

**MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

ANNA RAFAELA SILVA FERREIRA

PRESCRIÇÃO DA MARCHA HUMANA POR MEIO DA DINÂMICA INVERSA

**RIO DE JANEIRO
2017**

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

ANNA RAFAELA SILVA FERREIRA

PRESCRIÇÃO DA MARCHA HUMANA POR MEIO DA DINÂMICA INVERSA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador:

TC Jorge Audrin Morgado de Gois, Dr.Ing.

Rio de Janeiro

2017

C2015

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro - RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmар ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade da autora e do orientador.

Ferreira, Anna Rafaela Silva

Prescrição da marcha humana através da minimização da energia / Anna Rafaela Silva Ferreira.

– Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2017.

80 f.

Dissertação (mestrado) – Instituto Militar de Engenharia, 2017.

1. Marcha humana. 2. Minimização. 3. Energia

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

ANNA RAFAELA SILVA FERREIRA

PRESCRIÇÃO DA MARCHA HUMANA POR MEIO DA DINÂMICA INVERSA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: TC Jorge Audrin Morgado de Gois – Dr. Ing.

Aprovada em 01 de dezembro de 2017 pela seguinte Banca Examinadora:

TC Jorge Audrin Morgado de Gois – Dr. Ing. do IME – Presidente

TC André Luiz Tenório Rezende - D.Sc. do IME

TC Ricardo Teixeira da Costa Neto - D.Sc. do IME

Cel R/1 André Louzada Moreira - D.Sc. da Escola Naval

Rio de Janeiro

2017

À Deus e à minha querida família por estarem sempre me proporcionado coragem e ânimo.

AGRADECIMENTOS

Inicialmente, agradeço a Deus por todos os momentos que me fizeram chegar até hoje. Por toda a força me dada e pela bondade a mim concedida, principalmente nos momentos de maiores dificuldades e dúvidas. Obrigada.

Agradeço do mesmo modo aos meus pais, Rafael e Ivonete, por terem me proporcionado o dom da vida e sempre me encorajarem e persistirem nos meus estudos, assim como também na minha formação moral. Ao meu irmão, Fabrício, e a minha cunhada, Karina, por me acolherem e terem paciência comigo e a meu sobrinho Felipe pela alegria e carinho de todo dia.

Meu avô Bernardo (in memoriam), minhas avós Maria de Lourdes e Cândida, que me proporcionaram bases morais e familiares solidas. Ao meus tios e primos, em especial Ivan, Islaila e Ludmila e ao meu afilhado Iuri.

Aos meus amigos de longa data e aos que foram criados recentemente: meus sinceros agradecimentos por entenderem a distância e mesmo assim sempre presentes. Em especial, quero agradecer a Tâmilis, que durante dois anos fez essa caminhada mais suave, Patrícia, Josiane, Carolina Effio, Bruno, Cristiano, Williane, Tandrra, Rebeca, Michele, Denise e a todas as amigas de Teresina. Aos colegas de Mestrado do IME, àqueles que já conseguiram a conquista e àqueles que ainda estão no caminho difícil: meu muito obrigada e toda a minha força.

Ao IME, por me proporcionar todo esse conhecimento. Ao Professor Jorge Audrin pela paciência, pelo suporte durante toda essa caminhada e por acreditar no nosso potencial. Aos demais Professores que sempre estiveram à disposição com palavras de sabedoria e conforto, em especial aos Professores Aldélio, Rezende, Ricardo, Ribeiro, Arantes por todo o apoio e esforço para o término dessa jornada.

“Sempre busque ser o melhor. Mas não melhor
que os outros, apenas o melhor de si”.

PROF. MARCÍLIO FLÁVIO RANGEL DE FARIAS

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES.....	9
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS	13
LISTA DE SIGLAS	15
1 INTRODUÇÃO.....	18
1.1 Motivação.....	18
1.2 Revisão Bibliográfica.....	19
1.3 Objetivo.....	22
1.4 Estrutura Do Trabalho.....	22
2 BIOMECÂNICA DA MARCHA HUMANA	24
2.1 Planos Anatômicos	24
2.2 Quadril, Joelho E Tornozelo.....	28
2.2.1 Quadril.....	29
2.2.2 Joelho.....	30
2.2.3 Tornozelo.....	31
2.3 Marcha Humana	33
2.4 Modelos Para A Marcha Humana	36
3 SISTEMA MULTI-CORPOS	44
3.1 Tipos De Coordenadas	44
3.2 Graus De Liberdade.....	46
3.3 Cinemática	48
3.3.1 Modelo Utilizado	51
3.4 Equações Diretoras.....	55
3.5 Dinâmica Direta	55
3.6 Dinâmica Inversa	57
4 SIMULAÇÕES	67

5	CONCLUSÕES.....	75
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	77

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG. 2.1	Posição Anatômica (Calais-Germain, 2007).....	24
FIG. 2.2	Plano médio (Calais-Germain, 2007).....	25
FIG. 2.3	Extensão do pescoço (A) e flexão do quadril (B) e flexão do joelho (Calais-Germain, 2007).....	25
FIG. 2.4	Dorsoflexão (A) e planarflexão (B) do tornozelo (Calais-Germain, 2007).....	26
FIG. 2.5	Plano frontal ou coronal (Calais-Germain, 2007).....	26
FIG. 2.6	Adução do quadril (A) e abdução do ombro (B) (Calais-Germain, 2007).....	27
FIG. 2.7	Plano transversal (A) e rotação lateral do quadril (B) (Calais-Germain, 2007).....	27
FIG. 2.8	Três planos anatômicos principais (Calais-Germain, 2007, modificada).....	28
FIG. 2.9	Ossos quem envolvem o quadril: pélvis (A) e fêmur (B); fêmur e pélvis encaixados (C) (Calais-Germain, 2007).....	29
FIG. 2.10	Superfície distal do fêmur (A), superfície proximal da tíbia (B), articulação do joelho (C) (Calais-Germain, 2007).....	31
FIG. 2.11	Flexão ou flexão dorsal (A) e extensão ou flexão plantar (B) do pé (Calais-Germain, 2007).....	31
FIG. 2.12	Supinação (A) e pronação (B) do pé (Calais-Germain, 2007).....	32

FIG. 2.13	Adução (A) e abdução (B) do pé (Calais-Germain, 2007).....	32
FIG. 2.14	Tíbia e fíbula (A) e junção desses dois ossos com o tálus (B) (Calais-Germain, 2007).....	32
FIG. 2.15	Componentes para funcionais para a caminhada (Vaughan et al., 1992, modificada).....	33
FIG. 2.16	Esquema dinâmico da caminhada humana.....	34
FIG. 2.17	Ciclo da marcha humana (Vaughan et al., 1992, modificada).....	34
FIG. 2.18	Eventos do ciclo da marcha humana (Vaughan et al., 1992, modificada).....	36
FIG. 2.19	Arco de passagem do CG em tracejado (Inman e Eberhart, 1953).....	38
FIG. 2.20	Arco de rotação do joelho e do pé (Inman e Eberhart, 1953).....	39
FIG. 2.21	Influência dos determinantes no ciclo da marcha (Inman e Eberhart, 1953).....	40
FIG. 2.22	Marcha humana modelada como pêndulo invertido.....	41
FIG. 2.23	Comparativo entre o corpo e o pêndulo invertido (Farley e Ferris, 1998, modificada).....	42
FIG. 2.24	Princípios da marcha dinâmica (Kuo, 2007, modificada).....	43
FIG. 3.1	Tipos de juntas e respectivos graus de liberdade (Norton, 2010).....	47
FIG. 3.2	Sistema de referencial inercial e móvel (Santos, 2001).....	49
FIG. 3.3	Junta de revolução (Haug, 1989).....	50
FIG. 3.4	Modelo cinemático usado para apoio duplo (A) e simples (B).....	52

FIG. 3.5	Ângulos de juntas durante o ciclo da marcha humana (Dollar e Herr, 2008, modificado).....	56
FIG. 3.6	Diagrama de corpo livre de um segmento.....	57
FIG. 3.7	Fluxograma do algoritmo de simulação da marcha com a dinâmica inversa.....	66
FIG. 4.1	Movimento do modelo ao longo do tempo.....	67
FIG. 4.2	Ângulos de juntas em radiano ao longo do tempo de caminhada.....	68
FIG. 4.3	Forças verticais ao longo do tempo.....	69
FIG. 4.4	Forças verticais de reação com o solo (Farley, T, Ferris, P, 1998).....	70
FIG. 4.5	Torques nas articulações ao longo do tempo.....	71
FIG. 4.6	Momento de junta ao longo da caminhada (Dollar e Herr, 2008, modificado).....	72
FIG. 4.7	Variações dos tipos de energias da perna ao longo do tempo.....	73
FIG. 4.8	Variações dos tipos de energias da coxa ao longo do tempo.....	73
FIG. 4.9	Energias da perna e da coxa (Winter et al. 1976).....	74

LISTA DE TABELAS

TAB. 3.1 Características antropomórficas do modelo, a partir de Winter (2009).....	53
TAB. 3.2 Referência entre índices e segmentos.	53

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

ABREVIATURAS

L_i	–	metade do comprimento do corpo i
n_c	–	número de corpos
n_{gdl}	–	número de graus de liberdade
n_j	–	número de juntas
r_{junta_i}	–	restrições da junta i
CG	–	centro de gravidade
gdl	–	graus de liberdade
$R(\theta)$	–	matriz de rotação do ângulo θ
q	–	vetor de coordenadas generalizadas do sistema
t	–	tempo
x_i	–	posição do elemento i em relação ao eixo horizontal
y_i	–	posição do elemento i em relação ao eixo vertical
M_{total}	–	massa total do corpo
H	–	altura total do corpo
E_c	–	energia cinética
E_p	–	energia potencial
E_m	–	energia mecânica

SÍMBOLOS

θ_i	–	deslocamento angular do elemento i
$\varphi(q,t)$	–	vetor de restrições cinemáticas e diretoras
Φ_q	–	matriz jacobiana
M	–	matriz de massa e momentos de inercia
Q^A	–	forças ativas no sistema
λ	–	multiplicadores de Lagrange
J	–	joule

- α – peso inercial
- β_1 – constante de aceleração cognitiva
- β_2 – constante de aceleração social

LISTA DE SIGLAS

IME	Instituto Militar de Engenharia
HAT	head, arms and trunk
ROM	range of motion

RESUMO

A marcha humana é um dos principais objetos de estudos da biomecânica, sendo um movimento bastante complexo em que todos os segmentos do corpo humano são requeridos para que seja bem executado. Além disso, quando realizada em sua normalidade, a marcha envolve um gasto energético mínimo.

Esse trabalho tem como intento o desenvolvimento de um modelo multi-corpos planar dos membros inferiores do corpo humano, se destacando dos demais trabalhos devido à introdução de uma junta de rotação na ponta dos pés, quando estes em junção com o solo, em vez de forças verticais de contato com a superfície.

Inicialmente, os movimentos dos membros inferiores são apresentados, junto com modelos que explicam a marcha humana. Em seguida, as equações cinemáticas (geométricas) são apresentadas, assim como as equações diretoras que irão prescrever o movimento; logo, as equações da dinâmica inversa são explicadas, bem como o significado de suas saídas.

Como resultados, a marcha em si é apresentada, seguida pelos gráficos de forças, torques e energias, que são comparados com os da literatura; de modo que fica demonstrado que forças de contato com o solo (sejam dados experimentais ou funções criadas) podem ser substituídas por restrições geométricas no modelo.

ABSTRACT

Human gait is one of the main objects of studies in biomechanics, due to be a very complex movement in which all segments of human body are required so it can be well executed. Besides, when performed in normal conditions, the march involves a minimal energetic expenditure.

This work intends to develop a planar multi-body model of the human body's lower limbs, standing out from the other works due to the insertion of a rotation joint on the feet tips, when these are in contact with the ground, instead of vertical contact forces with the ground.

Initially, the movements of the lower limbs are presented, along with models that explain the human gait. Then, the kinematic (geometric) equations are presented, as well as the master equations that will prescribe the motion. Therefore, the inverse dynamics equations are explained, as well as the meaning of their outputs.

As results, the gait itself is presented, followed by the force, torque and energy graphs, which are compared with those in the literature; showing that contact forces with the ground (whether they are experimental data or created functions) can be replaced by geometric constraints in the model.

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

De acordo com Winter (2009), a biomecânica do movimento humano pode ser definida como uma área interdisciplinar que descreve, analisa e avalia o movimento humano. São diversos os movimentos físicos envolvidos não só no desempenho de atletas de alto rendimento como também no andar de deficientes físicos. Os princípios físicos e biológicos que se aplicam são os mesmos, o que difere nesses casos são as tarefas específicas de deslocamento e o nível de detalhe requerido para o desempenho de cada movimento.

Um dos estudos principais da biomecânica é a marcha humana, movimento físico que capacita o ser humano a se locomover. Para esse processo, todos os segmentos do corpo são requeridos. E essa marcha sempre ocorre de forma que um mínimo de energia seja requisitado (Sousa, 2009, Kuo, 2007, Beckett e Chang, 1968).

Essa forma como a marcha ocorre, junto com a crescente ideia de exoesqueleto (dispositivo mecânico ativo que é essencialmente antropomórfico usado por um operador e que se ajusta perfeitamente ao seu corpo, Dollar e Herr, 2008), cria-se a necessidade de modelos que simulem a caminhada humana. Modelos matemáticos junto com simulações vêm com a prerrogativa de que são mais viáveis do que a construção direta de um protótipo.

Com esses modelos, pode-se observar como a cinemática e a cinética ocorrem, além de qual movimento específico demanda mais. Com isso, esse trabalho vem com o intuito de oferecer um novo modelo para o estudo da marcha humana para o aprimoramento na área da criação de exoesqueletos e afins (próteses e órteses), além de proporcionar ao IME uma visão mais complexa para a construção do seu primeiro exoesqueleto e assim poder fazer frente neste campo.

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Muitos autores vêm trabalhando em diversas áreas nas quais a caminhada pode ser estudada: cinemática, cinética, controle, desempenho energético, etc., todas elas conectadas.

Beckett e Chang (1968) analisam o comportamento da perna e pé na fase de balanço da caminhada baseado que tal atuação minimize a energia mecânica realizada. Como entrada, forças e momentos são impostos nas juntas da perna. Resultados cinemáticos da perna são apresentados, assim como os momentos de junta no joelho.

Hardt e Mann (1980) realizam uma análise dinâmica de um corpo com cinco segmentos (pernas, coxas e tronco), elaborando um modelo tridimensional, tendo como entrada a cinemática de todos os corpos, montando um conjunto de equações por meio das equações newtonianas. Criaram um modelo de equações para os momentos e forças adequando as mudanças de fases da caminhada.

Patton (1993) utiliza a dinâmica inversa, tendo como entradas as forças e momentos de reação do solo, para encontrar dados de forças e momentos internos em modelos de um só segmento e com três segmentos dos membros inferiores do corpo. A partir dos dados de saída, pode-se estudar de forma preditiva algumas mudanças paramétricas (como o encurtamento de um membro) que podem ocorrer no corpo, assim encontrando estratégias de controle para que a marcha ocorra naturalmente.

Koopman et al. (1995) apresentam um modelo tridimensional de um bípede com membros inferiores e HAT (*head, arms and trunk*: cabeça, braços e tronco em inglês). As rotações do quadril, joelho e tornozelo são entradas para a dinâmica inversa, que é usada junto com otimização para predizer outros parâmetros da marcha (como as rotações do quadril e HAT) e as forças e momentos internos. Para as forças e momentos de reação como o solo, os autores definem funções a fim de representá-las na otimização, sendo essas também saídas da dinâmica inversa.

Chevallereau e Aoustin (2001) apresentam um ciclo de caminhada e corrida ótimo para um robô bípede com cinco segmentos. Com a dinâmica direta e usando funções polinomiais otimizadas para os ângulos dos joelhos e quadril, a orientação do tronco é obtida.

Cervieri et al. (2001) realizam a dinâmica inversa, tendo como entradas forças e momentos de reação do solo e dados de posição, obtendo as forças e momentos internos do quadril, joelho e tornozelo, e comparando-as com forças e momentos obtidos com o uso de uma prótese instrumentada.

Russi (2002) propõe um modelo matemático da marcha humana usando um modelo simplificado dos membros inferiores. Durante a fase de apoio, a perna se comporta como um pêndulo triplo invertido, e durante a fase de balanço, um pêndulo duplo. As equações de movimento do modelo são obtidas a partir do método de Lagrange. Torques do quadril, joelho e tornozelo são encontrados e comparados com a literatura. Em seguida, faz-se a análise dos mesmos torques para uma pessoa que utiliza prótese em uma das pernas, encontrando diferença no torque do quadril devido ao modelo da prótese.

