

**MINISTÉRIO DA DEFESA  
EXÉRCITO BRASILEIRO  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**CC(FN) ANDRÉ NORONHA DE OLIVEIRA**

**ESTIMATIVA DE PARÂMETROS E ANÁLISE DA DINÂMICA VERTICAL DE  
UM VEÍCULO MILITAR 8WD**

Rio de Janeiro  
2018

**INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA**

**CC(FN) ANDRÉ NORONHA DE OLIVEIRA**

**ESTIMATIVA DE PARÂMETROS E ANÁLISE DA DINÂMICA  
VERTICAL DE UM VEÍCULO MILITAR 8WD**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: TC Ricardo Teixeira da Costa Neto - D.Sc.

Co-orientador: TC Aldélio Bueno Caldeira - D.Sc.

Rio de Janeiro  
2018

C2018

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 - Praia Vermelha

Rio de Janeiro-RJ CEP 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do autor e do orientador.

620.1 Oliveira, André Noronha  
O48e Estimativa de parâmetros e análise da dinâmica vertical de um veículo militar 8WD / André Noronha de Oliveira, orientado por Ricardo T. da Costa Neto, Aldélio Bueno Caldeira– Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2018.

129 p.:il.

Dissertação (mestrado) – Instituto Militar de Engenharia – Rio de Janeiro, 2018.

1. Engenharia Mecânica – teses, dissertações. 2. Dinâmica Vertical. 3. Fluxo de Potência. 4. Transformadores Cinemáticos. 5. Problemas Inversos. I. Costa Neto, Ricardo T. II. Caldeira, Aldélio Bueno. III. Instituto Militar de Engenharia.

**INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA**

**CC(FN) ANDRÉ NORONHA DE OLIVEIRA**

**ESTIMATIVA DE PARÂMETROS E ANÁLISE DA DINÂMICA  
VERTICAL DE UM VEÍCULO MILITAR 8WD**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: TC Ricardo Teixeira da Costa Neto - D.Sc.

Co-Orientador: TC Aldélio Bueno Caldeira - D.Sc.

Aprovada em 29 de Janeiro de 2018 pela seguinte Banca Examinadora:

---

TC Ricardo Teixeira da Costa Neto - D.Sc. do IME - Presidente

---

TC Aldélio Bueno Caldeira - D.Sc. do IME

---

Prof. Mauro Speranza Neto - D.Sc. da PUC/RJ

Rio de Janeiro

2018

Dedico essa obra aos meus pais, Sandra e Ricardo,  
"In Memoriam".

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por ter dado forças para superar meus desafios.

À minha esposa Isabella pela compreensão e por todo amor e carinho em todos os momentos.

Aos meus familiares, pai, João Ricardo Coutinho de Oliveira, mãe, Sandra Noronha, minha querida madrinha e padrinho, Suely e Sérgio Noronha, e minha amada avó Nair, por não terem medido esforços na minha educação e terem sido a base da minha vida.

Aos meus amigos, Daniel Henrique Braz e Alejandro Peralta, pelas horas de dedicação e debates sobre todo o trabalho. Em especial à minha amada amiga, Caroline Goulart Campos, sem seu apoio incondicional, não teria conseguido.

Ao meu orientador e co-orientador, TC Ricardo e TC Aldélio, pela paciência e compreensão dispendida, e por todos os conhecimentos transmitidos nestes dois anos, foi uma honra trabalhar com os senhores.

Ao Corpo de Fuzileiros Navais por todo apoio prestado durante a realização do curso, em especial ao Batalhão de Blindados, que não mediu esforços para o empréstimo da Viatura, e, também, ao CC (FN) Telmo e CC (FN) Eduardo pelos conselhos e incentivos nos momentos mais difíceis.

Aos militares e civis do Centro de Avaliações do Exército pelo suporte irrestrito na realização dos testes de campo.

A todos que de alguma forma contribuíram para a conclusão deste trabalho.

"Cada dia que amanhece assemelha-se a uma página em branco, na qual gravamos os nossos pensamentos, ações e atitudes. Na essência, cada dia é a preparação de nosso próprio amanhã."

**Chico Xavier**

## SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES .....	9
LISTA DE TABELAS .....	12
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS .....	13
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>17</b>
1.1 Objetivo .....	18
1.2 Motivação .....	19
1.3 Organização .....	19
1.4 Posicionamento do trabalho proposto .....	20
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>22</b>
2.1 Dinâmica Vertical .....	22
2.2 Problemas Inversos e Otimização .....	24
<b>3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>27</b>
3.1 Dinâmica Veicular .....	27
3.1.1 Dinâmica Vertical .....	27
3.2 Problemas Inversos e Otimização .....	41
3.2.1 Particule Swarm Optimization- PSO .....	43
3.2.2 Differential Evolution- DE .....	43
<b>4 DESCRIÇÃO DO MODELO .....</b>	<b>45</b>
4.1 Modelagem do Veículo .....	46
4.1.1 Configuração da Suspensão .....	53
4.1.2 Batentes .....	56
4.2 Validação da Modelagem .....	57
4.3 Testes de Campo .....	59
<b>5 SIMULAÇÃO E RESULTADOS .....</b>	<b>64</b>
5.1 Condição Inicial .....	64
5.2 Modelagem do Obstáculo .....	67
5.3 Estimativa de Parâmetros .....	67

5.4	Resultados .....	69
5.5	Simulações .....	92
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES</b> .....	<b>103</b>
<b>7</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>105</b>
<b>8</b>	<b><u>APÊNDICE A</u></b> .....	<b>108</b>

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG.1.1	Viatura Blindada de Transporte de Pessoal MOWAG PIRANHA IIIC 8WD .....	18
FIG.3.1	Sistema referencial de acordo com a Norma ISO 4130 (JAZAR, 2013) .....	28
FIG.3.2	Oscilador Harmônico com 1 GDL (JAZAR, 2013) com modificações .....	28
FIG.3.3	Sistema com Massa, Mola e Amortecedor (MMA) em um primeiro nível .....	29
FIG.3.4	Sistema MMA em um segundo nível .....	30
FIG.3.5	Subsistema Massa em um terceiro nível .....	30
FIG.3.6	Subsistema Mola em um terceiro nível .....	31
FIG.3.7	Subsistema Amortecedor em um terceiro nível .....	31
FIG.3.8	Modelo 1/4 de carro em um primeiro nível .....	32
FIG.3.9	Segundo nível dos subsistemas MNS, suspensão e MS .....	32
FIG.3.10	Subsistema MNS em um terceiro nível .....	33
FIG.3.11	Movimento do veículo com <i>bounce</i> e <i>pitch</i> (GILLESPIE, 1992) com modificações .....	34
FIG.3.12	Modelo de veículo de 1/2 carro (JAZAR, 2013) com modificações .....	34
FIG.3.13	Diagrama de blocos do modelo de 1/2 carro .....	37
FIG.3.14	Diagrama de blocos do subsistema chassi em um segundo nível .....	38
FIG.3.15	Subsistema equação de movimento do chassi .....	38
FIG.3.16	Modelo de carro completo considerado (JAZAR, 2013) com modifi- cações .....	39
FIG.3.17	Diagrama de blocos do modelo de carro completo considerado .....	39
FIG.3.18	Diagrama de blocos do modelo de carro completo considerado .....	40
FIG.3.19	Representação esquemática de PI .....	41
FIG.4.1	Vista frontal, lateral e posterior da VBTP PIRANHA III-C .....	45
FIG.4.2	Vista superior da VBTP PIRANHA III-C .....	46
FIG.4.3	Modelo de carro completo com vista superior e lateral da VBTP PI- RANHA III-C .....	47
FIG.4.4	Modelagem da VBTP PIRANHA no <i>Simulink</i> .....	48
FIG.4.5	Subsistemas da MNS .....	49

FIG.4.6	Suspensão em um segundo nível .....	50
FIG.4.7	Massa Suspensa em um primeiro nível .....	50
FIG.4.8	Chassi em um segundo nível .....	51
FIG.4.9	Subsistema MATRIZ TETA .....	52
FIG.4.10	Subsistema EQUAÇÃO DE MOVIMENTO .....	53
FIG.4.11	Subsistema MATRIZ G .....	53
FIG.4.12	Suspensão da VBTP PIRANHA .....	54
FIG.4.13	Geometria da suspensão MacPherson (JAZAR, 2013) .....	54
FIG.4.14	Braço de torção (LEITE & DA SILVA, 2002) .....	56
FIG.4.15	Roda e pneu na superfície de contato .....	57
FIG.4.16	Resultados dos testes para validação .....	58
FIG.4.17	Obstáculo utilizado no teste de campo .....	59
FIG.4.18	VBTP PIRANHA III-C realizando o teste .....	60
FIG.4.19	Sensores instalados na VBTP PIRANHA III-C .....	60
FIG.4.20	Resultados dos testes de campo para velocidade de 25 Km/h .....	62
FIG.4.21	Resultados dos testes de campo com um obstáculo e aplicação do filtro .....	63
FIG.5.1	Estabilização da modelagem .....	66
FIG.5.2	Resultados para Aceleração vertical no CG .....	70
FIG.5.3	Resultados para Velocidade angular de arfagem no CG .....	71
FIG.5.4	Resultados para Velocidade angular de rolagem no CG .....	72
FIG.5.5	Desempenho da Função Objetivo .....	74
FIG.5.6	Resultados para Aceleração vertical no CG .....	76
FIG.5.7	Resultados para Velocidade angular de arfagem no CG .....	77
FIG.5.8	Resultados para Velocidade angular de rolagem no CG .....	78
FIG.5.9	Desempenho da Função Objetivo .....	79
FIG.5.10	Resultados para Aceleração vertical no CG .....	81
FIG.5.11	Resultados para Velocidade angular de arfagem no CG .....	82
FIG.5.12	Resultados para Velocidade angular de rolagem no CG .....	83
FIG.5.13	Desempenho da Função Objetivo .....	84
FIG.5.14	Resultados para Aceleração vertical no CG .....	86
FIG.5.15	Resultados para Velocidade angular de arfagem no CG .....	87
FIG.5.16	Resultados para Velocidade angular de rolagem no CG .....	88
FIG.5.17	Desempenho da Função Objetivo .....	89

FIG.5.18	Resultados para Aceleração vertical no CG .....	90
FIG.5.19	Resultados para Velocidade angular de arfagem no CG .....	91
FIG.5.20	Resultados para Velocidade angular de rolagem no CG .....	92
FIG.5.21	Obstáculos utilizados .....	94
FIG.5.22	Simulações para o Obstáculo Trapezoidal .....	96
FIG.5.23	Simulações para o Obstáculo Senoidal .....	97
FIG.5.24	Simulações para o Obstáculo Degrau .....	98
FIG.5.25	Simulações para o Obstáculo Trincheira .....	99
FIG.5.26	Simulações para o Obstáculo Combinado .....	101
FIG.5.27	Simulações para Sistema de Suspensão .....	102

## LISTA DE TABELAS

TAB.4.1	Parâmetros da VBTP PIRANHA III-C .....	45
TAB.4.2	Valores da configuração da suspensão .....	55
TAB.4.3	Erro relativo percentual .....	59
TAB.5.1	Parâmetros utilizados .....	64
TAB.5.2	Perfil do obstáculo .....	67
TAB.5.3	Coeficientes e intervalos .....	69
TAB.5.4	Parâmetros estimados para PSO e DE .....	70
TAB.5.5	Erros entre a simulação e valores de referência .....	73
TAB.5.6	Desempenho das técnicas de otimização .....	73
TAB.5.7	Coeficientes e intervalos .....	75
TAB.5.8	Parâmetros estimados para PSO e DE .....	75
TAB.5.9	Erros entre a simulação e valores de referência .....	78
TAB.5.10	Desempenho das técnicas de otimização .....	79
TAB.5.11	Coeficientes e intervalos .....	80
TAB.5.12	Parâmetros estimados para PSO e DE .....	80
TAB.5.13	Erros entre a simulação e valores de referência .....	83
TAB.5.14	Desempenho das técnicas de otimização .....	83
TAB.5.15	Coeficientes e intervalos .....	84
TAB.5.16	Parâmetros estimados para PSO e DE .....	85
TAB.5.17	Erros entre a simulação e valores de referência .....	88
TAB.5.18	Desempenho das técnicas de otimização .....	89
TAB.5.19	Erros médios percentuais entre a simulação e valores de referência para o <i>bounce</i> .....	90
TAB.5.20	Erros médios percentuais entre a simulação e valores de referência para o <i>pitch</i> .....	91
TAB.5.21	Erros médios percentuais entre a simulação e valores de referência para o <i>roll</i> .....	92
TAB.5.22	Coeficientes e valores .....	93

## LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

### ABREVIATURAS

8WD	-	<i>Tração nas oito rodas (Wheel Drive)</i>
Ton	-	<i>Toneladas</i>
MB	-	<i>Marinha do Brasil</i>
VBTP	-	<i>Viatura Blindada de Transporte de Pessoal</i>
IME	-	<i>Instituto Militar de Engenharia</i>
FA	-	<i>Forças Armadas</i>
MPS	-	<i>MacPherson</i>
MR	-	<i>Magnetoreológico</i>
CMA-es	-	<i>Covariance Matrix Adaptation evolutionary strategy</i>
GSA	-	<i>Global Sensitivity Analysis</i>
DWB	-	<i>Double Wishbone</i>
PEM	-	<i>Prediction-Error-Method</i>
PI	-	<i>Problemas Inversos</i>
PSO	-	<i>Particle Swarm Optimization</i>
DE	-	<i>Differential Evolution</i>
R2W	-	<i>Random Restricted Window</i>
GDL	-	<i>Graus de Liberdade</i>
SQP	-	<i>Sequential Quadratic Programming</i>
MS	-	<i>Massa Suspensa</i>
MNS	-	<i>Massa Não-Suspensa</i>
MMA	-	<i>Massa, Mola e Amortecedor</i>
CG	-	<i>Centro de Gravidade</i>
FO	-	<i>Função Objetivo</i>
CAEx	-	<i>Centro de Avaliações do Exército</i>
IMU	-	<i>Inertial Measurement Units</i>
FMMV	-	<i>Filtro de Média Móvel Variável</i>

### SÍMBOLOS

$Z_o$	-	<i>Deslocamento Vertical de excitação de base no eixo "Z"</i>
-------	---	---

$k$	-	<i>Número de iterações</i>
$F_k$	-	<i>Força da Mola</i>
$F_b$	-	<i>Força do Amortecedor</i>
$F_s$	-	<i>Força da Suspensão</i>
$F_p$	-	<i>Força do Pneu</i>
${}^f\mathbf{r}_p$	-	<i>Vetor posição do ponto "P" no referencial fixo</i>
${}^c\mathbf{r}_p$	-	<i>Vetor posição do ponto "P" no referencial do corpo</i>
$\Omega$	-	<i>Velocidade Angular</i>
${}^f\mathbf{v}_p$	-	<i>Vetor velocidade do ponto "P" no referencial fixo</i>
$\Theta_c$	-	<i>Matriz de Vínculos Cinemáticos</i>
$V_i^{k+1}$	-	<i>Velocidade da Partícula</i>
$V_i^k$	-	<i>Velocidade da Partícula na iteração anterior</i>
$r_1$	-	<i>Número Randômico com distribuição uniforme entre 0 e 1</i>
$r_2$	-	<i>Número Randômico com distribuição uniforme entre 0 e 1</i>
$P_{best}^k$	-	<i>Melhor posição da Partícula em cada iteração</i>
$x_i^k$	-	<i>Posição da Partícula na iteração</i>
$G_{best}$	-	<i>Melhor posição de todas as Partículas em todas as iterações</i>
$X_i^{k+1}$	-	<i>Posição da Partícula atualizada</i>
$X_i^k$	-	<i>Vetor Individual de Parâmetros</i>
$F$	-	<i>Fator de Escala que define a mutação</i>
$\alpha$	-	<i>Parâmetro Inercial</i>
$\beta$	-	<i>Parâmetro de Aprendizagem</i>
$\delta_1$	-	<i>Função número 1 que define a mutação</i>
$\delta_2$	-	<i>Função número 2 que define a mutação</i>
$\eta$	-	<i>Membro número 1 da população escolhido randomicamente</i>
$\rho$	-	<i>Membro número 2 da população escolhido randomicamente</i>
$\gamma$	-	<i>Membro número 3 da população escolhido randomicamente</i>

## RESUMO

A Dinâmica veicular relaciona-se com os movimentos do veículo em uma superfície da estrada e se divide em longitudinal, lateral e vertical. Esta última está ligada a todo tipo de vibração imposta ao veículo, a qual prejudique o conforto dos passageiros e seu desempenho de uma forma geral. Um dos sistemas que atenua estas vibrações é a suspensão. Neste ínterim, engenheiros e projetistas realizam diversos estudos para melhorar a qualidade e desenvolver projetos inovadores. Porém, quando se trata dos veículos militares, este sistema torna-se um segredo de projeto. Sendo assim, o trabalho proposto tem o objetivo de descobrir os parâmetros deste sistema, para um veículo militar sobre rodas com quatro eixos. Para tal, uma modelagem matemática é proposta, utilizando o conceito de fluxo de potência e transformadores cinemáticos, através de um sistema modular, com a finalidade de servir de base para a resolução de um Problema Inverso na descoberta destes parâmetros, a qual utiliza dois métodos estocásticos e testes de campo, a fim de coletar dados reais do veículo em questão. Após a estimativa, propõe-se uma comparação entre a simulação numérica e o comportamento dinâmico real do veículo. Valendo-se destes testes uma análise deste sistema é realizada com algumas configurações propostas.

Palavras-chave: Dinâmica Vertical; Fluxo de Potência; Transformadores Cinemáticos; Problemas Inversos.

## **ABSTRACT**

Vehicular Dynamics relates to vehicle movements on a road surface, and is divided into longitudinal, lateral and vertical. This last one is linked to all types of vibrations imposed to the vehicle, which damages the passengers comfort and their overall performance. One of the systems that attenuates these vibrations is suspension. In the meantime, engineers and designers carry out various studies to improve quality and develop innovative projects. However, when it comes to military vehicles, this system becomes a design secret. Therefore, the proposed work objectives to discover this system parameters, for a wheeled military vehicle with four axles. For this, a mathematical model is proposed using the concept of power flow and kinematic transformers, through a modular system, in order to serve as basis for the Inverse Problem resolution in those parameters discovery, which uses two stochastic methods and field tests in order to collect actual data of the vehicle in question. After the estimation, it is proposed a comparison between the numerical simulation and the actual dynamic behavior of the vehicle. Using those tests, a system analyses is performed regarding some proposed configurations.

**Key Words:** Vertical Dynamics; Power Flow; Kinematic Transformers; Inverse Problems.

## 1 INTRODUÇÃO

Nos dias atuais, o estudo para o desenvolvimento automobilístico tornou-se uma ferramenta essencial entre engenheiros e projetistas, a fim de transcender a rígida competição entre as empresas deste ramo, além de proporcionar a produção de veículos mais seguros, confortáveis, com maior facilidade operacional e com uma relação custo-benefício reduzida. Para tal, o entendimento e aplicação da Dinâmica Veicular são de fundamental importância.

A Dinâmica Veicular é dividida em longitudinal, que contempla as variações no comportamento do veículo nas acelerações e frenagens; a lateral, atuando nas características da estabilidade direcional; e a vertical, que discorre sobre a manutenção do contato pneu/solo e as vibrações provenientes de entradas de excitações no veículo. Estas excitações podem ser provenientes de superfícies irregulares, forças aerodinâmicas, vibrações do motor e da transmissão, e desequilíbrios do conjunto roda/pneu (WONG, 2008). O estudo da Dinâmica Vertical não está relacionado somente com o conforto do motorista e dos passageiros, mas também, com o desempenho do veículo em geral.

Porém, existe uma grande diferença neste estudo, quando veículos terrestres são divididos em civis e militares. Estes últimos requerem condições especiais de conforto e trafegabilidade, pois são empregados em terrenos acidentados, além de transportar material militar, como por exemplo, armas, tropas e outros suprimentos militares. Segundo HOHL (2007) os veículos militares são divididos em blindados e não blindados, sobre rodas e sobre lagartas, e quanto ao porte por leve (1 a 2,5 Ton), médio (3 a 7 Ton) e pesado (acima de 7 Ton). Portanto, especial atenção deve ser dada ao desenvolvimento de componentes para veículos que atenuem as inconsistências do sistema e as vibrações. Um desses componentes é o sistema de suspensão.

Normalmente, o sistema de suspensão é composto por mola e amortecedor, ou por uma barra de torção e um amortecedor, além de outras opções. Estes componentes podem determinar o quanto o sistema oferecerá um maior conforto aos tripulantes, ou o quanto o veículo pode ser submetido a terrenos altamente irregulares, ou a influência no próprio desempenho do veículo. Desta forma, faz-se necessário o conhecimento deste sistema, juntamente com seus parâmetros de projeto. Quando tais parâmetros são desconhecidos, há maneiras de se obtê-los, por meio de testes de campo e métodos matemáticos para estimá-los.

Algumas técnicas foram desenvolvidas ao longo dos anos para realizar a estimativa destes

parâmetros. Uma das principais é a abordagem de Problemas Inversos (PI). Os resultados obtidos das simulações numéricas e das experimentais não são comparados "*a posteriori*", de forma que existe uma sinergia entre a pesquisa numérica e experimental durante o curso de estudo, para obter o máximo de informação do problema físico em questão (BECK, 2002).

PI podem estimar parâmetros ou funções desconhecidos a partir de resultados experimentais ou pseudo-experimentais pré-existent, com a minimização do desvio entre a solução de referência e a calculada. Se algumas informações estão disponíveis em sua forma funcional de quantidade desconhecida, o PI pode ser reduzido para estimativa de poucos parâmetros. Por outro lado, se não existe informação disponível em sua forma funcional, o PI precisa ser lembrado como uma abordagem de estimativa de função em um espaço dimensional infinito de funções (COLAÇO et al., 2006).

## 1.1 OBJETIVO

O objetivo da dissertação proposta é realizar uma análise da Dinâmica vertical de um veículo militar blindado 8 *Wheel Drive* (8WD). Na qual, o veículo será modelado no *software* MATLAB®/Simulink como um modelo de carro completo com suspensões passivas e independentes, por meio da abordagem por fluxo de potência (COSTA NETO, 2008), em que as variáveis de entrada e saída são esforços e velocidades em subsistemas, que podem ser acoplados, respeitando a causalidade entre eles.



FIG. 1.1: Viatura Blindada de Transporte de Pessoal MOWAG PIRANHA III C 8WD

Esta análise será dividida em uma estimativa de parâmetros (coeficientes do sistema de suspensão, representados pela rigidez da mola e amortecimento do amortecedor, dois momentos

de inércia em relação ao centro de gravidade e um relativo ao coeficiente de rigidez do pneu, utilizando a abordagem de PI), além de um estudo do comportamento da suspensão. Para tal, testes de campo foram realizados no veículo em questão, a fim de subsidiar a estimativa de parâmetros.

## 1.2 MOTIVAÇÃO

A obtenção de conhecimento sobre dados de alguns sistemas empregados em projetos de veículos militares é, de certa forma, uma "*caixa preta*", pois, estes dados não são revelados com facilidade. Além disso, este fato é potencializado, quando estes veículos são produzidos e adquiridos no exterior.

Normalmente, estas aquisições vêm acompanhadas do nível de conhecimento necessário para manutenção e operação dos sistemas, ou com um contrato por tempo determinado, com a finalidade de solucionar eventuais problemas no veículo.

A Marinha do Brasil (MB), atualmente, só detém o conhecimento operacional e de manutenção até certo nível sobre a Viatura Blindada de Transporte de Pessoal (VBTP) PIRANHA IIIC 8WD. Existem diversos trabalhos na área de Dinâmica Veicular realizados no Instituto Militar de Engenharia (IME) ao longo dos anos, porém nenhum ainda foi realizado com este veículo especificamente. Adicionalmente, se junta o fato que, atualmente, poucos trabalhos conseguem a coleta e utilização de dados experimentais, devido à dificuldade de recursos e disponibilidade de meios.

Os resultados do estudo proposto contribuirão para o entendimento deste sistema de suspensão, além do armazenamento de dados técnicos para estudos futuros das Forças Armadas (FA), que irão auxiliar tanto no processo de aquisição, como na validação de testes em veículos deste porte.

## 1.3 ORGANIZAÇÃO

A dissertação é organizada em seis seções:

- a) Introdução, onde são apresentados o objetivo, a motivação, a organização e o posicionamento do trabalho;
- b) Revisão bibliográfica, na qual discorre sobre o conteúdo relacionado com o tema contido em livros, trabalhos acadêmicos e científicos tanto para a Dinâmica Vertical, quanto para

Problemas Inversos e Otimização;

- c) Fundamentação teórica, a qual aborda a teoria geral e as metodologias empregadas para conclusão deste trabalho;
- d) Descrição do modelo, descreve e valida a modelagem implementada e analisa os testes de campo utilizados;
- e) Resultados, onde aplica-se a exposição e discussão dos resultados obtidos de acordo com o desenvolvimento da parte teórica;
- f) Conclusões e sugestões, apresenta as conclusões baseadas nos resultados expostos e sugestões para trabalhos futuros.

#### 1.4 POSICIONAMENTO DO TRABALHO PROPOSTO

A linha de pesquisa de Sistemas Dinâmicos, particularmente o estudo da Dinâmica Veicular, vem sendo amplamente investigada, não só na Dinâmica vertical, como também na longitudinal e lateral, ao longo dos anos.

COSTA NETO (2001) desenvolve uma abordagem por transformadores cinemáticos aplicados ao sistema de suspensão de um veículo. Esta abordagem tende a ser mais abrangente que os modelos simplificados, pois inclui a geometria da suspensão no seu equacionamento, estabelecendo os vínculos cinemáticos existentes nos corpos que a compõem.

NEVES (2002) utiliza a abordagem de transformadores cinemáticos para análise da estabilidade lateral de um veículo tridimensional com suspensões independentes e esterçamento nas quatro rodas.

CHAGAS (2006) realiza a modelagem tridimensional de um veículo completo, com os modelos das suspensões dianteiras e seu sistema de direção, além dos modelos das suspensões traseiras. Todas as não linearidades do sistema de suspensão são consideradas, utilizando-se, também, do conceito de transformadores cinemáticos. Acrescenta-se uma modelagem de pneu capaz de representar as forças longitudinais e laterais que nele atuam.

FERREIRA (2006) desenvolve a modelagem do sistema mecânico, através do conceito de grafos de ligação, onde estes são reduzidos em diagrama de blocos, permanecendo todas as propriedades constitutivas que existem entre eles. Mantendo estas, é possível modelar e simular um sistema dinâmico sem a necessidade do equacionamento numérico tradicional.

COSTA NETO (2008) apresenta uma modelagem via fluxo de potência, utilizando estruturas de junção, as quais usam grafos de ligação. Esta modelagem pode ser aplicada em um veículo, subdividindo-o em subsistemas com acoplamento entre os módulos, sempre existindo uma relação de causa e efeito entre eles, ou seja, mantendo a compatibilidade definida. Além de apresentar o conceito da matriz de vínculos cinemáticos.

ABREU (2012) vale-se da técnica de grafos de ligação, com a finalidade de modelar veículos terrestres leves e pesados com a característica de possuírem estruturas do chassi planas e flexíveis. Além desta técnica, utiliza o método da análise modal, utilizado para determinar as propriedades dinâmicas do sistema.

A metodologia utilizada por COSTA NETO (2008), também é abordada por DA VINHA (2013), onde é desenvolvido um modelo tridimensional de um veículo de dois eixos, composto por: chassi, suspensões dianteira e traseira por eixo rígido, e dois eixos rígidos com o conjunto roda/pneu.

LOPES (2015) emprega a abordagem por fluxo de potência na construção de um modelo de veículo leve 4X4, analisando a dinâmica longitudinal e vertical do mesmo, quando submetido a um sistema de controle de tração.

O presente trabalho tem como perspectiva o aprofundamento da utilização da abordagem por fluxo de potência para a modelagem de uma VBTP 8WD, a ser empregada na análise da dinâmica vertical. Porém, no que tange a estimativa dos parâmetros, a metodologia de PI é adotada.

CRONEMBERGER (2012) utiliza esta metodologia, com a utilização da técnica de enxame de partículas, para estimar parâmetros da lei de queima do propelente que visam contabilizar os efeitos convectivos e de pressão variável durante combustão no interior de uma arma. Por conseguinte, realiza a otimização destes parâmetros.

CARVALHO (2015) desenvolve um modelo de meio carro de um veículo militar sobre lagartas, usando das equações diferenciais ordinárias de movimento, onde se pode simular o veículo trafegando em diferentes tipos de terrenos. Com estas simulações a metodologia de PI é empregada para estimar os parâmetros do sistema de suspensão passiva.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Sem descartar outras referências presentes em outros capítulos, algumas, que abordam os dois principais assuntos deste trabalho, são descritas abaixo, juntamente com um breve esclarecimento sobre elas.

### 2.1 DINÂMICA VERTICAL

CHEN & BEALE (2003) utilizam o conceito de parâmetros de Euler, para posicionar as coordenadas fixas do corpo fora do centro de massa, em uma análise cinemática de uma suspensão MPS. Assim, um conjunto de 52 parâmetros da suspensão é determinado. A estimativa de parâmetros baseia-se nas equações de movimento com base nas coordenadas fixas fora do centro de massa e aplicação da equação dinâmica inversa, resolvida por um método de mínimos quadrados (decomposição do valor singular). Além disso, um conjunto de expressões simbólicas, para utilização em qualquer tamanho de suspensão MPS, com a mesma configuração proposta, é encontrado usando o conceito de transferência de massa e transferência de inércia.

LIU et al. (2008) propõem uma otimização sobre os parâmetros da suspensão MPS, com a consideração da força lateral exercida sobre a mola. O valor ótimo da força lateral exercida nesta suspensão é obtido por uma análise de elementos finitos no *software* ANSYS®. Sua validação é realizada na comparação dos resultados simulados com um resultado experimental disponível na literatura.

FALLAH et al. (2009) propõem uma análise de um modelo abrangente de estrutura da suspensão MPS. Três modelos são considerados: convencional, linear e não-linear (sendo os modelos lineares e não-lineares dispostos de uma nova abordagem). Adicionalmente, uma comparação no *software* ADAMS® entre os modelos convencional e o linear; e linear e não-linear, é feita, analisando a aceleração da massa suspensa e o deslocamento angular do braço de controle inferior. Além disso, é mostrada a evolução ao longo do tempo de quatro parâmetros da suspensão: os ângulos de *câmbor*, *caster* e de inclinação do pino mestre, e o "*track*". Por fim, realiza uma comparação da evolução destes parâmetros cinemáticos, simulados no software, em três tipos de suspensão: passiva, semiativa e ativa.

HA et al. (2009) propõem um sistema de suspensão com amortecimento magnetorreológico (MR) e uma mola a gás, para um veículo militar 6WD. Dois tipos de modelagem são utilizados:

um sistema de amortecedor MR quase estático e MR com parâmetros agrupados, e o modelo proposto. A análise foi feita observando a variação do *roll* e do *pitch*, com dois perfis de pista.

ROZYN & ZHANG (2010) identificam os seguintes parâmetros inerciais do veículo: massa suspensa, posição longitudinal e lateral do centro de gravidade, e momento de inércia do veículo, enquanto o mesmo se desloca sobre diferentes condições de estradas. As medidas pseudoexperimentais foram produzidas por leitura dos dados provenientes de três hipotéticos sensores localizados no veículo. Os parâmetros inerciais são estimados com erro em torno de 6%.

THITE et al. (2011) empregam uma abordagem de matriz inversa com algumas restrições dinâmicas, para estimar os parâmetros da suspensão. É utilizada neste processo uma abordagem no domínio da frequência, pois no domínio do tempo muitos ruídos são detectados e a matriz inversa, inerente ao problema, mostra-se mal condicionada. Os resultados numéricos obtidos são comparados com medições realizadas em um *Full-scale 4-post rig*.

HOSSEINLOO et al. (2012) propõem um sistema de suspensão para um veículo militar 4x4 carregado com um canhão 120 mm durante uma simulação de tiro, com a finalidade de estabilizar as vibrações transmitidas ao veículo, deslizamento do mesmo e dispersão no tiro. Quatro tipos de suspensão são utilizados para a simulação numérica: suspensão passiva, suspensão passiva otimizada para o tiro; suspensão semiativa otimizada com amortecedor *skyhook* para o tiro e suspensão com amortecedor ideal *skyhook*. Os resultados das quatro suspensões são comparados, no que tange ao deslizamento do veículo, dispersão do tiro, rompimento dos pneus e levantamento do veículo.

HAVELKA & MUSIL (2014) realizam a otimização dos parâmetros da suspensão em diferentes classes de estradas e em diferentes velocidades. Um modelo de meio carro é adotado para o estudo da Dinâmica Vertical, a partir das equações de movimento. Os parâmetros a serem otimizados pelo método da pesquisa randômica modificada são a rigidez e o amortecimento da suspensão, tanto da dianteira, como da traseira, sempre considerando os limites estabelecidos nas normas padronizadas.

TEY et al. (2014) analisam uma suspensão MPS em conjunto com a identificação dos parâmetros da suspensão, empregando um algoritmo evolucionário, *Covariance Matrix Adaptation evolutionary strategy* (CMA-es), que é um método de otimização não linear. A *Global Sensitivity Analysis* (GSA) é empregada para descrever o comportamento do sistema, quando existem variações nos parâmetros dentro da ampla faixa de domínio. Assim, um *Hierarchical Clustering Method*, que agrupa os parâmetros em comum (que afetam o sistema), é aplicado e o CMA-es

estima os parâmetros.

IMINE et al. (2015) estimam as forças verticais, deflexão da suspensão, centro de gravidade e aceleração vertical do veículo, por meio do *higher-order sliding mode observer* e do Método dos Mínimos Quadrados. Diversos sensores são empregados no veículo, para a captação dos dados experimentais, os quais são comparados com os valores estimados em diferentes condições.

