

**MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

PRISCILA PIRES ARAUJO

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO TURBULENTO SOBRE
UM DEGRAU DESCENDENTE**

Rio de Janeiro

2017

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

PRISCILA PIRES ARAUJO

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO TURBULENTO SOBRE
UM DEGRAU DESCENDENTE**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. André Luiz Tenório Rezende - D.C.

Rio de Janeiro
2017

c2017

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e dos orientador(es).

620.1 Araujo, Priscila Pires

A663s Simulação numérica do escoamento turbulento sobre um degrau descendente / Priscila Pires Araujo; orientado por André Luiz Tenório Rezende – Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2017.

124p. : il.

Dissertação (Mestrado) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2017.

1. Curso de Engenharia Mecânica – teses, dissertações. 2. Reynolds Average Navier-Stokes - RANS. 3. Simulação Numérica Direta - DNS. I. Rezende, André Luiz Tenório. II. Instituto Militar de Engenharia.

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

PRISCILA PIRES ARAUJO

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO
TURBULENTO SOBRE UM DEGRAU DESCENDENTE**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. André Luiz Tenório Rezende - D.C.

Aprovada em 18 de dezembro de 2017 pela seguinte Banca examinadora:

Prof. André Luiz Tenório Rezende – D.C. do IME – Presidente

Prof. Francesco Scofano Neto – D.C. do IME

Prof. Rodrigo Otávio Lopes de Souza – D. C. do UNISUAM

Rio de Janeiro
2017

Dedico esse trabalho a Deus, meus pais e meu irmão, por todo apoio e amor dedicados a mim desde sempre.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, em primeiro lugar, porque Dele, por Ele e para Ele são todas as coisas.

Aos meus pais, por todo o apoio, dedicação, amor, cuidado e carinho ao longo de todos esses anos e por se manterem presentes mesmo nesses dois anos de distância física. Vocês são meus exemplos, nada seria possível sem vocês. Muito obrigada.

Ao meu irmão Davi, por ser meu companheiro e melhor amigo em todos os momentos. Obrigada por todo o apoio, todas as risadas, todos os choros compartilhados, todas as viagens e todas as vindas ao Rio que foram essenciais pra eu suportar essa fase longe de casa.

Ao Victor, por todo o apoio incondicional nesses últimos meses, por me acalmar nas minhas crises de ansiedade, aceitar minha bagunça, por ser paz e alento em meio ao meu caos, por ser a pessoa mais bonita que eu já conheci e por acreditar em mim mais do que eu mesma.

A todos os meus amigos de Brasília que mesmo de longe me apoiaram e acreditam em mim desde sempre. Aos meus novos amigos do Rio, que se tornaram muito especiais em pouco tempo e me fizeram sentir em casa nessa cidade.

A todos da Igreja no Rio, que se tornaram minha segunda família e não mediram esforços para me apoiar e me fazer sentir amada e acolhida desde que cheguei aqui.

Ao meu orientador TC Rezende, por todo o conhecimento compartilhado, todo apoio, compreensão e orientação ao longo desses dois anos de mestrado.

Aos professores Francesco Neto e Rodrigo Otávio Lopes pela participação na banca da defesa dessa dissertação de mestrado.

A todos os professores da pós-graduação do IME que de alguma forma contribuíram na minha formação nessa instituição.

A CAPES pelo apoio financeiro.

“Porque o SENHOR dá a sabedoria, e da sua boca
vem a inteligência e o entendimento.”

PROVÉRBIOS 2:6

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	9	
LISTA DE TABELAS	12	
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS	13	
LISTA DE SIGLAS	17	
1	INTRODUÇÃO	20
1.1	Objetivo e Escopo do Trabalho	23
1.2	Organização do Trabalho	24
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	26
3	MODELAGEM DE TURBULÊNCIA	33
3.1.	Equações de Governo	33
3.2	Modelagem da Turbulência.....	35
3.2.1	Modelagem <i>RANS</i>	36
3.3	Hipótese de <i>Boussinesq</i>	38
3.4	Modelo <i>k-ε</i> Padrão.....	40
3.4.1	Tratamento de Parede Padrão.....	44
3.5	Modelo <i>k-ω</i> Padrão	46
3.6	Difusão Cruzada	47
3.7	Modelo <i>SST k-ω</i>	48
3.8	Modelo <i>RSM</i>	51
3.8.1	Modelagem do Termo D_{ij}	53
3.8.2	Modelagem do Termo ϵ_{ij}	54
3.8.3	Modelagem do Termo Φ_{ij}	54
3.8.4	Equação de Transporte do Modelo <i>RSM</i>	57
3.8.5	Tratamento da Região Próxima à Parede	57

4	MÉTODO NUMÉRICO	60
4.1	Método dos Volumes Finitos	61
4.2	Discretização e Solução da Equação Geral de Transporte	63
4.2.1	Discretização Espacial.....	65
4.2.1.1	Esquema <i>Upwind</i>	66
4.2.1.2	Esquema de Diferenças Centrais	68
4.2.1.3	Esquema <i>QUICK</i>	68
4.3	Discretização das Equações de <i>Navier-Stokes</i>	69
4.3.1	Acoplamento Velocidade-Pressão.....	71
4.4	Método <i>Multigrid</i>	74
5	RESULTADOS.....	76
5.1	Dados DNS.....	77
5.2	Domínio Computacional, Condições de Contorno e Malha	81
5.3	Comprimento de Recolamento.....	83
5.4	Velocidade Média	86
5.5	Distribuição de Pressão	94
5.6	Intensidade Turbulenta e Tensões de <i>Reynolds</i>	101
6	CONCLUSÃO	114
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	117

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG. 1.1	Separação de escoamento em um aerofólio.....	20
FIG. 1.2	Escoamento ao redor de um edifício.....	21
FIG. 1.3	Características do escoamento sobre o degrau descendente.....	21
FIG. 2.1	Esquema da experiência realizada por <i>Armaly et al</i> (<i>Armaly et al.</i> , 1983).....	27
FIG. 2.2	Dimensões utilizadas no raio de expansão do degrau descendente.....	28
FIG. 2.3	Linhas de corrente para ângulos de inclinação de 90, 45 e 25° (<i>Louda et al.</i> , 2013).....	29
FIG. 2.4	Contornos de velocidade média U . (a) Degrau liso. (b) Degrau com rugosidade B1. (c) Degrau com rugosidade B2 (<i>Wu et al.</i> , 2013).....	30
FIG. 2.5	Linhas de corrente perto da saída para $Re = 900$. (a) parede de topo. (b) plano de simetria. (c) parede inferior (<i>Liakos & Malamataris</i> , 2015).....	31
FIG. 4.1	Aplicação da equação da continuidade em uma célula qualquer do domínio bidimensional.....	62
FIG. 4.2	Volume de controle bidimensional.....	64
FIG. 4.3	Volumes de controle bidimensionais e nomenclaturas utilizadas para descrever os esquemas Upwinds.....	66
FIG. 4.4	Volume de controle unidimensional.....	68
FIG. 4.5	Algoritmo utilizado na resolução dos casos do presente trabalho.....	72
FIG. 4.6	Sequência de malhas.....	74
FIG. 5.1	Domínio computacional do caso <i>DNS</i> (<i>Kopera</i> , 2011).....	76
FIG. 5.2	Malha gerada na região próxima ao degrau (<i>Kopera</i> , 2011).....	77
FIG. 5.3	Coefficiente de atrito na parede inferior (<i>Kopera</i> , 2011).....	78

FIG. 5.4	Coeficiente de atrito na parede inferior (<i>Kopera</i> , 2011).....	80
FIG. 5.5	Regiões construídas.....	80
FIG. 5.6	Malha construída.....	81
FIG. 5.7	Malha da região próxima ao degrau.....	81
FIG. 5.8	Coeficientes de atrito obtidos nos diferentes modelos.....	82
FIG. 5.9	Contorno de velocidade obtido por DNS (<i>Kopera</i> , 2011).....	85
FIG. 5.10	Contorno de velocidade obtido pelo modelo $k-\omega$	85
FIG. 5.11	Contorno de velocidade obtido pelo modelo $k-\varepsilon$	85
FIG. 5.12	Contorno de velocidade obtido pelo modelo $SST\ k-\omega$	86
FIG. 5.13	Contorno de velocidade obtido pelo modelo RSM	86
FIG. 5.14	Perfis de velocidade em diferentes posições.....	88
FIG. 5.15	Perfis de velocidade u^+ em função de y^+ em $x/h =$ 14	90
FIG. 5.16	Perfis de velocidade u^+ em função de y^+ em $x/h =$ 18	90
FIG. 5.17	Perfis de velocidade u^+ em função de y^+ em $x/h =$ 26	91
FIG. 5.18	Perfis de velocidade u^+ em função de y^+ em $x/h =$ 28	91
FIG. 5.19	Contorno de coeficiente de pressão obtido por DNS (<i>Kopera</i> , 2011).....	93
FIG. 5.20	Contorno de coeficiente de pressão obtido pelo modelo $k-\omega$	93
FIG. 5.21	Contorno de coeficiente de pressão obtido pelo modelo $k-\varepsilon$	93
FIG. 5.22	Contorno de coeficiente de pressão obtido pelo modelo $SST\ k-\omega$	94

FIG. 5.23	Contorno de coeficiente de pressão obtido pelo modelo <i>RSM</i>	94
FIG. 5.24	Perfis de distribuição de pressão em diferentes posições.....	96
FIG. 5.25	Coeficiente de pressão C_p^* ao longo da parede inferior.....	98
FIG. 5.26	Perfis de $\sqrt{\overline{u'u'}}/U_b$ em diferentes posições.....	100
FIG. 5.27	Contorno de $\overline{u'u'}/U_b^2$ obtido por <i>DNS</i> (<i>Kopera</i> , 2011).....	101
FIG. 5.28	Contorno de $\overline{u'u'}/U_b^2$ obtido pelo modelo <i>k-ε</i>	101
FIG. 5.29	Contorno de $\overline{u'u'}/U_b^2$ obtido pelo modelo <i>k-ω</i>	102
FIG. 5.30	Contorno de $\overline{u'u'}/U_b^2$ obtido pelo modelo <i>SST k-ω</i>	102
FIG. 5.31	Contorno de $\overline{u'u'}/U_b^2$ obtido pelo modelo <i>RSM</i>	102
FIG. 5.32	Perfis de $\sqrt{\overline{v'v'}}/U_b$ em diferentes posições.....	104
FIG. 5.33	Contorno de $\overline{v'v'}/U_b^2$ obtido por <i>DNS</i> (<i>Kopera</i> , 2011).....	105
FIG. 5.34	Contorno de $\overline{v'v'}/U_b^2$ obtido pelo modelo <i>k-ε</i>	105
FIG. 5.35	Contorno de $\overline{v'v'}/U_b^2$ obtido pelo modelo <i>k-ω</i>	106
FIG. 5.36	Contorno de $\overline{v'v'}/U_b^2$ obtido pelo modelo <i>SST k-ω</i>	106
FIG. 5.37	Contorno de $\overline{v'v'}/U_b^2$ obtido pelo modelo <i>RSM</i>	106
FIG. 5.38	Perfis de $\overline{u'v'}/U_b^2$ em diferentes posições.....	108
FIG. 5.39	Contorno de $-\overline{u'v'}/U_b^2$ obtido por <i>DNS</i> (<i>Kopera</i> , 2011).....	109
FIG. 5.40	Contorno de $-\overline{u'v'}/U_b^2$ obtido pelo modelo <i>k-ε</i>	109

FIG. 5.41	Contorno de $-\overline{u'v'}/U_b^2$ obtido pelo modelo $k-\omega$	110
FIG. 5.42	Contorno de $-\overline{u'v'}/U_b^2$ obtido pelo modelo $SST k-\omega$	110
FIG. 5.43	Contorno de $-\overline{u'v'}/U_b^2$ obtido pelo modelo RSM	110

LISTA DE TABELAS

TAB. 3.1	Constantes do modelo $SST k-\omega$	51
TAB. 5.1	Comprimento de recolamento e coeficiente de atrito (<i>Kopera</i> , 2011).....	80
TAB. 5.2	Comprimentos de recolamento e coeficientes de atrito encontrados.	85

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

ABREVIATURAS

A	-	Área
a	-	Relação entre o ponto P e seus vizinhos no MVF
C_f	-	Coefficiente de atrito
$C_{f,min}$	-	Coefficiente de atrito mínimo
C_p	-	Coefficiente de pressão
C_S	-	Constante de Smagorinsky
CD_w	-	Parte positiva do termo de difusão cruzada
D	-	Distância até a parede mais próxima
E_R	-	Raio de expansão
F_1	-	Função de mistura do modelo SST k- ω
F_2	-	Função de mistura do modelo SST k- ω
H	-	Altura do degrau
I	-	Intensidade turbulenta
k_P	-	Energia cinética turbulenta no ponto P
L_i	-	Comprimento do canal de entrada
L_x	-	Comprimento do canal de saída
L_y	-	Altura do canal de saída

$max(;)$	-	Operador de seleção de valor máximo
$min(;)$	-	Operador de seleção de valor mínimo
$N(u_i)$	-	Operador de Navier-Stokes
p	-	Pressão
P	-	Pressão modificada
P_w	-	Pressão na parede superior
Re	-	Número de Reynolds
Re_y	-	Número de Reynolds turbulento
S	-	Termo fonte
T	-	Tempo
U_b	-	Velocidade média de entrada do escoamento
U_P	-	Velocidade média no ponto P
u_τ	-	Velocidade de atrito
XR	-	Comprimento de recolamento
y_P	-	Distância do ponto P à parede

SÍMBOLOS

δ_{ij}	-	Delta de Kronecker
ε	-	Dissipação de energia cinética turbulenta por unidade de massa
g_i	-	Aceleração da gravidade na direção i

i	-	Coordenadas cartesianas $i = 1, 2$ ou 3 (x, y ou z)
k	-	Energia cinética turbulenta
l_v	-	Comprimento de escala da região próxima à parede
μ	-	Viscosidade dinâmica
μ_t	-	Viscosidade dinâmica turbulenta
n	-	Coordenada local normal à parede
p_i	-	Componente da pressão na direção i
\bar{p}_i	-	Componente da pressão média na direção i
p'_i	-	Flutuação da pressão na direção i
ρ	-	Massa específica
τ_{ij}	-	Tensor das tensões
τ	-	Tensor de cisalhamento de Reynolds
τ_w	-	Tensão de cisalhamento na parede
u_i	-	Componente do vetor velocidade na direção i
\bar{u}_i	-	Componente da velocidade média na direção i
u'_i	-	Flutuação da velocidade na direção i
$\overline{u'_i u'_j}$	-	Tensor de Reynolds
ν	-	Viscosidade cinemática
ν_{ef}	-	Viscosidade efetiva
ν_t	-	Viscosidade turbulenta
$\nu_{t,2c}$	-	Viscosidade turbulenta da camada próxima à parede
$\nu_{t,trans}$	-	Viscosidade turbulenta da região de transição
ω	-	Taxa específica de dissipação da energia cinética turbulenta
x_i	-	Componente do vetor posição na direção i

σ_{ij}	-	Tensor viscoso
\emptyset	-	Variável que representa uma grandeza qualquer
Γ	-	Coefficiente de difusão
\forall	-	Volume de controle arbitrário
Ω_{ij}	-	Tensor taxa de rotação do escoamento médio
\int	-	Integral
Σ	-	Somatório
∇	-	Operador Gradiente
$\frac{\partial}{\partial t}$	-	Derivada parcial em relação ao tempo
$\frac{\partial}{\partial x}$	-	Derivada parcial em relação à posição
$\frac{D}{Dt}$	-	Derivada material

LISTA DE SIGLAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CFD	Dinâmica dos Fluidos Computacional
DNS	Simulação Numérica Direta
LES	Simulação de Grandes Escalas
MVF	Método de Volumes Finitos
PISO	Técnica Utilizada na Resolução do Acoplamento Velocidade-Pressão
PIV	Velocimetria por Imagem de Partícula
QUICK	Método de Discretização Espacial
RANS	Modelagem da Turbulência Baseada nas Equações Médias de Reynolds
RSM	Reynolds Stress Model
SEM	Spectral/hp Element Method
SIMPLE	Técnica Utilizada na Resolução do Acoplamento Velocidade-Pressão
SIMPLEC	Técnica Utilizada na Resolução do Acoplamento Velocidade-Pressão
SST	Shear Stress Transport
UPWIND	Método de Discretização Espacial

RESUMO

O escoamento sobre um canal com a presença de um degrau descendente trata-se de um caso onde há a separação do escoamento provocada por um gradiente adverso de pressão originado pela súbita mudança na geometria. Há diversos problemas presentes na natureza e na engenharia de escoamentos turbulentos com o fenômeno de separação que podem ser estudados e aprofundados através de simulações computacionais. O presente trabalho abrange a simulação computacional e análise do escoamento turbulento sobre um canal com degrau descendente bidimensional e em regime permanente, por meio da construção de uma geometria relativamente simples com a grande vantagem de apresentar características importantes para o âmbito do estudo dos fenômenos de separação, recirculação e recolamento de escoamentos turbulentos. A simulação computacional realizada nesse estudo é baseada nas equações médias de *Reynolds*, através da utilização de uma técnica denominada *Reynolds Average Navier-Stokes (RANS)*. A escolha dessa técnica neste trabalho deve-se ao fato de que a mesma não exige um esforço computacional elevado e gera resultados de alta qualidade. Além da compreensão dos fenômenos presentes no caso analisado nesse estudo, um dos principais objetivos do trabalho é a comparação do desempenho dos diferentes modelos de turbulência utilizados em casos com gradiente de pressão adverso, separação, recirculação e recolamento do escoamento. Os modelos de turbulência RANS utilizados são os modelos de duas equações diferenciais parciais $k-\omega$, $k-\varepsilon$, *Shear Stress Transport $k-\omega$ (SST $k-\omega$)* e o modelo de fechamento de segunda ordem *Reynolds Stress Model (RSM)*. Os resultados foram comparados com os dados da literatura por meio da Simulação Numérica Direta (*DNS*). Todas as simulações foram realizadas com um número de Reynolds igual a 9000, baseado na altura do degrau h e na velocidade de entrada U_b . A malha utilizada em todos os casos tem 155000 elementos e apresenta um maior refinamento na região próxima ao degrau. Os principais resultados analisados são o comprimento de recolamento, coeficiente de atrito, os perfis e contornos de velocidade média, os perfis e contornos relacionados à distribuição de pressão, as intensidades de turbulência e componentes do tensor de Reynolds. O modelo SST $k-\omega$ apresentou os melhores resultados de comprimento de recolamento, perfil e contorno de velocidade média, quando comparado aos resultados obtidos pela literatura. O modelo $k-\varepsilon$ obteve fracos resultados em grande parte das grandezas analisadas nesse estudo. O modelo RSM encontrou os melhores resultados relacionados às grandes de segunda ordem ao analisar os perfis e contornos das mesmas.

ABSTRACT

The flow over a channel with the presence of a backward-facing step is a case with flow separation caused by an adverse pressure gradient originated by the sudden change in geometry. There are several problems present in the nature and engineering of turbulent flows with the separation phenomenon that can be studied and deepened through computational simulations. The present work deals with the computational simulation and analysis of the turbulent flow on a channel with two-dimensional backward-facing step and steady flow, by means of the construction of a relatively simple geometry with the great advantage of presenting important characteristics for the scope of the study of turbulent flow separation. The computational simulation performed in this study is based on the Reynolds equations using a technique called *Reynolds Average Navier-Stokes (RANS)*. The choice of this technique in this work is due to the fact that it does not require a high computational work and generates high quality results. In addition to the understanding of the phenomena present in the case analyzed in this study, one of the main objectives of the work is to compare the performance of the different turbulence models used in cases with adverse pressure gradient, separation, recirculation and flow recovery. The *RANS* turbulence models used are the models of two partial differential equations $k-\omega$, $k-\varepsilon$, *Shear Stress Transport $k-\omega$ (SST $k-\omega$)* and the second-order closure model called *Reynolds Stress Model (RSM)*. The results were compared with the literature data using *Direct Numerical Simulation (DNS)*. All the simulations were performed with a Reynolds number equal to 9000, based on the height of the step h and the inlet velocity U_b . The mesh used in all cases has 155000 elements and has a greater refinement in the region near the step. The main results analyzed are the reattachment length, the coefficient of friction, the mean velocity profiles and contours, the profiles and contours related to the pressure distribution, the turbulence intensities and *Reynolds* tensor components. The *SST $k-\omega$* model presented the best results of reattachment length, mean velocity profile and contour when compared to results obtained in the literature. The $k-\varepsilon$ model obtained poor results in most of the analyzed variables in this study. The *RSM* model found the best results related to the second order variables when analyzing its profiles and contours.

1 INTRODUÇÃO

A separação do escoamento causada por um gradiente adverso de pressão é um fenômeno comum em muitas aplicações práticas na engenharia, como no escoamento ao longe de um aerofólio, mostrado na FIG. 1.1.

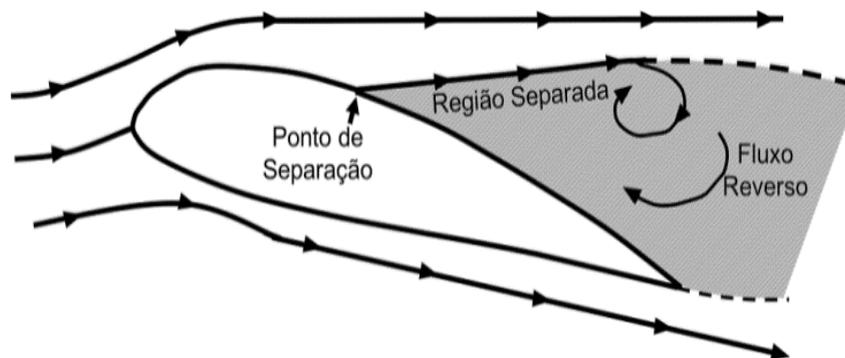


FIG. 1.1 Separação de escoamento em um aerofólio.

O gradiente adverso de pressão é definido como o aumento da pressão estática na direção em que o escoamento ocorre, afetando significativamente o escoamento. A sua presença causa a diminuição da velocidade, observada de maneira mais intensa nas regiões próximas a parede. A diminuição contínua da velocidade do escoamento faz com que a tensão de cisalhamento na parede torne-se nula, no ponto chamado ponto de separação. A partir desse ponto, a tensão de cisalhamento torna-se negativa e o escoamento é invertido, gerando a zona de recirculação do escoamento. Posteriormente, ocorre o recolamento do escoamento, no ponto em que a velocidade e o coeficiente de atrito são iguais à zero na região da parede inferior. A partir desse ponto, o escoamento volta a se expandir normalmente até a região de saída, com comportamento cada vez mais próximo do equilíbrio.

Em diversos casos da engenharia, o gradiente adverso de pressão é causado por uma mudança súbita na geometria, levando à separação do escoamento e o posterior recolamento. Tal fenômeno pode ser observado também em dispositivos, tais como equipamentos eletrônicos de resfriamento, câmaras de combustão e difusores.

Nesse contexto, o degrau descendente é um dos casos mais estudados, com o objetivo de compreender os efeitos no escoamento provocados por uma mudança súbita na geometria utilizando uma geometria simples.

O degrau descendente diz respeito a um protótipo de separação, recirculação e recolamento do escoamento que ocorre na natureza e em diversas situações da engenharia, como, por exemplo, no escoamento ao redor de edifícios, como é apresentado na FIG. 1.2.

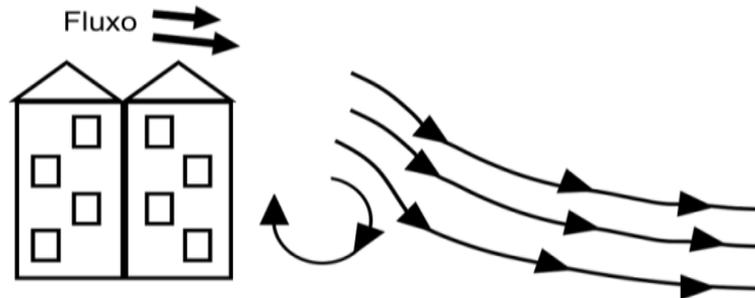


FIG. 1.2 Escoamento ao redor de um edifício.

A presença das etapas de separação, recirculação e recolamento do escoamento muda significativamente o transporte de quantidade de movimento e calor dentro do escoamento, o que gera significativas consequências.

O degrau descendente apresenta todas as características essenciais presentes em casos com separação de escoamento, como as etapas citadas anteriormente, apesar de sua geometria relativamente simples. Por isso, tem sido muito estudado em casos de simulação computacional, por exigir menos esforço computacional que outros casos e apresentar resultados satisfatórios no âmbito do estudo dos fenômenos causados pela separação de escoamento.

Na FIG. 1.3 é mostrado o escoamento turbulento sobre um degrau descendente, onde pode ser observada a separação do escoamento, a zona de recirculação e o recolamento do escoamento.

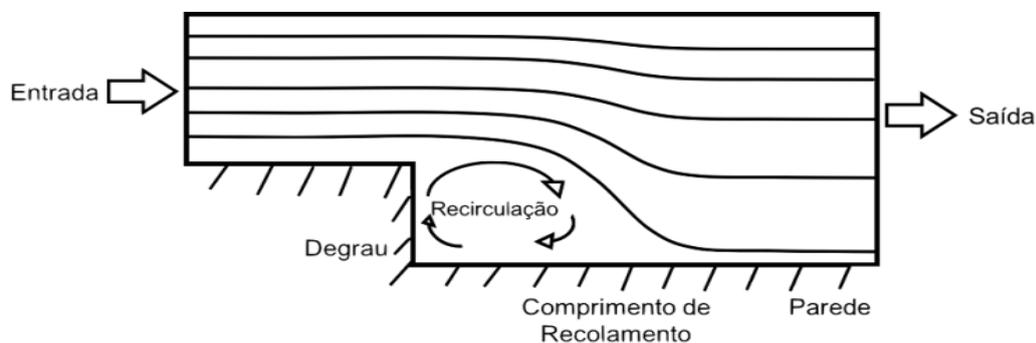


FIG. 1.3 Características do escoamento sobre o degrau descendente.

O estudo do escoamento turbulento sobre um degrau descendente foi iniciado através de experimentos realizados em laboratório, uma vez que o trabalho computacional exigido para a construção de casos tridimensionais era muito elevado, e ao longo dos anos tem ganhado destaque na área experimental de dinâmica dos fluidos.

Atualmente, o uso da dinâmica dos fluidos computacional (*CFD*) tem se tornado cada vez mais viável no ramo de simulação de escoamentos, com ou sem transferência de calor, devido ao fato do grande avanço tecnológico com o surgimento de computadores rápidos e com elevada capacidade de armazenamento. A tendência é que a quantidade de pesquisas relacionadas à simulação numérica cresça significativamente nos próximos anos, devido à sua simplicidade e sua versatilidade na aplicação de inúmeros problemas na área da engenharia (*Maliska, 2004*).

Existem inúmeros casos presentes na natureza e na engenharia de escoamentos turbulentos com separação que merecem ser estudados e que podem ser aprofundados através de simulações computacionais.

Os métodos numéricos têm como significativa vantagem a possibilidade de resolver problemas complexos com diferentes condições de contorno, apresentando resultados em um curto intervalo de tempo. Com a utilização da simulação numérica, tanto o tempo como o custo do projeto pode ser reduzido. O objetivo do *CFD* é diminuir o número de experimentos e estudar problemas que não poderiam ser reproduzidos em laboratório. A utilização das técnicas de simulação numérica contribui fortemente para o desenvolvimento de uma etapa na engenharia, onde a simulação numérica desempenha um papel decisivo nos custos e na qualidade dos projetos, juntamente com as técnicas experimentais (*Maliska, 2004*).

O presente trabalho visa discutir a simulação computacional e análise do escoamento turbulento sobre um canal com degrau descendente por meio da construção de uma geometria relativamente simples com a grande vantagem de apresentar características importantes para o âmbito do estudo de escoamentos turbulentos com separação da camada limite. Os casos simulados no atual trabalho são baseados no estudo realizado por *Kopera (2011)*, utilizando a mesma geometria que este, com o objetivo de validar os resultados obtidos e realizar a comparação entre diferentes modelos de turbulência, analisando resultados como o comprimento de recolamento, perfis de velocidade média e coeficiente de pressão.

1.1 OBJETIVO E ESCOPO DO TRABALHO

O principal objetivo desse trabalho é o estudo aprofundado dos modelos de turbulência e a eficiência da utilização dos mesmos na simulação computacional de um escoamento turbulento sobre um degrau descendente, com separação do escoamento provocada por um gradiente de pressão adverso causado pela mudança súbita na geometria. Sendo assim, foram simulados casos utilizando diferentes modelos de turbulência, com as mesmas condições de contorno e o mesmo número de *Reynolds* igual a 9000, baseado na altura do degrau e na velocidade média de entrada. Os resultados encontrados também são validados e comparados com os resultados obtidos pelo estudo feito por *Kopera* (2011), que realizou a simulação numérica direta (*DNS*) para um caso com as mesmas condições de contorno, número de *Reynolds* e geometria que os casos construídos no atual trabalho.

Estudos anteriores foram realizados sobre simulações computacionais envolvendo casos com um degrau descendente, com diferentes parâmetros de simulação, como raio de expansão, número de *Reynolds*, inclinação do degrau, entre outros. O diferencial do presente trabalho é a comparação entre diferentes modelos de turbulência, envolvendo a criação de casos com modelos *RANS*.

O presente trabalho tem como um dos seus objetivos o estudo das regiões de separação, recirculação e recolamento do escoamento sobre um degrau descendente por meio da construção de um caso bidimensional, em regime permanente e escoamento incompressível.

A simulação computacional é baseada nas equações médias de *Reynolds*, por meio de uma modelagem denominada *Reynolds Average Navier-Stokes (RANS)*. A escolha dessa modelagem neste trabalho deve-se ao fato de que a mesma não exige um esforço computacional elevado e gera resultados de alta qualidade, sendo a modelagem mais utilizada atualmente na resolução de casos de engenharia pela indústria. Outra grande vantagem é que só depende do campo de velocidade média e do escoamento em regime permanente.

O presente trabalho será um importante acréscimo à comunidade da dinâmica dos fluidos computacional tanto em relação ao estudo de escoamentos turbulentos com o fenômeno de separação devido a mudanças súbitas na geometria como em relação ao estudo sobre a aplicação dos diferentes tipos de modelos de turbulência em casos como o atual.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O Capítulo 1 contém a introdução sobre o tema do escoamento turbulento sobre um degrau descendente e a dinâmica dos fluidos computacional, bem como o objetivo, escopo e organização do trabalho.

No Capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica do estudo do escoamento sobre degrau descendente, abordando os primeiros trabalhos experimentais e computacionais realizados a respeito desse tema. Além disso, são apresentados alguns trabalhos recentes sobre simulações computacionais com diferentes modelos de turbulência e números de *Reynolds*. O trabalho realizado por *Kopera* (2011), no qual é baseado o presente estudo, também é abordado e descrito nesse capítulo.

O Capítulo 3 apresenta as equações que governam o escoamento incompressível para o caso bidimensional em regime permanente tratado no presente trabalho. A partir do uso da decomposição de *Reynolds* nas equações de conservação de massa e de *Navier-Stokes* são obtidas as Equações Médias de *Reynolds*, originando a técnica de modelagem da turbulência do tipo *RANS*, *Reynolds Averaged Navier-Stokes*. Surge então o problema de fechamento da turbulência e o presente capítulo discute sobre a Hipótese de *Boussinesq*, uma das alternativas de modelagem da viscosidade turbulenta. Os modelos *RANS* baseados nessa hipótese que são utilizados nesse estudo são os seguintes modelos de duas equações diferenciais: *k- ω* , *k- ϵ* e *SST k- ω* (*Shear Stress Transport k- ω*). Esses três modelos são discutidos nesse capítulo. Além desses modelos, é utilizado e apresentado nesse trabalho o modelo de fechamento de segunda ordem denominado *RSM* (*Reynolds Stress Model*).

O Capítulo 4 apresenta o método numérico utilizado na resolução do problema abordado no presente estudo. O Método dos Volumes Finitos é usado na discretização das equações de governo, originando um sistema de equações lineares. O esquema de interpolação empregado é o *QUICK*. A técnica *Multigrid* é utilizada na resolução desse sistema de equações. O acoplamento velocidade-pressão é tratado por meio do esquema denominado *SIMPLE*.

No Capítulo 5 é apresentada a geometria construída nas simulações computacionais realizadas, bem como a malha utilizada e as condições de contorno. Além disso, são mostrados e analisados os resultados encontrados nas simulações numéricas ao utilizar cada um dos modelos de turbulência tratados nesse trabalho. Os resultados são comparados com os resultados obtidos por *Kopera* (2011) ao realizar uma simulação numérica direta para o

escoamento turbulento sobre um canal com degrau descendente com o mesmo número de *Reynolds* utilizado em todos os casos construídos com os modelos *RANS*, igual a 9000. Os resultados mostrados são o comprimento de recolamento, as curvas de coeficiente de atrito, os perfis de velocidade média, os contornos de velocidade média, os perfis de coeficiente de pressão, os contornos de distribuição de pressão e os perfis e contornos relacionados às grandezas de segunda ordem.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões encontradas na realização desse estudo e sugestões para trabalhos futuros.

No capítulo 7 são mostradas as referências bibliográficas utilizadas na elaboração desse trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O estudo realizado por *Abbot & Kline* (1962) trata-se de um dos primeiros trabalhos experimentais realizados sobre o escoamento sobre um canal com degrau descendente, onde foram construídos casos com um e dois degraus. São encontradas três zonas presentes da separação turbulenta: uma zona tridimensional situada imediatamente à jusante da aresta do degrau e caracterizada por um ou mais vórtices que giram em torno de um eixo normal à direção do escoamento, uma região bidimensional a jusante da primeira zona onde o escoamento se desloca a montante ao longo da parede e uma terceira zona, que depende do tempo e cujo tamanho varia periodicamente.

Kim et al. (1980) estudaram, por meio de trabalhos experimentais, as características do escoamento sobre um degrau descendente na camada limite separada, na região do recolamento e na camada limite após o recolamento. Como resultados principais, obtém-se que as intensidades turbulentas e as tensões de cisalhamento tem valor máximo na região em que ocorre o recolamento, seguido de uma significativa queda perto da parede logo após o recolamento. A jusante do recolamento nota-se que o escoamento retorna lentamente ao comportamento de uma camada limite turbulenta comum.

Driver & Seegmiller (1985) realizaram experimentos sobre o escoamento turbulento sobre um degrau descendente em um canal divergente. Os principais resultados obtidos são relacionados à velocidade média e às tensões de *Reynolds*, onde os dados obtidos são comparados com diversos modelos de turbulência. Nota-se que a divergência da parede aumenta a taxa de espalhamento da camada limite, o tamanho do comprimento de recolamento, retarda a recuperação da pressão e não interfere, de maneira significativa, nos valores das tensões de *Reynolds*.

Com o avanço tecnológico e o conseqüente desenvolvimento computacional, o estudo numérico do escoamento turbulento em um degrau descendente tem crescido e se tornado relevante na comunidade da dinâmica dos fluidos computacional.