Ren et al. (2007) expõem a dinâmica inversa, por meio das equações de Newton, de um modelo de multi-corpos combinada com técnicas de otimização para simular uma caminhada normal no plano sagital e ao nível do chão. As forças e momentos de reação com o solo durante a fase de apoio duplo são moldadas como uma função de transferência linear. Os resultados da simulação sugerem que a minimização do gasto energético é um objetivo de controle primário na caminhada normal.

Anderson e Pandy (2011) modelam um corpo tridimensional combinado com otimização dinâmica para simular metade de uma caminhada normal. Usam um modelo com dez segmentos e 23 graus de liberdade. A interação dos pés com o solo é simulada usando uma série de unidades amortecedoras distribuídas sob a planta de cada pé. Os resultados obtidos são satisfatórios, mesmo que alguns aspectos tenham sido preditos, como o movimento do corpo, forças de reação do chão e excitações musculares, e não prescritos por dados experimentais.

Cenciarini e Dollar (2011) fazem uma análise da biomecânica humana relacionada ao desenvolvimento de exoesqueleto de membros inferiores. Eles definem um ótimo projeto de exoesqueleto de acordo com alguns fatores biomecânicos críticos: graus de liberdade, amplitude de movimento (ou ROM, *range of motion*), torque de junta requerido, velocidade rotacional de junta e largura de banda angular de junta.

Baluch et al. (2012) apresentam um modelo matemático a partir do método de Denavit-Hatenberg, resolvendo a cinemática direta e inversa do modelo. Além disso, a análise dinâmica é feita a partir da formulação de Lagrange, encontrando os torques de cada junta. Essas equações são validadas por meio da energia cinética e potencial calculadas do exoesqueleto proposto.

Ponte (2013) analisa os esforços atuantes nos membros inferiores do corpo e aplica esses resultados para determinar a carga de operação dos músculos pneumáticos que compõem o projeto de um exoesqueleto que auxiliará a marcha humana. Para isso, desenvolve modelos matemáticos que utilizam a abordagem dinâmica inversa para calcular os esforços musculares de um ser humano durante a caminhada.

Tan (2013) formula um modelo matemático para simular o movimento da caminhada humana e estudar a sua dinâmica. O modelo é ajustado para acomodar diferentes casos, como a fase de apoio e de balanço da caminhada. Momentos de junta estimados são calculados primeiro do modelo e posições prescritas dos segmentos de corpo usadas para o método da dinâmica inversa. Os valores obtidos são usados como torques iniciais de juntas que são requeridos quando usado o método da otimização dinâmica para calcular o modelo. Usando a otimização dinâmica, torques de juntas estimados podem ser melhorados e um melhor movimento da caminhada pode ser prescrito.

Moreira et al. (2013) mostram um modelo biomecânico planar adequado para ser usado na dinâmica inversa. Posições ao longo do tempo, assim como forças e momentos entre o corpo e o solo são obtidos com o auxílio de dispositivos de captação de imagens e tensões. Formulação de Newton-Euler e uma metodologia baseada na projeção de matriz-R são usadas para o equacionamento dinâmico.

Rameez e Khan (2015) criam um modelo bípede com três graus de liberdade em cada perna. Para a construção do modelo, a cinemática direta é feita por meio da metodologia de Denavit-Hartenberg.

Pedrosa (2015) desenvolve um modelo de exoesqueleto para membros inferiores do corpo humano com dois graus de liberdade capaz de auxiliar o usuário no ciclo de marcha comum baseado no controle de um musculo pneumático.

Primeiro é avaliado o torque exigido nas articulações para o movimento utilizando a dinâmica inversa de multi-corpos. Um projeto de exoesqueleto é proposto e solucionado pelo método de Newton-Raphson para sistemas não-lineares e aplicada a dinâmica direta para o cálculo da força necessária no atuador.

1.3 OBJETIVO

O presente trabalho se propõe ao estudo da modelagem da caminhada bípede para os membros inferiores no plano com seis corpos rígidos (pés, canelas e coxas). Para cada fase de apoio simples da marcha humana, seis juntas de rotação, e para a fase de apoio duplo, sete juntas de rotação.

O movimento considerado serão os de flexão-extensão do quadril, joelho e tornozelo, além de considerar um movimento de rotação na ponta do pé quando este estiver em contato com o solo.

A cinemática direta será usada para encontrar as posições e velocidades nas juntas não diretoras em cada fase da caminhada. Com a cinemática alcançada, a dinâmica inversa é realizada, apresentando torques diretores e forças de contato do sistema com o solo, obtendo-se também valores de energia para comparação e validação do modelo.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho se formata em seis capítulos distribuídos da seguinte forma:

- Capítulo 2: Biomecânica da Marcha Humana. Planos anatômicos (sagital, coronal e transversal) são definidos, expondo o plano escolhido para o trabalho; os movimentos possíveis para o quadril, joelho e tornozelo são detalhados, e modelos da marcha humana são explicados, assim como cada etapa da marcha.
- Capítulo 3: Sistemas Multi-Corpos. Neste capítulo, o modo de desenvolvimento do modelo é exposto, detalhando a obtenção das equações cinemáticas e diretoras. Com isso, a dinâmica direta de um corpo é brevemente apresentada, seguida pela dinâmica inversa, sendo apresentadas suas equações de entradas e o significado das equações de saída.

- Capítulo 4: Simulações. Apresenta os resultados obtidos, assim como os gráficos das forças verticais de reação com o solo, torques diretores e gráficos de energias. Resultados são comparados com a literatura.
- Capítulo 5: Conclusão. Um compêndio é apresentado, com os principais resultados obtidos. Também são apontados trabalhos futuros.

2 BIOMECÂNICA DA MARCHA HUMANA

2.1 PLANOS ANATÔMICOS

Como dito no capítulo da Introdução, a biomecânica do movimento humano pode ser definida como uma área interdisciplinar que descreve, analisa e avalia o movimento humano.

Para o início do estudo da biomecânica define-se posição anatômica, que é aquela de referência para os movimentos. É dita como aquela em que o corpo está em pé, com os pés paralelos, braços pendurados pelos lados e palmas das mãos e rostos voltados para frente (FIG. 2.1) (Calais-Germain, 2007).



FIG. 2.1 Posição Anatômica (Calais-Germain, 2007).

Os movimentos no corpo humano são observados em três planos anatômicos: médio, frontal e transversal.

O plano médio divide o corpo em lados simétricos: direito e esquerdo. Qualquer plano paralelo ao plano médio é chamado de plano sagital, e movimentos neste plano são observados de lado. Esse plano é ser visto na FIG. 2.2.



FIG. 2.2 Plano médio (Calais-Germain, 2007)

No plano sagital, o corpo efetua dois movimentos: flexão e extensão. O movimento de flexão é aquele que leva o membro para frente do plano anatômico. Extensão é o movimento que desloca o membro para trás do plano anatômico. Exemplos destes dois movimentos são vistos na FIG. 2.3.

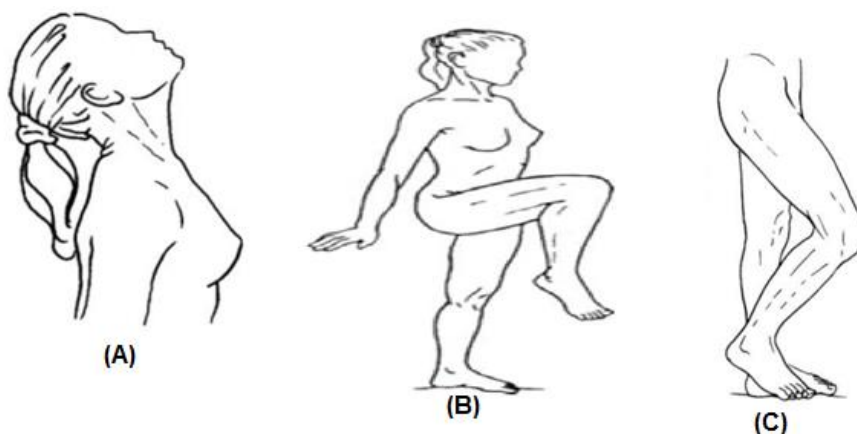


FIG. 2.3 Extensão do pescoço (A) e flexão do quadril (B) e flexão do joelho (Calais-Germain, 2007).

Para o tornozelo, a flexão tem o nome de dorsoflexão, e a extensão é chamada de planarflexão (Calais-Germain, 2007). Estes movimentos são vistos na FIG. 2.4.

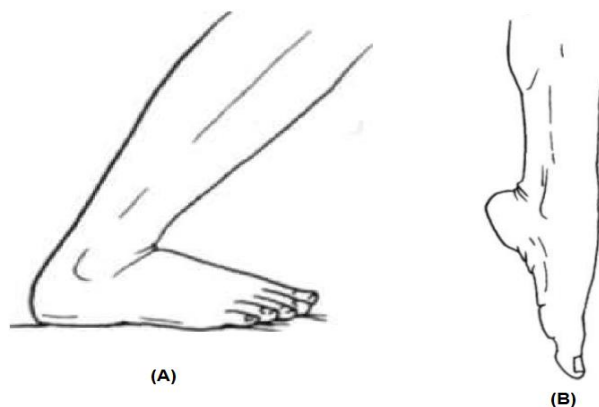


FIG. 2.4 Dorsoflexão (A) e planarflexão (B) do tornozelo (Calais-Germain, 2007).

O plano frontal ou coronal é qualquer plano perpendicular ao plano médio (FIG. 2.5) e divide o corpo em parte posterior (voltado ou localizado na parte de trás) e anterior (voltado ou localizado na parte da frente). Movimentos neste plano são observados numa vista frontal do corpo humano.

Os movimentos neste plano são a adução e abdução. O primeiro movimento é aquele que leva parte do corpo humano em direção ao plano mediano, e o segundo é o oposto, deslocando o segmento para longe do plano mediano. Exemplos destes movimentos são apresentados na Fig. 2.6.



FIG. 2.5 Plano frontal ou coronal (Calais-Germain, 2007).

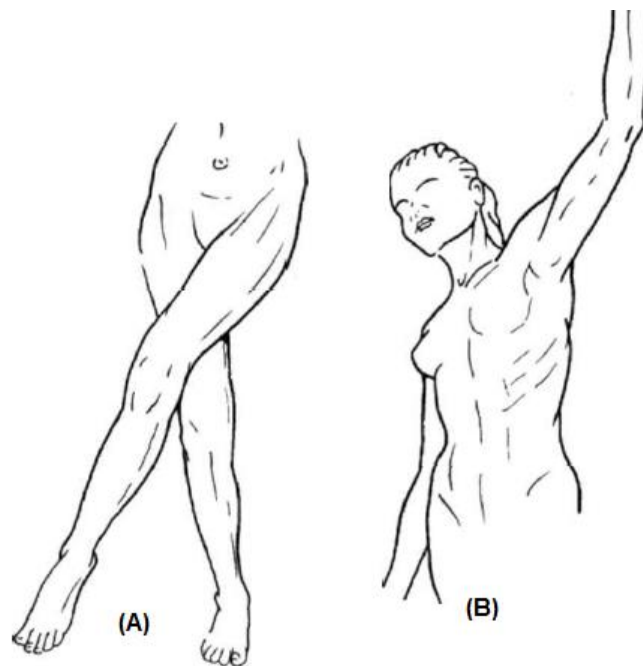


FIG. 2.6 Adução do quadril (A) e abdução do ombro (B) (Calais-Germain, 2007).

O terceiro plano é o transversal, que divide o corpo em partes superior e inferior. Movimentos neste plano podem ser visto de cima ou de baixo (Calais-Germain, 2007). Os movimentos pertencentes a esse plano são a rotação lateral, que desloca uma parte do corpo para fora, e rotação medial, que leva a parte do corpo para dentro. O plano transversal e a rotação lateral são observados na figura abaixo.

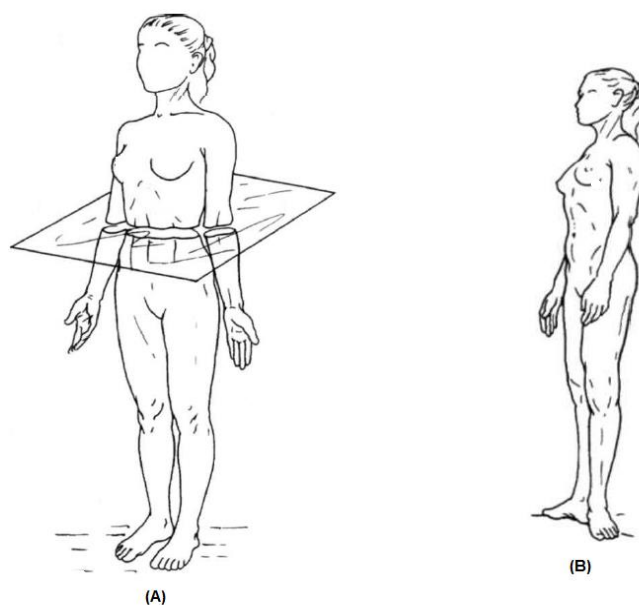


FIG. 2.7 Plano transversal (A) e rotação lateral do quadril (B) (Calais-Germain, 2007).

Outros dois termos necessários para o estudo são: proximal e distal. Proximal é aquele próximo ao centro do corpo (ou do tronco), e distal é aquele mais afastado do centro do corpo (ou do tronco) (Calais-Germain, 2007). Os três planos principais são vistos na FIG. 2.8.

Todo o presente trabalho é realizado considerando o plano sagital, no qual ocorre os principais movimentos da caminhada.

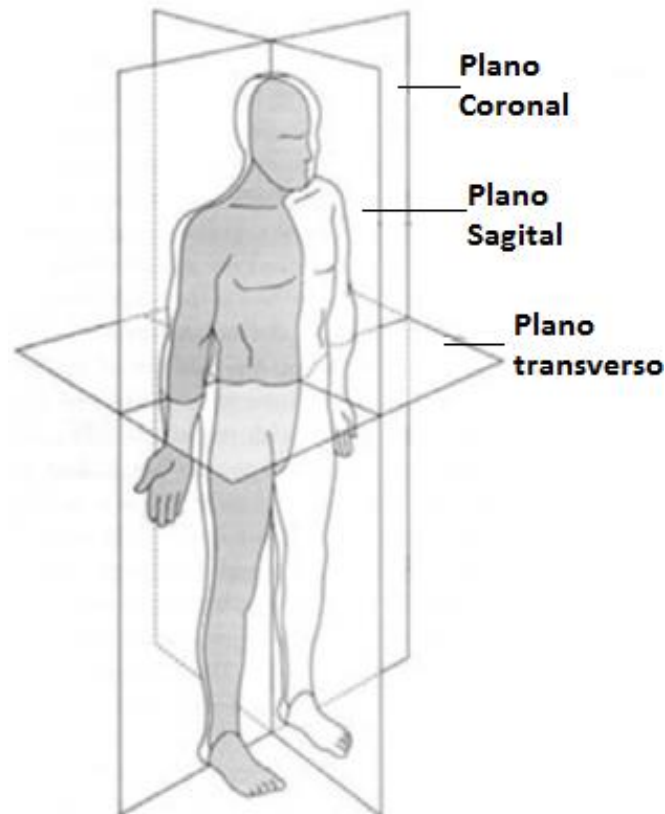


FIG. 2.8 Três planos anatômicos principais (Calais-Germain, 2007, modificada).

2.2 QUADRIL, JOELHO E TORNOZELO

Declarado na seção do Objetivo, o presente trabalho aborda os seguintes segmentos do corpo: coxa, perna e pé. Tendo isso em vista, este tópico apresenta as articulações que regem os movimentos destes segmentos: o quadril, joelho e tornozelo. São nestes pontos em que os ossos são ligados entre si e possuem diferentes graus de mobilidade (Calais-Germain, 2007).

2.2.1 QUADRIL

Quadril é a articulação proximal do membro inferior que une o fêmur (FIG. 2.9 (B)) à pelve (FIG. 2.9 (A)). Sua estabilidade e força muscular são essenciais para que o corpo humano fique em pé e para que ande (Calais-Germain, 2007).

O quadril possui movimentos nos três planos anatômicos: flexão, extensão, abdução, adução, rotação lateral e medial. A maioria dos movimentos humanos são combinações desses deslocamentos básicos. Detalhes de alguns movimentos são explanados.

A flexão do quadril possui uma amplitude maior quando o joelho também estiver fletido, e quando mais o joelho estendido, menor a amplitude da flexão do quadril. A extensão possui uma amplitude limitada; essa amplitude é maior quando o joelho estendido, e menor quando fletido (Calais-Germain, 2007).

