 \quad (3.21)$$

$$F_1 = c_1(\dot{z} - \dot{z}_1 - a_1\dot{\theta}) + k_1(z - z_1 - a_1\theta) = 0 \quad (3.22)$$

$$F_2 = c_2(\dot{z} - \dot{z}_2 - a_2\dot{\theta}) + k_2(z - z_2 - a_2\theta) = 0 \quad (3.23)$$

$$F_3 = c_3(\dot{z} - \dot{z}_3 + a_3\dot{\theta}) + k_3(z - z_3 + a_3\theta) = 0 \quad (3.24)$$

Usando-se a lei de Euler para calcular o somatório dos momentos que atuam no chassi, obtém-se a EQ. 3.25 que descreve o deslocamento angular em torno do centro de massa do chassi.

$$I_y\ddot{\theta} - a_1F_1 - a_2F_2 + a_3F_3 = 0 \quad (3.25)$$

As EQ. 3.26 a 3.28, obtidas por meio da lei de Newton descrevem o comportamento dinâmico na direção vertical da massa não suspensa dianteira, da massa não suspensa intermediária e da massa não suspensa traseira, respectivamente.

$$m_1\ddot{z}_1 - c_1(\dot{z} - \dot{z}_1 - a_1\dot{\theta}) - k_1(z - z_1 - a_1\theta) + k_{t1}(z_1 - z_{p1}) = 0 \quad (3.26)$$

$$m_2\ddot{z}_2 - c_2(\dot{z} - \dot{z}_2 - a_2\dot{\theta}) - k_2(z - z_2 - a_2\theta) + k_{t2}(z_2 - z_{p2}) = 0 \quad (3.27)$$

$$m_3\ddot{z}_3 - c_3(\dot{z} - \dot{z}_3 + a_3\dot{\theta}) - k_3(z - z_3 + a_3\theta) + k_{t3}(z_3 - z_{p3}) = 0 \quad (3.28)$$

O significado físico dos parâmetros utilizados no equacionamento do modelo é encontrado na TAB. 3.1.

TAB. 3.1: Parâmetros utilizados no modelo de 1/2 carro e suas respectivas unidades.

Parâmetro	Símbolo	Unidade
Posição vertical da massa suspensa	$z$	$m$
Posição angular da massa suspensa	$\theta$	$rad$
Posição vertical da massa não-suspensa dianteira	$z_1$	$m$
Posição vertical da massa não-suspensa intermediária	$z_2$	$m$
Posição vertical da massa não-suspensa traseira	$z_3$	$m$
Massa do chassi	$m$	$kg$
Momento de inércia de arfagem	$I_y$	$kgm^2$
Massa não-suspensa dianteira	$m_1$	$kg$
Massa não-suspensa intermediária	$m_2$	$kg$
Massa não-suspensa traseira	$m_3$	$kg$
Rigidez da suspensão dianteira	$k_1$	$N/m$
Rigidez da suspensão intermediária	$k_2$	$N/m$
Rigidez da suspensão traseira	$k_3$	$N/m$
Rigidez do pneu dianteiro	$k_{t1}$	$N/m$
Rigidez do pneu intermediário	$k_{t2}$	$N/m$
Rigidez do pneu traseiro	$k_{t3}$	$N/m$
Amortecimento da suspensão dianteira	$c_1$	$Ns/m$
Amortecimento da suspensão intermediária	$c_2$	$Ns/m$
Amortecimento da suspensão traseira	$c_3$	$Ns/m$
Distância do CG ao eixo dianteiro	$a_1$	$m$
Distância do CG ao eixo intermediário	$a_2$	$m$
Distância do CG ao eixo traseiro	$a_3$	$m$
Excitação de base no pneu dianteiro	$z_{p1}$	$m$
Excitação de base no pneu intermediário	$z_{p2}$	$m$
Excitação de base no pneu traseiro	$z_{p3}$	$m$

Uma característica da suspensão hidropneumática utilizada na VBTP Guarani é que seu coeficiente de amortecimento assume dois valores distintos. Quando a suspensão de um eixo está sendo comprimida (*bump*), o coeficiente assume o valor  $c_{bump}$ ; e quando essa mesma suspensão distende (*rebound*), o coeficiente assume o valor  $c_{rebound}$ .

Outra característica do Guarani é o uso da configuração de suspensão *MacPherson*, na qual a massa não suspensa é conectada ao chassi pela coluna de amortecimento, que possui uma inclinação  $\alpha$  e por um braço de suspensão. A inclinação da coluna precisa ser considerada no cálculo da força vertical produzida pela suspensão e, para isso, calcula-se o fator  $C_{eqa}$  da EQ. 3.29. Já o *offset* entre os planos do amortecedor e da roda é dado pela EQ. 3.30.

$$C_{eqa} = \frac{1}{\cos^2(\alpha)} \quad (3.29)$$

$$C_{eqd} = \left(\frac{da_2}{da_1}\right)^2 \quad (3.30)$$

Como JAZAR (2014) demonstra, o efeito do *offset* entre os planos influencia apenas a força exercida pela suspensão sobre a massa não-suspensa ( $F_{isp}$ ), enquanto que a força exercida pela suspensão sobre o chassi ( $F_{isc}$ ) é influenciada apenas pelo ângulo  $\alpha$ , conforme as EQ. 3.31 e 3.32 descrevem.

$$F_{isp} = C_{eqa}C_{eqd}F_i \quad (3.31)$$

$$F_{isc} = C_{eqa}F_i \quad (3.32)$$

### 3.2.1 MODELO DE PNEU COM MAIS DE UM PONTO DE CONTATO

O modelo de dinâmica vertical mostrado anteriormente representa, por simplificação, o contato do pneu como um único ponto. Contudo, isso não representa a realidade de uma maneira precisa. Como exemplo, tem-se o apresentado na FIG. 3.12, que mostra o pneu de um veículo entrando em contato com um obstáculo. Como é possível observar, uma região da banda de rodagem do pneu, que se encontra à frente da região em contato com o solo, é deformada pelo contato com o obstáculo. Para uma simulação precisa de um veículo transpondo grandes obstáculos, é necessário considerar esse efeito durante a modelagem.



FIG. 3.12: Pneu subindo um obstáculo

TRISTÃO (2017) propõe um modelo de múltiplos pontos de contato que usa vetores para representar as extremidades do pneu (FIG. 3.13). Tal modelo serve de base para a modelagem da dinâmica vertical dos pneus neste trabalho.

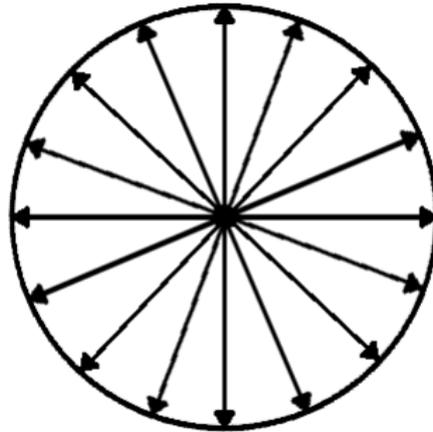


FIG. 3.13: Vetores radiais no modelo de Tristão (TRISTÃO, 2017)

A FIG. 3.14 representa um pneu de raio indeformado  $r_i$  prestes a entrar em contato com um degrau de altura  $h$ . O centro do pneu está localizado nas coordenadas  $(x_0, z_0)$ , o ponto do degrau que entrará em contato com o pneu se encontra nas coordenadas  $(x_c, z_c)$  e a distância  $d$  entre esses dois pontos possui a dimensão horizontal  $\Delta x$ , a vertical  $\Delta z$  e a inclinação  $\beta$ .

Quando o contato ocorre, conforme a FIG. 3.15 mostra, a deformação resultante produz uma força na direção radial do pneu, chamada  $F_d$ , e uma força  $F_t$  na direção tangencial. Nesse caso, as EQ. 3.21 a 3.25, são mantidas, pois tratam apenas da massa suspensa. As EQ. 3.26 a EQ. 3.28, no entanto, precisam ser reescritas para levar em consideração os esforços no pneu causados pelo contato com o degrau.

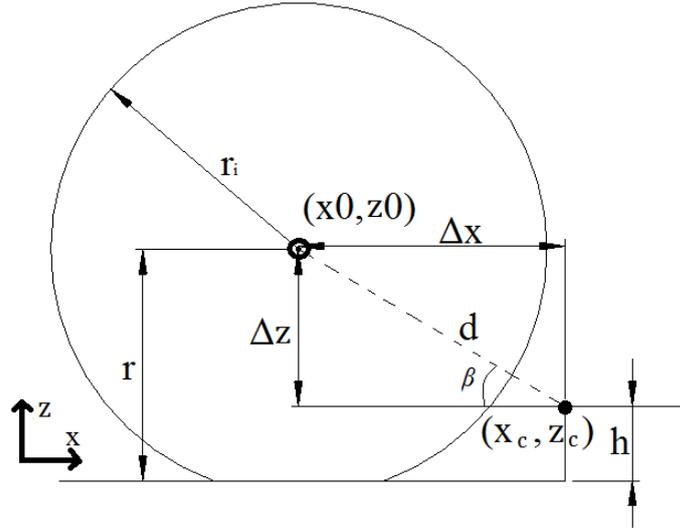


FIG. 3.14: Pneu e obstáculo

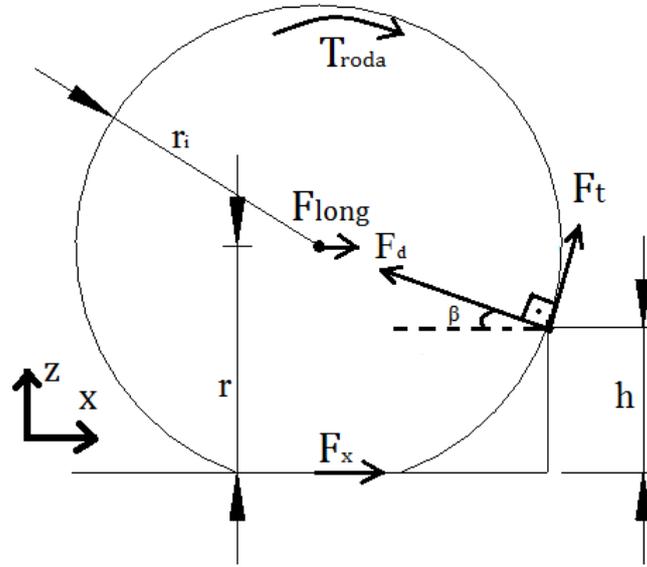


FIG. 3.15: Forças e velocidades devido ao contato com o degrau

$$m_1 \ddot{z}_1 - c_1(\dot{z} - \dot{z}_1 - a_1 \dot{\theta}) - k_1(z - z_1 - a_1 \theta) + k_{t1}(z_1 - z_{p1}) = F_{d1} \text{sen}(\beta) + F_{t1} \text{cos}(\beta) \quad (3.33)$$

$$m_2 \ddot{z}_2 - c_2(\dot{z} - \dot{z}_2 - a_2 \dot{\theta}) - k_2(z - z_2 - a_2 \theta) + k_{t1}(z_2 - z_{p2}) = F_{d2} \text{sen}(\beta) + F_{t2} \text{cos}(\beta) \quad (3.34)$$

$$m_3\ddot{z}_3 - c_3(\dot{z} - \dot{z}_3 + a_3\dot{\theta}) - k_3(z - z_3 + a_3\theta) + k_{t3}(z_3 - z_{p3}) = F_{d3}\text{sen}(\beta) + F_{t3}\text{cos}(\beta) \quad (3.35)$$

Nas quais  $F_{d1}$  e  $F_{t1}$  são as forças na direção radial e na direção tangencial da roda dianteira causadas pelo contato do pneu dianteiro com o degrau,  $F_{d2}$  e  $F_{t2}$  são as forças na direção radial e na direção tangencial da roda intermediária causadas pelo contato do pneu intermediário com o degrau, e  $F_{d3}$  e  $F_{t3}$  são as forças na direção radial e na direção tangencial da roda traseira causadas pelo contato do pneu traseiro com o degrau.

Sabendo-se a velocidade longitudinal  $v_x$  do veículo, as posições horizontais  $x0_1$  do centro da roda dianteira,  $x0_2$  do centro da roda intermediária e  $x0_3$  do centro da roda traseira, podem ser definidas pelas EQ. 3.36 a 3.38.

$$x0_1 = a_1 + \int_0^t v_x dt \quad (3.36)$$

$$x0_2 = a_2 + \int_0^t v_x dt \quad (3.37)$$

$$x0_3 = -a_3 + \int_0^t v_x dt \quad (3.38)$$

Já as posições verticais do centro da roda dianteira  $z0_1$ , da roda intermediária  $z0_2$  e da roda traseira  $z0_3$  serão dadas pelas EQ. 3.39 a EQ. 3.41, nas quais  $f(x)$  é uma função que mostra a altura  $z$  da pista no ponto  $x$ .

$$z0_1 = r_i + z_1 + f(x0_1) \quad (3.39)$$

$$z0_2 = r_i + z_2 + f(x0_2) \quad (3.40)$$

$$z0_3 = r_i + z_3 + f(x0_3) \quad (3.41)$$

Para representar um degrau, a função  $f(x)$  assume a seguinte forma:

$$f(x < a_d) = 0; \quad (3.42)$$

$$f(x \geq a_d) = h; \quad (3.43)$$

Na qual  $a_d$  é a distância entre o degrau e o início da pista.

Sabendo-se as coordenadas dos centros das rodas e do degrau, as distâncias  $d_1$ ,  $d_2$  e  $d_3$  entre cada centro e o degrau podem ser calculadas por meio das EQ. 3.44 a 3.52.

$$d_1 = \sqrt{(\Delta x_1)^2 + (\Delta z_1)^2} \quad (3.44)$$

$$d_2 = \sqrt{(\Delta x_2)^2 + (\Delta z_2)^2} \quad (3.45)$$

$$d_3 = \sqrt{(\Delta x_3)^2 + (\Delta z_3)^2} \quad (3.46)$$

$$\Delta x_1 = x_{01} - x_c \quad (3.47)$$

$$\Delta x_2 = x_{02} - x_c \quad (3.48)$$

$$\Delta x_3 = x_{03} - x_c \quad (3.49)$$

$$\Delta z_1 = z_{01} - z_c \quad (3.50)$$

$$\Delta z_2 = z_{02} - z_c \quad (3.51)$$

$$\Delta z_3 = z_{03} - z_c \quad (3.52)$$

A deformação  $\epsilon$  surgirá no instante em que a distância  $d$  passa a ser inferior ao valor do raio indeformado  $r_i$  e seu valor, para cada roda, é calculado pelas EQ. 3.53 a 3.55.

$$\epsilon_1 = r_i - d_1 \quad (3.53)$$

$$\epsilon_2 = r_i - d_2 \quad (3.54)$$

$$\epsilon_3 = r_i - d_3 \quad (3.55)$$

A força radial que o degrau exerce sobre o pneu ( $F_d$ ) possui apenas uma parcela elástica  $F_{kd}$  relacionada à rigidez do pneu, uma vez que o amortecimento do pneu foi desprezado nesse equacionamento. O valor dessa parcela para cada pneu é obtido por meio das EQ. 3.56 a 3.58.

$$F_{d1} = F_{kd1} = k_{t1}\epsilon_1 \quad (3.56)$$

$$F_{d2} = F_{kd2} = k_{t2}\epsilon_2 \quad (3.57)$$

$$F_{d3} = F_{kd3} = k_{t3}\epsilon_3 \quad (3.58)$$

O valor da força tangencial devido ao contato de cada roda com o degrau é igual ao produto da força radial com o coeficiente de atrito do pneu com o degrau ( $\mu_d$ ):

$$F_{t1} = \mu_d F_{d1} \quad (3.59)$$

$$F_{t2} = \mu_d F_{d2} \quad (3.60)$$

$$F_{t3} = \mu_d F_{d3} \quad (3.61)$$

Assim como as equações da dinâmica vertical precisaram ser reescritas devido ao modelo de pneu com mais de um ponto de contato, as equações da dinâmica longitudinal EQ. 3.4 e EQ. 3.9 assumem as formas:

$$F_{long} = \Sigma F_x - R_{aer} - R_{grad} - \Sigma F_d \cos(\beta) + \Sigma F_t \sin(\beta) \quad (3.62)$$

$$I_{pneu1} \frac{d\omega_1}{dt} = T_r - F_{rol1} r_1 - F_{x1} r_1 - F_{t1} d_1 \quad (3.63)$$

$$I_{pneu2} \frac{d\omega_2}{dt} = T_r - F_{rol2} r_2 - F_{x2} r_2 - F_{t2} d_2 \quad (3.64)$$

$$I_{pneu3} \frac{d\omega_3}{dt} = T_r - F_{rol3} r_2 - F_{x3} r_2 - F_{t3} d_3 \quad (3.65)$$

### 3.3 INTEGRAÇÃO DAS DINÂMICAS

A influência dos esforços longitudinais na dinâmica vertical e a influência dos esforços verticais na dinâmica longitudinal precisa ser considerada ao se integrar as dinâmicas.

Para realizar isso, utiliza-se a metodologia do Fluxo de Potência para garantir que ambos os modelos funcionem respeitando suas respectivas leis de causa e efeito. Também são usadas Matrizes de Vínculos Cinemáticos (COSTA NETO, 2001), que permitem a transferência, para o centro de gravidade do chassi, de todas as velocidades e forças que atuam na dinâmica vertical.

Uma dessas influências é o momento que as forças de tração dos pneus exercem no chassi do veículo. Como esses esforços se encontram a uma distância  $h$  do centro de massa, a EQ. 3.66 precisa ser reescrita:

$$I_y \ddot{\theta} - a_1 F_1 - a_2 F_2 + a_3 F_3 = -M_f \quad (3.66)$$

$$M_f = \Sigma F_x h \quad (3.67)$$

Esse efeito provoca a transferência dinâmica de peso, na qual a carga suportada por cada eixo do veículo varia conforme seu movimento. Ao acelerar, o veículo exerce uma fração maior do seu peso nas rodas traseiras do que exerceria numa condição estática, e ao desacelerar essa fração do peso é exercida sobre as rodas dianteiras.

A força trativa produzida por uma roda varia de acordo com a carga sobre ela, logo, tanto a transferência dinâmica de peso, quanto os esforços da dinâmica vertical fazem com que a força de tração varie durante o movimento do veículo. Feita a integração, é realizada a simulação do veículo transpondo obstáculos com o modelo de pneu completo e os resultados são estudados e validados.