Nesse âmbito, um dos primeiros estudos experimentais com comparações com resultados numéricos foi realizado por *Armaly et al.* (1983), onde são construídos casos para diferentes números de *Reynolds*, de acordo com o esquema mostrado na FIG. 2.1. Os resultados experimentais mostram que todos os regimes de escoamento (laminar, transição e turbulento)

são caracterizados pela notável influência do número de *Reynolds* no valor do comprimento de recolamento. Além da região primária de recirculação próxima ao degrau, são encontradas regiões de separação do escoamento a jusante do degrau e em ambos os lados do canal. Os resultados experimentais são comparados com os resultados numéricos obtidos para os números de *Reynolds* em que o escoamento é bidimensional e os resultados encontrados computacionalmente estão de acordo com os dados obtidos pelos experimentos.

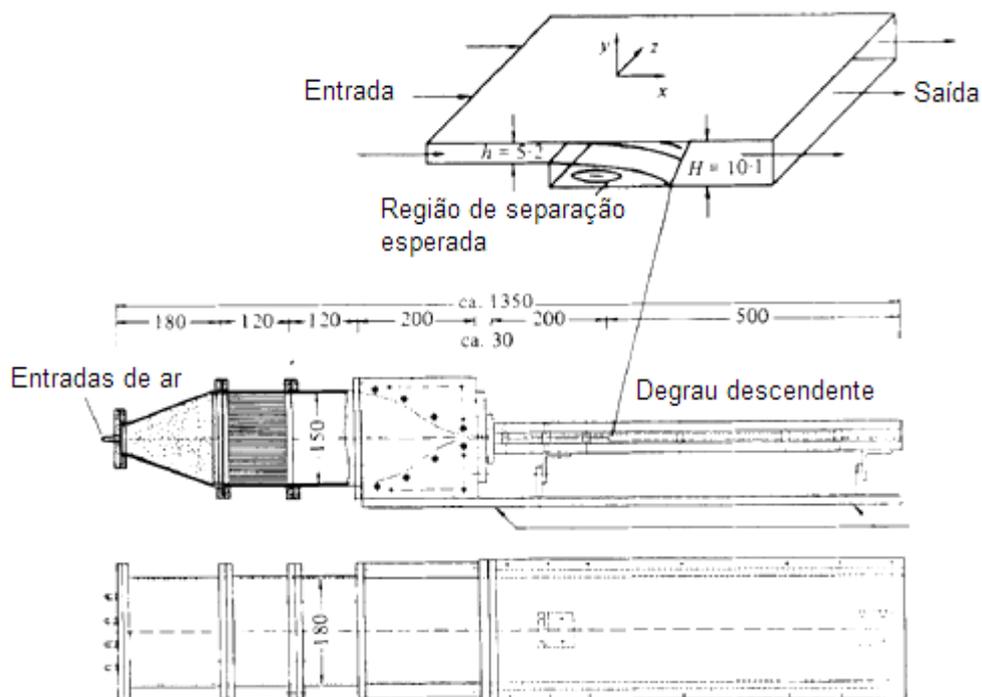


FIG. 2.1 Esquema da experiência realizada por *Armaly et al.* (*Armaly et al.*, 1983)

Le et al. (1997) realizam a simulação numérica direta de um degrau descendente em um canal aberto com raio de expansão de $E_R = 1,2$. O raio de expansão é definido por meio de uma relação entre a altura do canal de saída e a altura do degrau, dado pela EQ. 2.1.

$$E_R = \frac{L_y}{L_y - h} \quad (2.1)$$

A FIG. 2.2 apresenta as dimensões presentes no cálculo do raio de expansão.



FIG. 2.2 Dimensões utilizadas no raio de expansão do degrau descendente.

O número de *Reynolds* do caso simulado é igual a 5100, sendo esse definido em função da altura do degrau, da viscosidade cinemática do fluido e da velocidade média de entrada, obtido pela EQ. 2.2.

$$Re = \frac{U_b \times h}{\nu} \quad (2.2)$$

O resultado principal desse estudo é o comprimento de recolamento $X_R = 6,28$, sendo esse um importante parâmetro no estudo do degrau descendente, definido como a distância da aresta do degrau até a posição em que há o recolamento do escoamento. Esse estudo tornou-se referência para todos os modelos de turbulência e criou um padrão em simulações de escoamento turbulento separado, mostrando como resultados principais os campos de velocidade e pressão médias e as componentes do tensor de *Reynolds*.

Lee & Mateescu (1998) apresentam e comparam os resultados experimentais e numéricos para o escoamento de ar ao longo de um degrau descendente bidimensional em regimes de escoamento laminar e de transição. Foram utilizadas matrizes de sensores de filme quente de múltiplos elementos e são encontrados os comprimentos de separação e recolamento do escoamento nas paredes inferior e superior. Os resultados experimentais obtidos apresentam boa concordância com resultados anteriores e com os resultados obtidos numericamente.

O estudo de *Kopera* (2011) trata-se de uma simulação numérica direta tridimensional de um canal com uma súbita expansão, com um raio de expansão $E_R = 2$ e um número de *Reynolds* $Re = 9000$, baseado na velocidade de entrada e altura do degrau. Nesse trabalho, a discretização é realizada por meio de um método de elemento espectral periódico. São encontrados, além da bolha de recirculação primária, redemoinhos de canto secundários e terciários e pode-se observar uma pequena formação de redemoinho a jusante do redemoinho de canto secundário, sendo observados por meio das linhas de corrente da velocidade. O comprimento de recolamento encontrado é de $X_R = 8,62$. As flutuações médias de pressão e

da velocidade mostraram que a oscilação da posição de recolamento deve-se a interação dos vórtices com a bolha de recirculação.

Bayraktar (2013) analisa os efeitos da inclinação do degrau com diferentes ângulos de 30, 45 e 90°, enquanto são construídos casos em que a parede superior é paralela à inferior e casos com a parede superior inclinada com ângulo 6°. Trata-se do primeiro artigo que trata de degrau inclinado e parede superior elevada. O escoamento é incompressível, tridimensional e é utilizado o modelo de turbulência $k-\epsilon$. Notou-se que o comprimento de recolamento aumenta com o aumento do ângulo de inclinação do degrau. Em relação à inclinação da parede superior, o X_R é maior nos casos em que a mesma é elevada com o ângulo de 6°, além de gerar um escoamento mais turbulento, fato notado mais claramente quando a inclinação do degrau é igual a 30°.

Outro estudo que realiza simulações computacionais com variados ângulos de inclinação do degrau é o de *Louda et al.* (2013), usando dois diferentes métodos de discretização, o método dos volumes finitos implícito baseado na compressibilidade artificial e o método de elementos finitos, com o objetivo de compará-los. Foram construídos casos bidimensionais e tridimensionais com ângulos de inclinação do degrau de 90, 45, 25 e 10°. Através das linhas de corrente obtidas para ângulos de inclinação de 90, 45 e 25°, mostradas na FIG. 2.3, observa-se que a zona de recirculação é grande e nota-se que a recirculação principal permanece inalterada pela inclinação para os ângulos mais elevados.

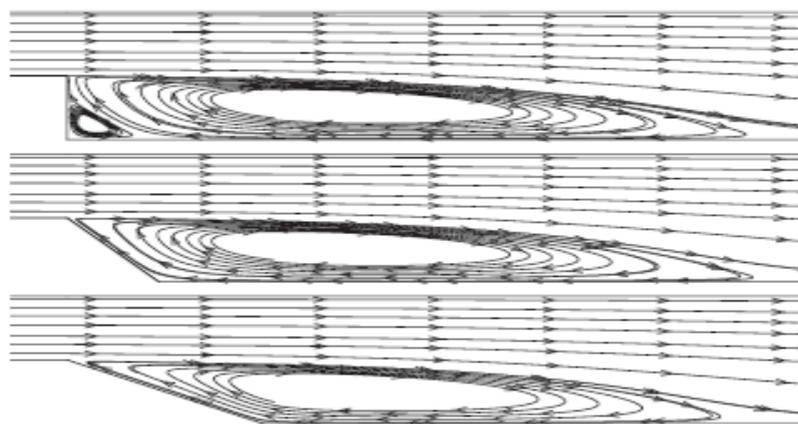


FIG. 2.3 Linhas de corrente para ângulos de inclinação de 90, 45 e 25° (*Louda et al.*, 2013).

Wu et al. (2013) tem como principal objetivo caracterizar os impactos da rugosidade no escoamento turbulento sobre um degrau descendente na transição de parede áspera para parede lisa. São construídos casos com degraus descendentes lisos e rugosos, ambos com

$Re = 3450$ e raio de expansão $E_R = 1,01$, com um modelo de velocimetria por partículas de imagem, PIV. Ao analisar os resultados, observa-se que as estruturas do escoamento médio são alteradas significativamente pela rugosidade. A separação da camada limite ocorre de forma mais precoce no degrau rugoso, provavelmente por causa do gradiente adverso de pressão produzido pela topografia rugosa antes mesmo do degrau. A FIG. 2.4 mostra os contornos dos perfis de velocidade para os três casos construídos: o degrau liso, o degrau com rugosidade do tipo B1 e o degrau com rugosidade do tipo B2.

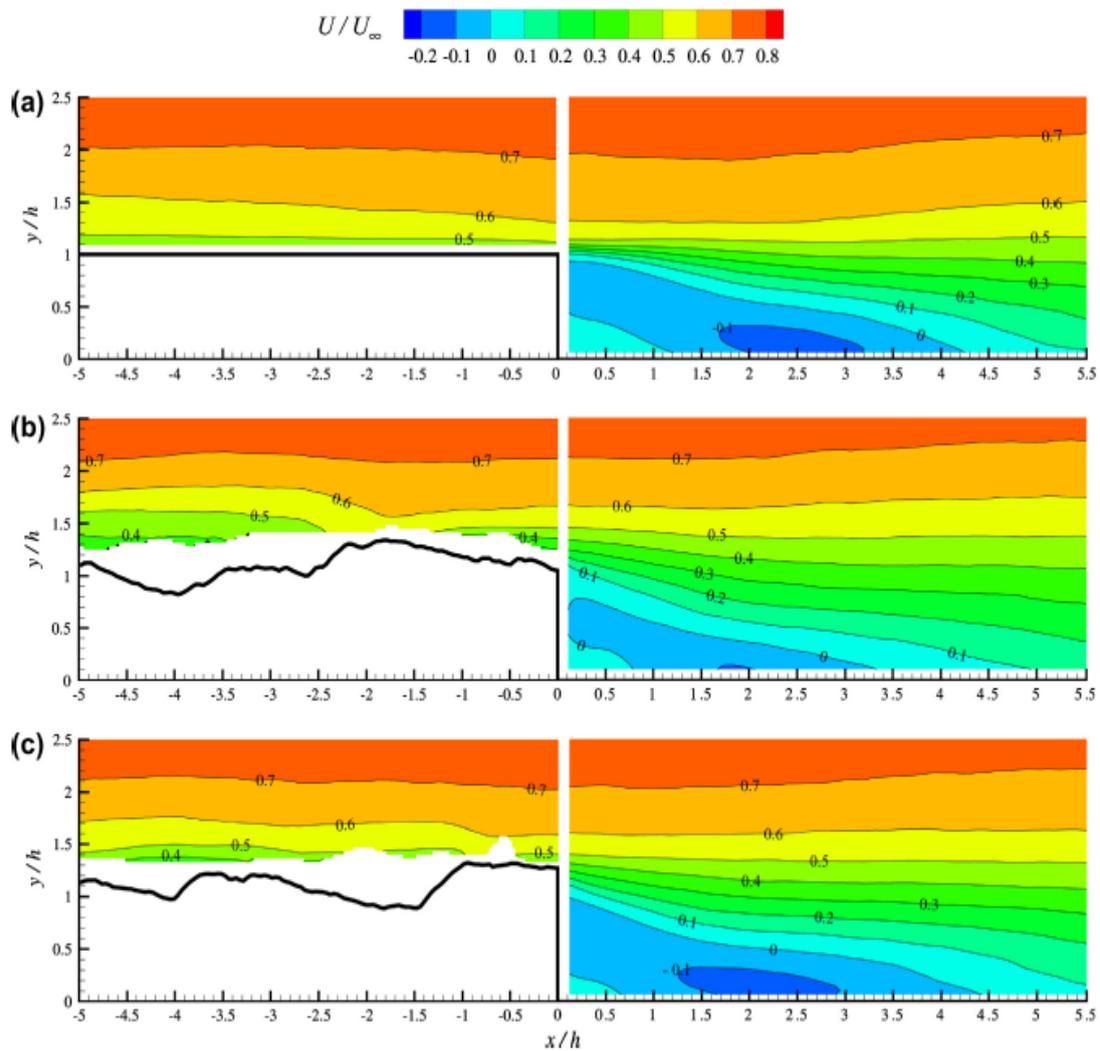


FIG. 2.4 Contornos de velocidade média U . (a) Degrão liso. (b) Degrão com rugosidade B1. (c) Degrão com rugosidade B2 (Wu *et al.*, 2013).

Um estudo topológico do escoamento tridimensional sobre um degrau descendente em regime permanente foi realizado por Liakos & Malamataris (2015). Foram simulados casos com raio de expansão $E_R = 2$ e diferentes números de Reynolds até $Re = 950$, utilizando um

modelo de simulação numérica direta com código de elementos finitos. Os resultados desse trabalho mostram a presença de um vórtice primário em espiral proveniente da parede lateral e está presente para todo valor de *Reynolds* logo após o degrau. Observa-se a presença de um vórtice de topo a partir de $Re = 400$, aumentando seu tamanho à medida que o valor de *Re* aumenta, acelerando o crescimento do vórtice primário. Para as simulações com número de *Reynolds* superior a 450, nota-se a existência de um vórtice secundário, entre o vórtice primário e o degrau, causado pelo aumento da tensão de cisalhamento. A FIG. 2.5 mostra as linhas de corrente na região próxima à saída, para o caso com número de *Reynolds* igual a 900.

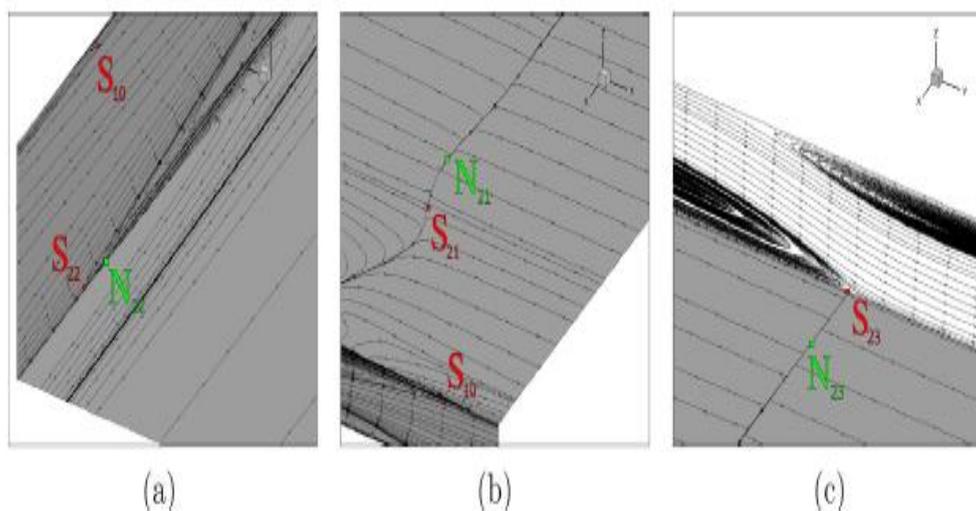


FIG. 2.5 Linhas de corrente perto da saída para $Re=900$. (a) parede de topo. (b) plano de simetria. (c) parede inferior (Liakos & Malamataris, 2015).

Vários estudos realizados na área estudada do presente trabalho discutem sobre a dependência do tamanho da zona de recirculação e do comprimento de recolamento (X_R) em relação ao raio de expansão (E_R) para diferentes números de *Reynolds* e utilizando diferentes modelos de turbulência.

Xie & Xi (2017) realizam simulações numéricas diretas (*DNS*) e discutem a relação entre o número de *Reynolds* e o comprimento de recolamento no escoamento. Concluem que o tamanho da zona primária de recirculação aumenta com o aumento do raio de expansão e as flutuações dos isoterms aumentam com o aumento do número de *Reynolds*. Os resultados obtidos nesse trabalho sugerem que o raio de expansão influencia significativamente a estrutura do escoamento nos regimes laminar e de transição. Além disso, nota-se que as largas

escalas provocam o aumento da tensão de *Reynolds* a jusante, enquanto pequenas escalas levam ao aumento da tensão de Reynolds na região próxima ao degrau.

O estudo realizado por *Shahi et al.* (2015) afirma que o comprimento de recolamento varia em função do número de *Reynolds* e do raio de expansão e, dependendo do valor do número de *Reynolds*, zonas secundárias de recirculação podem surgir a jusante da zona primária de recirculação, além da separação do escoamento na parede superior.

No estudo de *Ratha & Sarkar* (2014) são construídos diversos casos com diferentes valores de raio de expansão e variados números de *Reynolds* com o objetivo de analisar a influência dessas grandezas no escoamento sobre um degrau descendente. Ao analisar os resultados obtidos em casos com diferentes raios de expansão, conclui-se que o valor do comprimento de recolamento aumenta com o aumento do raio de expansão. Com relação aos diferentes números de *Reynolds* estudados, obtém-se que o comprimento de recolamento aumenta com o aumento do número de *Reynolds*.

3 MODELAGEM DE TURBULÊNCIA

3.1. EQUAÇÕES DE GOVERNO

As hipóteses adotadas nas simulações realizadas no presente trabalho são as seguintes: fluido newtoniano, escoamento em regime permanente, escoamento incompressível e propriedades físicas constantes. As equações que governam o problema são a equação de conservação de massa e a equação da conservação da quantidade de momento linear.

A lei da conservação de massa em coordenadas eulerianas é dada pela EQ. 3.1.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (3.1)$$

Ao expandir a EQ. 3.1, obtém-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.2)$$

Os dois primeiros termos da EQ. 3.2 referem-se a derivada material da densidade específica, dada por:

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (3.3)$$

No escoamento incompressível, a derivada material de ρ é igual à zero. Sendo assim, a equação da conservação de massa para o caso tratado no presente trabalho é dado pelo divergente da velocidade, dado pela EQ. 3.4.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.4)$$

A taxa de variação de momento linear é dada pela soma das forças de campos e das forças de superfície aplicadas ao corpo. A equação de conservação da quantidade de momento linear é dada pela EQ. 3.5.

$$\frac{Du_i}{Dt} = g_i - \frac{1}{\nu} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (3.5)$$

O primeiro termo da EQ. 3.5 trata-se da derivada material de u_i , dada pela EQ. 3.6.

$$\frac{Du_i}{Dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3.6)$$

Ao combinar as EQ. 3.5 e EQ. 3.6, obtém-se a seguinte expressão para a conservação da quantidade de momento linear:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\nu} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (3.7)$$

Os termos da EQ. 3.7 são explicados abaixo.

$\frac{\partial u_i}{\partial t}$ Aceleração associada a um ponto fixo no espaço.

$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ Aceleração convectiva, associada ao movimento.

g_i Força de campo gravitacional.

$\frac{1}{\nu} \frac{\partial p}{\partial x_i}$ Força de campo relacionada à pressão.

$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}$ Força de superfície relacionada às tensões.

A equação constitutiva da tensão viscosa para fluidos newtonianos é mostrada na EQ. 3.8

$$\sigma_{ij} = \nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \nu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (3.8)$$

Ao aplicar a equação constitutiva da tensão viscosa na EQ. 3.7, obtém-se a EQ. 3.9.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (3.9)$$

Para o escoamento em regime permanente, a equação da conservação da quantidade de momento linear, ou equação de *Navier-Stokes* é dada pela EQ. 3.10.

$$\frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (3.10)$$

3.2 MODELAGEM DA TURBULÊNCIA

No âmbito da modelagem de turbulência computacional, existem três principais campos primários. O primeiro deles é a técnica de modelagem baseada nas Equações Médias de Reynolds (*RANS - Reynolds Averaged Navier-Stokes*), onde as suas equações são obtidas por meio de um conjunto de médias das equações de continuidade e *Navier-Stokes* (Rodi, 2006). Na modelagem *RANS*, os valores instantâneos das grandezas de interesse são substituídos pela soma de seus valores médios com as suas flutuações, sendo feita uma avaliação das médias temporais das equações de governo. A outra técnica de modelagem da turbulência é denominada Simulação de Grandes Escalas (*LES - Large Eddy Simulation*), e trata-se da técnica intermediária em relação a custo e tempo computacional, ao analisar as três principais técnicas aqui tratadas. Na modelagem *LES*, as grandes escalas são calculadas de forma direta, enquanto as pequenas escalas são calculadas por meio de modelos de sub-malha (Rodi, 2006). Por último, tem-se a Simulação Numérica Direta (*DNS - Direct Numerical Simulation*), sendo essa a técnica que requer maior refinamento da malha e conseqüente o custo computacional mais elevado entre as três técnicas. Nessa técnica, as equações de governo são resolvidas de maneira direta, sem modelagem. Diz respeito à técnica mais natural para resolver o escoamento turbulento (Rezende, 2009).

Por exigir menor esforço computacional e apresentar resultados satisfatórios, a modelagem *RANS* tem ganhado notoriedade na comunidade de dinâmica dos fluidos

computacional. No presente trabalho são usados os seguintes modelos de turbulência do tipo *RANS*: o modelo $k-\varepsilon$ (Jones & Launder, 1972; Launder & Sharma, 1974), o modelo $k-\omega$ padrão (Wilcox, 1988), o *SST $k-\omega$* (Shear Stress Transport $k-\omega$) (Menter et al., 2003) e o modelo de fechamento direto *Reynolds Stress Model* (Launder et al., 1975; Launder & Shima, 1989).

3.2.1 MODELAGEM *RANS*

O escoamento sobre um canal com um degrau construído no atual trabalho é governado pela aplicação do modelo de equações de médias de *Reynolds* (*RANS*) nas equações de movimento de *Navier-Stokes* para escoamento incompressível e na condição de continuidade.

O modelo das equações médias de *Reynolds* é baseado na aplicação da decomposição de *Reynolds* nas equações de governo com o objetivo de obter as equações para valores médios do escoamento. A decomposição de *Reynolds* aborda os valores instantâneos das grandezas envolvidas no problema como uma variação randômica em torno dos seus valores médios. Sendo assim, a equação da decomposição de *Reynolds* aplicada à velocidade é mostrada na EQ. 3.11.

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (3.11)$$

Da mesma forma, a equação da decomposição de *Reynolds* para a pressão é dada por:

$$p_i = \bar{p}_i + p'_i \quad (3.12)$$

Generalizando para qualquer grandeza ϕ , a decomposição de *Reynolds* é:

$$\phi_i = \bar{\phi}_i + \phi'_i \quad (3.13)$$

O primeiro termo da soma, com uma barra, representa o valor médio e o segundo termo, com a aspa, representa a flutuação instantânea em torno da média. O operador da média é mostrado na EQ. 3.14.

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \phi dt \quad (3.14)$$

De acordo com a definição da decomposição de *Reynolds*, a média das flutuações é igual à zero.

$$\bar{\phi}' = 0 \quad (3.15)$$

Com o objetivo de obter as equações médias de *Reynolds* para o problema analisado no presente trabalho realiza-se a aplicação da decomposição de *Reynolds* nas equações que governam o problema, dadas pelas EQ. 3.4 e EQ. 3.10. Ao substituir os valores instantâneos pela soma dos valores médios e das suas flutuações nas equações de conservação de massa e de conservação da quantidade de momento linear, obtêm-se, respectivamente, as EQ. 3.16 e 3.17.

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.16)$$

$$\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u_i' u_j'} \right) \quad (3.17)$$

Ao comparar as equações da técnica *RANS* com as EQ. 3.16 e EQ. 3.17 observa-se que as variáveis dependentes são a velocidade média e a pressão média, enquanto nas equações anteriores as variáveis a serem resolvidas eram seus valores instantâneos. Outra importante diferença é a presença de um novo termo de segunda ordem, $\overline{u_i' u_j'}$, chamado de tensor de *Reynolds*.

O tensor de *Reynolds* representa a influência das flutuações da turbulência no escoamento médio. Esse tensor trata-se de um tensor simétrico, ou seja, tem seis componentes dependentes entre si. Com o seu surgimento, são acrescentadas ao problema seis novas incógnitas, enquanto nenhuma nova equação é acrescentada. Logo, surge um problema denominado problema de fechamento matemático da turbulência. Com o objetivo de resolver esse problema são necessários modelos para modelar o tensor de *Reynolds*.

3.3 HIPÓTESE DE *BOUSSINESQ*

A hipótese de *Boussinesq* é a alternativa mais utilizada para resolver o problema do fechamento da turbulência, com o objetivo de modelar as tensões turbulentas. Sugerida em 1877 por *Boussinesq*, essa hipótese propõe uma analogia entre as tensões viscosas e as tensões turbulentas, onde as tensões turbulentas são proporcionais ao gradiente de velocidade média do escoamento. O coeficiente de proporcionalidade é a viscosidade turbulenta ν_t .

Ao fazer uma analogia com a equação constitutiva da tensão viscosa, EQ. 3.8, e considerando que o escoamento é incompressível, obtém-se uma equação que modela as equações turbulentas, apresentada na EQ. 3.18.

$$\overline{u_i' u_j'} = \nu_t \left(\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (3.18)$$

O último termo da EQ. 3.18 diz respeito à pressão dinâmica dos turbilhões, de forma análoga a pressão termodinâmica, onde k é a energia cinética turbulenta, dada pela soma dos elementos da diagonal principal do tensor de *Reynolds*, mostrada na EQ. 3.19.

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'} = \frac{1}{2} [\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}] \quad (3.19)$$

Diferentemente da viscosidade molecular, que é uma propriedade do fluido, a viscosidade turbulenta é uma função do escoamento. Sendo assim, a magnitude da viscosidade turbulenta apresenta diferentes valores a cada ponto do domínio, dependendo da condição local do escoamento. Logo, as técnicas que utilizam a hipótese de *Boussinesq* obtém o valor da viscosidade turbulenta em função de valores encontrados do escoamento médio (*Miranda, 2014*).

Com o objetivo de obter a equação da conservação da quantidade de momento linear para a modelagem *RANS* de acordo com a hipótese de *Boussinesq*, devem-se substituir as tensões turbulentas obtidas pela EQ. 3.18 na EQ. 3.17.

$$\overline{u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \nu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] \quad (3.20)$$

$$\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(v + v_t) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + (v + v_t) \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] \quad (3.21)$$

$$\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[v_{ef} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + v_{ef} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] \quad (3.22)$$

$$\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[v_{ef} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.23)$$

$$\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[v_{ef} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.24)$$

Surge então o termo de pressão modificada P , dada por uma função da pressão dinâmica turbulenta e da energia cinética turbulenta, apresentada na EQ. 3.25.

$$P = \frac{1}{\rho} \bar{p} + \frac{2}{3} k \quad (3.25)$$

Além da pressão modificada, surge a viscosidade efetiva, v_{ef} , dada pela soma entre a viscosidade molecular e a viscosidade turbulenta, como mostra a EQ. 3.26 abaixo.

$$v_{ef} = v + v_t \quad (3.26)$$

A hipótese de *Boussinesq* não pode ser considerada um modelo de turbulência, sendo uma técnica para modelagem das tensões turbulentas através da viscosidade turbulenta. Os modelos de turbulência obtêm os valores de viscosidade turbulenta de acordo com os valores calculados do escoamento médio.

Ao modelar as tensões turbulentas através da EQ. 3.18, a hipótese de *Boussinesq* simplifica de maneira significativa o problema de fechamento da turbulência, uma vez que essa equação substitui as seis equações que seriam necessárias devido ao surgimento do tensor simétrico de *Reynolds*. Logo, os modelos de turbulência que utilizam a hipótese de *Boussinesq* precisam lidar com a modelagem da viscosidade turbulenta.

As três principais classes dos modelos de viscosidade turbulenta são os modelos algébricos, os modelos de uma equação diferencial e os modelos de duas equações

diferenciais.

Os modelos algébricos dizem respeito aos modelos de zero equação diferencial, onde uma especificação algébrica para determinar a velocidade e o comprimento característico, de acordo com as propriedades geométricas e o escoamento médio.

Os modelos de uma equação utilizam uma equação diferencial parcial para descrever o transporte de uma única escala turbulenta, geralmente empregada no cálculo da viscosidade turbulenta, além de uma segunda escala resolvida através de relações algébricas. Com relação aos modelos de duas equações diferenciais, usa-se uma segunda equação diferencial parcial para resolver a segunda escala de turbulência (Rezende, 2009).

Nas próximas sessões serão abordados os seguintes modelos de duas equações diferenciais parciais da modelagem *RANS* baseados na hipótese de *Boussinesq*: modelo *k-ε*, modelo *k-ω* e modelo *SST k-ω*.

3.4 MODELO *K-ε* PADRÃO

O modelo *k-ε* padrão (Jones & Launder, 1972; Launder & Sharma, 1974) é o modelo de turbulência de duas equações mais utilizado nas últimas décadas. Nesse modelo são resolvidas duas equações diferenciais parciais, uma para a energia cinética turbulenta *k* e outra para a dissipação da energia cinética turbulenta por unidade de massa *ε*. A energia cinética turbulenta representa a energia cinética dos vórtices das grandes escalas de comprimento.

A equação exata para a energia cinética em regime permanente é mostrada na EQ. 3.27.

$$\bar{u}_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial k}{\partial x_j} - \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_j u'_j} - \frac{1}{\rho} \overline{p' u'_j} \right) \quad (3.27)$$

Os termos dessa equação são descritos a seguir.

$\bar{u}_i \frac{\partial k}{\partial x_i}$ Representa a taxa de variação da energia cinética turbulenta ao longo de uma linha de corrente.

$$\tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$$

Produção de energia cinética turbulenta, k . Diz respeito a taxa em que a energia cinética turbulenta é produzida pelo trabalho realizado pelo escoamento principal.

ε

Representa a taxa em que a energia cinética turbulenta transforma-se em energia térmica por meio da ação da viscosidade.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial k}{\partial x_j} \right)$$

Representa a difusão da energia cinética turbulenta devido ao transporte molecular natural do fluido.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{2} \overline{u'_i u'_j u'_j} \right)$$

Diz respeito à taxa na qual a energia cinética turbulenta é transportada pelo fluido devido as flutuações turbulentas.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{\rho} \overline{p' u'_j} \right)$$

Denominado termo de difusão de k devido à pressão. Representa o transporte turbulento da energia cinética turbulenta pela correlação entre as flutuações de velocidade e as flutuações de pressão.

A dissipação de energia cinética por unidade de massa é determinada pela correlação mostrada na EQ. 3.28.

$$\varepsilon = \nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}} \quad (3.28)$$

Para obter o fechamento da EQ. 3.27 deve ser realizada a modelagem das flutuações da turbulência presentes nos termos de transporte turbulento da energia cinética turbulenta e de difusão de energia cinética turbulenta devido à pressão. De maneira análoga ao que é realizado na aproximação da hipótese de *Boussinesq*, utiliza-se a aproximação de gradiente de difusão, onde é definido que o transporte turbulento de uma propriedade escalar é proporcional à média local de fluxo de gradiente dessa propriedade, como mostra a EQ. 3.29.

$$-\overline{u'_i \phi'} \cong \nu_t \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial x_j} \quad (3.29)$$

Entretanto, não existe uma aproximação relacionada ao termo de difusão de energia cinética devido à pressão e, por esse motivo, é feito o agrupamento desses termos, como mostrado na EQ. 3.30.

$$\frac{1}{2} \overline{u'_i u'_j u'_j} + \frac{1}{\rho} \overline{p' u'_j} = - \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (3.30)$$

Onde σ_k trata-se de um coeficiente de fechamento calibrado para escoamentos homogêneos.

Ao substituir a aproximação mostrada na EQ. 3.30 na EQ. 3.27 obtém-se a equação da energia cinética para regime permanente, mostrada a seguir pela EQ. 3.31.

$$\bar{u}_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.31)$$

O segundo passo do modelo k - ε padrão é a resolução da equação de dissipação da energia cinética turbulenta por unidade de massa, dada pela sua equação exata, apresentada na EQ. 3.32.

$$\overline{2\nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} [N(u_i)]} = 0 \quad (3.32)$$

O termo $N(u_i)$ diz respeito ao operador de *Navier-Stokes*, dado por:

$$N(u_i) = \rho u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_k} \quad (3.33)$$

Obtém-se então a equação exata para a dissipação da energia cinética turbulenta por unidade de massa, apresentada na EQ. 3.34.

$$\begin{aligned} \bar{u}_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = & 2\nu \left[\overline{u'_{i,j} u'_{j,k}} + \overline{u'_{k,i} u'_{k,j}} \right] \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - 2\nu \overline{u'_k u'_{i,j}} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_k} - 2\nu \overline{u'_{i,k} u'_{l,m} u'_{k,m}} - \\ & 2\nu^2 \overline{u'_{i,k} u'_{l,m} u'_{k,m}} - 2\nu^2 \overline{u'_{i,km} u'_{i,km}} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} - \nu \overline{u'_j u'_{l,m} u'_{l,m}} - 2 \frac{\nu}{\rho} \overline{p'_m u'_{j,m}} \right] \end{aligned} \quad (3.34)$$

Nessa equação, nota-se a presença de correlações de segunda e terceira ordem das flutuações de pressão, velocidade e gradientes de velocidade que não são conhecidas, tornando difícil a sua resolução. A dissipação da energia cinética turbulenta acontece nos pequenos turbilhões, de modo que a energia cinética dos menores movimentos converte-se em energia térmica por meio da atuação da viscosidade molecular. Logo, a equação exata da energia cinética turbulenta retrata os processos dos pequenos turbilhões e a viscosidade turbulenta é encontrada a partir de ε . A viscosidade turbulenta deve ser determinada a partir das grandes escalas de comprimento e as correlações desconhecidas são aproximadas por meio de expressões relacionadas aos movimentos dos grandes turbilhões. Sendo assim, a equação modelada de ε é usada com o objetivo de descrever a taxa de transferência de energia a partir dos maiores turbilhões para os menores. Portanto, pode-se concluir que a equação modelada da energia cinética turbulenta tem pouca relação com a sua equação exata e o fraco desempenho do modelo k - ε é geralmente arbitrado a essa questão (Miranda, 2014).

No trabalho proposto, será utilizado o modelo k - ε padrão desenvolvido por Jones & Launder (1972), dado pelas equações a seguir.

A equação para a viscosidade turbulenta é dada pela EQ. 3.35.

$$v_t = \frac{C_\mu k^2}{\varepsilon} \quad (3.35)$$

A energia cinética turbulenta em regime permanente é modelada pela EQ. 3.36 abaixo.

$$\bar{u}_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.36)$$

A EQ. 3.37 representa a equação da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta em regime permanente.

$$\bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (3.37)$$

As relações e os coeficientes de fechamento, determinados por meio de experimentos, que auxiliam as equações desse modelo são apresentados a seguir.

$$\omega = \frac{\varepsilon}{C_\mu k}; l_{mis} = \frac{C_\mu k^{3/2}}{\varepsilon}; u_{mis} = k^{1/2}; \quad (3.38)$$

$$C_{\varepsilon 1} = 1,44; C_{\varepsilon 2} = 1,92; C_\mu = 0,09; \sigma_k = 1,0; \sigma_\varepsilon = 1,3$$

Nesse modelo, o tensor de *Reynolds* é calculado por meio da EQ. 3.39.

$$\tau_{ij} = 2\nu_t S_{ij} - \frac{2}{3}k\delta_{ij} \quad (3.39)$$

A vasta utilização desse modelo tem mostrado que o mesmo apresenta bons resultados para a simulação de casos de escoamentos simples, porém a sua deficiência mais conhecida trata-se da sua imprecisão nas proximidades de gradientes de pressão adversos (*Wilcox*, 1988).