MITRA et al. (2016) utilizam o *Genetic Algorithm* para otimizar os parâmetros do sistema de suspensão de um veículo. Testes numéricos são conduzidos e, os resultados encontrados são comparados entre os obtidos antes e depois da otimização. Desta forma, uma consideração no conforto do veículo foi observada.

REDDY et al. (2016) analisam cinematicamente dois modelos de suspensão: *Double Wish-bone* (DWB) e MPS. As equações cinemáticas, após estarem em suas formas numéricas, são solucionadas com a ajuda do cálculo da base de Gröbner. A análise é proferida com os seguintes dados: superfície da estrada; parâmetros de entrada do sistema; e com variação no tempo. Neste ínterim, é observado as variações nos ângulos de câmber, caster e de esterçamento, além do deslocamento do centro da roda, para ambas as suspensões.

THALLER et al. (2016) discorrem sobre a identificação de parâmetros no sistema de suspensão do veículo, utilizando uma rotina de identificação baseada no método *Prediction-Error-Method* (PEM) para sistemas lineares discretos no tempo, porém, aplicado a sistemas contínuos no tempo. Resultados pseudoexperimentais são obtidos numericamente e comparados a um modelo de meio carro disposto na literatura.

CALDEIRA et al. (2017) propõem a identificação dos parâmetros da suspensão de um veículo militar sobre lagartas, utilizando as técnicas de *Particle Swarm Optimization* (PSO) e *Random Restricted Window* (R2W). As equações dinâmicas pertinentes aos graus de liberdade de *pitch* e *bounce* do chassi, e *bounce* de cada roda, são empregadas e utilizadas para resolver o problema direto. Os resultados obtidos demonstram uma excelente precisão, mesmo com a introdução de ruído nos dados pseudoexperimentais.

## 2.2 PROBLEMAS INVERSOS E OTIMIZAÇÃO

Como na Dinâmica vertical, a utilização das técnicas de PI e otimização são amplamente pesquisadas e discutidas entre pesquisadores e engenheiros. Cabe ressaltar que essa revisão é concentrada nas técnicas do PSO e *Differential Evolution* (DE).

COLAÇO et al. (2006) realizam uma revisão de PI, descrevendo sua definição, classificação, técnicas para a resolução, etc. Além de descrever alguns métodos determinísticos e estocásticos,

dentre eles PSO e DE.

POLI et al. (2007) apresentam uma revisão na literatura sobre PSO. A formulação original é desenvolvida e explicada com todos os seus termos. Além disso, apresentam algumas variações na abordagem clássica e sua aplicação, como por exemplo: *Binary PS*; aplicação em problemas dinâmicos; aplicações em funções com ruídos; Híbrido e Adaptativo PS; PSO com diversidade de controle; e *Bare-bones PSO*. Para finalizar, é apresentada uma análise teórica com modelos determinísticos, randômicos e executáveis.

GONG et al. (2014) inserem algumas modificações no algoritmo original do DE, sendo o problema direto proposto relacionado com o modelo eletromagnético de células de combustível de óxido sólido. Dentre as modificações, são sugeridas uma técnica de reparação da taxa de *crossover*, a fim de determinar rapidamente os seus valores ótimos; e uma aceleração da velocidade de convergência. A identificação dos parâmetros é realizada e o método empregado comparado com algumas variantes do DE, mostrando melhores resultados em termos de qualidade das soluções finais, robustez e velocidade de convergência.

KULKARNI et al. (2015) realizam uma abordagem do PSO para emprego na engenharia mecânica. Assim, uma breve explicação é feita em sua forma original, além de descrever quatro tipos de variantes: forma híbrida (DE com PSO, Algoritmo Genético com PSO e Algoritmo Evolucionário com PSO), adaptado (com ajustes em alguns parâmetros), multiobjetivo PSO e PSO discreto (abordagem direta, *Bias vector e Mixed search approach*). Para finalizar, apresentam algumas aplicações do PSO na engenharia mecânica, como por exemplo: otimização de várias soluções como projeto de peso ideal de um trem de engrenagem, otimização simultânea de tolerâncias de projeto e usinagem, e otimização de parâmetros de processo na fundição e problema de regime de máquina.

CHEN et al. (2015) apresentam um algoritmo, para a técnica de DE, modificado (chamado de *Binary Learning Differential Evolution*), onde duas populações são geradas randomicamente e o processo de aprendizagem com o melhor indivíduo de cada população é aplicado.

DREHMER et al. (2015) descrevem um modelo de carro com 8 Graus de Liberdade (GDL) e realizam a otimização dos parâmetros da suspensão, através do PSO e do *Sequential Quadratic Programming* (SQP). Os testes numéricos são feitos sobre diferentes tipos de solo. Após estes, os valores encontrados para os parâmetros são comparados, e o conjunto de valores ótimos é encontrado para determinado tipo de solo, respeitando o conforto, dirigibilidade e o espaço de trabalho da suspensão.

MOHAMED (2016) utiliza uma nova abordagem para o DE. Esta consiste em realizar três mudanças no referido algoritmo: realizar uma mutação triangular, modificação do fator de escala, e realizar uma abordagem de restrição de igualdade na tolerância adotada. Os resultados por essa abordagem são comparados com a abordagem original DE e PSO, encontrando soluções mais precisas e com menos robustez.

EKINCI et al. (2016) estimam cinco parâmetros sobre algumas anomalias gravitacionais. Os seguintes conjuntos de dados pseudoexperimentais são utilizados: sem ruído e com ruído. Logo após são utilizados dados experimentais conhecidos de minerais observados em depósitos em Cuba, Índia e Canadá, com a finalidade de saber se os parâmetros estimados estão dentro do intervalo de confiança. É utilizada a análise de avaliação de incerteza por Markov chain Monte Carlo.

PIOTROWSKI (2017) propõe um estudo sobre o tamanho da população do algoritmo DE. Primeiramente é realizada uma revisão na literatura sobre as seguintes abordagens de tamanho da população: o tamanho da população é configurado para cada problema separadamente; a dimensionalidade do problema depende do tamanho da população; a dimensionalidade do problema independe do tamanho da população; e o tamanho da população variando com a evolução do algoritmo. Para tal, realiza testes em dez diferentes algoritmos DE com tamanho da população fixo. Adicionalmente, variações no tamanho da população em quatro algoritmos DE são introduzidas no mesmo tipo de problema. Nestes testes são comparados diferentes algoritmos com o tamanho da população fixa (dependente e independente da dimensionalidade do problema), diferentes algoritmos com tamanho da população variável, e algoritmos com tamanho da população fixa e variável.

## 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 3.1 DINÂMICA VEICULAR

Este capítulo tem como objetivo descrever a Dinâmica Vertical com o equacionamento clássico e com a utilização de uma estrutura modular, desde o modelo do oscilador harmônico até o carro completo. Adicionalmente, os dois métodos de otimização empregados neste trabalho (PSO e DE) são descritos.

A Dinâmica Veicular está relacionada com os movimentos do veículo em uma superfície da estrada. O presente trabalho considera somente o estudo da Dinâmica Vertical de uma VBTP 8WD.

#### 3.1.1 DINÂMICA VERTICAL

A sensação ou sentimento do passageiro quando submetido ao movimento do veículo é chamado de "*Ride Quality*", e um dos problemas principais para o conforto dos passageiros é a vibração transmitida para a carroceria do veículo. Esta por sua vez pode ser imposta por forças aerodinâmicas, vibrações provenientes do motor e da transmissão, superfícies irregulares, e por não uniformidades do conjunto roda/pneu, em conjunto ou separadamente, sendo as duas primeiras transmitidas diretamente para o corpo do veículo e as duas últimas através do sistema de suspensão (WONG, 2008).

Devido a essas vibrações, um grande desafio entre engenheiros e projetistas é providenciar uma correta relação entre a dirigibilidade e o conforto. Um dos sistemas chave para encontrar esta relação é o sistema de suspensão. Este tem a capacidade filtrar as vibrações entre a carroceria do veículo, também chamada de Massa Suspensa (MS), e a superfície em que o mesmo trafega, sendo desenvolvido para atenuar as forças produzidas por superfícies irregulares e por manobras do próprio sistema de direção. A chamada Massa Não-Suspensa (MNS) compreende o conjunto roda/pneu.

Primeiramente, o sistema referencial a ser adotado neste trabalho é definido pela norma ISO 4130, FIG. 3.1, onde o eixo "X" é o longitudinal, "Z" é o vertical, e "Y" é o transversal. O sentido positivo dos eixos são: o primeiro para frente, o segundo para cima, e o terceiro para esquerda do motorista.

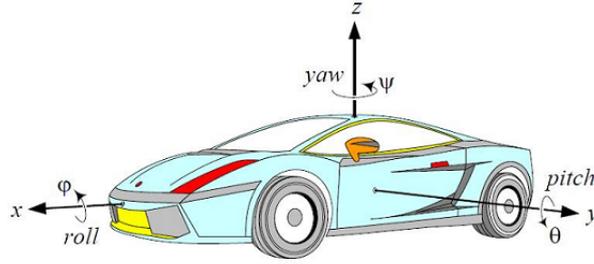


FIG. 3.1: Sistema referencial de acordo com a Norma ISO 4130 (JAZAR, 2013)

Portanto, para descrever o movimento de todas as partes que compõem um sistema dinâmico é necessário saber o número de GDL, que é o número de coordenadas necessárias para realizar esta completa descrição.

O oscilador harmônico, FIG. 3.2, é o modelo simplista da dinâmica vertical com 1 GDL, onde uma excitação de base é transmitida para uma massa, através do conjunto mola e amortecedor.

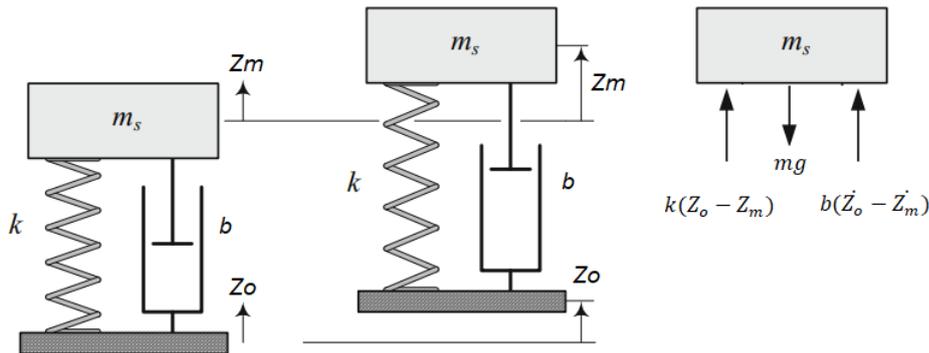


FIG. 3.2: Oscilador Harmônico com 1 GDL (JAZAR, 2013) com modificações

A mola tem a função de armazenar a energia potencial elástica associada à deformação elástica que o corpo sofre, e o amortecedor dissipa a energia mecânica. Neste íterim, a 3.1 apresenta a forma matricial de cálculo da dinâmica do sistema é conhecida como clássica.

$$\begin{bmatrix} \dot{W}_m \\ \dot{Z}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b}{m} & -\frac{k}{m} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_m \\ Z_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{k}{m} & \frac{b}{m} & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_o \\ \dot{Z}_o \\ g \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Porém, este sistema pode ser representado pela abordagem de fluxo de potência

(COSTA NETO, 2008), ou seja, por uma estrutura modular, onde a massa é considerada como um corpo rígido, e a mola e o amortecedor como elementos complacentes. Aplicando a Segunda Lei de Newton e utilizando esta abordagem, um corpo rígido é submetido a um esforço, por conseguinte sua quantidade de movimento se alterará, e sendo um subsistema, este corpo terá como entrada um esforço e como saída uma velocidade. Já os elementos complacentes relacionam-se por suas relações características. Assim, as velocidades são entradas e as saídas são esforços.

Representando o Oscilador Harmônico com 1 GDL em sua forma modular, tem-se:



FIG. 3.3: Sistema com Massa, Mola e Amortecedor (MMA) em um primeiro nível

O sistema MMA pode ser subdividido em quatro subsistemas, onde na FIG. 3.4 observa-se as entradas e saídas dos mesmos em um segundo nível.

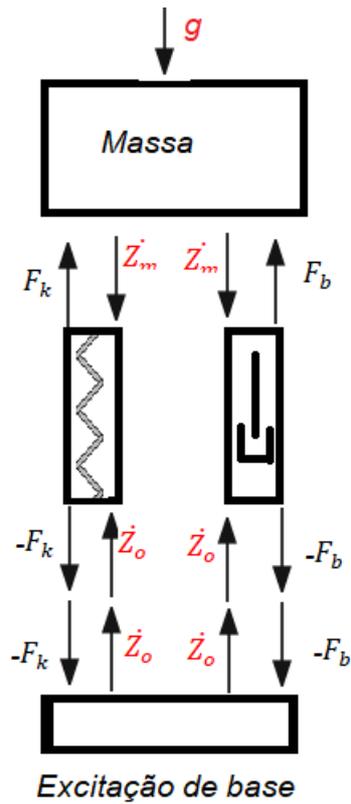


FIG. 3.4: Sistema MMA em um segundo nível

Um dos *softwares* que permitem a representação da estrutura modular é o MATLAB<sup>®</sup>/Simulink. Neste ambiente um terceiro nível do corpo rígido (massa) e de cada elemento complacente (mola e amortecedor) é representado nas FIG. 3.5 - 3.7, respectivamente.

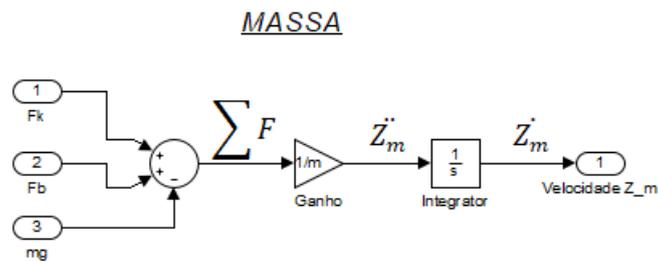


FIG. 3.5: Subsistema Massa em um terceiro nível

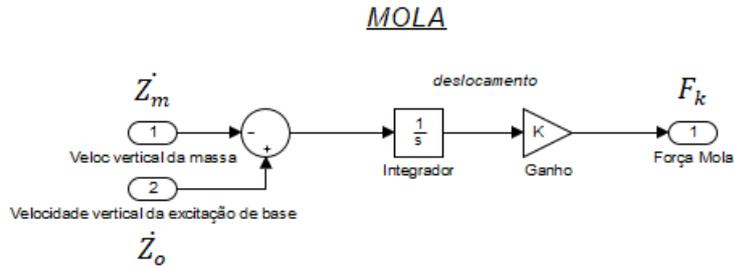


FIG. 3.6: Subsistema Mola em um terceiro nível

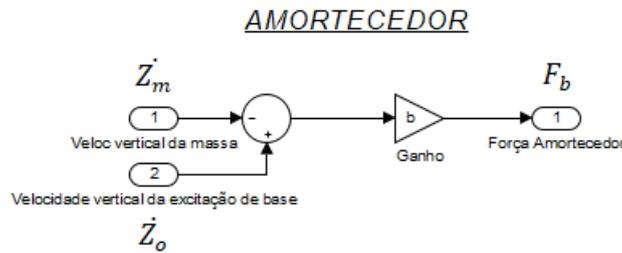


FIG. 3.7: Subsistema Amortecedor em um terceiro nível

Passando para a análise do modelo de 1/4 de carro com 2 GDL, o qual é representado por dois corpos rígidos: massa suspensa (chassi) e massa não-suspensa (conjunto da roda), além dos elementos complacentes mola, amortecedor e pneu (que é considerado como uma mola e amortecedor). Cabe ressaltar que o sistema dinâmico considerado é linear.

O equacionamento dinâmico para este sistema é mostrado na EQ. 3.2.

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} M_S & 0 \\ 0 & M_{NS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{Z}_S \\ \ddot{Z}_{NS} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & -b \\ -b & (b + b_p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Z}_S \\ \dot{Z}_{NS} \end{bmatrix} + \dots \\
 & \dots + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & (k + k_p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_S \\ Z_{NS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & b_p & k_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -W_S \\ -W_{NS} \\ \dot{Z}_o \\ Z_o \end{bmatrix} \quad (3.2)
 \end{aligned}$$

Da mesma forma que o oscilador harmônico, o cálculo das equações dinâmicas do modelo de 1/4 de carro pode ser reescrito em uma estrutura modular com a utilização da abordagem por fluxo de potência. Este modelo é mostrado na FIG. 3.8, onde existem três subsistemas: massa não-suspensa, suspensão (elemento complacente) e massa suspensa.

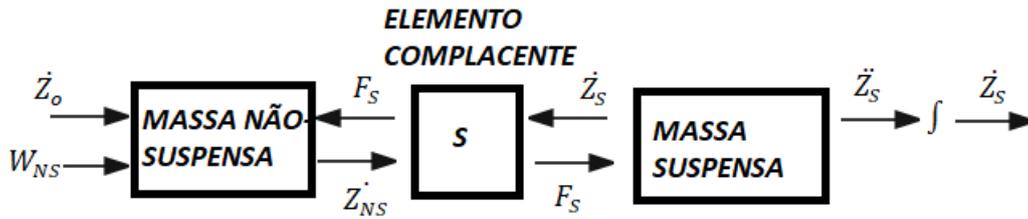


FIG. 3.8: Modelo 1/4 de carro em um primeiro nível

A excitação de base é a velocidade de entrada no subsistema MNS, juntamente com sua própria força peso e o esforço oriundo do elemento suspensão. O somatório de forças deste subsistema integrará o cálculo da aceleração, a qual será integrada, resultando na velocidade. Esta última será entrada no elemento complacente suspensão, juntamente com a velocidade oriunda da MS. Ambas integram o cálculo da força da suspensão, que além de ser entrada no bloco MNS, também é no da MS. Neste último subsistema é calculada a aceleração do mesmo, que, depois de integrada, é entrada no elemento suspensão, fechando o ciclo da abordagem por fluxo de potência. Na FIG. 3.9 é mostrado o segundo nível modular, com a utilização do ambiente MATLAB<sup>®</sup>/Simulink, para MNS, suspensão e MS, respectivamente.

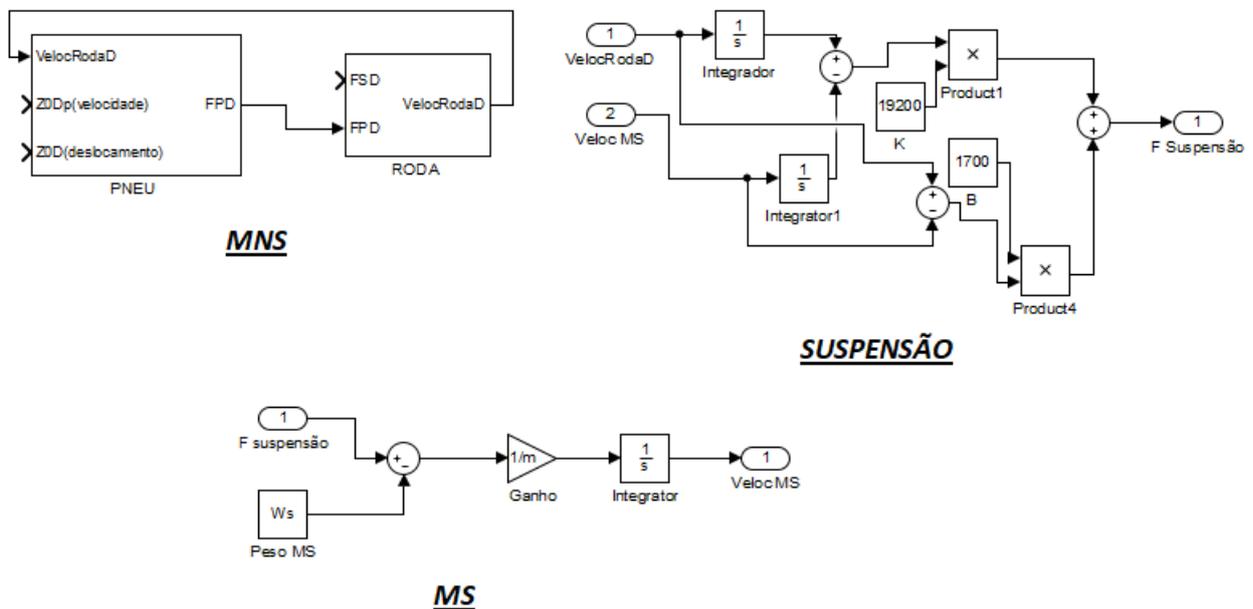


FIG. 3.9: Segundo nível dos subsistemas MNS, suspensão e MS

O subsistema MNS, FIG.3.10, ainda comporta um terceiro nível modular, onde o cálculo do esforço proveniente do pneu e a equação de movimento da roda são mostradas.

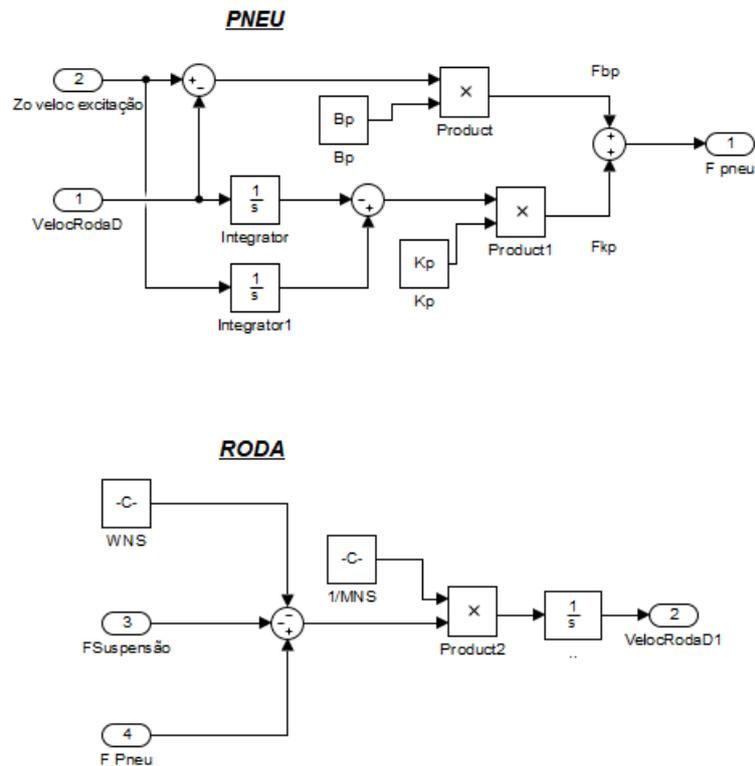


FIG. 3.10: Subsistema MNS em um terceiro nível

A análise realizada até o presente momento foi desencadeada em modelos cuja liberdade de movimento se deu apenas na vertical (*bounce*), por meio do deslocamento do chassi e da roda. Além disso, a suspensão tem sido considerada como uma mola e um amortecedor em paralelo, sem ainda considerar a configuração de um mecanismo ou os batentes limitadores de curso. Já o pneu possui rigidez e amortecimento, além da superfície de contato com o solo ser apenas um ponto. Porém, para analisar um modelo de meio carro, faz-se necessário a introdução do movimento angular do chassi, considerando agora o movimento de arfagem (*pitch*), além do *bounce*, como mostrado na FIG. 3.11.

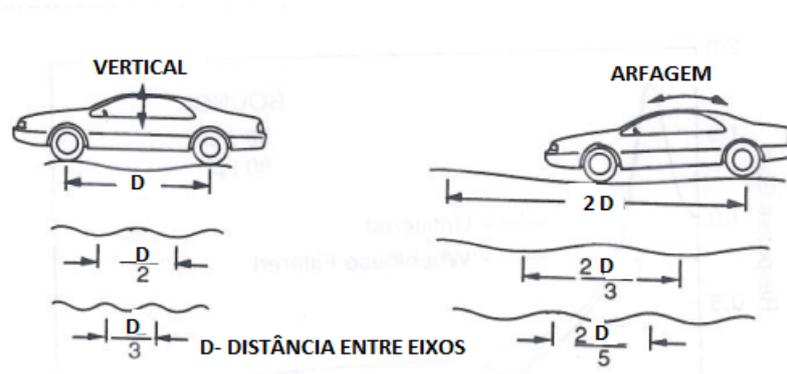


FIG. 3.11: Movimento do veículo com *bounce* e *pitch* (GILLESPIE, 1992) com modificações

Portanto, passa-se a análise do modelo de 1/2 carro mostrado na FIG. 3.12, onde se pode ter 2 GDL (movimento *bounce* e *pitch* do chassi) ou 4 GDL (movimento de *bounce* do chassi e das rodas e *pitch* do chassi).

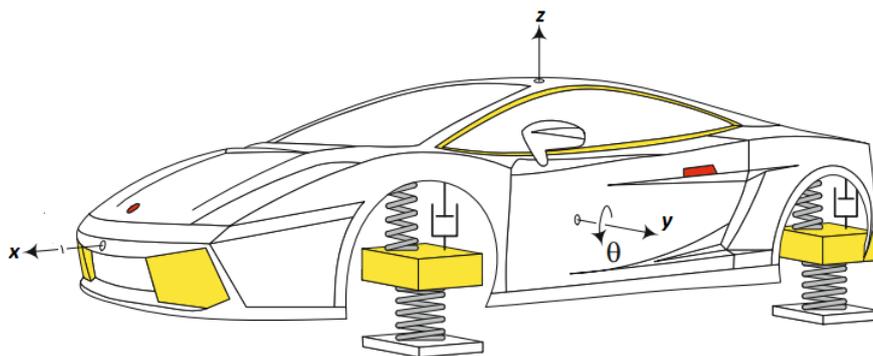


FIG. 3.12: Modelo de veículo de 1/2 carro (JAZAR, 2013) com modificações

Neste caso a dinâmica do sistema torna-se um pouco mais complexa, necessitando, também, de uma análise cinemática, pois o ponto de contato pneu/solo e os pontos de ancoragem do sistema de suspensão no chassi estão deslocados do referencial principal, o qual tem sua origem no Centro de Gravidade (CG) do veículo, onde são computados os movimentos transcritos anteriormente. Neste ínterim, segundo HAUG (1989), devido à natureza não linear dos grandes deslocamentos cinemáticos, a sua análise, no que tange a sistemas mecânicos, é feita usando técnicas gráficas e modelos físicos. Já a análise dinâmica é realizada pela abordagem tradicional do método de Lagrange, por exemplo, para descrever as equações de movimento em termos do conjunto mínimo de variáveis que definem a posição e orientação absoluta ou relativa.

Existe uma metodologia que a dinâmica do sistema pode ser escrita partindo de sua cine-

mática, e COSTA NETO (2008) utiliza a abordagem por fluxo de potência para descrevê-la. De acordo com esta abordagem, em um sistema veicular os subsistemas existentes possuem suas próprias variáveis de potência. Desta forma, no que tange à Dinâmica Vertical, estes subsistemas, com suas entradas e saídas, são descritos abaixo:

1. Chassi ou carroceria - tem como entrada os esforços internos e externos, e como saída as velocidades nos pontos de ancoragem da suspensão;
2. Suspensão - tem como entrada as velocidades nos pontos de ancoragem com o chassi, e como saída as forças produzidas pelos elementos complacentes ( mola e amortecedor); e
3. Rodas e pneus - têm como entrada esforços proveniente da suspensão e velocidade de excitação de base, e como saída esforços sobre a suspensão e solo, além da velocidade dos seus CG.

Para desenvolver o cálculo e a integração das velocidades e esforços em diferentes pontos do sistema, é preciso realizar a transformação de coordenadas, logo após a definição de um referencial fixo no corpo, localizado no CG. Utilizando o conceito de transformadores cinemáticos (COSTA NETO, 2008) tem-se:

$$f_{V_p} = \left[ \begin{array}{cc} I & -(\widetilde{fT^c c r_p}) \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} f_{V_c} \\ f_{\widetilde{\Omega}} \end{array} \right] \quad (3.3)$$

Sendo assim, a EQ. 3.3 pode ser utilizada para o cálculo de todas as velocidades nos pontos de interesse de uma só vez. Nesta análise supõe-se que a massa suspensa é um corpo rígido plano. Portanto, as velocidades nos pontos de ancoragem do elemento suspensão no chassi são calculadas com a utilização da matriz  $\Theta_p$ .

$$\begin{aligned} f_{V_{p1}} &= \Theta_{p1} \left[ \begin{array}{c} f_{V_c} \\ f_{\widetilde{\Omega}} \end{array} \right] \\ f_{V_{p2}} &= \Theta_{p2} \left[ \begin{array}{c} f_{V_c} \\ f_{\widetilde{\Omega}} \end{array} \right] \\ f_{V_{pn}} &= \Theta_{pn} \left[ \begin{array}{c} f_{V_c} \\ f_{\widetilde{\Omega}} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

Por conseguinte, a EQ. 3.4 pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} f_{v_{p1}} \\ \vdots \\ f_{v_{pn}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Theta_{p1} \\ \vdots \\ \Theta_{pn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{v_c} \\ f_{\Omega} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

A matriz que estabelece o vínculo com os elementos de entrada com os de saída é chamada de *Matriz de Vínculos Cinemáticos*  $\Theta_c$ . Além disso, ainda segundo COSTA NETO (2008), as forças nos pontos de ancoragem também são transferidas para o CG, produzindo forças e momentos, utilizando a conservação de potência, usando a transposta da Matriz de Vínculos Cinemáticos, a matriz  $\Theta_c^T$ .

$$\begin{bmatrix} \sum f_{F_{c,p1\dots pn}} \\ \sum f_{M_{c,p1\dots pn}} \end{bmatrix} = \Theta_c^T \begin{bmatrix} F_{p1} \\ \vdots \\ F_{pn} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Após a análise da cinemática por meio da abordagem por fluxo de potência, volta-se ao equacionamento dinâmico do modelo de 1/2 carro, onde algumas considerações são pertinentes: o sistema de suspensão é composto por mola e amortecedor, o pneu é considerado como uma mola com rigidez, a massa suspensa é um corpo rígido plano, o conjunto da roda (massa não-suspensa) também é um corpo rígido e o sistema entra em vibração com uma excitação de base nas duas rodas.

O equacionamento dinâmico clássico para o modelo de 1/2 carro pode ser encontrado em (JAZAR, 2013 e HAUG, 1989). Desta forma, utilizando a abordagem por fluxo de potência em uma estrutura modular na linguagem MATLAB®/Simulink o modelo tem 2 ou 4 GDL, e é composto de MS, 2 MNS e 2 elementos Suspensão, FIG. 3.13. Neste nível, observa-se a entrada da velocidade de excitação de base na MNS, a qual tem como saída uma velocidade vertical, que é entrada para a suspensão. Este elemento desenvolve uma força que é entrada para o chassi e para a MNS. A MS tem como entrada estas forças em seus pontos de ancoragem e como saída as velocidades nos mesmos em sentido oposto, além da aceleração vertical e angular (ou respectivas velocidades depois de integradas) do veículo.

A análise neste momento é voltada para cada bloco separadamente. Primeiramente, os blocos da MNS e dos elementos complacentes (suspensão) em nada diferem dos mesmos blocos analisados para o modelo de 1/4 de carro, FIG. 3.9. Porém, para o chassi existe uma grande diferença, pois as entradas são em pontos de ancoragem diferentes do CG, e são transferidas para este como forças e momentos, via utilização da matriz  $\Theta_c$ , sendo as velocidades nestes

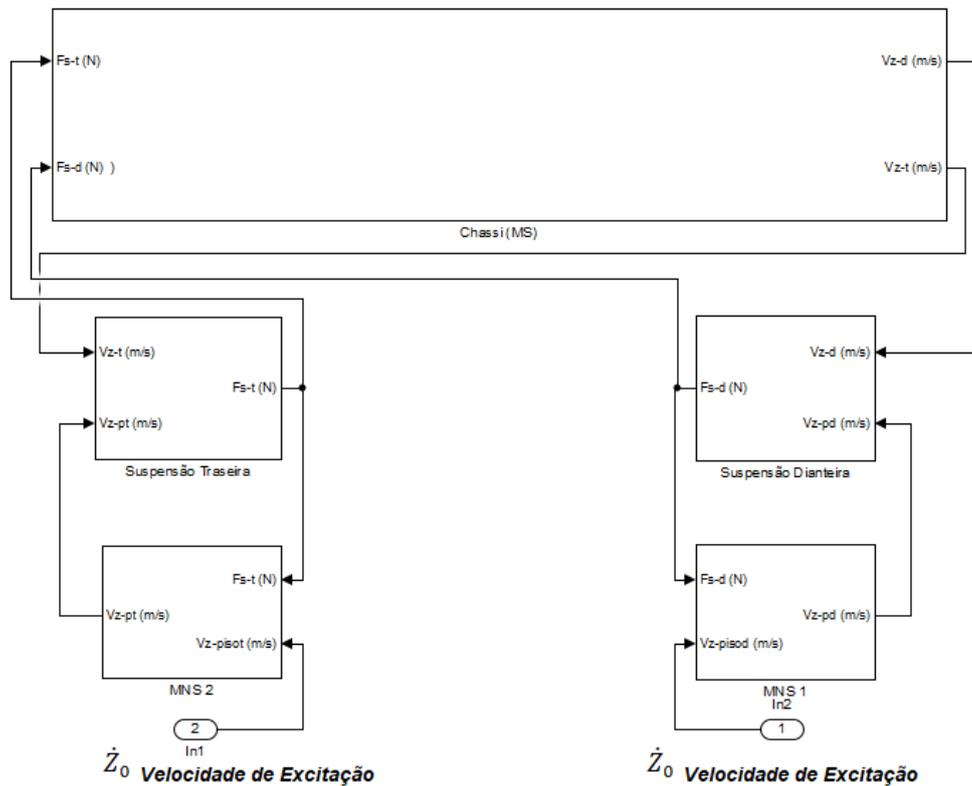


FIG. 3.13: Diagrama de blocos do modelo de 1/2 carro

pontos suas saídas, agora transferidas do CG para estes via matriz  $\Theta_c^T$  (COSTA NETO, 2008). Assim, a FIG. 3.14 mostra o segundo nível deste subsistema.