## 4 MODELAGEM DO VEÍCULO

Usando os conceitos teóricos abordados no Capítulo 3, um modelo matemático computacional do veículo é criado para validar as ideias propostas e simular a VBTP Guarani atravessando obstáculos. O modelo foi criado no ambiente Simulink<sup>®</sup> do *software* MATLAB<sup>®</sup>, que trabalha com diagrama de blocos. Neste capítulo, a modelagem empregada é explicada e os parâmetros utilizados são descritos.

Uma grande vantagem do modelo criado com diagrama de blocos é sua modularidade. Através da substituição dos blocos do modelo é possível, por exemplo, realizar uma simulação do veículo usando um modelo de deslizamento longitudinal diferente ou simular um veículo com uma quantidade de eixos diferente.

### 4.1 MODELO DA DINÂMICA LONGITUDINAL

O modelo matemático da dinâmica longitudinal é construído usando a metodologia do Fluxo de Potência. Nesse modelo os esforços produzidos pelo motor e pelos pneus são calculados e transformados em velocidades usando as equações do capítulo anterior.

A FIG. 4.1 mostra o diagrama de blocos criado para representar a dinâmica longitudinal do Guarani. O bloco chamado "*Powetrain*", representa o conjunto motor-transmissão e produz o torque que movimenta as rodas ( $T_{roda}$ ); três blocos que representam os três eixos do motor, que recebem o torque do bloco "*Powetrain*" e produzem forças de tração longitudinais ( $F_x$ ); e um bloco "Eq. Movimento" que recebe a soma ( $SF_x$ ) das forças de tração longitudinais e fornece a velocidade longitudinal ( $v_x$ ) do veículo.

O diagrama também recebe do modelo da dinâmica vertical as cargas verticais  $F_{z1}$ ,  $F_{z2}$  e  $F_{z3}$  que atuam sobre os três eixos da VBTP Guarani e fornece para o modelo da dinâmica vertical o valor da soma  $SF_x$  das forças de tração longitudinais e o valor da velocidade longitudinal  $v_x$ .

A FIG. 4.2 mostra o interior do bloco "*Powetrain*". Ele consiste num bloco do tipo MATLAB<sup>®</sup> *function* intitulado "Motor" e um bloco chamado "Transmissão", que representa esse subsistema.

O bloco "Motor" recebe a rotação  $w_m$  do motor e os valores da potência e rotação máximas ( $P_{max}$  e  $w_{max}$ ) e calcula o torque  $T_m$  do motor usando a EQ. 3.1. Como um motor a combustão interna opera dentro de uma determinada faixa de rotações, um bloco

do tipo saturação intitulado "limite rotação" é utilizado para manter o valor de  $w_m$  entre seu mínimo  $w_{min}$  e seu máximo  $w_{max}$ .

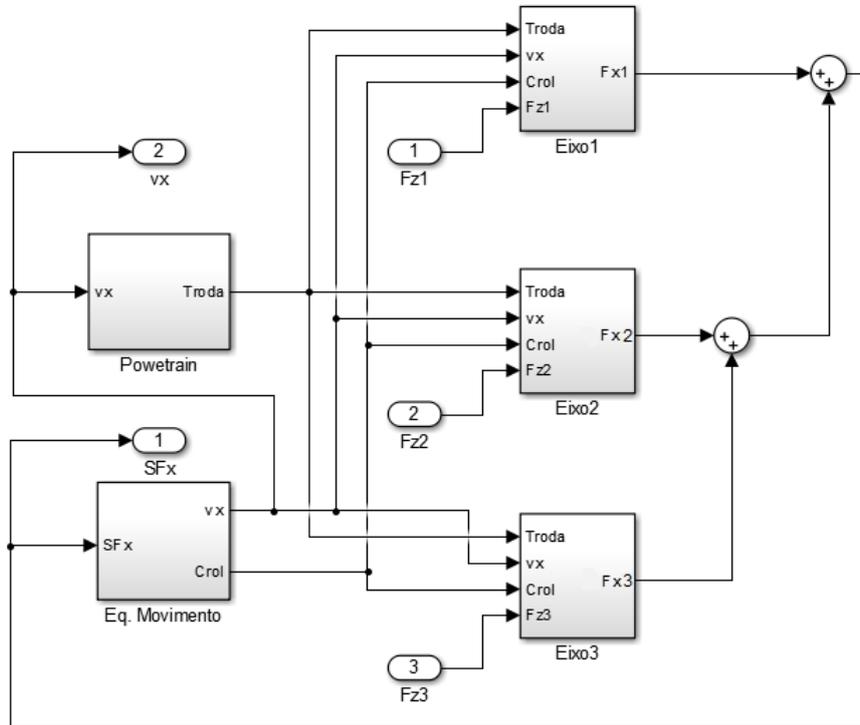


FIG. 4.1: Diagrama de blocos da dinâmica longitudinal do Guarani

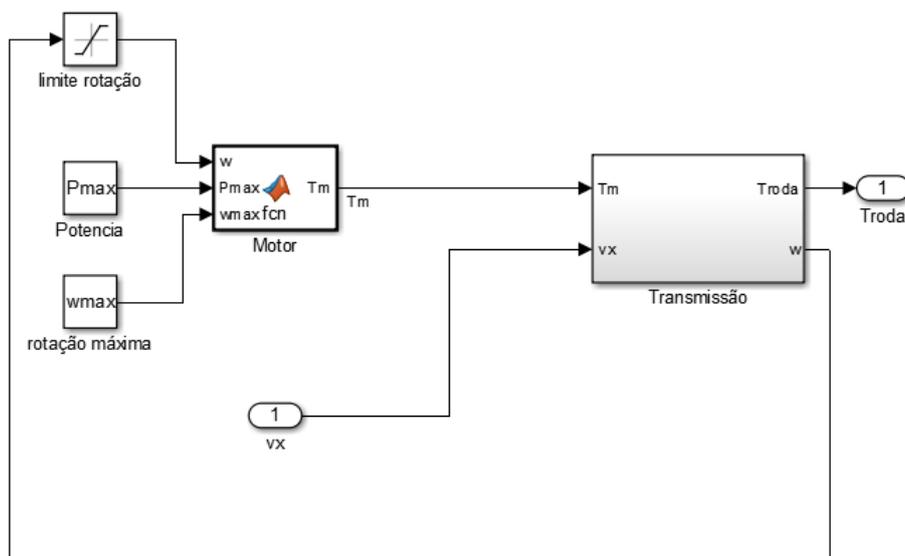


FIG. 4.2: Bloco do *powetrain*

Os valores dos parâmetros do motor a VBTP Guarani utilizados no modelo matemático estão descritos na TAB 4.1. O bloco "Transmissão" recebe o torque  $T_m$  produzido pelo motor e calcula, por meio da EQ. 3.2, o valor do torque  $T_{roda}$  fornecido às rodas.

TAB. 4.1: Valores dos parâmetros do motor da VBTP Guarani (PINTO *et al.*, 2018)

Símbolo	Valor	Unidade
$P_{max}$	282	$kW$
$w_{max}$	1100	$rpm$
$w_{min}$	2100	$rpm$

O valor da redução  $i_c$  do conversor de torque varia de acordo com a razão de velocidades  $\nu$  conforme a curva mostrada na FIG. 3.3. Para calcular o valor de  $i_c$  em função de  $\nu$  é usado um bloco do tipo MATLAB<sup>®</sup> *function* que recebe a razão de velocidades e calcula o valor da redução usando as EQ. 4.1 a 4.3. Estas equações, apresentadas por PINTO *et al.* (2018), descrevem a curva da redução do conversor de torque da VBTP Guarani.

$$i_c(\nu) = 2,195 - 1,494\nu, \text{ se } \nu < 0,8 \quad (4.1)$$

$$i_c(\nu) = 1, \text{ se } 0,8 \leq \nu < 0,99 \quad (4.2)$$

$$i_c(\nu) = 1 - \frac{\nu - 0,99}{0,01}, \text{ se } \nu \geq 0,99 \quad (4.3)$$

A VBTP Guarani possui 6 marchas, cada uma com uma razão distinta, listada na TAB 4.2. Para representar a troca de marcha, um bloco do tipo MATLAB<sup>®</sup> *function* existe no bloco "Transmissão", que recebe o valor da velocidade longitudinal  $v_x$  e seleciona a relação de marcha  $i_g$  apropriada.

TAB. 4.2: Relações de marcha da VBTP Guarani (PINTO *et al.*, 2018)

Marcha	Redução
1a Marcha	5,60
2a Marcha	3,43
3a Marcha	2,01
4a Marcha	1,42
5a Marcha	1,00
6a Marcha	0,83

Os valores da redução da caixa de transferência ( $i_t$ ), do diferencial ( $i_d$ ), do cubo da roda ( $i_d$ ) e da eficiência da transmissão ( $\eta$ ) do Guarani são constantes e estão listados na TAB 4.3.

O bloco "Transmissão" também recebe a velocidade longitudinal  $v_x$  do Guarani e a

desmultiplica pelas relações de transmissão para obter a rotação do motor  $w_m$ .

TAB. 4.3: Valores dos parâmetros da transmissão da VBTP Guarani (PINTO *et al.*, 2018)

Parâmetro	Valor
$i_t$	0,80
$i_d$	1,321
$i_r$	5,20
$\eta$	85%

A FIG. 4.3 mostra o interior de um dos blocos "Eixo". Cada um desses blocos possui dois blocos: "PneuD" e "PneuE", que representam respectivamente o pneu direito e esquerdo de um dos três eixos da VBTP Guarani.

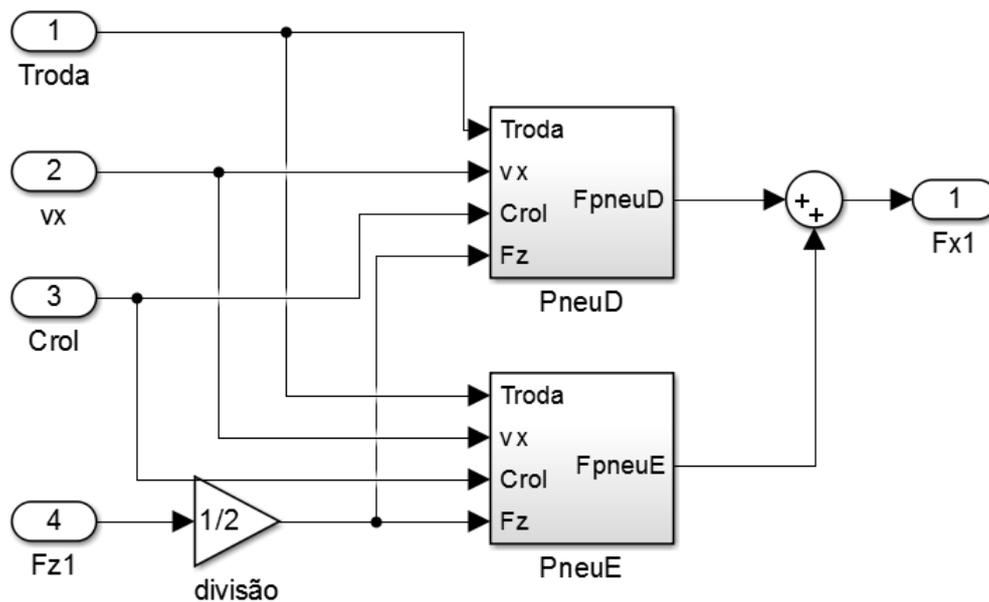


FIG. 4.3: Bloco do eixo 1 na dinâmica longitudinal

Cada pneu recebe o torque  $T_{roda}$ , a velocidade  $v_x$  e o coeficiente de resistência ao rolamento  $C_{rol}$ . A carga vertical sobre o eixo é dividida por dois e enviada para cada pneu. Cada bloco "Pneu" produz uma força trativa longitudinal  $F_x$ , que são somadas e enviadas para o diagrama da dinâmica longitudinal.

A FIG. 4.4 mostra o interior de um dos blocos "Pneu". Primeiramente, os esforços  $T_{roda}$  e  $F_x$ , além do coeficiente de resistência ao rolamento  $C_{rol}$  são enviados a um bloco chamado "Eq. Pneu", que calcula a velocidade angular  $\omega$  da roda usando a EQ. 3.9. Depois, essa velocidade angular e a velocidade longitudinal  $v_x$  seguem para o bloco "Slip", onde o valor do deslizamento longitudinal  $s_x$  é calculado usando a EQ. 3.10. Por fim, o

deslizamento e a carga vertical  $F_z$  sobre o pneu são usados no bloco "TMeasy" para o cálculo da força de tração longitudinal.

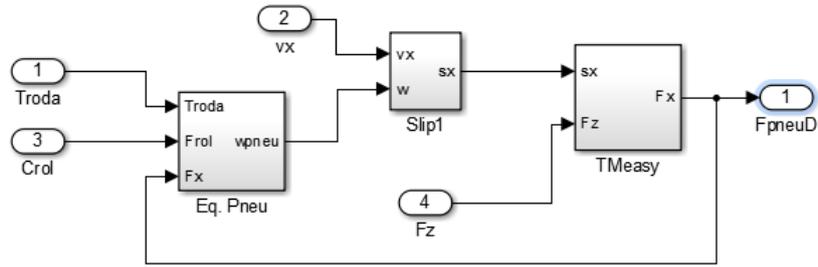


FIG. 4.4: Bloco do pneu

No interior do bloco "TMeasy", mostrado na FIG. 4.5, encontram-se dois blocos do tipo MATLAB<sup>®</sup> *function*. O primeiro bloco, chamado "Interpolação" recebe os vetores "Coef1" e "Coef2", que contém os valores dos coeficientes do TMeasy ( $dF_x^0$ ,  $F_x^M$ ,  $s_x^M$ ,  $F_x^S$  e  $s_x^S$ ) equivalentes respectivamente à carga nominal  $F_z^N$  sobre o pneu e ao dobro da carga nominal  $2F_z^N$ . Usando as EQ. 3.18 e 3.19, esse bloco calcula o valor dos coeficientes do TMeasy equivalente a carga vertical  $F_z$  que atua sobre o pneu. Depois, esses coeficientes passam por um bloco do tipo "ganho", onde são multiplicados pela razão entre os coeficientes de atrito, de acordo com a EQ. 3.20.

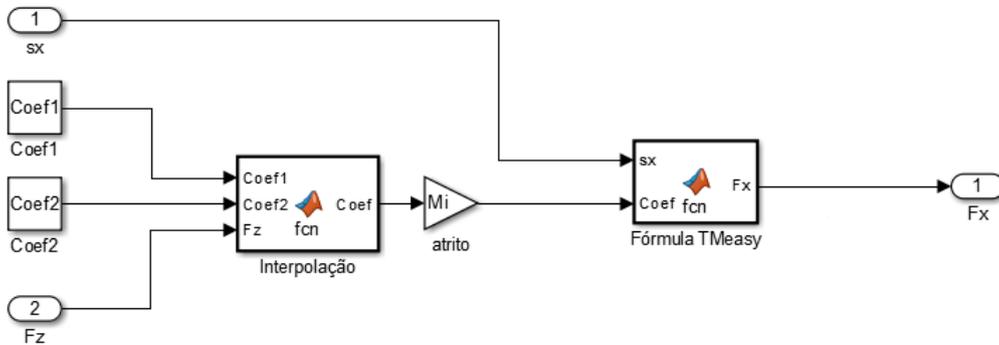


FIG. 4.5: Bloco do TMeasy

Já o bloco "Fórmula TMeasy", recebe o valor do deslizamento longitudinal  $s_x$  e os coeficientes do TMeasy e calcula a força de tração longitudinal  $F_x$  produzida pelo pneu usando as fórmulas do TMeasy descritas nas EQ. 3.11 a 3.17.

O último bloco do modelo da dinâmica longitudinal é o "Eq. Movimento", cujo interior está mostrado na FIG. 4.6.

Nesse bloco, a soma  $SF_x$  das forças longitudinais produzidas nos pneus e as forças resistivas  $F_{res}$  são enviadas a um bloco intitulado "Eq. Mov", que usa a EQ. 3.4 para calcular a aceleração e, conseqüentemente, a velocidade longitudinal  $v_x$ .

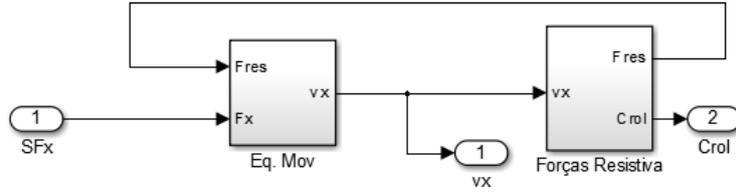


FIG. 4.6: Bloco da equação de movimento

O segundo bloco da FIG. 4.6, intitulado "Forças Resistivas", usa a velocidade longitudinal  $v_x$  e as EQ. 3.5 e 3.6 para calcular as forças resistivas  $F_{res}$  que atuam sobre o veículo. O coeficiente de resistência ao rolamento  $C_{rol}$ , que é o fator  $(f + Kv_x^2)$  da EQ. 3.7, também é calculado nesse bloco. Os valores dos parâmetros utilizados para calcular as forças que atuam no veículo encontram-se listados na TAB 4.4

TAB. 4.4: Valores dos parâmetros das equações de movimento (PINTO *et al.*, 2018)

Parâmetro	Valor
$m_{total}$	15078 kg
$g$	9,81 m/s <sup>2</sup>
$\rho$	1,21 kg/m <sup>3</sup>
$A_f$	4,87 m <sup>2</sup>
$C_d$	0,75
$f$	0,015
$K$	$7 \times 10^{-6}$ s <sup>2</sup> /m <sup>2</sup>

## 4.2 MODELO DA DINÂMICA VERTICAL

A modelagem matemática da dinâmica vertical também é feita usando-se a metodologia do Fluxo de Potência. No diagrama de blocos criado, os esforços das suspensões e dos pneus e suas velocidades verticais são utilizados para determinar a posição vertical e/ou angular dos 5 graus de liberdade do modelo de meio-carro.

A FIG. 4.7 mostra o diagrama de blocos criado para representar a dinâmica vertical da VBTP Guarani. Ele possui um bloco chamado "Massa Suspensa", que representa o chassi e as suspensões, recebe as velocidades verticais das massas não-suspensas ( $v_1$ ,  $v_2$  e  $v_3$ ) e calcula a força exercida sobre as massas não-suspensas ( $F_{1sp}$ ,  $F_{2sp}$  e  $F_{3sp}$ ); e três blocos chamados "Eixo", representando as massas não-suspensas, que recebem a força exercida sobre elas pela massa suspensa e a velocidade longitudinal do veículo, e calculam tanto a velocidade vertical da massa não-suspensa, quanto a variação  $\Delta v$  na velocidade

longitudinal que ocorre quando o veículo transpõe um obstáculo.