3.4.1 TRATAMENTO DE PAREDE PADRÃO

O tratamento de parede utilizado nas simulações numéricas com o modelo *k-ε* é o tratamento de parede padrão. Esse modelo foi proposto por *Launder & Spalding* (1974) e é vastamente utilizado em escoamentos industriais.

Nesse tratamento, a lei da parede para velocidade média gera a EQ. 3.40.

$$U^* = \frac{1}{C_k} \ln(C_E y^*) \quad (3.40)$$

Onde a constante C_k é igual a 0,417 e C_E tem valor igual a 9,793.

O termo U^* é calculado de acordo com a EQ. 3.41.

$$U^* = \frac{U_P C_\mu^{1/4} k_P^{1/2}}{\tau_w / \rho} \quad (3.41)$$

O termo y^* é obtido por meio da EQ. 3.42.

$$y^* = \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2} y_P}{\mu} \quad (3.42)$$

A lei logarítmica dada pela EQ. 3.40 é aplicada para quando $y^* > 11,225$. Quando os valores de y^* são menores que 11,225 nas células adjacentes à parede, utiliza-se a relação descrita na EQ. 3.43.

$$U^* = y^* \quad (3.43)$$

No tratamento de parede padrão para o modelo k - ε , a condição de contorno da energia cinética na parede é dada pela EQ. 3.44.

$$\frac{\partial k}{\partial n} = 0 \quad (3.44)$$

Os termos de produção de energia cinética, G_k , e a taxa de dissipação da energia cinética, ε , nas células adjacentes à parede são calculados de acordo com a hipótese de equilíbrio local, ou seja, assume-se que seus valores são iguais no volume de controle adjacente à parede.

A produção de energia cinética é calculada de acordo com a EQ. 3.45.

$$G_k \approx \tau_w \frac{\partial U}{\partial y} = \tau_w \frac{\tau_w}{k \rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2} y_P} \quad (3.45)$$

A taxa de dissipação de energia cinética é dada pela EQ. 3.46.

$$\varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k_P^{3/2}}{k y_P} \quad (3.46)$$

O tratamento de parede padrão é bastante utilizado em diversos casos de escoamentos presentes na engenharia, apresentado resultados satisfatórios em grande parte deles. Entretanto, a partir do momento em que as situações do escoamento diferem significativamente das condições ideais assumidas por esse tratamento, como a hipótese de equilíbrio constante e equilíbrio local, a sua eficiência é comprometida e os resultados obtidos

tornam-se menos precisos. O caso do escoamento com a presença de gradiente adverso de pressão que provoca a separação da camada limite é um exemplo de escoamento em que o tratamento de parede padrão pode apresentar resultados fracos e imprecisos.

3.5 MODELO $K-\omega$ PADRÃO

Nesse modelo, são resolvidas de forma conjunta duas equações, a equação modelada de k e uma equação para a taxa específica de dissipação da energia cinética turbulenta, resultando em $\omega = \varepsilon/k$. Geralmente ω é determinada como sendo a frequência característica do processo de decaimento da turbulência, onde o seu inverso é a escala de tempo em que a dissipação da energia turbulenta ocorre. A sua taxa é determinada pela taxa de transferência de energia ao longo do espectro de comprimentos, logo ω é definida pelas grandes escalas de movimentos e está intimamente relacionada com as propriedades de escoamento médio (Wendel, 2014).

O modelo $k-\omega$ mais utilizado é o de Wilcox (1988), que é denominado modelo $k-\omega$ padrão, dado pelas equações apresentadas a seguir.

A viscosidade turbulenta nesse modelo é modelada pela EQ. 3.47.

$$\nu_t = a^* \frac{k}{\omega} \quad (3.47)$$

A EQ. 3.48 apresenta a equação para a energia cinética turbulenta em regime permanente.

$$\bar{u}_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + \sigma_k \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.48)$$

A taxa de dissipação específica da energia cinética turbulenta em regime permanente é modelada de acordo com a EQ. 3.49.

$$\bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + \sigma_\omega \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (3.49)$$

As relações e os coeficientes de fechamento, determinados por meio de experimentos, que auxiliam as equações do modelo $k-\omega$ são mostradas abaixo.

$$\begin{aligned}\alpha^* &= 1; \beta^* = 0,075; \sigma_k = 0,5; \sigma_\omega = 0,5; \\ \alpha &= \frac{5}{9}; \beta = 0,075; \varepsilon = \beta^* \omega k; l_{mis} = k^{1/2} / \omega\end{aligned}\quad (3.50)$$

O modelo $k-\omega$ padrão de *Wilcox* (1988) apresenta bom funcionamento para escoamentos de cisalhamento livres e escoamentos sobre placas planas com camada limite, bem como para os escoamentos mais complexos com gradientes adversos de pressão e os escoamentos separados (*Wilcox*, 1998).

O principal ponto negativo desse modelo é que ele apresenta uma forte dependência da condição de contorno na corrente livre para ω (*Wilcox*, 1991; *Menter*, 1992). Nas interfaces turbulentas/não-turbulentas o valor de ω é muito pequeno, e valores ilegítimos de viscosidade turbulenta são encontrados nesta interface. Ao diminuir o valor de ω na corrente livre para zero, pode-se modificar a viscosidade turbulenta dentro de uma camada limite sobre placa plana em até 100% (*Wilcox*, 1998).

3.6 DIFUSÃO CRUZADA

Ao escrever a equação modelada de ε do modelo $k-\varepsilon$ padrão em termos de ω nota-se que ambos os modelos são semelhantes. A EQ. 3.51 mostra a equação de ε desenvolvida em termos de ω .

$$\begin{aligned}\bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} &= \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + \sigma_\omega v_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2 \frac{(v + \sigma v_t)}{k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{\omega}{k} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\sigma - \right. \\ &\quad \left. - \sigma^*) v \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]\end{aligned}\quad (3.51)$$

Ao analisar somente o comportamento do modelo fora das regiões viscosas, onde $v_t \ll v$, o termo mostrado na EQ. 3.52 é o que diferencia o modelo $k-\varepsilon$ do modelo $k-\omega$.

$$2 \frac{\sigma v_t}{k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (3.52)$$

O termo apresentado acima se trata do termo de difusão cruzada, comumente escrito da maneira mostrada na EQ. 3.53, onde σ_d é uma constante.

$$\sigma_d \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (3.53)$$

Diversos autores usam termos de difusão cruzada para relacionar os modelos κ - ε e κ - ω . Na seção seguinte é mostrado um modelo criado por *Menter* (1992), no qual são usados termos de difusão cruzada na formulação de um modelo que age como o modelo κ - ε na região afastada da camada limite e como o modelo κ - ω nas regiões próximas a parede.

3.7 MODELO SST K - ω

O modelo *SST k - ω* (*Shear-Stress Transport k - ω*) (*Menter*, 1994) foi proposto para as simulações de escoamentos aeronáuticos com altos gradientes adversos de pressão e separação de camada limite, por meio de uma combinação dos modelos k - ε e k - ω . Com respeito a casos de escoamentos com camada limite, o modelo k - ω apresenta melhores resultados que o modelo k - ε na solução da região viscosa próxima a parede, e seus resultados tem sido satisfatórios em casos que envolvem gradientes de pressão adversos. Entretanto, o modelo k - ω exige uma condição de contorno não nula para ω para correntes livres não turbulentas, e o fluxo calculado apresenta elevada sensibilidade ao valor especificado (*Menter*, 1994). Foi demonstrado também (*Cazalbou et al*, 1993) que o modelo k - ε não apresenta essa deficiência.

Logo, o modelo *SST k - ω* trata-se da combinação robusta e precisa do modelo k - ω na região próxima das paredes com a independência da corrente livre do modelo k - ε fora da camada limite. O modelo de *Menter* (1994) baseia-se na suposição de *Bradshaw* de que, em escoamentos de camada limite, a tensão de cisalhamento de Reynolds e a energia cinética

turbulenta são proporcionais (*Bradshaw, Ferris & Atwell, 1967*), como mostrado na EQ. 3.54.

$$\tau = a_1 k \quad (3.54)$$

Nesta expressão, τ representa a tensão de cisalhamento de *Reynolds* e a_1 é uma constante igual a 0,3. Para grande parte dos modelos de duas equações diferenciais parciais a relação de *Reynolds* é obtida pela EQ. 3.55.

$$\tau_{ij} = 2C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} = 2 \frac{k}{\omega} S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (3.55)$$

A tensão de cisalhamento de *Reynolds* pode ser obtida através da relação mostrada anteriormente, de forma que:

$$\tau = a_1 k \sqrt{\frac{(\text{produção})_k}{(\text{dissipação})_k}} \quad (3.56)$$

$$(\text{produção})_k = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = 4 \frac{k}{\omega} S_{ij}^2 \quad (3.57)$$

$$(\text{dissipação})_k = \beta^* k \omega = a_1^2 k \omega \quad (3.58)$$

Em casos de escoamentos com a presença de gradiente adverso de pressão, *Menter* (1994) verificou que a relação mais adequada para a viscosidade turbulenta é a descrita pela EQ. 3.54 e a relação padrão mostrada pela EQ. 3.55, em outra forma. Isso levou a uma nova formulação da viscosidade turbulenta, utilizada no modelo *SST k- ω* .

A viscosidade turbulenta nesse modelo é formulada da seguinte maneira:

$$\nu_t = \frac{a_1 \omega}{\max(a_1 \omega; SF_2)} \quad (3.59)$$

A energia cinética turbulenta em regime permanente é modelada pela EQ. 3.60.

$$\bar{u}_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + \sigma_k \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.60)$$

A EQ. 3.61 apresenta a equação diferencial parcial que descreve a taxa de dissipação específica da energia cinética turbulenta em regime permanente.

$$\bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + \sigma_\omega v_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (1 - F_1) 2\sigma_d \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (3.61)$$

A função de mistura denominada F_1 é um (levando ao modelo $k-\omega$ padrão) na região interna da camada limite turbulenta e é igual a zero (modelo $k-\varepsilon$ padrão) na borda externa da camada. O conjunto de fechamento para o *SST* $k-\omega$ é calculado por meio do uso de uma função de mistura entre as constantes ϕ_1 , do modelo $k-\omega$ padrão e ϕ_2 do modelo $k-\varepsilon$, como mostrado na EQ. 3.62.

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (3.62)$$

Essa função de mistura é dada por:

$$F_1 = \text{tanh}\{(\text{arg}_1)^4\} \quad (3.63)$$

$$\text{arg}_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}; \frac{500v}{d^2 \omega} \right); \frac{4\sigma_\omega k}{CD_{k\omega} d^2} \right] \quad (3.64)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho\sigma_D \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; 10^{-10} \right) \quad (3.65)$$

O termo $CD_{k\omega}$ é a parte positiva do termo de difusão cruzada e d é a distância até a parede mais próxima.

A função de mistura utilizada no cálculo da viscosidade turbulenta é dada por:

$$F_2 = \text{tanh}\{(\text{arg}_2)^2\} \quad (3.66)$$

$$\text{arg}_2 = \max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}; \frac{500v}{d^2 \omega} \right) \quad (3.67)$$

As constantes do modelo *SST* $k-\omega$ são apresentadas na TAB. 3.1.

TAB. 3.1 Constantes do modelo *SST k- ω* .

Constante	ϕ_1	ϕ_2
B	0,0750	0,0828
β^*	0,09	0,09
σ_k	0,5	1,0
σ_ω	0,5	0,856
σ_D	0,856	0,856
A	5/9	0,44

3.8 MODELO *RSM*

O modelo tratado anteriormente trata-se de um modelo *RANS* baseado na Hipótese de *Boussinesq*. Apesar de apresentar uma boa solução para o problema de fechamento das equações médias de *Reynolds*, os modelos do tipo *RANS* que utilizam a Hipótese de *Boussinesq* apresentam algumas falhas, geralmente relacionadas às limitações impostas pelo conceito de viscosidade turbulenta (Rezende, 2009).

O modelo *RSM* (*Reynolds Stress Model*) trata-se de uma alternativa ao modelo tratado anteriormente, baseado na determinação de equações diretas para o transporte de *Reynolds*. Os modelos do tipo *RSM* normalmente são denominados modelo de fechamento direto ou modelo de segunda ordem (Launder, 1989; Launder & Shima, 1989).

As equações de transporte para as tensões de *Reynolds* podem ser determinadas através das equações de *Navier-Stokes* e são dadas pela EQ. 3.68.

$$\frac{\partial \overline{w_i w_j u_i}}{\partial x_l} = D_{ij} + P_{ij} + \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (3.68)$$

O lado esquerdo da EQ. 3.68 diz respeito ao transporte convectivo do tensor de *Reynolds* ao longo do escoamento médio.

O primeiro termo do lado direito é denominado termo de transporte difusivo e representa a taxa de difusão provocada pela viscosidade molecular do fluido, pelas flutuações p' da

pressão e pela turbulência. O termo de difusivo é dado pela EQ. 3.69.

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_l} \left[\nu \frac{\partial}{\partial x_l} (\overline{u'_i u'_j}) \right] - \frac{\partial}{\partial x_l} \left[\overline{u'_i u'_j u'_l} + \frac{p'}{\rho} (\delta_{lj} u'_i + \delta_{li} u'_j) \right] \quad (3.69)$$

O segundo termo trata-se do termo de produção de tensão e representa a taxa de produção da tensão turbulenta ao passo em que a mesma é transportada ao longo do escoamento, sofrendo influência dos gradientes de velocidade média (Rezende, 2009). Este termo é apresentado abaixo na EQ. 3.70.

$$P_{ij} = - \left[\overline{u'_i u'_l \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} + u'_j u'_l \frac{\partial u'_i}{\partial x_l}} \right] \quad (3.70)$$

O termo de pressão Φ_{ij} , dado pela EQ. 3.71, envolve correlações entre taxas de deformação e flutuações de pressão e atua na redistribuição de energia entre os componentes normais da tensão de Reynolds quando $i = j$ e na redução da tensão cisalhante quando $i \neq j$. Esse termo tende a tornar a turbulência mais isotrópica e a sua modelagem tem sido objetivo de vários estudos, sendo um dos temas principais no desenvolvimento dos modelos de fechamento de segunda ordem (Rezende & Nieckele, 2009).

$$\Phi_{ij} = \frac{p'}{\rho} \left[\frac{\partial w_l}{\partial x_j} + \frac{\partial w_j}{\partial x_l} \right] \quad (3.71)$$

O termo ε_{ij} diz respeito à taxa de dissipação do tensor de *Reynolds* provocada pela viscosidade, dado pela EQ. 3.72.

$$\varepsilon_{ij} = 2\nu \left[\frac{\partial w_l}{\partial x_l} \frac{\partial w_j}{\partial x_l} \right] \quad (3.72)$$

Os termos relacionados ao transporte convectivo do tensor de *Reynolds* e a produção de tensão não demandam uma modelagem, uma vez que os mesmos são exatos e dependem somente dos componentes do tensor de *Reynolds*. Entretanto, os termos de difusão, de pressão e de dissipação apresentam quantidades desconhecidas, sendo necessária uma modelagem específica. Entre esses três, o termo de pressão exige uma modelagem mais complexa, sendo

um ponto importante no desenvolvimento dos modelos de fechamento de segunda ordem.

Ao realizar a derivação da equação de transporte para o tensor de *Reynolds* $-\overline{u'_i u'_j}$ observa-se o surgimento de um termo de correlação tripla entre as flutuações de velocidade $\overline{u'_i u'_j u'_l}$. Da mesma maneira, ao derivar a equação de transporte dessa correlação tripla irá surgir um termo de relação quádrupla, como mostrado na EQ. 3.69. Logo, conclui-se que cada equação para um momento estatístico de ordem n origina um termo com um momento de ordem $n + 1$, reforçando o problema de fechamento da turbulência (Rezende, 2009).

3.8.1 MODELAGEM DO TERMO D_{ij}

Com o objetivo de resolver o problema originado com a presença do termo de correlação tripla entre as flutuações de velocidade, *Daly & Harlow* (1970) formularam um modelo com base na hipótese da difusão gradiente generalizada. Nesse modelo, o termo de transporte difusivo é dado pela equação mostrada a seguir.

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_l} \left[v \frac{\partial}{\partial x_l} (\overline{u'_i u'_j}) \right] + c_s \frac{\partial}{\partial x_l} \left[\frac{k}{\varepsilon} \overline{u'_k u'_l} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} \right] \quad (3.73)$$

Porém, observou-se que o uso da EQ. 3.66 pode causar instabilidades numéricas. Sendo assim, um novo modelo de difusão gradiente simplificada foi proposto por *Lien & Leschziner* (1994), onde a difusividade turbulenta escalar é isotrópica. Esse novo modelo é dado por meio da EQ. 3.74.

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_l} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial}{\partial x_l} (\overline{u'_i u'_j}) \right] \quad (3.74)$$

Onde σ_k tem valor igual a 0,82 e a viscosidade turbulenta é descrita através da EQ. 3.75.

$$v_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.75)$$

3.8.2 MODELAGEM DO TERMO ε_{ij}

Na modelagem do termo de dissipação do tensor de *Reynolds* assume-se que esse processo acontece de maneira isotrópica nas menores escalas, de maneira análoga ao que é realizado no modelo k - ε . Sendo assim:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (3.76)$$

A taxa de dissipação da energia cinética turbulenta é calculada através da equação de transporte formulada por *Hanjalic* (1994), mostrada na EQ. 3.77.

$$\frac{\partial \overline{u_j \varepsilon}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \left[\frac{C_{1\varepsilon} P_{ii}}{\rho} - C_{2\varepsilon} \varepsilon \right] \frac{\varepsilon}{k} \quad (3.77)$$

As constantes dessa equação são apresentadas a seguir.

$$C_{1\varepsilon} = 1,44; C_{2\varepsilon} = 1,92; \sigma_\varepsilon = 0,50 \quad (3.78)$$

3.8.3 MODELAGEM DO TERMO Φ_{ij}

A modelagem do termo de pressão abordada no presente trabalho é a realizada por *Launder, Reece & Rody* (1975), denominado modelo *LRR*, sendo esse um dos primeiros modelos de segunda ordem.

Nesse modelo, a correlação pressão-deformação é decomposta em dois termos, originados através da técnica de eliminação da flutuação da pressão por meio da equação de *Poisson* (*Launder & Sandham*, 2001). Essa decomposição é mostrada na EQ. 3.79.

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij,1} + \Phi_{ij,2} \quad (3.79)$$

O primeiro termo da soma diz respeito à contribuição das interações das flutuações da

velocidade no processo de redistribuição, enquanto o segundo termo diz respeito a contribuição relacionada ao gradiente de velocidade média, ou deformação média.

O termo Φ_{ij} age na distribuição da energia cinética turbulenta entre os componentes do tensor de *Reynolds*. A princípio, a turbulência apresenta elevado grau de anisotropia, onde certos componentes do tensor de *Reynolds* apresentam magnitudes significativamente maiores que outros. Entretanto, por meio da decomposição mostrada na EQ. 3.79, a energia turbulenta passa a se distribuir de uma maneira mais equilibrada entre todas as componentes do tensor de *Reynolds*, o que ocasiona um comportamento isotrópico da turbulência. Sendo assim, conclui-se que quanto mais anisotrópico for o escoamento, maior será a influência do termo Φ_{ij} e, se a turbulência apresentar um comportamento mais isotrópico, menor é a influência desse termo no escoamento (*Rezende, 2009*).

O primeiro termo da EQ. 3.79 é modelado por *Rotta (1951)*, ao considerar que esse termo é proporcional a anisotropia, da forma mostrada na EQ. 3.80 a seguir.

$$\Phi_{ij,1} = -C_{LRR,1} \frac{\varepsilon}{k} \left[\overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] \quad (3.80)$$

O segundo termo da decomposição tratada no modelo *LRR* pode ser modelado através do modelo proposto por *Launder et al. (1975)* e *Naot et al. (1970)*, como mostra a EQ. 3.81.

$$\Phi_{ij,2} = -C_{LRR,1} \left(P_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} P_{kk} \right) \quad (3.81)$$

Esse termo propõe que a parte referente à deformação média do termo de esforço de pressão é proporcional a anisotropia da produção do tensor de *Reynolds*, sendo a contrapartida direta do primeiro termo da decomposição do modelo *LRR*.

O modelo *LRR* foi modificado por *Gibson & Launder* em 1978, onde são incorporados os efeitos de parede, de modo que o termo de pressão passa a ser escrito da forma mostrada na EQ. 3.82.

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij,1} + \Phi_{ij,2} + \Phi_{ij,w} \quad (3.82)$$

Esse novo termo está relacionado à redistribuição da tensão normal nas regiões próximas à parede. Sua função é aumentar as tensões cisalhantes paralelas à parede e diminuir a tensão

normal perpendicular à parede. O termo relacionado aos efeitos de parede é mostrado na EQ. 3.83 abaixo.

$$\begin{aligned} \Phi_{ij,w} = & C_{LRR,3} \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u'_k u'_m n_k n_m} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u'_i u'_k n_j n_k} - \frac{3}{2} \overline{u'_i u'_k n_j n_k} \right) f_w + \\ & + C_{LRR,4} \left(\phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik,2} n_j n_k - \frac{3}{2} \phi_{ik,2} n_i n_k \right) f_w \end{aligned} \quad (3.83)$$

Nota-se o aparecimento do termo f_w , relacionado à função de escala que ocasiona o amortecimento da contribuição do termo relacionado aos efeitos de parede mostrados anteriormente à medida que o escoamento se afasta da parede. Essa função de escala é dada pela EQ. 3.84.

$$f_w = \frac{k^{3/2}/\varepsilon}{2,5d} \quad (3.84)$$

Com o objetivo de tornar o modelo *LRR* melhor para casos de escoamentos com a presença de camada limite ao utilizar o modelo *RSM*, *Launder & Shima* (1989) modelaram os valores dos termos $C_{LRR,1}$, $C_{LRR,2}$, $C_{LRR,3}$ e $C_{LRR,4}$ como funções de invariantes das tensões de *Reynolds* e do número de *Reynolds* turbulento, sendo este dado pela EQ. 3.85.

$$Re_t = \left(\frac{k^2}{\nu \varepsilon} \right) \quad (3.85)$$

Sendo assim, esses termos são dados por:

$$C_{LRR,1} = 1 + 2,58A\sqrt{A_2}\{1 - \exp[-(0,0067Re_t)^2]\} \quad (3.86)$$

$$C_{LRR,2} = 0,75\sqrt{A_2} \quad (3.87)$$

$$C_{LRR,3} = -\frac{2}{3}C_{LRR,1} + 1,67 \quad (3.88)$$

$$C_{LRR,4} = \max \left[\frac{\frac{2}{3}C_{LRR,2} - \frac{1}{6}}{C_{LRR,2}}, 0 \right] \quad (3.89)$$

Onde A e os invariantes A_2 e A_3 são apresentados nas EQ. 3.90 a 3.92.

$$A = \left[1 - \frac{9}{8}(A_2 - A_3) \right] \quad (3.90)$$

$$A_2 = a_{ik}a_{ki} \quad (3.91)$$

$$A_3 = a_{ik}a_{kj}a_{ji} \quad (3.92)$$

Sendo a_{ij} o tensor isotrópico, dado por:

$$a_{ij} = - \left(\frac{-\overline{u'_i u'_j} + \frac{2}{3}k\delta_{ij}}{k} \right) \quad (3.93)$$

3.8.4 Equação de Transporte do Modelo *RSM*

A equação de transporte do modelo *RSM* é então dada pelo agrupamento dos termos abordados anteriormente, além da solução da equação para ε . A EQ. 3.94 apresenta a equação de transporte do modelo *RSM*, de acordo com as modelagens mostradas nas seções anteriores.

$$\frac{\partial \overline{u'_i u'_j u'_l}}{\partial x_l} = \frac{\partial}{\partial x_l} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial}{\partial x_l} (\overline{u'_i u'_j}) \right] - \left[\overline{u'_i u'_l} \frac{\partial \overline{u'_j}}{\partial x_l} + \overline{u'_j u'_l} \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_l} \right] + \Phi_{ij,1} + \Phi_{ij,2} + \Phi_{ij,w} - \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (3.94)$$

3.8.5 TRATAMENTO DA REGIÃO PRÓXIMA À PAREDE

O tratamento utilizado nas regiões próximas às paredes na simulação realizada com o modelo *RSM* no presente trabalho é denominado tratamento de parede aprimorado, baseado na combinação de um modelo de duas camadas com funções de paredes aprimoradas. Essa técnica requer um elevado refinamento da malha nas regiões próximas à parede. Segundo

Rezende (2009), o modelo *RSM* foi formulado inicialmente para aplicação em escoamentos turbulentos sem a influência da parede, então o tratamento de parede aprimorado é necessário para o caso do escoamento turbulento sobre degrau descendente, uma vez que as regiões próximas à parede são de grande importância nesse estudo.

A abordagem de duas camadas é usada nesse tratamento para determinar os valores de ε e da viscosidade turbulenta nas regiões próximas à parede. Para isso, o domínio é dividido em duas regiões, a primeira trata-se da região mais próxima à parede, onde o escoamento é afetado pela ação da viscosidade do fluido. A segunda região diz respeito à região distante da parede, chamada de região totalmente turbulenta. O domínio é dividido de acordo com o valor do número de *Reynolds* turbulento, dado pela EQ. 3.95.

$$Re_y = \frac{\rho y \sqrt{k}}{\mu} \quad (3.95)$$

Quando o valor de Re_y é menor que 200 a região em questão é a região mais próxima à parede, onde a viscosidade do fluido influencia o escoamento. Para valores de Re_y maiores que 200 encontra-se a região totalmente turbulenta.

Na região totalmente turbulenta o escoamento é solucionado de acordo com as equações do modelo *RSM* mostradas nas seções anteriores.

O modelo de uma equação de *Wolfstein* (1969) é aplicado na resolução do escoamento na região próxima à parede, em que $Re_y < 200$. Nesse modelo, as equações de momento e de energia cinética são resolvidas como já descrito nas seções anteriores. A viscosidade turbulenta é calculada a partir da EQ. 3.96.

$$v_{t,2c} = \rho C_v l_v \sqrt{k} \quad (3.96)$$

O termo C_v trata-se de uma constante com valor igual a 0,09 e o comprimento de escala l_v é formulado por *Chen & Patel* (1988), dado pela EQ. 3.97.

$$l_v = y C_l^* (1 - e^{-Re_y/A_v}) \quad (3.97)$$

Além das duas regiões tratadas, *Jongen & Marx* (1997) formulou uma técnica para calcular o valor da viscosidade turbulenta nas regiões de transição entre as duas camadas.

Sendo assim, a viscosidade turbulenta de transição é calculada por meio da EQ. 3.98.

$$v_{t,trans} = \lambda_\varepsilon v_t + (1 - \lambda_\varepsilon) v_{t,2c} \quad (3.98)$$

O termo λ_ε diz respeito à função de mistura, com valor unitário na região distante da parede e é igual a zero nas regiões muito próximas à parede. Essa função de mistura é dada pela EQ. 3.99.

$$\lambda_\varepsilon = \frac{1}{2} \left[1 + \tanh \left(\frac{Re_y - 200}{A} \right) \right] \quad (3.99)$$

O campo de ε é calculado pela EQ. 3.100.

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon} \quad (3.100)$$

O comprimento de escala foi formulado por *Chen & Patel* (1988) e é dado pela EQ. 3.101.

$$l_\varepsilon = y C_l^* (1 - e^{-Re_y/A_\varepsilon}) \quad (3.101)$$

As constantes utilizadas nas fórmulas de comprimento de escala são mostradas a seguir.

$$C_l^* = k C_v^{-3/4}; A_v = 70; A = 26,588; A_\varepsilon = 2 C_l^* \quad (3.102)$$

4 MÉTODO NUMÉRICO

Neste capítulo será abordado o método de discretização das equações de governo mais utilizado em casos de escoamentos em superfícies planas, denominado Método dos Volumes Finitos (*McDonald, 1971; MacCormack & Paullay, 1972*). Além desse método, serão apresentados os esquemas numéricos envolvidos na solução do caso tratado no presente trabalho com o objetivo de gerar os melhores resultados possíveis.

A função de um método numérico é resolver uma ou mais equações diferenciais através da substituição das derivadas existentes na equação por expressões algébricas que envolvam a função incógnita. Um método analítico que possibilitasse a resolução das equações diferenciais permitiria a obtenção da solução de forma fechada e o cálculo dos valores das variáveis dependentes para um número infinito de pontos. Entretanto, ao realizar uma aproximação numérica da equação diferencial, obtém-se a solução em um número discreto de pontos e, quanto maior for o número de pontos, espera-se que mais próxima da solução exata seja a solução aproximada obtida (*Gonçalves, 2007*).

O código numérico deve possibilitar a análise de escoamentos em geometrias complexas, utilizando malhas estruturadas ou não estruturadas, dependendo da conveniência, assim como malha não uniforme. Por fim, o código deve ser de tal paralelização, visando o menor tempo de processamento dos casos em estudo (*Rezende, 2009*).

O método dos volumes finitos tem grande flexibilidade na sua utilização e apresenta resultados com uma elevada exatidão (*Collie et al, 2008*). Esse método também possibilita a aplicabilidade de diversos tipos de modelos de turbulência, importante vantagem para o presente trabalho. Além disso, trata-se de um método inerentemente conservativo, uma vez que satisfaz os princípios de conservação em nível discreto.

Todas as simulações computacionais realizadas no presente estudo foram feitas com a utilização do software *ANSYS® FLUENT®*. Tal programa foi usado para a construção da geometria, construção das malhas, além de suporte aos métodos numéricos e equações de governo e no pós-processamento dos casos construídos.

O software utilizado no presente trabalho disponibiliza diversos esquemas para as simulações computacionais. Com relação aos esquemas de interpolação utilizados para encontrar os valores das variáveis avaliadas no caso estudado nas faces dos volumes de

controle, o ANSYS® FLUENT® apresenta a disposição do usuário os esquemas *Upwind* de Primeira Ordem, *Upwind* de Segunda Ordem, *Power Law*, *Quick* e Diferenças Centrais. Com o objetivo de obter uma discretização com uma elevada precisão, o esquema de interpolação utilizado em todos os casos construídos no presente trabalho é o *QUICK*, um método aprimorado que envolve os esquemas *Upwind* de Segunda Ordem e Diferença Central.

Sobre os esquemas de acoplamento velocidade e pressão, os esquemas disponíveis pelo programa utilizado são o *SIMPLE* (Patankar, 1980), *SIMPLEC* (Vandormaal & Raithby, 1984) e *PISO* (Issa, 1986). O esquema *SIMPLE* apresenta um bom desempenho em diversos tipos de casos envolvendo escoamento turbulento e por isso foi utilizado em todas as simulações realizadas no presente estudo.

Para a resolução do sistema de equações lineares originados pela discretização das equações de governo foi utilizada a técnica *Multigrid* (Hutchinson & Raithby, 1986). O problema foi considerado convergido quando todos os resíduos forem menores que 10^{-6} .

4.1 MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

O Método dos Volumes Finitos (MVF) tem ganhado notoriedade na comunidade da engenharia e especificamente da dinâmica dos fluidos por se tratar de um método conservativo, com elevada versatilidade e com resultados altamente precisos.

A primeira fase desse método é a divisão do domínio da solução em um número finito de volumes de controle, onde a equação da conservação é aplicada a cada um deles. Os valores das variáveis são calculados no centroide de cada volume de controle, obtendo-se então uma equação algébrica para cada um, dando origem a um sistema de equações algébricas. O próximo passo trata-se da integração na forma diferencial das equações de governo em cada volume de controle, utilizando perfis de interpolação para obter a variação da grandeza procurada (pressão, velocidade, entre outras) entre os centroides de cada volume de controle. Origina-se então uma equação denominada equação de discretização.

Com o objetivo de melhor compreender essa técnica, o Método dos Volumes finitos será aplicado à equação da continuidade para o caso bidimensional em regime permanente e escoamento incompressível abordado no presente trabalho. Sendo assim, a EQ. 3.4 é escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4.1)$$

A FIG. 4.1 apresenta uma célula qualquer do domínio bidimensional da equação da continuidade para o caso analisado, juntamente com a nomenclatura dos pontos de interesse desse volume finito.

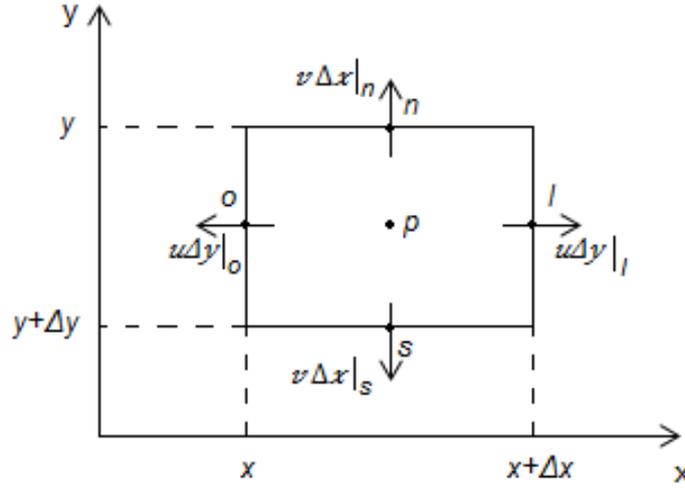


FIG. 4.1 Aplicação da equação da continuidade em uma célula qualquer do domínio bidimensional.

O passo seguinte é integrar a equação da continuidade dada pela EQ. 4.1 no volume finito mostrado na FIG. 4.1. Sendo assim, obtém-se:

$$\int_n^s \int_l^o \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (4.2)$$

$$\int_s^n (u|_l - u|_o) dy + \int_o^l (\rho v|_n - \rho v|_s) dx = 0 \quad (4.3)$$

$$u\Delta y|_l - u\Delta y|_o + v\Delta x|_n - v\Delta x|_s = 0 \quad (4.4)$$

$$u_l\Delta y - u_o\Delta y + v_n\Delta x - v_s\Delta x = 0 \quad (4.5)$$

Ao dividir a EQ. 4.5 por $\Delta x\Delta y$, obtém-se a equação da continuidade discretizada para o volume finito analisado através do Método dos Volumes Finitos, dada pela EQ. 4.6.

$$\frac{u_l - u_o}{\Delta x} + \frac{v_n - v_s}{\Delta y} = 0 \quad (4.6)$$

Ao realizar esse procedimento para cada volume de controle é gerada uma equação discretizada para cada um deles, resultado em um sistema de equações algébricas e a sua resolução será discutida nas próximas seções.

Uma das principais vantagens do Método dos Volumes Finitos diz respeito ao fato de que a solução encontrada no mesmo satisfaz a conservação de quantidades como energia, massa e quantidade de movimento. Sua propriedade conservativa é válida para cada um dos volumes de controles existentes, bem como para todo o domínio computacional, até mesmo para malhas mais grosseiras (*Rezende, 2009*).