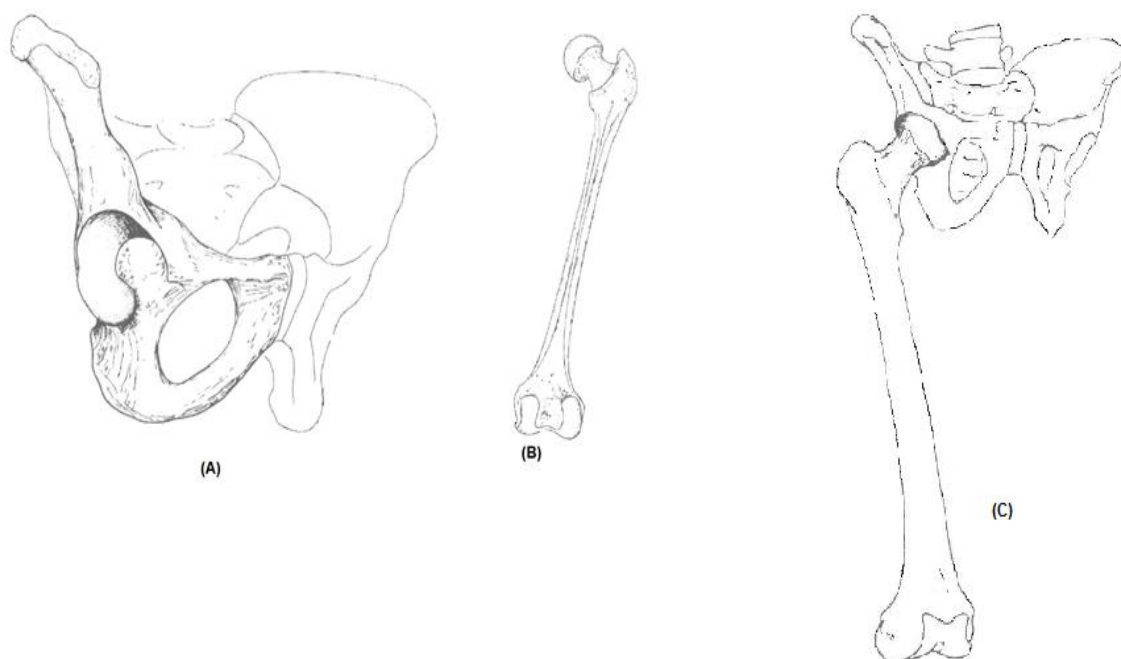


FIG. 2.9 Ossos quem envolvem o quadril: pélvis (A) e fêmur (B); fêmur e pélvis encaixados (C) (Calais-Germain, 2007).

A parte superior do fêmur possui uma superfície articular esférica e na parte inferior distal da pélvis fica uma cavidade hemisférica situada lateralmente. Essa cavidade da pélvis e a superfície articular do fêmur se juntam para formar uma articulação esferoidal (FIG. 2.9 (C)), permitindo movimentos em todas as direções.

2.2.2 JOELHO

O joelho é uma articulação intermediária do membro inferior, unindo o fêmur à tibia e à patela (estes dois últimos ossos não se articulam). Do ponto de vista ósseo é fraco, tendo sua estabilidade garantida pelos ligamentos e músculos. Recebe esforços tanto do pé quanto do quadril (Calais-Germain, 2007).

Os movimentos mais importantes do joelho são a flexão e extensão (plano sagital). A partir da posição anatômica, a flexão se dá pelo movimento que aproxima as faces posteriores da perna e da coxa. A extensão é caracterizada pelo retorno da flexão à posição anatômica.

O joelho também possui movimentos de rotação, lateral e medial (plano transversal), mas com amplitudes pequenas. A rotação só é possível quando o joelho está em flexão, que é quando os ligamentos do joelho estão relaxados.

Os movimentos do joelho se dão principalmente pela articulação do fêmur com a tibia. A superfície distal do fêmur (FIG. 2.10 (A)) tem uma base piramidal, com uma superfície articular arredondada, com um formato de uma polia. A parte anterior é a área patelar, articulando-se com a patela. Na parte posterior, a superfície tem o formato de dois arcos, chamados de côndilos do fêmur.

A superfície proximal da tibia (FIG. 2.10 (B)) também é uma superfície piramidal. Nela, encontram-se duas superfícies ovaladas côncavas, chamadas de glenas da tibia, cobertas por cartilagens, se articulam com os côndilos do fêmur (FIG. 2.10 (C)). Os movimentos de flexão-extensão se dão por rolamento e deslizamento. A flexão ocorre por rolamento e deslizamento, já na extensão há o deslizamento seguido por rolamento.

A patela (pequeno osso apresentado na FIG. 2.10 (C) em contato com o fêmur) é ligada ao fêmur e a tibia por tendões, articulando-se apenas com o fêmur. Sua principal função é proteger esses tendões.

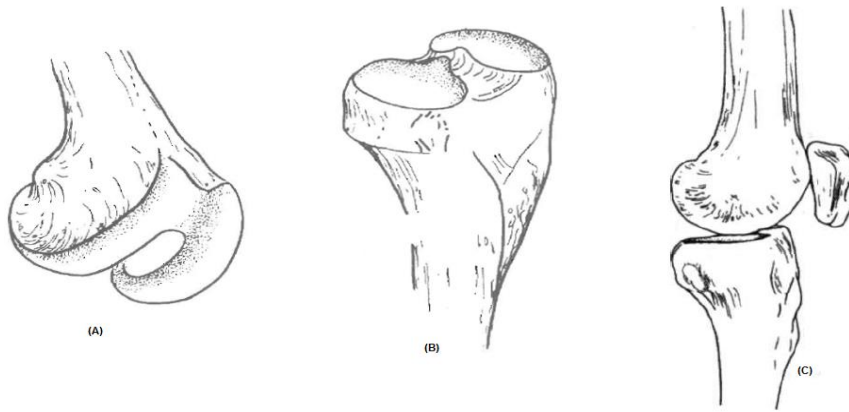


FIG. 2.10 Superfície distal do fêmur (A), superfície proximal da tíbia (B), articulação do joelho (C) (Calais-Germain, 2007).

2.2.3 TORNOZELO

O tornozelo é uma articulação que junta a perna (tíbia e fíbula) ao pé (iniciado pelo tálus). O pé é um segmento do corpo humano adaptado à posição bípede, tendo duas funções: receber o peso do corpo e permitir o desenvolvimento progressivo dinâmico do passo durante a marcha, exigindo, então, resistência e flexibilidade (Calais-Germain, 2007).

O tornozelo proporciona ao pé movimentos nos três planos. No plano sagital, a flexão dorsal (flexão) e a flexão plantar (extensão) (FIG. 2.11). No plano frontal, a supinação, movimento que orienta a borda do pé medialmente, e a pronação, que orienta a planta do pé lateralmente, movimentos estes vistos na FIG. 2.12. No plano transversal, o movimento que leva a parte anterior do pé lateralmente é a abdução, o movimento oposto se chama adução, FIG. 2.13. (Calais-Germain, 2007).

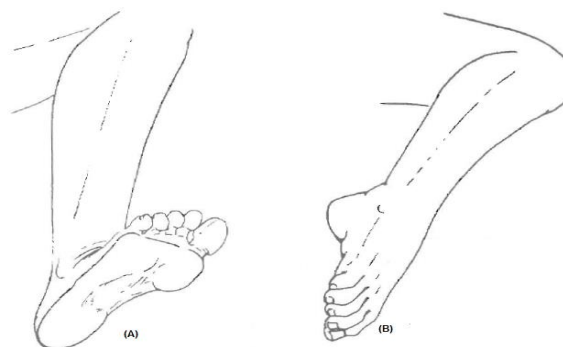


FIG. 2.11 Flexão ou flexão dorsal (A) e extensão ou flexão plantar (B) do pé (Calais-Germain, 2007).

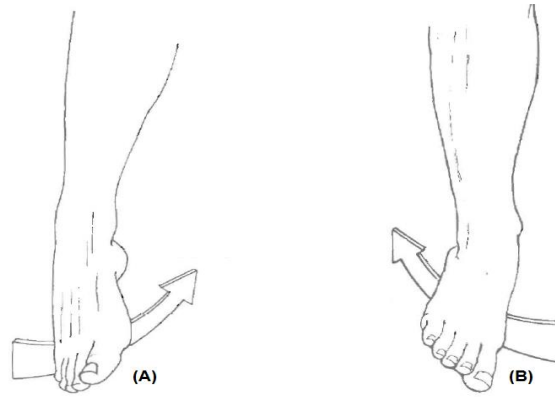


FIG. 2.12 Supinação (A) e pronção (B) do pé (Calais-Germain, 2007).

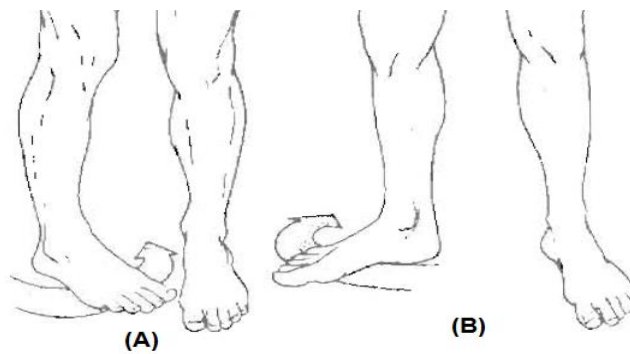


FIG. 2.13 Adução (A) e abdução (B) do pé (Calais-Germain, 2007).

Os ossos pertencentes a essa articulação são a tíbia, fíbula e o tálus, apresentados na FIG. 2.14. Nesta figura observa-se que os ossos da perna criam um formato parecido com uma pinça, que vai encobrir a superfície dorsal do tálus. Essas duas superfícies formam uma superfície articular cilíndrica, permitindo os três graus de mobilidade do pé. Essa articulação é mantida principalmente por ligamentos.

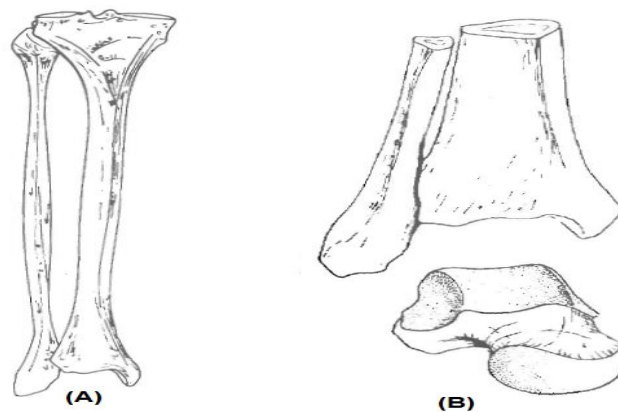


FIG. 2.14 Tíbia e fíbula (A) e junção desses dois ossos com o tálus (B) (Calais-Germain, 2007).

2.3 MARCHA HUMANA

Neste trabalho, a posição é encontrada para achar velocidade, aceleração e, por fim, as forças. Entretanto, o corpo humano reage da forma inversa: as forças de reação do solo são fornecidas para obter as posições. Um esquema da sequência de ações do corpo é observado na FIG. 2.15.

Na FIG. 2.15 a numeração indica o caminho seguido para a realização da caminhada. Ocorre o registro e ativação do comando da caminhada no sistema nervoso central, esse sinal é transmitido para o sistema nervoso periférico, que o leva até os músculos, ocorrendo a contração muscular.

Tensões são produzidas nas articulações sinoviais, sendo reguladas pelos segmentos esqueléticos rígidos com base na antropometria do segmento, realizando o movimento identificado como caminhada. Esse movimento dos segmentos produz forças de reação no solo, que empurra o pé, dando início a caminhada propriamente dita (Vaughan et al., 1992).

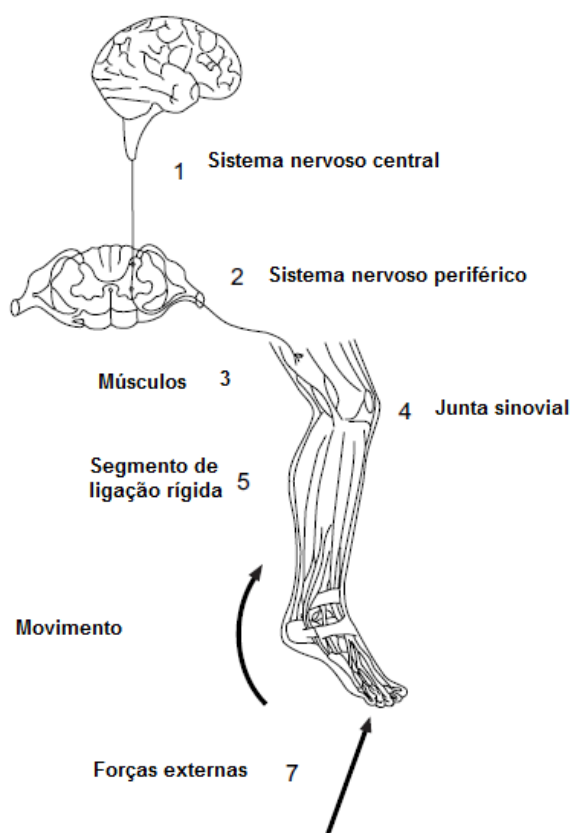


FIG. 2.15 Componentes para funcionais para a caminhada (Vaughan et al., 1992, modificada).

A FIG. 2.16 apresenta um esquema relacionando as forças de reação do solo, forças internas, energia mecânica e a cinemática do movimento, sendo que são descrevidas no modelo que se adota para o músculo e para o segmento como um todo. Neste trabalho é apresentado apenas o modelo do segmento.

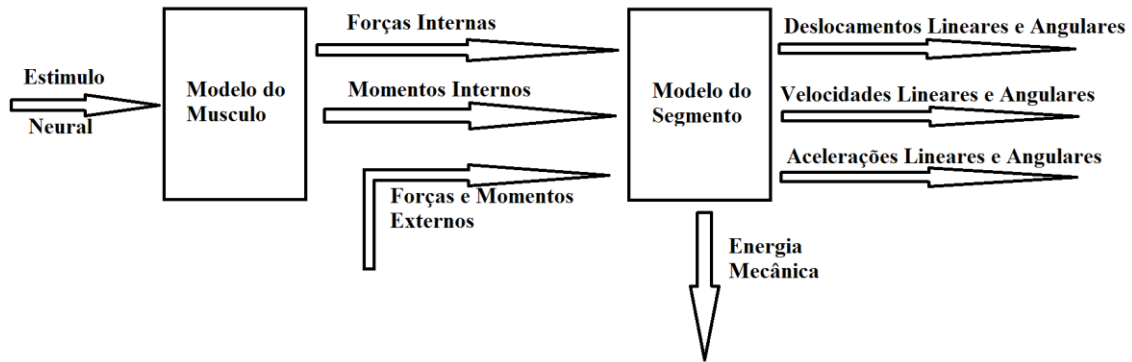


FIG. 2.16 Esquema dinâmico da caminhada humana.

Conhecendo a forma real de como ocorre o movimento da caminhada, pode-se então caracterizá-la. A marcha humana possui dois requisitos básicos (Vaughan et al., 1992): movimento periódico de cada pé de uma posição de apoio para a próxima, e forças de reação do solo suficientes, aplicadas através dos pés, para o corpo. Essa periodicidade é fundamental para o ciclo natural da marcha.

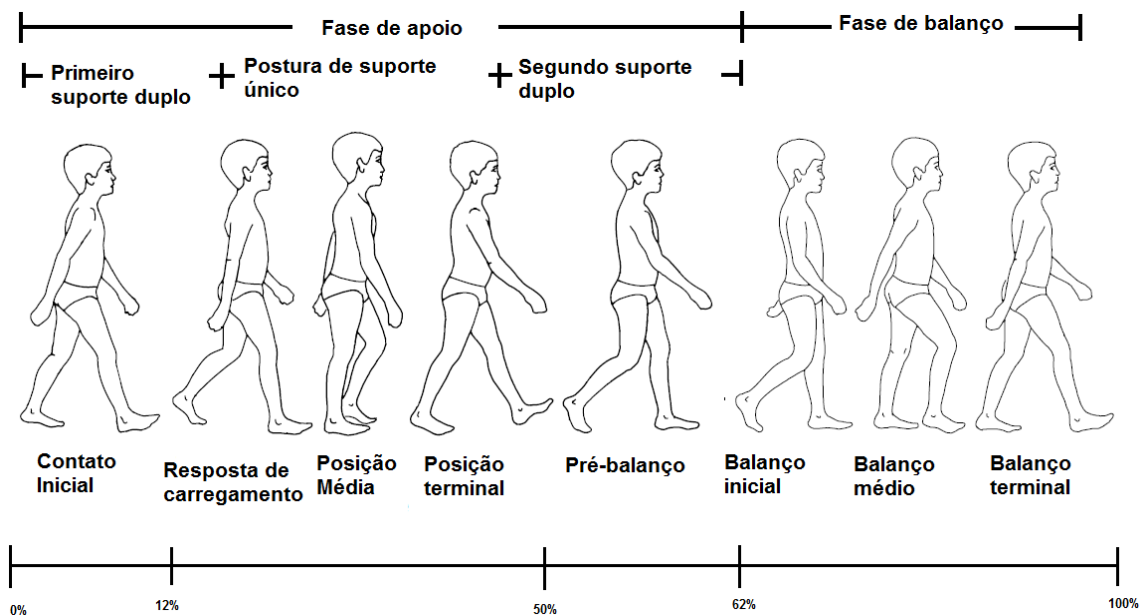


FIG. 2.17 Ciclo da marcha humana (Vaughan et al., 1992, modificada).