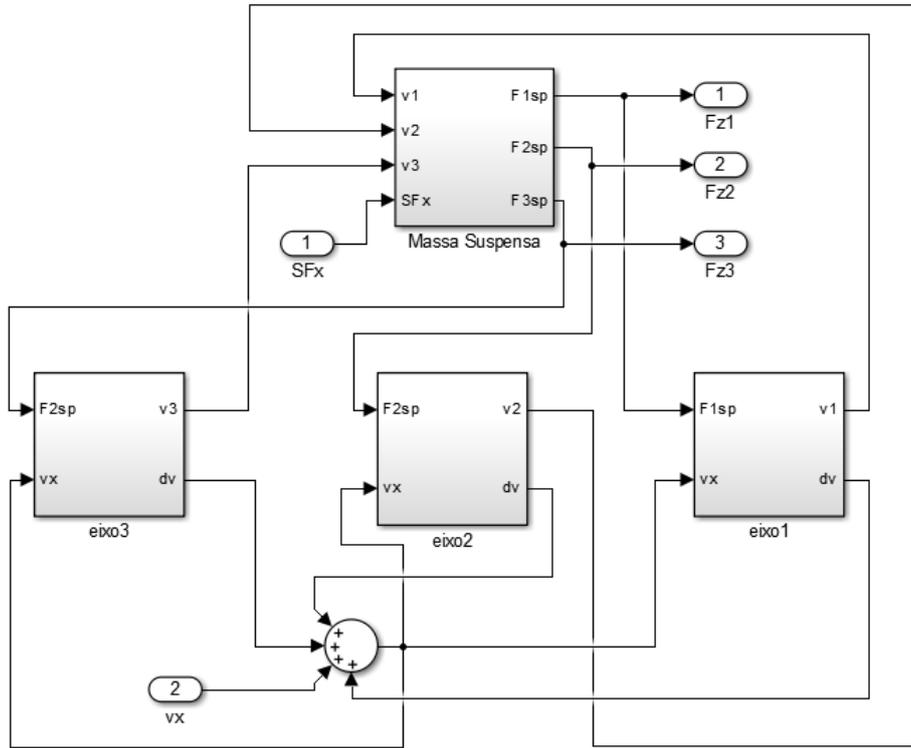


FIG. 4.7: Diagrama de blocos da dinâmica vertical do Guarani

O diagrama recebe do modelo da dinâmica longitudinal o valor da soma  $SF_x$  das forças de tração longitudinais e o valor da velocidade longitudinal  $v_x$  e fornece o valor das cargas verticais  $F_{z1}$ ,  $F_{z2}$  e  $F_{z3}$  que atuam sobre os três eixos da VBTP Guarani.

A FIG. 4.8 mostra o interior do bloco "Massa Suspensa", que contém dois blocos intitulados "Chassi" e "Suspensão". O bloco "Suspensão" primeiramente recebe as velocidades verticais das massas não-suspensas ( $v_1$ ,  $v_2$  e  $v_3$ ), da massa suspensa ( $v_z$ ), e a velocidade angular do chassi ( $\dot{\theta}$ ), e calcula as velocidades relativas entre elas, que são os termos  $(\dot{z} - \dot{z}_1 - a_1\dot{\theta})$ ,  $(\dot{z} - \dot{z}_2 - a_2\dot{\theta})$  e  $(\dot{z} - \dot{z}_3 + a_3\dot{\theta})$  das EQ. 3.22 a 3.24. Depois ele integra esses valores para obter a deformação  $\delta_i$  de cada suspensão, que é dada pelos termos  $(z - z_1 - a_1\theta)$ ,  $(z - z_2 - a_2\theta)$  e  $(z - z_3 + a_3\theta)$ , também das EQ. 3.22 a 3.24. Por fim, o bloco multiplica esses termos pela rigidez e pelo coeficiente de amortecimento apropriado e os soma para calcular as forças  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$ .

A suspensão de qualquer veículo só pode ser comprimida até certo ponto, onde ela atinge um batente, e ela nunca trabalha com tração. A diferença entre o comprimento livre da suspensão e sua compressão máxima é chamada de curso da suspensão. Blocos do tipo MATLAB<sup>®</sup> *function* são usados em "Suspensão" para monitorar o curso da suspensão, impedindo que  $\delta_i$  seja maior que o curso e zerando o valor de  $F_i$  quando  $\delta_i$  for zero.

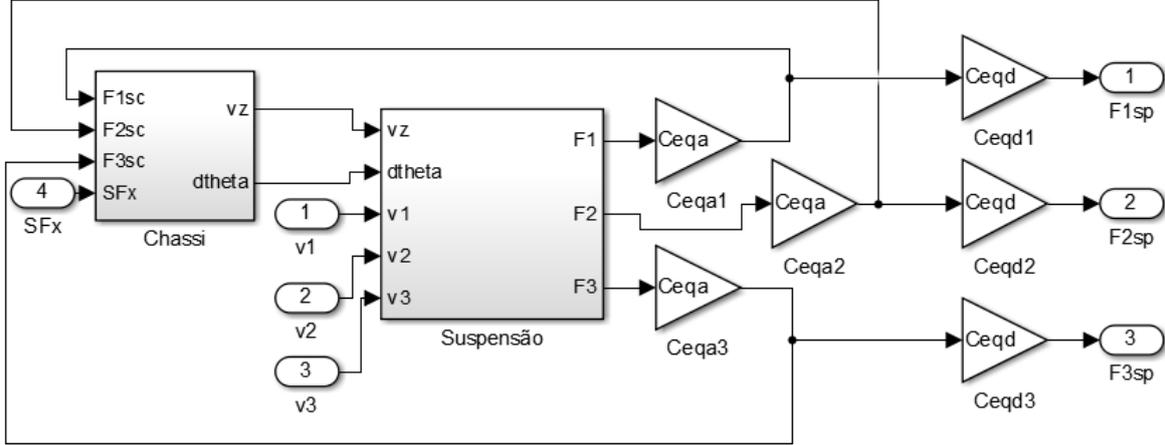


FIG. 4.8: Bloco da massa suspensa

O coeficiente de amortecimento da suspensão do Guarani assume um valor quando a suspensão se comprime, e outro quando ela se distende. Um bloco do tipo MATLAB<sup>®</sup> *function* presente em "Suspensão" avalia a velocidade relativa entre as massas para determinar se a suspensão está em *bump* ou *rebound* e seleciona o valor apropriado para o coeficiente de amortecimento.

Após serem calculadas, as forças  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$  são multiplicadas pelos coeficientes de equivalência devido à angulação da suspensão ( $C_{eqa}$ ), para se obter as forças exercidas pela suspensão no chassi ( $F_{1sc}$ ,  $F_{2sc}$  e  $F_{3sc}$ ), e depois são multiplicadas pelos coeficientes de equivalência devido à distância do braço de suspensão para se obter as forças exercidas pela suspensão no pneu ( $F_{1sp}$ ,  $F_{2sp}$  e  $F_{3sp}$ ). As forças  $F_{i sc}$  são então enviadas ao chassi e as forças  $F_{i sp}$ , para as massas não-suspensas.

Os parâmetros da suspensão da VBTP Guarani são listados na TAB 4.5. Por hipótese os coeficientes de atrito são iguais em todos os eixos. Os parâmetros da configuração da suspensão também não variam entre os eixos.

O bloco "Chassi" recebe as forças exercidas pela suspensão no chassi ( $F_{1sc}$ ,  $F_{2sc}$  e  $F_{3sc}$ ) e a somatória das forças de tração  $SF_x$  e usa as EQ.3.21 e 3.66 para calcular a velocidade vertical  $v_z$  e a angular do chassi  $\dot{\theta}$ . A TAB 4.6 contem os valores dos parâmetros do chassi do Guarani.

O interior do bloco "eixo1" do diagrama da dinâmica vertical é mostrado na FIG 4.9. Ele possui dois blocos: "ContatoPneu1", que usa o modelo de pneu com múltiplos pontos de contato para calcular as forças verticais produzidas pela deformação do pneu; e "Roda1", que recebe as forças verticais que atuam sobre a massa não-suspensa e calcula a velocidade vertical dessa massa usando a EQ. 3.26.

TAB. 4.5: Valores dos parâmetros da suspensão da VBTP Guarani (CAMPOS, 2017)

Parâmetro	Valor	Unidade
$C_{bump}$	8182	$Ns/m$
$C_{rebound}$	5538	$Ns/m$
$k_1$	151,6	$kN/m$
$k_2$	254,0	$kN/m$
$k_3$	134,9	$kN/m$
$\alpha$	0,079	$rad$
$d_{a1}$	486,4	$mm$
$d_{a2}$	715,8	$mm$
curso	300	$mm$

TAB. 4.6: Valores dos parâmetros do chassi da VBTP Guarani CAMPOS (2017)

Parâmetro	Valor	Unidade
$a_1$	1,7746	$m$
$a_2$	0,0746	$m$
$a_3$	1,9254	$m$
$h_{CG}$	0,66725	$m$
$m$	12588	$kg$
$I_y$	52729.5	$kgm^2$

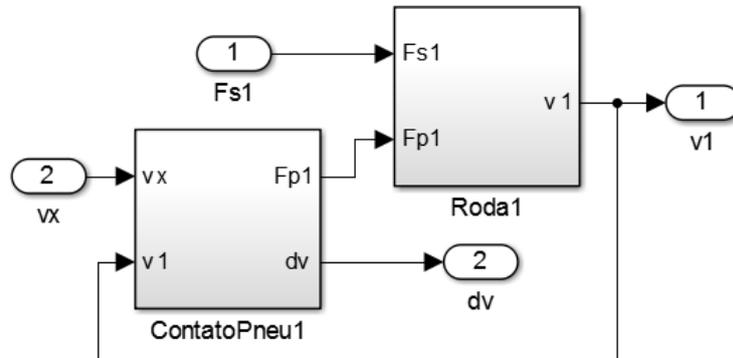


FIG. 4.9: Bloco do eixo 1 na dinâmica vertical

O interior do bloco "ContatoPneu1" é mostrado na FIG 4.10. Nesse bloco a deformação do pneu é calculada, usando o modelo proposto no Capítulo 3, em três pontos distintos: Um localizado numa região da banda de rodagem à frente do centro da roda, um localizado exatamente abaixo do centro da roda e um localizado numa região da banda de rodagem atrás do centro da roda.

Primeiramente, o bloco "Posição x" recebe a velocidade longitudinal do veículo e calcula a posição horizontal do centro da roda 1 de acordo com a EQ. 3.36.

Depois, o bloco "vsolo" usa a posição  $x$  do centro da roda e a velocidade do veículo

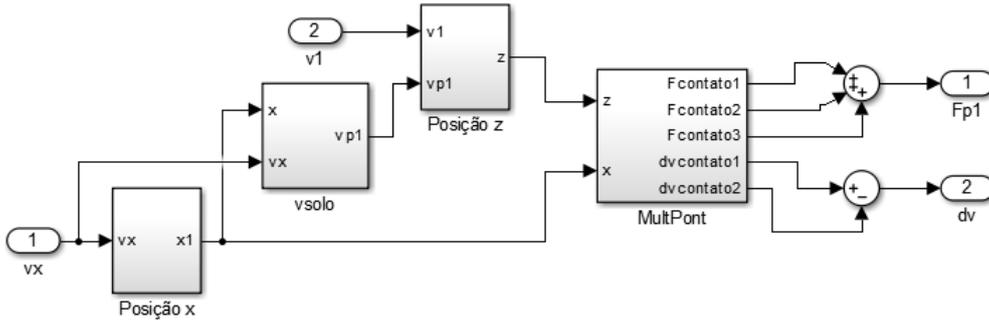


FIG. 4.10: Bloco do contato

TAB. 4.7: Valores dos parâmetros do chassi da VBTP Guarani (CAMPOS, 2017)

Parâmetro	Valor	Unidade
$m_1$	415	$kg$
$m_2$	415	$kg$
$m_3$	415	$kg$
$r_i$	0,629	$m$
$I_{pneu}$	82,1	$kgm^2$
Flanco	0,2540	$m$

para determinar a velocidade de excitação de base  $v_{p1}$ .

Então, a posição vertical da roda é calculada no bloco "Posição z" usando os valores da velocidade da massa não-suspensa  $v_1$  e da excitação de base  $v_{p1}$ , além da EQ. 3.39.

Por fim, as posições  $x$  e  $z$  do centro da roda são usadas no bloco "MultPont" para calcular as deformações nos pontos de contato entre o pneu e o solo e as forças que elas produzem. Esse cálculo é feito com o equacionamento descrito nas EQ. 3.44 a 3.61.

As componentes verticais das forças de contato são somadas para se obter a força vertical  $F_{pi}$ . Já as componentes longitudinais dessas forças são usadas para o cálculo da variação  $\delta v$  da velocidade da VBTP Guarani.

A distensão do pneu além do comprimento livre é muito pequena e pode ser desprezada, e quando a distância entre o centro da roda e o solo for superior ao valor do raio indeformado  $r_i$ , significa que o pneu perdeu contato com o solo. Nesse caso não há deformação e, portanto, nenhuma força é produzida.

Assim como na suspensão, há um limite para a compressão do pneu. A deformação radial do pneu não pode ser superior ao tamanho do seu flanco, pois quando esse valor é atingido o aro da roda, que é rígido, entra em contato com o solo. Ambos esses limites são considerados em consideração no modelo matemático. Os parâmetros do pneu e das massas não suspensas do Guarani encontram-se listados na tabela 4.7

## 5 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentados os resultados das simulações realizadas utilizando o modelo computacional descrito no capítulo 4. O objetivo das simulações é validar os conceitos utilizados para criar o modelo de pneu proposto e verificar o comportamento da VBTP Guarani ao transpor diversos tipos de obstáculos.

A validação do modelo da dinâmica longitudinal do veículo é feita pela comparação entre os resultados obtidos com o TMeasy, e aqueles obtidos usando a Fórmula Mágica, um outro modelo para pneus que é amplamente usado na indústria.

Por sua vez, a validação do modelo vertical é realizada por comparação entre os resultados obtidos com o modelo tradicional de um ponto de contato, bastante difundido na literatura referenciada, e os obtidos com o modelo proposto com mais de um ponto de contato.

Tais resultados são calculados pelo *Simulink*<sup>®</sup> usando o método de Dormand-Prince (rotina ODE45), um método numérico de integração da família de métodos Runge-Kutta que utiliza passo variável e calcula as soluções com uma precisão de quarta ou quinta ordem. As configurações do computador no qual as simulações foram realizadas são: Processador *Intel*<sup>®</sup> Core<sup>™</sup> de 2,6 GHz, memória RAM de 8 GB e sistema operacional de 64 bits.

### 5.1 VALIDAÇÃO DO MODELO LONGITUDINAL

Foram simulados três veículos: um sedã médio, um carro esportivo e uma motocicleta de corrida, sendo que cada veículo partiu do repouso e foi acelerado por 25 s, chegando a sua velocidade máxima. A validação da dinâmica longitudinal é feita pela comparação entre a velocidade desenvolvida pelo veículo ao longo do tempo, utilizando o modelo de pneu proposto, que calcula as forças trativas produzidas pelos pneus usando o modelo físico-matemático TMeasy; e a velocidade desenvolvida pelo mesmo veículo utilizando o modelo empírico conhecido como Fórmula Mágica.

A Fórmula Mágica (PACEJKA, 2006), é um modelo empírico para a dinâmica de pneus usado em larga escala na indústria automobilística e no meio acadêmico, que utiliza a EQ. 5.1 e os parâmetros de ajuste de curva  $B$ ,  $C$ ,  $D$  e  $E$  para representar a relação entre a força e o deslizamento.

$$F_x(s_x) = D \sin(C \arctan(Bs_x - E(Bs_x - \arctan(Bs_x)))) \quad (5.1)$$

Diferente dos coeficientes do TMeasy, os parâmetros  $B$ ,  $C$ , e  $E$  da Fórmula Mágica não possuem significado físico. O parâmetro  $D$ , no entanto, representa o valor máximo da força de tração longitudinal.

A TAB 5.1 mostra os valores dos coeficientes dos modelos de pneus utilizados para cada veículo simulado. Os valores dos coeficientes relacionados à Fórmula Mágica provêm da literatura específica (GENTA, 1997; BLUNDELL & HARTY, 2015) e, a partir deles, os valores dos coeficientes do TMeasy foram deduzidos, usando também os conceitos abordados por Rill (2015) em um artigo sobre estimativa desses parâmetros.

TAB. 5.1: Valores dos coeficientes para cada veículo simulado

Coeficiente	Sedan	Esportivo	Moto
$B$	103,26	163,28	161,14
$C$	1,65	1,65	1,65
$D$	2873,85	3575,24	1218,64
$E$	1	1	1
$dF_x^0$	489636	963210	324015
$F_x^M$	2873,85	3575,24	1218,64
$s_x^M$	0,065	0,0475	0,0483
$F_x^S$	2865	3564	1214,6
$s_x^S$	0,65	0,65	0,7

As FIG. 5.1 a 5.3 mostram a velocidade desenvolvida por cada um dos veículos usando o TMeasy e usando a Fórmula Mágica. Tais resultados foram calculados usando o modelo de diagrama de blocos descrito no capítulo anterior. Os resultados para a Fórmula Mágica foram obtidos substituindo o bloco "TMeasy" da FIG. 4.4 por um bloco intitulado "FM" que calcula a força de tração longitudinal usando os parâmetros e equações da Fórmula Mágica. Para a comparação da diferença entre as medidas, a FIG. 5.4 mostra a diferença absoluta entre o valor da velocidade desenvolvida usando o TMeasy e o valor da velocidade desenvolvida usando a Fórmula Mágica para cada um dos veículos.

Em todos os casos, a velocidade medida pelo TMeasy é, durante a aceleração, um pouco superior àquela medida pela Fórmula Mágica. A queda súbita vista nos gráficos da FIG. 5.4 representa a região em que a velocidade dos veículos se aproxima da velocidade máxima. Nesse instante, a velocidade calculada pela Fórmula Mágica passa a assumir valores um pouco superiores aos do TMeasy.