Segundo *Gonçalves (2004)*, esse método pode ser utilizado para qualquer tipo de malha, adequando-se bem em casos com geometrias complexas. Além disso, o autor aponta como vantagem do MVF a sua simples compreensão, uma vez que todos os termos envolvidos nesse método apresentam significado físico, motivo pelo qual o método tornou-se popular na área da engenharia. Como desvantagem, apresenta a dificuldade desse método em casos tridimensionais com malhas não estruturadas, pelo fato de que esse método requer três níveis de aproximação: interpolação, diferenciabilidade e integração.

4.2 DISCRETIZAÇÃO E SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO GERAL DE TRANSPORTE

Ao observar as equações de conservação, como as descritas pela EQ. 3.4 e EQ. 3.10, nota-se a presença de termos que representam o acúmulo, o transporte convectivo, o transporte difusivo e a geração de determinada grandeza. Sendo assim, de uma maneira geral, a equação geral de transporte de uma variável qualquer, ϕ , pode ser escrita como mostra a EQ. 4.7.

$$\frac{\partial \rho u_j \phi}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad (4.7)$$

O primeiro termo dessa equação diz respeito ao transporte convectivo da variável analisada. O segundo termo está relacionado ao transporte difusivo, sendo Γ_ϕ o coeficiente de difusão associado a variável ϕ . Por fim, o último termo é o termo fonte, relacionado à geração de ϕ por unidade de volume.

Utiliza-se então o método dos volumes finitos para transformar a equação geral de transporte dada pela EQ. 4.7 em uma equação algébrica, que pode ser solucionada numericamente. Sendo assim, integra-se a equação geral de transporte em cada volume de controle, dando origem a uma equação discreta satisfazendo a lei de conservação no volume de controle.

A discretização das equações de governo é realizada por meio da integração da equação geral de transporte em um volume de controle arbitrário \mathcal{V} , como apresentado na EQ. 4.8.

$$\int_A \rho \phi u_j n_j dA = \int_A \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} n_j dA + \int_V S_\phi dV \quad (4.8)$$

Na EQ. 4.8, o termo n_j é o vetor unitário normal à superfície do volume de controle, onde o seu sentido aponta para fora do elemento. O termo dA diz respeito à magnitude do elemento de área da superfície de controle. Aplica-se essa equação para cada um dos volumes de controle no domínio computacional.

A FIG. 4.2 mostra um volume de controle bidimensional com as nomenclaturas que serão utilizadas para descrever a face e as células que compartilham a mesma.

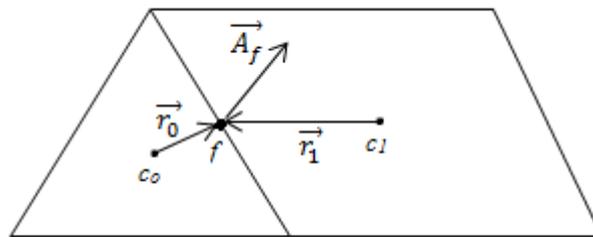


FIG. 4.2 Volume de controle bidimensional.

A EQ. 4.9 apresenta a discretização da EQ. 4.8 para um volume de controle e suas fronteiras.

$$\sum_f^{N_{faces}} \rho_f u_{f_j} \phi_f n_{f_j} A_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)_f n_{f_j} A_f + S_\phi \forall \quad (4.9)$$

Na EQ. 4.9 o número de faces que compõe o volume de controle é dado por N_{faces} , ϕ_f diz respeito ao valor de ϕ transportada pela face, $\rho_f u_{f_j} \phi_f n_{f_j} \vec{A}_f$ diz respeito ao fluxo de massa através da face, n_{f_j} é o vetor unitário normal à face, a área da face é dada por A_f , $\left(\frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)_f = \nabla \phi_f$ é o gradiente de ϕ na face f e o volume da célula é dada por \forall .

A EQ. 4.9 é resolvida pelo software para o caso bidimensional com malha estruturada construído no presente trabalho. Essa equação apresenta a variável escalar ϕ desconhecida no centro do volume de controle, além de valores desconhecidos de ϕ nas células vizinhas ao volume de controle em questão.

O número de células adjacentes para cada volume de controle é definido com base da malha criada, sendo igual à quantidade de faces que fazem parte do volume de controle. Sendo assim, são elaboradas equações similares à EQ. 4.9 para cada um das células que compõe a malha construída, gerando um sistema de equações algébricas com uma matriz de coeficientes esparsa.

4.2.1 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL

O método dos volumes finitos é utilizado para determinar os valores discretos da variável escalar ϕ nos centros de cada um dos volumes de controle. Entretanto, é necessário calcular os valores das faces ϕ_f dos volumes de controles em questão, e esses são encontrados pela interpolação através dos valores centrais dos mesmos.

Existem diversas técnicas de interpolação com o objetivo de encontrar o valor das variáveis nas faces dos volumes de controle e algumas delas serão discutidas no presente trabalho. Dentre elas, a técnica utilizada em todos os casos simulados nesse estudo é o esquema *QUICK*, que se trata de uma média ponderada entre os esquemas de Diferença Central e *Upwind de Segunda Ordem*.

4.2.1.1 ESQUEMA UPWIND

O esquema *Upwind* (Patankar, 1980) baseia-se no fato de que as variáveis transportadas movem-se na direção em que o escoamento ocorre, sendo assim o valor da variável escalar na face ϕ_f é determinado por meio do valor da variável ϕ_{up} que se encontra a montante, relacionado à direção da velocidade principal do escoamento.

A FIG. 4.3 mostra dois volumes de controles bidimensionais, juntamente com as nomenclaturas da face e da célula a montante que serão usadas para descrever os esquemas do tipo *Upwind* nessa seção.

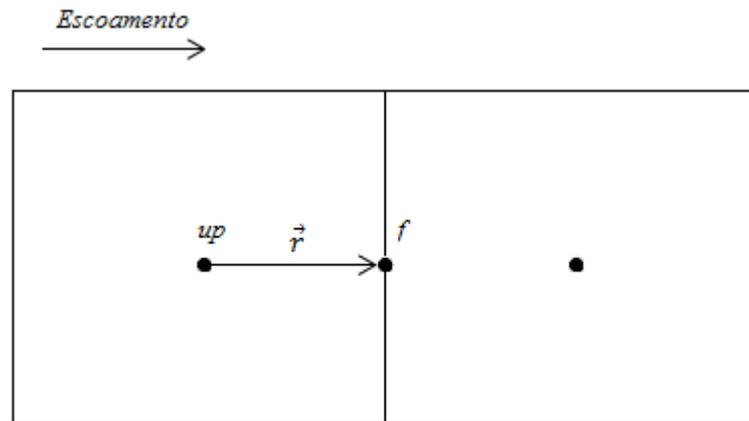


FIG. 4.3 Volumes de controle bidimensionais e nomenclaturas utilizadas para descrever os esquemas *Upwinds*.

A EQ. 4.10 descreve o esquema chamado *Upwind* de Primeira Ordem.

$$\phi_f = \phi_{up} \quad (4.10)$$

Com o objetivo de obter uma precisão de ordem maior, utilizam-se esquemas de interpolação empregando uma maior quantidade de pontos. Uma precisão de segunda ordem é obtida pela interpolação de ϕ_f através de uma expansão de *Taylor* da solução ϕ em torno do elemento central, de acordo com a EQ. 4.11.

$$\phi_f = \phi_{up} + (\nabla\phi \cdot \vec{r})_{up} \quad (4.11)$$

O termo ϕ_{up} representa o valor dessa grandeza na célula central, $\nabla\phi_{up}$ refere-se ao seu gradiente na célula a montante e \vec{r} é o vetor deslocamento que faz a união entre o centro da célula à montante e a face do volume de controle. Esse esquema empregando esses dois pontos, descrito pela EQ. 4.11, é chamado de *Upwind* de Segunda Ordem.

O gradiente $\nabla\phi$, localizado em um volume de controle central, é obtido através do teorema de *Green-Gauss*. Esse teorema afirma que a integral de superfície de uma função escalar é igual à integral de volume do gradiente da mesma, como mostrado abaixo.

$$\int_V \nabla\phi dV = \int_S \phi \hat{n} dS \quad (4.12)$$

Assumindo que o gradiente em questão é constante no volume de controle, a EQ. 4.12 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\int_V \nabla\phi dV = \nabla\phi V = \int_S \phi \hat{n} dS \quad (4.13)$$

Por fim, é realizada a aproximação da integral de superfície como um somatório do produto do valor médio da variável ϕ em cada face e o vetor de área da face, como mostrado na EQ. 4.14.

$$\nabla\phi = \frac{1}{V} \sum_{faces} \phi_f S_f \quad (4.14)$$

O termo V trata-se do volume da célula central e S_f é o vetor que representa a área da face. O valor da face ϕ_f é calculado por meio da média aritmética dos valores dos centros dos volumes de controle adjacentes à face, dada pela EQ. 4.15.

$$\phi_f = \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \quad (4.15)$$

4.2.1.2 ESQUEMA DE DIFERENÇAS CENTRAIS

O valor da variável na face do volume de controle, ϕ_f , é obtido no esquema de Diferenças Centrais por meio da EQ. 4.16, mostrada abaixo.

$$\phi_f = \frac{1}{2}(\phi_0 + \phi_1) + \frac{1}{2}(\nabla\phi_0 \cdot \vec{r}_0 + \nabla\phi_1 \cdot \vec{r}_1) \quad (4.16)$$

Os índices 0 e 1 das variáveis dizem respeito às células que compartilham a face em questão (como mostrado na FIG. 4.2), os gradientes $\nabla\phi_0$ e $\nabla\phi_1$ são determinados através da EQ. 4.14 e os vetores \vec{r}_0 e \vec{r}_1 são calculados por meio da EQ. 4.11.

O esquema de Diferenças Centrais descrito pela EQ. 4.16 apresenta a grande desvantagem de frequentemente produzir oscilações fisicamente incoerentes na solução dos casos, além de gerar perturbações que atrasam a convergência do problema (*Benazza et al, 2007*). Para solucionar essas questões, utiliza-se o método de Diferenças Centrais Limitado, baseado no Diagrama de Variáveis Normalizadas, formulado por *Leonard (1991)*, juntamente com o Critério de Convecção Limitada.

4.2.1.3 ESQUEMA *QUICK*

O esquema *QUICK* foi proposto por *Leonard & Mokhtari (1990)* com a finalidade de elevar a precisão no cálculo do valor da variável na face do volume de controle, ϕ_f . Esse esquema trata-se basicamente de uma média ponderada envolvendo os esquemas *Upwind* de Segunda Ordem e Diferenças Centrais.

A FIG. 4.4 apresenta um volume de controle unidimensional com três células, suas nomenclaturas e os comprimentos das mesmas.

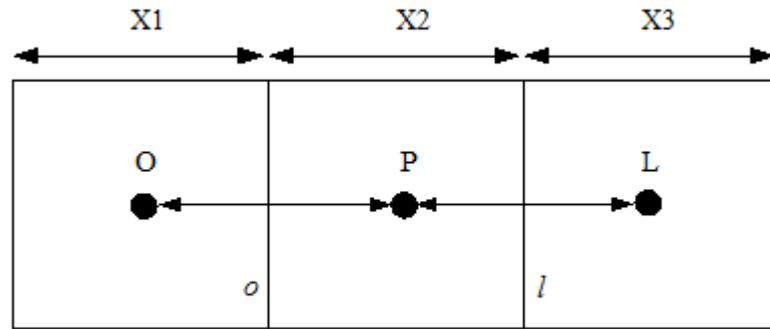


FIG. 4.4 Volume de controle unidimensional.

O valor da variável de face ϕ_e é calculado de acordo com a EQ. 4.16.

$$\phi_l = \beta \left[\frac{X_3}{X_2+X_3} \phi_P + \frac{X_2}{X_3+X_2} \phi_L \right] + (1 - \beta) \left[\frac{X_1+2X_2}{X_1+X_2} \phi_P - \frac{X_2}{X_1+X_2} \phi_O \right] \quad (4.16)$$

Quando β é igual à zero, a EQ. 4.16 torna-se a equação correspondente ao esquema *Upwind* de Segunda Ordem. Já quando β tem valor unitário, essa equação se resume ao esquema de Diferença Central. O esquema *QUICK* tradicional, proposto por Leonard (1979), apresenta valor de β igual a 1/8.

O esquema *QUICK* é o esquema de interpolação utilizado em todos os casos simulados no presente trabalho, por ser uma melhoria dos esquemas *Upwind* de Segunda Ordem e Diferença Central e apresentar resultados mais precisos.

4.3 DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES

As duas equações que governam o caso abordado no presente trabalho, a equação da continuidade e a equação da conservação da quantidade de momento linear, tratam-se de casos particulares da equação geral de transporte dada pela EQ. 4.7. Entretanto, algumas particularidades desta equação requerem uma análise mais elaborada. Dentre elas, tem-se o fato de que a variável está presente no termo de transporte, quando ϕ é substituído por u_j , o que leva ao acoplamento entre as equações dos diferentes componentes do vetor velocidade e

ocasionando a não-linearidade do termo convectivo. Além dessas questões, existe a dificuldade causada pela presença do gradiente de pressão no termo fonte, sendo esse desconhecido, uma vez que não há uma equação de conservação da pressão.

Nessa seção será apresentada a discretização detalhada das equações da continuidade e da conservação da quantidade de momento linear, abordando os métodos usados para a realização da mesma.

A discretização da equação da conservação da quantidade de momento linear pode ser realizada através do esquema apresentado na seção 4.2. Porém, nessa discretização deve-se tornar a pressão explícita, uma vez que essa grandeza é desconhecida. A EQ. 4.17 apresenta a discretização da equação de quantidade de movimento linear para um componente qualquer.

$$a_p^u u_{c_0} = \sum_f p_f n_f A_f + S \quad (4.17)$$

Os termos relacionados ao campo de pressão e os fluxos de massa nas faces presentes na EQ. 4.17 impossibilitam que a mesma seja resolvida apenas com a técnica abordada na seção 4.2, requerendo então que esses termos sejam determinados como elementos da solução do problema.

Ao observar a EQ. 4.17, nota-se a necessidade de determinar o valor da pressão nas faces das células do domínio. *Rhie & Chow* (1983) formularam a seguinte equação com o objetivo de interpolar a pressão na face das células:

$$p_f = \frac{\frac{p_{c_0}}{a_{p,c_0}^u} + \frac{p_1}{a_{p,c_1}^u}}{\frac{1}{a_{p,c_0}^u} + \frac{1}{a_{p,c_1}^u}} \quad (4.18)$$

Onde a_{p,c_0}^u e a_{p,c_1}^u tratam-se dos coeficientes determinados por meio da equação de quantidade de movimento, dada pela EQ. 4.17. A velocidade na face do volume de controle deve ser calculada de forma a garantir a conservação de massa. A EQ. 4.19 apresenta a equação discretizada da velocidade na face das células da malha.

$$\sum_f^{N_{faces}} \rho u_{nf} A_f = 0 \quad (4.19)$$

Para obter uma relação entre a velocidade do centro dos volumes de controle e a velocidade normal à face do volume de controle presente na EQ. 4.19, u_{nf} , interpola-se este termo através de uma equação formulada por *Rhie & Chow* (1983). Nessa equação são utilizados os coeficientes a_p^u da EQ. 4.17 como fatores de ajustamento, como mostrado abaixo.

$$u_{nf} = \hat{u}_f + d_f(p_{c_0} - p_{c_1}) \quad (4.20)$$

$$\hat{u}_f = \frac{a_{p,c_0}^u u_{nc_0} + a_{p,c_1}^u u_{nc_1}}{a_{p,c_0}^u + a_{p,c_1}^u} \quad (4.21)$$

O termo d_f é obtido por meio da EQ. 4.22.

$$d_f = \frac{A_f}{(a_{p,c_0}^u + a_{p,c_1}^u)/2} \quad (4.22)$$

4.3.1 ACOMPLAMENTO VELOCIDADE-PRESSÃO

O acoplamento velocidade-pressão é resolvido no presente trabalho através do algoritmo *SIMPLE* (*Semi-Implicit Pressure Linked Equations*), formulado por *Patankar* (1980). Esse algoritmo faz o uso de etapas de estimativa e correção baseadas no método de *Chorin* (1969), geralmente utilizado em casos em regime permanente.

Esse algoritmo defende a ideia de que a velocidade encontrada através da equação da conservação de quantidade de movimento só irá satisfazer a equação da continuidade se o campo de pressão for calculado da maneira correta. Sendo assim, tanto a velocidade quanto a pressão devem ser corrigidas e para isso são utilizados parâmetros de correção para os valores de velocidade e pressão, originando as equações de correção mostradas abaixo.

$$u_{nf} = u_{nf}^* + u'_f \quad (4.23)$$

$$p_{nf} = p_{nf}^* + p'_f \quad (4.24)$$

A EQ. 4.25 apresenta a relação entre a correção da pressão p' e a correção da velocidade da face u' das células adjacentes.

$$u'_f = d_f(p'_{c_0} - p'_{c_1}) \quad (4.25)$$

Com o objetivo de obter uma equação que resolva a pressão e encontre um campo de pressão que satisfaça a equação de conservação de massa, esse método introduz a equação de correção de velocidade, encontrada ao combinar as EQ. 4.24 e EQ. 4.25, na equação discretizada da conservação de massa, dada anteriormente pela EQ. 4.19. Assim, obtém-se a seguinte expressão:

$$a_p p'_{c_0} = \sum_{nb} a_{nb} p'_{nb} + b \quad (4.26)$$

O termo b refere-se a fonte de massa do volume de controle, dado pela EQ. 4.27.

$$b = \sum_f^{N_{faces}} \rho u_{nf}^* a_f \quad (4.27)$$

No algoritmo *SIMPLE* é utilizada uma metodologia empregada, onde as equações que governam o problema são solucionadas de maneira sequencial e individual, com o objetivo de cada uma das grandezas envolvidas. O método empregado envolve iterações onde todas as equações discretizadas são resolvidas repetidamente, até que haja a convergência, uma vez que as equações de governo do problema estão acopladas e não são lineares.

A seguir são descritas as etapas envolvidas na resolução do acoplamento velocidade-pressão por meio do método *SIMPLE*.

1. Cálculo dos campos de velocidade e pressão.
2. Resolução das equações de momentum discretizadas para calcular o campo de velocidade intermediária.
3. Resolução da equação de correção de pressão.
4. Resolução da equação de correção de velocidade.
5. Substituição dos valores de pressão corrigidos nas equações de momentum.

6. Correção dos fluxos de massa e campos de pressão e velocidade.
7. Resolver as equações de transporte.
8. Verificar o critério de convergência.

A FIG. 4.5 apresenta um fluxograma do algoritmo utilizado na resolução dos casos analisados no presente trabalho.

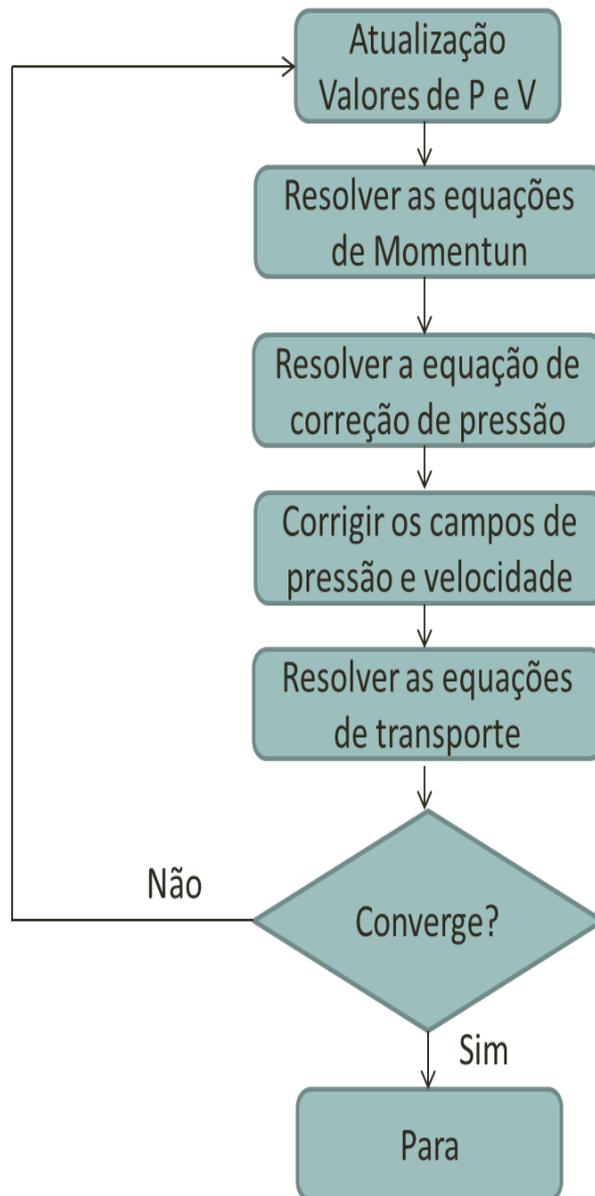


FIG. 4.5 Algoritmo utilizado na resolução dos casos do presente trabalho.

4.4 MÉTODO *MULTIGRID*

O método iterativo denominado *Multigrid*, formulado por *Hutchinson & Raithby* (1986), é utilizado para resolver o sistema de equações algébricas originados na discretização das equações de governo pelo Método dos Volumes Finitos. Os métodos iterativos dizem respeito a técnicas de resolução de sistemas por meio de uma estimativa inicial, obtendo uma sequência de soluções aproximadas que se tornam melhores à medida que as iterações são realizadas, até atingir a convergência.

O método iterativo de *Gauss-Siedel* também pode ser utilizado na resolução de sistemas algébricos de escoamentos incompressíveis. Porém, apesar desse método eliminar de maneira rápida os erros locais (de alta frequência) na solução do sistema, os erros globais (de baixa frequência) são reduzidos a uma velocidade inversamente proporcional ao tamanho da malha. Sendo assim, não é recomendado para casos em que é necessário o uso de malhas muito refinadas, uma vez que demanda um elevado tempo e esforço computacional.

Observa-se então que ao resolver o sistema algébrico por meio de outros métodos iterativos os erros locais são removidos com eficiência, isto é, o efeito da solução em uma célula é comunicado às células vizinhas rapidamente. Entretanto, nota-se a dificuldade em reduzir os erros globais em malhas com um grande número de volumes de controle.

O método *Multigrid* trata-se de uma alternativa para essa dificuldade, uma vez que nessa técnica os erros globais são reduzidos através da utilização de malhas cada vez mais grossas, acelerando assim a redução desses erros. Essa técnica é baseada na ideia de que cada faixa de frequência de erro deve ser diminuída no espaçamento mais adequado para a mesma (*Rezende, 2009*). A FIG. 4.6 apresenta uma sequência de malhas cada vez mais grossas para a suavização dos erros globais.

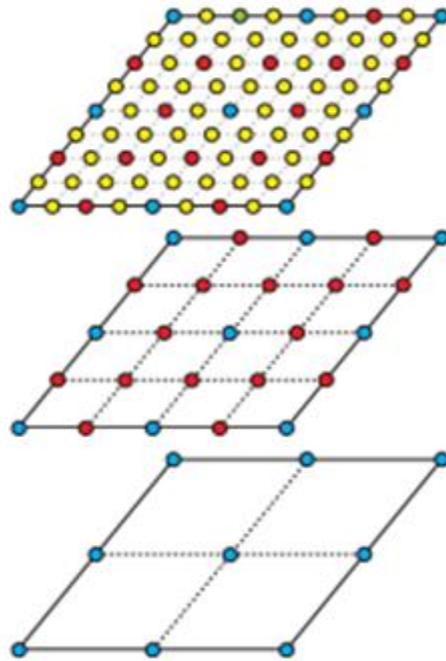


FIG. 4.6 Sequência de malhas.

O uso do método *Multigrid* acelera a convergência da resolução do sistema algébrico, uma vez que calcula as correções em uma sequência de malhas com espaçamento cada vez maior. Sendo assim, o número de iterações é reduzido e conseqüentemente o tempo computacional exigido para obter uma solução convergente é menor, quando comparado a outros métodos iterativos.

5 RESULTADOS

No presente capítulo serão apresentados e analisados os resultados obtidos pelas simulações computacionais de um caso bidimensional em regime permanente do escoamento turbulento sobre um degrau descendente ao utilizar diferentes modelos de turbulência baseados nas equações médias de *Reynolds*. Os principais resultados mostrados no presente são relacionados aos perfis de velocidade, coeficiente de pressão, coeficiente de atrito e grandezas de segunda ordem, como as tensões de *Reynolds* e tensão de cisalhamento.

Os casos construídos neste trabalho tem um raio de expansão $E_R = 2$, parâmetro este que influencia diretamente o valor do comprimento de recolamento. O raio de expansão trata-se de uma relação entre a altura do canal de saída e a altura do degrau, dado pela EQ. 5.1, mostrada abaixo:

$$E_R = \frac{L_y}{L_y - h} = \frac{2}{2-1} = 2 \quad (5.1)$$

Os resultados encontrados nas simulações computacionais presentes no atual trabalho são comparados com os resultados obtidos por *Kopera* (2011), ao realizar uma simulação numérica direta do escoamento turbulento sobre um degrau descendente.

O número de *Reynolds* dos casos construídos nesse trabalho é o mesmo utilizado no estudo de *Kopera* (2011), $Re = 9000$, sendo esse definido em função da altura do degrau, da velocidade média de entrada e da viscosidade cinemática do fluido, como mostrado na EQ. 5.2.

$$Re = \frac{U_b \times h}{\nu} = \frac{1 \times 1}{0,000111} = 9000 \quad (5.2)$$

Os modelos *RANS* utilizados nas simulações computacionais realizadas no atual trabalho são o modelo $k-\varepsilon$ padrão (*Jones & Launder, 1972; Launder & Sharma, 1974*), $k-\omega$ padrão (*Wilcox, 1988*), *Shear Stress Transport k- ω* (*Menter et al., 2003*) e *Reynolds Stress Model* (*Launder et al., 1975; Launder & Shima, 1989*).

Em todos os casos foi utilizada uma malha bidimensional com 155000 elementos com maior refinamento na região próxima ao degrau. O esquema de interpolação utilizado em todas as simulações foi o *QUICK*, devido a maior precisão dos resultados obtidos pelo mesmo.

5.1 DADOS DNS

O trabalho realizado por *Kopera* (2011) envolve uma simulação numérica direta tridimensional em regime transiente do escoamento turbulento sobre um degrau descendente. O canal de saída apresenta um comprimento $L_x = 29h$ e altura $L_y = 2h$. O canal de entrada tem o comprimento de $L_i = 12h$ e altura igual a $L_y - h = h$. O canal é periódico na coordenada z , com um comprimento periódico de $L_z = 2\pi h$. A origem do sistema de coordenadas está localizada na região inferior da aresta do degrau. Sendo assim, o domínio computacional desse caso é dado por:

$$(x, y, z) \in [-12h, 0] \times [h, 2h] \times [0, 2\pi h] \cup [0, 29h] \times [0, 2h] \times [0, 2\pi h] \quad (5.3)$$

A FIG. 5.1 apresenta a geometria construída na simulação computacional realizada por *Kopera* (2011), juntamente com as dimensões discutidas anteriormente.

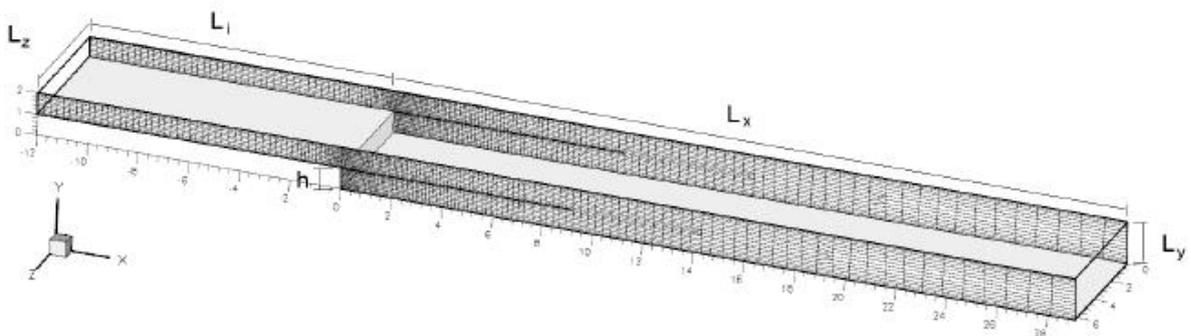


FIG. 5.1 Domínio computacional do caso DNS (*Kopera*, 2011).

Com relação ao canal de entrada, há um tipo especial de condição de contorno para o domínio, denominado condição de contorno de cópia, que diz respeito basicamente à cópia das condições de contorno da entrada em determinada posição desse canal. O comprimento da seção de recolamento nesse caso é de $L_r = 8h$ e a condição de contorno de cópia ocorre na posição $L_r - L_i$, ou seja, em $-4h$. As paredes possuem condição de contorno de não-deslizamento.

A discretização na direção z é realizada por meio do método pseudo-espectral de *Fourier*. Uma série de problemas bidimensionais originados da transformação de Fourier pode ser discretizado através do método de elemento *spectral/hp* bidimensional (*SEM – Spectral/hp Element Method*). Esse método baseia-se na expansão da solução na base polinomial em elementos quadrilaterais que preenchem todo o domínio computacional (*Kopera, 2011*). No caso analisado nessa seção, aplica-se uma malha uniforme na direção z que possibilita a aplicação da técnica de Transformação Rápida de *Fourier*. A FIG 5.2 apresenta a malha construída nas regiões mais próximas ao degrau.

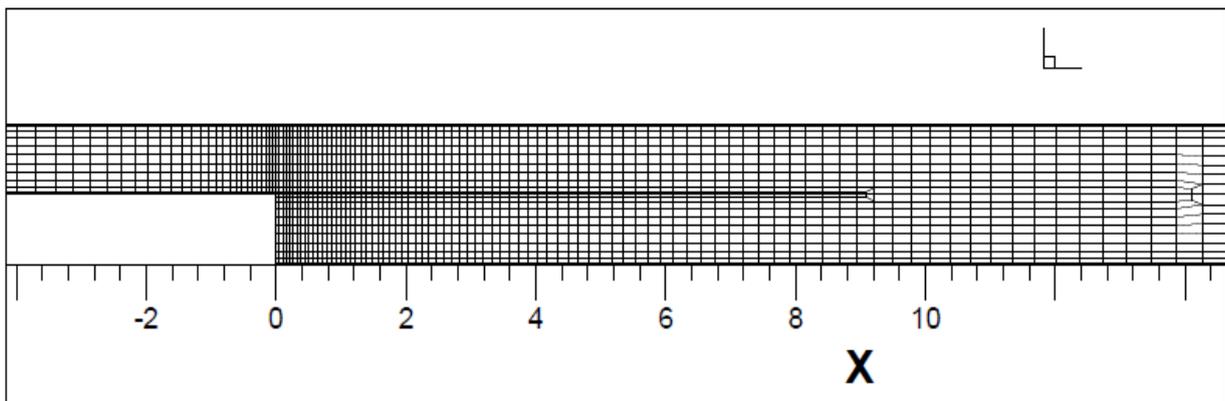


FIG. 5.2 Malha gerada na região próxima ao degrau (*Kopera, 2011*).

O número de *Reynolds* utilizado nas simulações computacionais discutidas nessa seção é de $Re = 9000$, baseado na altura do degrau e na velocidade de entrada, como mostra a EQ. 2.2. O raio de expansão usado é igual a $E_R = 2$, dado através da relação entre a altura do degrau e a altura do canal de saída, de acordo com a EQ. 2.1.

O comprimento de recolamento é um dos principais resultados de casos de escoamento turbulento sobre um degrau descendente. No trabalho de *Kopera (2011)*, esse comprimento é determinado através da curva de coeficiente de atrito na parede inferior do canal de saída. O comprimento de recolamento é dado pela posição em que o coeficiente de atrito é igual a zero

na parede inferior. Os coeficientes de atrito na parede inferior obtidos por *Le et al.* (1997), *Adams & Johnston* (1988), *Jovic & Driver* (1995) e *Spazzini et al.* (2001) são mostrados na FIG. 5.4, além da curva encontrada na simulação realizada no caso de simulação numérica direta aqui apresentado. Todos os casos mostrados na FIG 5.3 possuem raio de expansão igual a 2 e apresentam diferentes valores de número de *Reynolds*, onde o caso *DNS* tratado aqui é denominado *bfs7*.

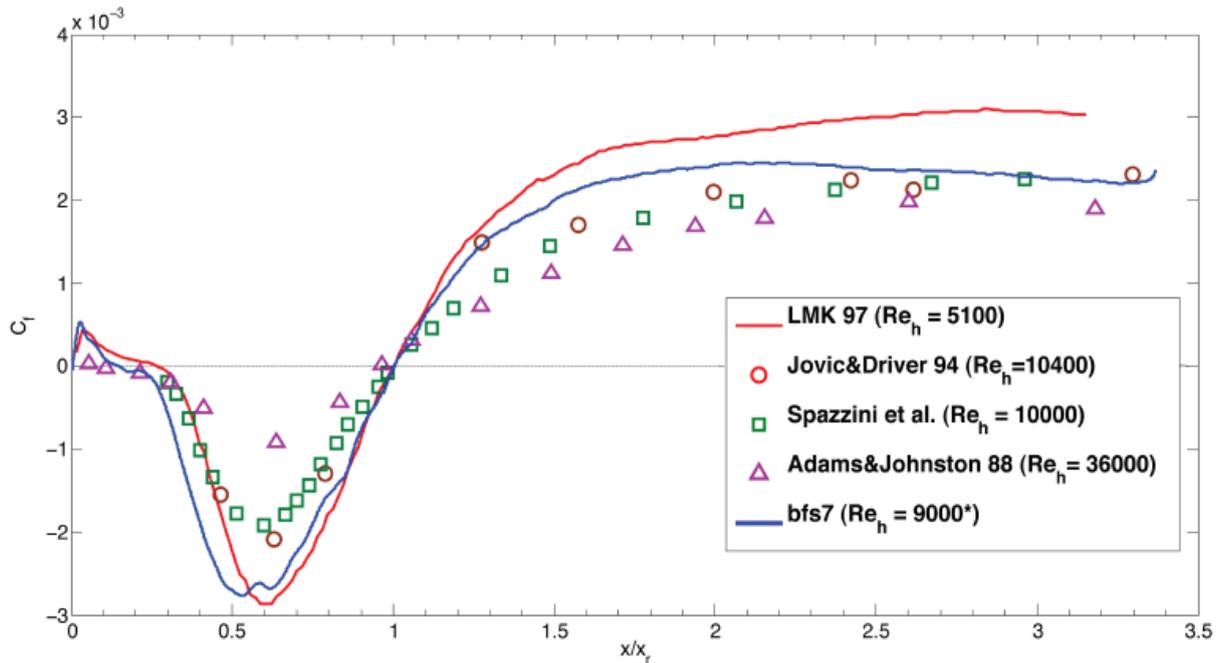


FIG. 5.3 Coeficiente de atrito na parede inferior (*Kopera*, 2011).