A FIG. 2.17 apresenta um esquema do ciclo completo da marcha humana. Observa-se que possui duas fases principais: fase de apoio e fase de balanço. É padronizado neste trabalho que a marcha se inicia com o pé direito entrando em contato com o solo e o pé esquerdo perdendo contato com o solo, assim as posições descritas são referentes ao pé direito. Como a marcha é cíclica e simétrica, na metade do ciclo de uma perna, inicia-se o ciclo da outra perna, ou seja, são defasados em meio período. Isso se aplica em marchas naturais; indivíduos com patologias na marcha frequentemente apresentam assimetria ao caminhar.

A perna possui duas posições principais na marcha, em uma ela está apoiada ao chão, na outra ela está em balanço. A fase de apoio possui três subfases: primeiro suporte duplo (os dois pés estão em contato com o solo), fase de suporte único (apenas o pé direito encontra-se em contato com o solo) e segundo suporte duplo (os dois pés estão novamente em contato com o solo). As fases de suporte duplo são encontradas neste texto apenas como fase biapoiada.

Observa-se também o tempo gasto em cada fase da caminhada. Em um ciclo, cerca de 62% dele a perna direita permanece em contato direto com o solo, e 38% ela está em balanço (Vaughan et al., 1992).

O ciclo da marcha é dividido em oito eventos (Vaughan et al., 1992). O calcanhar ataca o solo, iniciando o ciclo da marcha e representa o ponto em que o centro de gravidade do corpo está na sua posição mais baixa (*heel strike*); em seguida o pé fica totalmente plano ao chão (*foot-flat*). Durante estes dois eventos, a perna esquerda impulsiona o corpo para frente; e com o calcanhar, o pé direito gira como uma roda, completando o apoio. Após isso ocorre a posição média, em que o peso do corpo está carregado totalmente no pé direito, o pé esquerdo atravessa o direito, que está totalmente estendido; neste evento o centro de gravidade do corpo está na sua posição mais alta.

Após uma perna transpassar pela outra, o pé esquerdo encontra o solo e o pé direito perde o contato com o solo pelo calcanhar, empurrando a perna direita e garantindo a flexão do tornozelo (*heel-off*). Após isso, os dedos também perdem o contato com o solo (*toe-off*), terminando a fase de apoio.

A partir daqui inicia-se a fase de balanço. Ocorre a ativação dos músculos flexores do quadril da perna direita, acelerando-a para a frente (*acceleration*). O balanço médio ocorre quando o pé passa diretamente abaixo do corpo, coincidindo com a posição média do pé que está agora em apoio (*midswing*). Por fim, ocorre a desaceleração da perna por meio da ação dos músculos para que o calcanhar entre em contato novamente com o solo (*deceleration*).

Todos estes eventos podem ser observados na FIG. 2.18.

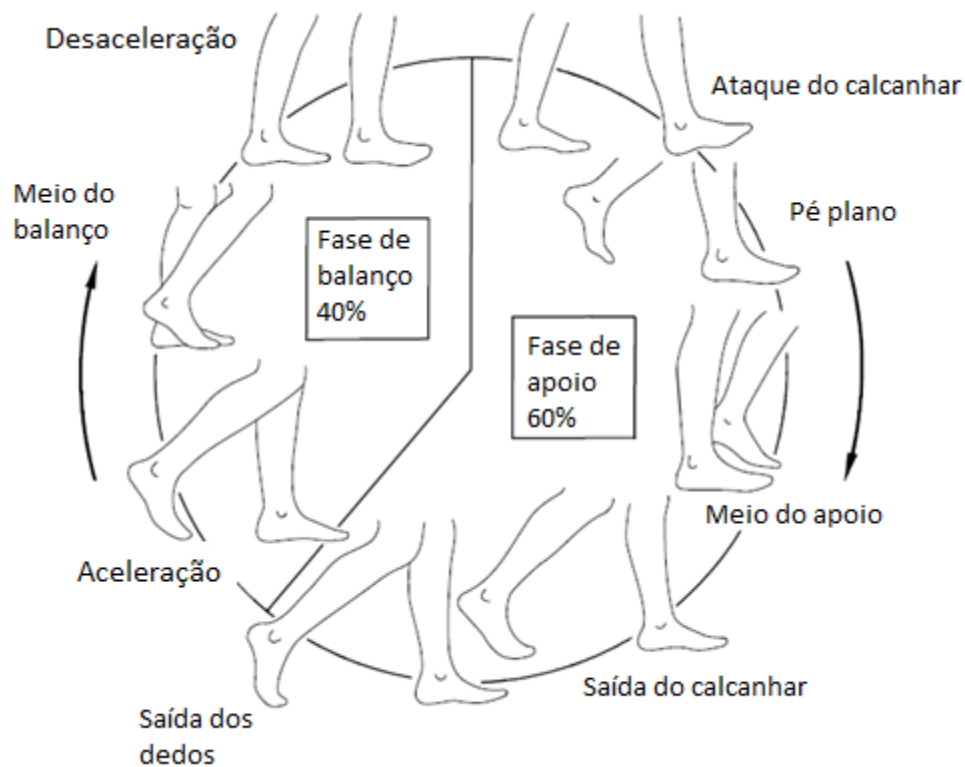


FIG. 2.18 Eventos do ciclo da marcha humana (Vaughan et al., 1992, modificada).

2.4 MODELOS PARA A MARCHA HUMANA

Modelos matemáticos são muito usados em todas as ciências, exatas e sociais. Na biomecânica, antes de se construir um protótipo, por exemplo, um modelo matemático é analisado antes de se construir o modelo físico, prevenindo falhas e dando margem ao aperfeiçoamento do modelo físico sem o desperdício de recursos.

O modelo matemático a ser usado nem sempre precisa ser o mais complexo, já que mesmo o mais complexo ainda é simples comparado à realidade, devendo apenas se adequar a uma função de estudo definida. Há uma vantagem de torná-los tão simples quanto possível, pois quanto mais simples, mais evidentes ficam as características essenciais do sistema para a função estudada (Alexander, 2003).

Winter (2009) apresenta alguns pontos iniciais que devem ser levados em conta no desenvolvimento de um modelo:

- Cada segmento tem uma massa fixa situada como uma massa pontual no seu centro de gravidade (CG) na direção vertical.
- A localização do CG de cada segmento permanece fixa durante o movimento.
- As juntas são consideradas como articulações esféricas.
- O momento de inércia de massa de cada segmento em torno do seu centro de massa (ou em torno de juntas proximais ou distais) é constante durante o movimento.
- O comprimento de cada segmento permanece constante durante o movimento.
- A marcha humana se caracteriza por um movimento que se repete em um determinado período de tempo.

Dois modelos explicativos da marcha são bem difundidos: o do pêndulo invertido e os seis determinantes da marcha. Cada um tem as suas vantagens, dependendo da complexidade das funções estudadas.

O modelo explicativo da marcha humana do seis determinantes é apresentado por Inman e Eberhart (1953). Nele, um conjunto cinemático deve garantir que o centro de gravidade do corpo não se desloque, principalmente na direção vertical. Isso implica que deslocar o centro de massa é caro, já que trabalho deve ser realizado em qualquer direção (Kuo, 2007). Os seis determinantes são: rotação pélvica, inclinação pélvica, flexão do joelho na fase de apoio, pé, joelho e deslocamento lateral da pélvis.

Numa caminhada normal, a pélvis se desloca alternadamente para a direita e esquerda, sendo essa rotação em torno de 4° (quatro graus) para cada lado, ocorrendo a alternância pela pélvis, por esta ser uma estrutura rígida. Essa rotação abaixa o arco de passagem (FIG. 2.19) do centro de gravidade através da elevação das extremidades do arco, diminuindo a inclinação do encontro de arcos sucessivos.

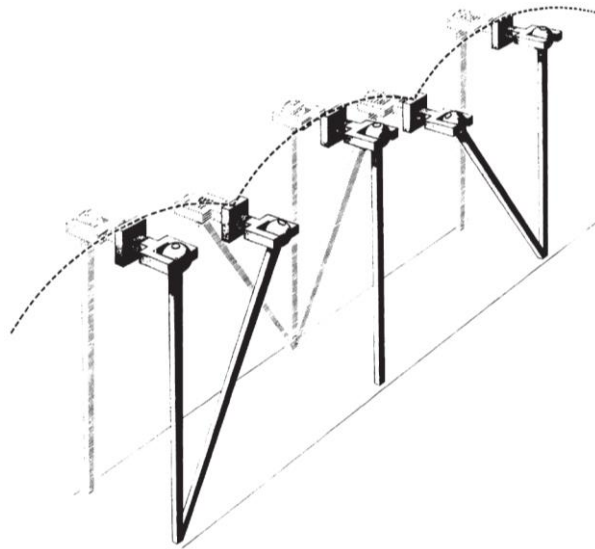


FIG. 2.19 Arco de passagem do CG em tracejado (Inman e Eberhart, 1953).

A perda de energia potencial é mais gradual e a força necessária para a alteração da direção do centro de gravidade no próximo arco é menor. A rotação angular do quadril no plano sagital é diminuída e a energia necessária para a oscilação interna do membro é conservada (Inman e Eberhart, 1953).

Além da rotação, a pélvis é inclinada para baixo em relação ao plano horizontal no lado oposto ao do membro de apoio, ocorrendo pelo movimento de adução do quadril quando na fase de balanço. Para que isso ocorra, o joelho da perna em balanço deve ser flexionado. Como a inclinação ocorre quando o corpo está passando pela perna de apoio, o centro de gravidade é abaixado, abaixando o cume do arco de passagem, achatando ainda mais a caminhada resultante. A economia de energia pelo corte do deslocamento vertical do centro de gravidade cai pela metade, sendo também conservada pela redução da angulação dos arcos e flexão do joelho da perna em balanço (Inman e Eberhart, 1953).

Uma característica da marcha é a passagem do peso do corpo sobre a extremidade enquanto o joelho está em flexão. A perna inicia a fase de apoio simples com o ataque ao solo com o joelho em extensão completa. Logo após, o joelho começa a flexionar e continua até o pé estar apoiado no solo. Imediatamente antes do período de apoio médio, o joelho, mais uma vez, passa para extensão seguido de imediato por sua flexão terminal (Inman e Eberhart, 1953).

Essas três características, rotação, inclinação pélvica e flexão do joelho produzem o decaimento do arco de passagem do centro de gravidade. A rotação pélvica eleva a extremidade do arco, a inclinação pélvica e flexão do joelho abaixam o seu pico máximo (Inman e Eberhart, 1953).

Análises feitas do tornozelo, pé e joelho mostram que estão intimamente relacionados. Dois arcos de rotação (FIG. 2.20) são estabelecidos no pé quando em contato com o solo. O primeiro ocorre no contato do calcanhar e é descrito pelo raio formado pelo calcâneo. O segundo é formado pela rotação do pé sobre o centro estabelecido no ante pé em associação com a propulsão. No contato do calcanhar com o solo, o pé está em dorso flexão e o joelho em extensão completa de modo que a extremidade está no seu comprimento máximo e o centro de gravidade encontra o seu ponto mais baixo de deslocamento ascendente.

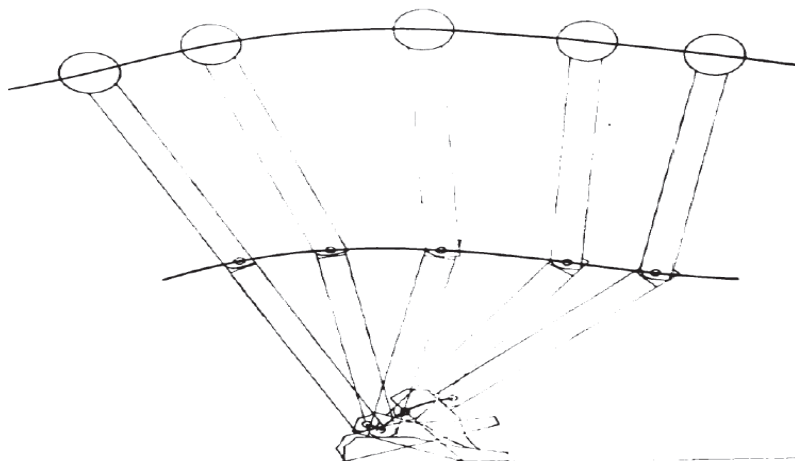


FIG. 2.20 Arco de rotação do joelho e do pé (Inman e Eberhart, 1953).

A flexão plantar rápida associada à flexão do joelho mantém o centro de gravidade durante o seu curso a um mesmo nível durante algum tempo, baixando e revertendo suavemente a curvatura no início do seu arco de translação. O término deste arco é similarmente achatado e suavemente invertido pela flexão do segundo joelho associado à propulsão (Inman e Eberhart, 1953).

O centro de gravidade do corpo é deslocado lateralmente sobre a extremidade de suporte de peso duas vezes durante o ciclo de movimento. Esta mudança é produzida pelo deslocamento horizontal da pelve ou pela adução relativa no quadril. Se as extremidades fossem paralelas entre si, a quantidade desse deslocamento seria necessariamente metade do intervalo entre os eixos das articulações do quadril. O deslocamento lateral excessivo é corrigido pela existência do ângulo tibiofemoral que, juntamente com a adução relativa no quadril, reduz o deslocamento para cerca de dois centímetros de modo que aproxima o deslocamento vertical. Assim, o desvio do centro de gravidade é quase simétrico nos planos horizontal e vertical (Inman e Eberhart, 1953).

A influência dos determinantes descritos acima pode ser visto numa forma geral na FIG. 2.21.

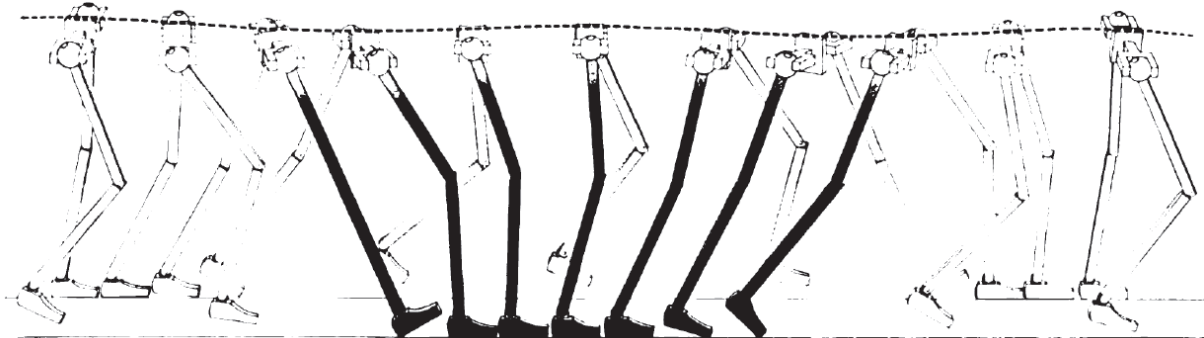


FIG. 2.21 Influência dos determinantes no ciclo da marcha (Inman e Eberhart, 1953).

Kuo (2007) apresenta resultados que indicam que o método dos seis determinantes não produz baixo custo energético. Por exemplo, para uma maior flexão do joelho, um torque maior é requerido. Nem o modelo nem as experiências dão suporte para a teoria dos seis determinantes.

Segundo Cavagna, Thys e Zamboni (1976), a marcha humana pode ser aproximada ao movimento de um pêndulo inverso sobre o pé em contato com o solo, no qual cerca de 65% da energia mecânica é conservada por meio da transformação de energia cinética em energia potencial (do centro de gravidade do corpo) e desta para a primeira.

A mudança da velocidade horizontal e o deslocamento vertical do centro de gravidade do corpo são responsáveis pelas variações na energia cinética e potencial, variações estas que somadas resultam no trabalho externo que os músculos devem realizar para a continuidade da caminhada.

Na caminhada, a variação da energia cinética e potencial ocorre em fases opostas, ou seja, quando uma aumenta, a outra diminui. Quando o corpo humano está em uma corrida, essas variações ocorrem na mesma fase (Cavagna, Thys e Zamboni, 1976).

Explicando o que ocorre na caminhada para que esta possa ser comparada ao pêndulo (FIG. 2.22), o tronco passa pela perna quase que totalmente estendida (fase de apoio) e o centro de gravidade do corpo alcança seu maior deslocamento vertical em relação ao solo. Assim, sua energia potencial é elevada ao máximo.