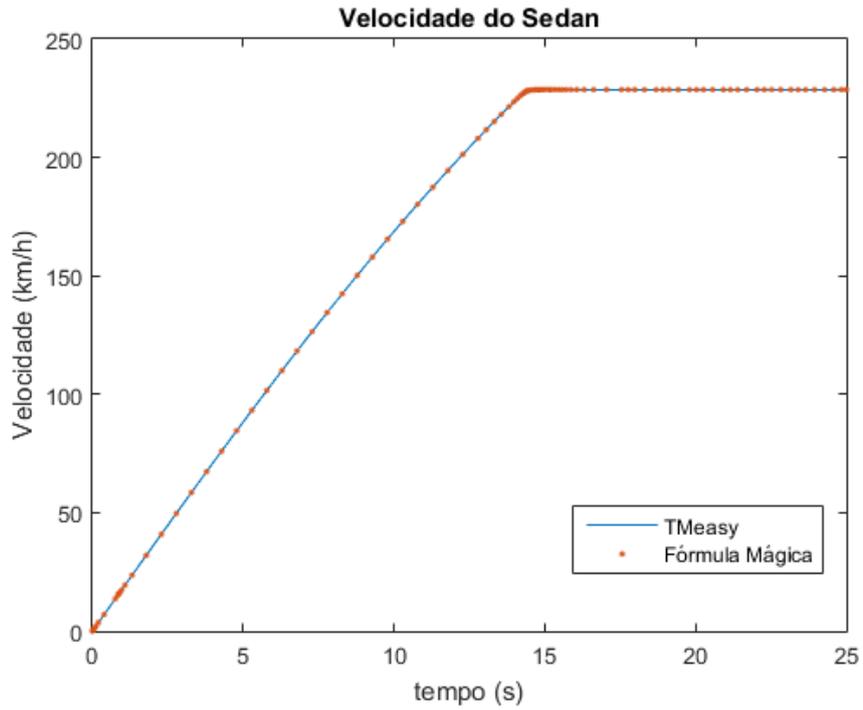


FIG. 5.1: Velocidade desenvolvida pelo sedan usando o TMeasy e usando a Fórmula Mágica

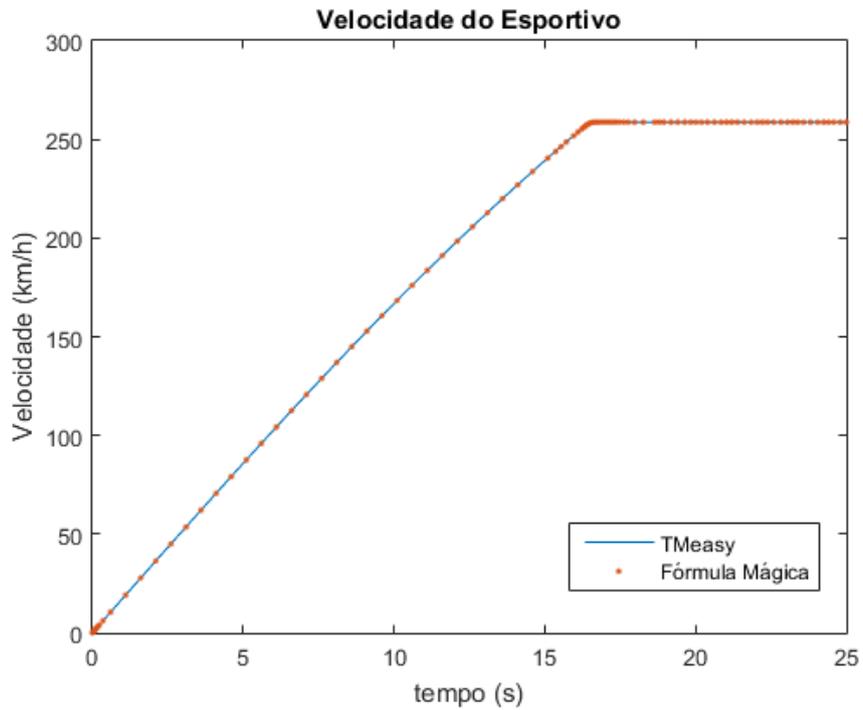


FIG. 5.2: Velocidade desenvolvida pelo carro esportivo usando o TMeasy e usando a Fórmula Mágica

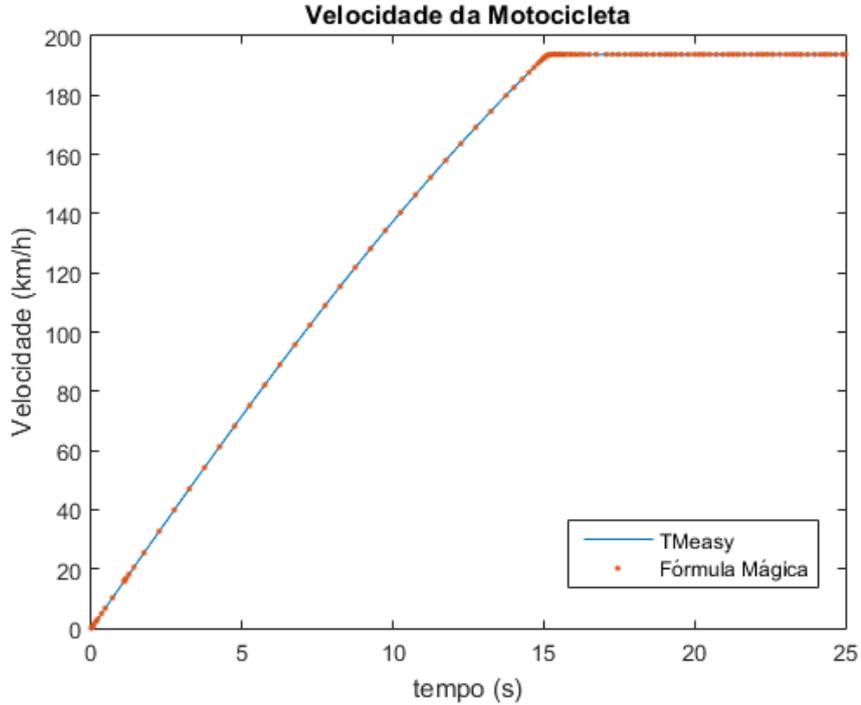


FIG. 5.3: Velocidade desenvolvida pela motocicleta usando o TMeasy e usando a Fórmula Mágica

Após a velocidade máxima ser atingida, ela permanece constante; logo, a diferença entre as velocidades medidas também deve permanecer constante, conforme a última região do gráfico mostra.

A observação das FIG. 5.1 a 5.3 mostra que o valor das velocidades é praticamente igual nos dois modelos e a TAB 5.2 mostra que a maior diferença as velocidades é de 0,88 km/h. Tendo em vista que os velocímetros dos carros, assim como os aparelhos usados para aferir a velocidade dos veículos trabalham, em geral, com uma precisão de até 1 km/h, é possível dizer que as diferenças entre as medidas estão dentro da tolerância e que os resultados obtidos por cada método são equivalentes, validando, assim, o modelo de dinâmica longitudinal de pneu baseado no TMeasy.

TAB. 5.2: Diferença máxima absoluta entre as velocidades medidas

Veículo	Diferença (km/h)
Sedan	0,88
Esportivo	0,65
Moto	0,53

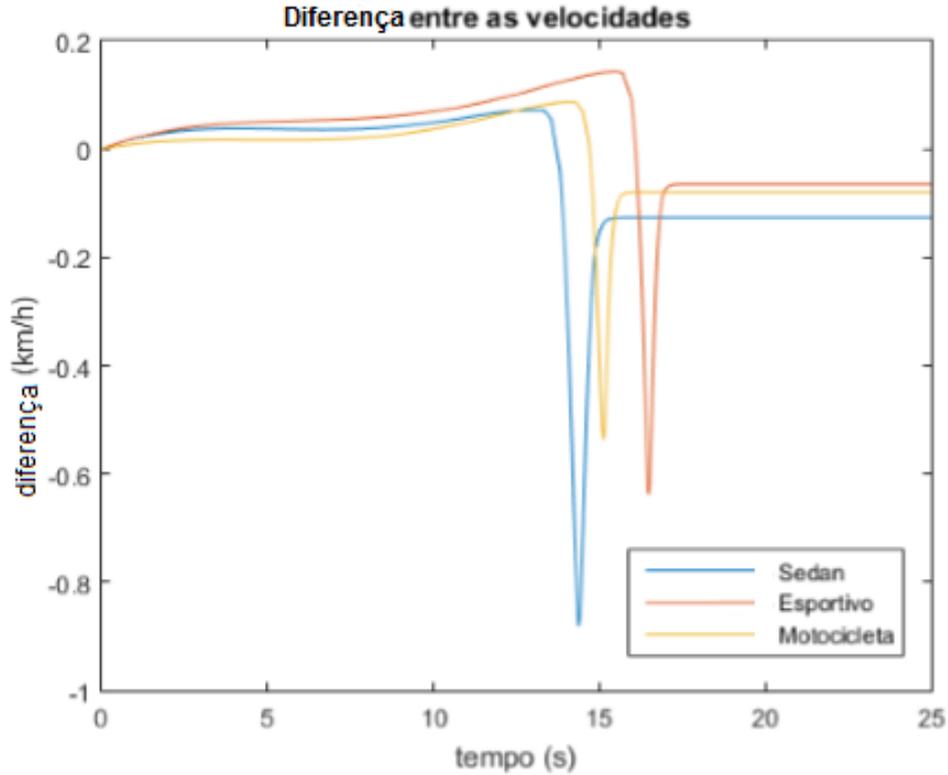


FIG. 5.4: Diferença absoluta entre a velocidade obtida para cada veículo usando o TMeasy e usando a Fórmula Mágica

## 5.2 TRANSPOSIÇÃO DE OBSTÁCULOS

Para validar o modelo de dinâmica vertical com mais de um ponto de contato nos pneus, proposto no Capítulo 4, são realizadas simulações da VBTP Guarani transpondo obstáculos.

O objetivo das simulações é verificar se o comportamento do Guarani previsto pelo modelo proposto está condizente com a realidade e comparar o resultado obtido com o modelo de mais de um ponto de contato com aquele obtido com o modelo tradicional.

### 5.2.1 DEGRAU POSITIVO

A primeira simulação consiste em uma comparação entre os dois modelos de dinâmica vertical. Nela, a posição vertical do centro da roda quando o veículo passa por cima de um degrau é avaliada ao longo do tempo para os dois casos.

A FIG. 5.5 ilustra o comportamento esperado do Guarani ao transpor o degrau. É possível enxergar nela os instantes em que cada pneu entra em contato com o obstáculo e transpondo o mesmo.

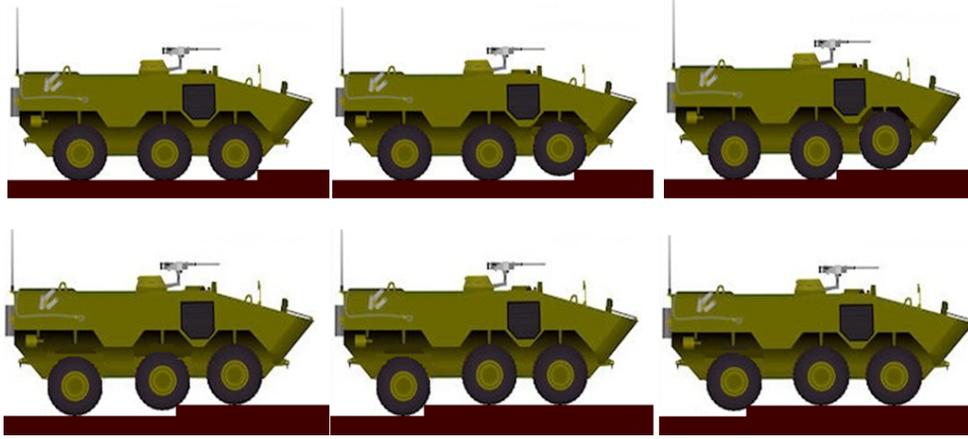


FIG. 5.5: Ilustração da VBTP Guarani transpondo o obstáculo da primeira simulação

Para descrever a estrada onde o veículo trafega, é usada a função  $f(x)$ , que recebe como entrada a posição  $x$  de um ponto da estrada em relação ao referencial global e retorna a altura da estrada naquele ponto.

Na primeira simulação, essa função é usada para descrever a pista, inicialmente plana, e o degrau que o veículo deve transpor. O degrau se encontra a 16,3 metros do início da pista e possui 0,2 m de altura. Essa distância foi escolhida para garantir que o veículo já tenha desenvolvido a velocidade desejada ao entrar em contato com o obstáculo. Esse tipo de obstáculo costuma ter um ângulo reto de inclinação em relação ao solo, no entanto, como isso pode resultar em singularidades durante a diferenciação, o que interferiria com o resultado da simulação, foi imposta uma distância de 0,002 m entre a base e o topo do degrau, deixando-o com uma inclinação de 89,4 graus, o suficiente para evitar singularidades sem descaracterizar o obstáculo.

$$piso(x < 16,298) = 0 \quad (5.2)$$

$$piso(16,298 \leq x < 16,3) = \frac{0,2(x - 16,298)}{0,002} \quad (5.3)$$

$$piso(x \geq 16,3) = 0,2 \quad (5.4)$$

Nesta simulação, o Guarani parte do repouso, atinge uma velocidade de 1 m/s, a qual é mantida, usando o bloco saturação do diagrama do *powertrain* (FIG. 4.2) para limitar a rotação do motor; e deve transpor um degrau. Essa velocidade é possível, já que viaturas desse tipo são construídas com o requisito de serem capazes de acompanhar um

soldado andando a pé. A altura dos centros das rodas ( $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_3$ ) e eventuais variações na velocidade longitudinal  $v_x$  são avaliadas.

Após a simulação, a análise da velocidade longitudinal do veículo mostrou que essa grandeza se manteve constante ao longo do teste quando o modelo de um ponto de contato era utilizado.

Por outro lado, quando se utilizou o modelo com mais de um ponto de contato, houve variações significativas na velocidade longitudinal, conforme a FIG. 5.6 mostra. As variações presentes no gráfico correspondem aos momentos em que cada pneu alcança o obstáculo.

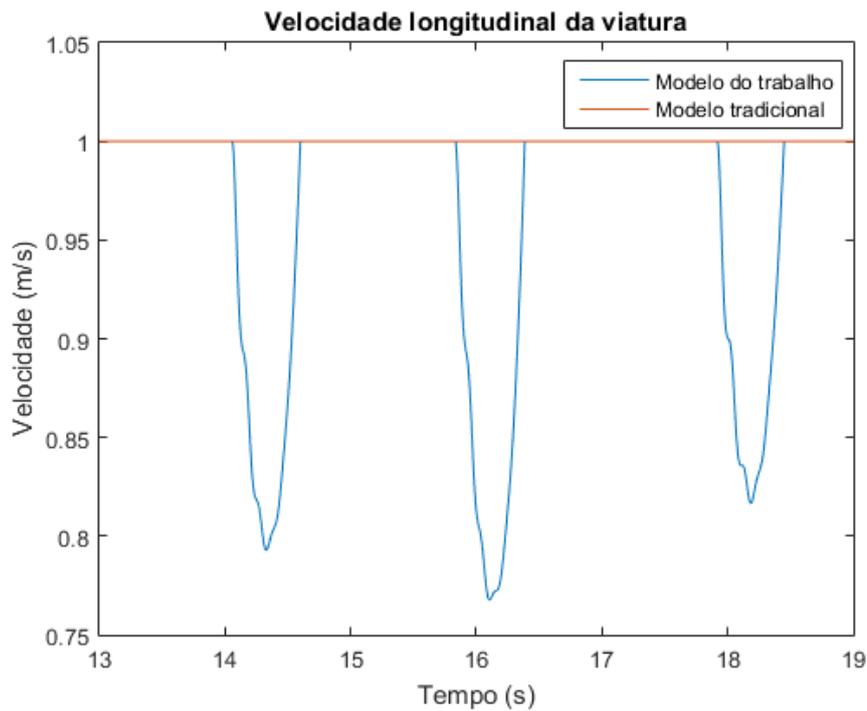


FIG. 5.6: Velocidade longitudinal da VBTP Guarani durante a primeira simulação

A velocidade do veículo é inicialmente constante, mas sofre uma queda significativa nos momentos em que cada um dos pneus entra em contato com o degrau, já que esse obstáculo exerce uma força contrária ao movimento do pneu através do ponto de contato localizado a frente do pneu. No instante em que um pneu supera o degrau, essa força deixa de existir e o veículo retoma sua velocidade.

O deslocamento vertical das rodas dianteira, intermediária e traseira em cada modelo foi medido e as FIG. 5.7, 5.8 e 5.9 mostram seus valores durante a subida do degrau. A posição zero nos gráficos corresponde à altura do pneu em relação ao referencial global quando seu raio não está deformado.

Quando se observa as curvas do modelo com um ponto de contato, percebe-se que o pneu dianteiro atinge o degrau quando  $t \approx 14,6s$ , que o pneu intermediário atinge o degrau quando  $t \approx 16,3s$  e que o pneu traseiro atinge o degrau quando  $t \approx 18,3s$ . Em todos esses casos, o pneu é deslocado instantaneamente para cima, perde contato com o solo e oscila verticalmente até encontrar uma posição de equilíbrio.