Ao observar a FIG. 5.3, nota-se que os valores mínimos de coeficiente de atrito obtidos na simulação numérica direta são próximos do caso denominado *LMK97*. Esse resultado não era esperado, uma vez que um caso tem valor de número de *Reynolds* próximo do dobro do outro. Essa semelhança entre os dois casos pode ser justificada pelo fato de que são casos diferentes, onde o *LMK97* não tem parede de topo, diferentemente do caso *DNS*. Além disso, pode haver uma diferença na escolha da velocidade de referência, que afeta os resultados. Na região de regeneração do escoamento, após o recolamento, os valores de coeficiente de atrito do caso *bfs7* se comportam de forma similar aos resultados encontrados pelas simulações de *Jovic & Driver* (1995) e *Spazzini et al.* (20001). O caso *LMK97* apresenta resultados diferentes dos demais casos na região após o recolamento, devido ao seu baixo número de *Reynolds* e seus efeitos.

Os valores do número de Reynolds, comprimento de recolamento (X_R), raio de expansão (E_R), coeficiente de atrito mínimo ($C_{f,min}$) e razão entre valor do ponto onde encontra-se o coeficiente de atrito mínimo e o comprimento de recolamento ($X_{(C_{f,min})}/X_r$) de vários casos de escoamentos sobre um degrau descendente são apresentados na TAB. 5.1. Os casos *bfs7* e *bfs6* são casos de simulações numéricas diretas realizadas por *Kopera (2011)*, com números de *Reynolds* de 9000 e 6000, respectivamente. Ao comparar o caso estudado por *Armaly et al. (1983)* com o caso *DNS* tratado aqui, ambos com o mesmo valor de raio de expansão, nota-se a significativa dependência do comprimento de recolamento em relação ao número de *Reynolds*.

TAB. 5.1 Comprimento de recolamento e coeficiente de atrito (*Kopera, 2011*).

Caso	Re	X_r	E_R	$C_{f,min}$	$X_{(C_{f,min})}/X_r$
<i>bfs7</i>	9000	8,62	2,0	$-2,9.10^{-3}$	0,62
<i>bfs6</i>	6000	8,16	2,0	$-3,12.10^{-3}$	0,53
<i>LMK 97</i>	4250	6,28	1,2	$-2,89.10^{-3}$	0,61
<i>Armaly et al. 83</i>	4000	8,0	2	-	-
<i>Adams & Johnston 88</i>	30000	6,3	1,25	$-0,885.10^{-3}$	0,63
<i>Jovic & Driver 94</i>	8700	5,35	1,09	$-2,0.10^{-3}$	0,63
<i>Spazzini et al. 2001</i>	8300	5,39	1,25	$-1,87.10^{-3}$	0,6
<i>Chandrsuda & Bradshaw 81</i>	10^5	6,0	1,4	-	-

Os perfis de velocidade e de coeficiente de pressão foram calculados em diferentes posições ao longo do canal com o degrau descendente, com o objetivo de analisar essas grandezas nas regiões de separação, recolamento, recirculação e regeneração do escoamento. Além dos perfis, são obtidos os contornos de velocidade e pressão em toda a estrutura para o caso de simulação numérica direta tratada no presente trabalho. Outros resultados, relacionados ao coeficiente de atrito e grandezas de segunda ordem, são analisados nas seções seguintes, juntamente com os resultados obtidos através das simulações *RANS* realizadas, com

o objetivo de validar e comparar os resultados encontrados nos casos construídos no presente trabalho.

5.2 DOMÍNIO COMPUTACIONAL, CONDIÇÕES DE CONTORNO E MALHA

A geometria bidimensional construída e utilizada em todas as simulações *RANS* realizadas neste trabalho é baseada na estrutura usada por *Kopera* (2011), mostrada na seção anterior. O canal de entrada tem largura $L_i = 4h$ e altura igual a $L_y - h = h$, enquanto o canal de saída apresenta largura $L_x = 29h$ e altura $L_y = 2h$, sendo h a altura do degrau. O valor de h utilizado nas simulações realizadas no presente trabalho é igual a 1m. A FIG. 5.4 apresenta as dimensões da geometria construída em todos os casos simulados nesse trabalho.

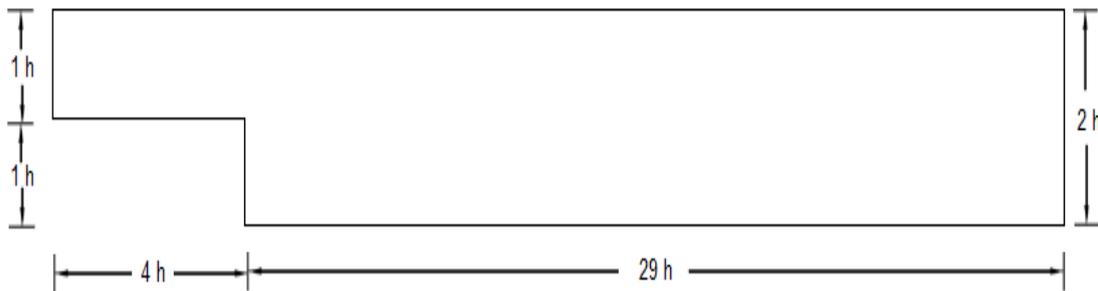


FIG. 5.4 Coeficiente de atrito na parede inferior (*Kopera*, 2011).

Sendo assim, o domínio computacional desse caso bidimensional é dado por:

$$\Omega: (x, y) \in [-4h, 29h] \times [0, 2h] \quad (5.4)$$

As condições de contorno para os casos construídos com modelagem *RANS* nesse trabalho são apresentadas na FIG. 5.5 e discutidas a seguir.

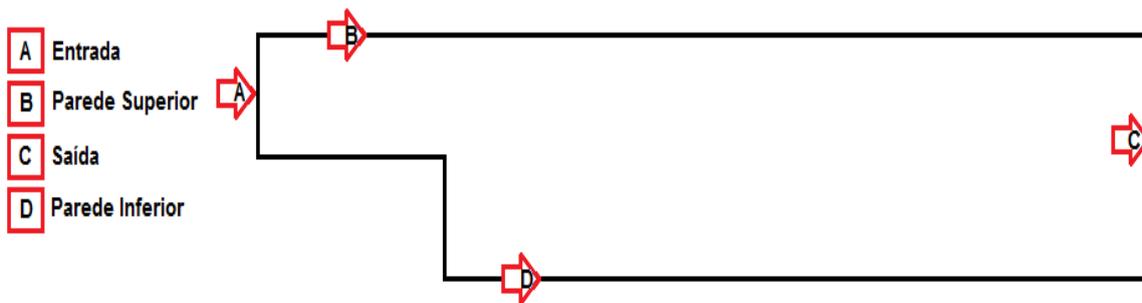


FIG. 5.5 Regiões construídas.

A região, A mostrada na figura anterior, denominada Entrada, representa a entrada de escoamento, onde há velocidade de entrada com valor apenas na componente x, tendo valor nulo na componente y. Sendo assim, a velocidade média de entrada estabelecida nesse trabalho é de 1 m/s. Além disso, na região A o valor da intensidade de turbulência determinado é de 5% U e taxa de viscosidade turbulenta igual a 10.

As regiões B e D são, respectivamente, a parede superior e inferior do caso estudado. Ambas apresentam condições de contorno do tipo parede com a condição de cisalhamento de não deslizamento e movimento estacionário da parede.

A região C trata-se da saída do escoamento, é uma condição do tipo pressão de saída, com pressão manométrica igual à zero, intensidade de turbulência de 5% U_b e taxa de viscosidade turbulenta igual a 10.

A malha gerada e utilizada em todos os casos no presente trabalho tem 155000 elementos e 156751 nós, mostrada na FIG. 5.6.

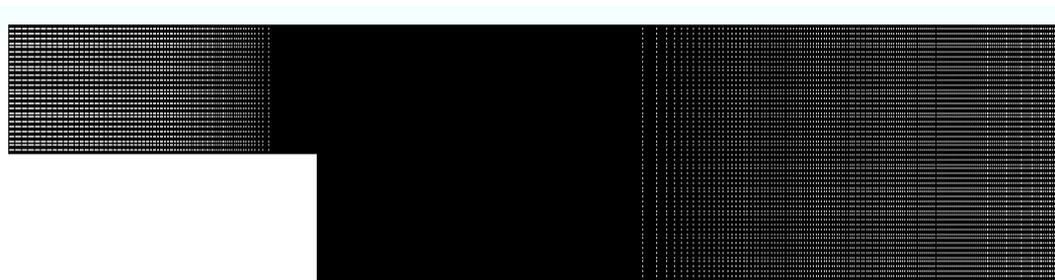


FIG. 5.6 Malha construída.

A região próxima ao degrau recebeu um tratamento da malha mais refinado, uma vez que é a região de maior interesse nesse caso. A FIG.5.7 apresenta uma visão mais detalhada da malha da região perto do degrau descendente.

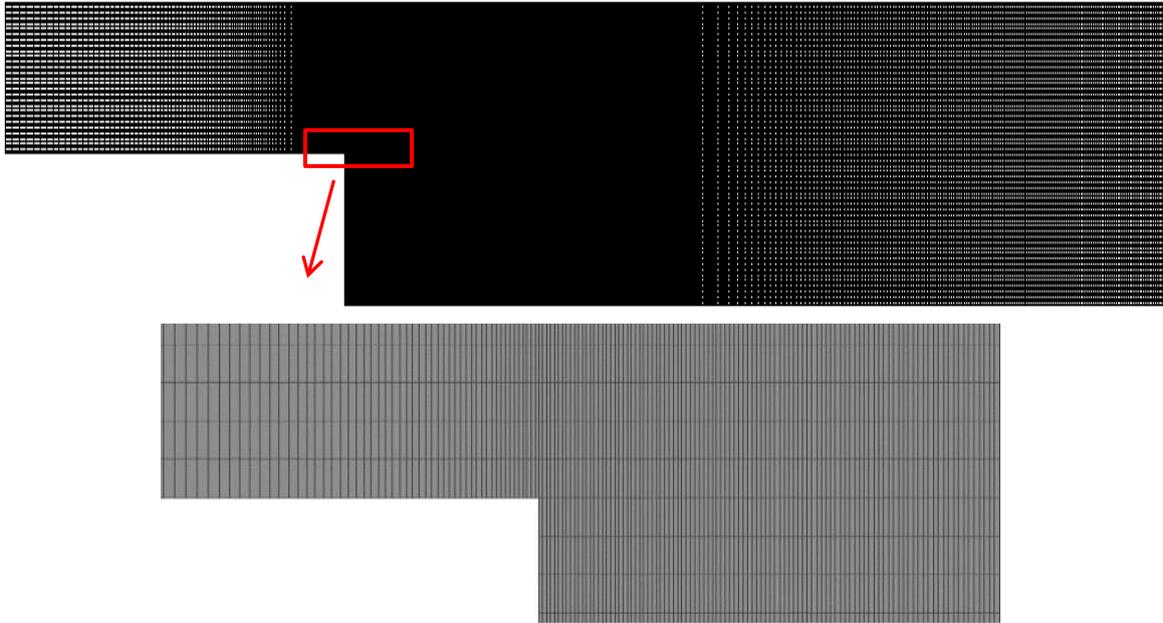


FIG. 5.7 Malha da região próxima ao degrau.

5.3 COMPRIMENTO DE RECOLAMENTO

O comprimento de recolamento (X_R) diz respeito à posição em que, após a separação e recirculação do escoamento, ocorre o recolamento do mesmo, sendo uma importante grandeza analisada no escoamento sobre um degrau descendente. Existem diversas formas de determinar o valor do comprimento de recolamento do escoamento. No presente trabalho, o comprimento de recolamento é determinado através da curva de coeficiente de atrito na parede inferior do canal com o degrau descendente. Ao olhar a curva de coeficiente de atrito em função de x , o valor do comprimento de recolamento é encontrado quando o coeficiente de atrito é igual à zero.

O coeficiente de atrito (C_f) é calculado por meio da EQ. 5.5.

$$C_f = \frac{\tau_w}{0,5\rho U_b^2} \quad (5.5)$$

A FIG. 5.8 apresenta o comportamento das curvas de coeficiente de atrito obtidas na parede inferior do canal em função da posição no escoamento sobre a posição em que ocorre

o comprimento de recolamento (X/X_R) dos diferentes modelos de turbulência *RANS* realizado.

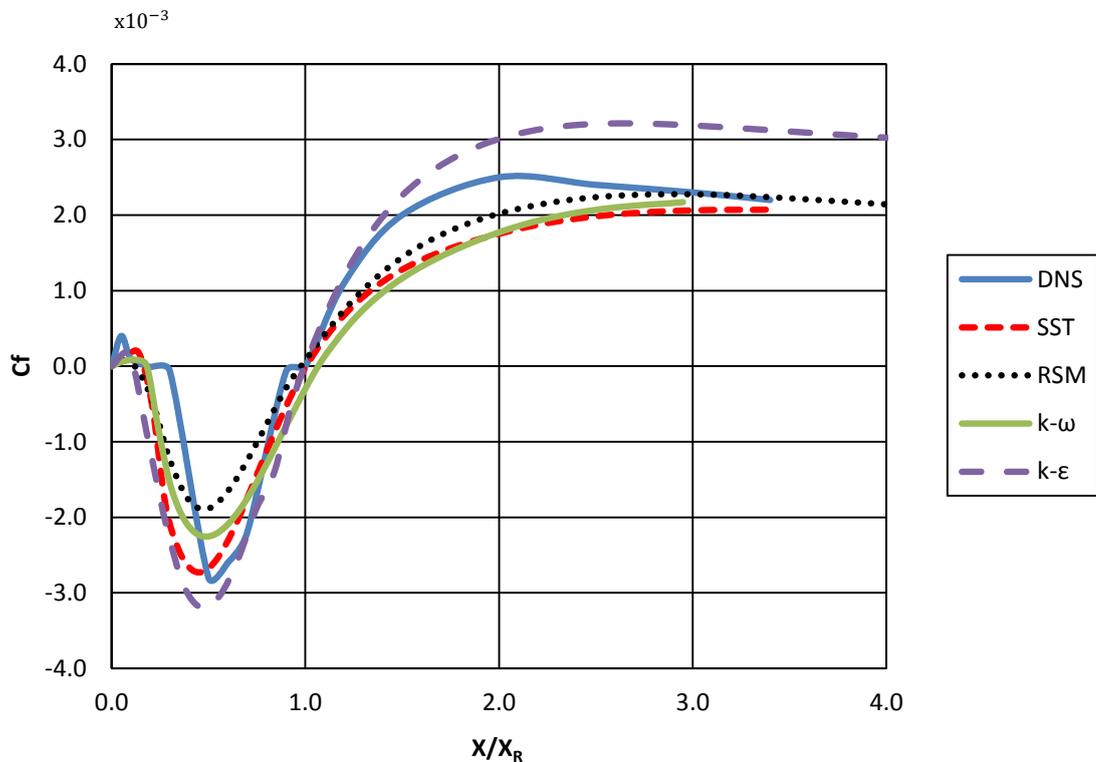


FIG. 5.8 Coeficientes de atrito obtidos nos diferentes modelos.

Os resultados encontrados são comparados com o resultado obtido por *Kopera* (2011), por meio da simulação numérica direta, tratado nessa e nas seguintes seções como o caso *DNS*.

Através da FIG. 5.8 pode-se observar que todos os modelos de turbulência *RANS* apresentam valores mínimos de coeficiente de atrito na região próxima ao valor de $X/X_R = 0,5$, ou seja, em posições com valores próximos à metade do valor do comprimento de recolamento. A partir dessa região, os valores da tensão de cisalhamento da parede aumentam, devido ao aumento da energia cinética, até atingir valor igual à zero no ponto de recolamento ($X/X_R = 1$). Os resultados estão de acordo com o esperado, uma vez que essa região trata-se justamente da região de recirculação e mostram que a transição da camada limite laminar para a camada limite turbulenta ocorre aproximadamente no ponto médio entre a aresta do degrau e o ponto em que há o recolamento do escoamento. Ao observar a curva obtida por *Kopera* (2011) para o caso *DNS*, nota-se que o coeficiente de atrito mínimo localiza-se na mesma região que os demais modelos.

Com relação à região após o recolamento, os valores de coeficiente de atrito aumentam até atingir uma região de equilíbrio, localizada aproximadamente em $X/X_R = 2$, ou seja, na posição com valor igual ao dobro do comprimento de recolamento. Esse resultado é satisfatório, uma vez que o escoamento tende ao equilíbrio à medida que se aproxima do canal de saída. Nessa fase, os modelos $k-\omega$, $SST k-\omega$ e RSM apresentam comportamentos muito semelhantes, enquanto o modelo $k-\varepsilon$ apresenta valores de coeficiente de atrito mais elevados.

A TAB. 5.2 apresenta os valores de comprimento de recolamento, coeficiente de atrito mínimo e a razão entre a posição em que se encontra o valor mínimo do coeficiente de atrito e o comprimento de recolamento para cada um dos casos analisados. Além disso, são mostrados os valores de número de *Reynolds* e raio de expansão, que são os mesmos para todos os casos simulados, baseados nos parâmetros utilizados por *Kopera* (2011).

TAB. 5.2 Comprimentos de recolamento e coeficientes de atrito encontrados.

Caso	Re	X_R	E_R	$C_{f,min}$	$X_{(C_{f,min})}/X_R$
<i>DNS</i>	9000	8,62	2,0	$-2,9 \cdot 10^{-3}$	0,62
$k-\omega$	9000	9,83	2,0	$-2,26 \cdot 10^{-3}$	0,45
$k-\varepsilon$	9000	6,34	2,0	$-3,20 \cdot 10^{-3}$	0,47
<i>SST k-ω</i>	9000	8,50	2,0	$-2,70 \cdot 10^{-3}$	0,42
<i>RSM</i>	9000	5,86	2,0	$-1,88 \cdot 10^{-3}$	0,51

Ao analisar a TAB. 5.2, nota-se que o modelo $k-\omega$ superestima o valor do comprimento de recolamento (*Soares et al*, 2017) e o modelo $k-\varepsilon$ apresenta um comprimento de recolamento significativamente menor que o encontrado pelo caso *DNS*. O modelo *SST k- ω* , como já discutido, trata-se de um modelo de turbulência do tipo *RANS* recomendado para casos com gradiente de pressão adverso e separação de escoamento, abordando as vantagens dos modelos $k-\omega$ e $k-\varepsilon$ (*Soares et al*, 2017). Esse modelo apresenta um melhor tratamento nas regiões próximas à parede que os demais modelos *RANS* tratados nesse caso, sendo assim, já era esperado que esse modelo obtivesse o valor do comprimento de recolamento mais

próximo do caso *DNS*. O desvio entre o valor do comprimento de recolamento do caso com o modelo de turbulência *k- ω* e o modelo *DNS* é de $-1,39\%$, consideravelmente pequeno. O modelo *RSM* é o modelo que apresenta menor valor de comprimento de recolamento. Apesar de ser um modelo de fechamento de segunda ordem e resolver as equações de governo de forma direta, esse modelo não apresenta um bom tratamento para as regiões próximas a parede, o que justifica o resultado ruim para o valor de comprimento de recolamento, medido na parede inferior do canal.

Sobre os valores mínimos de coeficiente de atrito, o modelo *SST k- ω* obteve o resultado mais próximo do resultado obtido na simulação numérica direta (*DNS*), com desvio de $6,89\%$. Em todos os casos com modelo *RANS* discutidos aqui o coeficiente de atrito mínimo ocorre na região localizada em $0,45 < X_{(c_{f,min})}/X_R < 0,51$, enquanto no modelo *DNS* o valor mínimo de coeficiente de atrito ocorre a jusante, em $X_{(c_{f,min})}/X_R = 0,62$.

5.4 VELOCIDADE MÉDIA

O contorno de velocidade obtido por *Kopera* (2011), por meio da simulação numérica direta, é mostrado na FIG. 5.9, enquanto os contornos de velocidade encontrados nas simulações computacionais com os modelos de turbulência *RANS* são apresentados nas FIG. 5.10 a FIG. 5.13.

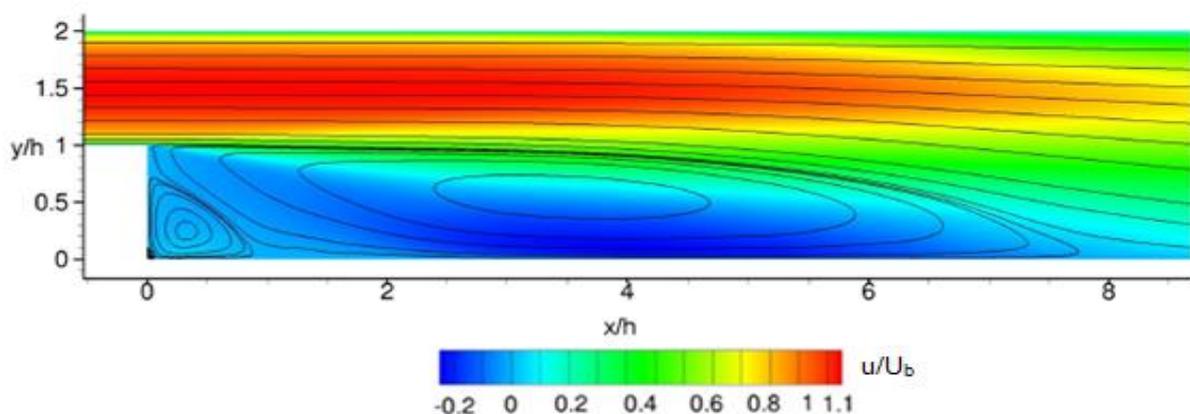


FIG. 5.9 Contorno de velocidade obtido por DNS (*Kopera*, 2011).

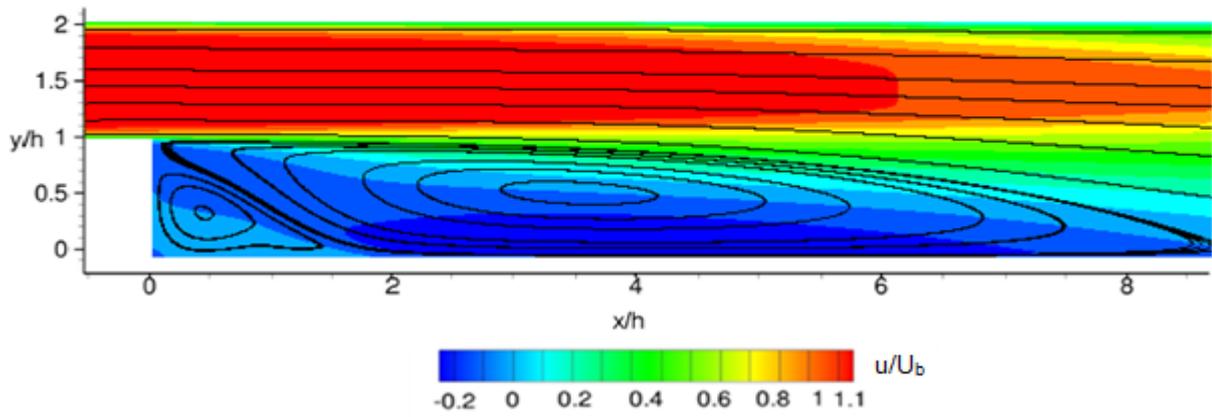


FIG. 5.10 Contorno de velocidade obtido pelo modelo $k-\omega$.

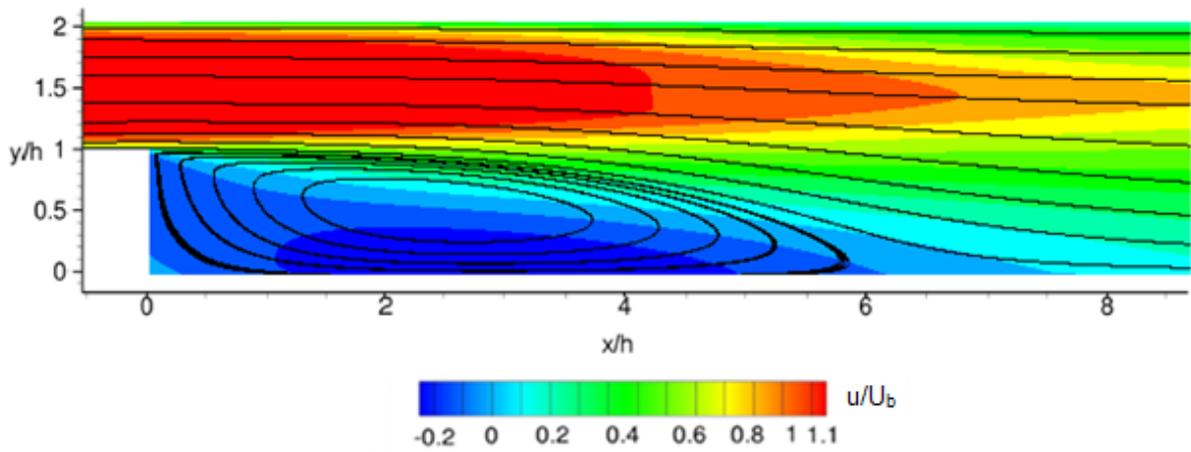


FIG. 5.11 Contorno de velocidade obtido pelo modelo $k-\epsilon$.

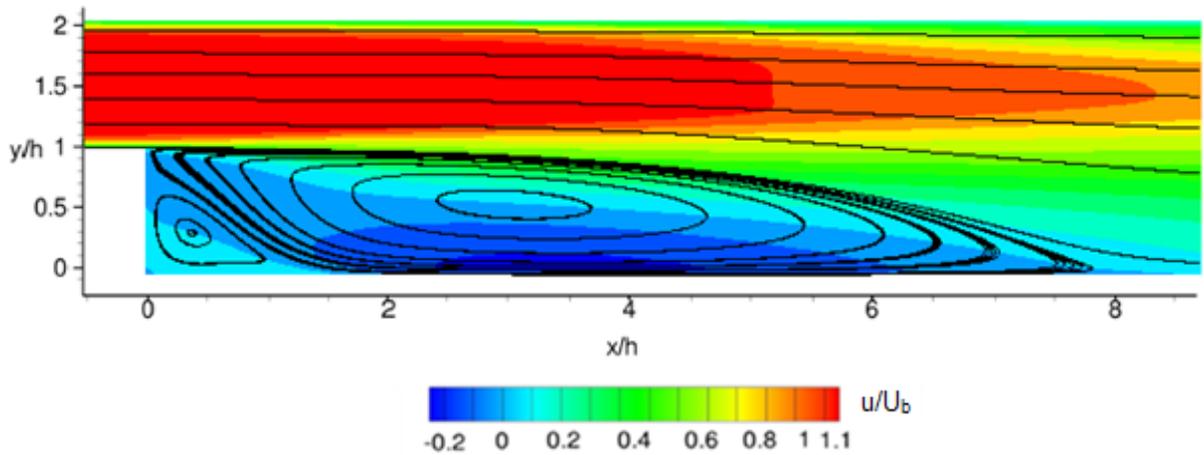


FIG. 5.12 Contorno de velocidade obtido pelo modelo $SST\ k-\omega$.

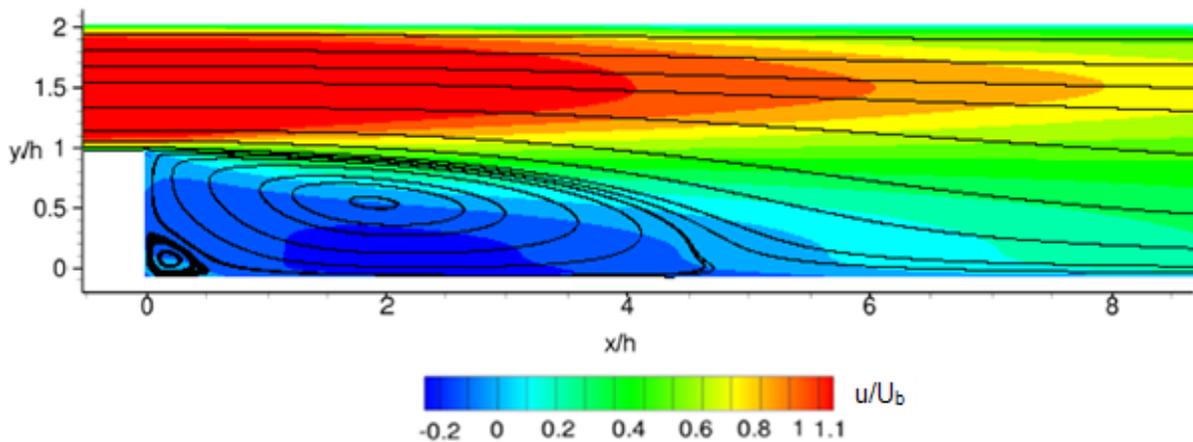


FIG. 5.13 Contorno de velocidade obtido pelo modelo *RSM*.

O modelo $k-\omega$, mostrado na FIG. 5.10, obteve um resultado satisfatório, com bolhas primária e secundária de recirculação com tamanhos semelhantes ao caso *DNS*. Através da FIG. 5.11 nota-se que o modelo $k-\varepsilon$ é o único dos modelos *RANS* analisados cujo contorno de velocidade não apresenta a bolha secundária de recirculação, resultado justificado pela deficiência desse modelo nas regiões próximas à parede em casos com separação do escoamento e com a presença de gradiente adverso de pressão.

Ao comparar os resultados dos contornos de velocidades obtidos pelos modelos *RANS* com o contorno de velocidade do caso *DNS* mostrado na FIG. 5.9, observa-se que o modelo *RANS* que apresenta resultado mais próximo é o modelo *SST k- ω* (FIG. 5.12). Esse resultado já era esperado, uma vez que o *SST k- ω* é o modelo que apresenta o melhor valor de comprimento de recolamento e trata-se de uma melhoria dos modelos $k-\omega$ e $k-\varepsilon$, bastante utilizado para casos com gradiente adverso de pressão.

A FIG 5.13 mostra o contorno de velocidade encontrado na simulação computacional com o modelo de fechamento de segunda ordem *RSM*. Nesse contorno de velocidade, pode-se ver que os tamanhos das bolhas de recirculação são significativamente menores que os que as bolhas encontradas pelos demais modelos analisados. Esse resultado deve-se ao fato de que, como mostrado na seção anterior, o comprimento de recolamento encontrado por esse modelo é o menor entre todos os casos.

Além dos contornos de velocidades, são analisados os perfis de velocidade em quatro diferentes posições do escoamento, obtidos nas simulações com os modelos *RANS* e comparados com os resultados obtidos por *Kopera* (2011). A FIG. 5.14 apresenta os perfis de velocidade nas seguintes posições: $x/h = 0,5$, $x/h = 4$, $x/h = 8$ e $x/h = 20$.

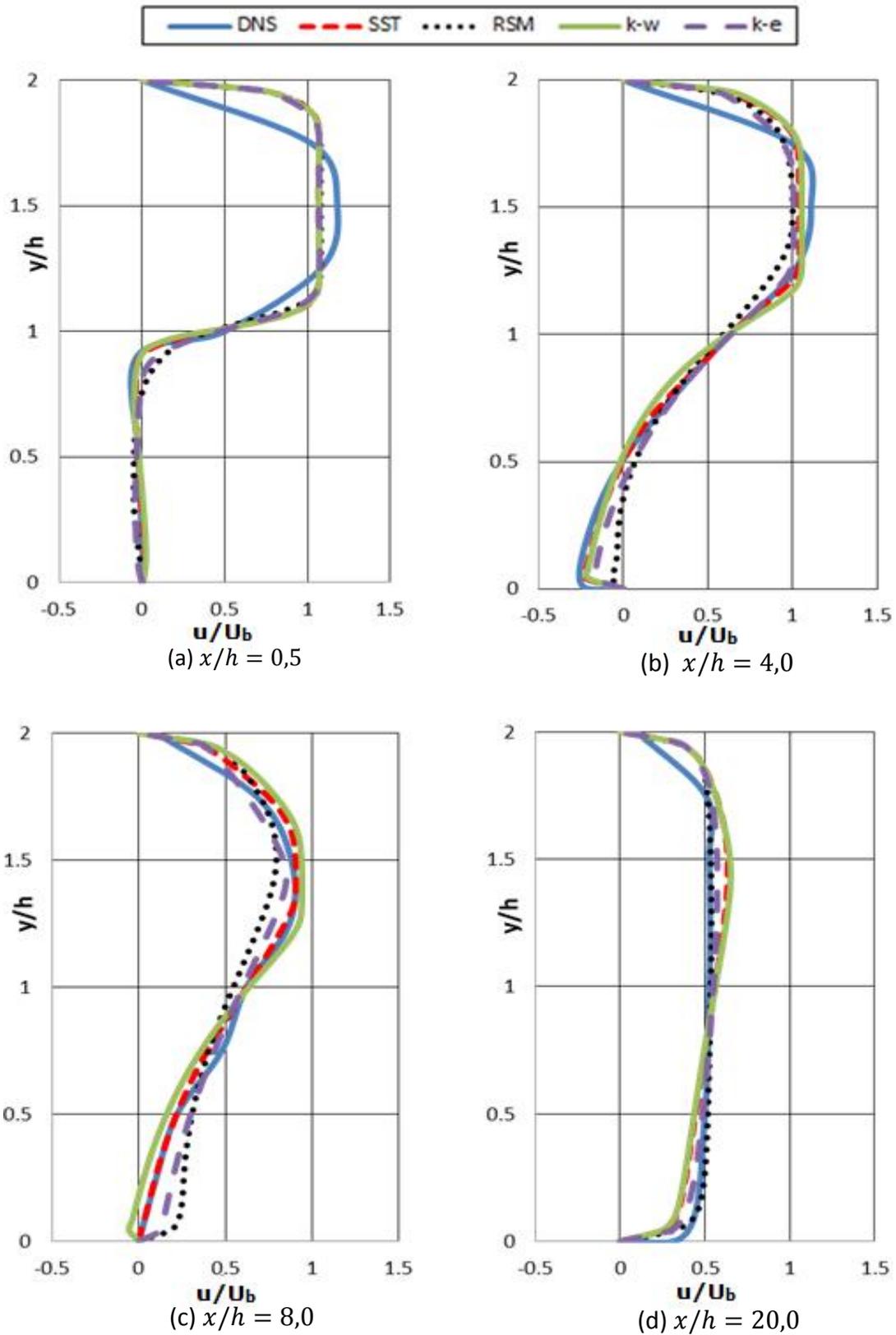


FIG. 5.14 Perfis de velocidade em diferentes posições.

A primeira posição está localizada logo após o degrau e pode-se observar que o fluxo totalmente desenvolvido se estende livremente em todos os casos apresentados na FIG. 5.14. Em $x/h = 4$, região em que ocorre a recirculação, nota-se que há valores negativos de velocidade na região próxima a parede inferior em todos os casos simulados nesse trabalho, bem como no resultado encontrado para o caso *DNS*. Os valores negativos de velocidade devem-se à separação do escoamento e representam a presença de fluxo inverso na região de recirculação.