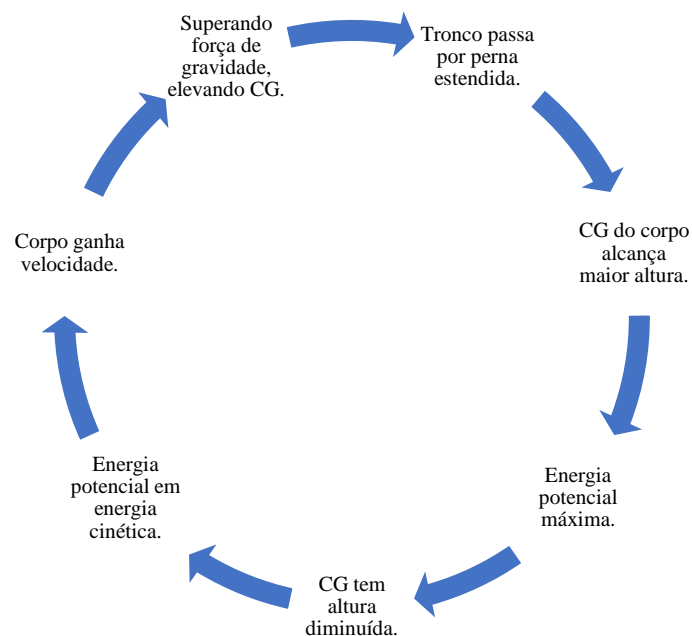


FIG. 2.22 Marcha humana modelada como pêndulo invertido.

Ao passar pela perna estendida, o centro de gravidade tem o seu deslocamento vertical diminuído, convertendo então, energia potencial em energia cinética. Assim, o corpo começa a ganhar velocidade, esta garante energia para que o corpo consiga superar a força de gravidade, elevando novamente o centro de gravidade (Farley e Ferris, 1998).

Desse modo, ocorre a conversão de energia cinética em energia potencial e vice-versa em toda a caminhada. A FIG. 2.23 mostra uma comparação entre o corpo e o pêndulo invertido.

Assim, a maioria do trabalho realizado ao longo da marcha não é produzido por meio do trabalho muscular, mas sim por um recurso passivo de troca de energia cinética e potencial, uma vez que o centro de gravidade por ação de um pêndulo invertido oscila de acordo com o membro em fase de apoio, diminuindo o trabalho necessário para elevar e acelerar o centro de massa (Sousa, 2009).

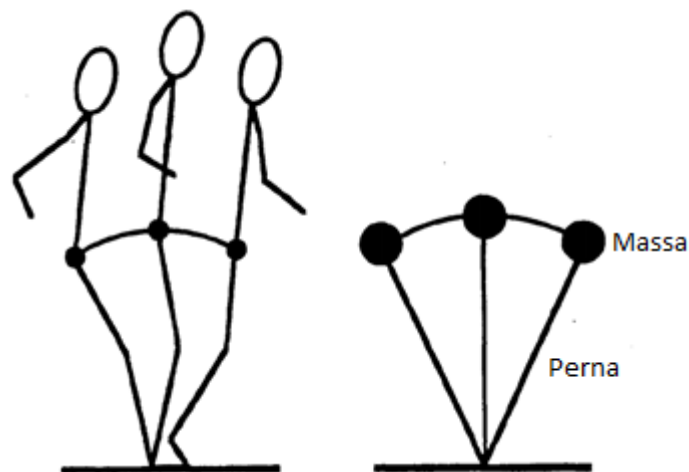


FIG. 2.23 Comparativo entre o corpo e o pêndulo invertido (Farley e Ferris, 1998, modificada).

Outra abordagem, mais atual, para a marcha humana é a marcha dinâmica, que se refere a um conjunto de sistemas nos quais a dinâmica passiva dos membros domina o movimento com a mínima atuação, no sentido de manter o comportamento periódico (Sousa, 2009). A marcha dinâmica é baseada e estende a teoria invertida do pêndulo. Dessa forma, a perna de apoio pode balançar livremente como um pêndulo invertido, com a pelve se movendo perfazendo um arco. O peso corporal pode ser suportado passivamente por um limitante situado no joelho, impedindo a hiperextensão.

A perna permanecerá estendida contra o limitante do joelho ao longo da fase de apoio, desde que um momento extensor seja aplicado sobre o joelho e contra o batente. Projetando os pés para a frente das pernas, tal momento extensor poderia ser fornecido passivamente.

Da mesma forma, o movimento da perna oscilante pode ser dirigido inteiramente por dinâmica pendular. O movimento natural pode facilmente proporcionar flexão suficiente do joelho para o pé de balanço para passar pelo solo durante a posição média.

O movimento combinado do apoio e da perna de oscilação, como descrito até agora, não requer nenhum trabalho ativo, nem mesmo a produção de força ativa. A caminhada dinâmica difere da teoria do pêndulo invertido no fim de um ciclo de marcha inteiro. A teoria do pêndulo invertido engloba suporte único, com pouca consideração pelo que acontece entre as fases de suporte único.

A fase de suporte duplo tem sido tradicionalmente difícil de modelar, porque as pernas formam uma cadeia cinemática de malha fechada, sem analogia mecânica simples e óbvia, como o pêndulo invertido. A abordagem dinâmica da marcha, contudo, resolve esta dificuldade incluindo a colisão que ocorre na transição de fases (Kuo, 2007). Princípios da marcha dinâmica podem ser observados na FIG. 2.24.

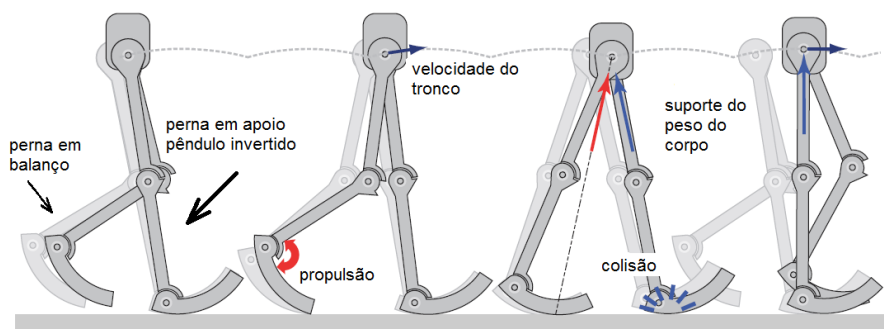


FIG. 2.24 Princípios da marcha dinâmica (Kuo, 2007, modificada).

3 SISTEMA MULTI-CORPOS

Sistemas mecânicos podem ser conceituados como um conjunto de corpos rígidos conectados entre si, tendo movimentos relativos uns com os outros e limitados pelas articulações que os conectam (Haug, 1989). O movimento do sistema mecânico é descrito pelas posições (absolutas ou relativas) de cada corpo ao longo do tempo.

Haug (1989) cita também três tipos de análises utilizadas no projeto de sistemas mecânicos: análise cinemática, análise dinâmica e análise da dinâmica inversa. A análise cinemática foca no movimento do sistema mecânico, não considerando as forças que realizam aquele movimento. Na cinemática, a posição de alguns corpos é ditada ao longo do tempo e, usando equações representativas da configuração geométrica do sistema, as posições dos corpos restantes são encontradas. Com todas as posições encontradas, as velocidades e acelerações são determinadas por meio de métodos numéricos que resolvem sistemas de equações não lineares.

Já a análise dinâmica foca nos movimentos resultantes da aplicação de forças. Forças e torques são impostos no sistema e a partir de equações formuladas por meio de Newton-Euler ou de energia, por exemplo, e as acelerações dos corpos são encontradas. Usando de métodos numéricos de resolução de equações diferenciais ordinárias, obtêm-se as velocidades e posições dos corpos, análise esta também chamada de dinâmica direta.

A análise da dinâmica inversa é um mesclado da análise dinâmica e cinemática. Aqui, as equações da cinemática são resolvidas, obtendo-se a posição, velocidade e aceleração dos corpos do sistema e então as equações da dinâmica são resolvidas determinando as forças que são requeridas para produzir aquele determinado movimento. Essa é a abordagem usada nesse trabalho.

3.1 TIPOS DE COORDENADAS

Para a abordagem de sistemas multi-corpos o conceito de coordenadas generalizadas tem que ser bem definido.

Doughty (1988) define-as como um conjunto independente e suficiente de coordenadas para especificar a posição do sistema completamente.

As coordenadas generalizadas podem incluir coordenadas cartesianas retangulares, ângulos, comprimentos de arco ou quaisquer outras medidas que contribuam para a descrição da configuração do sistema, sujeito ao requisito de formarem um conjunto completo e independente. Por enquanto, o número de coordenadas generalizadas deve ser considerado igual ao número de graus de liberdade. Haug (1989) fala de um conjunto de variáveis que especifica a posição e orientação de todos os corpos no mecanismo, conjunto chamado de coordenadas generalizadas.

Como dito, vários tipos de sistemas podem ser usados para se obter as coordenadas generalizadas. Neste trabalho, dentro do tema de coordenadas generalizadas, abordaram-se o uso de coordenadas cartesianas e relativas.

As coordenadas relativas descrevem a posição de um corpo em relação a outro unidos por uma junta, usando as coordenadas de movimento relativo permitidas por esta mesma junta (Bayo et al., 1991). No caso de uma topologia em malha fechada, essas coordenadas não são independentes, mas são limitadas por uma série de equações de restrição consecutivas à existência de laços topológicos fechados. As coordenadas relativas produzem um sistema de equações diferenciais algébricas, cujo tamanho aumenta se o número de juntas e o número de ciclos fechados do sistema aumentarem (Wang, 1996).

Outra possibilidade é descrever a posição espacial de cada corpo com as coordenadas cartesianas de um de seus pontos (geralmente o centro de gravidade) e com três ou quatro parâmetros que descrevem a orientação angular (geralmente ângulos de Euler ou parâmetros de Euler) (Bayo et al., 1991). Esta escolha, fortemente difundida, apresenta a vantagem de induzir uma formulação sistemática das equações de movimento, bem adaptada a uma análise assistida por computador.

As coordenadas cartesianas produzem um sistema de equações diferenciais algébricas cujo tamanho é especialmente importante quando o número de ligações aumenta e o número de graus de liberdade se torna pequeno (Wang, 1996).

3.2 GRAUS DE LIBERDADE

Doughty (1988) define graus de liberdade como o número de variáveis independentes que são requeridas para descrever um sistema mecânico. Para calcular o número de graus de liberdade do sistema usa-se o critério de Grübler-Kutzbach, que relaciona a quantidade de corpos no mecanismo, juntas existentes e a quantidade de graus de liberdade que cada junta delimita no plano.

Assim, a EQ. 3.1 apresenta como o critério é formulado. Nesta equação, n_{gdl} representa o número de graus de liberdade do sistema, n_c a quantidade total de corpos, r a quantidade de graus de liberdade que a junta i restringe, n_j a quantidade total de juntas.

$$n_{gdl} = 3 \cdot n_c - \sum_{i=1}^{n_j} r_{junta_i} \quad \text{EQ. 3.1}$$

O grau de liberdade de cada junta depende de quantos movimentos ela restringe. A junta esférica permite rotação nos três eixos retangulares. A junta plana permite translações em dois eixos e uma rotação em torno do eixo perpendicular aos dois de translação. A junta cilíndrica permite rotação e translação em torno de um único eixo. A junta helicoidal permite um avanço helicoidal em um único eixo por movimentos de revolução. Na junta de revolução, as superfícies de contato definem um plano, permitindo a rotação em torno do eixo perpendicular a este plano. Por último, na junta prismática, as superfícies realizam movimento de translação entre si (Hartenberg e Denavit, 1955).

Na FIG. 3.1, as juntas são apresentadas, assim como seus respectivos graus de liberdade.

Assim, para um sistema com seis corpos e seis juntas de rotação, por exemplo, sendo que cada junta de rotação restringe dois graus de liberdade do corpo, tem-se:

$$n_c = 6 \quad \text{EQ. 3.2}$$

$$n_j = 6 \quad \text{EQ. 3.3}$$

$$n_{junta} = 2$$

$$\text{EQ. 3.4}$$

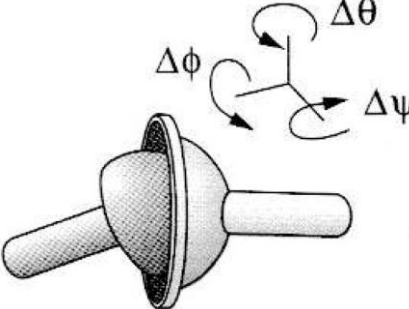
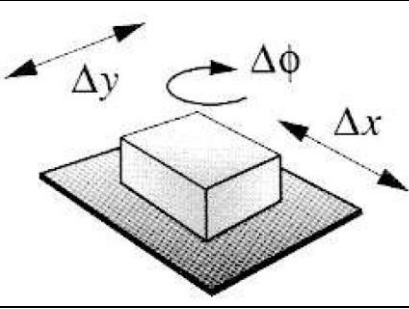
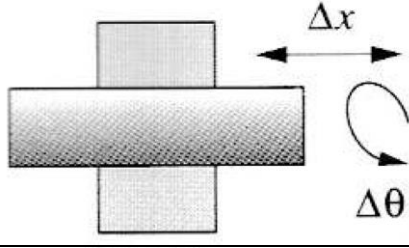
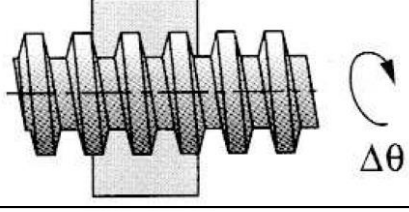
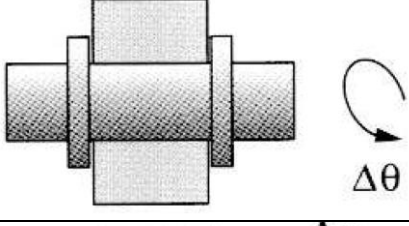

Junta Esférica		3 graus de liberdade
Junta Plana		3 graus de liberdade
Junta Cilíndrica		2 graus de liberdade
Junta Helicoidal		1 grau de liberdade
Junta de Revolução		1 grau de liberdade
Junta Prismática		1 grau de liberdade

FIG. 3.1 Tipos de juntas e respectivos graus de liberdade (Norton, 2010).

$$n_{gd} = 3 \cdot 6 - \sum_{i=1}^6 2 = 4 \text{ graus de liberdade} \quad \text{EQ. 3.5}$$

3.3 CINEMÁTICA

Como dito anteriormente, a cinemática trata da análise da posição, velocidade e aceleração dos corpos de um sistema mecânico. Para isso, a topologia do sistema precisa ser analisada a partir do sistema de referência e das juntas acopladas no sistema.

Um referencial é dito como um conjunto de pontos não colineares, com distâncias entre si não invariantes com o tempo, podendo ser relacionado a um sistema de eixos cartesianos; entretanto, referencial e sistema de eixos cartesianos não devem ser confundidos (Tenenbaum, 2006).

Outra definição é dada por Santos (2001), no qual sistema de referência é aquele no qual os vetores de posição, velocidade e aceleração, bem como as forças, possam ser bem representados. Toda representação matemática dos movimentos é, então, apoiada em vetores unitários. Todo sistema de referência tem uma origem predefinida, podendo ser inerciais ou móveis.

Na prática, adotam-se vários sistemas de referência para facilitar a descrição de movimentos complexos, dividindo-o em movimentos mais simples que se somam para formar o movimento absoluto. Para isso, é necessário criar relações que possibilitem a comunicação entre os vários sistemas referenciais criados, como observado na FIG. 3.2 (Santos, 2001).

Para a passagem de um sistema para outro, utiliza-se um recurso chamado de transformação de coordenadas (Haug, 1989), que tem como base a matriz de rotação. No plano, ela é dada pela EQ. 3.6.

$$R = R(\phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.6}$$

Essa matriz é especial no sentido de que é ortogonal: sua transposta é igual a sua inversa. Tomando a FIG. 3.2 e desenvolvendo a equação de posição para o ponto B, tem-se:

$$r_{OB}^{XYZ} = r_{OA}^{XYZ} + R(\theta)r_{AB}^{X_1Y_1Z_1} \quad \text{EQ. 3.7}$$

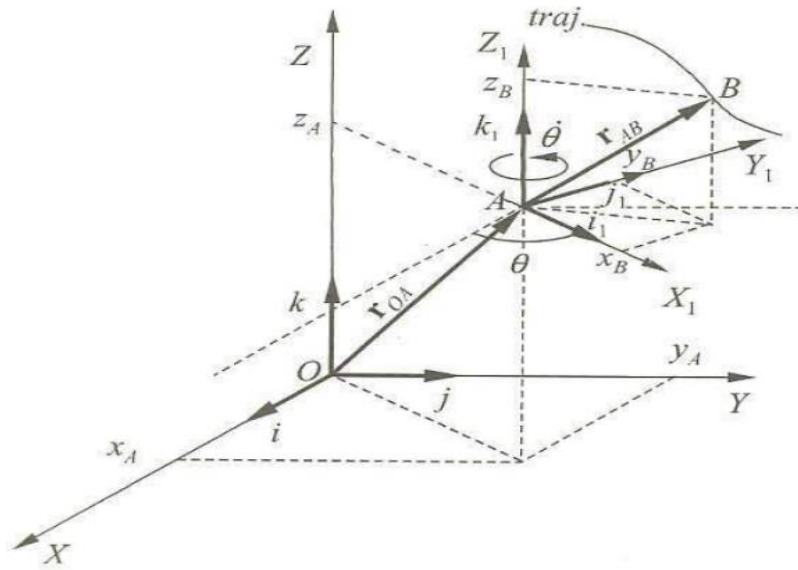


FIG. 3.2 Sistema de referencial inercial e móvel (Santos, 2001).