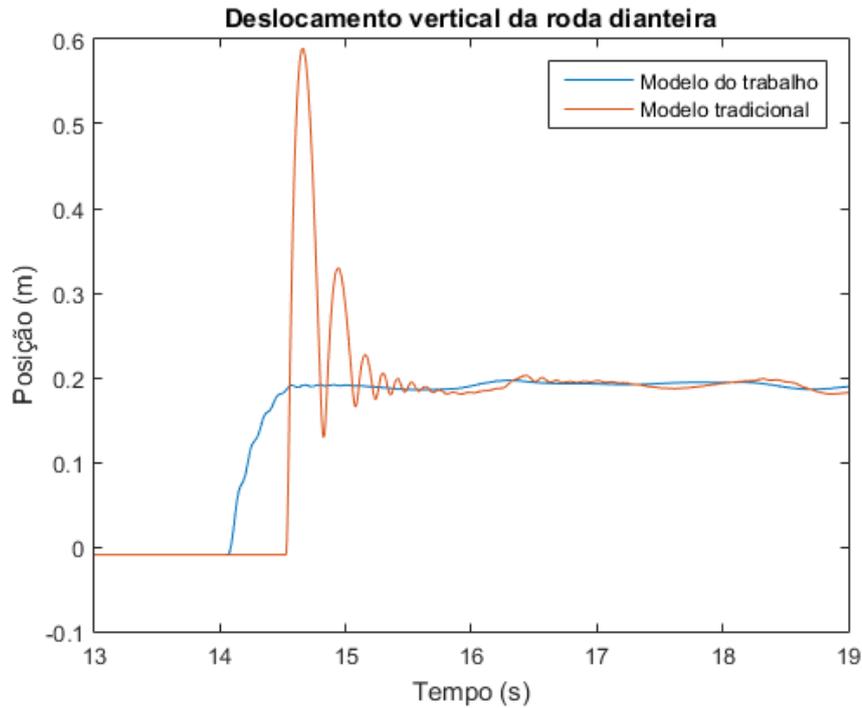


FIG. 5.7: Deslocamento vertical da roda dianteira durante a primeira simulação

Já nas curvas do modelo com mais de um ponto de contato, o contato acontece um pouco antes: Em  $t \approx 14s$  no gráfico do pneu dianteiro, em  $t \approx 16s$  no gráfico do pneu intermediário e um pouco antes de  $t \approx 18s$  no gráfico do pneu traseiro. Após isso, o pneu se desloca progressivamente para a vertical e logo se estabiliza na nova posição. Tal comportamento ocorre porque um ponto do pneu à frente do centro da roda entra em contato com o obstáculo antes do centro e esse contato já produz forças verticais no pneu.

O valor das forças produzidas nesse novo ponto de contato parte do zero e aumenta progressivamente, promovendo uma variação suave na posição da roda. Já no modelo tradicional, o equacionamento interpreta o obstáculo como um impulso, e imediatamente computa uma força de valor alto atuando no único ponto de contato do pneu com o solo, o que produz as variações bruscas vistas nos gráficos.

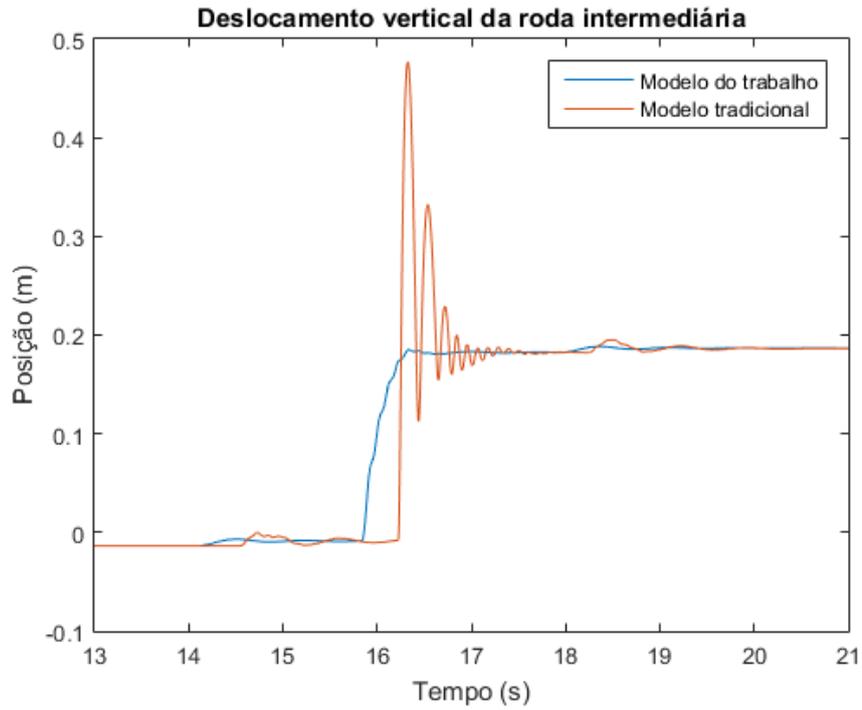


FIG. 5.8: Deslocamento vertical da roda intermediária durante a primeira simulação

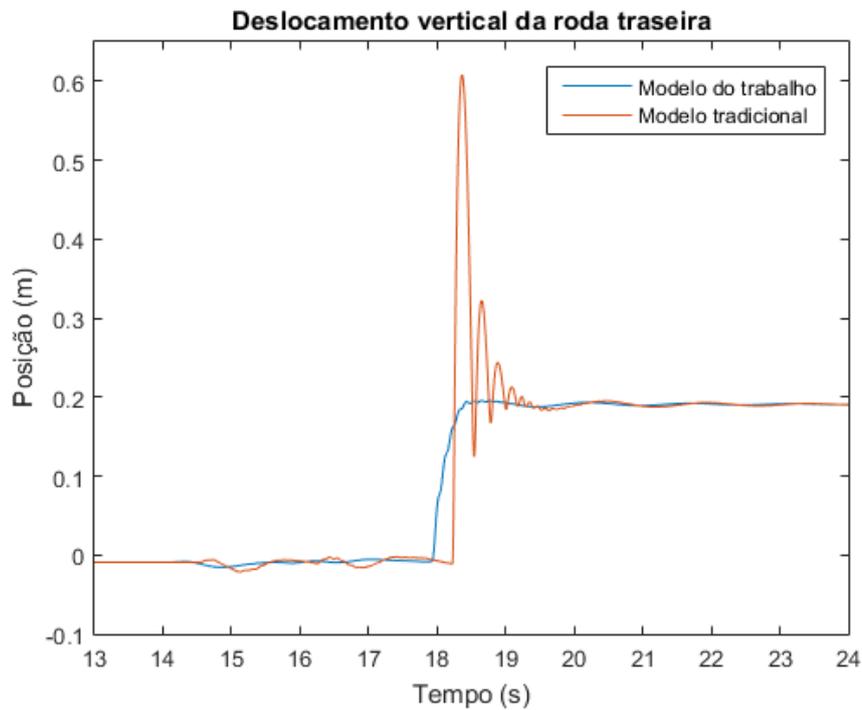


FIG. 5.9: Deslocamento vertical da roda traseira durante a primeira simulação

### 5.2.2 DEGRAU NEGATIVO

A segunda simulação também é uma comparação entre os dois modelos de dinâmica vertical, onde os mesmos parâmetros são avaliados. Nela, a VBTP Guarani deve descer

um degrau que se encontra a 15 metros do início da pista e possui 0,2 m de profundidade. Foi usada a mesma aproximação da simulação anterior para evitar singularidades sem descaracterizar o obstáculo.

$$piso(x < 15) = 0 \quad (5.5)$$

$$piso(15 \leq x < 15,02) = \frac{-0,2(x - 15)}{0,002} \quad (5.6)$$

$$piso(x \geq 15,02) = -0,2 \quad (5.7)$$

O comportamento esperado do Guarani ao transpor o segundo obstáculo é visto na FIG. 5.10.

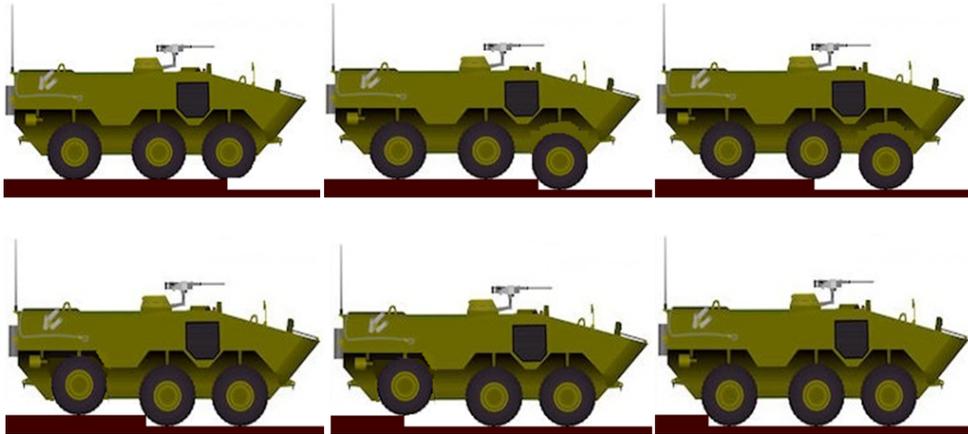


FIG. 5.10: Ilustração da VBTP Guarani transpondo o obstáculo da segunda simulação

Assim como na simulação anterior, o Guarani parte do repouso, atinge uma velocidade de 1 m/s, a qual é mantida, e deve transpor um degrau. A altura dos centros das rodas ( $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_3$ ) e eventuais variações na velocidade longitudinal  $v_x$  são avaliadas.

Após a simulação, a análise da velocidade longitudinal do veículo mostrou que essa grandeza se manteve constante ao longo do teste quando o modelo de um ponto de contato era utilizado, tal qual o caso anterior.

Por outro lado, quando se utilizou o modelo com mais de um ponto de contato, houve variações significativas na velocidade longitudinal, dessa vez positivas, conforme a FIG. 5.11 mostra. As variações presentes no gráfico correspondem aos momentos em que cada pneu alcança a beira do degrau.

De forma semelhante à simulação anterior, a velocidade do veículo é inicialmente

constante, mas aumenta significativamente nos momentos em que cada um dos pneus entra em contato com a beira do degrau. Nesse caso, o obstáculo exerce uma força favorável ao movimento do pneu através do ponto de contato localizado na região posterior do pneu. No instante em que um pneu desce o degrau, essa força deixa de existir e o veículo retoma sua velocidade.

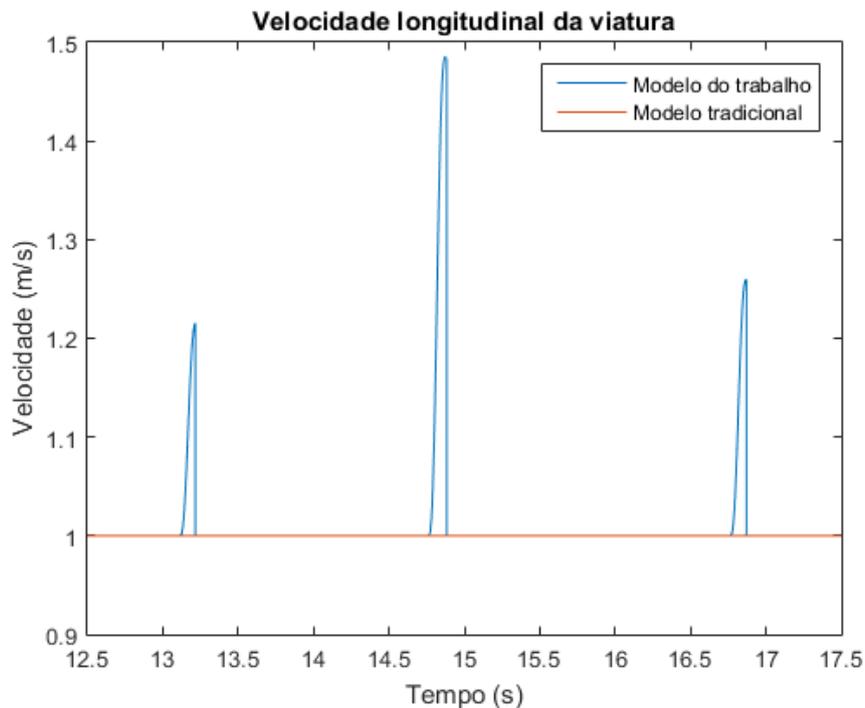


FIG. 5.11: Velocidade longitudinal da VBTP Guarani durante a segunda simulação

O deslocamento vertical das rodas dianteira, intermediária e traseira em cada modelo foi medido e as FIG. 5.12, 5.13 e 5.14 mostram seus valores durante a descida do degrau. A posição zero nos gráficos corresponde à altura do pneu em relação ao referencial global quando seu raio não está deformado.

Quando se observa as curvas do modelo com um ponto de contato, percebe-se que o pneu dianteiro atinge o degrau quando  $t \approx 13,3s$ , que o pneu intermediário atinge o degrau quando  $t \approx 15s$  e que o pneu traseiro atinge o degrau quando  $t \approx 17s$ . Em todos esses casos, o pneu é deslocado instantaneamente para baixo, se deforma significativamente e oscila verticalmente até encontrar uma posição de equilíbrio.

Já nas curvas do modelo com mais de um ponto de contato, há uma leve resistência à queda do pneu e este desce de maneira menos abrupta, se deformando pouco ao atingir o solo e se estabilizando logo depois. Tal comportamento ocorre porque as forças produzidas no ponto de contato entre o pneu e a beira do degrau se opõem à queda do pneu.

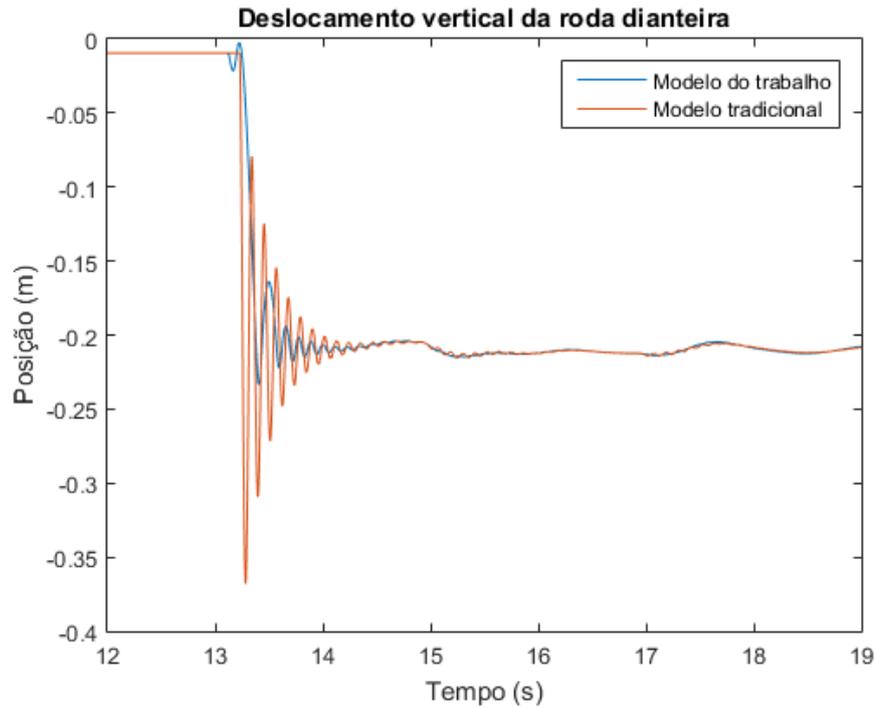


FIG. 5.12: Deslocamento vertical da roda dianteira durante a segunda simulação

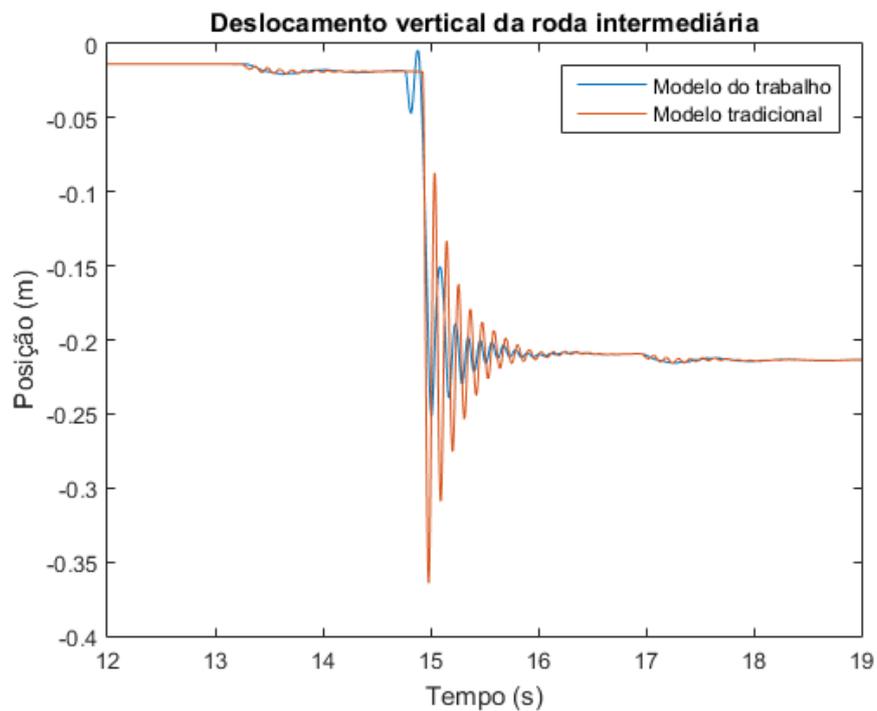


FIG. 5.13: Deslocamento vertical da roda intermediária durante a segunda simulação

A ausência dessas forças no modelo tradicional faz com que o pneu se comporte como se estivesse em queda livre, atingindo o solo com mais velocidade e apresentando a deformação excessiva ilustrada no gráfico.

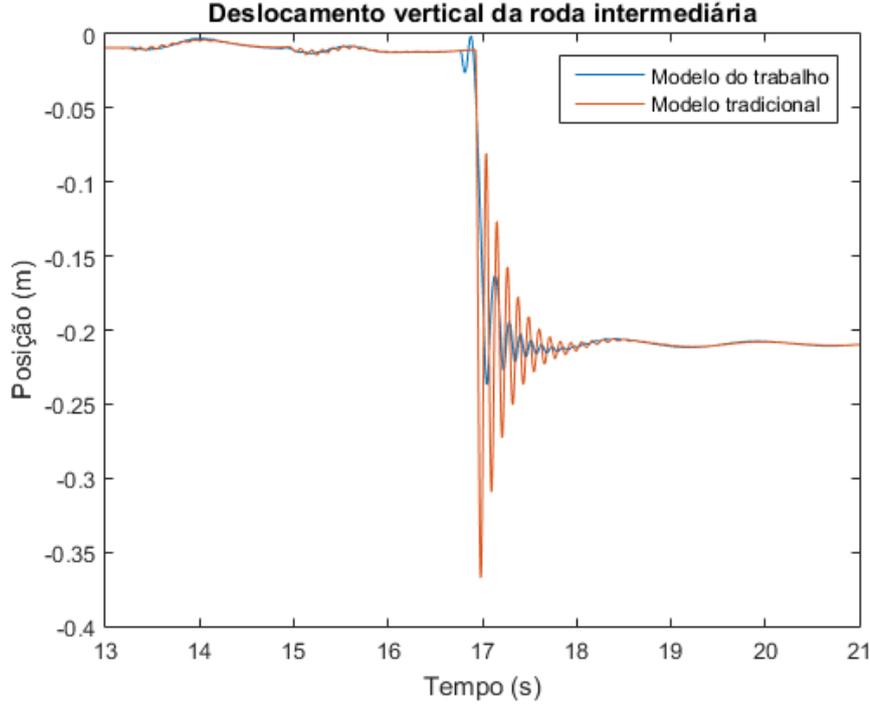


FIG. 5.14: Deslocamento vertical da roda traseira durante a segunda simulação

### 5.2.3 VALA PEQUENA

Uma terceira simulação foi realizada para observar melhor o comportamento da VBTP nas duas situações anteriores de subida e descida de degrau. Se o modelo proposto estiver correto, os mesmos fenômenos de variação de velocidade e deslocamento progressivo observados nas simulações anteriores deverão estar presentes na terceira simulação.