O subsistema chamado de MATRIZ TETA tem como entradas as forças provenientes da suspensão, o ângulo de orientação do chassi  $\theta$  (neste momento considerado somente a *pitch*), a velocidade angular de arfagem e vertical do CG. Em contrapartida, as saídas são os somatórios de forças no eixo "Z" e momentos no eixo "Y", que são entradas no subsistema EQUAÇÃO DE MOVIMENTO, além das velocidades verticais transferidas para os pontos de ancoragem.

No subsistema EQUAÇÃO DE MOVIMENTO as saídas são as acelerações linear e angular de arfagem do CG, as quais integradas dão origem as correspondentes velocidades. Porém, cabe ressaltar que, para integrar a velocidade angular e obter o ângulo de orientação do chassi, faz-se necessário realizar a transformação de coordenadas anteriormente, além da integração ser feita separadamente para cada componente. Por conseguinte, o subsistema MATRIZ G é desenvolvido. Este é responsável por vincular as taxas de variação dos ângulos de navegação com as coordenadas do vetor velocidade angular absoluta da carroceria (JAZAR, 2013).

O terceiro nível modular do chassi é composto por: no subsistema MATRIZ TETA de uma rotina no *software* MATLAB<sup>®</sup>, de forma que as entradas e saídas dos pontos de ancoragem

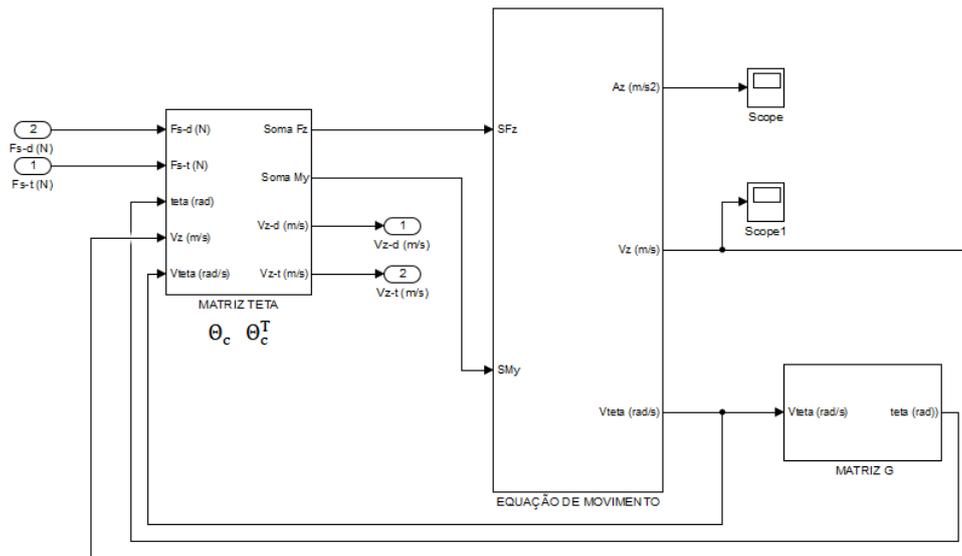


FIG. 3.14: Diagrama de blocos do subsistema chassi em um segundo nível

da suspensão no chassi e do CG possam ser vinculados nos dois sentidos; de forma análoga acontece no subsistema MATRIZ G, porém a rotina é feita para atualização dos ângulos de orientação do chassi; e o subsistema EQUAÇÃO DE MOVIMENTO é mostrado na FIG. 3.15.

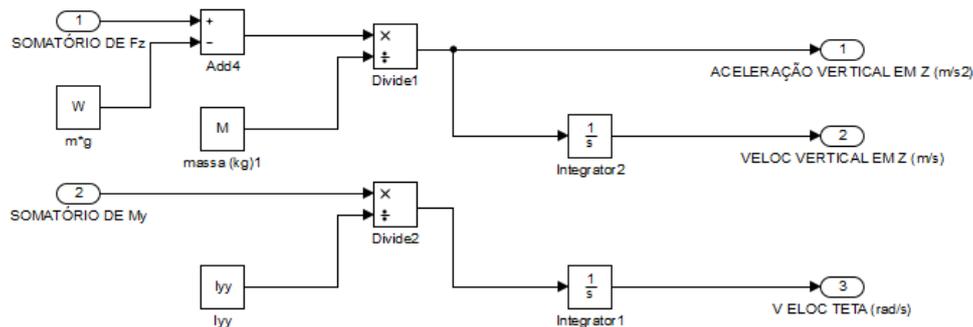


FIG. 3.15: Subsistema equação de movimento do chassi

Após a apresentação modular de meio carro, passa-se ao desenvolvimento de um modelo tridimensional de carro completo com variação dos movimentos de *roll* (rolagem, em torno do eixo "X"), *bounce* (vertical) e *pitch* (arfagem, em torno do eixo "Y"). A FIG. 3.16 mostra este modelo, onde, seguindo-se o referencial já apresentado, a frente do veículo encontra-se no mesmo sentido do eixo X, sendo que as rodas 1, 2, 3 e 4 correspondem, respectivamente, dianteira e traseira esquerdas e direitas. As mesmas considerações que são feitas para o modelo de meio carro permanecem válidas, diferindo na quantidade de MNS e na inclusão de um GDL para o chassi, além de um para cada roda em acréscimo. Cabe ressaltar, que este modelo não considera as dinâmicas lateral e longitudinal, portanto, não existe força lateral desenvolvida no

pneu, resultando em um modelo com 7 GDL.

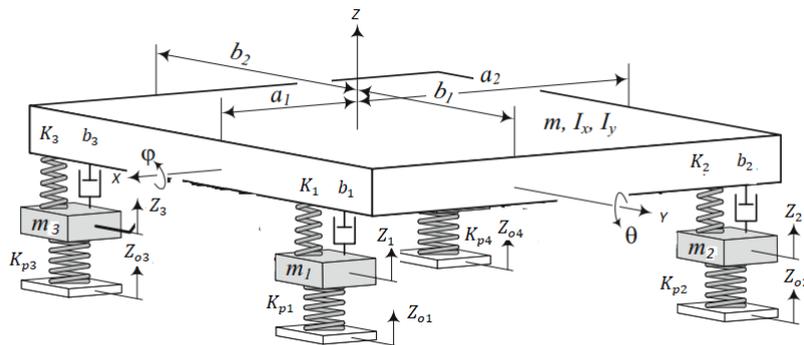


FIG. 3.16: Modelo de carro completo considerado (JAZAR, 2013) com modificações

De forma análoga, o equacionamento clássico pode ser encontrado em (JAZAR, 2013 e HAUG, 1989). Portanto, uma estrutura modular, utilizando a abordagem por fluxo de potência, é desenvolvida com 1 MS, 4 MNS e 4 elementos suspensão, FIG. 3.17. Nota-se a mesma estrutura modular do meio carro, porém ressalta-se a existência de 2 forças desenvolvidas tanto na suspensão dianteira como na traseira, além da existência de duas entradas (forças provenientes das suspensões) e duas saídas (velocidades verticais nas rodas) na MNS, devido a duas rodas em cada eixo.

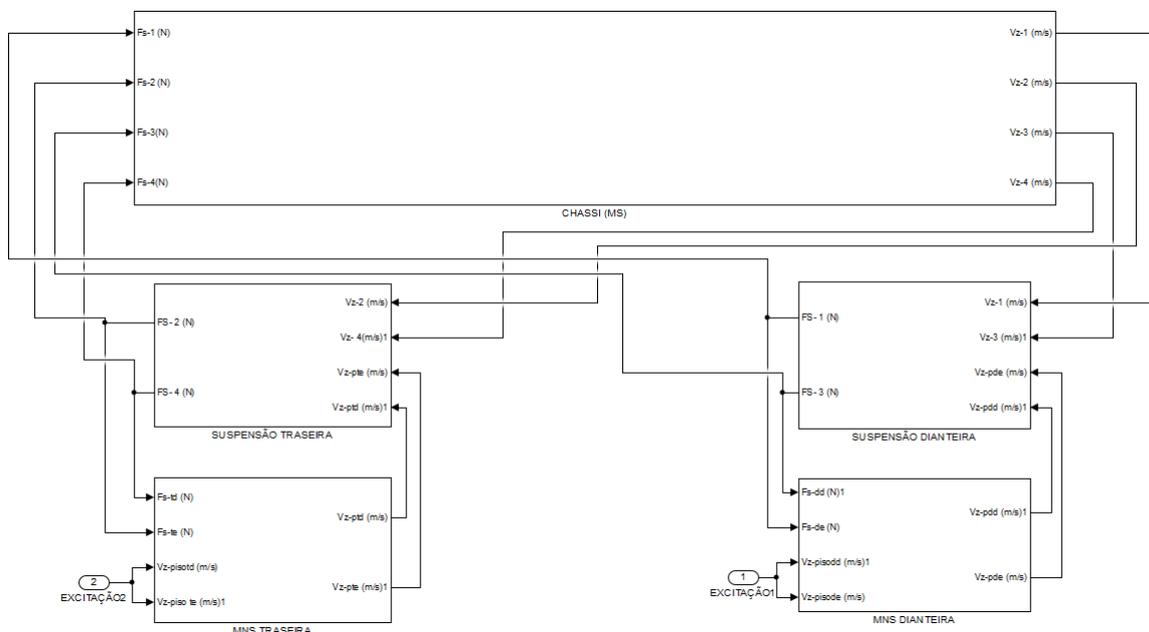


FIG. 3.17: Diagrama de blocos do modelo de carro completo considerado

Um segundo nível para os subsistemas SUSPENSÃO ou MNS DIANTEIRA/TRASEIRA apresenta como diferença somente a duplicação de seus termos, em consequência da existência das 4 rodas. Já para o subsistema "CHASSI", FIG. 3.18, que também retrata estrutura semelhante ao meio carro, tem como entrada as 4 forças provenientes dos elementos complacentes e como saída as 4 velocidades verticais nos pontos de ancoragem. A principal diferença existente ao modelo anterior é devido ao movimento de rolagem do chassi. Assim, o transformador cinemático (MATRIZ TETA) terá duas de suas entradas definidas como a velocidade angular e o próprio ângulo atualizado oriundo deste movimento. Aquela proveniente do subsistema EQUAÇÃO DE MOVIMENTO, onde é desenvolvida a partir do somatório de momentos em relação ao eixo "X", e a outra do subsistema MATRIZ G, o qual tem a função de atualizar os ângulos de orientação do chassi.

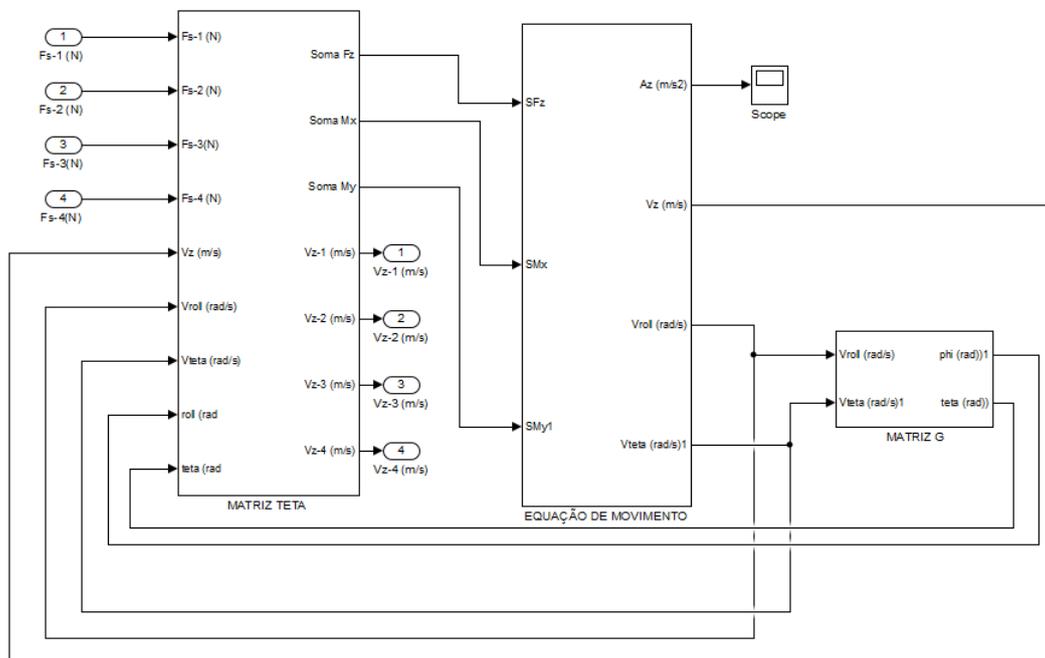


FIG. 3.18: Diagrama de blocos do modelo de carro completo considerado

Um terceiro nível para o bloco MATRIZ TETA é representado por uma rotina no *software* MATLAB<sup>®</sup>, assim como para a MATRIZ G. Na rotina EQUAÇÃO DE MOVIMENTO a única diferença é o somatório de momentos em relação ao eixo "X", que, quando dividido pelo seu momento de inércia, produzirá uma aceleração angular, que integrada, resulta na velocidade de rolagem.

Desta forma, expôs-se a abordagem por fluxo de potência em uma estrutura modular para o equacionamento da dinâmica vertical, desde o modelo do Oscilador Harmônico(1GDL), pas-

sando pela análise de meio carro com 4 GL, e chegando ao carro completo com 7 GDL.

### 3.2 PROBLEMAS INVERSOS E OTIMIZAÇÃO

Segundo ENGL et al. (1996): "*Resolver um problema inverso é determinar causas desconhecidas a partir de efeitos desejados ou observados*". Desta definição, de certa forma abrangente, também se encontra o conceito de solução ótima. De uma forma geral, PI são caracterizados como um problema mal condicionado. Este conceito originou-se da classificação introduzida por Jacques Hadamard, a qual um problema para ser bem condicionado deve atender três requisitos: a solução deve existir, ser única, e estável sobre pequenas mudanças nos dados de entrada (OZISIK, 2000).

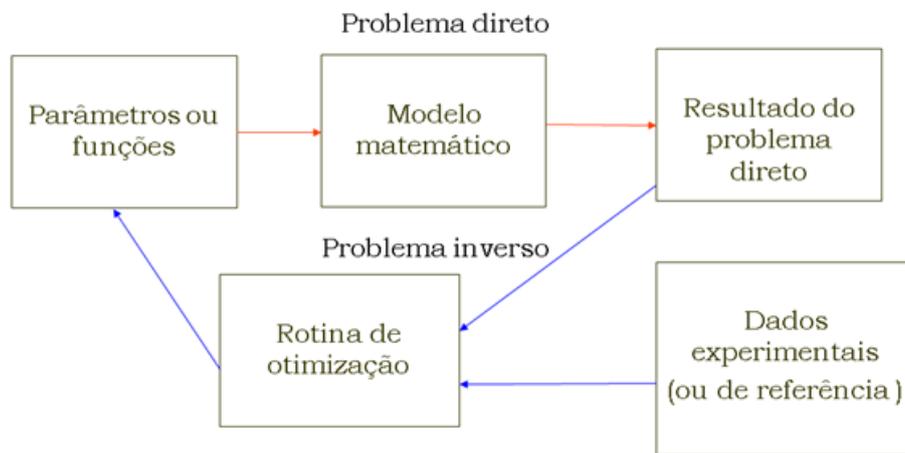


FIG. 3.19: Representação esquemática de PI

Portanto, PI utilizam-se de técnicas para estabilizar a solução, devido ao seu comportamento ser muito sensível a erros nas medidas experimentais. Observa-se na FIG. 3.19 uma representação esquemática da metodologia de PI.

As técnicas para a solução de PI estão compreendidas, entre outras, por:

1. Inversão direta;
2. Mínimos quadrados;
3. Métodos numéricos como elementos finitos; e
4. Métodos de regularização.

O método de regularização consiste na determinação da solução aproximada mais suave, compatível com os dados de observação para certo nível de ruído. A busca da solução mais suave (regular) é uma informação adicional, que transforma o problema mal posto em bem condicionado (CAMPOS VELHO, 2001).

A busca pela diferença mais suave entre os dados coletados e os calculados dá-se através da minimização de uma Função Objetivo (FO), a qual, geralmente, é calculada pela norma dos mínimos quadrados descrita pela EQ. 3.7, onde  $Y$  e  $T$  correspondem aos vetores de dados medidos e estimados, respectivamente. Há também outras formas para a função objetivo.

$$S = (Y - T)^T (Y - T) \quad (3.7)$$

A solução do processo de otimização, ou seja, a busca pela solução ótima, que satisfaça a determinadas restrições, pode ser dividida entre os métodos determinísticos, estocásticos ou híbridos.

Os primeiros trabalham com uma sequência determinística de possíveis soluções, por meio de um processo iterativo, onde requerem a primeira derivada da função objetivo, ou em alguns casos a segunda derivada. São exemplos: Máxima Descida (*Steepest Descent*), Métodos de Newton, Quase-Newton, Gradiente Conjugado, *Levenberg-Marquadt* e *Simplex*. Os estocásticos tendem a descrever alguns fenômenos da natureza, no que tange a minimização da função objetivo. Estes, por sua vez, não necessitam de grandes cálculos matemáticos, como por exemplo, *Particle Swarm Optimization* (PSO), *Differential Evolution* (DE), *Random Restricted Window* (R2W), Algoritmo Genético e Recozimento Simulado. Os híbridos são a combinação entre os dois primeiros, como por exemplo, Algoritmo Genético com *Levenberg-Marquadt*.

Antes da tentativa de solução do PI, é preciso analisar a variação dos coeficientes de sensibilidade deve ser feita. Estes são definidos como uma medida da sensibilidade nas medidas estimadas em relação a mudanças nos parâmetros (vide EQ. 3.8) onde calcula-se a primeira derivada da medição estimada no tempo  $i$  em relação ao parâmetro desconhecido. Portanto, caso os valores destes coeficientes sejam pequenos, irá indicar que grandes mudanças nos parâmetros produzirão pequenas mudanças nas medições. Assim, a estimativa torna-se um processo difícil. Além disso, pode indicar a melhor localização de sensores que realizam as medições, devido a dependência linear entre os coeficientes.

$$J_{ij} = \frac{\partial T_i}{\partial P_i} \quad (3.8)$$

### 3.2.1 PARTICULE SWARM OPTIMIZATION- PSO

Esse é um método evolutivo, baseado no comportamento social das espécies. A metodologia foi criada por Russel Eberhart e James Kennedy em 1995. A ideia original veio da observação de pássaros que procuram locais de nidificação. Quando a individualidade é aumentada, a busca por lugares alternativos para a nidificação também é aumentada. No entanto, se a individualidade se torna muito alta, o indivíduo pode nunca encontrar o melhor lugar. Por outro lado, quando a sociabilidade é aumentada, o indivíduo aprende mais com a experiência dos vizinhos. No entanto, se a sociabilidade se torna muito alta, todos os indivíduos podem convergir para os primeiros mínimos encontrados, o que é possivelmente um mínimo local (COLAÇO et al., 2006).

No presente trabalho o PSO é considerado em sua forma clássica. Assim, no processo iterativo, cada partícula é representada com uma velocidade e uma posição. A EQ. 3.9 representa a velocidade atualizada da partícula, onde o primeiro termo é chamado inercial, o segundo de conhecimento individual e o terceiro de conhecimento coletivo ou social.

$$V_i^{k+1} = \alpha V_i^k + \beta r_1 (P_{best}^k - x_i^k) + \beta r_2 (G_{best} - x_i^k) \quad (3.9)$$

Com a velocidade da partícula atualizada, a nova posição da mesma pode ser calculada pela EQ. 3.10.

$$X_i^{k+1} = x_i^k + V_i^{k+1} \quad (3.10)$$

O processo iterativo vai evoluindo até que o critério de parada seja satisfeito. Este por sua vez, dá-se pela estabilização da função objetivo ou após um número máximo de iterações.

### 3.2.2 DIFFERENTIAL EVOLUTION- DE

Este método é baseado na Teoria de Darwin para a Evolução das Espécies, onde os membros mais fortes de uma população são mais capazes de sobreviver em uma determinada condição ambiental. Os cromossomos de dois indivíduos da população são combinados em um processo chamado *crossover*. Durante este processo podem ocorrer mutações, que podem ser boas (indivíduo com uma FO melhor) ou ruins (indivíduo com uma FO pior). As mutações são utilizadas

como forma de escapar do mínimo local (COLAÇO et al., 2006).

O processo iterativo tem início com a criação da população gerada randomicamente dentro do domínio de interesse. Este processo é obtido pela EQ. 3.11.

$$X_i^{k+1} = \delta_1 X_i^k + \delta_2 [\eta + F(\rho - \gamma)] \quad (3.11)$$

O fator CR é definido por um valor entre 0,5 e 1, assim, o processo de minimização evolui até que o critério de parada seja atingido. Além dos já apresentados em 3.2.1, adiciona-se a diferença de valores entre a FO na iteração presente e a da anterior.

As funções que definem a mutação são obtidas pelas EQ. 3.12 e 3.13.

$$\delta_1 = \begin{cases} 0 & \text{se } R < CR \\ 1 & \text{se } R > CR \end{cases} \quad (3.12)$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 1 & \text{se } R < CR \\ 0 & \text{se } R > CR \end{cases} \quad (3.13)$$

## 4 DESCRIÇÃO DO MODELO

Primeiramente, antes da apresentação da modelagem propriamente dita, é necessário conhecer algumas medidas da VBTP PIRANHA III-C, que é um veículo com quatro eixos e com suspensões independentes.

De acordo com a FIG. 4.1, observa-se a vista lateral, frontal e posterior da viatura em estudo com o referencial adotado e algumas medidas descritas na TAB. 4.1, onde  $d_{12}$ ,  $d_{23}$ ,  $d_{34}$ ,  $L$  e  $c$  são, respectivamente, a distância entre o primeiro e segundo, segundo e terceiro, terceiro e quarto eixos, comprimento lateral e largura (medida entre os centros das rodas).

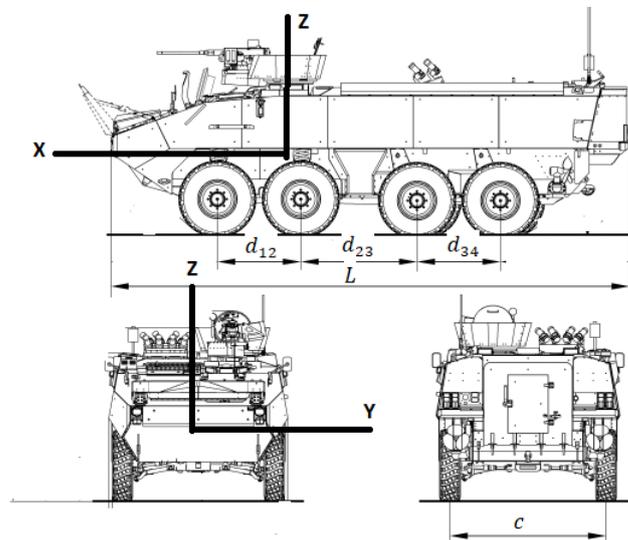


FIG. 4.1: Vista frontal, lateral e posterior da VBTP PIRANHA III-C

TAB. 4.1: Parâmetros da VBTP PIRANHA III-C

Parâmetros	valor (metros)
$d_{12}$	1,22
$d_{23}$	1,7
$d_{34}$	1,22
$L$	7,57
$c$	2,3

Outra perspectiva é a vista superior da viatura com o referencial adotado, FIG. 4.2.

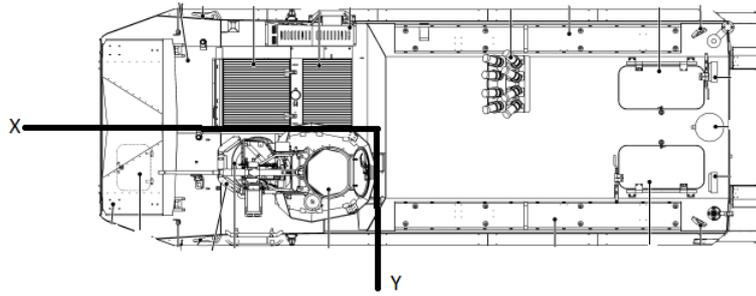


FIG. 4.2: Vista superior da VBTP PIRANHA III-C

Adicionalmente ao apresentado acima, algumas hipóteses são adotadas, a saber:

- O modelo proposto é um veículo completo, mas somente considera-se a dinâmica vertical;
- O veículo tem 11 GDL: 3 movimentos na MS (vertical, arfagem e rolagem); e 1 movimento vertical para cada roda;
- As forças laterais dos pneus, de resistência ao rolamento e de frenagem não são consideradas, somente a força vertical é considerada;
- A MS e as MNS são consideradas como corpos rígidos;
- As suspensões são independentes e passivas, compostas de mola e amortecedor, porém sua configuração é levada em consideração; e
- Não é considerada a modelagem do pneu, somente um ponto de contato com solo, definido como uma mola, possuindo rigidez.

#### 4.1 MODELAGEM DO VEÍCULO

Similarmente aos modelos apresentados no CAP. 3, é apresentado nesta seção o equacionamento clássico e o desenvolvimento da modelagem com a utilização do *software* MATLAB<sup>®</sup>, utilizando a abordagem por fluxo de potência e transformadores cinemáticos.

Observa-se na FIG. 4.3 a vista superior e lateral do modelo. Na primeira, as rodas são definidas por números de 1 a 8, sendo a primeira roda da esquerda correspondente ao número 1, e as distâncias  $b_1$  e  $b_2$  medidas entre o posicionamento do sensor e os centros das respectivas

rodas em seus eixos. Na segunda, observa-se a MS, as oito MNS, os oito elementos suspensão com mola e amortecedor, e oito pneus com suas respectivas rigidezes. Complementando, os quatro eixos com suas referidas medidas, utilizando a mesma perspectiva (centro da roda até o local de posicionamento do sensor).

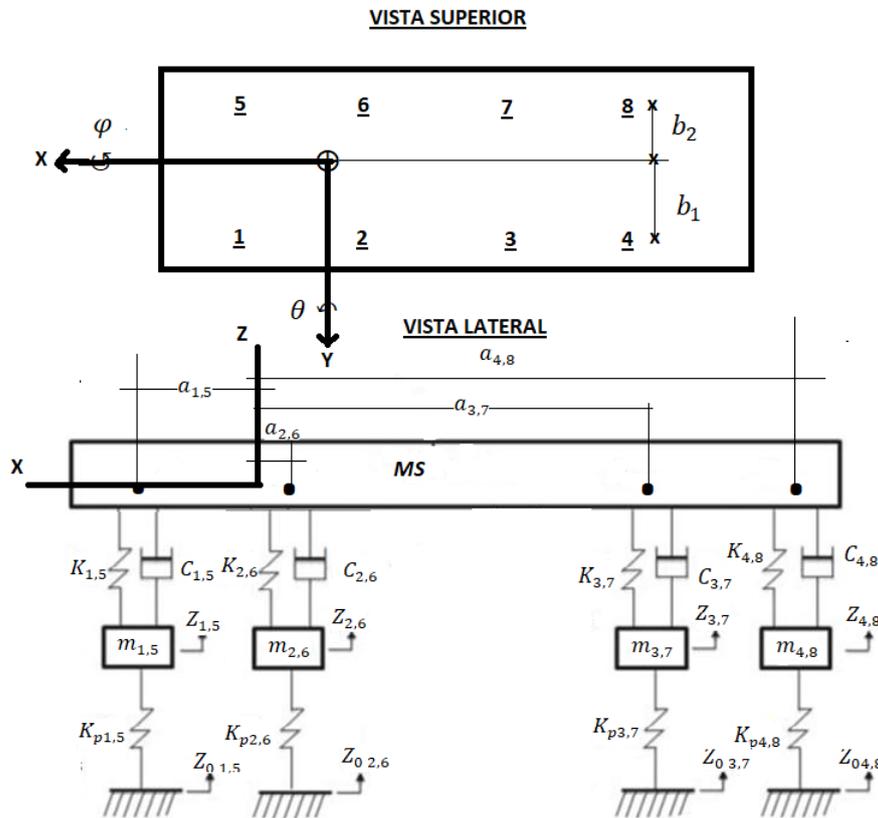


FIG. 4.3: Modelo de carro completo com vista superior e lateral da VBTP PIRANHA III-C

O equacionamento clássico para a VBTP 8X8 PIRANHA III-C é mostrado no Apêndice A. Contudo, todo este equacionamento pode ser desenvolvido de forma modular, utilizando a abordagem por fluxo de potência e mantendo as relações de causalidade entre os módulos.

A estrutura modular é desenvolvida no *software* MATLAB<sup>®</sup>/Simulink, destarte, observa-se na FIG. 4.4 o primeiro nível para a modelagem proposta, onde nota-se: o Chassi (MS), quatro subsistemas suspensão com dois elementos complacentes por eixo, um subsistema por eixo (englobando o conjunto pneu/roda- MNS), totalizando quatro eixos.

Cada subsistema é analisado separadamente, e o sentido positivo do fluxo de potência dá-se no sentido de baixo para cima, começando de uma excitação na base, a qual não é relevante

neste momento. Portanto, cada eixo recebe esta excitação, primeiramente a análise na MNS.

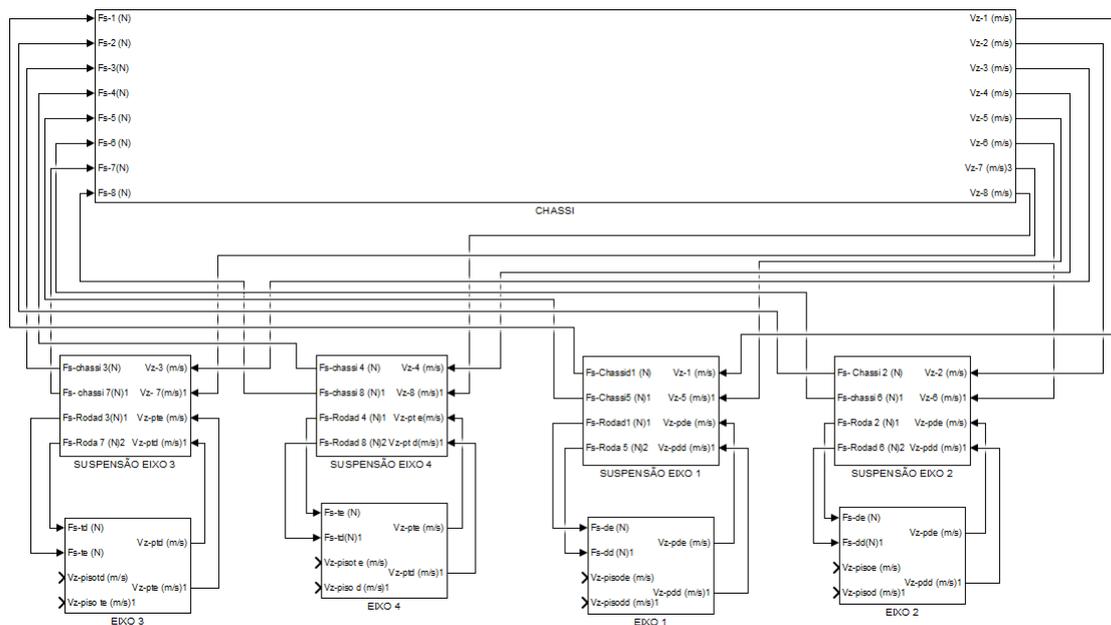


FIG. 4.4: Modelagem da VBTP PIRANHA no *Simulink*

A FIG. 4.5 (a) mostra um segundo nível para o elemento roda/pneu. Observam-se quatro subsistemas: dois pneus e duas rodas. A excitação é entrada no subsistema pneu, que após subtraída do deslocamento vertical no sentido oposto, proveniente da roda, é multiplicada pela rigidez do pneu, com a finalidade de desenvolver a força vertical no mesmo, FIG. 4.5 (b). Esta força é entrada no subsistema roda, FIG. 4.5 (c), onde é subtraída da força procedente da suspensão e da própria força peso na MNS. Após este somatório, é dividida pela valor da MNS e integrada, originando a velocidade vertical, que é entrada no subsistema pneu, fechando o ciclo da MNS. Cabe ressaltar a introdução de uma rotina no MATLAB<sup>®</sup> para acompanhamento do batente relativo ao pneu, o qual será explicado na Seção 4.1.2. Como descrito acima, a MNS, a qual é considerada como um corpo rígido, tem como entradas esforços e como saídas velocidades.