Ainda em $x/h = 4$, pode-se observar que os valores de velocidade próximos à parede inferior encontrados com o modelo *RSM* são maiores que os valores obtidos pelos outros modelos analisados. Conseqüentemente, a presença de fluxo inverso é menor nessa posição para o caso simulado com o modelo *RSM*. Tal resultado é explicado pelo fato de que o comprimento de recolamento do modelo *RSM* é consideravelmente menor que o comprimento de recolamento dos outros modelos de turbulência analisados, sendo assim, na posição $x/h = 4$ o recolamento está mais próximo para o caso com o modelo *RSM*. Ao comparar o perfil de velocidade do modelo $k-\varepsilon$ com os perfis encontrados pelos modelos $k-\omega$, *SST* $k-\omega$ e *DNS* também se pode observar que os valores de velocidade desse modelo são maiores que os demais, uma vez que o recolamento ocorre antes no modelo $k-\varepsilon$.

Na posição $x/h = 8$, observa-se que o modelo $k-\omega$ é o único que apresenta valores negativos de velocidade. A presença do fluxo inverso nessa posição já era esperada para esse modelo, uma vez que o comprimento de recolamento do modelo $k-\omega$ é o maior entre os modelos analisados, com valor igual a $x/h = 9,83$, enquanto nos outros modelos o recolamento já ocorreu ou está próximo de acontecer.

Nota-se também, em $x/h = 8,0$, que os modelos *RSM* e $k-\varepsilon$ apresentam os maiores valores de velocidade na região próxima a parede inferior, resultado justificado pelo fato de que em ambos os modelos o recolamento já aconteceu, enquanto está próximo de ocorrer nos modelos *SST* $k-\omega$ e *DNS*. Na última posição pode ser observado que, embora não esteja totalmente desenvolvido, o escoamento tende ao equilíbrio e os perfis de velocidade de todos os modelos comportam-se de maneira similar.

As FIG. 5.15 a 5.17 apresentam os perfis de velocidade u^+ em função de y^+ . O termo u^+ trata-se da velocidade u normalizada pela velocidade de atrito, u_τ , como mostrado na EQ. 5.6.

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} \quad (5.6)$$

O termo y^+ é calculado pela EQ. 5.7.

$$y^+ = \frac{u_\tau}{\nu} y \quad (5.7)$$

A velocidade de atrito é obtida em função da tensão de cisalhamento na parede, τ_w , e da massa específica do fluido, dada pela EQ. 5.8.

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (5.8)$$

Para todas as posições em que os perfis de u^+ foram obtidos numericamente foi também construída a curva teórica da lei de parede para a camada limite laminar e a região logarítmica, com o objetivo de comparar os resultados encontrados por cada modelo de turbulência com os resultados esperados pela teoria. A curva para a região da camada limite laminar é criada de acordo com a relação $u^+ = y^+$, enquanto o perfil da região logarítmica, denominado *log*, é construído por meio da fórmula mostrada na EQ. 5.9.

$$u^+ = 2,5 \ln y^+ + 5 \quad (5.9)$$

As FIGs. 5.15 a 5.17 apresentam os perfis de velocidade u^+ obtidos pelas simulações numéricas realizadas com os diferentes modelos de turbulência em quatro diferentes posições do escoamento: $x/h = 14$, $x/h = 18$, $x/h = 26$ e $x/h = 28$.

Ao analisar os perfis de velocidade u^+ encontrados, pode-se observar que na medida em que o escoamento ocorre os resultados obtidos por meio dos modelos de turbulência discutidos no presente trabalho tornam-se mais próximos dos resultados obtidos por meio das curvas teóricas da lei da parede. Além disso, mais a jusante o perfil de velocidade tende ao perfil de velocidade totalmente desenvolvido, que não é completamente alcançado nem mesmo a longas distâncias para o caso do degrau descendente, segundo *Bradshaw & Wong* (1972).

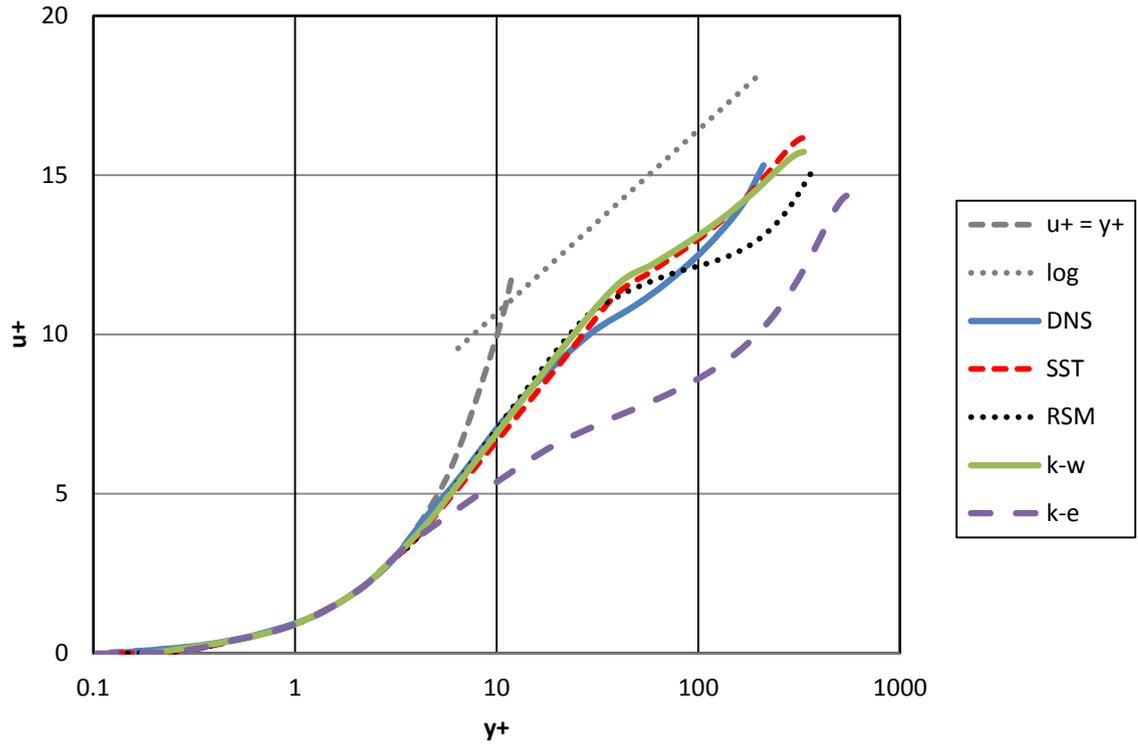


FIG. 5.15 Perfis de velocidade u^+ em função de y^+ em $x/h = 14$.

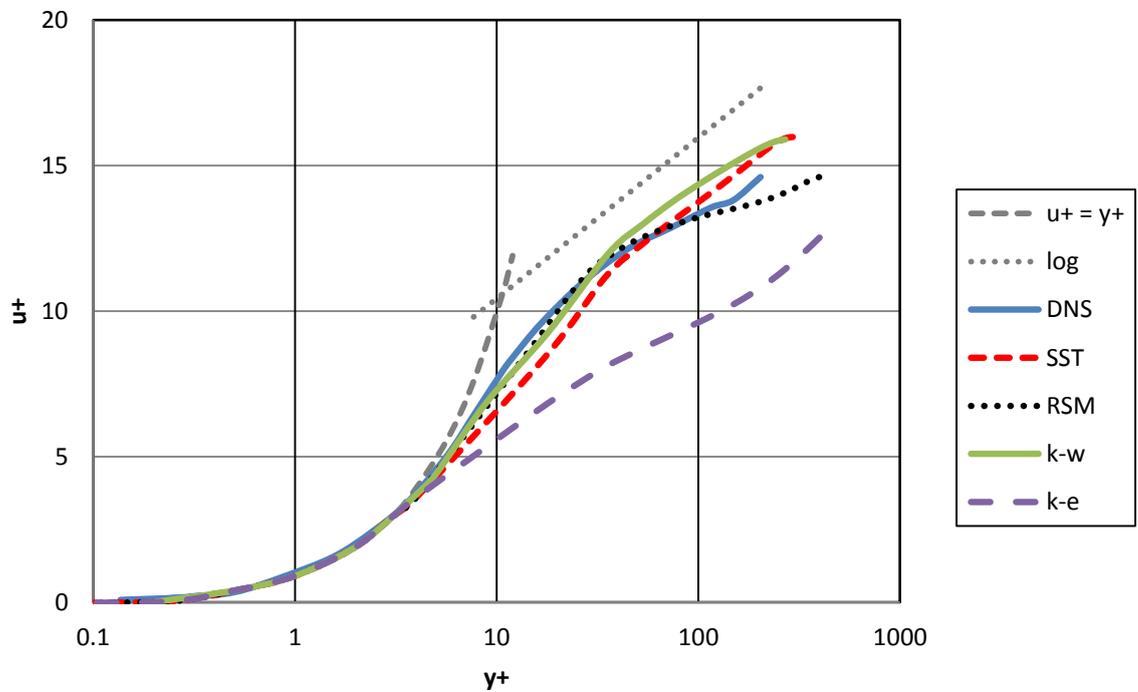


FIG. 5.16 Perfis de velocidade u^+ em função de y^+ em $x/h = 18$.

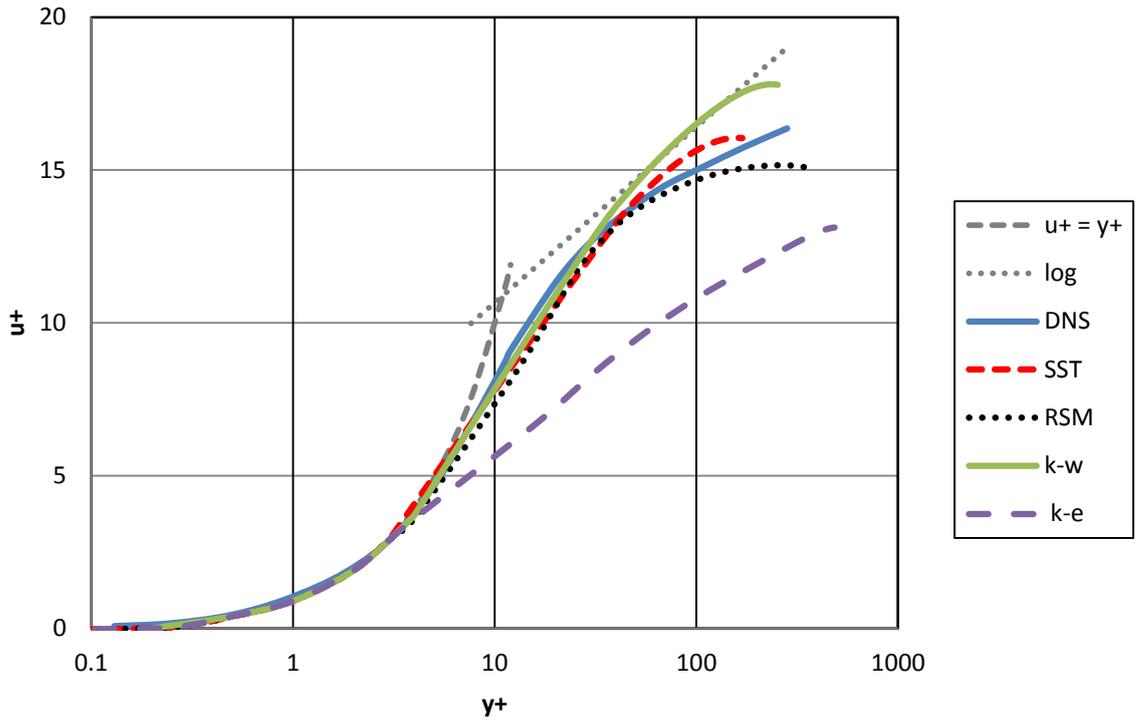


FIG. 5.17 Perfis de velocidade u^+ em função de y^+ em $x/h = 26$.

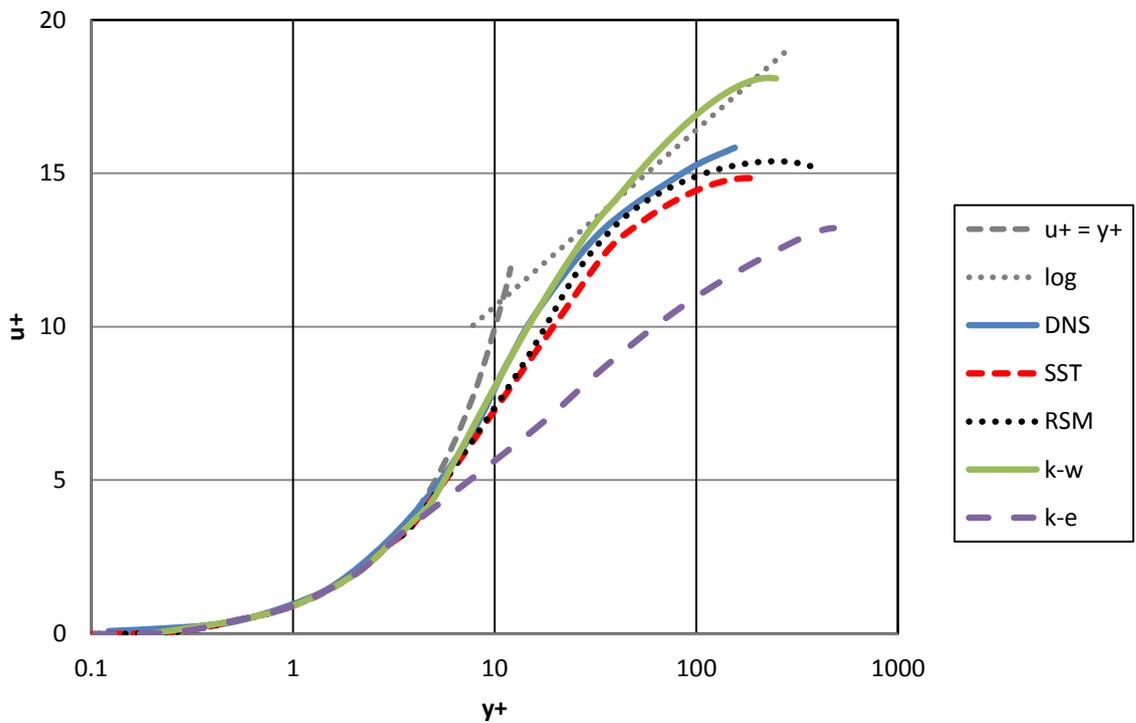


FIG. 5.18 Perfis de velocidade u^+ em função de y^+ em $x/h = 28$.

Nota-se que todos os modelos de turbulência *RANS* utilizados apresentaram curvas de velocidade u^+ com comportamentos muito semelhantes às curvas obtidas por simulação numérica direta, com exceção do modelo $k-\varepsilon$. Os resultados encontrados pelo modelo $k-\varepsilon$ divergem de forma significativa dos resultados obtidos tanto pelos outros modelos de turbulência analisados quanto pelas curvas teóricas da lei da parede na região turbulenta. Esse resultado corrobora o fato de o modelo de turbulência de duas equações diferenciais $k-\varepsilon$ não apresenta bom desempenho em casos com gradiente de pressão adverso e separação de escoamento, principalmente naqueles em que as regiões próximas à parede são regiões com grande interesse (Araujo & Rezende, 2017a).

5.5 DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO

A FIG. 5.19 apresenta o contorno do coeficiente de pressão obtido na simulação do caso *DNS*, enquanto as FIG. 5.20 a 5.23 mostram os contornos dos coeficientes de pressão dos casos com modelos *RANS* tratados no presente trabalho.

O coeficiente de pressão (C_p) é dado pela EQ. 5.10.

$$C_p = \frac{P - P_0}{0,5\rho U_b^2} \quad (5.10)$$

O termo P_0 é a pressão de referência, obtida no ponto (-4, 1,5).

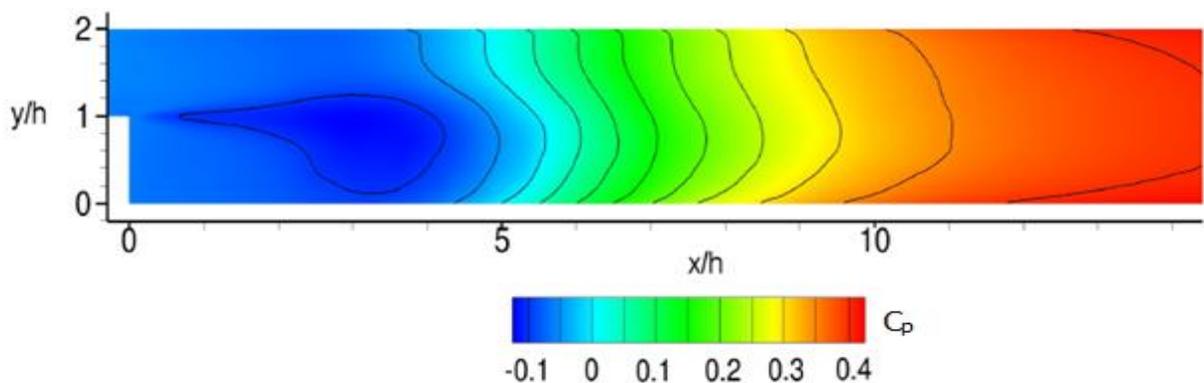


FIG. 5.19 Contorno de coeficiente de pressão obtido por *DNS* (Kopera, 2011).

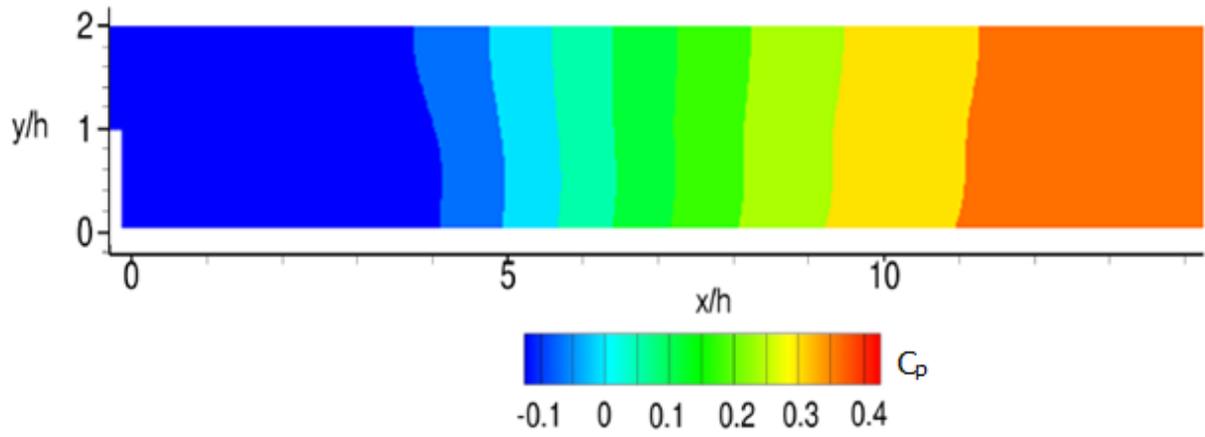


FIG. 5.20 Contorno de coeficiente de pressão obtido pelo modelo $k-\omega$.

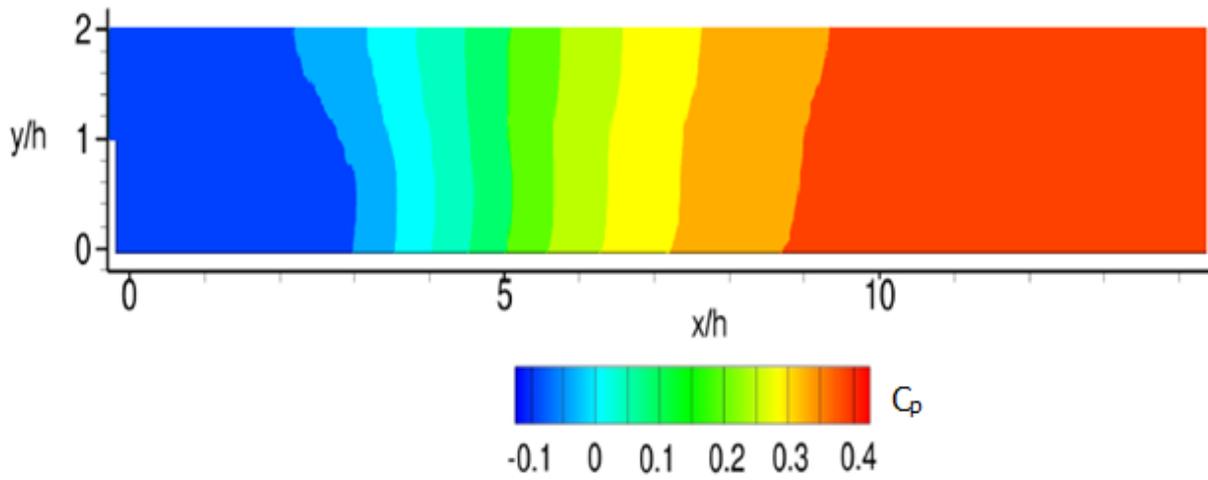


FIG. 5.21 Contorno de coeficiente de pressão obtido pelo modelo $k-\epsilon$.

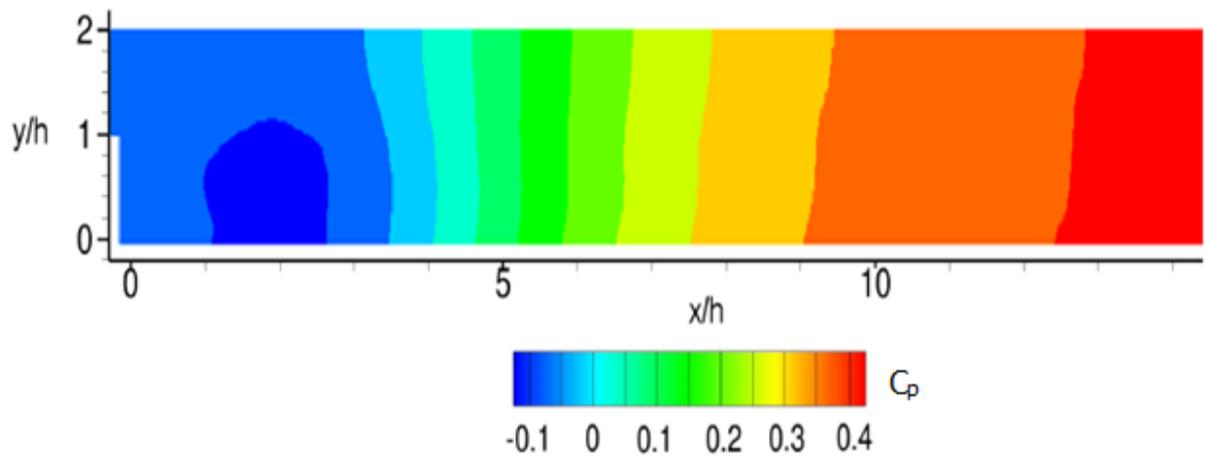


FIG. 5.22 Contorno de coeficiente de pressão obtido pelo modelo $SST\ k-\omega$.

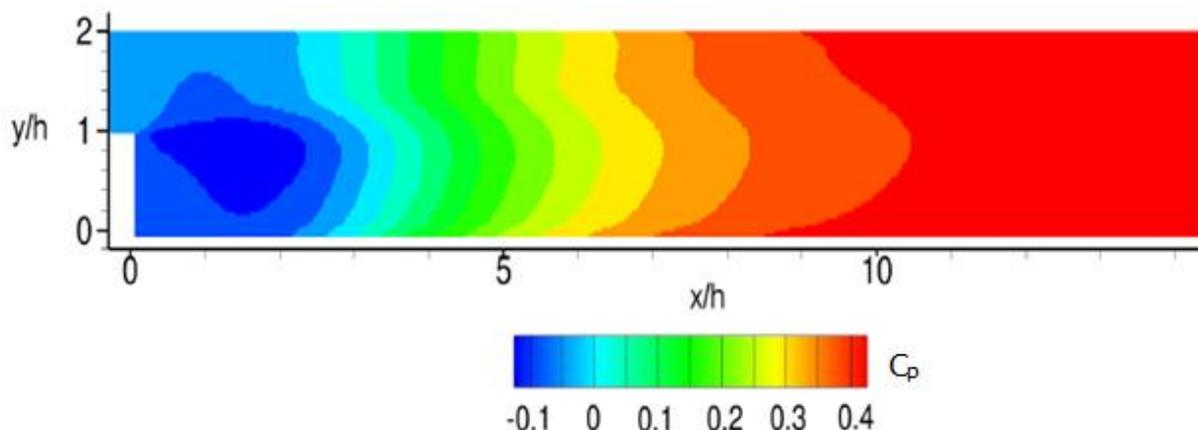


FIG. 5.23 Contorno de coeficiente de pressão obtido pelo modelo *RSM*.

Os contornos de coeficiente de pressão apresentados anteriormente mostram claramente a presença do gradiente adverso de pressão em todos os casos analisados no presente trabalho. O gradiente adverso de pressão diz respeito ao aumento da pressão estática na direção em que o escoamento acontece, como visto na EQ. 5.11. Com o aumento da pressão ao longo do escoamento, o gradiente adverso de pressão atua contra o escoamento, retardando o mesmo. Esse aumento de pressão pode ser observado em todos os contornos de coeficientes de pressão obtidos.

$$\frac{\partial p}{\partial x} > 0 \quad (5.11)$$

Como já discutido no atual trabalho, a presença do gradiente adverso de pressão provoca a diminuição da energia cinética e da velocidade na direção em que o escoamento acontece, causando a separação do escoamento.

Na FIG. 5.19 observa-se uma zona de queda de pressão na região logo após o degrau. Essa queda de pressão pode ser vista nos contornos obtidos pelos modelos *SST k- ω* e *RSM*, como mostrado no trabalho de *Araujo & Rezende (2017b)*, enquanto os modelos *k- ϵ* e *k- ω* não foram capazes de gerar resultados claros em relação a esse aspecto. Entre todos os modelos, o modelo *RSM* é o modelo que apresenta melhores resultados de contorno de coeficiente de pressão, quando comparado ao modelo *DNS*.

Da mesma forma que foi realizada para os perfis de velocidade, a distribuição de pressão é analisada em quatro diferentes posições ao longo do canal e os resultados obtidos nas

simulações realizadas são comparados com os resultados obtidos pela simulação numérica direta.

As curvas de distribuição de pressão ao longo do canal com degrau descendente foram construídas utilizando a fórmula dada pela E Q. 5.12.

$$\frac{P-P_w}{0,5\rho U_b^2} \quad (5.12)$$

O termo P_w é a pressão na parede de topo.

A FIG. 5.24 mostra as curvas de pressão dos modelos de turbulência $k-\omega$, $k-\varepsilon$, $SST k-\omega$ e RSM , comparadas às curvas obtidas por *Kopera* (2011) com o modelo em quatro diferentes posições ($x/h = 0,5$, $x/h = 4$, $x/h = 8$ e $x/h = 20$).

Na primeira posição, observa-se que o comportamento da curva obtida pelo modelo RSM é o único que se assemelha ao da curva obtida por simulação numérica direta, uma vez que os outros modelos $RANS$ não apresentam o pico negativo de pressão na região localizada na altura do degrau ($y/h = 1$). O perfil de distribuição obtido pelo modelo RSM apresenta o pico que representa a queda de pressão na zona de recirculação, especificamente na camada de mistura, também mostrado no contorno do coeficiente de pressão encontrado por esse modelo (FIG. 5.23), enquanto os demais modelos não conseguiram captar essa queda em seus resultados de distribuição de pressão.

Na região de recirculação, $x/h = 4$, pode-se notar que os valores de pressão estática na parede superior são maiores que os valores encontrados na parede inferior e essa diferença entre as pressões da parede inferior e superior é maior logo abaixo do degrau, justamente por se tratar da zona de recirculação. Na curva de distribuição de pressão obtida pelo modelo RSM em $x/h = 4$ há uma queda de pressão na região na altura do degrau e se observa que os valores de pressão da parede inferior e superior são muito próximos, ou seja, a diferença entre a pressão estática da parede superior e a pressão estática da parede inferior é próxima de zero. Esse resultado deve-se ao fato de nessa posição o recolamento está mais perto de ocorrer no modelo RSM , quando comparado aos demais. À medida que o recolamento se aproxima, a pressão estática na parede inferior aumenta e os valores de distribuição de pressão analisados na FIG. 5.24 também aumentam.

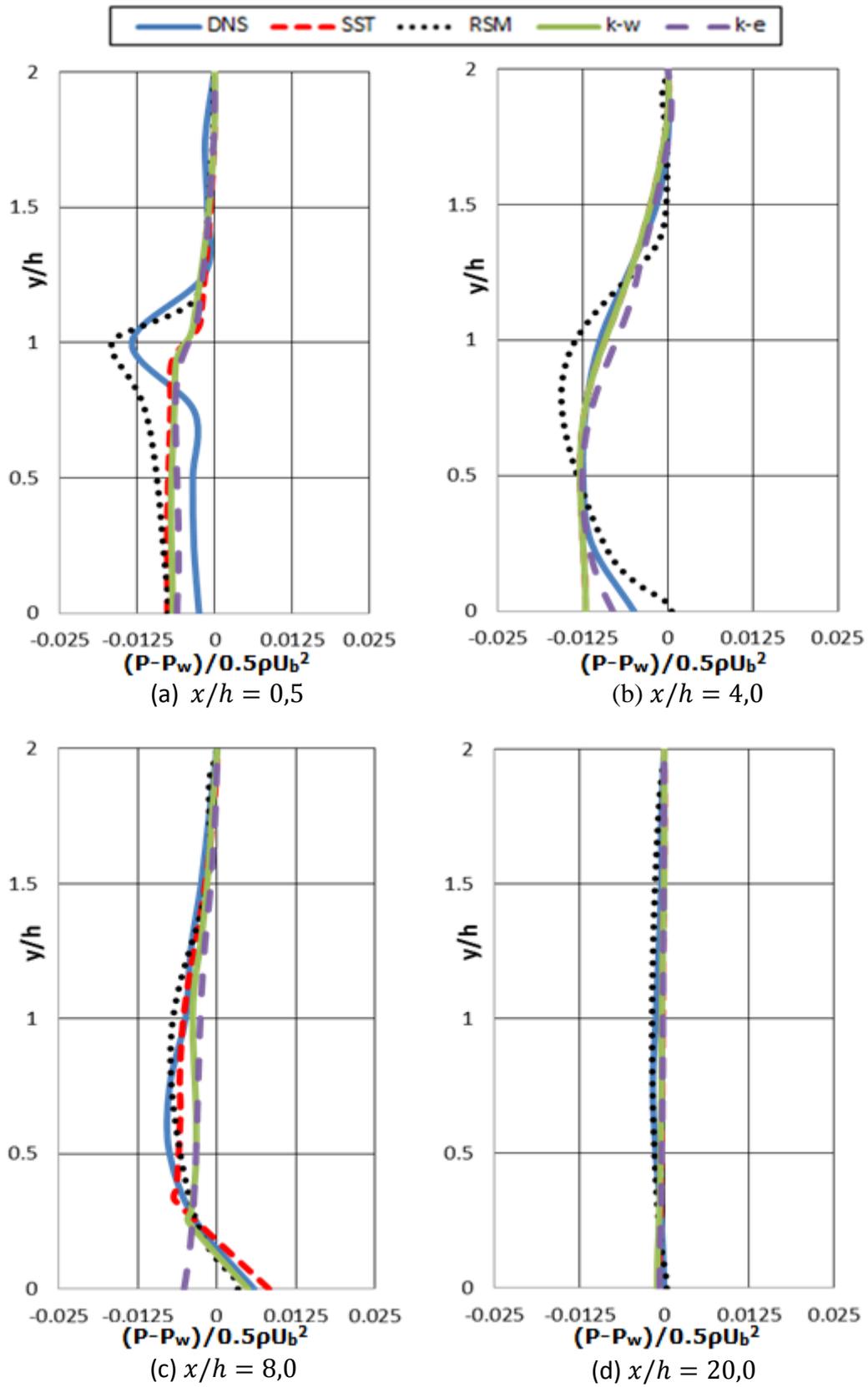


FIG. 5.24 Perfis de distribuição de pressão em diferentes posições.

Em $x/h = 8$, região próxima ao recolamento, tem-se que os valores de pressão na parede inferior são maiores que os valores de pressão encontrados no topo, logo a diferença entre esses dois termos, mostrada no gráfico, tem valor positivo para todos os modelos analisados, exceto no $k-\varepsilon$. Nessa posição, a diferença entre as pressões de parede inferior e superior encontra-se mais suavizada para qualquer valor de y/h , quando comparado com as posições anteriores. A partir do recolamento, a distribuição de pressão tende a uniformidade ao longo do canal. Na última posição, localizada próximo da saída do escoamento, todos os perfis de distribuição de pressão apresentaram resultados similares, onde a diferença entre as pressões nas paredes inferior e superior tem valor quase nulo, representando a uniformidade da distribuição de pressão.

São utilizados valores normalizados de coeficiente de pressão e comprimento do canal para obter os perfis de coeficiente de pressão, com o objetivo de diminuir os efeitos causados pelas diferenças nos valores encontrados para o comprimento de recolamento ao utilizar os modelos de turbulências $k-\varepsilon$, $k-\omega$, $SST\ k-\omega$ e RSM no atual trabalho e comparar com os resultados encontrados por *Kopera* (2011) ao utilizar a simulação numérica direta, *DNS*.

A normalização utilizada no presente trabalho foi proposta por *Kim et al.* (1980) e é mostrada a seguir.

O coeficiente de pressão C_p^* é dado pela EQ. 5.13.

$$C_p^* = \frac{C_p - C_{p,min}}{C_{p,CB} - C_{p,min}} \quad (5.13)$$

O termo $C_{p,BC}$, denominado coeficiente de pressão *Borda-Carnot*, é obtido pela EQ. 5.14.

$$C_{p,BC} = \frac{2}{E_R} \left(1 - \frac{1}{E_R} \right) \quad (5.14)$$

A FIG. 5.25 apresenta os perfis do coeficiente de pressão normalizado C_p^* em função do comprimento normalizado, $(X - X_R)/X_R$, ao longo da parede inferior do canal após o degrau, obtidos ao utilizar os diferentes modelos de turbulência tratados no presente trabalho.