O obstáculo nesta simulação é uma pequena vala com 0,1 m de profundidade e 1,3 m de largura que se encontra a 15 m da posição inicial CG da viatura, conforme a função do piso  $f(x)$  descreve:

$$f(x < 15) = 0 \quad (5.8)$$

$$f(15 \leq x < 16,3) = -0,1 \quad (5.9)$$

$$f(x \geq 16,3) = 0 \quad (5.10)$$

O comportamento da VBTP Guarani na terceira simulação pode ser observado na FIG. 5.15, a qual ilustra também os momentos em que cada pneu entra em contato com a beira do obstáculo e com a extremidade oposta do obstáculo.

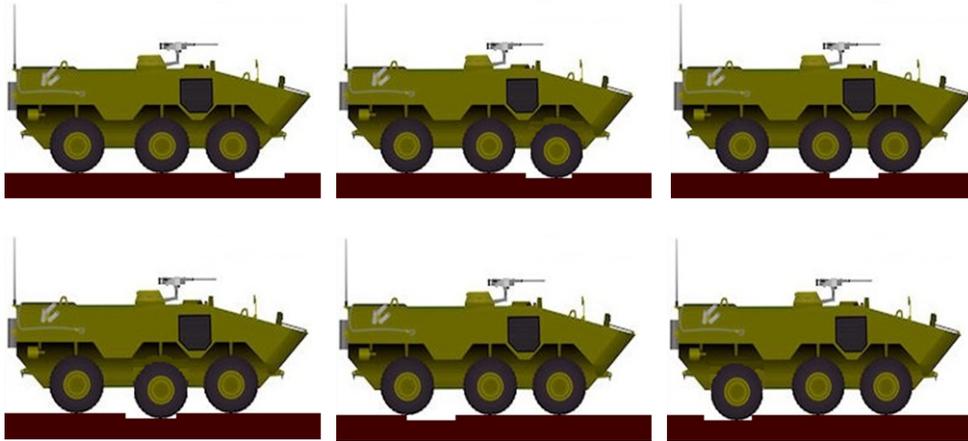


FIG. 5.15: Ilustração da VBTP Guarani transpondo o obstáculo da terceira simulação

Uma simulação de 30 segundos é iniciada, na qual o veículo parte com uma velocidade inicial de 1 m/s e onde o deslocamento vertical do chassi e de cada uma das rodas, assim como o ângulo de *pitch* do chassi e as variações na velocidade longitudinal são avaliados. Tais resultados se encontram nas FIG. 5.16 a 5.21

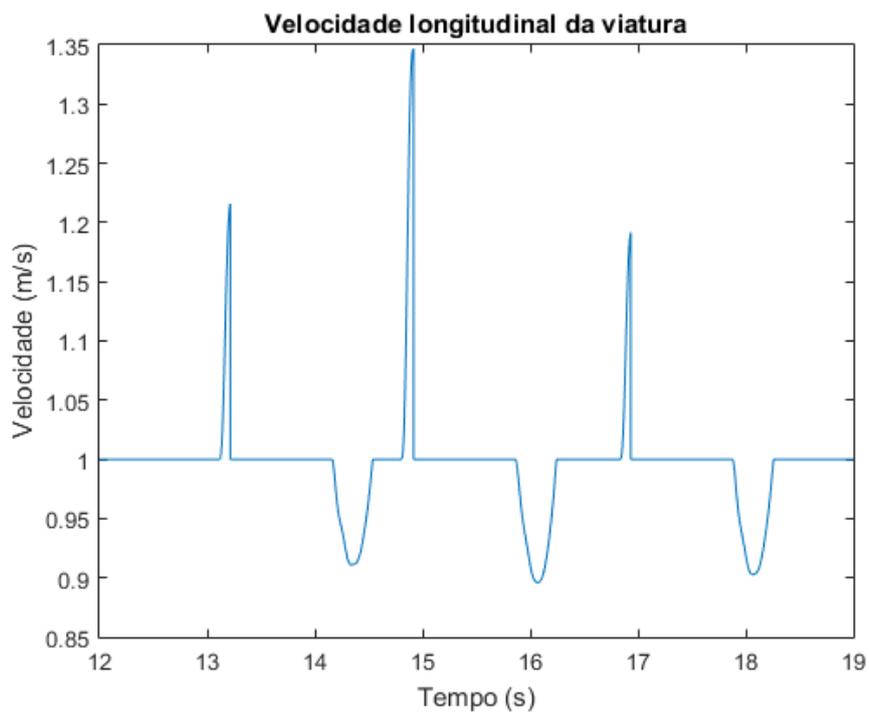


FIG. 5.16: Velocidade da viatura durante a terceira simulação

Analisando os gráficos das FIG. 5.16 a 5.21, pode se observar que a roda dianteira alcança a extremidade mais próxima da vala no instante  $t \approx 13s$  e transpõe a vala no instante  $t \approx 14,5s$ ; a roda intermediária atinge a vala e a transpõe em  $t \approx 15s$  e  $t \approx 16,5s$ , respectivamente, e a roda traseira atinge e a transpõe em  $t \approx 17s$  e  $t \approx 18s$ ,

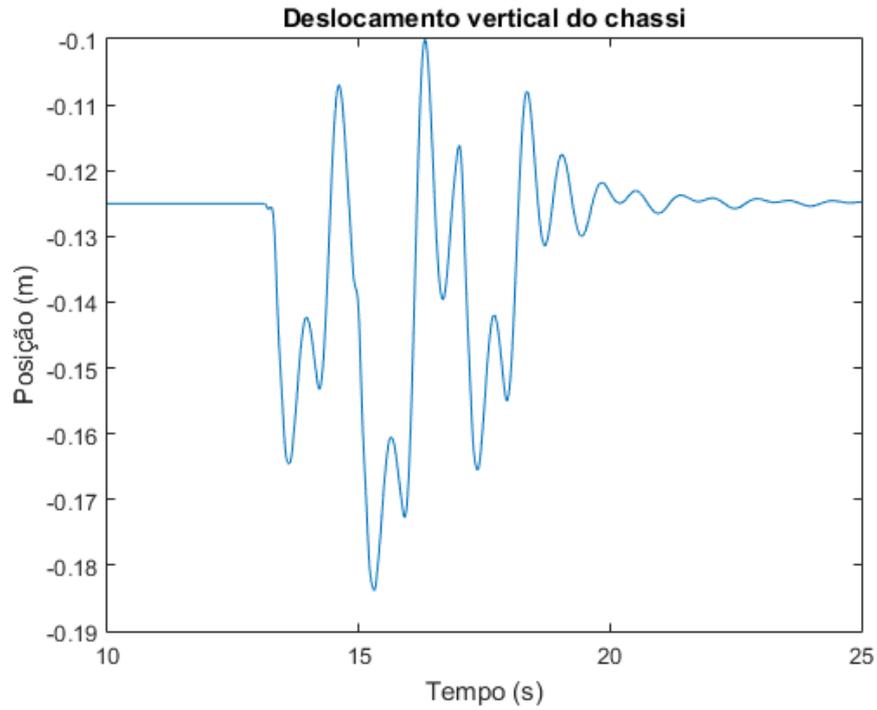


FIG. 5.17: Deslocamento do chassi durante a terceira simulação

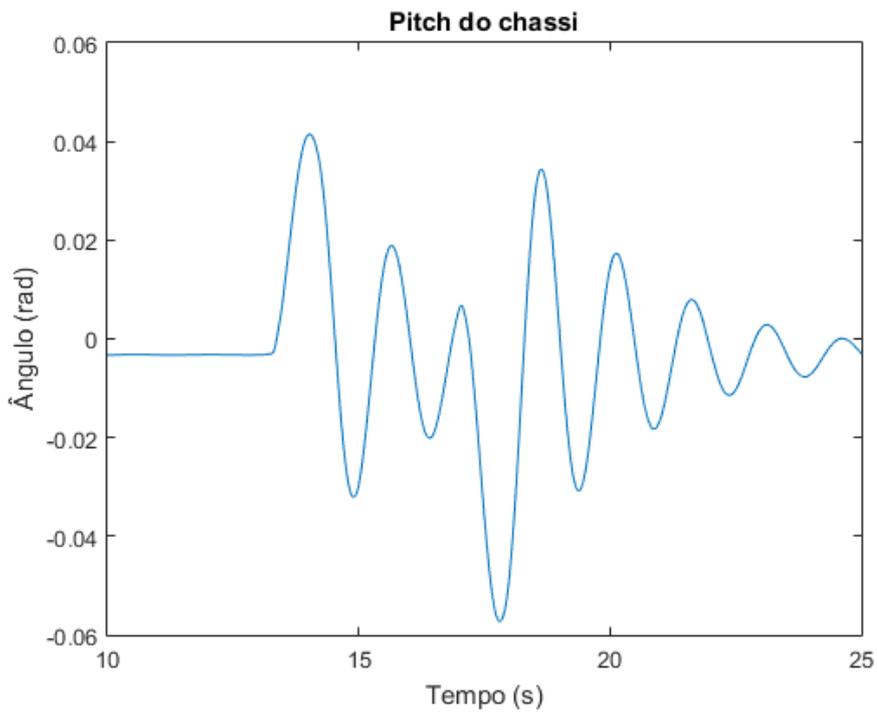


FIG. 5.18: Ângulo de *pitch* do chassi durante a terceira simulação

respectivamente. Esses dados são consistentes em todos os gráficos.

Na FIG. 5.16, a velocidade longitudinal do veículo é inicialmente constante, mas sofre variações à medida que ele atravessa o obstáculo. Os três picos de variação positiva

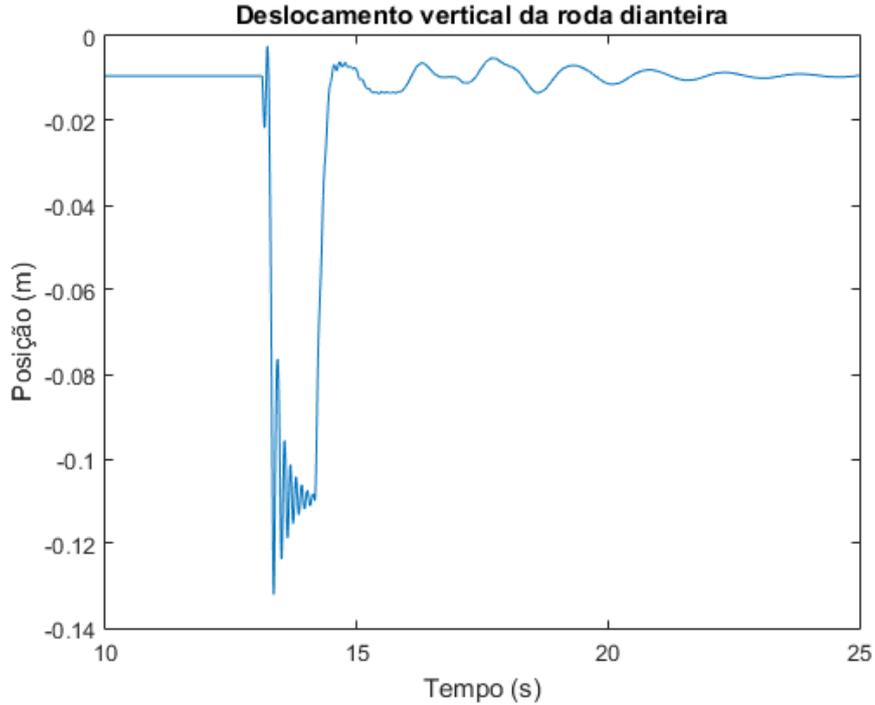


FIG. 5.19: Deslocamento da roda dianteira durante a terceira simulação

correspondem aos instantes em que uma das rodas alcança a extremidade mais próxima da vala, cuja face está virada para o mesmo lado que a viatura se move e, por isso, os esforços provenientes do contato nessa região favorecem o movimento do veículo. De maneira semelhante, os três vales de variação negativa correspondem aos instantes em que uma das rodas entra em contato com a extremidade oposta da vala, cuja extremidade está virada para o lado contrário ao qual a viatura se move; por isso os esforços provenientes do contato nessa região se opõem ao movimento do veículo.

Tais variações não poderiam ser vistas caso um modelo de um ponto de contato fosse utilizado, já que suas equações não consideram a força longitudinal force proveniente da transposição do obstáculo.

Na FIG. 5.17, os deslocamentos negativos que representam os instantes nos quais cada roda cai na vala podem ser vistos, assim como os deslocamentos positivos que representam os instantes nos quais as mesmas rodas transpõem a extremidade oposta da vala e voltam à estrada. O deslocamento vertical de maior magnitude ocorre quando a roda intermediária cai na vala, uma vez que a suspensão do eixo intermediário é a mais rígida e, portanto, está suportando uma fração maior do peso da viatura. Após a manobra ser concluída, o chassi retorna progressivamente a sua posição original.

O ângulo de *pitch* mostrado na FIG. 5.18 foi calculado usando o referencial ISO 4130,

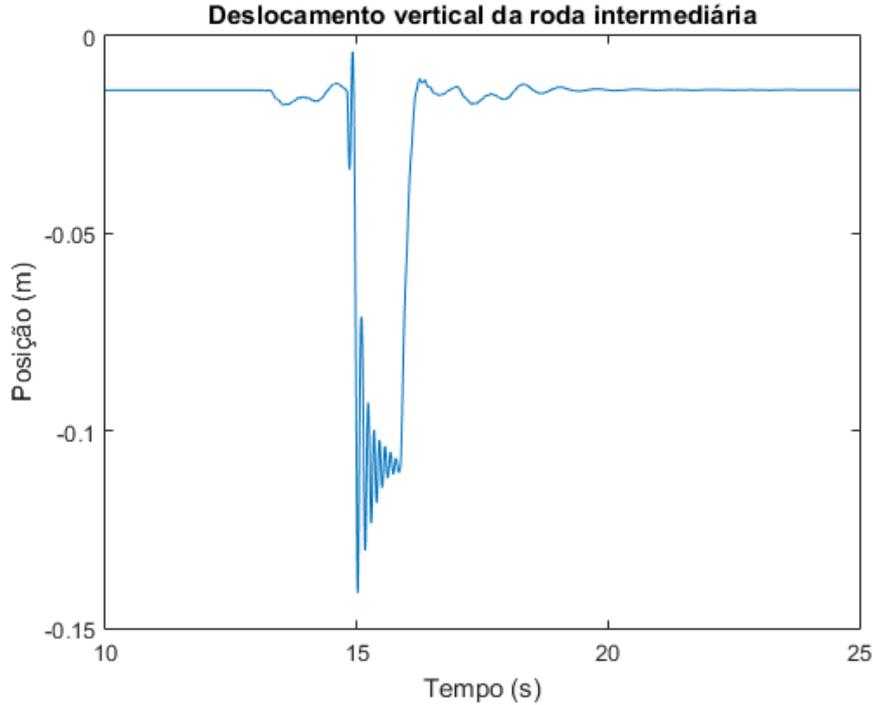


FIG. 5.20: Deslocamento da roda intermediária durante a terceira simulação

no qual o ângulo assume um valor positivo quando a parte frontal do veículo aponta para baixo e um valor negativo quando a parte frontal do veículo aponta para cima. Os altos valores positivos e negativos presentes no gráfico correspondem, respectivamente, aos instantes em que a roda dianteira e a roda traseira caem na vala, como era esperado. É válido mencionar que devido à proximidade do eixo intermediário com o CG da viatura, e devido ao fato das rodas dianteira e traseira agirem como um apoio para o chassi no momento em que a intermediária cai na vala, o deslocamento da roda intermediária não contribui de maneira significativa para a variação do *pitch* neste caso. O gráfico também mostra que a aproximação de pequenos ângulos utilizada no equacionamento da dinâmica vertical, cujo erro relativo é inferior a 1% para valores de  $\theta$  inferiores a 10 graus (0,17 rad), continua sendo apropriada para retratar o comportamento do veículo.

Os deslocamentos verticais das rodas dianteira, intermediária e traseira são expostos nos gráficos de 5.19 a 5.21. Cada gráfico mostra um grande deslocamento para baixo quando a roda cai no obstáculo seguido de um grande deslocamento para cima quando a roda o transpõe. Pequenas variações podem ser observadas e elas representam perturbações que ocorrem quando uma roda de outro eixo atravessa a vala.