Seguindo o fluxo de potência, passa-se ao subsistema suspensão, FIG. 4.6, onde existem duas suspensões por eixo. A velocidade vertical oriunda da MNS é entrada neste módulo, juntamente com a velocidade vertical atuante nos pontos de ancoragem do chassis, em sentido contrário ao fluxo. Para desenvolver a força na suspensão, faz-se necessário realizar o somatório da força do amortecedor e da mola. A primeira é proveniente da multiplicação da diferença das velocidades verticais de entrada pelo coeficiente de amortecimento do amortecedor, e a segunda

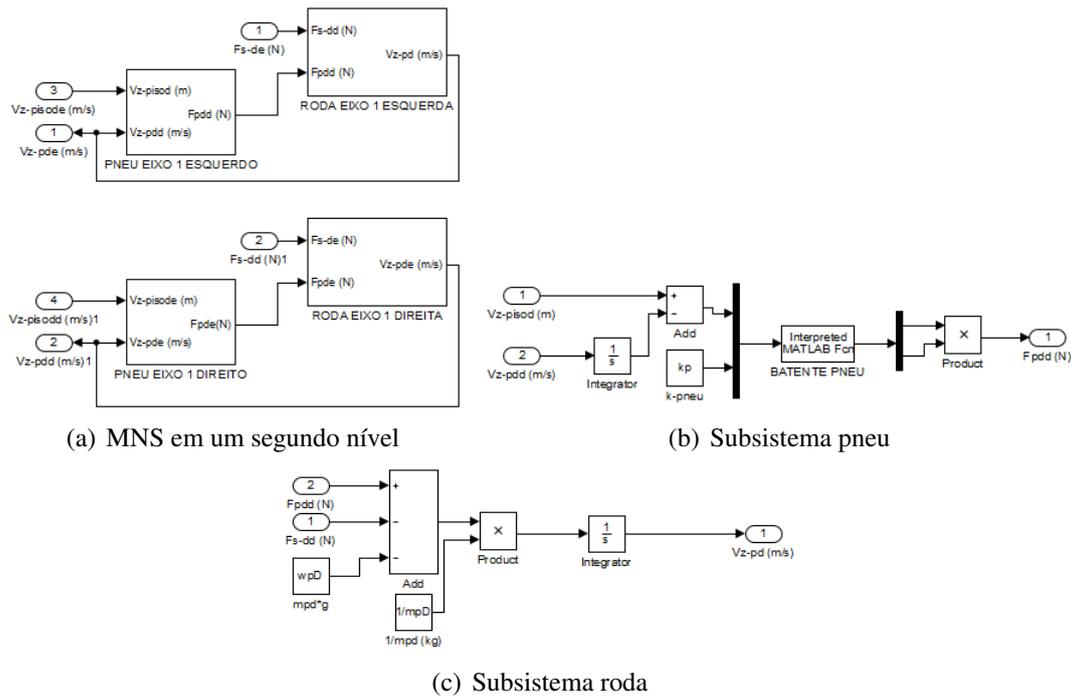


FIG. 4.5: Subsistemas da MNS

é resultante da multiplicação da rigidez da mola com a diferença entre as velocidades verticais de entrada, após serem integradas (deslocamentos). Devido a configuração da suspensão, nota-se que há duas saídas diferentes para a força, uma que vai para o chassi e outra para a roda. Este comportamento é explicado com clareza na Seção 4.1.1. Outra ressalva, dá-se na existência do batente na mola, pois a mesma não deve ser comprimida e nem estendida mais do que os seus limites máximos; de forma análoga ao pneu, a justificativa encontra-se na Seção 4.1.2. Diferentes dos corpos rígidos, os elementos complacentes relacionam-se por suas relações características, onde as velocidades são entradas e as saídas são esforços.

Na FIG. 4.7 mostra-se a MS em seu primeiro nível, com as oito forças provenientes das suspensões como entrada e oito velocidades verticais como saídas, ambos nos pontos de ancoragem da suspensão no chassi.

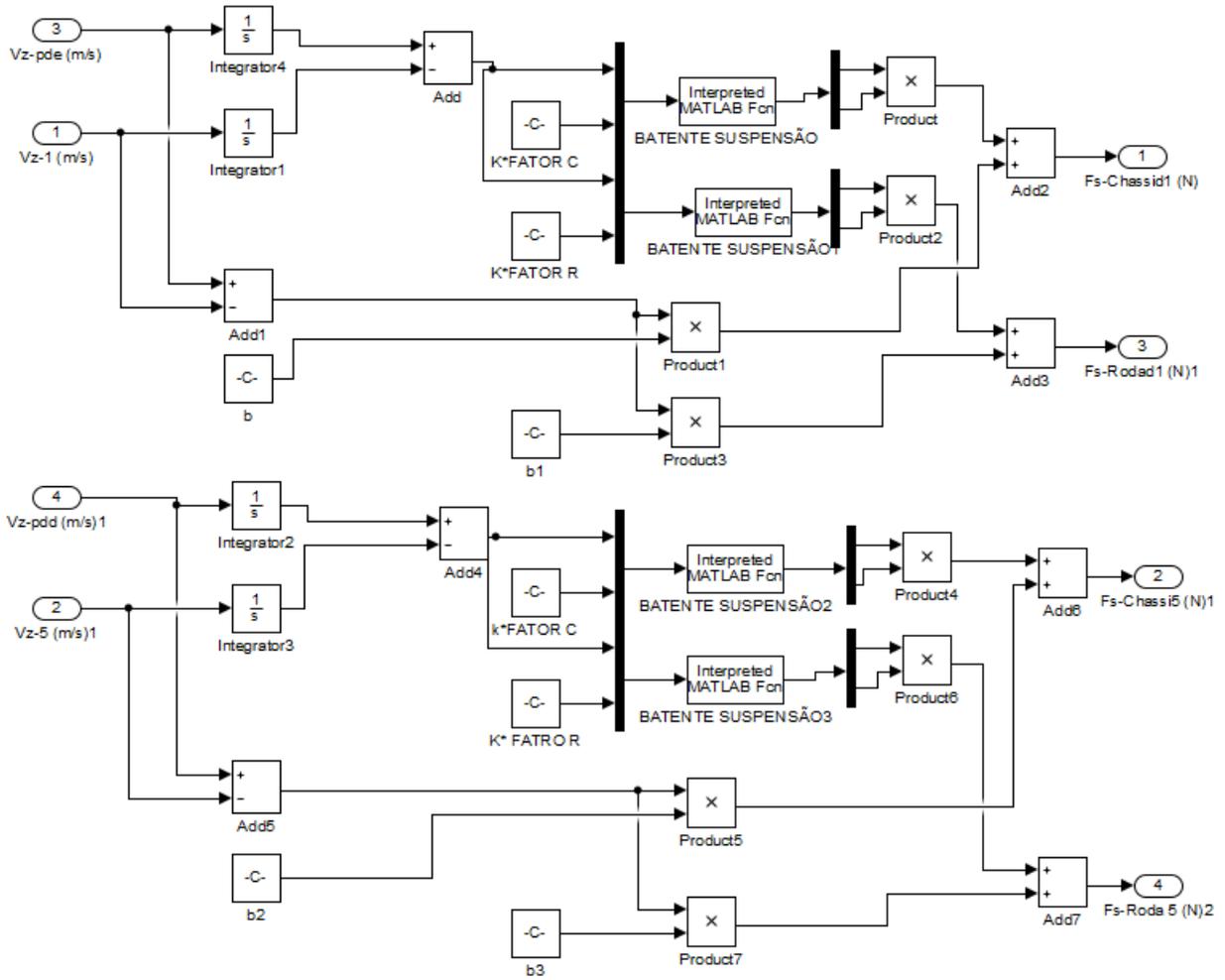


FIG. 4.6: Suspensão em um segundo nível

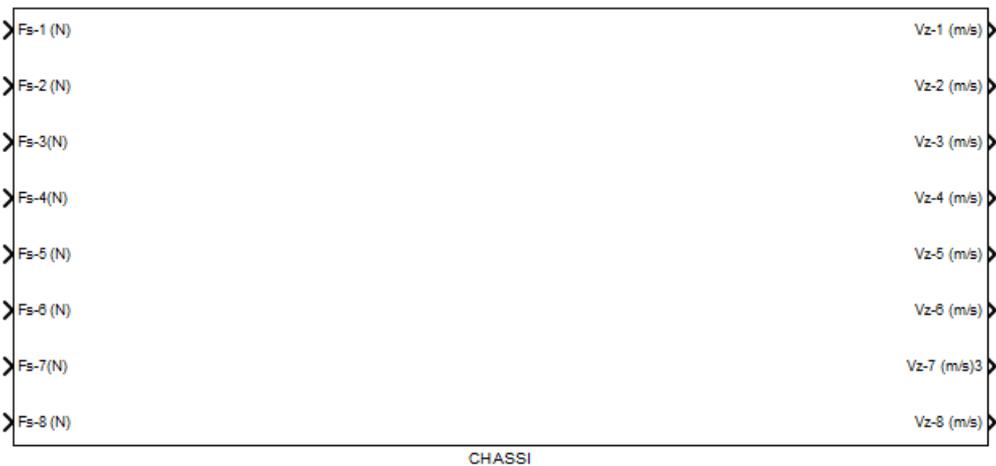


FIG. 4.7: Massa Suspensa em um primeiro nível

O Chassi é composto por três subsistemas: MATRIZ TETA, EQUAÇÃO DE MOVIMENTO e MATRIZ G, como pode ser observado na FIG. 4.8.

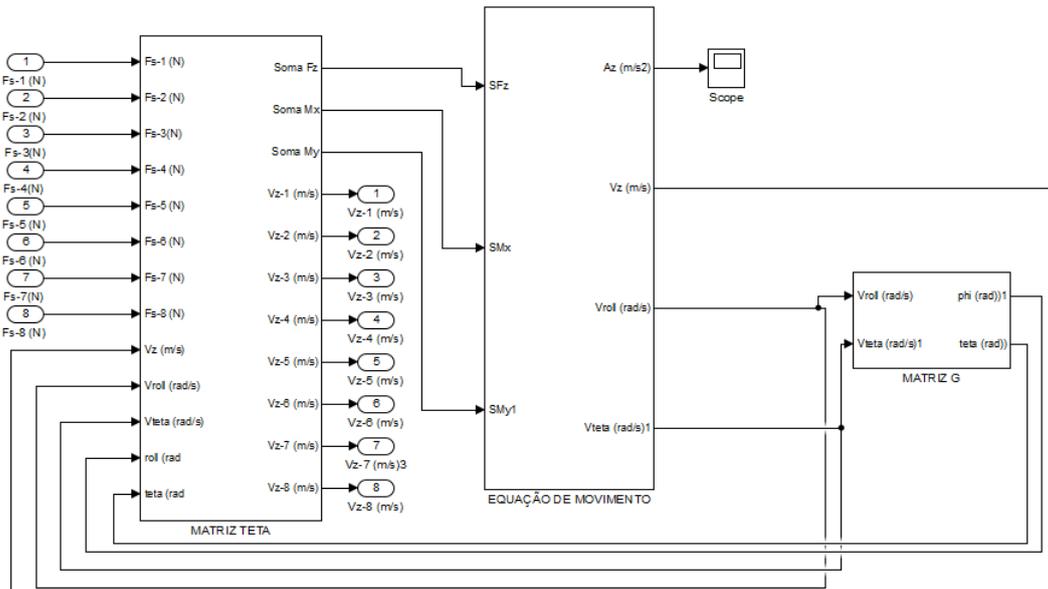


FIG. 4.8: Chassi em um segundo nível

Desta forma, segundo a abordagem por fluxo de potência, as forças no eixo "Z", oriundas das suspensões, são transportadas dos pontos de ancoragem para o CG por meio da matriz  $\Theta_c$ , que é a Matriz de Vínculos Cinemáticos do sistema, como somatório de forças no eixo "Z", momentos nos eixos "X" e "Y". Porém, como pode ser observado no subsistema MATRIZ TETA, FIG. 4.9, além das 8 forças provenientes das suspensões, são entradas as velocidades verticais lineares oriundas dos pontos de ancoragem, velocidades angular de rolagem e arfagem oriundas do CG, e os ângulos de orientação do chassi. Estas entradas, passarão por uma rotina no MATLAB<sup>®</sup> (multiplicação pelas matrizes  $\Theta_c$  e  $\Theta_c^T$ ) originando as saídas, que são o somatório de forças e momentos e as oito velocidades verticais nos pontos de ancoragem.

A Matriz de Vínculos Cinemáticos é calculada de acordo com CAP. 3 e descrita para este modelo segundo a EQ. 4.1.

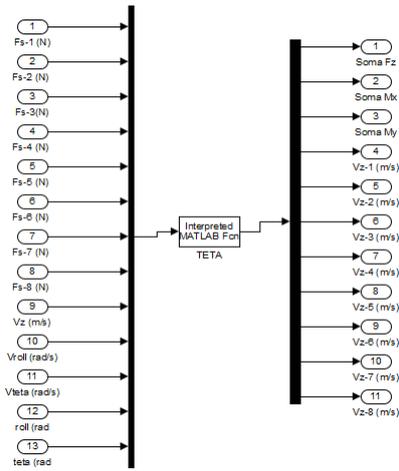


FIG. 4.9: Subsistema MATRIZ TETA

$$\begin{bmatrix}
 1 & b1 \cos \varphi & -a1 \cos \theta - \text{sen} \theta \text{ sen} \varphi b1 \\
 1 & b1 \cos \varphi & a2 \cos \theta - \text{sen} \theta \text{ sen} \varphi b1 \\
 1 & b1 \cos \varphi & a3 \cos \theta - \text{sen} \theta \text{ sen} \varphi b1 \\
 1 & b1 \cos \varphi & a4 \cos \theta - \text{sen} \theta \text{ sen} \varphi b1 \\
 1 & -b2 \cos \varphi & -a1 \cos \theta + \text{sen} \theta \text{ sen} \varphi b2 \\
 1 & -b2 \cos \varphi & a2 \cos \theta + \text{sen} \theta \text{ sen} \varphi b2 \\
 1 & -b2 \cos \varphi & a3 \cos \theta + \text{sen} \theta \text{ sen} \varphi b2 \\
 1 & -b2 \cos \varphi & a4 \cos \theta + \text{sen} \theta \text{ sen} \varphi b2
 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Tanto o somatório de forças em "Z", como o de momentos em "X" e "Y" são entradas para o subsistema EQUAÇÃO DE MOVIMENTO, FIG. 4.10. Nesse, após a pré-multiplicação pela matriz de inércia do sistema, a qual encontra-se no referencial do corpo do veículo (Chassi), as entradas resultam na aceleração vertical do CG, que após integrada transforma-se em velocidade (entrada no subsistema MATRIZ TETA); na aceleração angular de rolagem (*roll*), que após integrada transforma-se na velocidade angular de rolagem (entrada no subsistema MATRIZ TETA e MATRIZ G); e na aceleração angular de arfagem (*pitch*), que após integrada é a velocidade angular - também entrada nos mesmos subsistemas da velocidade de rolagem.

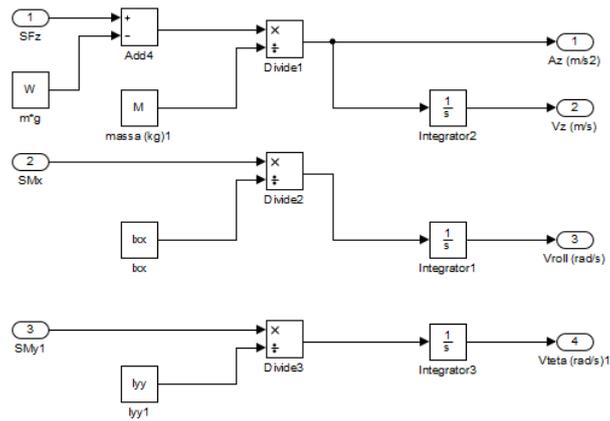


FIG. 4.10: Subsistema EQUAÇÃO DE MOVIMENTO

Para se obter os ângulos de orientação do chassi faz-se necessário integrar a velocidade angular. Para tal, é preciso realizar a transformação de coordenadas anteriormente, além da integração ser feita separadamente para cada componente perfazer a correspondência entre tais ângulos e as componentes do vetor velocidade angular da carroceira. Este processo é desenvolvido no subsistema MATRIZ G, representado na FIG. 4.11 e desenvolvido matematicamente por uma rotina no MATLAB<sup>®</sup>. Estes ângulos são entradas no subsistema MATRIZ TETA, fechando assim o ciclo do fluxo de potência na MS, respeitando a causalidade entre os módulos.

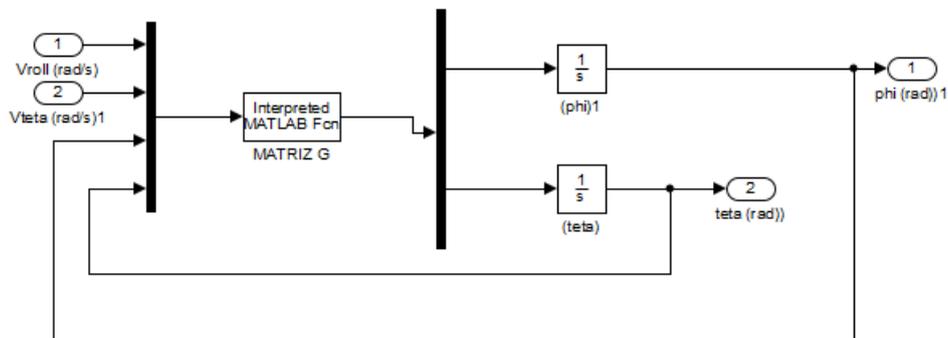


FIG. 4.11: Subsistema MATRIZ G

#### 4.1.1 CONFIGURAÇÃO DA SUSPENSÃO

O sistema de suspensão da VBTP PIRANHA é independente, sendo MPH e composto pelo conjunto mola e amortecedor nos dois eixos dianteiros, e Braço Arrastado com mola de torção com amortecedor nos dois eixos traseiros, FIG. 4.12. Sendo assim, com a finalidade de modelar

este sistema mais próximo da realidade, tem-se a necessidade de incluir a geometria descrita pelas configurações.

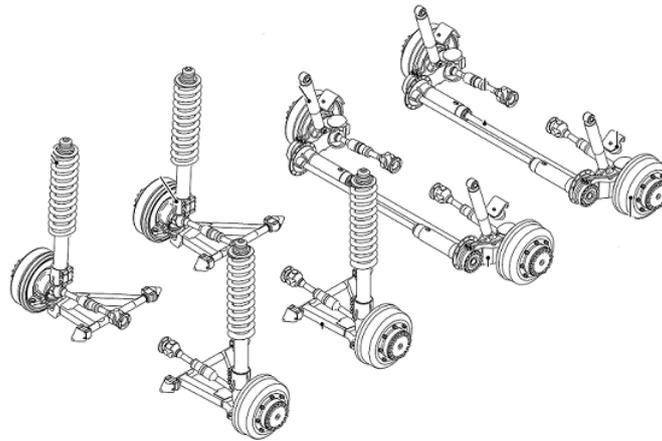


FIG. 4.12: Suspensão da VBTP PIRANHA

Analisando, primeiramente os dois eixos dianteiros, que possuem a mesma configuração, pode-se calcular a rigidez e o amortecimento equivalentes (JAZAR, 2013). A FIG. 4.13 mostra este modelo (MacPherson) com a sua configuração correspondente.

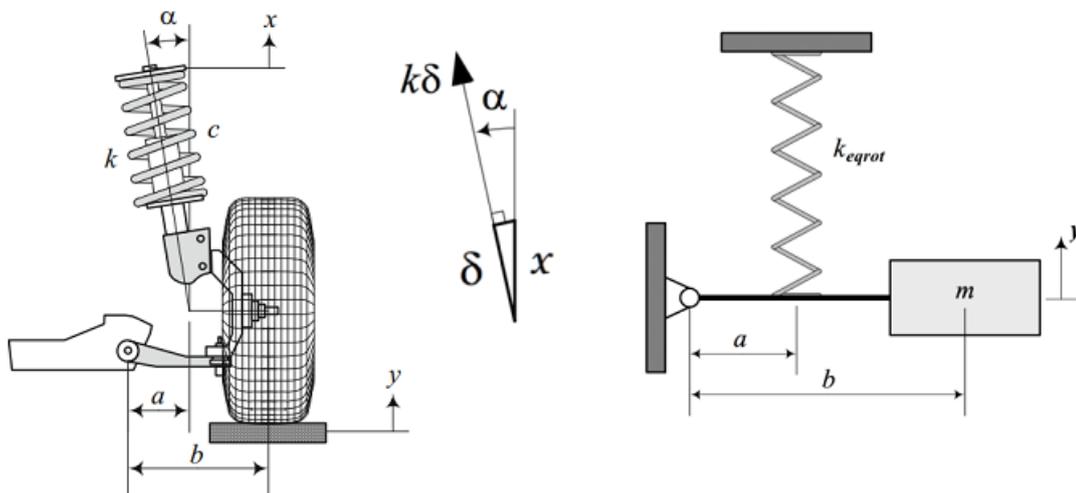


FIG. 4.13: Geometria da suspensão MacPherson (JAZAR, 2013)

Assim, tem-se que o conjunto apresenta um deslocamento angular, representado por  $\alpha$  com

a direção do movimento da roda (considerado somente na vertical) e transladado de  $b \rightarrow a$  do centro da roda. Portanto, a fim de trabalhar com o sistema equivalente, tem-se o efeito combinado (JAZAR, 2013):

$$k = k_{equivalente} \frac{1}{\cos(\alpha)^2} \left(\frac{a}{b}\right)^2 \quad (4.2)$$

Cabe ressaltar que o a rigidez e o amortecimento equivalentes são ditos globais, pois são originários da ação combinada das buchas, molas e amortecedores. Porém, a EQ. 4.2 só é utilizada para a saída do esforço que vai para a roda, a influência da configuração para o chassi é somente da sua parte rotacional, devido ao ponto de ancoragem no mesmo. Sendo os valores correspondentes a sua configuração mostrados na TAB. 4.2.

TAB. 4.2: Valores da configuração da suspensão

Parâmetros	valor
$\alpha$	1,4 graus
$a$	0,431 m
$b$	0,706 m

Segundo LEITE & DA SILVA (2002), a rigidez equivalente do braço de torção pode ser calculada a partir do deslocamento angular do braço de apoio e da resistência dos materiais. Na FIG. 4.14 observa-se este deslocamento, de forma que a rigidez equivalente pode ser deduzida do torque produzido pelo deslocamento vertical do braço da roda de apoio, e da resistência dos materiais, sabendo-se que o torque é em um eixo circular, e para pequenos deslocamentos angulares, tem-se:

$$K_{eq} = \frac{G\pi r^4}{2L_b L_{br}} \quad (4.3)$$

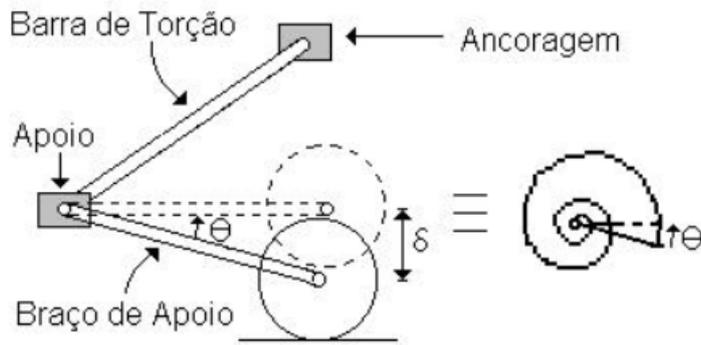


FIG. 4.14: Braço de torção (LEITE & DA SILVA, 2002)

Na qual  $G$  é o módulo da elasticidade transversal do material,  $r$  e  $L_b$  são o raio e comprimento da barra de torção, respectivamente, e  $L_{br}$  é o comprimento do braço de apoio. Contudo, para fins da modelagem implementada neste trabalho, o sistema de suspensão para todos os eixos tem a mesma configuração, ou seja, composto de mola e amortecedor (como nos eixos dianteiros), porém com rigidezes diferentes.

#### 4.1.2 BATENTES

Com o intuito de trazer a modelagem o mais próximo da realidade faz-se necessário a inclusão dos batentes, que nada mais são do que limitadores físicos do curso da suspensão. Cita-se como exemplo a força proveniente do pneu, que sem o limitador, pode encontrar valores que representem tanto o pneu entrando no solo, quanto o pneu se distendendo, o que não ocorre devido às restrições impostas pelo seu formato e pela rigidez da carcaça. Portanto, a inclusão dos batentes para a suspensão e para o pneu torna-se necessária.

Primeiramente no pneu, segundo COSTA NETO (2001), observa-se na FIG. 4.15 uma roda com seu respectivo pneu em contato com o solo, onde  $Z_r$  é o seu raio indeformado;  $r_{aro}$  é o raio do aro. Caso o pneu deixe de estar em contato com o solo, a distância  $Z_r \geq r_{ind}$ , o que traduz em uma força no pneu nula. Agora caso  $Z_r \leq r_{aro}$  caracteriza que o pneu fisicamente entrou no solo, o que é impossível, assim atribui-se uma constante de rigidez de  $3X10^7 N/m$ .

Na suspensão os limites físicos, de forma análoga ao pneu, ocorrem no *bump* e *rebound*, onde o deslocamento relativo do movimento da roda e do chassi, ou seja, compressão ou distensão da mola é comparada com o limite estabelecido de montagem. Portanto, no caso do movimento de *bump*, se  $Z_s \leq L_{dm}$ , atribui-se uma rigidez de  $8X10^5$ , senão mantém-se a que

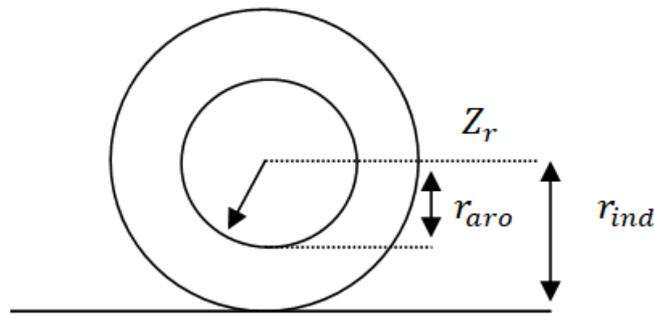


FIG. 4.15: Roda e pneu na superfície de contato

está dentro do intervalo permitido. No caso do *rebound*, se  $Z_s \geq L_{cm}$  atribui-se a rigidez de ultrapassagem do limite, senão permanece a mesma. Sendo  $Z_s$ ,  $L_{dm}$  e  $L_{cm}$  o deslocamento da mola, limite de distensão e compressão na montagem, respectivamente. Ressalta-se que não se pode atribuir altos valores para estes coeficientes de rigidez, pois altas frequências acabam sendo introduzidas no sistema. Ambos os batentes são introduzidos através de uma rotina no *software* MATLAB<sup>®</sup>.

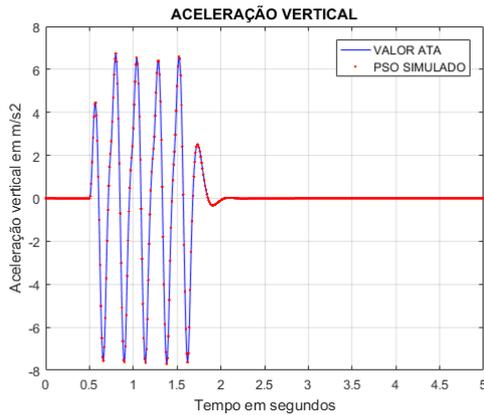
## 4.2 VALIDAÇÃO DA MODELAGEM

O objetivo desta seção é validar o modelo matemático implementado, bem como para os métodos de estimativa de parâmetros (PSO e DE). Neste contexto, desenvolveu-se com os mesmos diagramas de blocos utilizados para a VBTP PIRANHA, uma modelagem para a Viatura Blindada M-113. Porém, algumas diferenças merecem destaque:

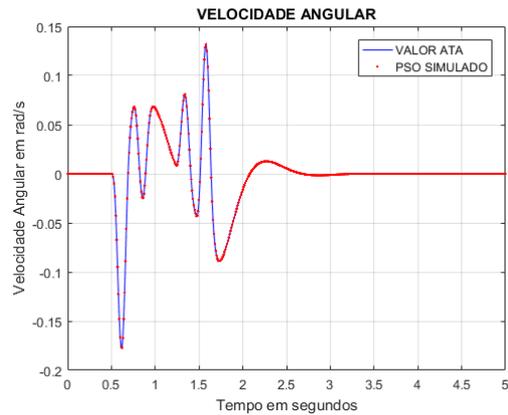
- Este veículo tem 5 eixos;
- Considera-se mola e amortecedor linear em todos os eixos;
- Somente a Dinâmica Vertical foi considerada;
- Realiza-se a simulação em um obstáculo conhecido e descrito em ATA & OYADIJI (2014);
- Utilizam-se as velocidades de 10, 40 e 60 Km/h;

- A estimativa de parâmetros foi desenvolvida nos dois métodos (PSO e DE); e
- Analisam-se a aceleração vertical e angular do CG.

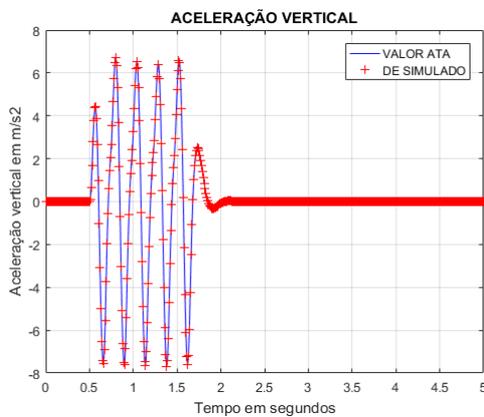
Desta forma, quatro parâmetros foram estimados: coeficiente de rigidez da mola e de amortecimento do amortecedor (igual para todos os eixos); momento de inércia em relação ao eixo "Y"; e rigidez do pneu, todos com valores de referência em (ATA & OYADIJI, 2014). Apesar das simulações realizadas nas três velocidades, mostra-se somente a velocidade de 10 Km/h.



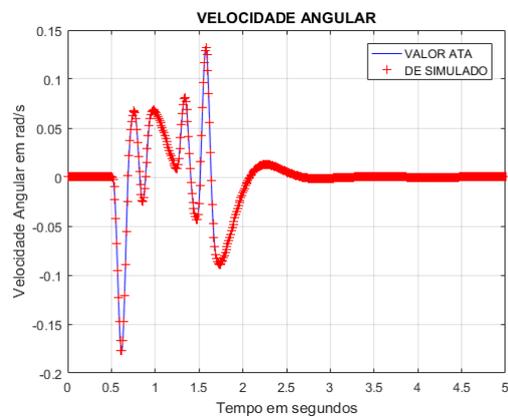
(a) Aceleração vertical em  $m/s^2$  X tempo PSO



(b) Velocidade angular em  $rad/s$  X tempo PSO



(c) Aceleração vertical em  $m/s^2$  X tempo DE



(d) Velocidade angular em  $rad/s$  X tempo DE

FIG. 4.16: Resultados dos testes para validação

Observa-se na FIG. 4.16 a aceleração vertical e velocidade angular do CG pelo tempo. Em todos os gráficos, as curvas em azul demonstram a dinâmica com os parâmetros de referência, e em vermelho as curvas com os valores estimados com o método do PSO, "a" e "b", e "c" e "d" para o DE. Em todos os quatro gráficos o mesmo comportamento dinâmico foi atingido após a

estimativa de parâmetros. Com a finalidade de elucidar o resultado, é mostrado na TAB. 4.3 os valores de referência e o erro relativo percentual de cada método, no que tange aos parâmetros.

TAB. 4.3: Erro relativo percentual

Parâmetros	Valor ATA	ERRO PSO %	ERRO DE %
$K$	103.000 $N/m$	0,000107	0,056445
$B$	22.520 $Ns/m$	3,836e-05	0,228941
$I_{yy}$	12.856 $kgm^2$	6,5871e-05	0,27071
$K_p$	613.000 $N/m$	1,40e-05	0,04352

Ambos os métodos foram validados, sendo os erros relativos percentuais quase irrelevantes, onde o máximo erro percentual encontrado foi de 0,27% para o Momento de Inércia com o método DE. Desta forma, a modelagem matemática e os métodos de PI são validados com a referência adotada.

#### 4.3 TESTES DE CAMPO

A finalidade da realização dos testes de campo é alimentar os dados de entrada do processo de estimativa de parâmetros e otimização, uma vez que os dados calculados são comparados com estes. O teste foi realizado no Centro de Avaliações do Exército (CAEx), onde a VBTP PIRANHA III-C transpôs obstáculos conhecidos em três velocidades (5, 10 e 27 Km/h) e com duas configurações de calibragem dos pneus (estrada e areia).

A pista, em que foi conduzido o teste, segue o padrão da pista *Aberdeen Proving Ground-APG* - onde existem obstáculos com diferentes tamanhos. Porém, para a realização do teste foram utilizados quatro obstáculos consecutivos com o mesmo padrão mostrado na FIG. 4.17.

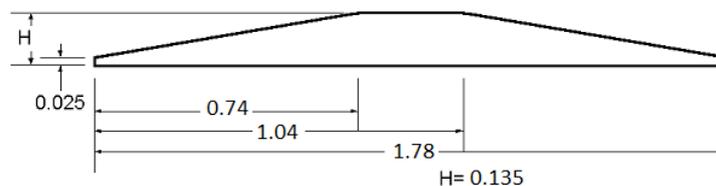


FIG. 4.17: Obstáculo utilizado no teste de campo

Observa-se na FIG. 4.18 a VBTP transpondo o obstáculo durante o teste.



FIG. 4.18: VBTP PIRANHA III-C realizando o teste

O processo de medição foi concluído com a utilização de três sensores (*Inertial Measurement Units* (IMU) Racelogic<sup>®</sup>/VBOX instalados. Um sensor localizado no CG, outro no acabamento do sistema de suspensão (na MS), e um no braço inferior da suspensão (MNS), ambos no primeiro eixo do veículo, FIG. 4.19.

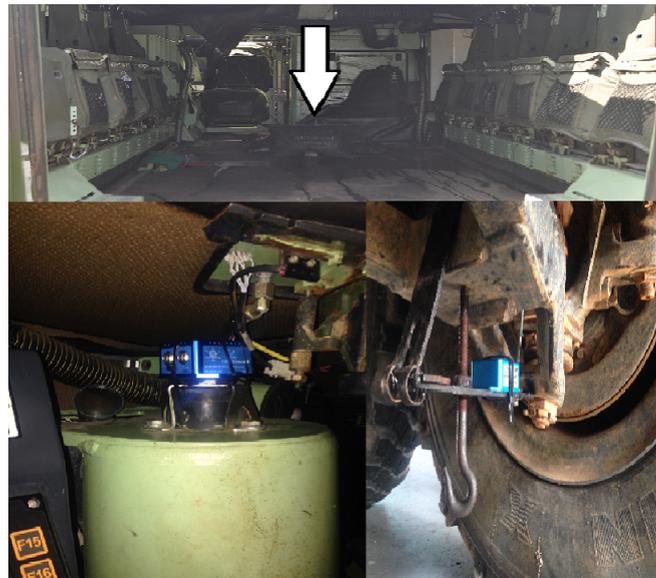


FIG. 4.19: Sensores instalados na VBTP PIRANHA III-C

Este sensor tem a capacidade de medir a aceleração e velocidade nos três eixos, além da distância percorrida e da posição. Contudo, as medições de interesse para o problema em questão são as velocidades angulares de *roll* e *pitch*, a aceleração vertical da IMU localizada no CG, e

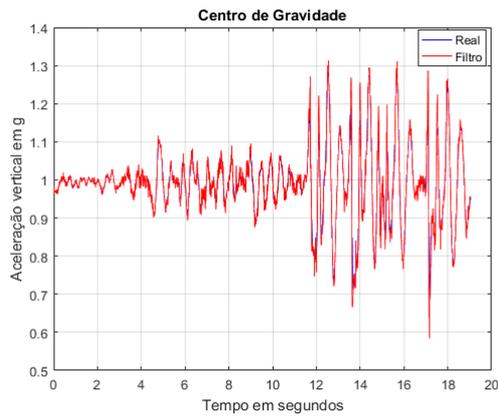
aceleração vertical dos sensores localizados na MS e MNS.