Na EQ. 3.7, o termo do lado esquerdo da equação é o vetor posição do ponto B no sistema de referência inercial, que tem o ponto O como a origem do sistema. O primeiro termo do lado direito equivale ao vetor posição do ponto A escrito no sistema inercial, e o segundo termo, a passagem do vetor posição do B escrito no sistema móvel para o inercial através da matriz de rotação.

Essa equação é a base para todas as equações cinemáticas desenvolvidas aqui, além de que todas as equações são resolvidas no sistema de referência inercial.

Além do sistema de referência, a topologia do sistema também precisa ser definida. No sistema a ser estudado, apenas juntas de revolução serão usadas. Cada junta de revolução em um corpo restringe dois graus de liberdade no ponto de contato entre os corpos. Assim, esses dois corpos mantêm a mesma posição neste ponto de contato (FIG. 3.3), tendo como equação de restrição a EQ. 3.8.

$$r_i + R_i s_i^P = r_j + R_j s_j^P \quad \text{EQ. 3.8}$$

As equações que provêm da topologia do sistema, ou seja, as equações de cada junta, são chamadas de equações escleronômicas, que não dependem diretamente do tempo. O contrário das equações que não dependem diretamente do tempo são chamadas de reonômicas, ou equações diretoras.

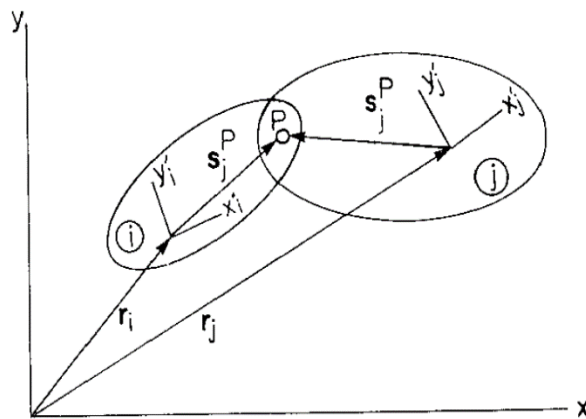


FIG. 3.3 Junta de revolução (Haug, 1989).

Para descrever um sistema, utilizam-se as coordenadas generalizadas, que podem descrever todo o sistema ao longo do tempo. As equações diretoras relacionam as coordenadas generalizadas com o tempo para que se tenha o movimento completo do sistema.

As equações diretoras e cinemáticas pertencem a um grupo maior de equações, chamado de equações holonômicas, equações que podem ser diretamente integradas, possuindo a seguinte forma (Van Brunt, 2004):

$$g(t, q) = 0 \quad \text{EQ. 3.9}$$

onde t é o tempo e q as coordenadas cartesianas. O outro grande grupo de equações são chamadas não-holonômicas contendo inequações ou relações entre componentes de velocidade (Tenenbaum, 2006), podendo possuir a seguinte forma (Van Brunt, 2004):

$$g(t, q, \dot{q}) = 0 \quad \text{EQ. 3.10}$$

Se a velocidade for uma restrição e ela puder ser escrita dependendo diretamente do tempo, será uma equação holonômica; se não, uma equação não holonômica. Para melhor entendimento, um exemplo: suponha um corpo com uma velocidade constante \vec{v} .

Tendo o corpo um vetor inicial \vec{p}_0 , ao longo de um tempo t , este corpo terá como vetor posição $\vec{p} = \vec{p}_0 + \vec{v} \cdot t$, escrita de em forma de equação não-holonômica. Quando no vetor de restrições, será reescrita de forma holonômica.

3.3.1 MODELO UTILIZADO

O modelo usado tem seis corpos rígidos, com uma junta de revolução ligando cada segmento pelo quadril, joelhos e tornozelos, sendo que no apoio bípede cada ponta do pé é também conectada ao solo por uma junta de revolução, possibilitando a flexão planar no momento de finalização do contato com o solo. Além dessas juntas, o tornozelo da perna de apoio está conectado ao solo com o movimento na vertical restringido.

Ao passar para o apoio simples, o pé em balanço perde a junta da ponta do pé com o solo e o pé de apoio, a junta que prende o tornozelo com o solo na vertical. Assim, para o modelo bípede tem-se 3 (três) graus de liberdade e para o modelo de apoio simples, 6 (seis) graus de liberdade.

Um esquema dos modelos pode ser observado na FIG. 3.4. São apresentado também os ângulos a serem analisados. Todos os ângulos são relativos, com exceção de θ_1 , que é imposto como sendo absoluto, fazendo a ligação do sistema móvel com o inercial.

Na primeira fase biapoiada da caminhada, as coordenadas generalizadas são dadas pelos ângulos do quadril e joelho (da perna em iminência a entrar para a fase de balanço) (θ_4 e θ_5 , respectivamente), além da velocidade translacional do eixo horizontal do quadril (x_q). Para a parte de apoio simples seguinte, acrescenta-se os ângulos dos tornozelos (θ_2 e θ_6) e o do joelho da perna de apoio (θ_3).

Na segunda fase de apoio duplo, as coordenadas generalizadas são trocadas, já que a perna de apoio mudará: θ_4 e θ_3 , além do deslocamento horizontal do quadril. Na última fase, apoio simples, o ângulo do joelho da perna de apoio (θ_5 ,) entra para esse grupo, além dos ângulos dos tornozelos (θ_2 e θ_6). Quando inseridos nas coordenadas generalizadas, os tornozelos são postos em um ângulo constante, no caso, um ângulo de 90° com a perna.

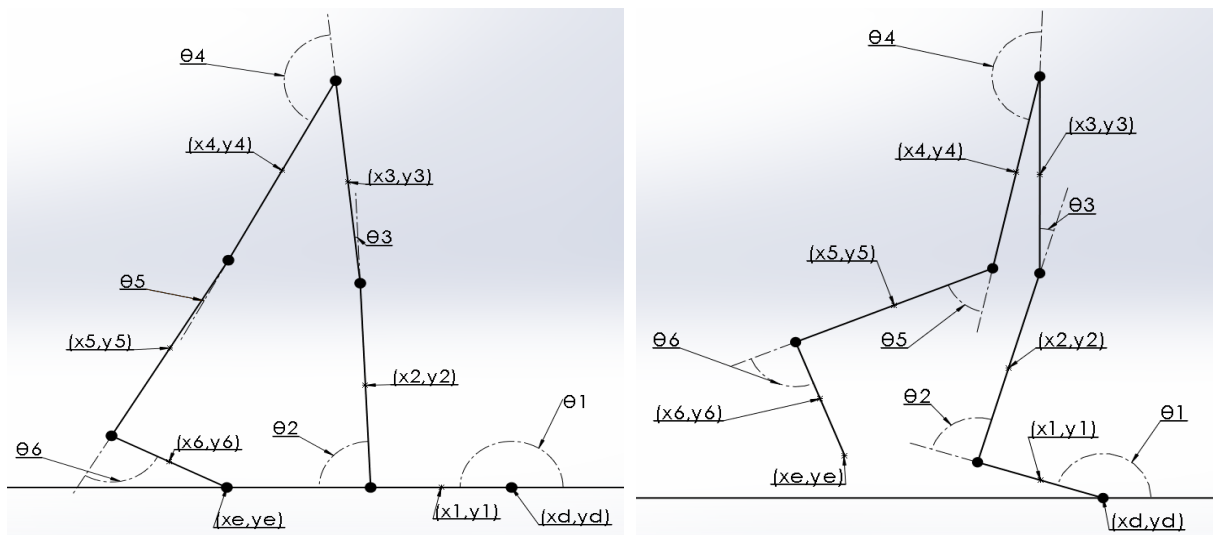


FIG. 3.4 Modelo cinemático usado para apoio duplo (A) e simples (B).

Quando o pé está para atacar o solo, ocorre a colisão, que modifica velocidade e aceleração de todos os segmentos do membro por meio de forças. Zheng e Hemami (1984) estudaram a relação da mudança de velocidade com as forças impulsivas. Para que os corpos não sejam afetados neste instante da caminhada, adota-se que o impacto do pé com o solo é inelástico e sem deslizamento, mantendo inalterado a configuração do modelo e as forças e momentos que atuam no membro de apoio.

Além disso, afirma-se que o terreno no qual o modelo irá se deslocar é dito como plano e contínuo. Isso garante a não complexidade das restrições, assim como as mantem holonômicas.

Para as medidas antropométricas do modelo, Winter (2009) apresenta relações aproximadas do tamanho do segmento com a altura do total do corpo, assim como a massa de cada segmento com a massa total do corpo. Essas relações são apresentadas na TAB. 3.1, assim como o tamanho dos segmentos e seus pesos para uma pessoa com 1,70 metros de altura e com 70 kg.

Voltando para o grau de liberdade de cada modelo, o bipodal possui seis corpos, sete juntas de revolução, que restringem dois graus de liberdade cada uma mais a restrição na vertical do tornozelo do pé de apoio; assim, o modelo bipodal possui 3 (três) graus de liberdade. Já o modelo de apoio simples possui uma junta de revolução a menos, bem como a de restrição na vertical, resultando em um modelo com seis graus de liberdade.

Com a EQ. 3.8, pode-se montar as equações de restrições geométricas do modelo. Para correspondência de índice, a TAB. 3.2 pode ser verificada. Nas equações de restrições cinemáticas, os L_i 's são metade do comprimento de cada membro analisado.

TAB. 3.1 Características antropomórficas do modelo, a partir de Winter (2009).

Segmento	Relação segmento/corpo		Comprimento (m)	Massa (kg)
	Comprimento	Massa		
Pé	0,152*H	0,0145*M _{total}	0,2736	1,015
Perna	0,246*H	0,0465*M _{total}	0,4428	3,255
Coxa	0,245*H	0,1*M _{total}	0,441	7

TAB. 3.2 Referência entre índices e segmentos.

ÍNDICE	SEGMENTO DO CORPO
D	Ponta do pé direito
1	Pé direito
2	Perna direita
3	Coxa direita
4	Coxa esquerda
5	Perna esquerda
6	Pé esquerdo
E	Ponta do pé esquerdo
Q	Quadril

As matrizes de rotação de cada segmento são apresentadas primeiro.

$$R_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.11}$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 - \theta_2) & -\sin(\theta_1 - \theta_2) \\ \sin(\theta_1 - \theta_2) & \cos(\theta_1 - \theta_2) \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.12}$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) & -\sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) \\ \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) & \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.13}$$

$$R_4 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) & -\sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\ \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) & \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.14}$$

$$R_5 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) & -\sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) \\ \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) & \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.15}$$

$$R_6 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) & -\sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) \\ \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) & \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.16}$$

$$\begin{bmatrix} x_d \\ y_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + R_1 \begin{bmatrix} -L_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.17}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + R_1 \begin{bmatrix} L_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} + R_2 \begin{bmatrix} -L_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.18}$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} + R_2 \begin{bmatrix} L_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{bmatrix} + R_3 \begin{bmatrix} -L_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.19}$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{bmatrix} + R_3 \begin{bmatrix} L_3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_4 \\ y_4 \end{bmatrix} + R_4 \begin{bmatrix} -L_4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.20}$$

$$\begin{bmatrix} x_4 \\ y_4 \end{bmatrix} + R_4 \begin{bmatrix} L_4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_5 \\ y_5 \end{bmatrix} + R_5 \begin{bmatrix} -L_5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.21}$$

$$\begin{bmatrix} x_5 \\ y_5 \end{bmatrix} + R_5 \begin{bmatrix} L_5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_6 \\ y_6 \end{bmatrix} + R_6 \begin{bmatrix} -L_6 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.22}$$

$$\begin{bmatrix} x_6 \\ y_6 \end{bmatrix} + R_6 \begin{bmatrix} L_6 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.23}$$

Para a fase de apoio simples, quando a perna direita for a perna de apoio, a EQ.3.23 não é usada, já que não existe essa junta de rotação que liga o pé esquerdo ao solo. Quando na fase de apoio simples em que a perna esquerda for a perna de apoio, a EQ.3.21 é retirada pelo mesmo motivo.

3.4 EQUAÇÕES DIRETORAS

Para se determinar o movimento do sistema, deve-se definir equações que rejam todos os movimentos do sistema. Essas equações são chamadas de equações diretoras: elas são dependentes diretamente do tempo e são aplicadas às coordenadas generalizadas.

No modelo apoiado duplo, tem-se 3 (três) graus de liberdade. As coordenadas ditas como independentes são: o ângulo do joelho da perna em iminência a entrar em balanço, ângulo do quadril ($\theta_4 = \pi - \theta_q$) e o deslocamento horizontal do quadril (x_q) com uma velocidade constante. No modelo de apoio simples, acrescentam-se os deslocamentos angulares dos tornozelos (θ_2 e θ_6), e o do joelho da perna de apoio.

As funções diretoras para as coordenadas independentes angulares são moldadas a partir de uma série de Fourier com ordem 3 (três) (Ren et al., 2007). Assim, todo deslocamento angular diretor tem a forma da EQ.3.24 ($i = 3,4,5$). E para o deslocamento do quadril, a EQ. 3.25 descreve o movimento (x_{q0} é o ponto inicial do quadril).

$$\theta_i(t) = a_{0i} + a_{1i} \cdot \cos(\omega_i t) + b_{1i} \cdot \sin(\omega_i t) + a_{2i} \cdot \cos(2\omega_i t) + b_{2i} \cdot \sin(2\omega_i t) + a_{3i} \cdot \cos(3\omega_i t) + b_{3i} \cdot \sin(3\omega_i t) \quad \text{EQ. 3.24}$$

$$x_q(t) = x_{q0} + vt \quad \text{EQ. 3.25}$$

Para um movimento inicial do modelo, os deslocamentos angulares são ajustados de acordo com Dollar e Herr (2008) (FIG. 3.5). O deslocamento angular do quadril apresentado na figura representa o menor ângulo entre os segmentos da coxa (θ_q). O ângulo aqui dito como o do quadril (θ_4) é o suplemento do ângulo representado na FIG. 3.5.

3.5 DINÂMICA DIRETA

Modelando o sistema pela dinâmica direta, obtêm-se equações que têm como entrada forças e momentos atuantes em cada corpo.

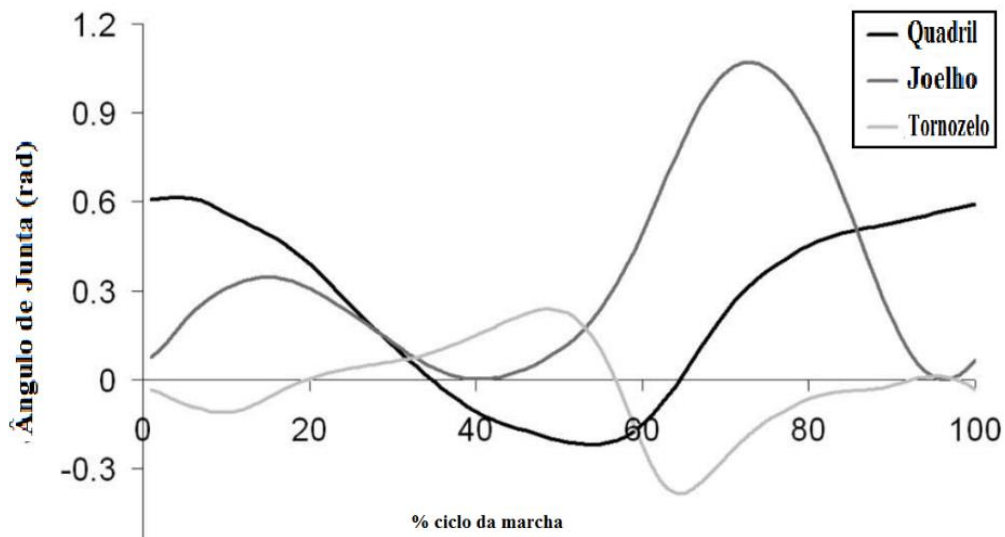


FIG. 3.5 Ângulos de juntas durante o ciclo da marcha humana (Dollar e Herr, 2008, modificado).