O modelo de pneu com mais de um ponto de contato usado nessa simulação permite que os seguintes fenômenos sejam observados nos três últimos gráficos: O primeiro é que

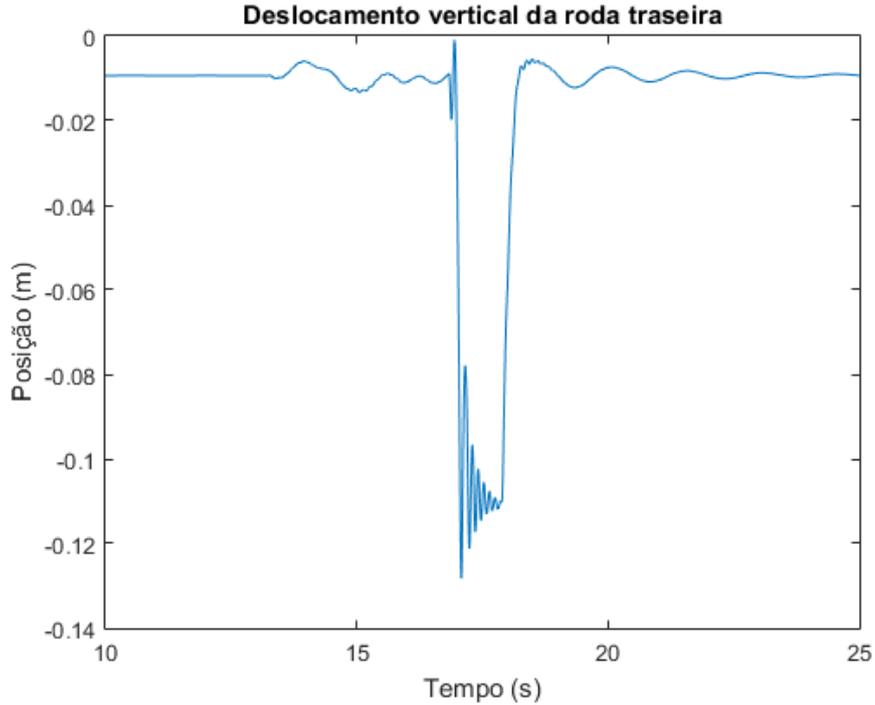


FIG. 5.21: Deslocamento da roda traseira durante a terceira simulação

quando uma roda alcança a extremidade próxima da vala ela não cai instantaneamente; na verdade, o ponto de contato do pneu com essa extremidade oferece certa resistência antes da queda. O segundo é que a roda não sobe da vala para a estrada instantaneamente; na verdade, o contato com a extremidade oposta da vala permite o surgimento de esforços que fazem a roda subir progressivamente.

#### 5.2.4 TRINCHEIRA PEQUENA

A quarta simulação da dinâmica vertical tem como objetivo mostrar o comportamento da VBTP Guarani numa condição extrema, em que suas suspensões atingissem seus limites superiores e inferiores.

O obstáculo nesta simulação é uma pequena trincheira com 0,5 m de profundidade e 1,3 m de largura que se encontra a 15 m da posição inicial CG da viatura, conforme a função do piso  $f(x)$  descreve:

$$f(x < 15) = 0 \quad (5.11)$$

$$f(15 \leq x < 16,3) = -0,5 \quad (5.12)$$

$$f(x \geq 16, 3) = 0 \quad (5.13)$$

A FIG. 5.22 ilustra o comportamento esperado do Guarani durante a quarta simulação e mostra os momentos em que as rodas do veículo ficam suspensas no ar durante a transposição da trincheira.

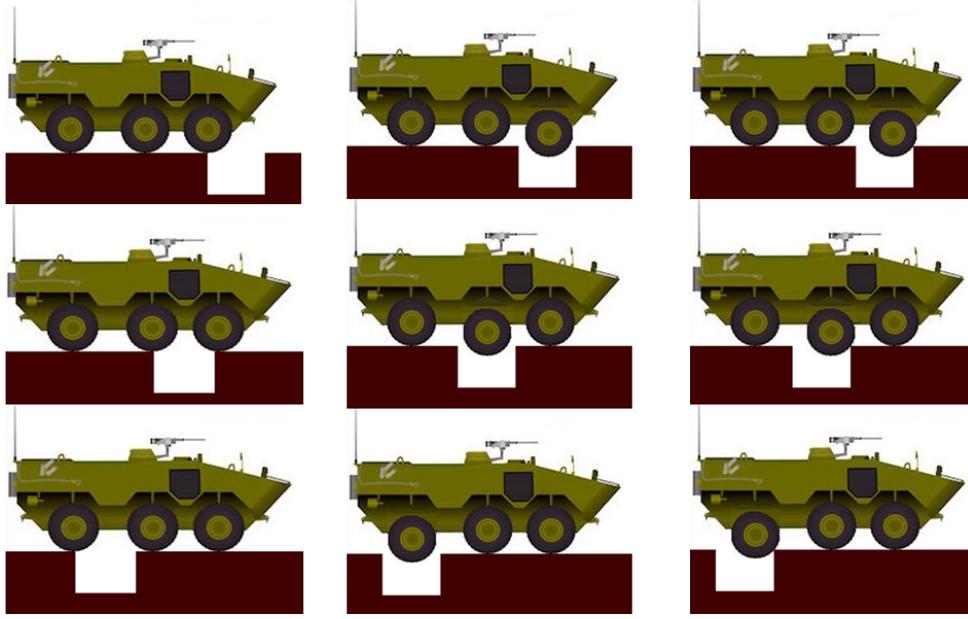


FIG. 5.22: Ilustração da VBTP Guarani transpondo o obstáculo da quarta simulação

Uma simulação de 20 segundos é iniciada, na qual o veículo parte com uma velocidade inicial de 1,5 m/s, e onde o deslocamento vertical do chassi e de cada uma das rodas, assim como o ângulo de *pitch* do chassi e as variações na velocidade longitudinal são avaliados. Tais resultados se encontram nas FIG. 5.23 a 5.28. Durante a simulação, possíveis contatos entre a carroceria do veículo e o obstáculo foram, por simplificação, desconsiderados.

Analisando os gráficos das FIG. 5.23 a 5.28, pode se observar que a roda dianteira alcança a extremidade mais próxima da trincheira no instante  $t \approx 8,8s$  e transpõe a trincheira no instante  $t \approx 9,8s$ ; a roda intermediária atinge a trincheira e a transpõe em  $t \approx 10s$  e  $t \approx 11s$ , respectivamente, e a roda traseira atinge e transpõe a em  $t \approx 11,5s$  e  $t \approx 12,5s$ , respectivamente. Esses dados são consistentes em todos os gráficos.

Na FIG. 5.23, a velocidade longitudinal do veículo é inicialmente constante, mas sofre variações à medida que ele atravessa o obstáculo. Os três picos de variação positiva correspondem aos instantes em que uma das rodas alcança a extremidade mais próxima da vala, cuja face está virada para o mesmo lado que a viatura se move e, por isso, os esforços provenientes do contato nessa região favorecem o movimento do veículo.

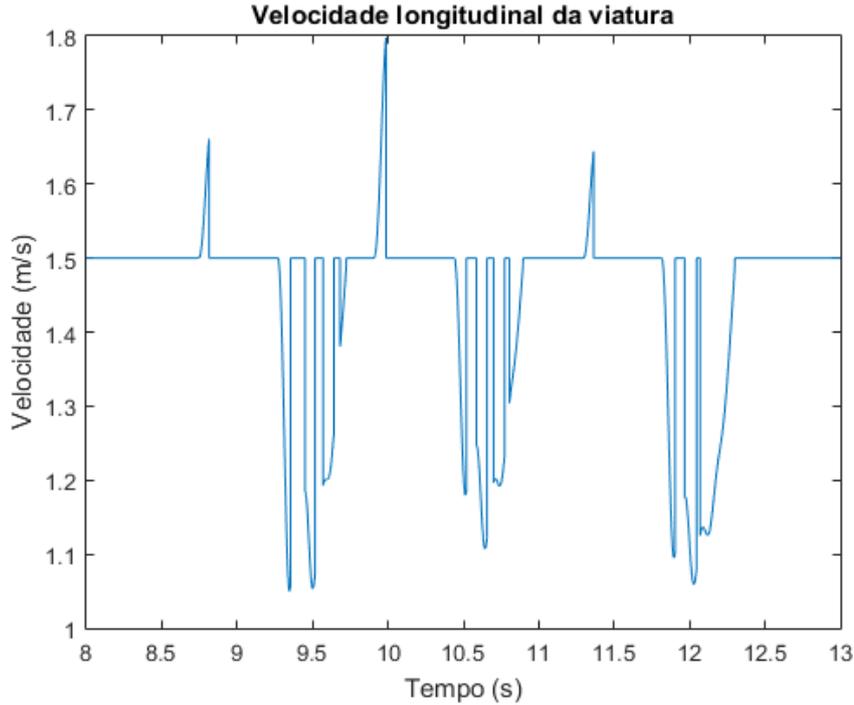


FIG. 5.23: Velocidade da viatura durante a quarta simulação

O valor dessa variação (20% da velocidade inicial) é proporcionalmente inferior ao valor observado na simulação anterior (35% da velocidade inicial). A razão disso é o fato da simulação atual ser realizada com o veículo numa velocidade inicial 50% maior, o que diminui o tempo de contato entre o pneu e a extremidade mais próxima da trincheira e com isso, a deformação que esta causa no pneu.

De maneira semelhante, as três regiões de variação negativa correspondem aos instantes em que uma das rodas entra em contato com a extremidade oposta da vala, cuja extremidade está virada para o lado contrário ao qual a viatura se move; por isso os esforços provenientes do contato nessa região se opõem ao movimento do veículo. As oscilações presentes nessas três regiões ilustram o deslizamento e o esforço maior que o pneu precisa fazer para deixar a trincheira, já que nesse caso sua roda se encontra suspensa no ar.

O valor das variações negativas nessa simulação (32% da velocidade inicial) é proporcionalmente superior aos da simulação anterior (10% da velocidade inicial). Nesse caso, o aumento da velocidade inicial faz com que o pneu atinja a face oposta do obstáculo com uma energia cinética maior, o que faz com que o pneu se deforme mais durante o impacto. Outro fator que favorece esse fenômeno é a profundidade do obstáculo, que por ser maior faz com que o ângulo entre a extremidade oposta da trincheira e o centro da roda seja menor, o que aumenta o valor da força de contato que se opõe ao movimento.

Tais variações não poderiam ser vistas caso um modelo de um ponto de contato fosse utilizado, já que suas equações não consideram a força longitudinal proveniente da transposição do obstáculo.

Na FIG. 5.24, os deslocamentos negativos que representam os instantes nos quais cada roda cai na trincheira podem ser vistos, assim como os deslocamentos positivos que representam os instantes nos quais as mesmas rodas transpõem a extremidade oposta da trincheira e voltam à estrada. O deslocamento vertical de maior magnitude ocorre quando a roda intermediária cai na trincheira, uma vez que a suspensão do eixo intermediário é a mais rígida e, portanto, está suportando uma fração maior do peso da viatura. É possível ver instantes em que a posição do chassi é superior a 0, que correspondem aos momentos em que uma das rodas atinge fim de curso, é deslocada pra cima e perde contato com o solo. Após a manobra ser concluída, o chassi retorna progressivamente a sua posição original.

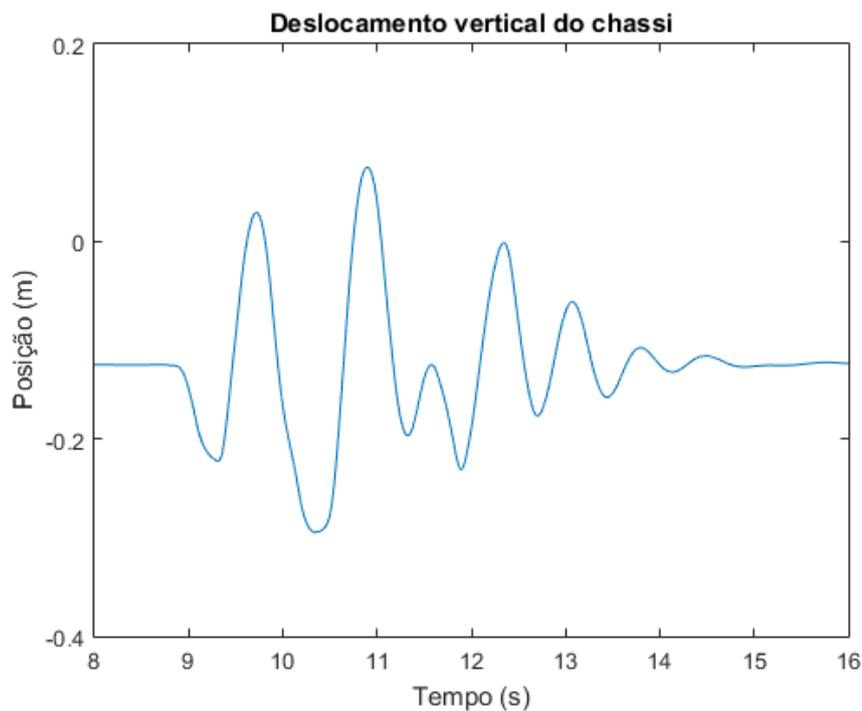


FIG. 5.24: deslocamento do chassi durante a quarta simulação

O ângulo de *pitch* mostrado na FIG. 5.25 foi calculado usando o referencial ISO 4130, no qual o ângulo assume um valor positivo quando a parte frontal do veículo aponta para baixo e um valor negativo quando a parte frontal do veículo aponta para cima. Os altos valores positivos e negativos presentes no gráfico correspondem, respectivamente, aos instantes em que a roda dianteira e a roda traseira caem na trincheira, como era esperado.

É válido mencionar mais uma vez que como a variação de *pitch* não supera 0,17 rad, a aproximação de ângulos pequenos adotada no equacionamento continua apropriada.

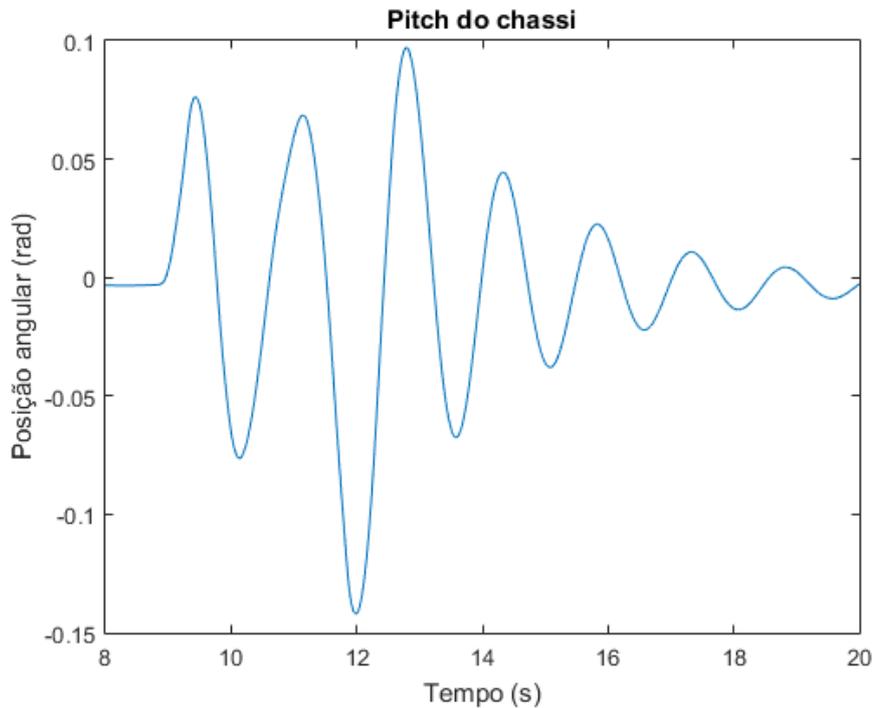


FIG. 5.25: Ângulo de *pitch* do chassi durante a quarta simulação

Os deslocamentos verticais das rodas dianteira, intermediária e traseira são expostos nos gráficos de 5.26 a 5.28. Cada gráfico mostra um grande deslocamento para baixo quando a roda cai no obstáculo seguido de um grande deslocamento para cima quando a roda o transpõe. Pequenas variações podem ser observadas e elas representam perturbações que ocorrem quando uma roda de outro eixo atravessa a vala.

Observando o valor das variações negativas das posições das rodas, pode-se observar que ele é inferior a 0,5 m no instante em que ela cai na trincheira, o que significa que o pneu não toca o fundo da trincheira, mas fica suspenso no ar. Nessa situação a suspensão ligada a esse pneu atinge seu batente inferior e fica em seu comprimento indeformado.

Já, ao observar o valor das variações positivas das posições das rodas, pode-se observar que ele é superior a 0 m no instante em que ela transpõe a trincheira. Nesse caso, a força exercida sobre o pneu durante o contato é suficiente para forçar a suspensão ligada ao pneu a atingir seu batente superior, se comprimir ao máximo e com isso, provocar uma subsequente perda de contato do pneu com o solo.