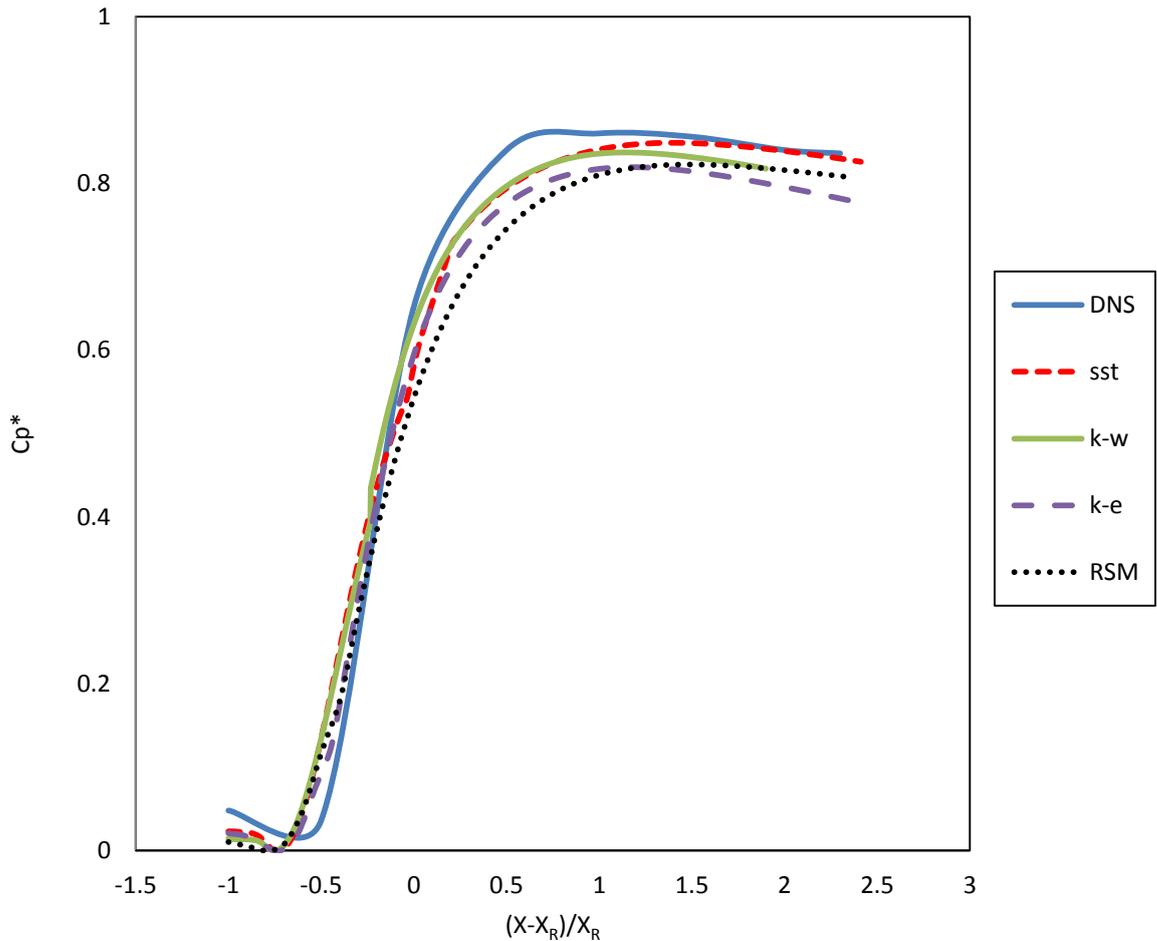


FIG. 5.25 Coeficiente de pressão C_p^* ao longo da parede inferior.

Pode-se observar que todos os modelos apresentam comportamento semelhante de coeficiente de pressão normalizado ao longo da parede inferior. Na região de recirculação, localizada entre $-1 < (X - X_R)/X_R < 0$, nota-se a presença de uma clara queda de coeficiente de pressão em todos os modelos de turbulência analisados. A partir do recolamento, ponto em que $(X - X_R)/X_R$ tem valor igual à zero, os valores de coeficiente de pressão aumentam significativamente até atingir a região próxima ao dobro do valor do comprimento de recolamento, ou seja, em que $(X - X_R)/X_R$ é igual a um. A partir dessa região, os valores de coeficiente de pressão apresentam uma tendência uniforme, uma vez que o escoamento tende ao equilíbrio.

5.6 INTENSIDADE TURBULENTA E TENSÕES DE *REYNOLDS*

Os resultados relacionados às grandezas de segunda ordem obtidos pelas simulações realizadas com os modelos de turbulência $k-\omega$, $k-\varepsilon$, $SST\ k-\omega$ e RSM são apresentados e analisados nessa seção, comparados com os resultados obtidos pela simulação numérica direta. A distribuição de turbulência afeta diretamente o campo de velocidade e de pressão sobre o degrau descendente. Serão analisados os perfis das intensidades de turbulência e da tensão cisalhante de *Reynolds* nas mesmas quatro posições em que foram mostrados anteriormente os perfis de velocidade e de distribuição de pressão.

A FIG. 5.26 apresenta os perfis de $\sqrt{u'u'}/U_b$ obtidos nas simulações realizadas no presente trabalho, comparados com os resultados encontrados por *Kopera* (2011). No perfil de intensidade turbulenta da primeira posição, $x/h = 0,5$, observa-se a presença de um pico acentuado na altura do degrau, $y/h = 1$, em todos os modelos analisados. Essa localização diz respeito à região em que está presente a camada de mistura e em que ocorre a separação do escoamento. O perfil de $\sqrt{u'u'}/U_b$ obtido por meio do modelo $k-\varepsilon$ apresenta picos na região abaixo do degrau não previstos no resultado obtido no modelo *DNS* e não vistos nos demais modelos *RANS* (*Araujo & Rezende, 2017a*). Todos os modelos preveem um pico próximo à parede do topo, de acordo com o perfil obtido por *Kopera* (2011).

Na região de recirculação, em $x/h = 4$, os modelos $k-\omega$, $k-\varepsilon$ e $SST\ k-\omega$ ainda apresentam picos acentuados na região próxima à altura do degrau, enquanto os modelos RSM e *DNS* apresentam picos em $y/h = 1,5$. Assim como na primeira posição, observa-se em todos os modelos a presença de picos localizados na parede superior. O modelo $k-\varepsilon$ novamente apresenta picos nas regiões perto da parede inferior que não são previstos por nenhum dos outros modelos discutidos no presente trabalho. Esse fato é justificado pela deficiência do desempenho desse modelo nas regiões próximas à parede.

Em $x/h = 8$, região próxima ao recolamento na maioria dos modelos analisados, os picos localizados perto da parede superior são regenerados em todos os perfis encontrados e picos próximos à parede inferior surgem em todos os modelos de turbulência analisados, com exceção do modelo RSM . Esses picos localizados próximos à parede inferior são ocasionados pelo recolamento do escoamento e não pode ser visto no modelo RSM pelo fato de que o recolamento nesse modelo já aconteceu em $x/h = 5,86$.

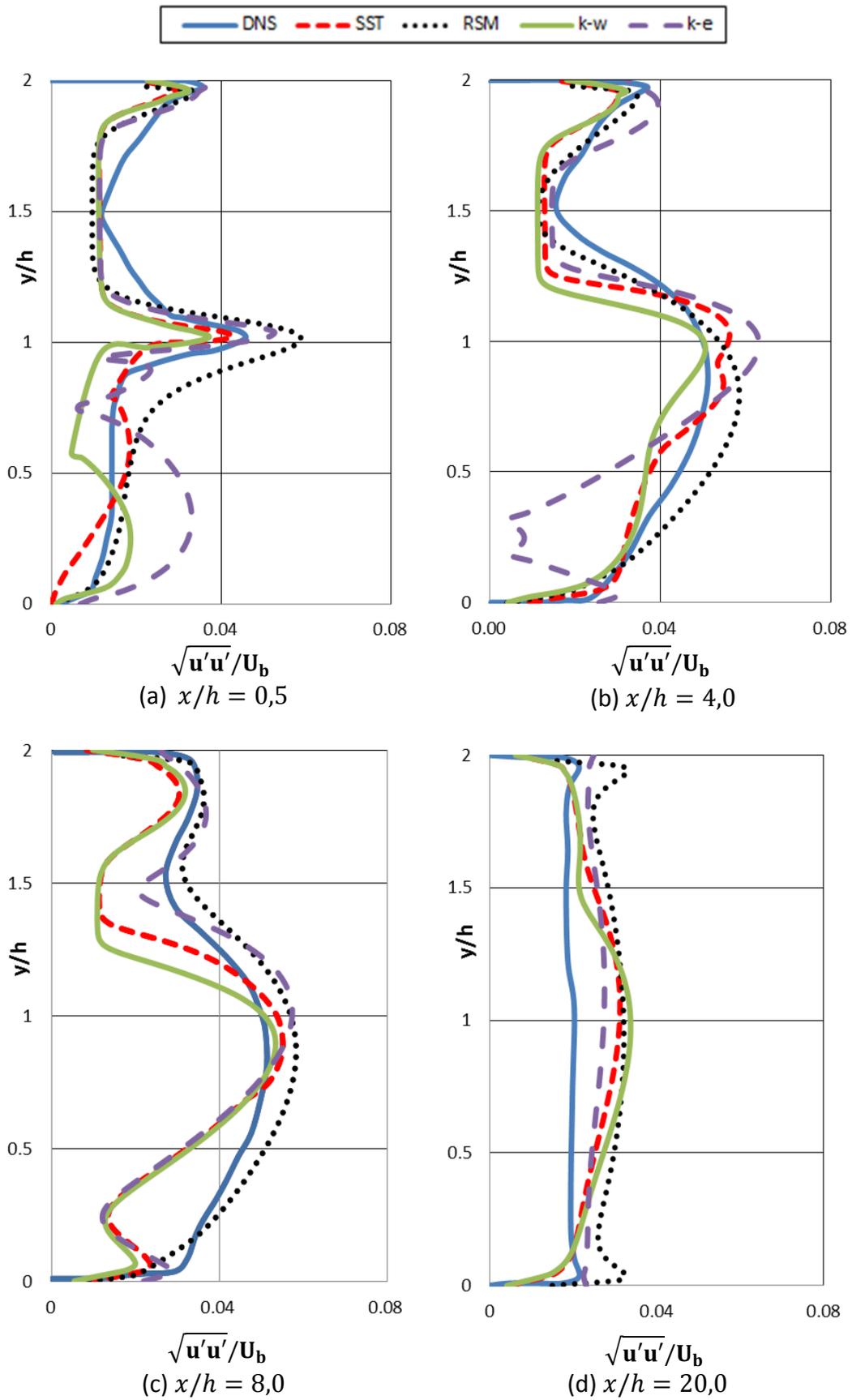


FIG. 5.26 Perfis de $\sqrt{u'u'}/U_b$ em diferentes posições.

À medida que o escoamento ocorre, os picos são amenizados, uma vez que o escoamento tende ao equilíbrio. Na última localização, em $x/h = 20$, nota-se a presença de picos próximos a parede inferior e superior em todos os modelos e o comportamento da grandeza de segunda ordem $\sqrt{u'u'}/U_b$ se dá de forma mais uniforme. Em todas as posições analisadas pôde-se observar que os comportamentos dos perfis de $\sqrt{u'u'}/U_b$ obtidos pelo modelo *RSM* apresentam maior concordância com os resultados encontrados por *Kopera* (2011) através da simulação numérica direta.

O contorno de $\overline{u'u'}/U_b^2$ encontrado no caso *DNS* é apresentado na FIG. 5.27, enquanto os resultados dos contornos obtidos em cada um dos modelos de turbulência utilizados nas simulações numéricas deste trabalho são mostrados nas FIG. 5.28 a 5.31.

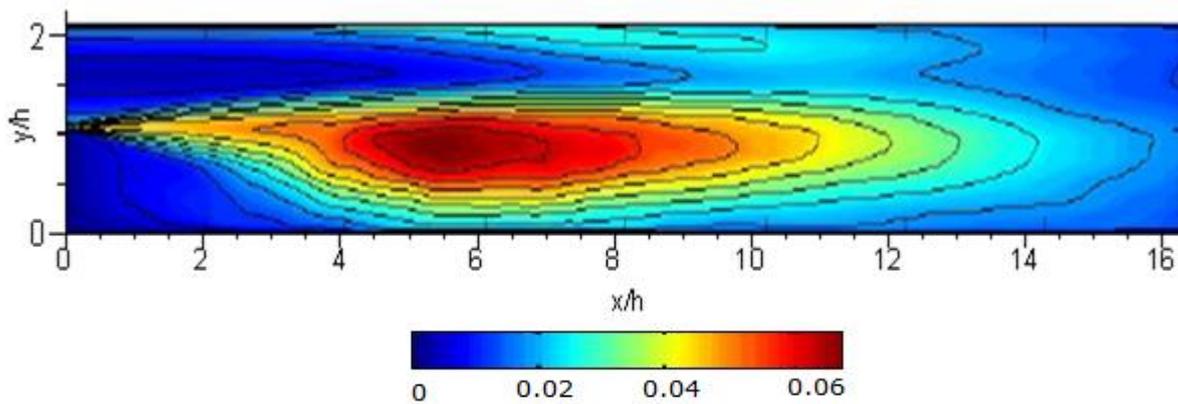


FIG. 5.27 Contorno de $\overline{u'u'}/U_b^2$ obtido por DNS (*Kopera*, 2011).

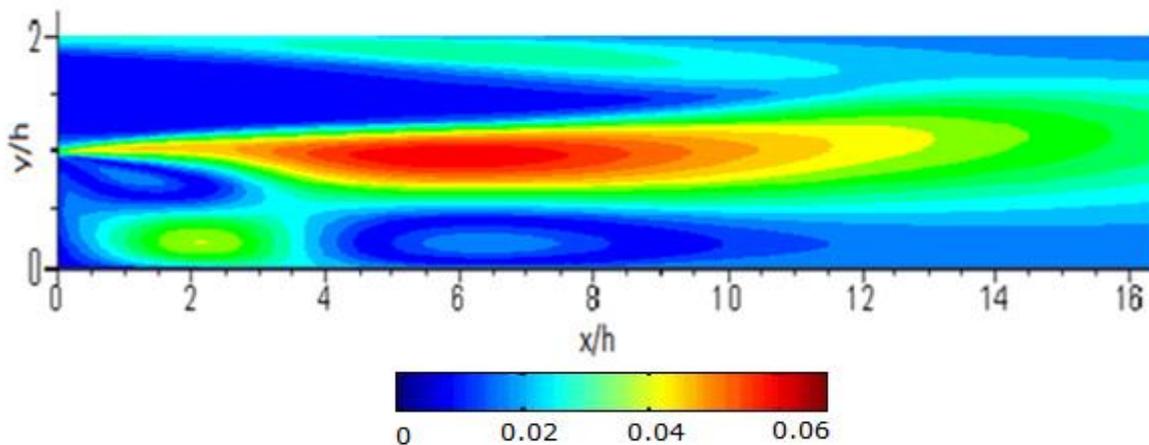


FIG. 5.28 Contorno de $\overline{u'u'}/U_b^2$ obtido pelo modelo $k-\epsilon$.

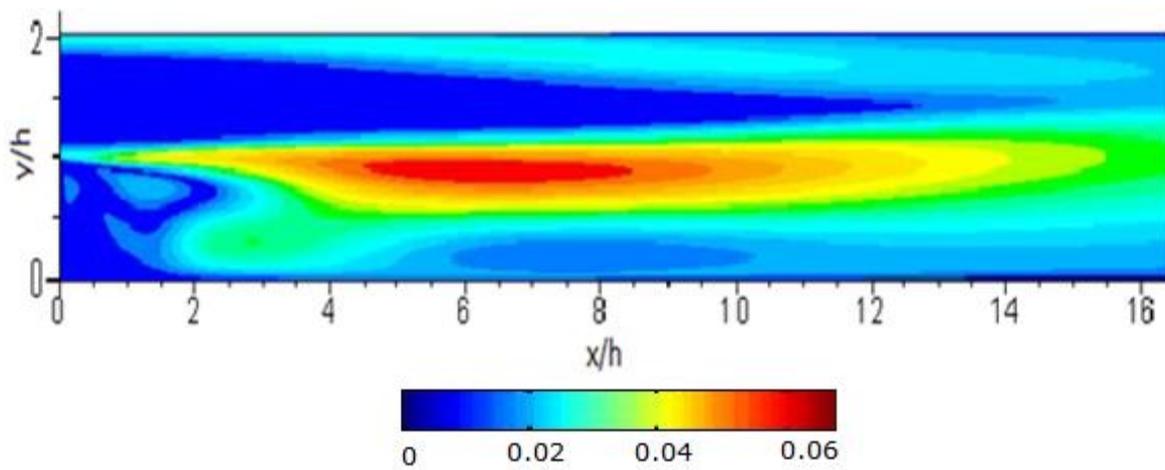


FIG. 5.29 Contorno de $\overline{u'u'}/U_b^2$ obtido pelo modelo $k-\omega$.

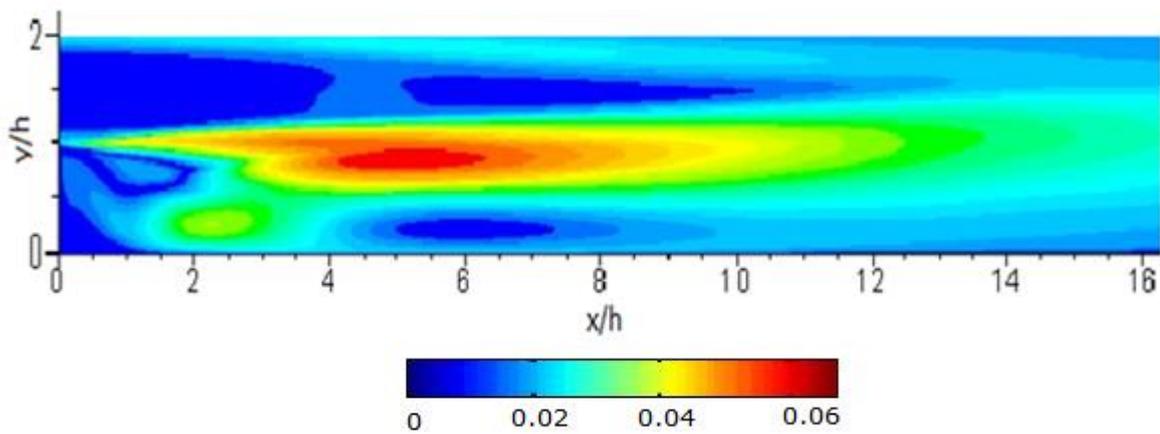


FIG. 5.30 Contorno de $\overline{u'u'}/U_b^2$ obtido pelo modelo $SST\ k-\omega$.

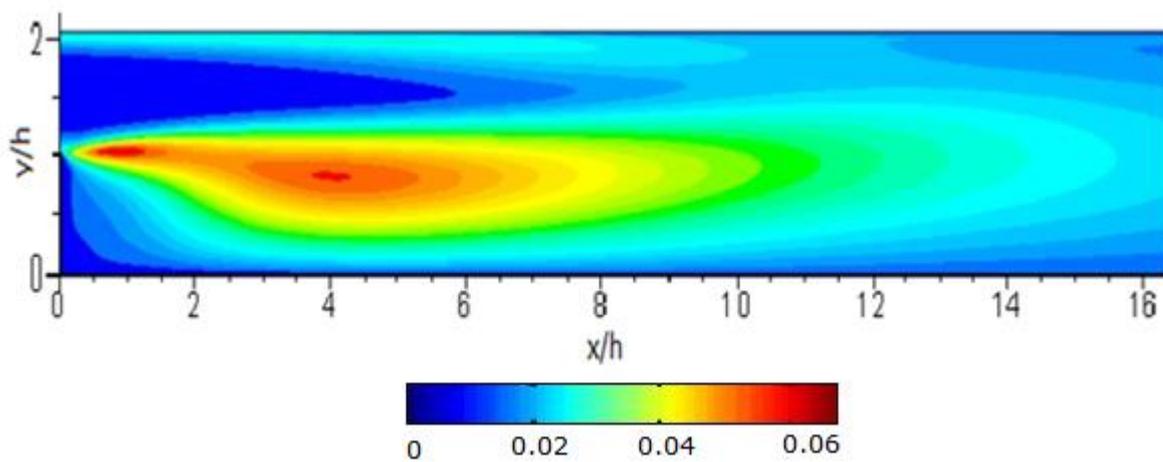


FIG. 5.31 Contorno de $\overline{u'u'}/U_b^2$ obtido pelo modelo RSM .

Por meio dos contornos de $\overline{u'u'}/U_b^2$ mostrados, nota-se que os picos dessa grandeza de segunda ordem encontram-se na posição correspondente a aproximadamente metade do valor do comprimento de recolamento, na altura do degrau, onde está localizada a camada de mistura. Em todos os casos, pode-se observar que a partir da posição de recolamento os valores de $\overline{u'u'}/U_b^2$ diminuem a jusante do escoamento, tendendo ao equilíbrio.

Os contornos de $\overline{u'u'}/U_b^2$ obtidos pelos modelos de turbulência *RANS* de duas equações diferenciais parciais baseados na hipótese de *Boussinesq* apresentaram, além dos picos principais discutidos anteriormente, picos nas regiões próximas à parede inferior nas posições entre $0 < x/h < 4$, não encontrados por *Kopera* (2011) ao realizar a simulação numérica direta. O contorno obtido pelo modelo *RSM*, apresentado na FIG. 5.31, não apresenta esses picos na parede inferior e é o contorno que se comporta de forma mais semelhante ao resultado obtido pelo modelo *DNS*, resultado já esperado.

Os perfis de intensidade turbulenta $\sqrt{v'v'}/U_b$ são mostrados na FIG. 5.32. O perfil apresentado na primeira posição, na camada de mistura, tem comportamento similar ao perfil de $\sqrt{u'u'}/U_b$, com pico acentuado na altura do degrau e outro pico menor na região próxima à parede superior. Os modelos *k-ε* e *k-ω* apresentaram picos nas regiões abaixo de degrau que não estão presentes nos perfis encontrados pelos demais modelos, enquanto os perfis dos modelos *SST k-ω* e *RSM* tiveram comportamentos similares ao comportamento obtido pela simulação numérica direta.

Mais a jusante, o pico existente na altura do degrau é regenerado em direção à parede inferior, originando uma curva com forma mais convexa, na posição $x/h = 4$. Nessa posição, os picos localizados perto da parede superior são suavizados nos perfis obtidos pelos modelos *RSM* e *DNS*, enquanto ainda são acentuados nas curvas encontradas pelos modelos *RANS* que utilizam a hipótese de *Boussinesq*. Ao passo em que o escoamento ocorre, os picos são diminuídos, assim como discutido para os perfis de $\sqrt{u'u'}/U_b$. Na última posição, em $x/h = 20$, os níveis de intensidade turbulenta vertical são menores, uma vez que o escoamento está mais equilibrado, e todos os modelos de turbulência discutidos apresentam comportamentos semelhantes.

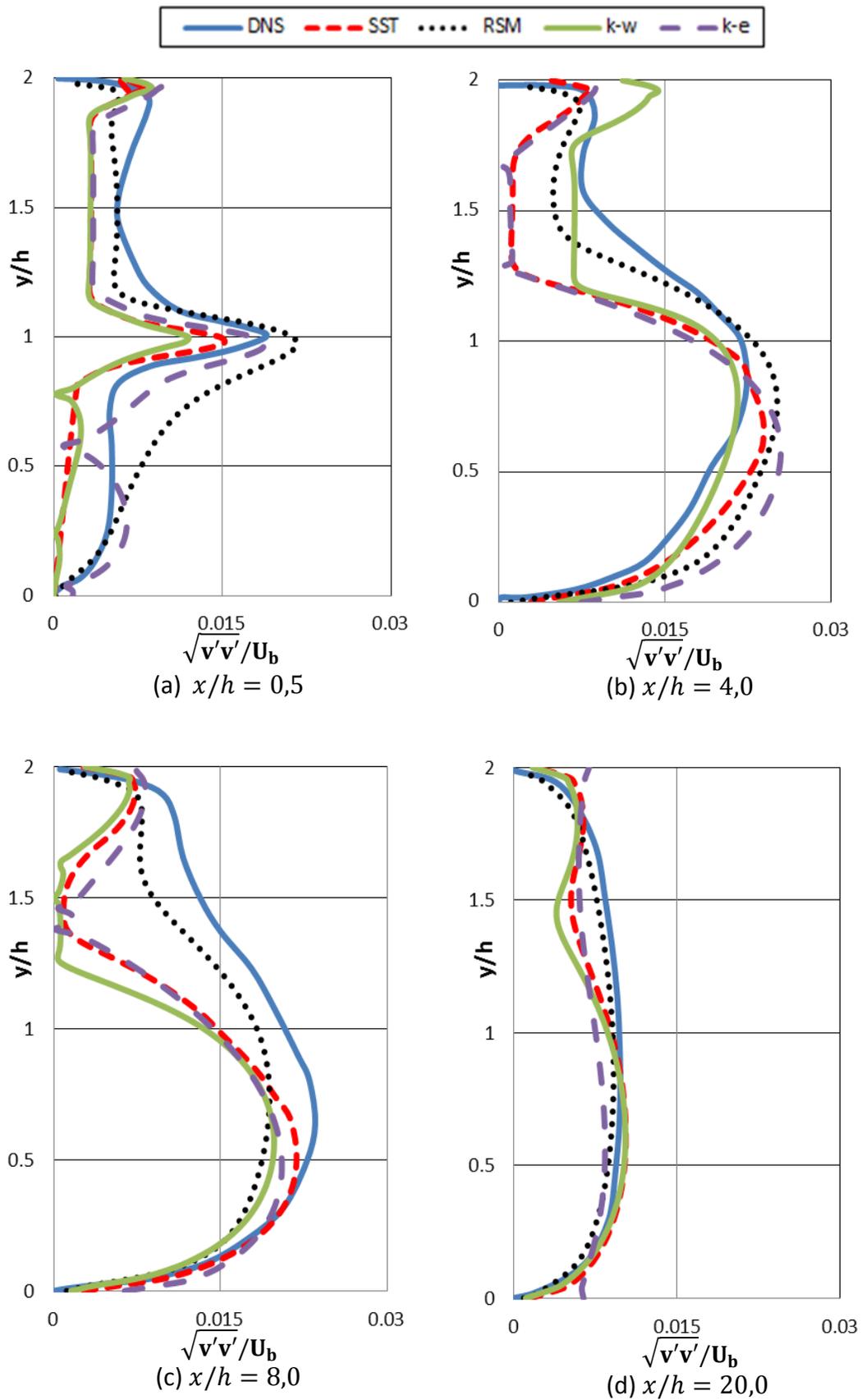


FIG. 5.32 Perfis de $\sqrt{v'v'}/U_b$ em diferentes posições.

Assim como observado nos perfis de $\sqrt{u'u'}/U_b$, o modelo *RSM* apresenta uma significativa vantagem nos resultados relacionados à intensidade de turbulência $\sqrt{v'v'}/U_b$ no caso do escoamento sobre um degrau descendente discutido no presente trabalho, de acordo com os perfis apresentados na FIG. 5.32. O modelo com piores resultados foi o modelo *k-ε*, uma vez que apresentou picos não previstos pela simulação numérica direta. De uma forma geral, os modelos de turbulência *RANS* que utilizam a hipótese de *Boussinesq* não apresentaram resultados satisfatórios para os perfis de $\sqrt{v'v'}/U_b$ nas posições analisadas nesse estudo.

A FIG. 5.33 apresenta o contorno de $\overline{v'v'}/U_b^2$ obtido por *Kopera* (2011) ao usar a simulação numérica direta. As FIG. 5.34 a 5.37 mostram os resultados dos contornos dessa grandeza de segunda ordem encontrados ao utilizar os modelos *RANS* analisados neste trabalho.

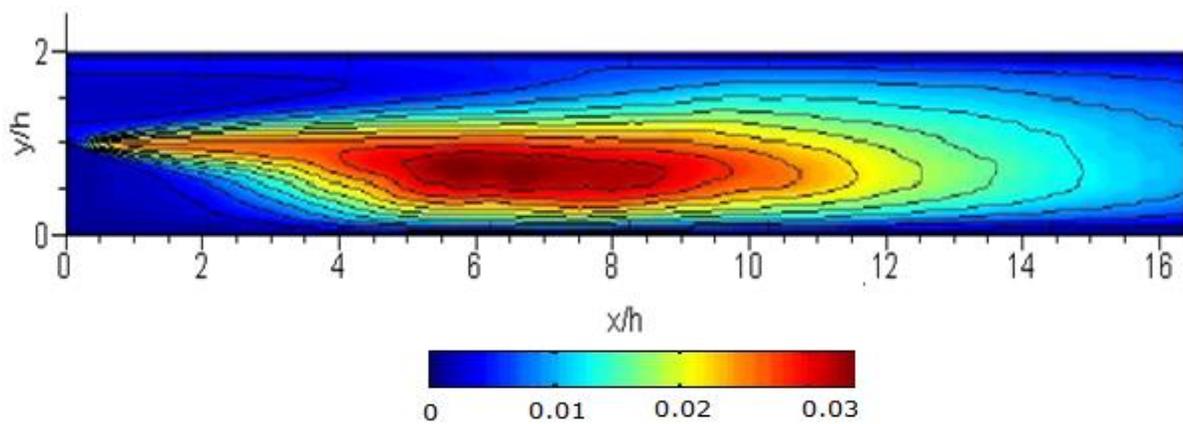


FIG. 5.33 Contorno de $\overline{v'v'}/U_b^2$ obtido por DNS (*Kopera*, 2011).

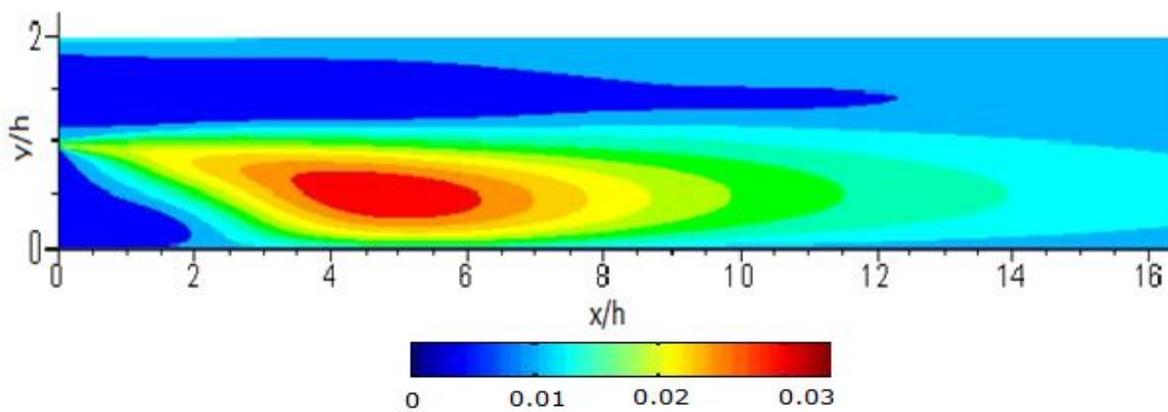


FIG. 5.34 Contorno de $\overline{v'v'}/U_b^2$ obtido pelo modelo *k-ε*.

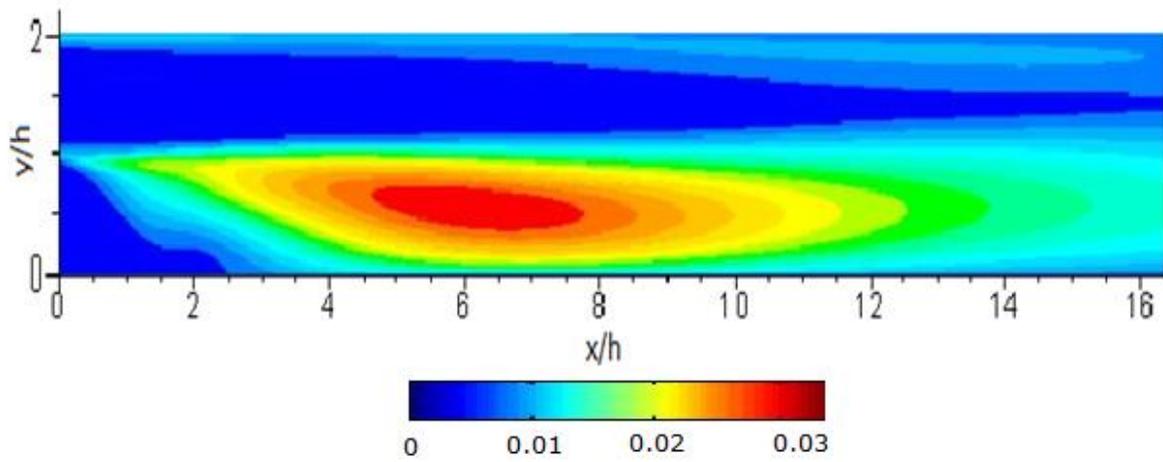


FIG. 5.35 Contorno de $\overline{v'v'}/U_b^2$ obtido pelo modelo $k-\omega$.

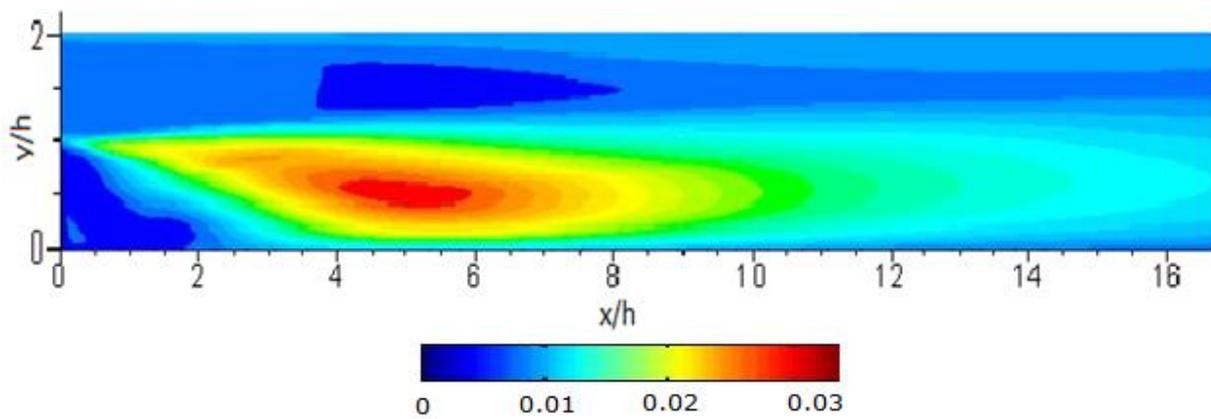


FIG. 5.36 Contorno de $\overline{v'v'}/U_b^2$ obtido pelo modelo $SST\ k-\omega$.

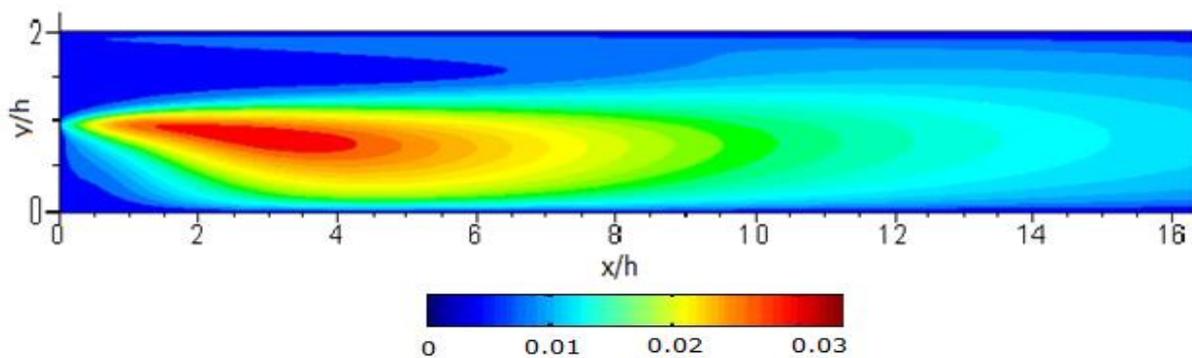


FIG. 5.37 Contorno de $\overline{v'v'}/U_b^2$ obtido pelo modelo RSM .