Desta forma, foram conduzidos diversos testes com a VBTP nas velocidades de 5, 10 e 25 km/h com duas calibrações inerentes aos pneus: estrada (5,4 e 5,7 bar na dianteira e traseira, respectivamente) e areia (1,5 bar em todos os eixos).

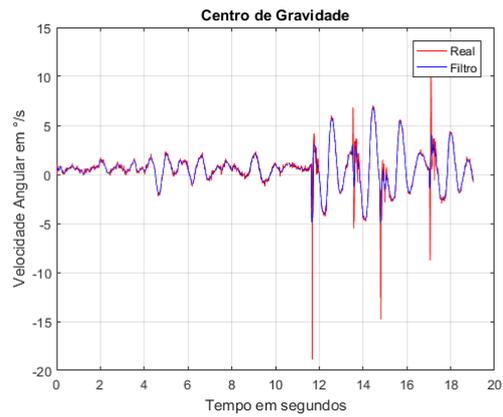
Após a análise detalhada de todos os testes realizados, constatou-se uma grande presença de ruído para as velocidades de 5 e 10 km/h, devido ao motor do veículo, tanto para a calibração de estrada e areia. Contudo, para a velocidade de 25 km/h e na calibragem dos pneus de 1,5 bar em todos os eixos (areia), observou-se uma menor presença de ruído. Por conseguinte, esta medição foi escolhida para a estimativa de parâmetros.

Posteriormente à escolha da medição, fez-se necessário uma inserção de um filtro para diminuir as oscilações mais altas (picos). Para tal, foi escolhido o Filtro de Média Móvel Variável (FMMV), que considera o valor filtrado em um determinado instante como o resultado de uma média ponderada entre valores de cada ponto e os adjacentes a estes pontos. A grande vantagem de se colocar este filtro é redução das grandes oscilações, pois ele filtra bem em um ponto e mal no outro, mas de maneira geral, vai suavizando a curva do sinal satisfatoriamente. Na FIG. 4.20 mostram-se as curvas da aceleração vertical, *pitch*, *roll* do CG, e aceleração vertical na MS e MNS, respectivamente, "a", "b", "c", "d" e "e".

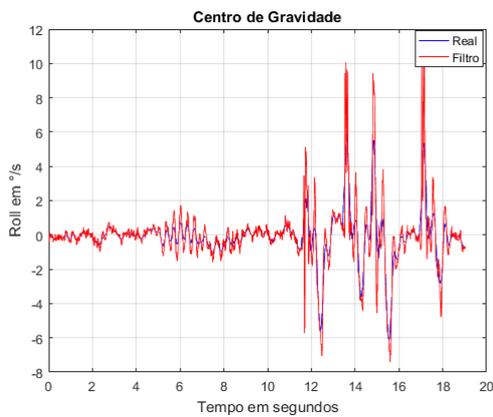
Verifica-se que o filtro escolhido não desconsidera totalmente as mais altas frequências, todavia as atenua, não deixando comprometer o comportamento dinâmico do veículo durante as medições. Adicionalmente, observa-se na aceleração vertical do sensor posicionado na MS valores mais altos. Isto se deve ao fato do mesmo estar localizado, praticamente ao lado do motor, somando-se, assim, toda a vibração proveniente deste. E, também, na MNS uma presença maior de ruído, devido à própria instalação do mesmo, que não se deu de forma satisfatória. Diante do exposto, para a estimativa de parâmetros, são utilizados somente os dados provenientes do sensor localizado no CG. Além disso, devido ao grande tempo computacional gasto na simulação e estimativa, somente o primeiro obstáculo é levado em consideração.



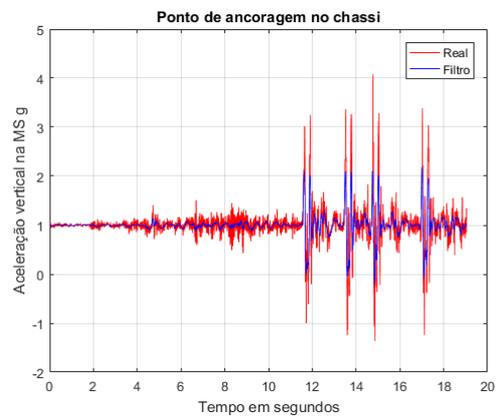
(a) Aceleração vertical no CG



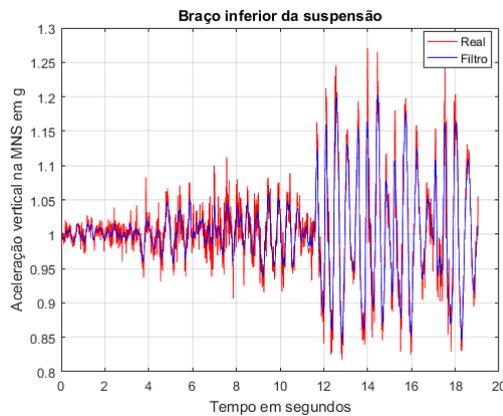
(b) Velocidade angular em "Y" no CG



(c) Velocidade angular em "X" no CG



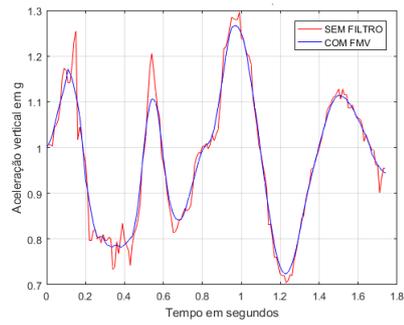
(d) Aceleração vertical na MS



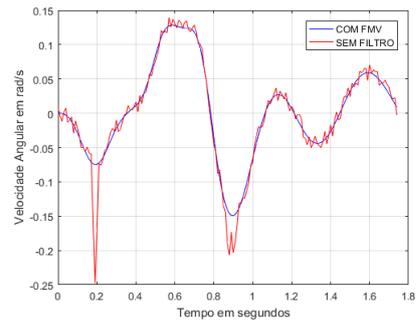
(e) Aceleração vertical na MNS

FIG. 4.20: Resultados dos testes de campo para velocidade de 25 Km/h

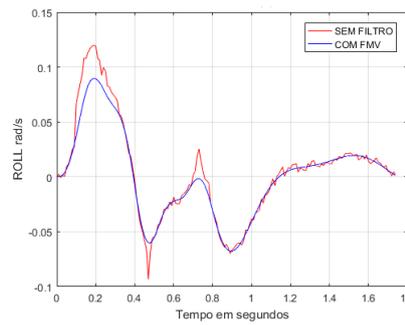
Desta forma, os gráficos correspondentes ao intervalo de tempo que englobe somente o primeiro obstáculo com a aplicação do filtro são mostrados na FIG. 4.21. Estes resultados são usados na estimativa de parâmetros como entradas.



(a) Aceleração vertical medida no CG



(b) Velocidade angular de arfagem medida no CG



(c) Velocidade angular de rolagem medida no CG

FIG. 4.21: Resultados dos testes de campo com um obstáculo e aplicação do filtro

## 5 SIMULAÇÃO E RESULTADOS

O objetivo deste capítulo é apresentar os resultados da estimativa de parâmetros e do comportamento dinâmico da VBTP PIRANHA III-C. Para tal, a modelagem matemática implementada foi apresentada no Capítulo 4, a qual utiliza a abordagem por fluxo de potência e transformadores cinemáticos, e é desenvolvida no *software* MATLAB<sup>®</sup>/Simulink versão R2010a.

### 5.1 CONDIÇÃO INICIAL

Os parâmetros utilizados na estimativa e simulação para a viatura são mostrados na TAB. 5.1, sendo  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$ , respectivamente, as distâncias do eixo 1, 2, 3, 4 para a localização do sensor no sentido longitudinal (eixo "X"); e  $b_1$  e  $b_2$  a distância do centro das rodas do lado esquerdo e direito do veículo à localização do sensor no sentido transversal (eixo "Y").  $MS$  é o peso da massa suspensa e  $MNS$  o de cada massa não suspensa.

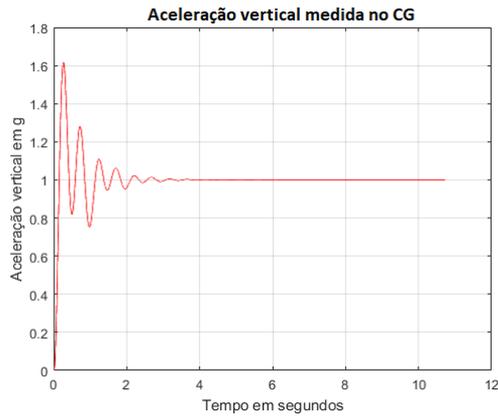
TAB. 5.1: Parâmetros utilizados

Parâmetros	valor
$MS$	12.620 kg
$MNS$	367,5 kg
$a_1$	1,02 m
$a_2$	0,2 m
$a_3$	1,9 m
$a_4$	3,12 m
$b_1$	1,3 m
$b_2$	1 m

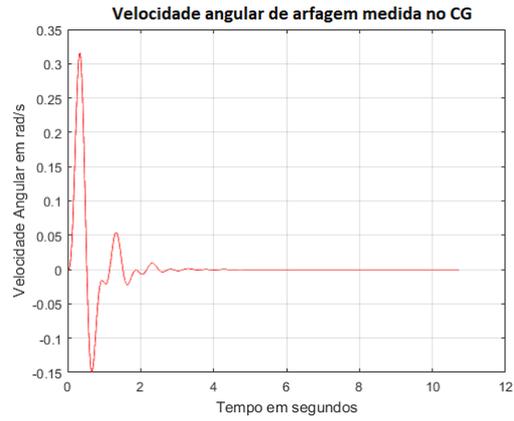
Nota-se que os parâmetros em relação à suspensão (coeficiente de rigidez da mola e amortecimento do amortecedor), coeficiente de rigidez do pneu e Momentos de Inércia em relação aos eixos "X" e "Y" da MS não constam na tabela acima, pois descobrir seus valores é um dos objetivos do trabalho. Os valores correspondentes a configuração da suspensão são apresentados na Seção 4.1.1. A especificação técnica do pneu é 12.00R20 XMLTL 149J, e para o teste de campo foi utilizada a pressão enchimento de 1,5 bar para os oitos.

A posição inicial do veículo é qualquer, e as velocidades iniciais dos graus de liberdade do sistema são todas nulas. Com isso, é necessário prever um tempo de estabilização, até que todos

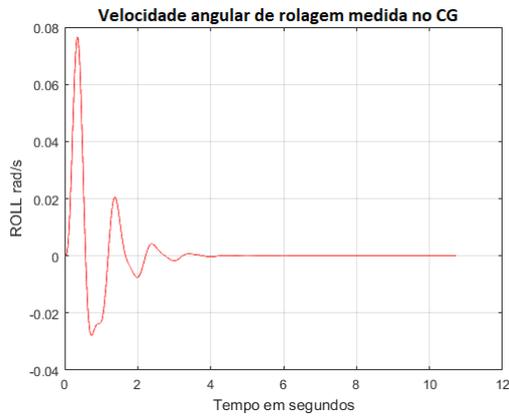
os graus de liberdade do sistema atinjam a condição de equilíbrio estático antes de proceder com a entrada da excitação de base. A FIG. 5.1 mostra o comportamento da aceleração vertical, velocidade de arfagem e rolagem ao longo do regime transiente, além da inclinação do chassi pelo ângulo de rolagem e arfagem, levando aproximadamente 4 segundos.



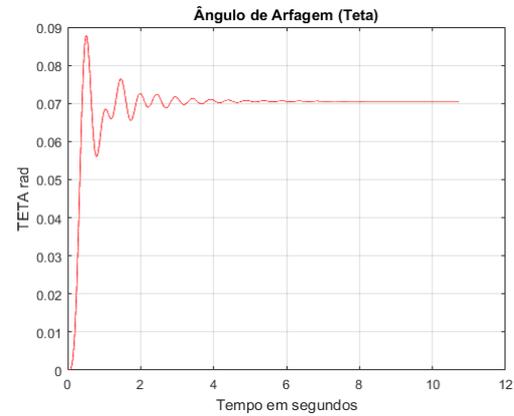
(a) Aceleração vertical em  $g$  X tempo



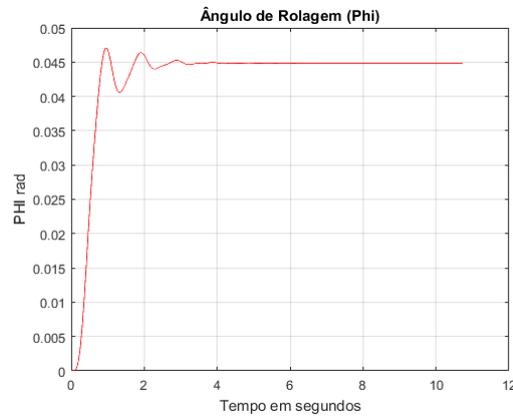
(b) Velocidade angular de arfagem em  $rad/s$  X tempo



(c) Velocidade angular de rolagem em  $rad/s$  X tempo



(d) Ângulo de arfagem em  $rad$  X tempo



(e) Ângulo de rolagem em  $rad$  X tempo

FIG. 5.1: Estabilização da modelagem

Cabe ressaltar que os parâmetros desconhecidos têm grande influência na dinâmica vertical do veículo, portanto, com a finalidade de atingir a condição de equilíbrio dos GDL do sistema, são utilizados os valores correspondentes a metade do intervalo proposto para a otimização

de cada parâmetro, pois estes são desconhecidos. Adicionalmente, um tempo de 9 segundos é utilizado para garantir este equilíbrio. Nota-se, também, que devido a distribuição de peso do veículo, o mesmo se encontra levemente inclinado para frente e direita. Este fato se deve principalmente ao peso do motor, que fica deslocado para o lado direito da viatura.

## 5.2 MODELAGEM DO OBSTÁCULO

Como disposto na Seção 4.3, a simulação é desenvolvida para a transposição de um obstáculo conhecido, pertencente da pista APG. O perfil é apresentado na TAB. 5.2.

TAB. 5.2: Perfil do obstáculo

Excitação (Z)	Condição
0	$t < d_0/v$
$(h/dr1) * v * (t - d_0/v)$	$d_0/v \leq t \leq (d_0 + dr1)/v$
$h$	$(d_0 + dr1)/v \leq t \leq (d_0 + dr1 + dr2)/v$
$A_1$	$A_2$
0	$t > (d_0 + dr1 + dr2 + dr3)/v$

Onde  $t$ ,  $d_0$ , e  $v$  são, respectivamente, tempo, a distância até atingir o obstáculo e velocidade do veículo; e as medidas  $dr1$ ,  $dr2$ ,  $dr3$ ,  $h$  sendo rampa de entrada, parte plana, rampa de saída e altura do obstáculo. As constantes  $A_1$  e  $A_2$  são definidas por:

$$A_1 = (-h/dr3) * (t - d_0/v) * v + (h/dr3) * (dr1 + dr2 + dr3)$$

$$A_2 = (d_0 + dr1 + dr2)/v \leq t \leq (d_0 + dr1 + dr2 + dr3)/v$$

Ressalta-se que a distância  $d_0$  vai variando de acordo com o eixo em contato com o obstáculo.

## 5.3 ESTIMATIVA DE PARÂMETROS

Nesta seção são apresentadas as particularidades da estimativa de parâmetros, a qual é realizada por meio de duas técnicas de otimização: PSO e DE. O problema direto em questão parte da modelagem implementada no Simulink. As medições realizadas nos testes de campo serviram de entrada para o PI e, como explicado na Seção 4.3, escolheu-se um teste em que o veículo trafega a uma velocidade média de 27,3258 km/h. As medidas experimentais consideradas são a aceleração vertical, velocidades angulares de arfagem e rolagem medidas no CG. Portanto, estas três entradas são comparadas com as medidas oriundas das simulações numéricas a cada

indivíduo da população gerada estocasticamente. Esta, por sua vez, é de 50 indivíduos para ambas as técnicas. Esta comparação é feita por meio do processo de minimização da FO, a qual deve ser anteriormente adimensionalizada, pois as velocidades angulares e a aceleração vertical são de diferentes escalas. Assim, só há necessidade de uma FO. A EQ. 5.1 descreve a mesma (CAMPOS et al., 2017 e OLIVEIRA et al., 2017), na qual  $nz$ ,  $nt$  e  $nr$  são os números de elementos em cada vetor;  $Z_{ref}$ ,  $V_{ref}$ ,  $R_{ref}$  são a aceleração vertical, velocidade de arfagem e rolagem, respectivamente, para as medidas retiradas dos testes e, conseqüentemente, para a simulação são as mesmas letras, porém com "sim" no lado direito inferior; e os valores  $max$  e  $min$  são os máximos e mínimos absolutos obtidos nos testes de referência.

$$FO = \frac{1}{nz} \sqrt{\sum_{i=1}^{nz} \left( \frac{Z_{ref} - Zi_{sim}}{Z_{max} - Z_{min}} \right)^2} + \frac{1}{nt} \sqrt{\sum_{i=1}^{nt} \left( \frac{V_{ref} - Vi_{sim}}{V_{max} - V_{min}} \right)^2} + \frac{1}{nr} \sqrt{\sum_{i=1}^{nr} \left( \frac{R_{ref} - Ri_{sim}}{R_{max} - R_{min}} \right)^2} \quad (5.1)$$

Portanto, a minimização desta função dá-se até que o critério de parada seja atingido. Neste trabalho, este é escolhido de acordo com a EQ. 5.2, onde o valor da função objetivo na iteração presente e na anterior deve ser menor que a tolerância adotada, que é de  $10^{-6}$ , ou o número máximo de iterações seja atingido ( $k = 2.000$ ). Com a finalidade de estabilizar a solução, este critério deve ser atendido por 20 vezes consecutivas.

$$FO(k) - FO(k - 1) < tol \quad (5.2)$$

Uma observação importante é o passo de integração, onde durante os testes este foi de 0,01 segundos, porém, a fim de aumentar a precisão utiliza-se o passo de 0,005 durante a simulação. Estas características apresentadas até aqui são comuns para ambas as técnicas, contudo, existem suas próprias particularidades.

Primeiramente para o PSO, segundo COLAÇO et al. (2006), os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , que são, respectivamente, peso da inércia e taxa de aprendizagem, devem obedecer aos seguintes valores  $0 \leq \alpha \leq 1$  e  $1 \leq \beta \leq 2$ . Porém, na literatura existem diversas formas de cálculo destes dois parâmetros empíricos. Sendo assim, realizaram-se diversos testes, para ajuste destes e, os melhores valores encontrados foram  $\alpha = 0,5$  e  $\beta = 1$ . De forma análoga, para o DE, dois parâmetros merecem destaque:  $F$  (função de peso que define a mutação) e  $CR$  (fator que

define o *crossover*). Segundo MOHAMED (2016),  $F$  deve ter seu valor entre 0 e 2, mas baixos valores podem levar a uma prematura convergência e altos diminuem a velocidade de procura. Neste trabalho este parâmetro tem o valor de 0,9. Já para  $CR$ , segundo COLAÇO et al. (2006), seu valor deve estar entre 0,5 e 1, o qual nesta dissertação utiliza-se o de 0,52 após diversas simulações com valores pertencentes ao intervalo proposto.

#### 5.4 RESULTADOS

Após explicar como se desenvolve a estimativa de parâmetros, esta seção visa mostrar os resultados desta e analisar a dinâmica vertical da VBTP PIRANHA III-C. Primeiramente, realiza-se a estimativa de sete parâmetros, com a suspensão na seguinte configuração: os coeficientes de amortecimento do amortecedor e de rigidez da mola são iguais nos dois eixos dianteiros e nos dois eixos traseiros. Assim, têm-se duas rigidezes e dois amortecimentos (dianteira e traseira), dois momentos de inércia - um em relação ao eixo "X" e outro ao "Y", e um coeficiente de rigidez do pneu. A TAB. 5.3 mostra a descrição dos coeficientes, bem como o intervalo utilizado para a estimativa tanto para o PSO, como para o DE, na qual os coeficientes de rigidezes, amortecimento e os momentos de inércia, respectivamente, têm suas unidades definidas por:  $N/m$ ;  $Ns/m$ ; e  $kgm^2$ .

TAB. 5.3: Coeficientes e intervalos

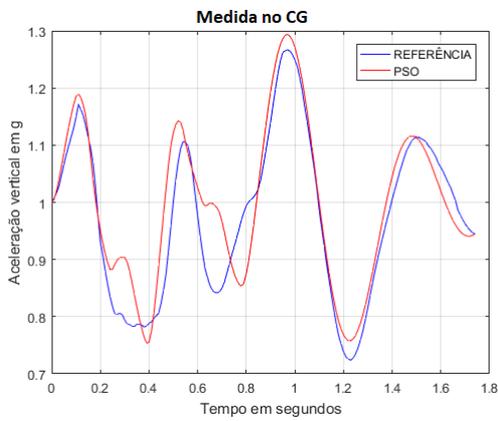
Coeficiente	Descrição	Intervalo	
		Mínimo	Máximo
KD	Rigidez 2 eixos dianteiros	50.000	370.000
CD	Amortecimento 2 eixos dianteiros	15.000	95.000
KT	Rigidez 2 eixos traseiros	50.000	400.000
CT	Amortecimento 2 eixos traseiros	20.000	90.000
Iyy	Momento de Inércia em relação ao eixo "Y"	30.000	120.000
Kp	Rigidez do pneu	90.000	400.000
Ixx	Momento de Inércia em relação ao eixo "X"	25.000	80.000

Diversas estimativas foram realizadas, porém é utilizada uma de cada técnica, com a finalidade de comparar os resultados obtidos. Os parâmetros estimados são mostrados na TAB. 5.4 para ambas as técnicas. Nota-se que apesar de não serem conhecidos os parâmetros de referência, o PSO e DE obtêm valores próximos em cada parâmetro com uma ordem de grandeza aceitável para o porte do veículo em questão (ATA & OYADIJI, 2014). Após a estimativa, a comparação é feita entre a simulação, utilizando estes parâmetros, e as curvas de referência

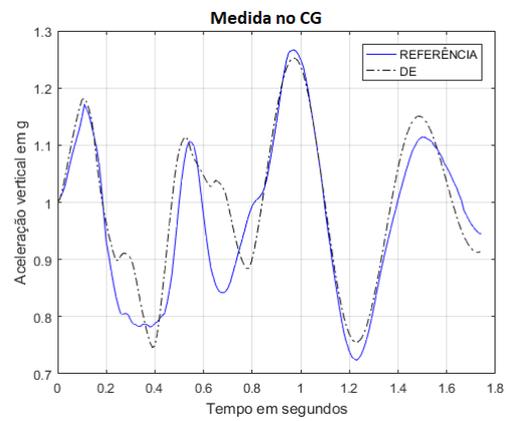
(aceleração vertical, velocidades angulares de arfagem e rolagem no CG).

TAB. 5.4: Parâmetros estimados para PSO e DE

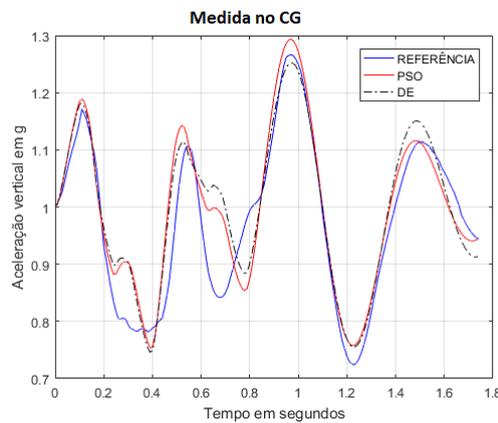
Parâmetro	Valor estimado	
	PSO	DE
KD	158.692,8738	192.330,2962
CD	34.176,5602	40.643,5536
KT	210.930,0184	222.966,2613
CT	28.251,0381	34.512,9261
Iyy	48.423,4897	65.597,5990
Kp	137.853,6276	147.049,6197
Ixx	39.567,3854	46.149,0493



(a) Aceleração vertical em  $g$  X tempo PSO



(b) Aceleração vertical em  $g$  X tempo DE

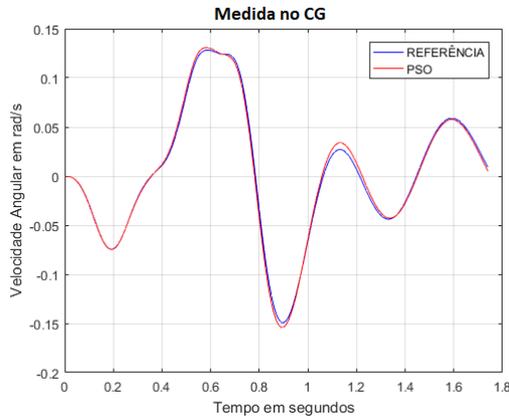


(c) Aceleração vertical em  $g$  X tempo PSO e DE

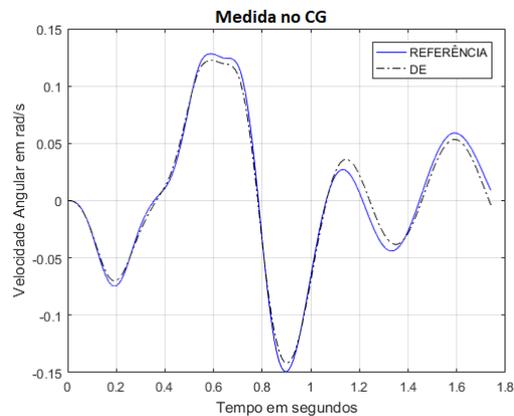
FIG. 5.2: Resultados para Aceleração vertical no CG

A FIG. 5.2 mostra os resultados da aceleração vertical no CG para o PSO, "a"; DE, "b"; e

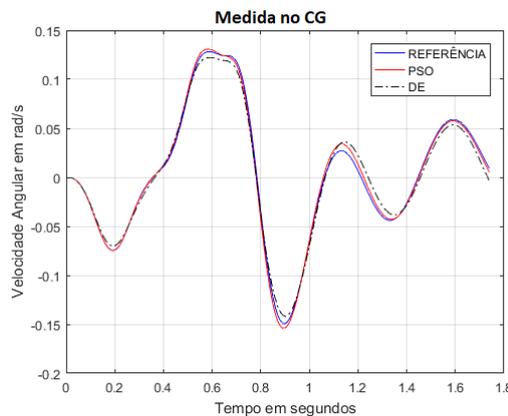
com os dois em "c", os valores de referência são para um obstáculo, com o tempo de simulação de 1,74 segundos. Ambas as técnicas demonstram uma excelente aproximação e o comportamento dinâmico do veículo é respeitado. Observa-se que as curvas, inicialmente, têm uma parte ascendente, a qual corresponde a passagem do primeiro eixo no obstáculo. Após, nota-se, também, a transposição dos outros três eixos do veículo, com seu maior pico no terceiro eixo.



(a) Velocidade angular de arfagem em  $rad/s$  X tempo PSO



(b) Velocidade angular de arfagem em  $rad/s$  X tempo DE



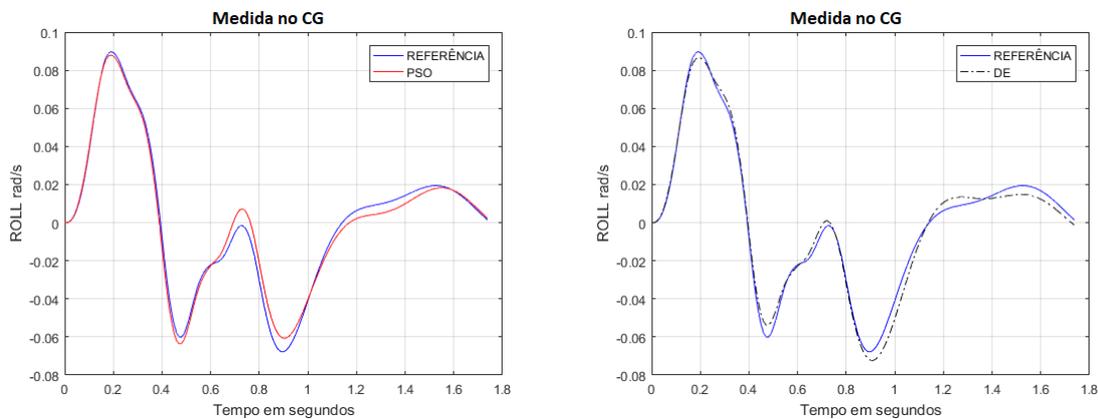
(c) Velocidade angular de arfagem em  $rad/s$  X tempo PSO e DE

FIG. 5.3: Resultados para Velocidade angular de arfagem no CG

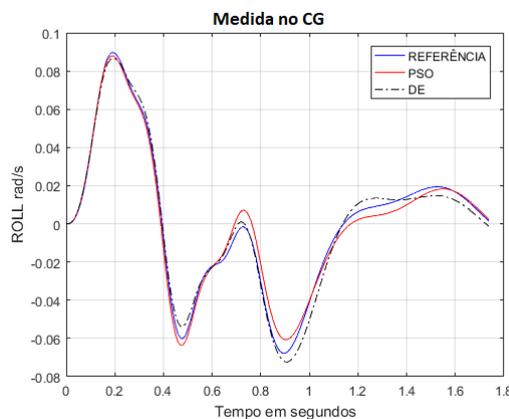
Passando a análise para a velocidade angular de arfagem (*pitch*), medida em  $rad/s$ . A FIG. 5.3 mostra, de forma análoga a aceleração vertical, uma excelente precisão no que tange ao desempenho da simulação numérica, quando comparada com a curva de referência. Observa-se que quando a viatura sobe no obstáculo, a curva assume valores negativos, fato devido ao sentido do referencial adotado e completamente pertinente. Como o primeiro e o segundo eixos são próximos, a curva pouco se altera entre eles, assumindo maiores valores de pico entre o

segundo e terceiro eixos. Comportamento idêntico é mostrado nos dois últimos eixos.

No que tange à velocidade angular de rolagem, a FIG. 5.4 mostra o comportamento para PSO e DE. Verifica-se que os valores para esta velocidade angular são menores quando comparados com o *pitch*. Este fato é devido ao pouco movimento angular desempenhado pelo veículo, pois o obstáculo não tem muita altura e os pneus são calibrados com pressão de enchimento de 1,5 bar, a qual tem maior amortecimento e, conseqüentemente menor coeficiente de rigidez. Desta forma, quando a VBTP transpõe o obstáculo somente com as rodas esquerdas, obtém pouca influência na dinâmica da velocidade angular de rolagem. No entanto, uma boa aproximação foi realizada por ambas as técnicas.



(a) Velocidade angular de rolagem em  $rad/s$  X tempo PSO  
(b) Velocidade angular de rolagem em  $rad/s$  X tempo DE



(c) Velocidade angular de rolagem em  $rad/s$  X tempo PSO e DE

FIG. 5.4: Resultados para Velocidade angular de rolagem no CG

De forma a complementar à análise para a estimativa destes sete parâmetros, a TAB. 5.5 mostra o erro médio percentual entre as curvas simuladas e em referência. Este erro é calculado

pela EQ. 5.3, onde  $V_{ref}$ ,  $V_{sim}$  e  $n$  são, respectivamente, os valores de referência, simulados e número de componentes do vetor. Nota-se que o maior erro percentual médio é obtido pelo DE (2,39%), no que tange à aceleração vertical. Este fato corrobora com a excelente aproximação da dinâmica real do veículo.

$$Erromed = \frac{|V_{ref} - V_{sim}|}{n} * 100 \quad (5.3)$$

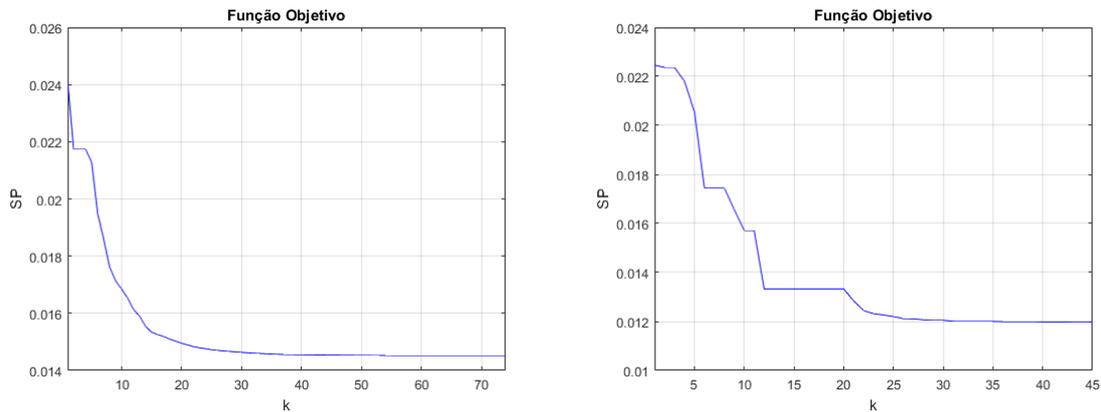
TAB. 5.5: Erros entre a simulação e valores de referência

	<i>BOUNCE %</i>		<i>PITCH %</i>		<i>ROLL %</i>	
	PSO	DE	PSO	DE	PSO	DE
ERRO MÉDIO	2,28	2,39	0,26	0,22	0,27	0,02

Embora exista um excelente desempenho para ambas as técnicas, no que se refere à estimativa de parâmetros, existem algumas diferenças, as quais são mostradas na TAB. 5.6. Observa-se que o DE obtém menor número de iterações para minimizar a FO e seu valor é um pouco menor. Apesar deste fato, o seu tempo computacional é bem próximo do PSO com 74 iterações, pois este é mais rápido a cada iteração.