Na FIG. 3.6, pode-se observar um diagrama de corpo livre. F_{y_p} , F_{x_p} e M_p simbolizam as forças nas direções vertical e horizontal e torques efetuados pelo corpo proximal ao segmento observado e F_{y_d} , F_{x_d} e M_d forças e torques realizados pelo corpo distal. A força peso é representada por $m_i \cdot g$. L_i representa o comprimento do segmento i .

Com esses dados fornecidos, as equações de movimento podem ser obtidas por uso direto das equações de Newton-Euler.

$$m_i \ddot{x}_i = F_{x_d} + F_{x_p} \quad \text{EQ. 3.26}$$

$$m_i \ddot{y}_i = F_{y_d} + F_{y_p} \quad \text{EQ. 3.27}$$

$$I_i \ddot{\theta}_i = M_d + M_p + F_{x_d} \cdot \left(\frac{L_i}{2}\right) \cdot \sin \theta_i - F_{y_d} \cdot \left(\frac{L_i}{2}\right) \cdot \cos \theta_i + F_{x_p} \cdot \left(\frac{L_i}{2}\right) \cdot \sin \theta_i - F_{y_p} \cdot \left(\frac{L_i}{2}\right) \cdot \cos \theta_i \quad \text{EQ. 3.28}$$

As EQ. 3.26, EQ. 3.27 e EQ. 3.28 representam as equações de movimento de cada corpo nos eixos x, y e z, respectivamente, sendo I_i o momento de inércia.

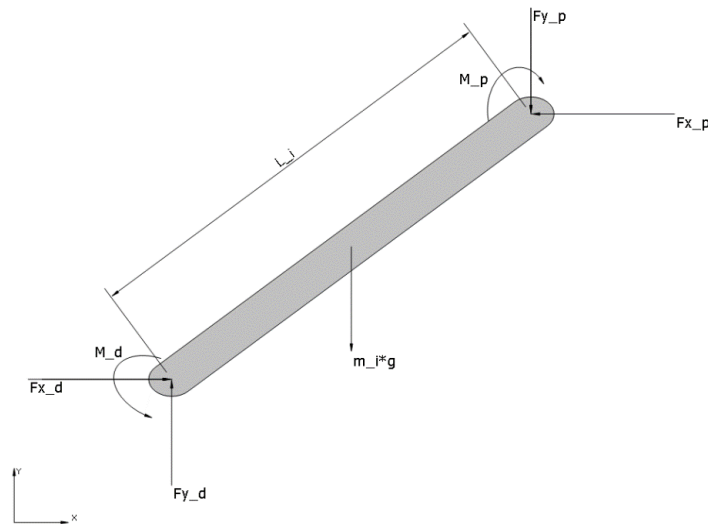


FIG. 3.6 Diagrama de corpo livre de um segmento.

3.6 DINÂMICA INVERSA

Na dinâmica inversa as posições são fornecidas, sendo representadas normalmente por funções não-lineares, que podem ser resolvidas pelo método Newton-Raphson. Com as posições ao longo do tempo encontradas, as velocidades e acelerações são encontradas por equações que são apresentadas posteriormente.

Torques e forças ativos são fornecidos, sendo que para o modelo presente apenas forças gravitacionais serão impostas. As forças e torques referentes ao contato com o solo são substituídos pelas equações de restrição com o solo. Com isso, as forças e torques de restrições internas são encontrados, tendo então todo o modelo descrito.

Para se encontrar as forças e momentos internos, as equações cinemáticas e diretoras são acomodadas em um mesmo vetor, o vetor de restrições. Neste vetor, tem-se as incógnitas do problema inicial, as posições. Para encontra-las, as equações não-lineares são resolvidas. Para o modelo de apoio duplo, tem-se o vetor de restrições apresentado na EQ. 3.29.

$$\varphi(q, t)_{biapoiado_direito} =$$

$$\left[\begin{array}{c} x_d - x_1 + L_1 \cdot \cos(\theta_1) \\ y_d - y_1 + L_1 \cdot \sin(\theta_1) \\ -y_1 - L_1 \cdot \sin(\theta_1) + j_{1y} \\ x_1 + L_1 \cdot \cos(\theta_1) - x_2 + L_2 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ y_1 + L_1 \cdot \sin(\theta_1) - y_2 + L_2 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ x_2 + L_2 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2) - x_3 + L_3 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) \\ y_2 + L_2 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2) - y_3 + L_3 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) \\ x_3 + L_3 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) - x_4 + L_4 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\ y_3 + L_3 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) - y_4 + L_4 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\ x_4 + L_4 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) - x_5 + L_5 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) \\ y_4 + L_4 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) - y_5 + L_5 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) \\ x_5 + L_5 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) - x_6 + L_6 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) \\ y_5 + L_5 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) - y_6 + L_6 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) \\ x_6 + L_6 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) - x_e \\ y_6 + L_6 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) - y_e \\ x_3 + L_3 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) - x_{quadril_0} - v_{quadril} \cdot t \\ \theta_4 - \theta_4(t) \\ \theta_5 - \theta_5(t) \end{array} \right]$$

EQ. 3.29

$$\varphi(q, t)_{biapoiado_esquerdo} =$$

$$\left[\begin{array}{c} x_d - x_1 + L_1 \cdot \cos(\theta_1) \\ y_d - y_1 + L_1 \cdot \sin(\theta_1) \\ x_1 + L_1 \cdot \cos(\theta_1) - x_2 + L_2 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ y_1 + L_1 \cdot \sin(\theta_1) - y_2 + L_2 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ x_2 + L_2 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2) - x_3 + L_3 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) \\ y_2 + L_2 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2) - y_3 + L_3 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) \\ x_3 + L_3 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) - x_4 + L_4 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\ y_3 + L_3 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) - y_4 + L_4 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\ x_4 + L_4 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) - x_5 + L_5 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) \\ y_4 + L_4 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) - y_5 + L_5 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) \\ x_5 + L_5 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) - x_6 + L_6 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) \\ y_5 + L_5 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) - y_6 + L_6 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) \\ -y_6 - L_6 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) + j_{6y} \\ x_6 + L_6 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) - x_e \\ y_6 + L_6 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) - y_e \\ x_3 + L_3 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) - x_{quadril_0} - v_{quadril} \cdot t \\ \theta_3 - \theta_3(t) \\ \theta_4 - \theta_4(t) \end{array} \right]$$

EQ. 3.30

onde t é o tempo e q são as coordenadas cartesianas ($q = [x_1; y_1; \theta_1; x_2; y_2; \theta_2; x_3; y_3; \theta_3; x_4; y_4; \theta_4; x_5; y_5; \theta_5; x_6; y_6; \theta_6]$). Os termos j_{1y} e j_{6y} referenciam as coordenadas verticais dos tornozelos direito e esquerdo, respectivamente, assim restringe o segmento dos pés para que eles não afundem no solo.

Para o modelo de apoio da perna direita, tem-se a EQ. 3.35, e para o apoio da perna esquerda, EQ. 3.36. Observa-se ainda a presença das restrições dos tornozelos nessas duas equações. A retirada dessas restrições é tratada posteriormente, quando é tratado sobre mudança de fases.

$\varphi(q, t)_{\text{apoiado_direito}}$

$$= \begin{bmatrix} x_d - x_1 + L_1 \cdot \cos(\theta_1) \\ y_d - y_1 + L_1 \cdot \sin(\theta_1) \\ -y_1 - L_1 \cdot \sin(\theta_1) + j_{1y} \\ x_1 + L_1 \cdot \cos(\theta_1) - x_2 + L_2 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ y_1 + L_1 \cdot \sin(\theta_1) - y_2 + L_2 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ x_2 + L_2 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2) - x_3 + L_3 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) \\ y_2 + L_2 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2) - y_3 + L_3 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) \\ x_3 + L_3 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) - x_4 + L_4 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\ y_3 + L_3 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) - y_4 + L_4 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\ x_4 + L_4 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) - x_5 + L_5 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) \\ y_4 + L_4 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) - y_5 + L_5 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) \\ x_5 + L_5 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) - x_6 + L_6 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) \\ y_5 + L_5 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) - y_6 + L_6 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) \\ \theta_6 - f(t) \\ x_3 + L_3 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) - x_{\text{quadril}_0} - v_{\text{quadril}} \cdot t \\ \theta_3 - \theta_3(t) \\ \theta_4 - \theta_4(t) \\ \theta_5 - \theta_5(t) \end{bmatrix}$$

EQ. 3.31

$\varphi(q, t)$ apoiado_esquerdo

$$= \begin{bmatrix} x_1 + L_1 \cdot \cos(\theta_1) - x_2 + L_2 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ y_1 + L_1 \cdot \sin(\theta_1) - y_2 + L_2 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ x_2 + L_2 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2) - x_3 + L_3 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) \\ y_2 + L_2 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2) - y_3 + L_3 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) \\ x_3 + L_3 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) - x_4 + L_4 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\ y_3 + L_3 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) - y_4 + L_4 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\ x_4 + L_4 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) - x_5 + L_5 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) \\ y_4 + L_4 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) - y_5 + L_5 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) \\ x_5 + L_5 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) - x_6 + L_6 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) \\ y_5 + L_5 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5) - y_6 + L_6 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) \\ -y_6 - L_6 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) + j_{6y} \\ x_6 + L_6 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) - x_e \\ y_6 + L_6 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 + \theta_6) - y_e \\ \theta_2 - f(t) \\ x_3 + L_3 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) - x_{\text{quadril}_0} - v_{\text{quadril}} \cdot t \\ \theta_3 - \theta_3(t) \\ \theta_4 - \theta_4(t) \\ \theta_5 - \theta_5(t) \end{bmatrix}$$

EQ. 3.32

Para encontrar a equação da velocidade, deriva-se $\varphi(q, t)$ em relação ao tempo, usando a regra da cadeia para tal. Assim:

$$\frac{D\varphi}{Dt} = \frac{\partial \varphi}{\partial q} \cdot \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0 \quad \text{EQ. 3.33}$$

onde $\frac{\partial \varphi}{\partial q}$ é a matriz jacobina e $\frac{\partial q}{\partial t}$ é a velocidade do sistema. Dessa forma:

$$v = -\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial q} \cdot \frac{\partial q}{\partial t} = \varphi_q \cdot \dot{q} \quad \text{EQ. 3.34}$$

Para determinar a aceleração, deriva-se a velocidade em relação ao tempo, usando novamente a regra da cadeia. Assim, derivando a EQ. 3.38:

$$-\varphi_{tq}\dot{q} - \varphi_{tt} = \varphi_q\ddot{q} + (\varphi_{qq}\dot{q})_q \dot{q} + \varphi_{qt}\dot{q} \quad \text{EQ. 3.35}$$

Desde que $\varphi_{tq} = \varphi_{qt}$, a EQ. 3.35 pode ser rearranjada, resultando em (Haug, 1989):

$$\varphi_q \ddot{q} = -(\varphi_q \dot{q})_q \dot{q} - 2\varphi_{qt} \dot{q} - \varphi_{tt} = \gamma \quad \text{EQ. 3.36}$$

Contanto que φ_q seja não singular, ou seja, tenha uma inversa, as EQ. 3.38 e EQ. 3.40 podem ser resolvidas para cada instante no tempo (Haug, 1989), encontrando a velocidade (\dot{q}) e aceleração (\ddot{q}).

Por meio dos multiplicadores de Lagrange (λ) (utilizado em sistemas de equações que contenham restrições) e com a aceleração obtida na EQ. 3.36, forças e torques internos são encontrados.

$$\begin{bmatrix} M & \varphi_q^T \\ \varphi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^A \\ \gamma \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.37}$$

Na EQ. 3.37, M é uma matriz diagonal contendo massas e momentos de inércia e Q^A é um vetor contendo todas as forças externas atuantes em cada corpo do sistema (força peso).

Sendo \ddot{q} as componentes das acelerações resultantes do sistema, $M\ddot{q}$ são as forças resultantes no sistema, então $M\ddot{q} = Q^A - \varphi_q^T \lambda$. Portanto, os multiplicadores de Lagrange, multiplicados pela transposta do jacobiano, irão representar as forças e torques de restrições das juntas.

As forças de contato com o solo estarão inclusas neste vetor. Para mudança da fase de apoio duplo para a de apoio simples, observam-se as forças de interação com o solo, considerando cada pé que está na iminência de perder o contato com o mesmo.

Observando o vetor $\varphi(q, t)$, as linhas que representam o contato dos pés com o solo são as primeira e segunda (para o pé direito) e as décima quarta e décima quinta (para o pé esquerdo). A multiplicação $\varphi_q^T \lambda$ resulta em um vetor de mesma dimensão que o de restrição, 18×1 . Do mesmo modo que no vetor de restrições, as mesmas linhas (1ª, 2ª, 14ª e 15ª) devem ser observadas no vetor das forças de restrição de juntas ($-\varphi_q^T \lambda$). Este vetor será apresentado de forma abreviada na EQ. 3.38.

$$-\Phi_q^T \lambda_{biapoiado_direito} = \begin{bmatrix} \lambda_1 - \lambda_4 \\ \lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_5 \\ \dots \\ \lambda_4 - \lambda_6 \\ \lambda_5 - \lambda_7 \\ \dots \\ \lambda_6 - \lambda_8 - \lambda_{16} \\ \lambda_7 - \lambda_9 \\ \dots \\ \lambda_8 - \lambda_{10} \\ \lambda_9 - \lambda_{11} \\ \dots - \lambda_{17} - \dots \\ \lambda_{10} - \lambda_{12} \\ \lambda_{11} - \lambda_{13} \\ \dots - \lambda_{18} - \dots \\ \lambda_{12} - \lambda_{14} \\ \lambda_{13} - \lambda_{15} \\ \dots \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.38}$$

Todas as saídas de vetores, seguem a ordem de q . Assim, a saída do vetor de forças de restrições terá a forma da EQ. 3.39. A linha 1 (um) equivale ao somatório das forças de restrição na horizontal no corpo um; a linha 2 (dois), somatório das forças de restrição na vertical no corpo 1 (um); e a linha 3 (três), somatório dos torques restritivos no corpo um. Isso se estende para todos os corpos.

Comparando a EQ. 3.38 e EQ. 3.39, observa-se que $F_{x1} = \lambda_1 - \lambda_4$ e $F_{x2} = \lambda_4 - \lambda_6$. O componente λ_4 aparece tanto na força do corpo 1 (um), quanto no corpo 2 (dois). Assim sendo, pode-se concluir que este componente é a força de restrição na horizontal da junta do tornozelo que é aplicada tanto no corpo 1 (um), quanto no corpo 2 (dois).

O termo λ_1 só é visto na componente de força do corpo 1 (um), dessa maneira, ele é a força de restrição na horizontal que o solo aplica no corpo. Igualmente, $F_{y1} = \lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_5$ e $F_{y2} = \lambda_5 - \lambda_7$. Como λ_2 só aparece na componente de força do corpo 1 (um), este pode ser dito como a força de restrição que o solo aplica no corpo na vertical. Só existe contato enquanto esta componente for positiva.

$$-\Phi_q^T \lambda = \begin{bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ T_{\theta1} \\ F_{x2} \\ F_{y2} \\ T_{\theta2} \\ F_{x3} \\ F_{y3} \\ T_{\theta3} \\ F_{x4} \\ F_{y4} \\ T_{\theta4} \\ F_{x5} \\ F_{y5} \\ T_{\theta5} \\ F_{x6} \\ F_{y6} \\ T_{\theta} \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.39}$$

De natureza igual, observando as componentes de força na vertical do corpo 5 (cinco) e 6 (seis), deduz-se que λ_{15} é a força de restrição que o solo aplica no pé esquerdo. Concluindo, para se verificar se o segmento ainda possui contato com o solo, verifica-se o 15º elemento do vetor de multiplicadores de Lagrange na fase biapoiada direita e o 2º elemento na fase biapoiada esquerda (observar que λ_2 também aparece na EQ. 3.45).

Quando na fase apoiada da perna direita, o vetor das forças de restrição tem a forma da EQ. 3.40 em um primeiro momento. Como no vetor de restrições para essa fase as equações que modelam o pé esquerdo em contato com o solo desaparecem, então neste segmento só apareceram forças de restrição com a perna. De forma semelhante acontece quando na fase de apoio esquerdo (EQ. 3.41), desaparecendo as forças de restrição do pé direito com o solo.