Os contornos de $\overline{v'v'}/U_b^2$ obtidos pelos modelos *RANS* utilizados no presente trabalho apresentaram comportamento semelhante ao resultado obtido por meio da simulação numérica direta. Em todos os casos os picos de $\overline{v'v'}/U_b^2$ são encontrados nas regiões próximas a posição com valor de $0,5X_R$ e nota-se que logo após o recolamento os valores dessa grandeza são diminuídos e mais a jusante o escoamento tende ao equilíbrio.

A FIG. 5.38 apresenta os perfis da tensão cisalhante de *Reynolds* $\overline{u'v'}/U_b^2$ nas quatro posições tratadas ao longo do presente trabalho. Assim como nos perfis de intensidade turbulenta, na primeira posição o perfil da tensão cisalhante apresenta um grande pico na altura do degrau, em $y/h = 1$. Esse pico é provocado pela presença da camada de mistura que ocasionará a separação do escoamento nessa região. Além desse pico mais acentuado, observam-se picos localizados próximo à parede superior, encontrados por todos os modelos analisados nesse trabalho. Nas regiões próximas a parede até a altura do degrau a tensão cisalhante de *Reynolds* apresenta valores quase nulos em todos os modelos, bem como na região logo acima do degrau até perto da parede superior.

Na região de recirculação e na região próxima ao recolamento, nota-se que os valores de tensão cisalhante de *Reynolds* aumentam na zona abaixo da altura do degrau, uma vez que o pico presente na primeira posição é regenerado nessa direção. Em ambas as posições, $x/h = 4$ e $x/h = 8$, tem-se a presença de picos na parede superior em todos os modelos. O modelo *k-ε* apresenta picos próximos à parede inferior, não previstos pelos demais modelos de turbulência.

Como nos perfis de intensidade de turbulência, o perfil de tensão cisalhante de *Reynolds* na posição $x/h = 20$ apresenta um comportamento mais uniforme, uma vez que o escoamento tende ao equilíbrio na zona mais próxima ao canal de saída. Ao observar os perfis de tensões de cisalhamento mostrados pode-se notar que os valores máximos se encontram em posições afastadas da parede, demonstrando um nível insuficiente de tensão de cisalhamento na parede.

Quando comparado aos perfis obtidos para as intensidades de turbulência, $\sqrt{u'u'}/U_b$ e $\sqrt{v'v'}/U_b$, pode-se afirmar que os modelos *RANS* apresentaram resultados mais condizentes com os resultados obtidos por simulação numérica direta, relacionados à tensão de cisalhamento de *Reynolds* $\overline{u'v'}/U_b^2$.

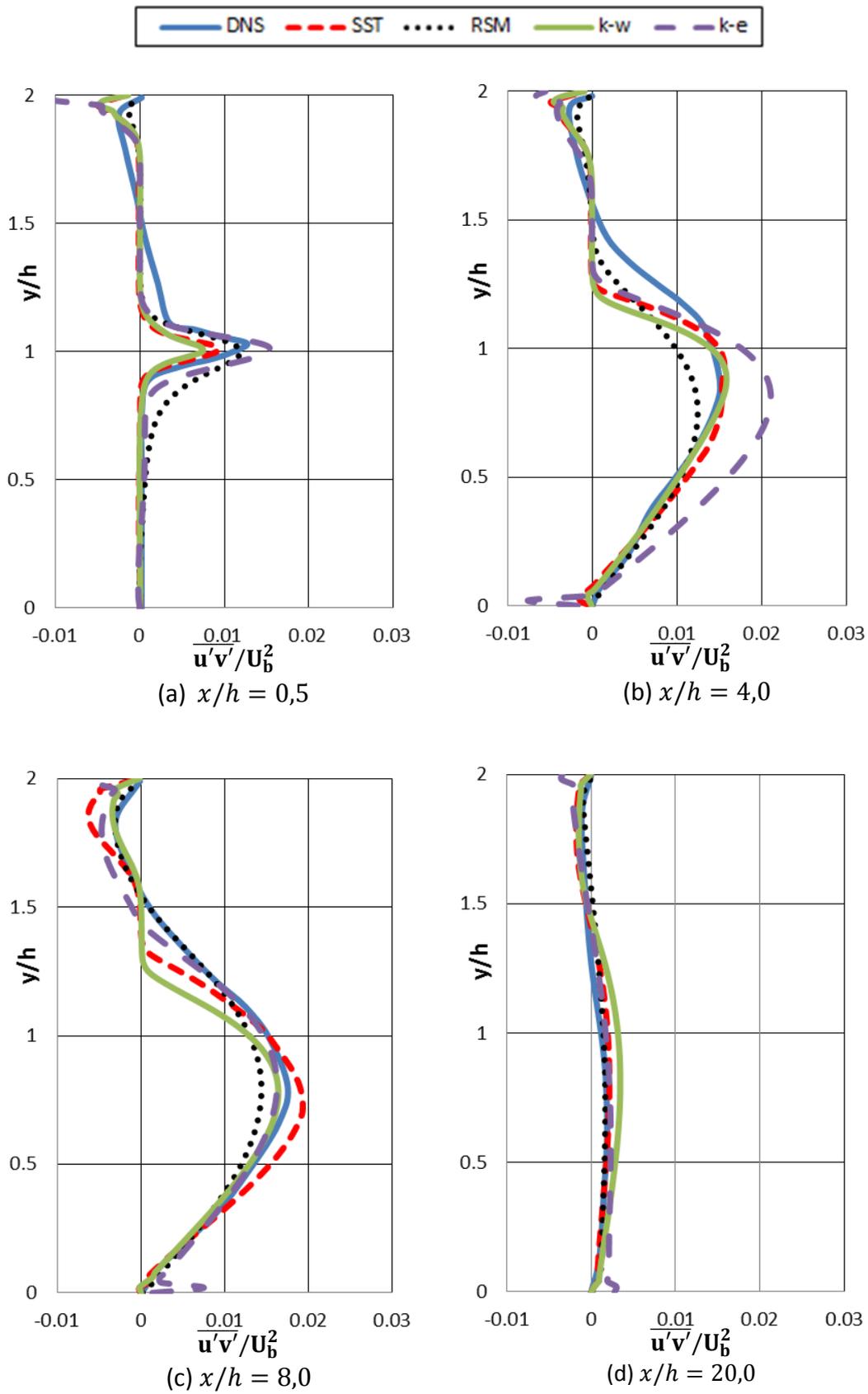


FIG. 5.38 Perfis de $\overline{u'v'}/U_b^2$ em diferentes posições.

A FIG. 5.39 mostra o contorno de $-\overline{u'v'}/U_b^2$ encontrado por *Kopera* (2011) através da simulação numérica direta e os contornos dessa grandeza obtidos por meio dos modelos *RANS* são apresentados nas FIG. 5.40 a 5.43.

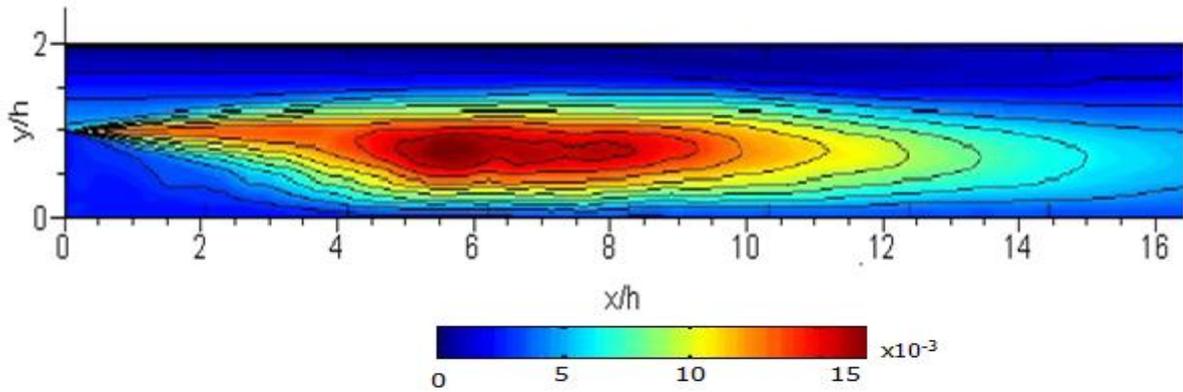


FIG. 5.39 Contorno de $-\overline{u'v'}/U_b^2$ obtido por *DNS* (*Kopera*, 2011).

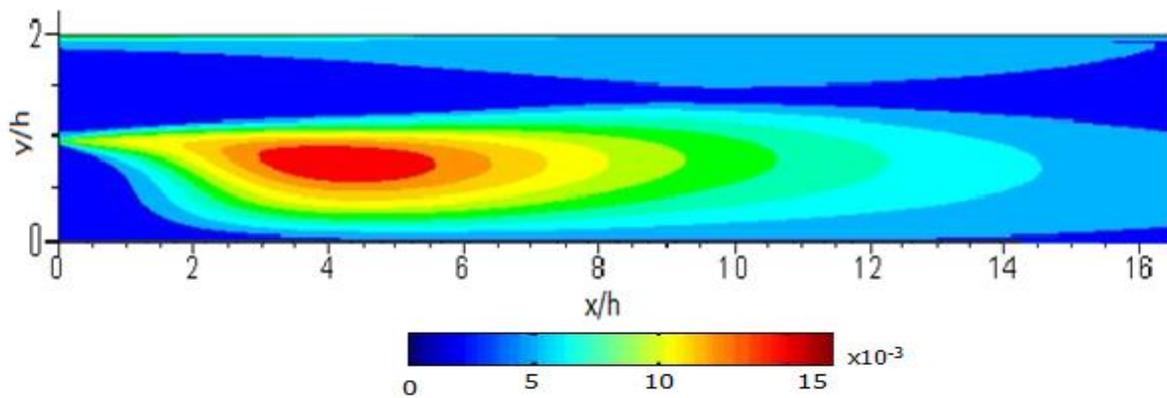


FIG. 5.40 Contorno de $-\overline{u'v'}/U_b^2$ obtido pelo modelo $k-\epsilon$.

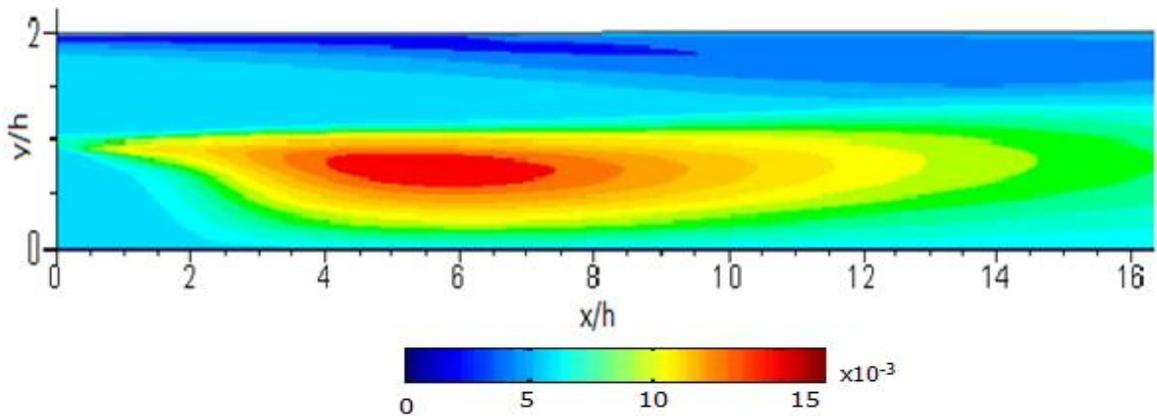


FIG. 5.41 Contorno de $-\overline{u'v'}/U_b^2$ obtido pelo modelo $k-\omega$.

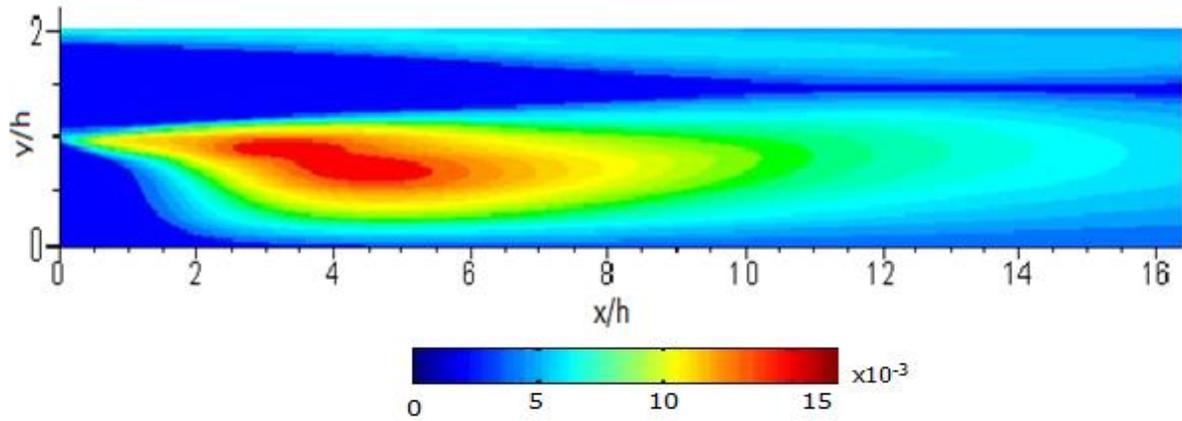


FIG. 5.42 Contorno de $-\overline{u'v'}/U_b^2$ obtido pelo modelo *SST k- ω* .

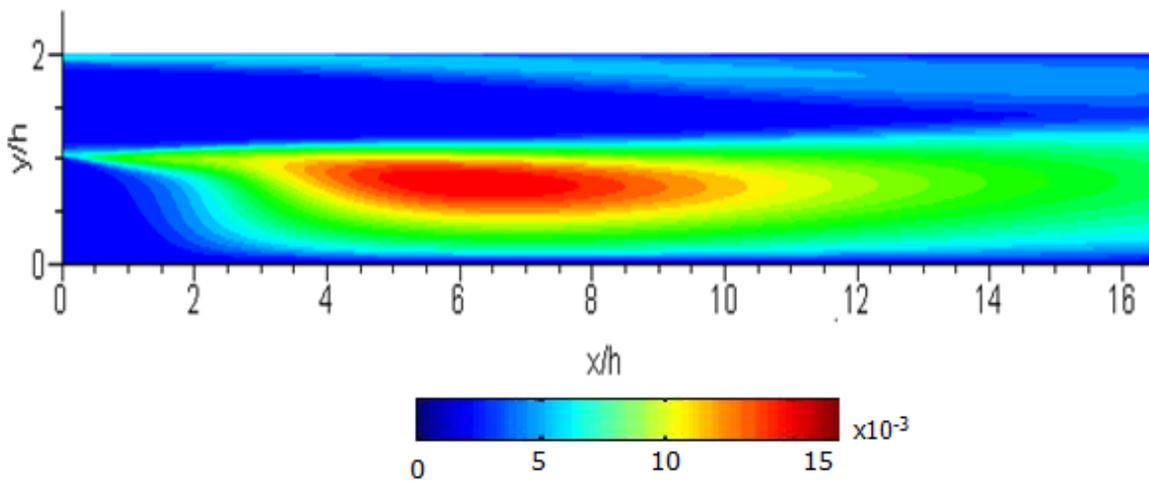


FIG. 5.43 Contorno de $-\overline{u'v'}/U_b^2$ obtido pelo modelo *RSM*.

Os contornos encontrados para a tensão cisalhante de *Reynolds* $-\overline{u'v'}/U_b^2$ através das simulações computacionais com o uso dos modelos *RANS* de segunda ordem apresentam resultados similares ao obtido por *Kopera* (2011). Os picos de $-\overline{u'v'}/U_b^2$ estão presentes próximos à altura do degrau ($y/h = 1$), na região central entre a aresta do degrau e o comprimento de recolamento.

Ao analisar os perfis de intensidades turbulentas e tensão cisalhante de *Reynolds* mostrados é notável que valores máximos das intensidades turbulentas e da tensão cisalhante de *Reynolds* têm uma tendência uniforme, dada por um aumento contínuo em direção a um valor de pico na região mais próxima ao recolamento, seguido da diminuição dos valores mais a jusante do escoamento, retratando uma mudança significativa na estrutura da camada de cisalhamento.

Quando comparado com os desempenhos dos modelos $k-\omega$, $k-\varepsilon$ e $SST k-\omega$ em relação aos resultados obtidos pela simulação numérica direta, o modelo RSM apresenta o melhor comportamento dos perfis em todas as posições mostradas. Esse resultado já era esperado, uma vez que o modelo RSM é um modelo de fechamento de segunda ordem, onde as intensidades de turbulência são calculadas diretamente na sua equação de transporte, diferentemente do que acontece nos modelos $RANS$ que utilizam a hipótese de *Boussinesq*, onde as grandezas de segunda ordem são calculadas por equações a partir da viscosidade turbulenta.

6 CONCLUSÃO

O presente trabalho realizou simulações computacionais do escoamento turbulento sobre um canal com a presença de um degrau descendente com diferentes modelos de turbulência que abordam a metodologia de equações médias de *Reynolds* (*RANS*). Os modelos de duas equações diferenciais parciais utilizados foram o *k- ω* padrão, *k- ϵ* e *SST k- ω* , além do modelo de fechamento de segunda ordem denominado *Reynolds Stress Model* (*RSM*). Os resultados obtidos por essas simulações numéricas foram validados e comparados com os resultados encontrados pelo estudo de *Kopera* (2011), ao realizar uma simulação numérica direta do escoamento turbulento sobre um degrau descendente.

Todos os casos analisados foram construídos com o raio de expansão de $E_R = 2$, baseado na altura do degrau e na altura do canal de saída. O número de *Reynolds* em todas as simulações é igual a $Re = 9000$, baseado na velocidade de entrada U_b e na altura do degrau h . Esses são os mesmos parâmetros utilizados por *Kopera* (2011) em seu estudo.

A geometria construída nesse trabalho apresenta largura do canal de entrada igual à $4h$ e altura igual à altura do degrau, h . O canal de saída apresenta largura de $29h$ e altura igual à $2h$. A altura do degrau h é igual a 1 m. A malha utilizada em todas as simulações realizadas com os modelos de turbulência *RANS* é composta por 155000 elementos, com um maior refinamento na região próxima ao degrau.

O software *ANSYS FLUENT*[®] foi usado para a construção da geometria, construção das malhas, além do pós-processamento dos casos construídos. Em todos os casos simulados no presente trabalho foi utilizado o método numérico denominado Método dos Volumes Finitos (*McDonald*, 1971) para discretizar as equações de governo. O esquema de interpolação usado é o *QUICK* (*Leonard*, 1979) e o esquema *SIMPLE* (*Patankar*, 1990) foi usado no acoplamento pressão-velocidade. Para a resolução do sistema de equações lineares foi utilizada a técnica Multigrid (*Hutchinson & Raithby*, 1986). O problema foi considerado convergido quando todos os resíduos forem menores que 10^{-6} .

O modelo *SST k- ω* obteve um resultado para o comprimento de recolamento igual à $X_R = 8,50$ e foi o modelo *RANS* que encontrou o resultado mais próximo do valor obtido por *Kopera* (2011) através da simulação numérica direta, com comprimento de recolamento de $X_R = 8,62$. Consequentemente, esse modelo de duas equações diferenciais apresentou os

melhores resultados relacionados aos contornos de velocidade e perfis de velocidade média nas quatro posições do escoamento analisadas nesse trabalho ($x/h = 0,5$, $x/h = 4$, $x/h = 8$ e $x/h = 20$). O modelo de fechamento de segunda ordem *RSM* apresentou o menor valor de comprimento de recolamento ($X_R = 5,86$), logo obteve o menor tamanho de bolha principal de recirculação e resultados diferentes do encontrado por *DNS* nos perfis de velocidade, principalmente nas regiões próximas à parede nas posições mais próximas à região do recolamento, $x/h = 4$ e $x/h = 8$.

Todos os modelos analisados conseguiram prever a bolha principal de recirculação, cujo tamanho varia de acordo com o valor de comprimento de recolamento encontrado por cada um dos modelos. O modelo $k-\varepsilon$ foi o único modelo que não apresentou a bolha secundária de recirculação no contorno de velocidade obtido, fato já esperado uma vez que esse modelo não tem bom desempenho em casos com gradiente de pressão adverso e separação da camada limite. Além disso, esse modelo obteve valor de comprimento de recolamento significativamente menor que o valor encontrado por *Kopera* (2011), sendo igual à $X_R = 6,34$.

Com relação aos resultados obtidos para a distribuição de pressão, somente os modelos *SST k- ω* e *RSM* conseguiram prever a zona de queda de pressão na região próxima ao degrau encontrada por *Kopera* (2011). Nos resultados dos perfis de distribuição de pressão nas quatro posições do escoamento analisadas nesse trabalho, somente o modelo *RSM* obteve resultados satisfatórios para a região mais próxima ao degrau ($x/h = 0,5$), prevendo a queda de pressão na altura do degrau.

O modelo *RSM* obteve os melhores resultados relacionados às grandezas de segunda ordem discutidas no presente estudo, conclusão feita ao observar os contornos e os perfis das mesmas. Esse resultado já era esperado, uma vez que se trata de um modelo de fechamento de segunda ordem que calcula de forma direta essas grandezas, diferentemente dos outros modelos *RANS* utilizados, que usam a Hipótese de *Boussinesq* e a modelagem da viscosidade turbulenta para calcular as grandezas associadas aos componentes do tensor de *Reynolds*. O modelo $k-\varepsilon$ apresentou resultados notavelmente fracos para as grandezas de segunda ordem analisados.

A realização desse estudo foi de grande importância para a compreensão dos fenômenos de separação, recirculação e recolamento do escoamento envolvidos no escoamento turbulento sobre o canal com degrau descendente, provocados pela presença do gradiente de pressão adverso originado pela mudança na geometria. Além do melhor

entendimento desses fenômenos, o trabalho permitiu o conhecimento aprofundado das vantagens e deficiências de cada um dos modelos de turbulência *RANS* utilizados ao analisar cada um dos resultados discutidos no caso simulado numericamente.

Os modelos baseados nas equações médias de *Reynolds* (*RANS*) têm como significativa vantagem o menor custo computacional e menor tempo de simulação, quando comparado à de simulação numérica direta, técnica esta que não apresenta nenhum nível de modelagem. Através dos resultados obtidos nas simulações computacionais envolvendo os modelos de turbulência *RANS* de duas equações parciais pode-se concluir que o modelo *SST k- ω* pode ser aplicado ao caso do escoamento turbulento sobre degrau descendente discutido no presente trabalho, uma vez que apresentou resultados satisfatórios para todas as grandezas analisadas. O modelo de fechamento de segunda ordem *RSM* pode ser utilizado a esse caso quando as principais grandezas de interesse sejam as grandezas de segunda ordem relacionadas às componentes do tensor de *Reynolds*. Esse modelo não apresentou resultados satisfatórios para o comprimento de recolamento. Sendo assim, sugere-se, para trabalhos futuros, que sejam estudadas outras técnicas de tratamento das regiões próximas à parede para o modelo *RSM*, com o objetivo de obter melhores resultados de comprimento de recolamento ao utilizar esse modelo.

Estudos realizados por *Xie & Xi* (2017), *Shahi et al.* (2015) e *Ratha & Sarkar* (2014) apontam que o número de *Reynolds* afeta significativamente o valor do comprimento de recolamento. Logo, outra sugestão para trabalhos futuros é a realização de simulações com diferentes números de *Reynolds*, com o objetivo de avaliar a influência do número de *Reynolds* no comprimento de recolamento do escoamento turbulento.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABBOT, D.E; KLINE, S.J. **Experimental investigations of subsonic turbulent flow over single and double backward-facing steps.** Transactions of the ASME. Series D, Journal of Basic Engineering, v. 84, n. 3, p. 317-325, 1962.
- ADAMS, E. W.; JOHNSTON, J. P. **Effects of the separating shear layer on the reattachment flow structure. Part 1: pressure and turbulence quantities. Part 2: reattachment length and wall shear stress.** Experiments in Fluids, v. 6, n. 6, p. 400-408, p. 493-499, 1988.
- ARAUJO, P. P.; REZENDE, A. L. T. **Comparison of turbulence models in the flow over a backward-facing step.** International Journal of Engineering Research and Science, v. 3, n. 11, p. 88-93, 2017a.
- ARAUJO, P. P.; REZENDE, A. L. T. **Modelo de fechamento de segunda ordem da turbulência aplicado ao escoamento sobre degrau descendente.** Revista Militar de Ciência e Tecnologia, 2017b.
- ARMALY, B. F.; DURST, F.; PEREIRA, J. C. F.; SCHÖNUNG, B. **Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow.** Journal of Fluid Mechanics, v. 1, p. 473 - 4961, 1983.
- BAYRAKATAR, S. **Numerical solution of three-dimensional flow over angled backward-facing step with raised upper wall.** Journal of Applied Fluid Mechanics, v. 7, n.1, p. 155-167, 2014.
- BENAZZA, A.; BLANCO, E.; ABIDAT, M. **2-D detached-eddy simulation around elliptic airfoil at high Reynolds number.** Journal of Applied Sciences, v. 7, n. 4, p. 547-552, 2007.
- BRADSHAW, P. F.; FERRIS, D. H.; ATWELL, N. P. **Calculation of boundary layer development using the turbulent energy equation.** Journal of Fluid Mechanics, Cambridge University Press, United Kingdom, v. 28, n. 3, p. 593-616, 1967.

- BRADSHAW, P.; WONG, F.Y.F. **The reattachment and relaxation of a turbulent shear layer.** Journal of Fluid Mechanics Digital Archive, v. 52, p. 113-135, 1972.
- CAZALBOU, J. B.; SPARLAT P. R.; BRADSHAW P. **On the behavior of 2-Equation models at the edge of a turbulent region.** Physics of Fluids, v. 6, n. 5, p. 1797-1804, 1993.
- CHANDRSUDA, C.; BRADSHAW, P. **Turbulence structure of a reattaching mixing layer.** Journal of Fluid Mechanics, v. 110, p. 171-194, 1981.
- CHEN, H. C.; PATEL, V. C. **Near-wall turbulence models for complex flows including separation.** AIAA Journal, v. 26, n. 6, p. 641-648, 1988.
- CHORIN, A. J. **On the convergence of discrete approximations to the Navier-Stokes equations.** Mathematics of Computation, v. 23, n. 106, p. 341-353, 1969.
- COLLIE S.; GERRITSEN, M.; JACKSON, P. **Performance of two-equation turbulence models for flat plate flows with leading edge bubbles.** Journal of Fluids Engineering-Transactions of the Asme, v. 130, n. 2, p. 021201, 2008.
- DALY, B. J.; HARLOW F. H. **Transport equations in turbulence.** Physics Fluids, v. 13, n. 11, p. 2634-2649, 1970.
- DRIVER, D.M.; SEEGMILLER, H.L. **Features of a reattaching turbulent shear layer in divergent channel flow.** AIAAJ, v. 23, n. 2, p. 163-171, 1985.
- GIBSON, M. M.; LAUNDER, B. E. **Ground effects on pressure-fluctuations in atmospheric boundary-layer.** Journal of Fluid Mechanics, v. 86, n. 3, p. 491-511, 1978.
- GONÇALVES, Nelson Daniel Ferreira. **Método dos volumes finitos em malhas não-estruturadas.** 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia Matemática) – Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2007.
- HANJALIC, K. **Advanced turbulent closure models: a view of current status and future prospects.** International Journal of Heat and Fluid Flow, 15:178-203, 1994.
- HUTCHINSON, B. R.; RAITHBY, G. D. **A multigrid method based on the additive correction strategy.** Numerical Heat Transfer, v.9, n.5, p. 511-537, 1986.

- ISSA R. I. **Solution of implicitly discretized fluid flow equations by operator splitting.** Journal of Computational Physics, v. 62, p. 40-65, 1986.
- JONES, W. P.; LAUNDER, B. E. **Prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence.** International Journal of Heat and Mass Transfer. v. 5, n.2, p. 31-34, 1972.
- JONGEN, T.; MARX, Y. P. **Design of an unconditionally stable, positive scheme for the k-epsilon and two-layer turbulence models.** Computers & Fluids, v. 26, n. 5, p. 469-487, 1997.
- JOVIC, S.; DRIVER, D. **Reynolds number effect on the skin friction in separated flows behind a backward-facing step.** Experiments in Fluids, v. 18, n. 6, p. 464-467, 1995.
- KIM, J.; KLINE, S.J.; JOHNSTON, J.P. **Investigation of a reattaching turbulent shear layer: flow over a backward-facing step.** Transactions of the ASME. Journal of Fluid Engineering, 102, n.3, p. 302-308, 1980.
- KOPERA, Michal Andrzej. **Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step.** 2011. 178p. Thesis (Doctor of Philosophy) - University of Warwick, 2011.
- LAUNDER, B. E.; SHARMA, B. I. **Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disk.** Letters in Heat and Mass Transfer, v. 1, n. 2, p. 131-138, 1974.
- LAUNDER B. E.; REECE G. J.; RODI W. **Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure.** Journal of Fluid Mechanics, v. 68, n. 3, p. 537-566, 1975.
- LAUNDER, B. E. **Second-moment closure: present... and future?.** International Journal of Heat and Fluid Flow, v. 10, n. 4, p. 282-300, 1989.
- LAUNDER, B. E.; SHIMA N. **Second-moment closure for the near-wall sublayer: development and application.** AIAA Journal, v. 27, n. 10, p. 1319-1325, 1989.
- LAUNDER, B. E.; SANDHAM N. D. **Closure strategies for turbulent and transitional flows.** 1st ed. Cambridge University Press, 600 p, 2001.

- LAUNDER, B. E.; SPALDING, D. B. **The numerical computation of turbulent flows.** Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 3, p. 269-289, 1974.
- LE, H.; MOIN, P.; KIM, J. **Direct numerical simulation of turbulent flow over backward-facing step.** Journal of Fluid Mechanics, v. 330, p. 349-374, 1997.
- LEE, T.; MATEESCU, D. **Experimental and numerical investigation of 2-D backward-facing step flow.** Journal of Fluids and Structures, v. 12, n.6, p. 703 – 716, 1998.
- LEONARD, B. P. **A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation.,** Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 19, n.1, p. 59-98. 1979.
- LEONARD, B. P. **The ultimate conservative difference scheme applied to unsteady one-dimensional advection.** Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 88, n. 1, p. 17-74, 1991.
- LEONARD, B. P.; MOKHTARI, S. **ULTRA-SHARP nonoscillatory convection schemes for high-speed steady multidimensional flow.** NASA TM 1-2568 (ICOMP-90-12), NASA Lewis Research Center, 1990.
- LIAKOS, A.; MALAMATARIS, N. A. **Topological study of steady state, three dimensional flow over a backward-facing step.** Computers & Fluids, v. 118, p. 1-18, 2015.
- LIEN F. S.; LESCHZINER M. A.. **Assessment of turbulent transport models including non-linear RNG eddy-viscosity formulation and second-moment closure.** Computers and Fluids, v. 23, n. 8, p. 983-1004, 1994.
- LOUDA, P.; PŘÍHODA, J.; KOZEL, K.; SYÁČEK, P. **Numerical simulation of flows over 2D and 3D backward-facing inclined steps.** International Journal of Heat and Fluid Flow, n. 43, p. 268-276, 2013.
- MACCORMACK, R. W.; PAULLAY, A. J. **Computational efficiency achieved by time splitting of finite difference operators.** AIAA, p. 72-154, San Diego, 1972.

- MALISKA, Clovis R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. 2. ed. Rio de Janeiro, LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2004, 474 p.
- MCDONALD, P. W. **The computation of transonic flow through two-dimensional gas turbine cascades**. ASME, p. 71-89, 1971.
- MENTER, F. R. **Influence of free stream values on $k-\omega$ turbulence model predictions**. AIAA Journal, v. 30, n. 6, p. 1657-1659, 1992.
- MENTER, F. R. **Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications**. AIAA Journal, v. 32, n. 8, p. 1598-1605, 1994.
- MENTER F. R.; KUNTZ M.; LANGTRY R. **Ten years of industrial experience with the SST turbulence model**. 4th International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer, p. 625-632, 2003.
- MIRANDA, Wendel Rodrigues. **Simulação numérica de uma bolha de separação em bordo arredondado utilizando equações médias de Reynolds**. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2014.
- NAOT, D.; SHAVIT, A.; WOLFSHTE, M. **Interactions between components of turbulent velocity correlation tensor due to pressure fluctuations**. Israel Journal of Technology, v. 8, n. 3, p. 259-279, 1970.
- PATANKAR, Suhas. **Numerical heat transfer and fluid flow**. John Benjamins Publishing, 197p, 1980.
- RATHA, D.; SARKAR, A. **Analysis of flow over backward facing step with transition**. Frontiers of Structural and Civil Engineering, v. 9, n. 1, p. 71-81, 2015.
- REZENDE, André Luiz Tenório. **Análise numérica da bolha de separação do escoamento turbulento sobre placa plana fina inclinada**. 2009. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2009.

- REZENDE, A. L. T.; NIECKELE, A. O. **Evaluation of turbulence models to predict the edge separation bubble over a thin aerofoil.** 20th International Congress of Mechanical Engineering – COBEM 2009, p. 2-4. Gramado, RS, Brasil. 2009.
- RHIE, C. M.; CHOW, W. L. **Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation.** AIAA Journal, v. 21, n. 11, p. 1525-1532, 1983.
- RODI, W. **DNS and LES of some engineering flows.** Fluid Dynamics Research, v. 38, p. 145-173, 2006.
- ROTTA, J. **Statistische theorie Nichthomogener turbulenz.** Zeitschrift für Physik, v. 129, n. 6, p. 547-572, 1951.
- SHAHI, M.; KOK, J. B. W.; POZARLIK, A. **On characteristics of a non-reacting and a reacting turbulent flow over a backward-facing Step (BFS).** Internacional Communications in Heat and Mass Transfer, v. 61, p. 16-25, 2014.
- SOARES, F. A.; ARAUJO, P. P.; REZENDE, A. L. T.; **Numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step.** 24th International Congress of Mechanical Engineering (COBEM), 2017.
- SPAZZINI, P.; IUSO, G.; ORONATO, M.; ZURLO, N.; DI CICCA, G. **Unsteady behavior of back-facing step flow.** Experiments in Fluids, v. 30, n. 5, p. 551-561, 2001.
- VANDOORMAAL, J. P.; RAITHBY, G. D. **Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows.** Numerical Heat Transfer, v. 7, n.2, p. 147-163, 1984.
- WILCOX, D. C. **Reassessment of the scale-determining equation for advanced scale models.** AIAA Journal, v. 26, n. 11, p. 1299-1310, 1988.
- WILCOX, D. C. **A half-century historical review of the k- ω model.** AIAA paper 91-0615, 1991.
- WILCOX, David C. **Turbulence modeling for CFD.** 3 ed. California: DCW Industries, 552 p., 1998.

WOLFSHTEIN, M. **The velocity and temperature distribution of one- dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient.** International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 12, p. 301-318, 1969.

WU, Y.; REN, H.; TANG, H. **Turbulent flow over a rough backward-facing step.** International Journal of Heat and Fluid Flow, n. 44, p. 155-169, 2013.

XIE, W. A.; XI, G. N. **Fluid flow and heat transfer characteristics of separation and reattachment flow over a backward-facing step.** International Journal of Refrigeration, v. 74, p. 175-187, 2017.