TAB. 5.6: Desempenho das técnicas de otimização

	<i>Valor da FO</i>	<i>Nº de iterações</i>	<i>Tempo computacional aproximado</i>
PSO	0,01451	74	26 h 40 min
DE	0,01197	45	21 h 53 min



(a) Valor da Função Objetivo  $X$  N° de iterações PSO (b) Valor da Função Objetivo  $X$  N° de iterações DE

FIG. 5.5: Desempenho da Função Objetivo

A FIG. 5.5 apresenta o desempenho da FO pelo número de iterações, nota-se que o PSO tem um processo de minimização mais suave. Contudo, de acordo com o critério de parada (EQ. 5.2), a estabilização do DE dá-se da iteração 25 até a 45, enquanto o PSO da 54 a 74.

Alterando-se a análise para a estimativa de 11 parâmetros, a configuração da suspensão é tal que o coeficiente de amortecimento do amortecedor e de rigidez da mola são iguais para o lado esquerdo dos dois eixos dianteiros, da mesma forma para o lado direito dianteiro. Além dos momentos de inércia em relação aos eixos "X" e "Y", e rigidez do pneu, a configuração da mola e do amortecedor são iguais nos dois eixos traseiros, mas diferentes para os lados direito e esquerdo. A TAB. 5.7 descreve os 11 parâmetros e os intervalos de procura para ambas as técnicas.

Os parâmetros estimados pelo PSO e DE são mostrados na TAB. 5.8, e de forma análoga a estimativa com 7 parâmetros, nenhum tem valor que não seja típico dos valores usados em problemas dessa natureza (vide TRIKANDE et al., 2017 e ATA & OYADIJI, 2014), além de estarem na mesma ordem de grandeza para as duas técnicas, e as mesmas unidades são aplicadas.

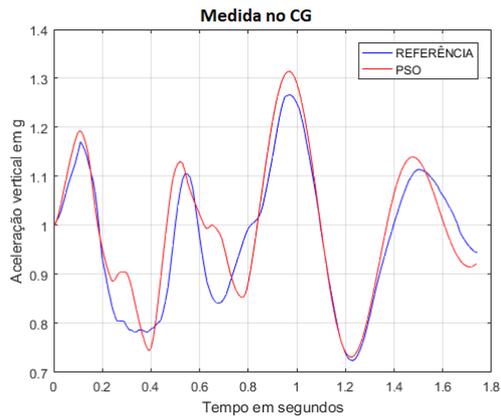
Realizando a simulação numérica obtêm-se, primeiramente para a aceleração vertical no CG, os gráficos para o PSO e DE comparados com as medidas realizadas nos testes de campo, FIG. 5.6. Observa-se uma excelente aproximação das curvas, porém os valores de pico para o DE, "b", têm uma maior diferença, principalmente no terceiro e quarto eixos do veículo (3° e 4° picos da curva), quando da transposição do obstáculo.

TAB. 5.7: Coeficientes e intervalos

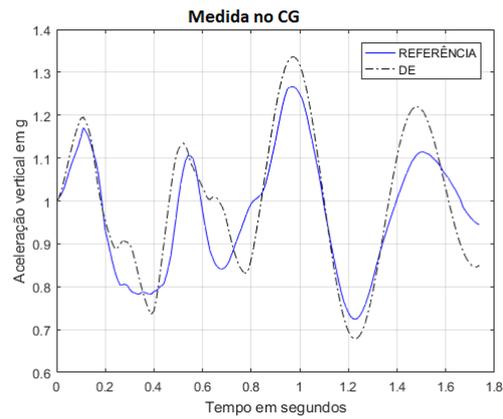
Coeficiente	Descrição	Intervalo	
		Mínimo	Máximo
KDE	Rigidez 2 eixos dianteiros esquerdos	50.000	350.000
CDE	Amortecimento 2 eixos dianteiros esquerdos	10.000	95.000
KDD	Rigidez 2 eixos dianteiros direitos	30.000	380.000
CDD	Amortecimento 2 eixos dianteiros direitos	10.000	95.000
KTE	Rigidez 2 eixos traseiros esquerdos	30.000	470.000
CTE	Amortecimento 2 eixos traseiros esquerdos	10.000	90.000
KTD	Rigidez 2 eixos traseiros direitos	50.000	470.000
CTD	Amortecimento 2 eixos traseiros direitos	10.000	95.000
Iyy	Momento de Inércia em relação ao eixo "Y"	30.000	200.000
Kp	Rigidez do pneu	90.000	400.000
Ixx	Momento de Inércia em relação ao eixo "X"	20.000	80.000

TAB. 5.8: Parâmetros estimados para PSO e DE

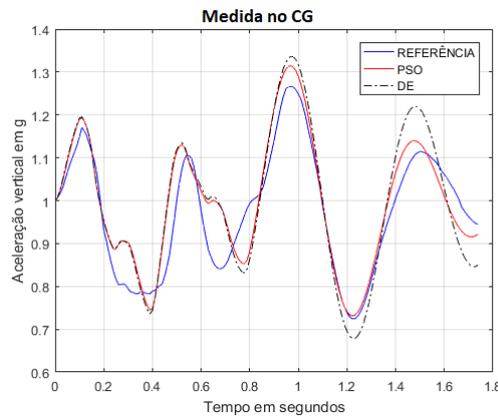
Parâmetro	Valor estimado	
	PSO	DE
KDE	188.417,7576	242.183,2433
CDE	36.751,1242	44.794,5667
KDD	141.168,3542	81.920,2076
CDD	26.776,6216	49.792,3060
KTE	157.778,1189	265.702,4387
CTE	35.576,6973	55.362,1581
KTD	279.625,6885	291.269,9929
CTD	24.967,1301	70.362,4144
Iyy	50.678,2062	58.140,8654
Kp	139.611,3286	136.048,0356
Ixx	41.513,7427	54.727,8590



(a) Aceleração vertical em  $g$  X tempo PSO



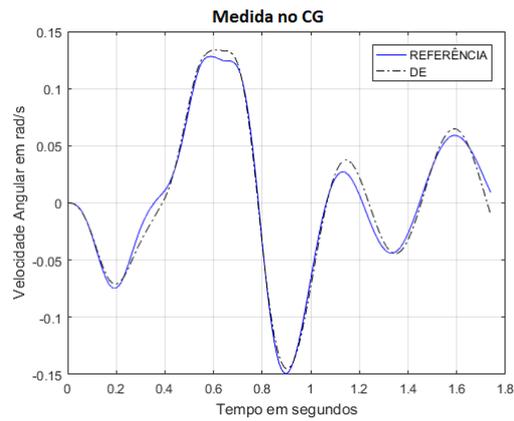
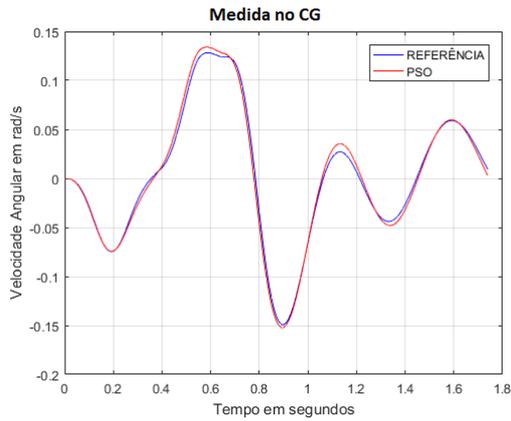
(b) Aceleração vertical em  $g$  X tempo DE



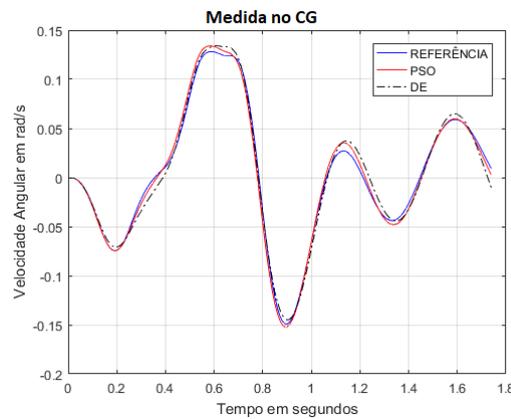
(c) Aceleração vertical em  $g$  X tempo PSO e DE

FIG. 5.6: Resultados para Aceleração vertical no CG

A velocidade de arfagem é mostrada na FIG. 5.7, e nota-se uma excelente aproximação do comportamento dinâmico real do veículo, tanto utilizando os parâmetros estimados pelo PSO, como para o DE. Primeiramente, a curva assume valores negativos, pois a parte dianteira do veículo começa a subir no obstáculo, transferindo o peso para a traseira. Logo após existe uma leve inflexão na curva, devido à proximidade dos dois primeiros eixos, juntamente com a velocidade mais alta que o veículo transpõe o obstáculo. As partes mais ascendente e descendente da curva correspondem a descida do segundo e subida do terceiro eixo, pois existe uma distância maior entre eles. Em seguida o fenômeno físico se repete para o terceiro e quarto eixos, ficando bem suave as alterações na curva.



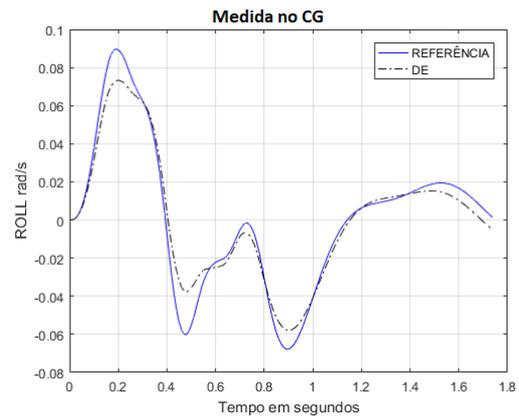
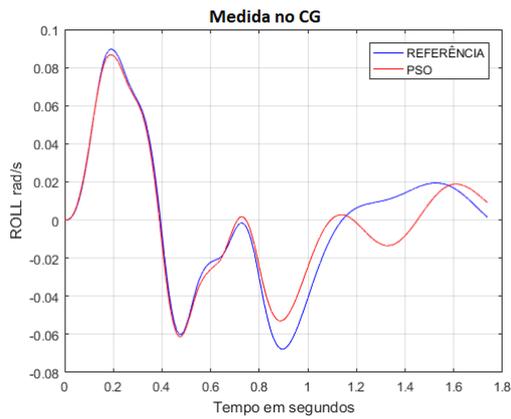
(a) Velocidade angular de arfagem em  $rad/s$  X tempo PSO (b) Velocidade angular de arfagem em  $rad/s$  X tempo DE



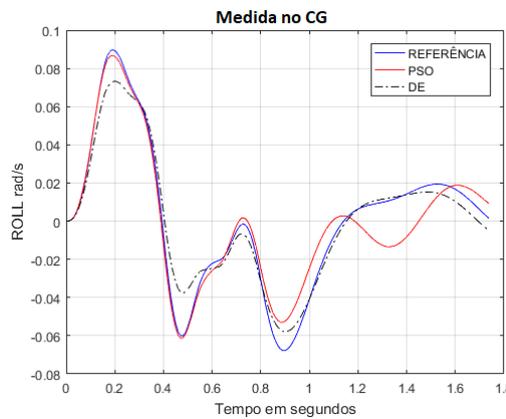
(c) Velocidade angular de arfagem em  $rad/s$  X tempo PSO e DE

FIG. 5.7: Resultados para Velocidade angular de arfagem no CG

Como descrito anteriormente, o veículo somente trafegou sobre o obstáculo com as rodas esquerdas, enquanto as direitas se deslocam em um solo de terra firme. Contudo, diante da velocidade que o veículo realiza o teste (aproximadamente 27 km/h) sobre um obstáculo considerado bem suave, não há significativas influências nos valores da velocidade de rolagem, a qual é mostrada na FIG. 5.8. Não obstante, o comportamento dinâmico real do veículo é obtido para ambas as técnicas, com um melhor desempenho para a simulação numérica que utiliza os parâmetros do DE.



(a) Velocidade angular de rolagem em  $rad/s$  X tempo PSO (b) Velocidade angular de rolagem em  $rad/s$  X tempo DE



(c) Velocidade angular de rolagem em  $rad/s$  X tempo PSO e DE

FIG. 5.8: Resultados para Velocidade angular de rolagem no CG

Em complemento, a TAB. 5.9 apresenta o erro médio percentual entre as curvas de referência e simuladas, seguindo a EQ. 5.3. Observa-se que estes são quase insignificantes, visto os seus maiores valores - dados para a aceleração vertical- tanto para o PSO, quanto para o DE.

TAB. 5.9: Erros entre a simulação e valores de referência

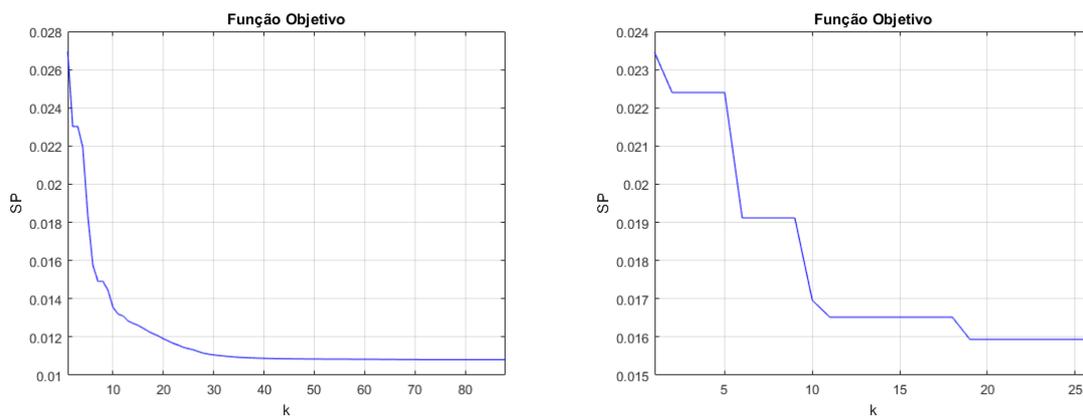
	<i>BOUNCE</i> %		<i>PITCH</i> %		<i>ROLL</i> %	
	PSO	DE	PSO	DE	PSO	DE
ERRO MÉDIO	2,22	2,29	0,20	0,16	0,30	0,33

No que se refere a análise das técnicas de otimização, os desempenhos para ambas são satisfatórios. Nota-se na TAB. 5.10 que o DE leva 26 iterações para atingir o critério de parada, mas

entre a iteração 15 e 20, os parâmetros assumem outros valores, porém a mudança é pequena no que tange ao valor da FO (FIG. 5.9).

TAB. 5.10: Desempenho das técnicas de otimização

	Valor da FO	Nº de iterações	Tempo computacional aproximado
PSO	0,0108	88	20 h
DE	0,0159	26	11 h



(a) Valor da Função Objetivo X Nº de iterações PSO (b) Valor da Função Objetivo X Nº de iterações DE

FIG. 5.9: Desempenho da Função Objetivo

Agora, configuração da suspensão, nesta análise, dá-se da seguinte forma: os coeficientes de amortecimento do amortecedor e rigidez da mola são iguais por eixo, ou seja, o lado direito e esquerdo tem os mesmos coeficientes. Porém, cada eixo tem os seus próprios (sua própria configuração). Adicionalmente a estes, têm-se os momentos de inércia em relação aos eixos "X" e "Y", e a rigidez do pneu, totalizando 11 parâmetros. A TAB. 5.11 apresenta a descrição e os intervalos destes.

Como consequência da aplicação do PI, a TAB. 5.12 mostra os parâmetros estimados por ambas as técnicas com as mesmas unidades aplicadas anteriormente. De forma análoga às outras estimativas, todos os valores estão condizentes com a realidade aplicada em veículos deste porte. Ressalta-se que a rigidez da mola do terceiro eixo, para a técnica do PSO, está no limite máximo da estimativa, porém o resultado do conjunto foi satisfatório. Este fato deve-se a existência de uma pequena compensação entre os parâmetros estimados, pois somente existem três entradas no problema direto.

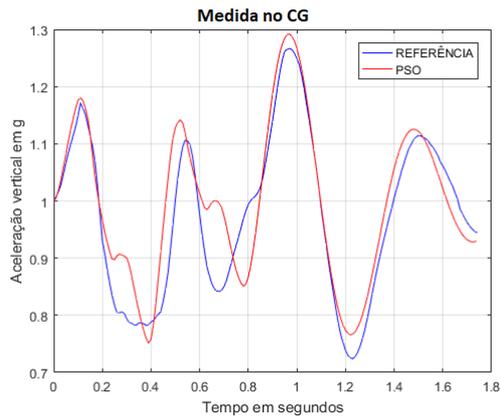
TAB. 5.11: Coeficientes e intervalos

Coeficiente	Descrição	Intervalo	
		Mínimo	Máximo
KD1	Rigidez 1° eixo	50.000	350.000
CD1	Amortecimento 1° eixo	10.000	95.000
KD2	Rigidez 2° eixo	30.000	380.000
CD2	Amortecimento 2° eixo	10.000	95.000
KT1	Rigidez 3° eixo	30.000	470.000
CT1	Amortecimento 3° eixo	10.000	90.000
KT2	Rigidez 4° eixo	50.000	470.000
CT2	Amortecimento 4° eixo	10.000	95.000
Iyy	Momento de Inércia em relação ao eixo "Y"	30.000	200.000
Kp	Rigidez do pneu	90.000	400.000
Ixx	Momento de Inércia em relação ao eixo "X"	20.000	80.000

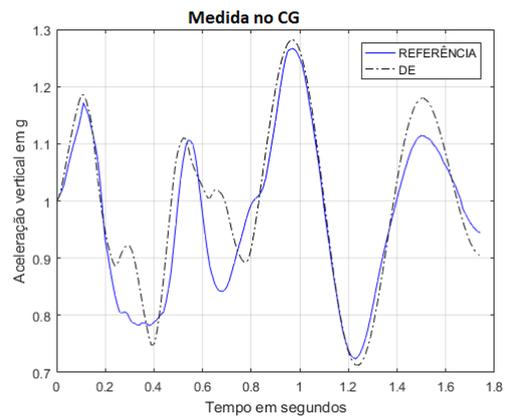
TAB. 5.12: Parâmetros estimados para PSO e DE

Parâmetro	Valor estimado	
	PSO	DE
KD1	157.155,7046	173.834,4765
CD1	29.986,7176	45.711,1772
KD2	184.275,8956	375.341,1384
CD2	33.373,7588	20.970,1106
KT1	370.000	98.749,952
CT1	40.862,6771	49.804,0751
KT2	156.242,9593	367.997,2265
CT2	19.408,9722	37.324,3627
Iyy	48.443,7616	48.199,7424
Kp	137.159,6701	126.445,8895
Ixx	30.488,6795	37.861,1212

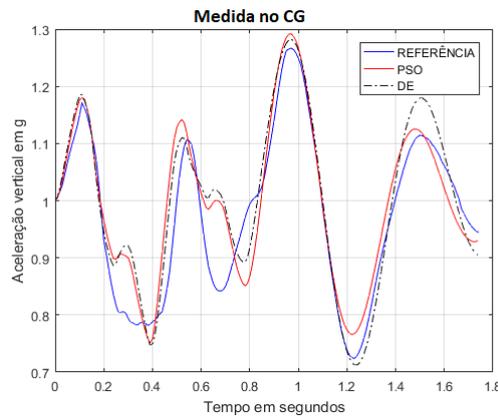
Após a estimativa, realiza-se a simulação numérica. A FIG. 5.10 apresenta a dinâmica vertical para a configuração proposta, no que tange a aceleração vertical no CG, para ambas as técnicas. Constata-se que o comportamento do veículo é equivalente às simulações numéricas, com um pequeno diferencial para o PSO, que obteve melhor resultado.



(a) Aceleração vertical em  $g$  X tempo PSO



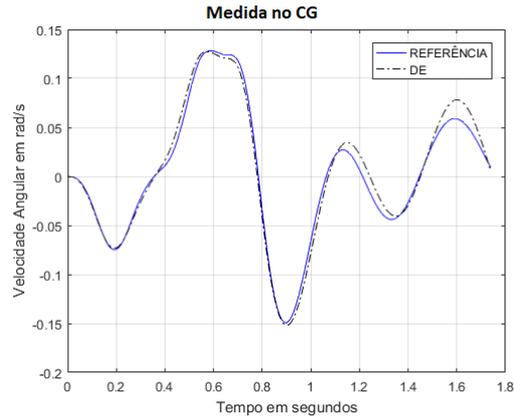
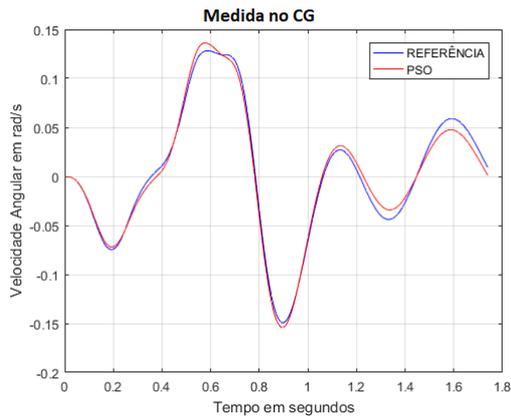
(b) Aceleração vertical em  $g$  X tempo DE



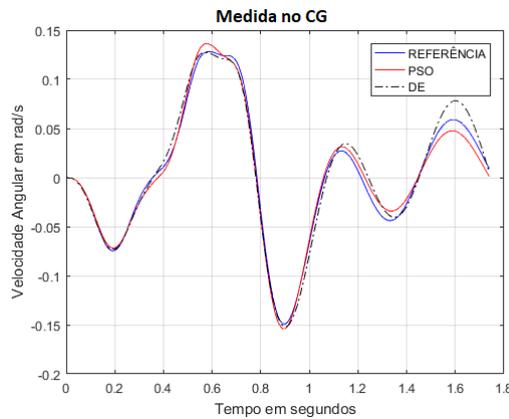
(c) Aceleração vertical em  $g$  X tempo PSO e DE

FIG. 5.10: Resultados para Aceleração vertical no CG

Para a velocidade de arfagem do chassi, FIG. 5.11, o comportamento das curvas simuladas são bem equivalentes, descrevendo uma ótima aproximação da extraída no teste de campo. Uma pequena diferença é notada na última parte ascendente, que correspondente à descida do quarto eixo no obstáculo, onde o DE tem maior valor de pico.



(a) Velocidade angular de arfagem em  $rad/s$  X tempo PSO (b) Velocidade angular de arfagem em  $rad/s$  X tempo DE

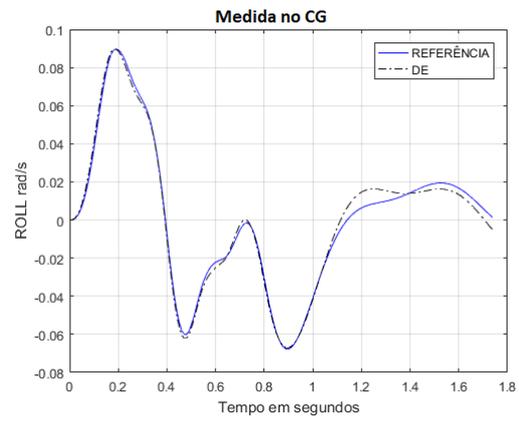
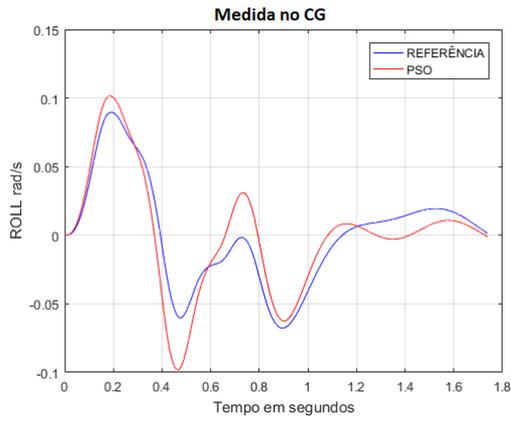


(c) Velocidade angular de arfagem em  $rad/s$  X tempo PSO e DE

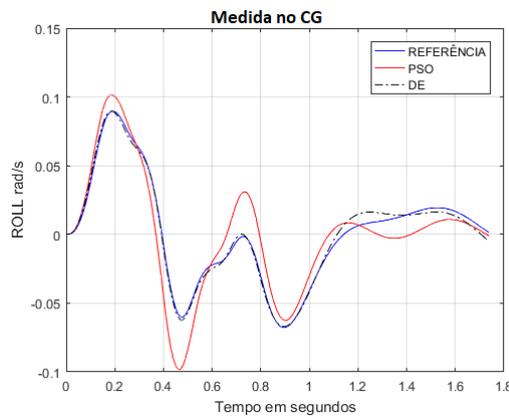
FIG. 5.11: Resultados para Velocidade angular de arfagem no CG

A técnica do DE obteve melhor resultado na simulação da dinâmica correspondente a velocidade de rolagem, FIG. 5.12, apesar de ambas acompanharem o comportamento da referência adotada. Esta, juntamente com as duas curvas (*bounce* e *pitch*), é complementada com os dados numéricos, no que se refere ao erro médio percentual, TAB. 5.13, onde, numericamente, o maior erro é de 2,7382% na velocidade de rolagem para o PSO, profusamente admissível.

A TAB. 5.14 mostra o tempo computacional despendido, valor da FO e número de iterações. Observa-se que, apesar do DE ter gasto 43 iterações para encontrar o mínimo, seu tempo computacional foi maior que o PSO, pois demanda mais tempo a cada iteração.



(a) Velocidade angular de rolagem em  $rad/s$  X tempo PSO (b) Velocidade angular de rolagem em  $rad/s$  X tempo DE



(c) Velocidade angular de rolagem em  $rad/s$  X tempo PSO e DE

FIG. 5.12: Resultados para Velocidade angular de rolagem no CG

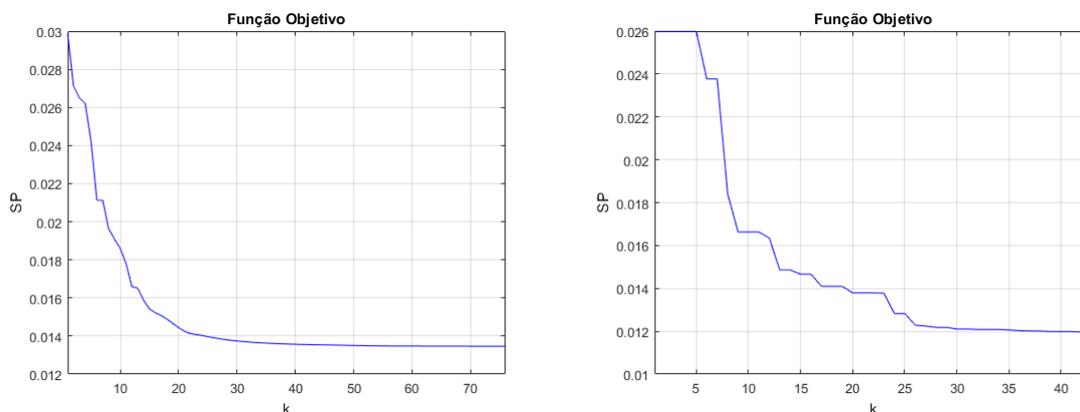
TAB. 5.13: Erros entre a simulação e valores de referência

	<i>BOUNCE</i> %		<i>PITCH</i> %		<i>ROLL</i> %	
	PSO	DE	PSO	DE	PSO	DE
ERRO MÉDIO	2,3553	2,5328	0,1677	0,3324	2,7382	0,05002

TAB. 5.14: Desempenho das técnicas de otimização

	<i>Valor da FO</i>	<i>Nº de iterações</i>	<i>Tempo computacional aproximado</i>
PSO	0,0134	76	17 h 10 min
DE	0,0119	43	19 h 36 min

A FIG. 5.13 mostra o valor da FO pelo número de iterações e observa-se que, o PSO tem um processo de minimização mais suave que o DE.



(a) Valor da Função Objetivo X N° de iterações PSO (b) Valor da Função Objetivo X N° de iterações DE

FIG. 5.13: Desempenho da Função Objetivo

TAB. 5.15: Coeficientes e intervalos

Coeficiente	Descrição	Intervalo	
		Mínimo	Máximo
KD1E	Rigidez 1° eixo esquerdo	50.000	350.000
CD1E	Amortecimento 1° eixo esquerdo	10.000	95.000
KD1D	Rigidez 1° eixo direito	30.000	480.000
CD1D	Amortecimento 1° eixo direito	10.000	95.000
KD2E	Rigidez 2° eixo esquerdo	30.000	470.000
CD2E	Amortecimento 2° eixo esquerdo	10.000	90.000
KD2D	Rigidez 2° eixo direito	30.000	470.000
CD2D	Amortecimento 2° eixo direito	10.000	95.000
KT1E	Rigidez 3° eixo esquerdo	30.000	470.000
CT1E	Amortecimento 3° eixo esquerdo	10.000	95.000
KT1D	Rigidez 3° eixo direito	30.000	470.000
CT1D	Amortecimento 3° eixo direito	10.000	95.000
KT2E	Rigidez 4° eixo esquerdo	50.000	570.000
CT2E	Amortecimento 4° eixo esquerdo	10.000	95.000
KT2D	Rigidez 4° eixo direito	50.000	550.000
CT2D	Amortecimento 4° eixo direito	10.000	95.000
Iyy	Momento de Inércia em relação ao eixo "Y"	30.000	200.000
Kp	Rigidez do pneu	90.000	400.000
Ixx	Momento de Inércia em relação ao eixo "X"	20.000	80.000

Como uma última proposta de análise, a configuração do sistema de suspensão é dada com

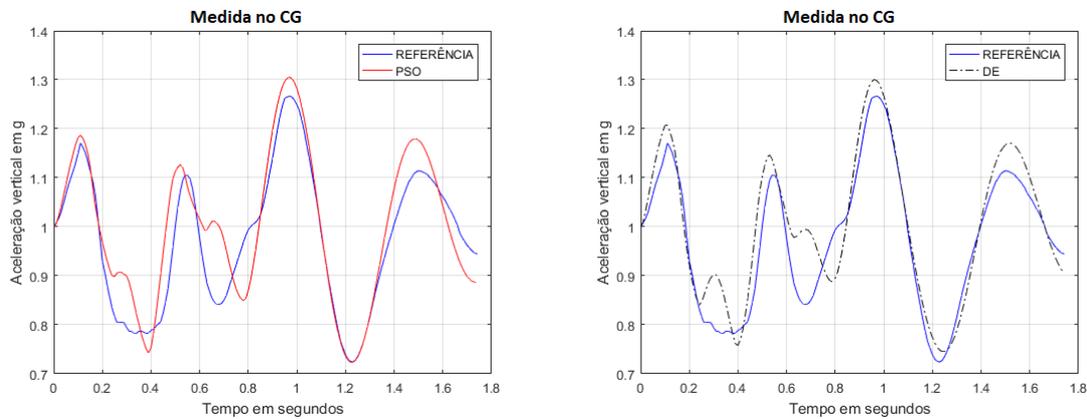
todos os coeficientes diferentes, tanto para a rigidez da mola, como para o amortecimento do amortecedor, totalizando uma estimativa de 19 parâmetros, onde são descritos na TAB. 5.15 com seus respectivos intervalos de busca. Segundo OZISIK (2000), se o problema inverso envolve a estimativa de um grande número de parâmetros, como neste caso, a solução pode se tornar instável. Como existem somente três entradas para o problema direto (*bounce*, *pitch* e *roll* medidos no CG), a procura pelos parâmetros torna-se dificultada, visto que existe uma compensação entre os próprios coeficientes, onde muitas vezes estes assumem valores fora do universo comum ao problema em questão. A TAB. 5.16 mostra os valores dos parâmetros estimados por ambas as técnicas. Nota-se que alguns estão no limite do intervalo de procura, fazendo com que exista essa compensação, como por exemplo, os baixos valores para as rigidezes dianteiras (KD1D e KD2E) e traseira (KT1D), e para os coeficientes de amortecimento - CD2E, CD2D e CT2E.

TAB. 5.16: Parâmetros estimados para PSO e DE

Parâmetro	Valor estimado	
	PSO	DE
KD1E	224.025,4226	313.271,7400
CD1E	34.688,7556	66.006,6962
KD1D	30.000	30.000
CD1D	65.289,2502	46.270,1651
KD2E	30.000	232.716,0177
CD2E	45.864,2812	10.000
KD2D	32.641,5066	412.432,3433
CD2D	10.000	26.150
KT1E	285.067,5845	450.000
CT1E	72.130,0752	48.009,6403
KT1D	50.000	238.488,9511
CT1D	50.255,6281	61.649,4024
KT2E	166.061,7402	234.656,9481
CT2E	26.683,0067	10.000
KT2D	515.899,1733	400.181,62745
CT2D	70.376,7713	64.824,1729
Iyy	56.124,3263	52.970,65344
Kp	132.837,4886	127.844,7064
Ixx	34.373,9509	47.951,9999

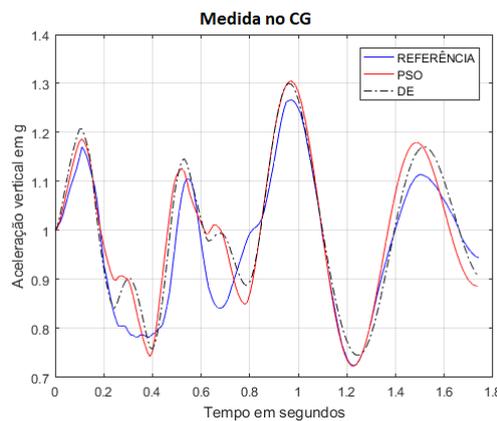
Com os parâmetros estimados, segue-se a simulação numérica, onde na FIG. 5.14 é mostrado o comportamento dinâmico para a curva da aceleração vertical do chassi. Observa-se

que ambas as técnicas desempenharam um comportamento equivalente, quando comparados com a medição de referência. Ou seja, todas as partes ascendentes e descendentes da curva, que correspondem à subida e descida, respectivamente, dos eixos no obstáculo, são desenvolvidas satisfatoriamente, com uma pequena diferença em alguns valores de pico.