O fato dos resultados dessa simulação serem condizentes com a realidade e coerentes com os resultados das simulações anteriores, tanto na forma qualitativa dos gráficos quanto

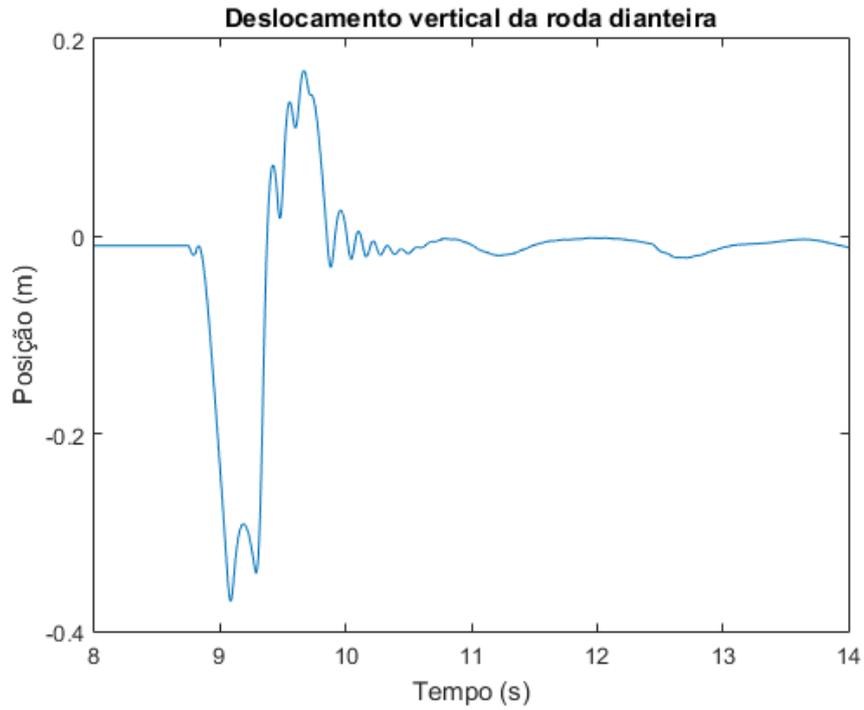


FIG. 5.26: Deslocamento da roda dianteira durante a quarta simulação

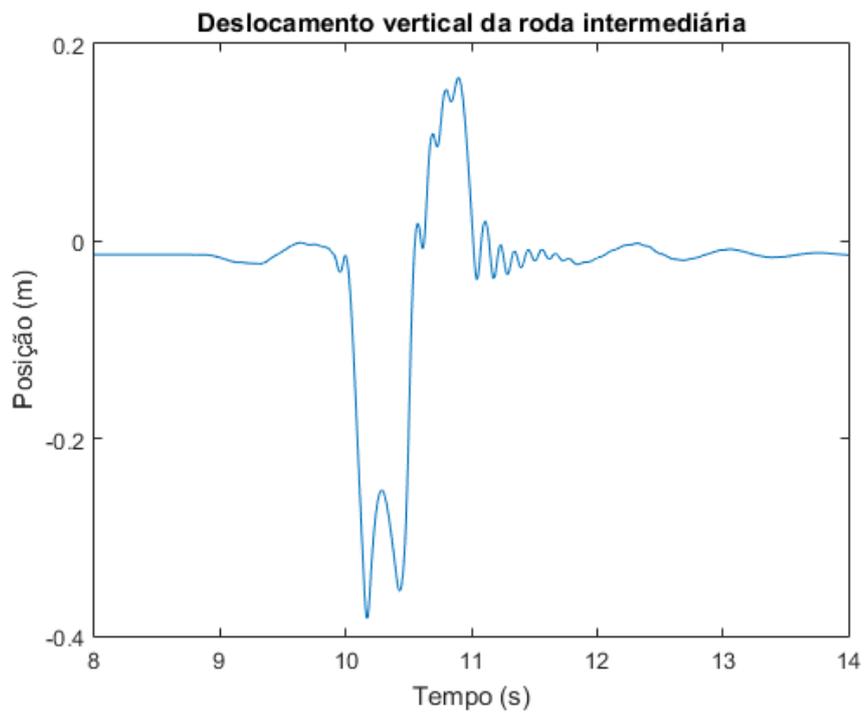


FIG. 5.27: Deslocamento da roda intermediária durante a quarta simulação

nos fenômenos descritos por eles, mostra que o modelo de pneu com mais de um ponto de contato proposto nesta dissertação continua sendo válido mesmo em um caso extremo de transposição de obstáculo, no qual há perda de contato com o solo, o pneu fica suspenso

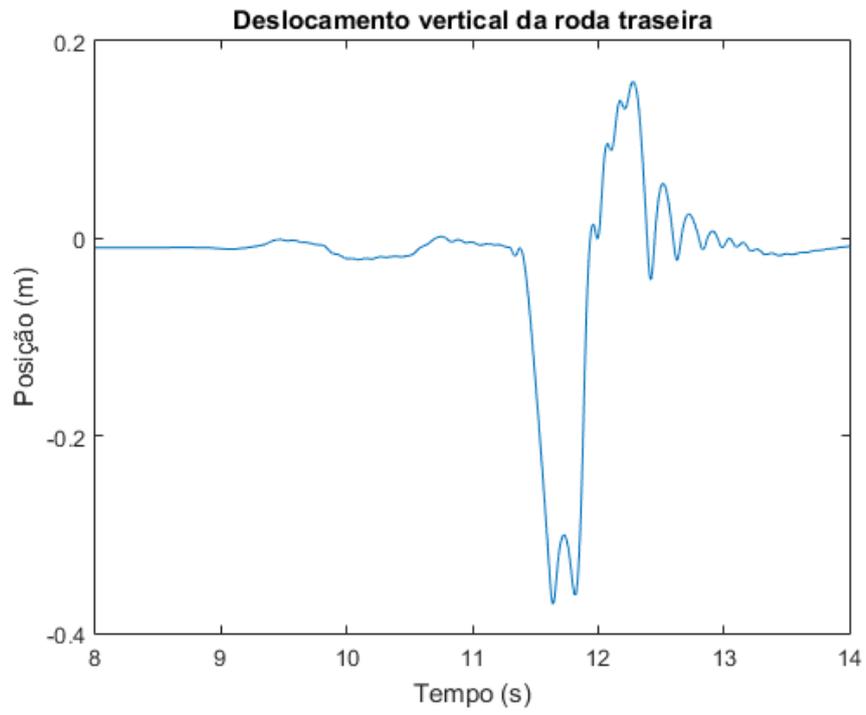


FIG. 5.28: Deslocamento da roda traseira durante a quarta simulação

no ar e a suspensão do veículo atinge seus limites.

## 6 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo o desenvolvimento de um modelo físico-matemático de pneus para a VBTP Guarani usando múltiplos pontos de contato que representasse de maneira mais acurada suas dinâmicas longitudinal e vertical. Para atingir esse objetivo a fundamentação teórica se baseou principalmente nos trabalhos de RILL (2011), que tratam da dinâmica longitudinal de pneus e fornecem modelos físicos para a representação do deslizamento longitudinal; e nos de AGEIKIN (1987) e TRISTÃO (2017), que abordam a dinâmica vertical de veículos em terrenos acidentados e fazem o uso de mais de um ponto de contato para determinar o comportamento do veículo nessas circunstâncias.

Além dos trabalhos citados anteriormente, tanto o modelo matemático proposto nesse trabalho como o modelo computacional criado para as simulações foram influenciados pelas dissertações de mestrado de CAMPOS (2017) e PERALTA (2017), que tratam da dinâmica vertical da VBTP Guarani, no trabalho de fim de curso de PINTO *et al.* (2018), que aborda a dinâmica longitudinal do Guarani. Ambos esses trabalhos contém particularidades da viatura, que foram levadas em conta na confecção do modelo para torná-lo mais próximo da realidade.

Algumas hipóteses simplificadoras foram adotadas na confecção deste modelo de pneu. Uma delas foi desprezar os esforços laterais que atuam sobre o veículo. Como o foco desse trabalho é a dinâmica longitudinal e a vertical, esforços em outras direções não foram considerados. Essa simplificação não altera significativamente os resultados das simulações, uma vez que os obstáculos simulados atuam sobre as rodas direitas e esquerdas da viatura no mesmo ponto e no mesmo instante e o veículo se desloca em linha reta.

Também foi assumido que a rigidez do pneu pode ser interpretada como um conjunto de molas radiais que partem do centro da roda à banda de rodagem, cujo comprimento indeformado é igual ao raio indeformado; e que não há deslizamento entre o obstáculo e os pontos de contato do pneu que não se encontram diretamente abaixo do centro da roda, como as simulações mostram, o contato com o obstáculo nesses outros pontos é praticamente instantâneo, portanto essa simplificação não produz erros significativos no resultado.

A modelagem computacional desenvolvida no *Simulink*<sup>®</sup> para simular o modelo proposto foi construída usando a abordagem do Fluxo de Potência. Exemplos do uso dessa abordagem na modelagem de veículos são encontrados não só nos trabalhos supracitados,

como também nos trabalhos de COSTA NETO (2001) e LOPES (2015).

A simulação da dinâmica longitudinal do modelo de pneu desenvolvido neste trabalho mostrou resultados condizentes com a realidade e compatíveis com aqueles obtidos usando a Fórmula Mágica. Isso comprova a equivalência entre o modelo proposto, baseado no TMeasy, e um modelo amplamente utilizado pela indústria e pelo meio acadêmico, validando essa parte do trabalho.

De forma semelhante, as diversas simulações da VBTP Guarani transpondo obstáculos também produziram resultados positivos. O comportamento apresentado pela viatura retratado pelo modelo com múltiplos pontos de contato não só foi condizente com a realidade e similar ao resultado obtido com o modelo tradicional, como também foi capaz de retratar efeitos e esforços que são ignorados e impossíveis de serem contabilizados pelo modelo de um ponto de contato, mostrando assim a validade e a utilidade do modelo de pneu proposto nesse trabalho.

Com base nas análises dos resultados das simulações realizadas, pode-se concluir que o modelo de pneu desenvolvido neste trabalho é adequado para representar a dinâmica longitudinal e a dinâmica vertical da Viatura Blindada de Transporte de Pessoal Guarani e que, portanto, o objetivo final deste trabalho foi alcançado. A análise também reiterou as principais vantagens e os pontos fortes do modelo proposto, que são a utilização de parâmetros físicos, e não empíricos, para representar o deslizamento longitudinal do pneu; e o uso de múltiplos pontos de contato para representar o veículo transpondo grandes obstáculos, o que dispensa a necessidade de testes práticos custosos ou métodos computacionais complexos, como análise por elementos finitos, permitindo que fenômenos físicos que são ignorados pelos modelos tradicionais sejam computados.

Como possível continuação desse trabalho e com o objetivo de aperfeiçoar o modelo proposto recomenda-se a incorporação dos esforços laterais na modelagem do pneu e a utilização da teoria dos solos deformáveis. A dinâmica lateral permitirá que o modelo seja capaz de representar e simular manobras ainda mais complexas da VBTP Guarani, ou de outro veículo militar sobre rodas. Já a teoria dos solos deformáveis é importante, pois os veículos militares como o Guarani precisam trafegar não só em solo irregular, como deformável, o qual precisa ser representado com um equacionamento apropriado. O IME já possui trabalhos nessas linhas de pesquisa e a incorporação deles ao modelo desenvolvido nesta dissertação vai deixá-lo ainda mais útil ao Exército Brasileiro.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGEIKIN, I. S. **Off-The-Road Mobility of Automobiles**. 1. ed. New Delhi: Oxonian Press, 1987.
- BLUNDELL, M.; HARTY, D. **The Multibody Systems Approach to Vehicle Dynamics**. 2. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2015.
- CAMPOS, C. G. **Análise da Dinâmica Vertical da VBTP 6 x 6 Guarani**. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2017.
- COSTA NETO, R. T. D. **Modelo de veículo tipo 4WS utilizando transformadores cinemáticos**. 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2001.
- GENTA, G. **Motor Vehicle Dynamics – Modeling and Simulations**. 1. ed. London: World Scientific Publishing Co, 1997.
- GENTA, G.; MORELLO, L. **The automotive chassis: Volume 2: System design (mechanical engineering series)**. 1. ed. Berlin: Springer, 2009.
- GILLESPIE, T. D. **Fundamentals of vehicle dynamics**. 1. ed. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1992.
- JAZAR, R. N. **Vehicle dynamics: theory and application**. 2. ed. New York: Springer, 2014.
- LOPES, E. D. R. **Análise do comportamento dinâmico de um veículo leve 4x4 com sistema de controle de tração**. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2015.
- NAUNHEIMER, H.; BERTSCHE, B.; RYBORZ, J. ; NOVAK, W. **Automotive transmissions: fundamentals, selection, design**. 2. ed. New York: Springer, 2011.
- OLIVEIRA, A. N. D. **Estimativa de Parâmetros e Análise da Dinâmica Vertical de um Veículo Militar 8WD**. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2017.
- PACEJKA, H. B. **Tyre mechanics and vehicle dynamics**. 2. ed. Burlington: Butterworth-Heinemann, 2006.
- PERALTA, A. O. **Análise de Conforto na VBTP 6 x 6 Guarani Usando Estimativa de Parâmetros e o Método do Fluxo de Potência**. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2017.

- PINTO, A. F. A.; VALENTIM, M. X. G. ; PEIXOTO, P. S. **Análise da Dinâmica Longitudinal e da Trafegabilidade da VBTP-MR 6x6 Guarani**. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2018.
- RILL, G. **Road vehicle dynamics: fundamentals and modeling**. 1. ed. Boca Raton: CRC Press, 2011.
- RILL, G. Tmeasy—the handling tire model for all driving situations. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON DYNAMIC PROBLEMS OF MECHANICS, 15., 2013, Búzios. **Proceedings...** S.l.: M. Sa- vi, 2013.
- RILL, G. An engineer’s guess on tyre parameter made possible with tmeasy. In: INTERNATIONAL TYRE COLLOQUIUM, 4th., 2015, University of Surrey. **Anais...** Guildford, UK: University of Surrey, 2015. Disponível em: <<http://epubs.surrey.ac.uk/807823/>>. Acesso em: 21 abr. de 2015.
- TRISTÃO, M. W. **Simulação da Dinâmica do Veículo Baja SAE Modelado Por Diagrama de Blocos**. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2017.
- WONG, J. Y. **Theory of ground vehicles**. 4. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2008.
- ZF. Operating Instructions - ZF-Ecomat 2 plus. Disponível em: <[https://www.zf.com/usa\\_canada/media/zfmig\\_united\\_states/zfmig\\_corporate/zfmig\\_products\\_services\\_3/zfmig\\_service\\_portfolio\\_1/zfmig\\_bus\\_coach\\_transmission\\_us/zfmig\\_ecomat\\_us/zfmig\\_ecomat\\_downloads\\_us/ZF-Ecomat\\_and\\_Ecomat\\_2.pdf](https://www.zf.com/usa_canada/media/zfmig_united_states/zfmig_corporate/zfmig_products_services_3/zfmig_service_portfolio_1/zfmig_bus_coach_transmission_us/zfmig_ecomat_us/zfmig_ecomat_downloads_us/ZF-Ecomat_and_Ecomat_2.pdf)>. Acesso em: 29 jan. de 2019.

## 8 APÊNDICES

## APÊNDICE 1: CONSERVAÇÃO DE ENERGIA

O modelo de mais de um ponto de contato foi avaliado com respeito à lei da conservação de energia por meio de uma simulação no ambiente *Simulink*<sup>®</sup> usando o método de Dormand-Prince (rotina ODE45).

O objetivo dessa simulação é verificar se o modelo proposto está obedecendo à lei da conservação de energia. Nela, um pneu parte com uma velocidade longitudinal inicial  $v_i$  em direção a uma parede e, ao colidir com ela, ele é impulsionado no sentido contrário. O modelo com mais de um ponto de contato deverá ser capaz de detectar o contato do pneu com a parede e simular sua reação e será válido se a energia cinética do pneu no início da simulação for igual à energia cinética no final mais a energia dissipada no choque.

Uma função auxiliar, intitulada “*piso.m*” foi criada no *MATLAB*<sup>®</sup> para descrever a estrada onde o veículo trafega. Essa função recebe como entrada a posição  $x$  de um ponto do veículo em relação ao referencial global e retorna a altura  $y$  da pista naquele ponto.

A função é usada para descrever a pista plana e a parede com que o pneu se choca. Essa parede se encontra a 15 metros do início da pista e possui 1 m de altura.

$$piso(x < 15) = 0 \quad (8.1)$$

$$piso(x \geq 15) = 1 \quad (8.2)$$

Antes de se iniciar essa simulação, o valor da velocidade inicial  $v_i$  do pneu é pré-determinado como igual a 3 m/s. Para a simplificação dos cálculos, os efeitos dissipativos oriundos da resistência aerodinâmica e do momento de resistência ao rolamento (WONG, 2008) foram desprezados na elaboração do diagrama de blocos.

Outra hipótese simplificadora foi considerar nulo o amortecimento do pneu. No mundo real, o pneu possui amortecimento, logo, dissipa parte da energia que o deforma. Contudo, esse amortecimento costuma ser desprezível em relação ao coeficiente de rigidez do pneu.

Durante a simulação a velocidade longitudinal do pneu é monitorada. A FIG. 8.1 mostra os valores que essa grandeza assume ao longo do tempo.

Como o gráfico mostra, a velocidade do pneu é inicialmente igual a 3 m/s até o instante em que ele entra em contato com a parede. Neste momento, a velocidade do pneu assume uma velocidade negativa igual a -3 m/s. Ou seja, a colisão com a parede

faz com que o pneu, devido às suas características elásticas, seja impulsionado no sentido contrário, conforme o esperado.

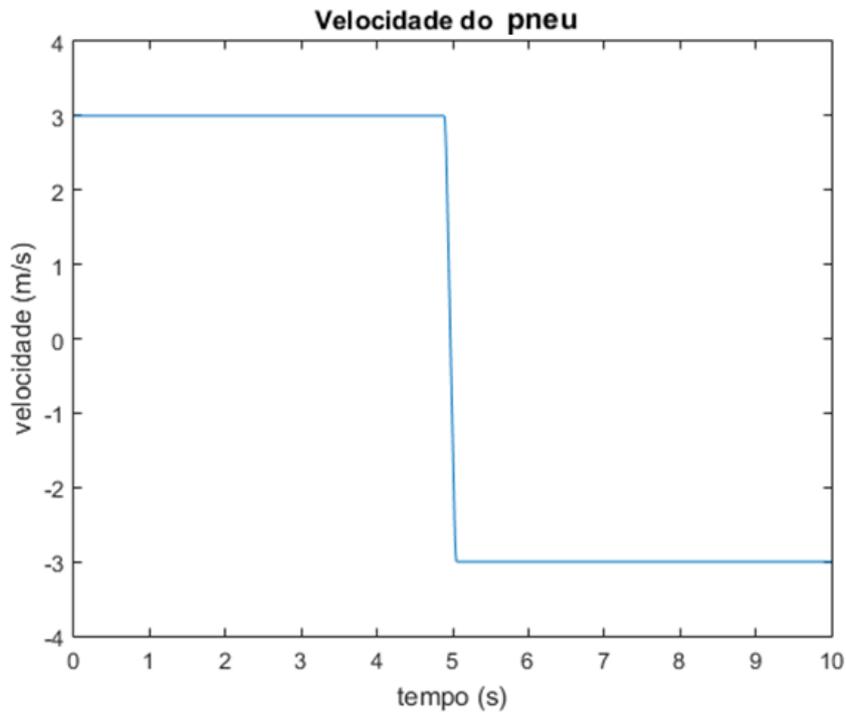


FIG. 8.1: Velocidade longitudinal do pneu durante a primeira simulação (colisão com a parede de 1m)

Além disso, como a característica dissipativa do pneu foi desprezada, a colisão deveria ser perfeitamente elástica, com os módulos da velocidade inicial e da velocidade final sendo iguais. O gráfico anterior mostra que o pneu se comportou de acordo com essa expectativa.

A lei da conservação de energia diz que a energia total do pneu antes do choque com a parede deve ser igual à energia total após o choque com a parede mais a energia dissipada durante a colisão.

Antes do impacto, a única energia no corpo é sua energia cinética inicial e seu valor pode ser calculado com os dados obtidos.

$$E_{inicial} = E_{ci} = \frac{m_{roda}v_i^2}{2} = 45J \quad (8.3)$$

Após a colisão, o veículo também possui energia cinética e, como a magnitude da velocidade final do pneu é igual à da velocidade inicial, o valor dessa energia se mantém. Caso houvesse amortecimento, a velocidade final do pneu teria um valor absoluto menor que a velocidade inicial.

$$E_{final} = E_{cf} = \frac{m_{roda}v_f^2}{2} = 45J \quad (8.4)$$

Constata-se, então, que a energia do sistema se mantém constante, em conformidade com a lei de conservação de energia. A capacidade do modelo de representar a reação do pneu e sua obediência à lei de conservação de energia mostra que ele é válido.