(a) Aceleração vertical em  $g$  X tempo PSO

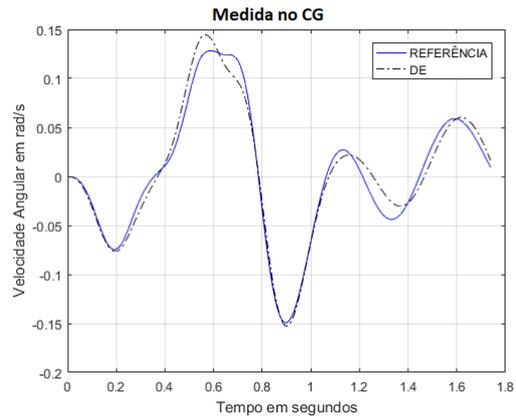
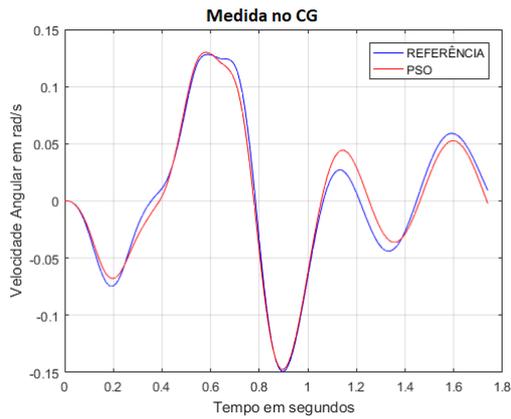
(b) Aceleração vertical em  $g$  X tempo DE



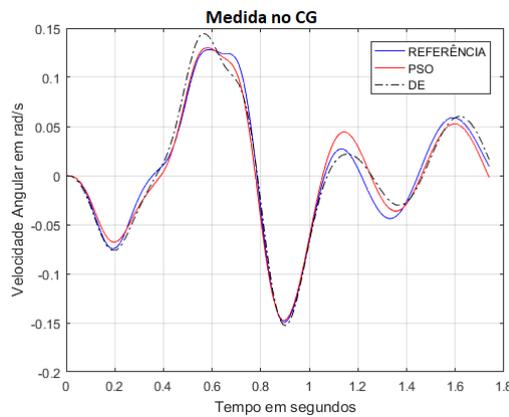
(c) Aceleração vertical em  $g$  X tempo PSO e DE

FIG. 5.14: Resultados para Aceleração vertical no CG

Com uma visão completa da curva para a velocidade de arfagem do chassi, FIG. 5.15, observa-se que o comportamento dinâmico é mais preciso que a aceleração vertical, descrevendo uma excelente aproximação. Ressaltando, somente, um valor de pico mais alto para o DE na descida do segundo eixo (parte mais ascendente da curva) e para o PSO entre o terceiro e quarto eixo, segunda parte positiva da curva.



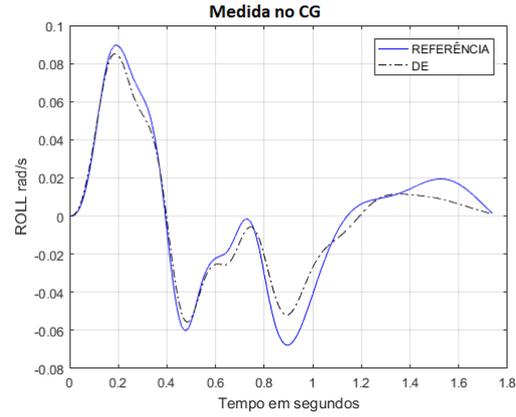
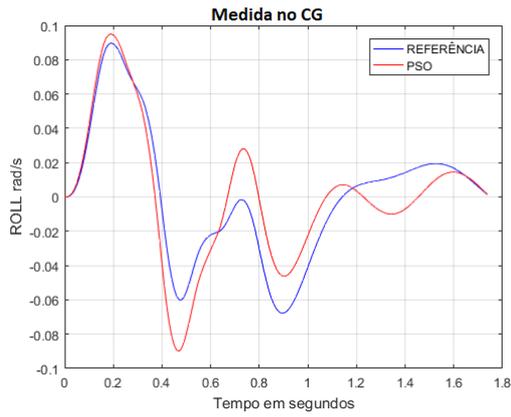
(a) Velocidade angular de arfagem em  $rad/s$  X tempo PSO  
 (b) Velocidade angular de arfagem em  $rad/s$  X tempo DE



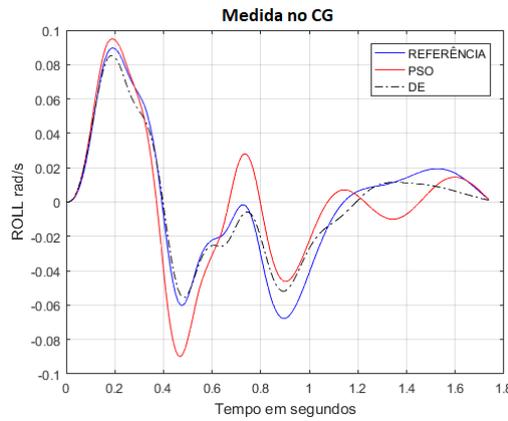
(c) Velocidade angular de arfagem em  $rad/s$  X tempo PSO e DE

FIG. 5.15: Resultados para Velocidade angular de arfagem no CG

Na simulação da velocidade angular de rolagem, FIG. 5.16, o PSO apresenta valores de pico diferentes da referência, principalmente entre o primeiro e terceiro eixos, apesar de acompanhar o comportamento dinâmico. O DE obtém uma melhor aproximação, mostrando a maior diferença na segunda parte mais descendente da curva, a qual corresponde a descida do terceiro eixo.



(a) Velocidade angular de rolagem em  $rad/s$  X tempo PSO (b) Velocidade angular de rolagem em  $rad/s$  X tempo DE



(c) Velocidade angular de rolagem em  $rad/s$  X tempo PSO e DE

FIG. 5.16: Resultados para Velocidade angular de rolagem no CG

Estas diferenças existentes nas curvas apresentadas podem ser visualizadas numericamente na TAB. 5.17, onde o maior erro médio percentual, seguindo a EQ. 5.3, é dado na curva da velocidade angular de rolagem, para o PSO. Porém, seu valor é considerado tolerável (3,4353%).

TAB. 5.17: Erros entre a simulação e valores de referência

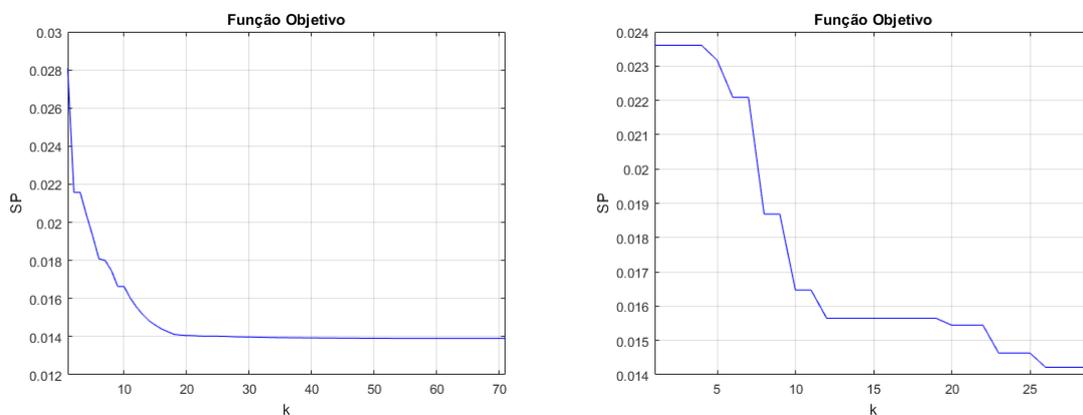
	<i>BOUNCE</i> %		<i>PITCH</i> %		<i>ROLL</i> %	
	PSO	DE	PSO	DE	PSO	DE
ERRO MÉDIO	2,4377	2,6849	0,1513	0,0507	3,4353	0,4053

O desempenho do PSO e DE, no que tange ao processo de minimização da FO, é mostrado na FIG. 5.17, onde se observa que o primeiro tem um processo de minimização mais suave,

ou seja, o mínimo foi encontrado primeiro. Já para o DE, os valores dos parâmetros são modificados até a 26ª iteração, apesar da diferença entre o valor da FO, na iteração presente e na antecedente, seja baixo, atendendo o critério de parada adotado. De forma análoga, a análise para 11 parâmetros, o DE atingiu o mínimo em 29 iterações, porém com tempo computacional parecido ao PSO, o qual levou 71 (devido o processo ser mais lento a cada iteração), vide TAB. 5.18.

TAB. 5.18: Desempenho das técnicas de otimização

	Valor da FO	Nº de iterações	Tempo computacional aproximado
PSO	0,0139	71	16 h 25 min
DE	0,0142	29	13 h



(a) Valor da Função Objetivo X Nº de iterações PSO (b) Valor da Função Objetivo X Nº de iterações DE

FIG. 5.17: Desempenho da Função Objetivo

Em uma última análise, propõe-se uma comparação entre os quatro tipos de configurações da suspensão propostas anteriormente com a referência adotada, para ambas as técnicas de otimização.

Portanto, primeiramente, cabe destacar os quatro tipos de configurações, a saber:

1. CONFIG. 1 - Coeficientes de rigidez da mola e amortecimento do amortecedor iguais para os dois eixos dianteiros e iguais para os dois traseiros;
2. CONFIG. 2 - Coeficientes de rigidez da mola e amortecimento do amortecedor iguais para os dois eixos dianteiros, porém diferentes no lado esquerdo e direito do veículo. Idem para traseira;

3. CONFIG. 3 - Coeficientes de rigidez da mola e amortecimento do amortecedor diferentes para cada eixo e iguais na direita e esquerda; e
4. CONFIG. 4 - Coeficientes de rigidez da mola e amortecimento do amortecedor diferentes em cada roda.

Feita esta descrição, a aceleração vertical para o PSO e DE é mostrada na FIG. 5.18, respectivamente. Nota-se que as quatro configurações têm um comportamento dinâmico parecido com o a referência adotada. Porém, ressaltam-se as seguintes diferenças: quando o 3° eixo passa sobre o obstáculo as configurações 1 e 3 tem uma melhor aproximação; e no 4° eixo, em ordem decrescente, 1, 3, 2 e 4. Já para o DE, também em ordem decrescente, tem-se 1, 3, 4 e 2, em uma análise de desempenho geral das curvas.

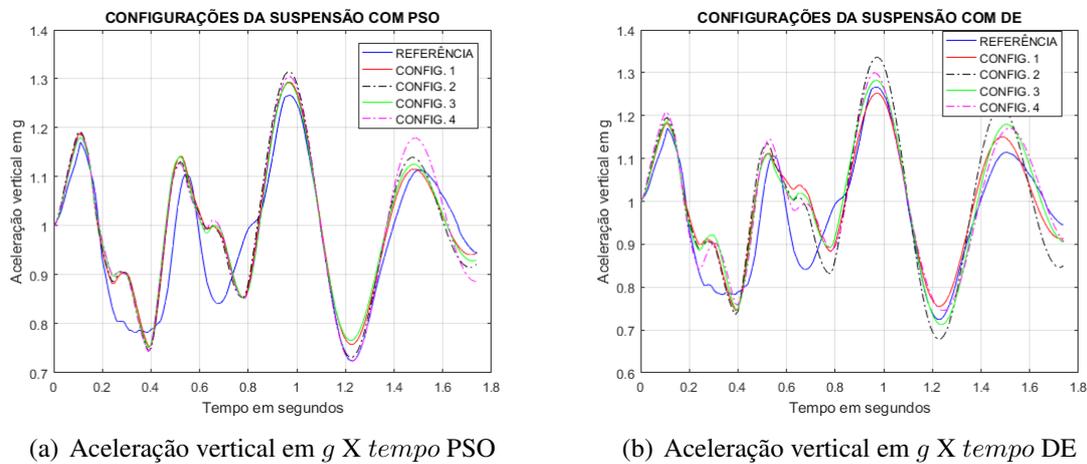


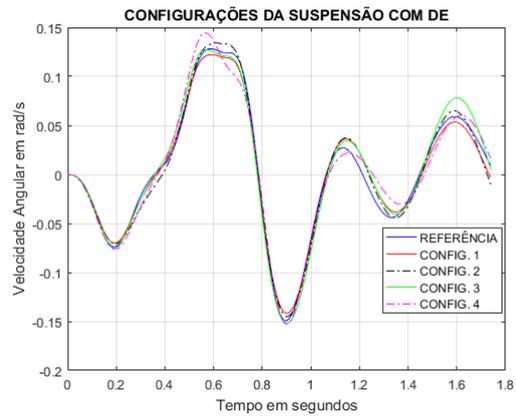
FIG. 5.18: Resultados para Aceleração vertical no CG

Em complemento a TAB. 5.19 apresenta, numericamente o erro percentual médio, onde, destaca-se a aceitabilidade das quatro configurações, pois seus valores estão entre 2,22% e 2,6849%.

TAB. 5.19: Erros médios percentuais entre a simulação e valores de referência para o *bounce*

	CONFIG. 1 %	CONFIG. 2 %	CONFIG. 3 %	CONFIG. 4 %
PSO	2,28	2,22	2,3553	2,4377
DE	2,39	2,29	2,5328	2,6849

No que tange à velocidade angular de arfagem, FIG. 5.19, os resultados são muito semelhantes, sendo que, para o DE, a configuração 3 tem um pior desempenho entre os eixos 3 e 4. Fato este comprovado na TAB. 5.20. Porém, os erros médios percentuais são quase irrelevantes.



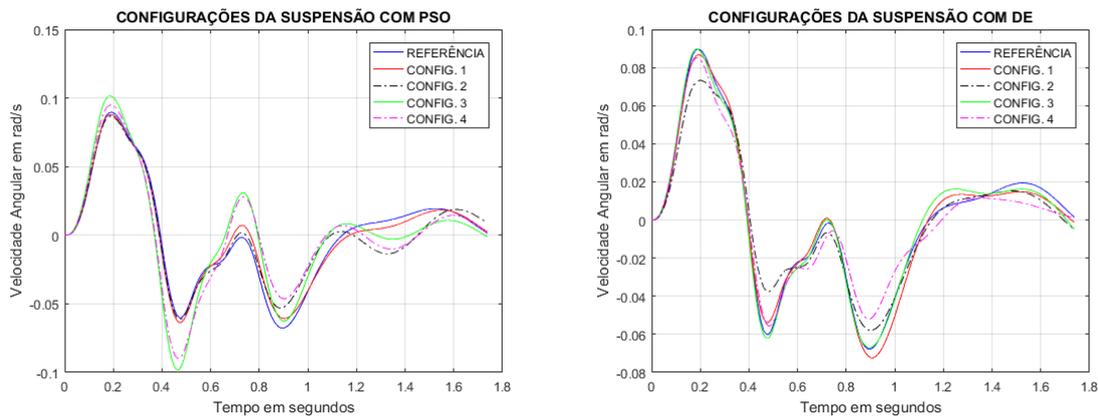
(a) Velocidade angular de arfagem em  $rad/s$  X tempo PSO (b) Velocidade angular de arfagem em  $rad/s$  X tempo DE

FIG. 5.19: Resultados para Velocidade angular de arfagem no CG

TAB. 5.20: Erros médios percentuais entre a simulação e valores de referência para o *pitch*

	CONFIG. 1 %	CONFIG. 2 %	CONFIG. 3 %	CONFIG. 4 %
PSO	0,26	0,20	0,1677	0,1513
DE	0,22	0,16	0,3324	0,0507

Para a velocidade angular de rolagem, FIG. 5.20, as configurações 3 e 4 mostram um pior desempenho nos valores de pico para o PSO. Fato que não acontece com o DE, pois as curvas são bastante semelhantes. A TAB. 5.21 mostra, exatamente, o que é expresso no comportamento dinâmico das curvas, sendo que o erro médio percentual para o DE não passa de 0,5%.



(a) Velocidade angular de rolagem em  $rad/s$  X tempo PSO (b) Velocidade angular de rolagem em  $rad/s$  X tempo DE

FIG. 5.20: Resultados para Velocidade angular de rolagem no CG

TAB. 5.21: Erros médios percentuais entre a simulação e valores de referência para o *roll*

	CONFIG. 1 %	CONFIG. 2 %	CONFIG. 3 %	CONFIG. 4 %
PSO	0,27	0,30	2,7382	3,4353
DE	0,02	0,33	0,05002	0,4053

## 5.5 SIMULAÇÕES

Esta seção tem por objetivo realizar diversas simulações numéricas, com a finalidade de analisar a Dinâmica Vertical da VBTP PIRANHA III-C. Neste íterim, e diante dos resultados expostos na Seção 5.4, a configuração do sistema de suspensão, com sua respectiva descrição e valores dos coeficientes, é expressa na TAB. 5.22. Onde os coeficientes de rigidez da mola, amortecimento do amortecedor e os momentos de inércia, respectivamente, têm suas unidades definidas por:  $N/m$ ;  $Ns/m$ ; e  $kgm^2$ .

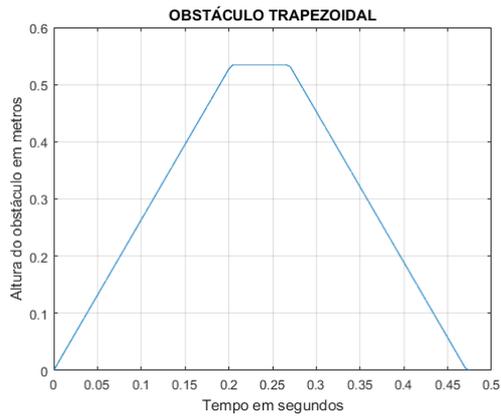
A simulação é feita com o veículo transpondo, com todas as rodas, 5 tipos de obstáculos conhecidos, e em 2 velocidades diferentes (10 e 25 km/h). O tempo de simulação é de 5 segundos, exceto para o obstáculo combinado, que é de 11 segundos. Os obstáculos são o Trapezoidal, Senoidal, Degrau, Trincheira e Combinado (FIG. 5.21). Algumas particularidades:

- Trapezoidal- Altura= 0,535 m e Largura total= 3,58 m;
- Senoidal- Altura= 0,535 m e Largura= 2,5 m;

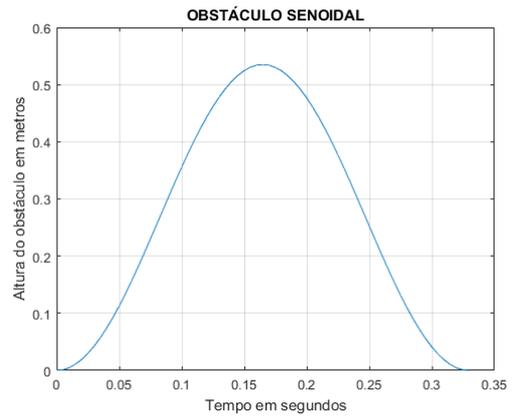
TAB. 5.22: Coeficientes e valores

Coeficiente	Descrição	Valor
KDE	Rigidez 2 eixos dianteiros esquerdos	242.183,2433
CDE	Amortecimento 2 eixos dianteiros esquerdos	44.794,5667
KDD	Rigidez 2 eixos dianteiros direitos	81.920,2076
CDD	Amortecimento 2 eixos dianteiros direitos	49.792,3060
KTE	Rigidez 2 eixos traseiros esquerdos	265.702,4387
CTE	Amortecimento 2 eixos traseiros esquerdos	55.362,1581
KTD	Rigidez 2 eixos traseiros direitos	291.269,9929
CTD	Amortecimento 2 eixos traseiros direitos	70.362,4144
Iyy	Momento de Inércia em relação ao eixo "Y"	58.140,8654
Kp	Rigidez do pneu	136.048,0356
Ixx	Momento de Inércia em relação ao eixo "X"	54.727,8590

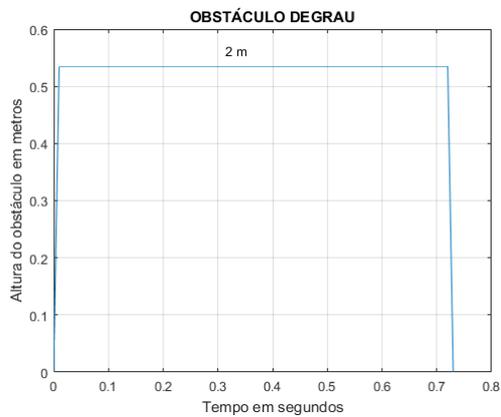
- Degrau- Altura= 0,535 m e Largura= 2 m;
- Trincheira- Profundidade= 1,5 m e Largura= 1,5 m; e
- Combinado- Primeiro obstáculo Degrau, após há um intervalo de 10 m, e segundo obstáculo Trincheira, ambos com as mesmas medidas acima.



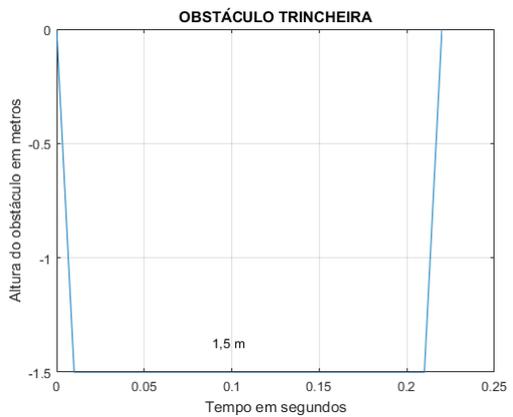
(a) Obstáculo Trapezoidal



(b) Obstáculo Senoidal



(c) Obstáculo Degrau



(d) Obstáculo Trincheira



(e) Obstáculo Combinado

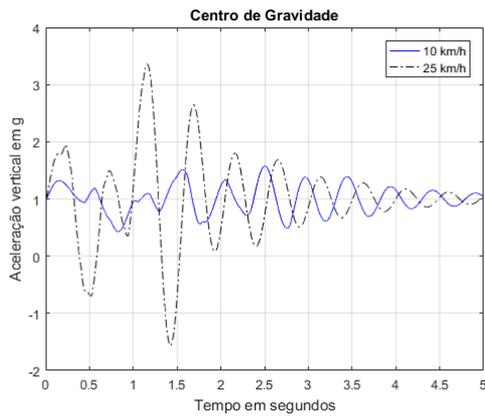
FIG. 5.21: Obstáculos utilizados

Portanto, o veículo transpõe com todas as rodas (diferentemente do teste de campo) determinado obstáculo em 2 velocidades, onde é analisado a aceleração vertical e as velocidades angulares de arfagem e rolagem medidas no CG.

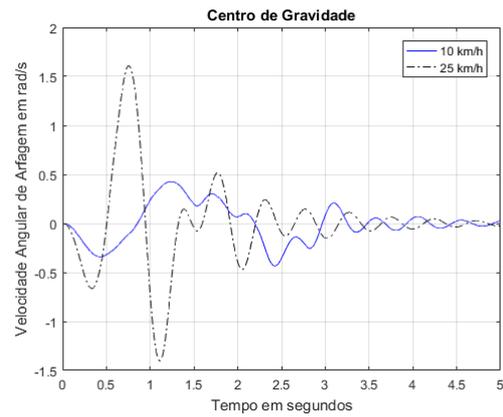
Para fins de organização, a análise é feita separadamente para cada tipo de obstáculo. Por conseguinte, a FIG. 5.22 mostra as curvas de *bounce*, *pitch* e *roll* no CG para 2 velocidades. Observa-se que a curva da aceleração vertical no obstáculo Trapezoidal (Subfigura a) em 10 km/h tem seus valores de pico mais suaves e começa a passar do estado transiente para o equilíbrio em 2,3 s aproximadamente, já para 25 km/h os valores de pico são mais altos e sua passagem começa em 1,1 s aproximadamente. Porém, ambas as curvas mostram claramente a passagem do 2° para o 3° eixo, representada pela parte mais descendente em 10 km/h e primeira parte descendente em 25 km/h, esse fato é devido a este ser o maior comprimento entre eixos e o CG estar localizado 20 cm a frente do 2° eixo.

No que tange à velocidade angular de arfagem (Subfigura b), nota-se que a curva da velocidade de 10 km/h, também, apresenta valores de pico menores do que a de 25 km/h, todavia, o fenômeno físico do veículo transpondo o obstáculo está melhor representado pela velocidade de 25 km/h. A curva começa com uma parte descendente, que caracteriza o início da transposição, após apresenta valores de pico altos, representando a descida do 2° e a subida do 3° eixo -devido à maior distância entre eixos-, seguindo de uma pequena parte ascendente e descendente (3° e 4° eixos). Na velocidade de 10 km/h a passagem do 2° para o 3° eixo é bem representada -primeira parte descendente e ascendente da curva-, após a curva sofre pouca influência do *pitch*, devido à baixa velocidade.

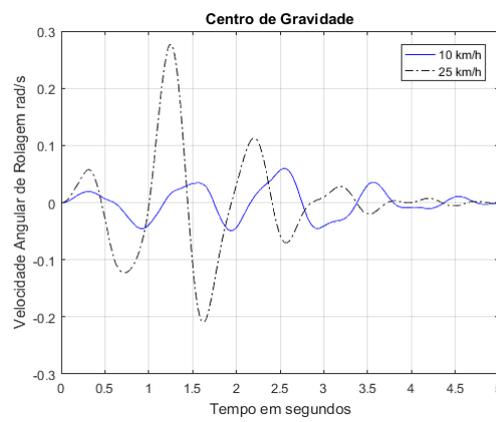
Observa-se na curva da velocidade angular de rolagem (Subfigura c) a pouca influência da mesma na dinâmica do veículo -seus valores de pico são bem menores do que os da velocidade angular de arfagem-, este fato é devido a transposição do obstáculo ser feita com as rodas da direita e esquerda, de um mesmo eixo, ao mesmo tempo. Nota-se, também, que ambas as curvas praticamente entram no regime de equilíbrio no instante de tempo de 5 s.



(a) Aceleração vertical em  $g$  X tempo



(b) Velocidade Angular de Arfagem em  $rad/s$  X tempo

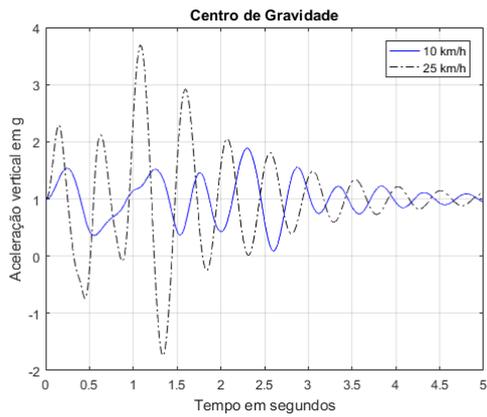


(c) Velocidade Angular de Rolagem em  $rad/s$  X tempo

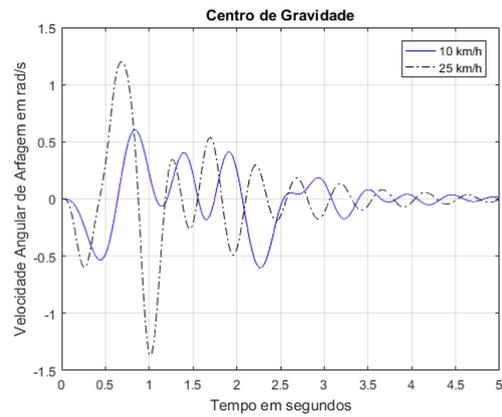
FIG. 5.22: Simulações para o Obstáculo Trapezoidal

De forma análoga ao obstáculo Trapezoidal, o Senoidal (FIG. 5.23) apresenta características semelhantes. A curva da aceleração vertical no CG (Subfigura a) de 10 km/h é mais suave e começa a passar do estado transiente para o equilíbrio em 2 s, enquanto a de 25 km/h em 1,1 s e tem valores de pico mais altos, devido ao aumento da velocidade.

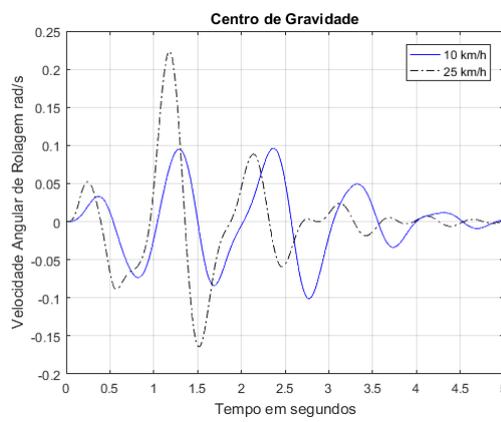
Nota-se que para as velocidades angulares de arfagem e rolagem (Subfiguras b-c) os valores de pico são mais baixos do que o obstáculo Trapezoidal, ou seja, este obstáculo apresenta uma forma mais suave, influenciando pouco a Dinâmica Vertical do veículo, mesmo quando a transposição é feita na velocidade de 25 km/h.



(a) Aceleração vertical em  $g$  X tempo



(b) Velocidade Angular de Arfagem em  $rad/s$  X tempo



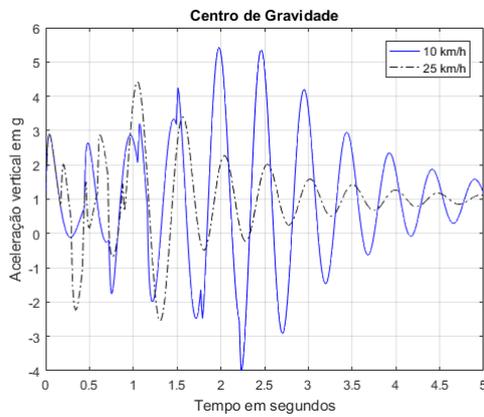
(c) Velocidade Angular de Rolagem em  $rad/s$  X tempo

FIG. 5.23: Simulações para o Obstáculo Senoidal

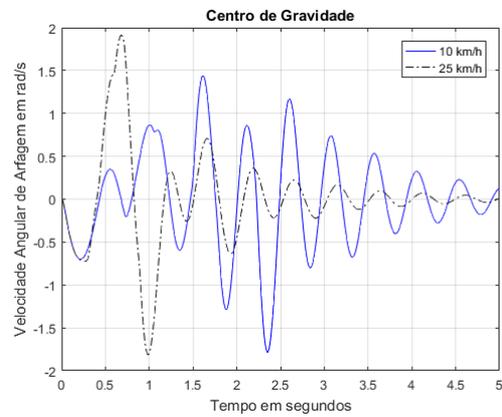
No obstáculo Degrau (FIG. 5.24), como a largura do mesmo é de 2 m, esse comporta dois eixos transpondo-o de uma só vez, por conseguinte, para a aceleração vertical no CG (Subfigura a), as duas partes ascendentes de ambas as velocidades representam os dois primeiros eixos do veículo, onde pouco se alteram (fato mais relevante para a velocidade de 25 km/h). A parte descendente da curva de 10 km/h em 0,8 s representa a descida dos dois primeiros eixos, enquanto para 25 km/h é em 0,4 s aproximadamente. Cabe ressaltar que como o obstáculo tem uma grande parte plana e sua altura não é muito considerável, os valores de pico, quando o veículo começa a entrar em equilíbrio, é maior na velocidade de 10 km/h do que de 25 km/h, pois naquela o veículo sofre maior ação do *bounce*.

Este fato, também, é constatado nas curvas das velocidades angulares de arfagem e rolagem (Subfiguras b-c). Na primeira, a curva de 25 km/h começa apresentando uma parte descendente,

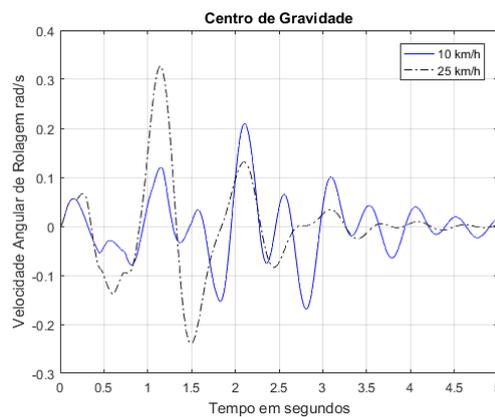
que caracteriza o início da transposição, após é caracterizada por dois valores de pico mais altos, um ascendente e outro descendente, que representa a passagem do 2º para o 3º eixo, pois o veículo encontra-se com dois eixos sob o obstáculo. Este fenômeno é representado na curva de 10 km/h na segunda parte ascendente e terceira descendente no instante de tempo de 0,8 a 1,3 s.



(a) Aceleração vertical em  $g$  X tempo



(b) Velocidade Angular de Arfagem em  $rad/s$  X tempo



(c) Velocidade Angular de Rolagem em  $rad/s$  X tempo

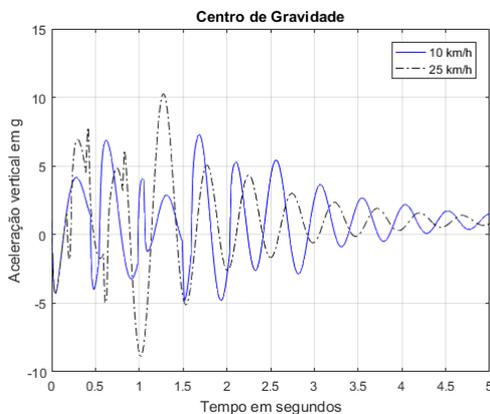
FIG. 5.24: Simulações para o Obstáculo Degrau

A FIG. 5.25 mostra as curvas para o obstáculo Trincheira. Observa-se, para todas, que o início encontra-se com o sentido invertido, quando comparadas com outros obstáculos. Este fato é devido ao referencial adotado em conjunto à particularidade do obstáculo, que têm uma profundidade de 1,5 m ao invés de ter uma protuberância. Além disso, a passagem do estado transiente para o equilíbrio apresenta o mesmo fenômeno físico do que o obstáculo Degrau. Devido à grande parte plana e pouca profundidade, neste caso, as curvas para a velocidade de

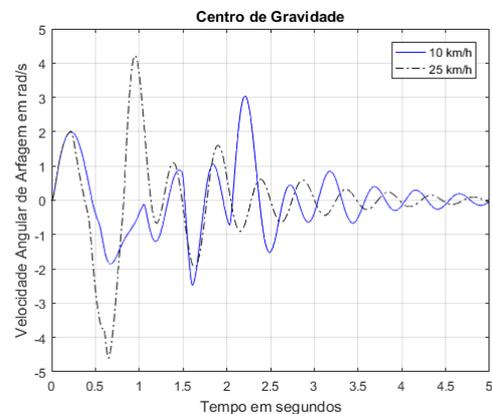
10 km/h sofrem maior influência do *bounce*, *pitch* e *roll* do que as de 25 km/h.

Na Subfigura a, que mostra a aceleração vertical no CG, a curva para a velocidade de 10 km/h começa com uma parte descendente, representando a entrada na trincheira, após uma parte ascendente, que corresponde a saída do 1º eixo do obstáculo, e segue sucessivamente alternando até começar a passagem para o estado de equilíbrio em 1,5 s aproximadamente. Como a velocidade é maior, a curva de 25 km/h só apresenta duas partes descendentes e ascendentes bem definidas até começar a passagem para o equilíbrio em 0,9 s aproximadamente, caracterizando a transposição do veículo sobre o obstáculo.

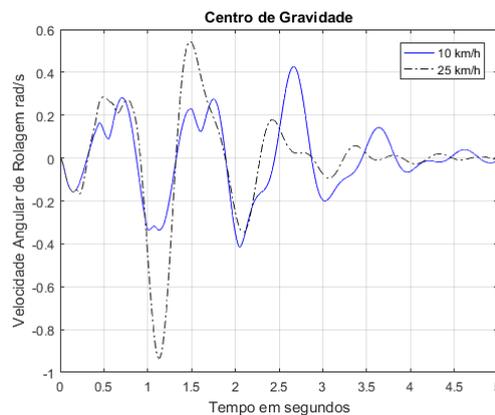
Nota-se que as curvas das velocidades angulares de arfagem e rolagem têm maiores valores de pico, quando comparadas a outros obstáculos. Portanto, conclui-se que este tipo de obstáculo influencia mais a dinâmica do veículo e, por conseguinte, o conforto dos tripulantes.



(a) Aceleração vertical em  $g$  X tempo



(b) Velocidade Angular de Arfagem em  $rad/s$  X tempo



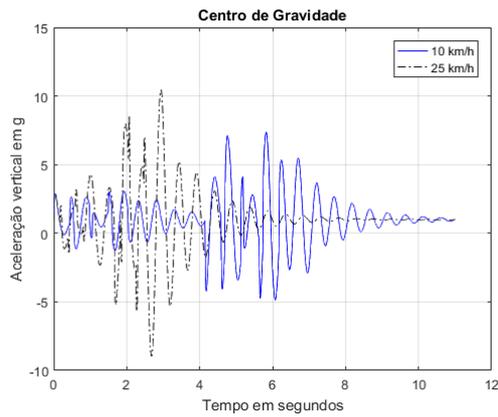
(c) Velocidade Angular de Rolagem em  $rad/s$  X tempo

FIG. 5.25: Simulações para o Obstáculo Trincheira

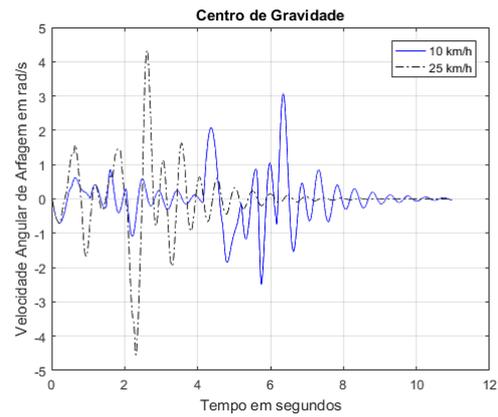
Dois obstáculos são abrangidos na FIG. 5.26. A aceleração vertical no CG é mostrada na Subfigura a. O primeiro obstáculo, Degrau, para a velocidade de 10 km/h, é representado pelas três primeiras partes ascendentes da curva, depois em 1,8 s começa o processo para o regime de equilíbrio, e em 4,1 s começa a transposição da Trincheira, representada pela parte descendente neste instante de tempo, voltando à passagem do estado transiente para o equilíbrio em 5,8 s aproximadamente. Para a velocidade de 25 km/h, o primeiro obstáculo é transposto até 1 s, representado pelas duas primeiras partes ascendentes da curva, após entra no processo de equilíbrio, e em 1,8 s começa a percorrer o obstáculo Trincheira, evidenciado pela parte descendente da curva neste instante de tempo, voltando à passagem do estado transiente para o equilíbrio em 2,3 s.

O mesmo comportamento dinâmico é exibido nas curva das velocidades angulares de arfagem e rolagem. Adicionalmente, nota-se que os valores de pico das curvas (*bounce*, *pitch* e *roll*) na velocidade de 10 km/h, quando o veículo começa a passagem do estado transiente (onde completa a transposição do obstáculo Trincheira) para o estado de equilíbrio, é maior do que na velocidade de 25 km/h, fato este explicado anteriormente na particularidade de cada obstáculo.

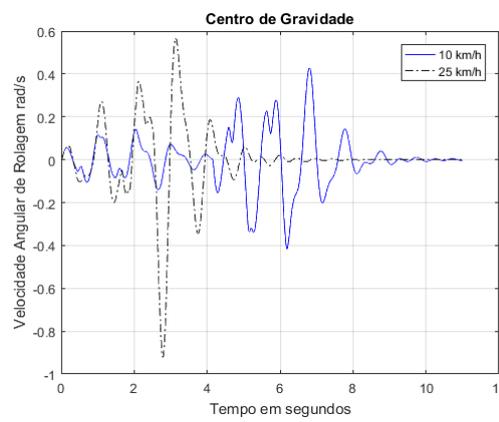
O objetivo de combinar dois obstáculos é mostrar a diferença de comportamento dinâmico do veículo na sua transposição, pois existe uma mudança de sentido das curvas, visto que um obstáculo tem protuberância e o outro profundidade.



(a) Aceleração vertical em  $g$  X tempo



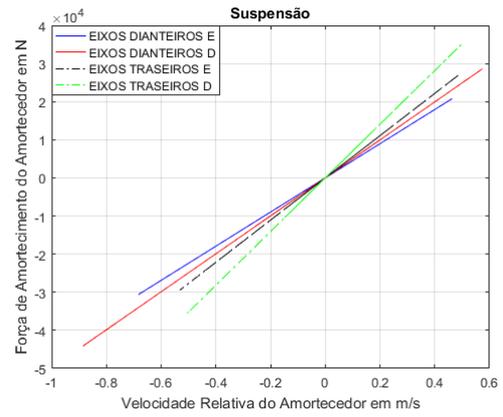
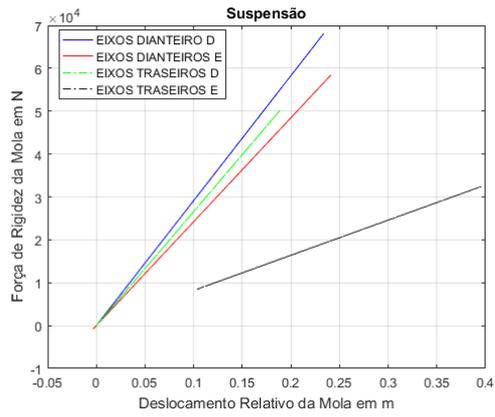
(b) Velocidade Angular de Arfagem em  $rad/s$  X tempo



(c) Velocidade Angular de Rolagem em  $rad/s$  X tempo

FIG. 5.26: Simulações para o Obstáculo Combinado

Em última análise, propõe-se a simulação numérica da VBTP transpondo o obstáculo Trapezoidal com todas as rodas e com velocidade de 10 km/h, com a finalidade de mostrar a força desempenhada pela mola e o seu deslocamento relativo. Na FIG. 5.27 observa-se quatro retas em ambos os gráficos, pois mantém-se a mesma configuração da suspensão proposta e os coeficientes de rigidez das molas e amortecimentos do amortecedor são constantes, porém nota-se que, para a Subfigura a (Força de Rigidez Equivalente X Deslocamento Relativo da Mola), os eixos dianteiros desempenham uma maior força de rigidez equivalente, devido à própria distribuição de peso do veículo. Para o amortecedor, Subfigura b, as retas quase coincidem e os valores de pico para as forças de amortecimento equivalentes estão entre 20.000 e 40.000 N.



(a) Força de Rigidez Equivalente X Deslocamento Relativo da Mola (b) Força de Amortecimento Equivalente X Velocidade Relativa do Amortecedor

FIG. 5.27: Simulações para Sistema de Suspensão

## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

O trabalho proposto nesta dissertação engloba a modelagem de um veículo com 4 eixos (VBTP PIRANHA III-C 8WD), onde, primeiramente, se mostra o equacionamento clássico da Dinâmica Vertical, estruturado nas equações de movimento do sistema. Todavia, este equacionamento é desenvolvido de forma modular, utilizando a abordagem por fluxo de potência e o conceito de transformadores cinemáticos. Este reduz a quantidade de equações do sistema, e aquela permite que se obtenha a dinâmica do sistema a partir da sua cinemática, onde os subsistemas são representados por corpos rígidos e elementos complacentes, e as variáveis de entrada e saída são esforços e velocidades, os quais podem ser acoplados.

Este acoplamento entre os subsistemas possibilita que os módulos possam ser trocados com facilidade, como por exemplo, na utilização de tipos diferentes de módulos da suspensão. Mas, para isso, deve ser mantida a causalidade existente entre eles.

A modelagem implementada com o auxílio do *software* MATLAB<sup>®</sup>/Simulink -a qual leva em consideração a sua configuração e propõe a utilização de batentes, para trazer o modelo mais próximo da realidade- foi validada por comparação com os resultados obtidos por ATA & OYADIJI (2014), e utilizada na resolução do PI para estimativa de parâmetros. Para tal, foram realizados testes de campo com o emprego de sensores instalados na VBTP, a qual trafega em uma pista (APG) com três obstáculos. Porém, com a finalidade de reduzir o esforço computacional, foi considerado somente o primeiro deles.

Desta forma, as medidas da aceleração vertical, velocidades angulares de arfagem e rolagem do chassi foram utilizadas na resolução do problema inverso (medidas experimentais).

Com estes dados coletados, busca-se a diferença mais suave, em comparação com os calculados, minimizando os resultados dos valores da Função Objetivo. Para tal, utilizou-se das técnicas do PSO e DE, empregadas na estimativa de 4 tipos de configurações diferentes para o sistema de suspensão, variando de 7 a 19 parâmetros.

Após a estimativa, propôs-se a simulação numérica e comparação com as curvas do comportamento dinâmico real do veículo. No que tange à aceleração vertical, as configurações 1 e 2 obtiveram um menor erro médio percentual. Para a velocidade angular de arfagem os erros foram insignificantes em todas, e na de rolagem a 3 e 4, para o PSO, tiveram um pior erro médio. Porém, para o DE, estes foram insignificantes.

No que corresponde ao tempo computacional despendido, apesar do DE ter sempre um menor número de iterações, este é maior no processo de cada iteração, fazendo com que seu tempo total tivesse uma pequena diferença para o PSO.

Assim, observa-se que com o aumento do número de parâmetros, os resultados desenvolveram erros maiores, porém toleráveis. Este fato deve-se somente o emprego de três entradas para o problema direto, tornando a solução instável na quarta configuração.

Portanto, as três primeiras configurações traduzem o mais próximo possível o comportamento real do veículo em estudo, considerando a rigidez e limitação do modelo implementado.

Adicionalmente, escolhe-se uma configuração da suspensão para simulações numéricas e análise da Dinâmica Vertical da VBTP. A configuração é definida pelo coeficiente de amortecimento do amortecedor e de rigidez da mola iguais para o lado esquerdo dos dois eixos dianteiros, da mesma forma para o lado direito dianteiro. Além dos momentos de inércia em relação aos eixos "X" e "Y", e rigidez do pneu, a configuração da mola e do amortecedor são iguais nos dois eixos traseiros, mas diferentes para os lados direito e esquerdo.

As simulações numéricas são feitas por meio da VBTP transpondo cinco tipos de obstáculos diferentes (Trapezoidal, Senoidal, Degrau, Trincheira e Combinado), onde são analisados, em duas velocidades diferentes do veículo (10 e 25 km/h) a aceleração vertical e as velocidades angulares de arfagem e rolagem medidas no CG. Neste íterim, é notória a mudança de comportamento dinâmico do veículo, quando o mesmo transpõe obstáculos diferentes.

Para dar seguimento a este trabalho, sugere-se:

1. Um estudo da Dinâmica longitudinal e lateral do modelo;
2. A utilização de outros tipos de configuração para suspensão, no que tange a Dinâmica Vertical;
3. A introdução da modelagem do braço de torção na suspensão traseira;
4. O estudo sobre a análise do conforto da VBTP;
5. A modelagem e o estudo de um armamento sobre o veículo, permitindo um controle sobre o mesmo; e
6. O emprego de outros métodos de otimização, como por exemplo os determinísticos na estimativa de parâmetros.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABREU, Y. Análise dinâmica de estruturas de veículos por meio de representação modal em grafos de ligação. Dissertação de Mestrado, Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2012.
- ATA, W. e OYADIJI, S. An investigation into the effect of suspension configurations on the performance of tracked vehicles traversing bump terrains. *Vehicle System Dynamics*, 52(7): 969–991, 2014.
- BECK, J. V. Sequential methods in parameter estimation. Em *Inverse Engineering Handbook*. CRC Press, 2002.
- CALDEIRA, A. B., CARVALHO, M. S. e COSTA NETO, R. T. Estimation of tracked vehicle suspension parameters. *Acta Scientiarum: Technology*, 39(1), 2017.
- CAMPOS VELHO, H. F. Problemas inversos: conceitos básicos e aplicações. 2001.
- CARVALHO, M. S. Estimativas de parâmetros de suspensões passivas de veículos militares empregando um modelo de 1  
2 carro. Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, 2015.
- CHAGAS, C. F. M. Simulação da vtr leve embarcada ge aerotransportada. Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, 2006.
- CHEN, K. e BEALE, D. G. Base dynamic parameter estimation of a macpherson suspension mechanism. *Vehicle System Dynamics*, 39(3):227–244, 2003.
- CHEN, Y., XIE, W. e ZOU, X. A binary differential evolution algorithm learning from explored solutions. *Neurocomputing*, 149:1038–1047, 2015.
- COLAÇO, M. J., ORLANDE, H. R. e DULIKRAVICH, G. S. Inverse and optimization problems in heat transfer. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 28(1):1–24, 2006.
- COSTA NETO, R. T. Modelo de veículo tipo 4ws utilizando transformadores cinemáticos. Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, 2001.
- COSTA NETO, R. T. Modelagem e Integração dos Mecanismos de Suspensão e Direção de Veículos Terrestres Através do Fluxo de Potência. Tese de Doutorado, PUC-Rio, 2008.
- CRONEMBERGER, P. O. Problema inverso de estimativa de parâmetros de propelentes a partir da balística interna de uma arma. Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, 2012.
- DA VINHA, C. G. F. Modelagem tridimensional da suspensão de eixo rígido de um veículo por fluxo de potência. Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, 2013.

- DREHMER, L. R. C., PAUCAR CASAS, W. J. e GOMES, H. M. Parameters optimisation of a vehicle suspension system using a particle swarm optimisation algorithm. *Vehicle System Dynamics*, 53(4):449–474, 2015.
- EKINCI, Y. L., BALKAYA, Ç., GÖKTÜRKLER, G. e TURAN, S. Model parameter estimations from residual gravity anomalies due to simple-shaped sources using differential evolution algorithm. *Journal of Applied Geophysics*, 129:133–147, 2016.
- ENGL, H. W., HANKE, M. e NEUBAUER, A. Regularization of inverse problems, volume 375. Springer Science & Business Media, 1996.
- FALLAH, M., BHAT, R. e XIE, W. New model and simulation of macpherson suspension system for ride control applications. *Vehicle System Dynamics*, 47(2):195–220, 2009.
- FERREIRA, F. Modelagem de sistemas mecânicos utilizando procedimentos modulares. Dissertação de Mestrado, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)–Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2006.
- GILLESPIE, T. D. Fundamentals of Vehicle Dynamics. Society Automotive Engineers, 1992.
- GONG, W., CAI, Z., YANG, J., LI, X. e JIAN, L. Parameter identification of an soft model with an efficient, adaptive differential evolution algorithm. *international journal of hydrogen energy*, 39(10):5083–5096, 2014.
- HA, S. H., NGUYEN, Q.-H., CHOI, S.-B., RHEE, E.-J. e KANG, P.-S. Performance evaluation of 6wd military vehicle featured by mr suspension system considering lumped parameter model of mr damper. Em Second International Conference on Smart Materials and Nanotechnology in Engineering, págs. 74933G–74933G. International Society for Optics and Photonics, 2009.
- HAUG, E. J. Computer aided kinematics and dynamics of mechanical systems, volume 1. Allyn and Bacon Boston, 1989.
- HAVELKA, F. e MUSIL, M. Multi-objective optimization of vehicle suspension parameters considering various road classes. *Scientific Proceedings Faculty of Mechanical Engineering*, 22(1):26–31, 2014.
- HOHL, G. H. Military terrain vehicles. *Journal of Terramechanics*, 44(1):23–34, 2007.
- HOSSEINLOO, A. H., VAHDATI, N. e YAP, F. F. Performance of spade-less wheeled military vehicles with passive and semi-active suspensions during mortar firing. *Vehicle system dynamics*, 50(10):1515–1537, 2012.
- IMINE, H., FRIDMAN, L. e MADANI, T. Identification of vehicle parameters and estimation of vertical forces. *International Journal of Systems Science*, 46(16):2996–3009, 2015.
- JAZAR, R. N. Vehicle dynamics: theory and application. Springer Science & Business Media, 2013.

- KULKARNI, M. N. K., PATEKAR, M. S., BHOSKAR, M. T., KULKARNI, M. O., KAKANDIKAR, G. e NANDEDKAR, V. Particle swarm optimization applications to mechanical engineering-a review. *Materials Today: Proceedings*, 2(4-5):2631–2639, 2015.
- LEITE, A. R. D. C. e DA SILVA, F. R. Análise do comportamento dinâmico de veículos terrestres não convencionais. II Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 2002.
- LIU, J., ZHUANG, D., YU, F. e LOU, L. Optimized design for a macpherson strut suspension with side load springs. *International Journal of Automotive Technology*, 9(1):29–35, 2008.
- LOPES, E. D. R. Análise do comportamento dinâmico de um veículo leve 4x4 com sistema de controle de tração. Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, 2015.
- MITRA, A. C., DESAI, G. J., PATWARDHAN, S. R., SHIRKE, P. H., KURNE, W. M. e BANERJEE, N. Optimization of passive vehicle suspension system by genetic algorithm. *Procedia Engineering*, 144:1158–1166, 2016.
- MOHAMED, A. W. Solving stochastic programming problems using new approach to differential evolution algorithm. *Egyptian Informatics Journal*, 2016.
- NEVES, M. R. R. Análise da estabilidade lateral de um veículo tridimensional. Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, 2002.
- OZISIK, M. N. *Inverse heat transfer: fundamentals and applications*. CRC Press, 2000.
- PIOTROWSKI, A. P. Review of differential evolution population size. *Swarm and Evolutionary Computation*, 32:1–24, 2017.
- POLI, R., KENNEDY, J. e BLACKWELL, T. Particle swarm optimization. *Swarm intelligence*, 1(1):33–57, 2007.
- REDDY, K. V., KODATI, M., CHATRA, K. e BANDYOPADHYAY, S. A comprehensive kinematic analysis of the double wishbone and macpherson strut suspension systems. *Mechanism and Machine Theory*, 105:441–470, 2016.
- ROZYN, M. e ZHANG, N. A method for estimation of vehicle inertial parameters. *Vehicle system dynamics*, 48(5):547–565, 2010.
- TEY, J., RAMLI, R., KHENG, C., CHONG, S. e ABIDIN, M. Identification of vehicle suspension parameters by design optimization. *Engineering Optimization*, 46(5):669–686, 2014.
- THALLER, S., REITERER, F., SCHMIED, R., WASCHL, H., KOKAL, H. e DEL RE, L. Fast determination of vehicle suspension parameters via continuous time system identification. *IFAC-PapersOnLine*, 49(11):448–453, 2016.
- THITE, A., BANVIDI, S., IBICEK, T. e BENNETT, L. Suspension parameter estimation in the frequency domain using a matrix inversion approach. *Vehicle system dynamics*, 49(12):1803–1822, 2011.
- WONG, J. Y. *Theory of ground vehicles*. John Wiley & Sons, 2008.

## 8 APÊNDICE A

Desenvolvimento das equações de movimento da VBTP PIRANHA III-C na MS:

$$\sum F_z = \sum_{i=1}^8 F_{si} - W_{MS} \quad (8.1)$$

$$\sum M_x = b_1 \sum_{i=1}^4 F_{si} - b_2 \sum_{i=5}^8 F_{si} \quad (8.2)$$

$$\sum M_y = -a_1 \sum_{i=1,5} F_{si} + a_2 \sum_{i=2,6} F_{si} + a_3 \sum_{i=3,7} F_{si} + a_4 \sum_{i=4,8} F_{si} \quad (8.3)$$

Agora na MNS:

$$\sum F_z = - \sum_{i=1}^8 W_{MNSi} - \sum_{i=1}^8 F_{si} + \sum_{i=1}^8 F_{pi} \quad (8.4)$$

Na qual  $F_s$ ,  $F_p$ ,  $W_{MNS}$  e  $W_{MS}$  são, respectivamente, as forças: nas suspensões; nos pneus; e peso na MNS e MS. Sendo dadas por:

$$F_{s1} = K_1(Z_1 - (Z_c + b1\phi - a_1\theta)) + C_1(\dot{Z}_1 - (\dot{Z}_c + b1\dot{\phi} - a_1\dot{\theta})) \quad (8.5)$$

$$F_{s2} = K_2(Z_2 - (Z_c + b1\phi + a_2\theta)) + C_2(\dot{Z}_2 - (\dot{Z}_c + b1\dot{\phi} + a_2\dot{\theta})) \quad (8.6)$$

$$F_{s3} = K_3(Z_3 - (Z_c + b1\phi + a_3\theta)) + C_3(\dot{Z}_3 - (\dot{Z}_c + b1\dot{\phi} + a_3\dot{\theta})) \quad (8.7)$$

$$F_{s4} = K_4(Z_4 - (Z_c + b1\phi + a_4\theta)) + C_4(\dot{Z}_4 - (\dot{Z}_c + b1\dot{\phi} + a_4\dot{\theta})) \quad (8.8)$$

$$F_{s5} = K_5(Z_5 - (Z_c - b2\phi - a_1\theta)) + C_5(\dot{Z}_5 - (\dot{Z}_c - b2\dot{\phi} - a_5\dot{\theta})) \quad (8.9)$$

$$F_{s6} = K_6(Z_6 - (Z_c - b2\phi + a_2\theta)) + C_6(\dot{Z}_6 - (\dot{Z}_c - b2\dot{\phi} + a_2\dot{\theta})) \quad (8.10)$$

$$F_{s7} = K_7(Z_7 - (Z_c - b2\phi + a_3\theta)) + C_7(\dot{Z}_7 - (\dot{Z}_c - b2\dot{\phi} + a_3\dot{\theta})) \quad (8.11)$$

$$F_{s8} = K_8(Z_8 - (Z_c - b2\phi + a_4\theta)) + C_8(\dot{Z}_8 - (\dot{Z}_c - b2\dot{\phi} + a_4\dot{\theta})) \quad (8.12)$$

$$\sum_{i=1}^8 F_{pi} = \sum_{i=1}^8 K_p(Z_{oi} - Z_i) \quad (8.13)$$

$$\sum F_z, M_x, M_y = -KZ - C\dot{Z} = \begin{bmatrix} m_c \ddot{Z}_c \\ I_{xx} \ddot{\phi} \\ I_{yy} \ddot{\theta} \\ m_1 \ddot{Z}_1 \\ m_2 \ddot{Z}_2 \\ m_3 \ddot{Z}_3 \\ m_4 \ddot{Z}_4 \\ m_5 \ddot{Z}_5 \\ m_6 \ddot{Z}_6 \\ m_7 \ddot{Z}_7 \\ m_8 \ddot{Z}_8 \end{bmatrix} \quad (8.14)$$

Na qual  $K$  e  $C$  são a rigidez da mola e o coeficiente de amortecimento do amortecedor. Organizando os termos das equações de movimento, tem-se a forma matricial. Onde a matriz  $K$  é definida por:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & -K_1 & -K_2 & -K_3 & -K_4 & -K_5 & -K_6 & -K_7 & -K_8 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & A_{26} & A_{27} & A_{28} & A_{29} & A_{210} & A_{211} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} & A_{37} & A_{38} & A_{39} & A_{310} & A_{311} \\ -K_1 & A_{42} & A_{43} & A_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_2 & A_{52} & A_{53} & 0 & A_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_3 & A_{62} & A_{63} & 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_4 & A_{72} & A_{73} & 0 & 0 & 0 & A_{77} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_5 & A_{82} & A_{83} & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{88} & 0 & 0 & 0 \\ -K_6 & A_{92} & A_{93} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{99} & 0 & 0 \\ -K_7 & A_{102} & A_{103} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{1010} & 0 \\ -K_8 & A_{112} & A_{113} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{1111} \end{bmatrix} \quad (8.15)$$

Sendo os seus termos definidos por:

$$\begin{aligned} A_{11} &= \sum_{i=1}^8 K_i \\ A_{12} &= b1 \sum_{i=1}^4 K_i - b2 \sum_{i=5}^8 K_i \\ A_{13} &= -a1(K_1 + K_5) + a2(K_2 + K_6) + a3(K_3 + K_7) + a4(K_4 + K_8) \\ A_{21} &= b1 \sum_{i=1}^4 K_i - b2 \sum_{i=5}^8 K_i \\ A_{22} &= b1^2 \sum_{i=1}^4 K_i + b2^2 \sum_{i=5}^8 K_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{23} &= b1(-a1K_1 + a2K_2 + a3K_3 + a4K_4) + b2(a1K_5 - a2K_6 - a3K_7 - a4K_8) \\
A_{24} &= -K_1b1 & A_{25} &= -K_2b1 \\
A_{26} &= -K_3b1 & A_{27} &= -K_4b1 \\
A_{28} &= K_5b2 & A_{29} &= K_6b2 \\
A_{210} &= K_7b2 & A_{211} &= K_8b2 \\
A_{31} &= -a1(K_1 + K_5) + a2(K_2 + K_6) + a3(K_3 + K_7) + a4(K_4 + K_8) \\
A_{32} &= b1(-a1K_1 + a2K_2 + a3K_3 + a4K_4) + b2(a1K_5 - a2K_6 - a3K_7 - a4K_8) \\
A_{33} &= a1^2(K_1 + K_5) + a2^2(K_2 + K_6) + a3^2(K_3 + K_7) + a4^2(K_4 + K_8) \\
A_{34} &= a1K_1 & A_{35} &= -a2K_2 \\
A_{36} &= -a3K_3 & A_{37} &= -a4K_4 \\
A_{38} &= a1K_5 & A_{39} &= -a2K_6 \\
A_{310} &= -a3K_7 & A_{311} &= -a4K_4 \\
A_{42} &= -K_1b1 & A_{43} &= K_1a1 \\
A_{44} &= K_1 + K_{p1} & A_{52} &= K_2b1 \\
A_{53} &= -K_2a2 & A_{55} &= K_2 + K_{p2} \\
A_{62} &= K_3b1 & A_{63} &= -K_3a3 \\
A_{66} &= K_3 + K_{p3} & A_{72} &= K_4b1 \\
A_{73} &= -K_4a4 & A_{77} &= K_4 + K_{p4} \\
A_{82} &= K_5b2 & A_{83} &= K_5a1 \\
A_{88} &= K_5 + K_{p5} & A_{92} &= K_6b2 \\
A_{93} &= -K_6a2 & A_{99} &= K_6 + K_{p6} \\
A_{102} &= K_7b2 & A_{103} &= -K_7a3 \\
A_{1010} &= K_7 + K_{p7} & A_{112} &= K_8b2 \\
A_{113} &= -K_8a4 & A_{1111} &= K_8 + K_{p8}
\end{aligned}$$

A matriz de amortecimento (matriz B) é dada por:

$$\begin{bmatrix}
B_{11} & B_{12} & B_{13} & -C_1 & -C_2 & -C_3 & -C_4 & -C_5 & -C_6 & -C_7 & -C_8 \\
B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} & B_{25} & B_{26} & B_{27} & B_{28} & B_{29} & B_{210} & B_{211} \\
B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{34} & B_{35} & B_{36} & B_{37} & B_{38} & B_{39} & B_{310} & B_{311} \\
-C_1 & B_{42} & B_{43} & B_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-C_2 & B_{52} & B_{53} & 0 & B_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-C_3 & B_{62} & B_{63} & 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-C_4 & B_{72} & B_{73} & 0 & 0 & 0 & B_{77} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-C_5 & B_{82} & B_{83} & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{88} & 0 & 0 & 0 \\
-C_6 & B_{92} & B_{93} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{99} & 0 & 0 \\
-C_7 & B_{102} & B_{103} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{1010} & 0 \\
-C_8 & B_{112} & B_{113} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{1111}
\end{bmatrix} \quad (8.16)$$

Na qual  $C$  é o coeficiente de amortecimento e os seus termos são definidos por:

$$\begin{aligned}
B_{11} &= \sum_{i=1}^8 C_i \\
B_{12} &= b1 \sum_{i=1}^4 C_i - b2 \sum_{i=5}^8 C_i \\
B_{13} &= -a1(C_1 + C_5) + a2(C_2 + C_6) + a3(C_3 + C_7) + a4(C_4 + C_8) \\
B_{21} &= b1 \sum_{i=1}^4 C_i - b2 \sum_{i=5}^8 C_i \\
B_{22} &= b1^2 \sum_{i=1}^4 C_i + b2^2 \sum_{i=5}^8 C_i \\
B_{23} &= b1(-a1C_1 + a2C_2 + a3C_3 + a4C_4) + b2(a1C_5 - a2C_6 - a3C_7 - a4C_8) \\
B_{24} &= -C_1 b1 & B_{25} &= -C_2 b1 \\
B_{26} &= -C_3 b1 & B_{27} &= -C_4 b1 \\
B_{28} &= C_5 b2 & B_{29} &= C_6 b2 \\
B_{210} &= C_7 b2 & B_{211} &= C_8 b2 \\
B_{31} &= -a1(C_1 + C_5) + a2(C_2 + C_6) + a3(C_3 + C_7) + a4(C_4 + C_8) \\
B_{32} &= b1(-a1C_1 + a2C_2 + a3C_3 + a4C_4) + b2(a1C_5 - a2C_6 - a3C_7 - a4C_8) \\
B_{33} &= a1^2(C_1 + C_5) + a2^2(C_2 + C_6) + a3^2(C_3 + C_7) + a4^2(C_4 + C_8) \\
B_{34} &= a1C_1 & B_{35} &= -a2C_2 \\
B_{36} &= -a3C_3 & B_{37} &= -a4C_4 \\
B_{38} &= a1C_5 & B_{39} &= -a2C_6 \\
B_{310} &= -a3C_7 & B_{311} &= -a4C_8 \\
B_{42} &= -C_1 b1 & B_{43} &= C_1 a1 \\
B_{44} &= C_1 & B_{52} &= C_2 b1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_{53} &= -C_2 a_2 & B_{55} &= C_2 \\
B_{62} &= C_3 b_1 & B_{63} &= -C_3 a_3 \\
B_{66} &= C_3 & B_{72} &= C_4 b_1 \\
B_{73} &= -C_4 a_4 & B_{77} &= C_4 \\
B_{82} &= C_5 b_2 & B_{83} &= C_5 a_1 \\
B_{88} &= C_5 & B_{92} &= C_6 b_2 \\
B_{93} &= -C_6 a_2 & B_{99} &= C_6 \\
B_{102} &= C_7 b_2 & B_{103} &= -C_7 a_3 \\
B_{1010} &= C_7 & B_{112} &= C_8 b_2 \\
B_{113} &= -C_8 a_4 & B_{1111} &= C_8
\end{aligned}$$

A matriz de Inércia é definida por:

$$\begin{bmatrix}
M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & I_{xx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & I_{yy} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_6 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_7 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_8
\end{bmatrix} \quad (8.17)$$

E a matriz com os termos independentes dada por:

$$\begin{bmatrix}
 -W_c \\
 0 \\
 0 \\
 -W_1 + K_{p1}Z_{o1} \\
 -W_2 + K_{p2}Z_{o2} \\
 -W_3 + K_{p3}Z_{o3} \\
 -W_4 + K_{p4}Z_{o4} \\
 -W_5 + K_{p5}Z_{o5} \\
 -W_6 + K_{p6}Z_{o6} \\
 -W_7 + K_{p7}Z_{o7} \\
 -W_8 + K_{p8}Z_{o8}
 \end{bmatrix}
 \tag{8.18}$$