A restrição λ_3 que aparece na EQ. 3.38 e na EQ. 3.40 representa a restrição do pé no tornozelo com o solo. Ela é trabalhada quando se verifica se o tornozelo direito ainda está em contato com o solo, assim sendo, observa-se seus valores para que essa restrição seja trocada por uma restrição que prescreve o ângulo do tornozelo direito. Quando feito isso, λ_3 desaparece da segunda linha da EQ. 3.40 e na terceira linha irá aparecer $-\lambda_{13}$, já que a restrição do ângulo irá parecer na linha 13 (treze). O mesmo acontece durante o apoio esquerdo.

$$-\Phi_q^T \lambda_{\text{apoiado_direito}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 - \lambda_4 \\ \lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_5 \\ \dots \\ \lambda_4 - \lambda_6 \\ \lambda_5 - \lambda_7 \\ \dots \\ \lambda_6 - \lambda_8 - \lambda_{15} \\ \lambda_7 - \lambda_9 \\ \dots - \lambda_{16} - \dots \\ \lambda_8 - \lambda_{10} \\ \lambda_9 - \lambda_{11} \\ \dots - \lambda_{17} - \dots \\ \lambda_{10} - \lambda_{12} \\ \lambda_{11} - \lambda_{13} \\ \dots - \lambda_{18} - \dots \\ \lambda_{12} \\ \lambda_{13} \\ \dots - \lambda_{14} \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.40}$$

$$-\Phi_q^T \lambda_{\text{biapoiado_esquerdo}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 - \lambda_3 \\ \lambda_2 - \lambda_4 \\ \dots \\ \lambda_3 - \lambda_5 \\ \lambda_4 - \lambda_6 \\ \dots \\ \lambda_5 - \lambda_7 - \lambda_{16} \\ \lambda_6 - \lambda_8 \\ \dots - \lambda_{17} - \dots \\ \lambda_7 - \lambda_9 \\ \lambda_8 - \lambda_{10} \\ \dots - \lambda_{18} - \dots \\ \lambda_9 - \lambda_{11} \\ \lambda_{10} - \lambda_{12} \\ \dots \\ \lambda_{11} - \lambda_{14} \\ \lambda_{12} + \lambda_{13} - \lambda_{15} \\ \dots \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.41}$$

$$-\Phi_q^T \lambda_{\text{apoiado_esquerdo}} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 \\ -\lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_1 - \lambda_3 \\ \lambda_2 - \lambda_4 \\ \dots - \lambda_{14} + \dots \\ \lambda_3 - \lambda_5 - \lambda_{15} \\ \lambda_4 - \lambda_6 \\ \dots - \lambda_{16} + \dots \\ \lambda_5 - \lambda_7 \\ \lambda_6 - \lambda_8 \\ \dots - \lambda_{17} - \dots \\ \lambda_7 - \lambda_9 \\ \lambda_8 - \lambda_{10} \\ \dots - \lambda_{18} - \dots \\ \lambda_9 + \lambda_{12} \\ \lambda_{10} + \lambda_{11} + \lambda_{13} \\ \dots \end{bmatrix} \quad \text{EQ. 3.42}$$

Vale lembrar que as forças de restrição não são os multiplicadores de Lagrange, e sim a multiplicação da transposta do jacobiano com os multiplicadores. No caso deste sistema em particular, realizando as devidas operações matemáticas, o resultado é o próprio multiplicador.

Para a transição da fase de balanço para a fase de apoio de um membro, monitora-se a posição do deslocamento vertical da ponta do pé ou do tornozelo do membro em questão.

Um fluxograma da dinâmica inversa é apresentado na figura FIG. 3.7.

Em reação aos torques, na dinâmica inversa os torques que aparecem no vetor de forças e torques de restrição são torques diretores, que resultam das equações diretoras das coordenadas angulares independentes. Esses torques podem ser observados no vetor de forças e torques de restrição nas linhas correspondentes aos torques de cada coordenada. Assim, nas EQ. 3.38, EQ. 3.40, EQ. 3.41 e EQ. 3.42 aparecem lambdas isolados nessas linhas, que representam os torques diretores em cada ângulo que possui equação diretora.

Os lambdas são equivalentes as linhas das equações diretoras. Portanto, na fase bipodal direito, os lambdas que representam os torques diretores são os $-\lambda_{17}$ e $-\lambda_{18}$, para os ângulos θ_4 e θ_5 , respectivamente.

No bipodal esquerdo, são esses mesmos torques diretores, só que agora para os ângulos θ_3 e θ_4 , respectivamente. Já nas fases de apoio, os lambdas são $-\lambda_{13}$, $-\lambda_{14}$, $-\lambda_{16}$, $-\lambda_{17}$ e $-\lambda_{18}$ para os ângulos θ_2 , θ_6 , θ_3 , θ_4 e θ_5 , respectivamente.

Se esses torques fossem usados na dinâmica direta como torques atuantes, o modelo teria o mesmo movimento apresentado na dinâmica inversa.

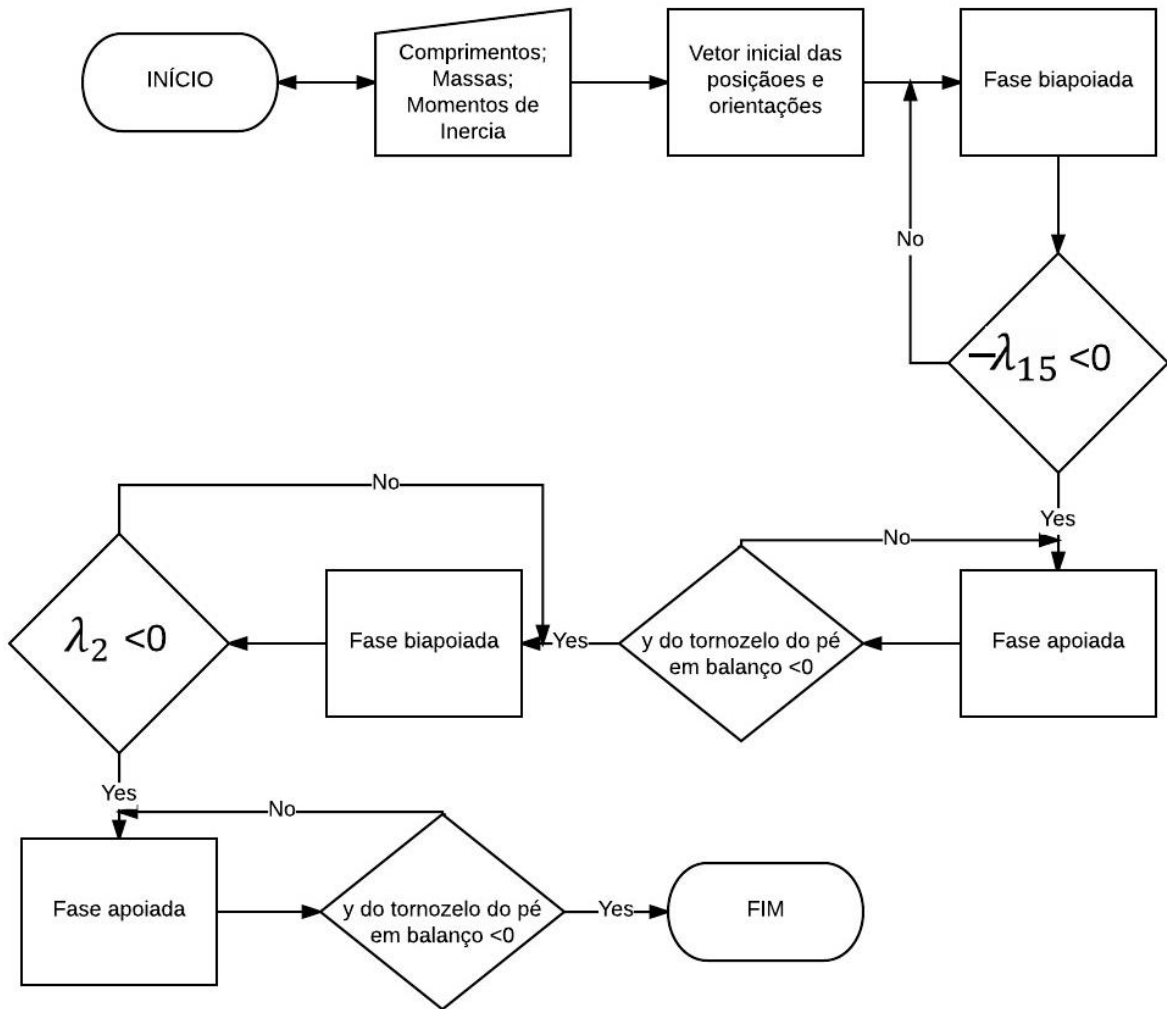


FIG. 3.7 Fluxograma do algoritmo de simulação da marcha com a dinâmica inversa

4 SIMULAÇÕES

Os resultados da dinâmica inversa, além do movimento completo, são as forças e torques de restrição de junta do sistema. Primeiramente o movimento do modelo será apresentado, seguido pelos movimentos angulares dos diretores principais, forças e torques de restrições e energias.

O modelo é simulado com uma velocidade do quadril de 1 m/s, não impondo um tempo total para o período de caminhada. A FIG. 4.1 apresenta o movimento obtido ao longo do tempo, sendo um movimento condizente com o padrão humano. Percebe-se que na metade da caminhada, ocorre um levantamento abrupto do quadril, devendo-se ao fato da mudança do tipo de restrição imposta ao pé. Inicialmente existia uma restrição escleronômica; quando se inicia a metade do ciclo, essa restrição é trocada por uma reonômica. Apesar disso, as duas metades da caminhada se assemelham, conseguindo, o modelo, produzir a simetria da caminhada.

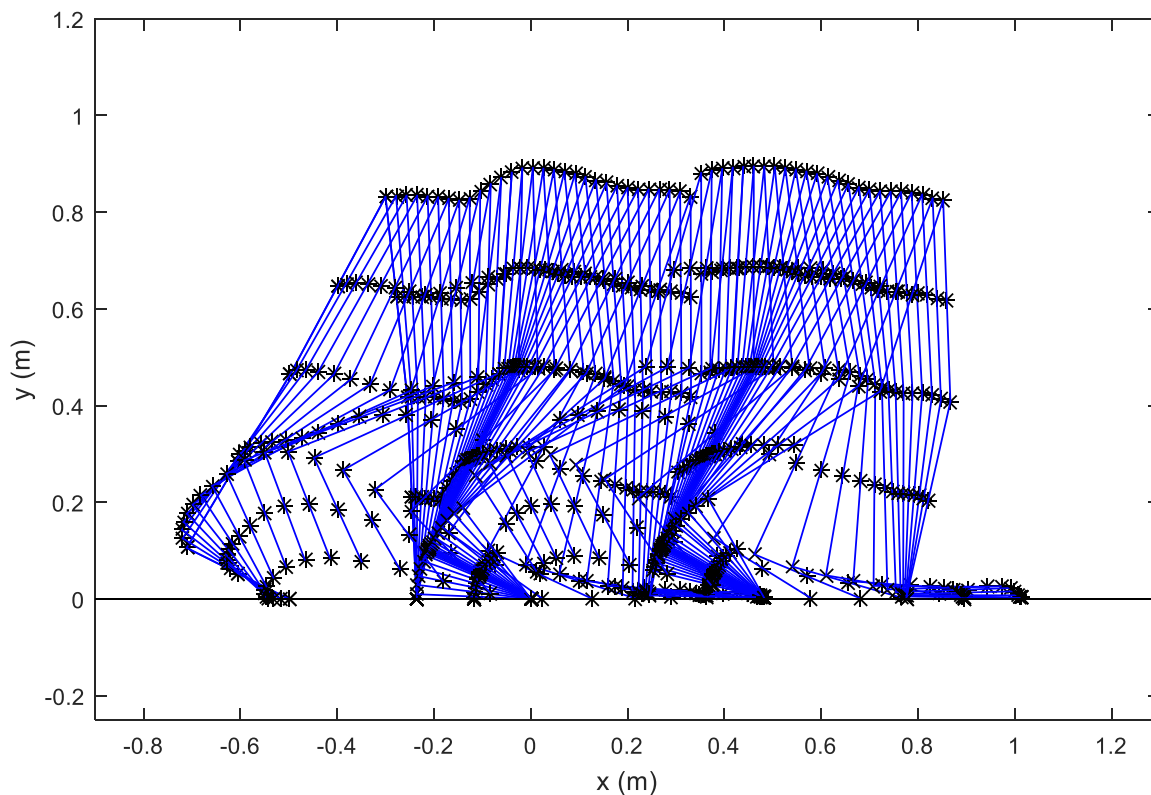


FIG. 4.1 Movimento do modelo ao longo do tempo.

A fase apoiada da perna direita toma 57,33% do tempo total de caminhada, enquanto que a fase de balanço atinge 42,67% do tempo total. Esses percentuais estão próximos aos observados na literatura, com a diferença atribuída às simplificações do modelo, como a ausência do tronco, que tem uma grande influência na marcha.

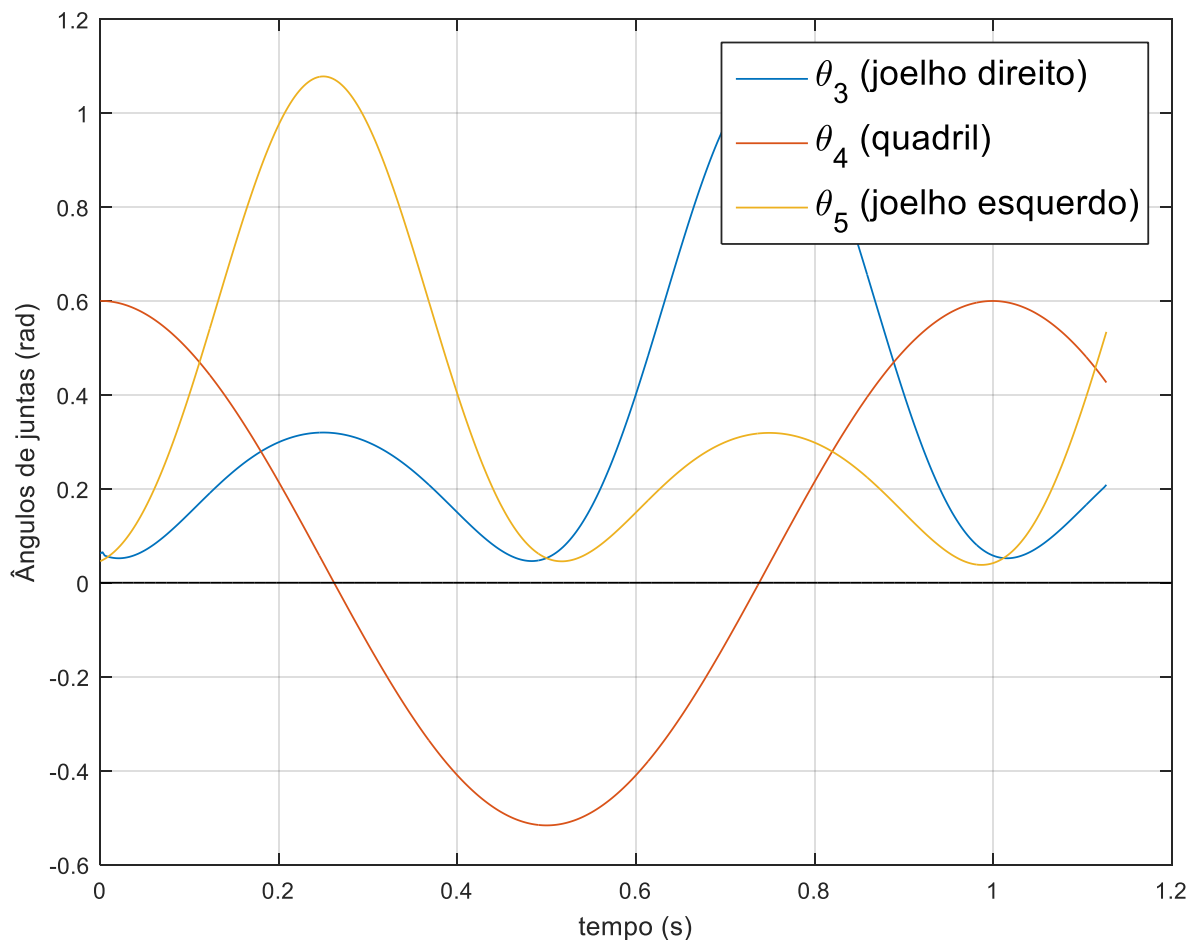


FIG. 4.2 Ângulos de juntas em radiano ao longo do tempo de caminhada.

A FIG. 4.2 apresenta os ângulos impostos (prescritos) dos dois joelhos e do quadril ao longo do período de caminhada obtido. A FIG. 4.3 expõe a força de restrição do solo com as duas pernas em relação ao peso. Percebe-se que as duas curvas são semelhantes, evidenciando a simetria da caminhada.

O primeiro pico da curva possui uma dimensão menor que o segundo, isso se deve ao fato de o modelo iniciar a caminhada com o pé de apoio plantado no chão, e não começando com o impacto do calcanhar com o chão. O segundo pico se dá ao contato do pé somente pela sua ponta. Com isso, o gráfico mostra-se satisfatório. Se fosse uma corrida, apenas um pico seria apresentado.

A FIG. 4.4 apresenta também forças de reação com o solo de acordo com Farley e Ferris (1998). Observa-se a semelhança entre o gráfico exposto e o da literatura.

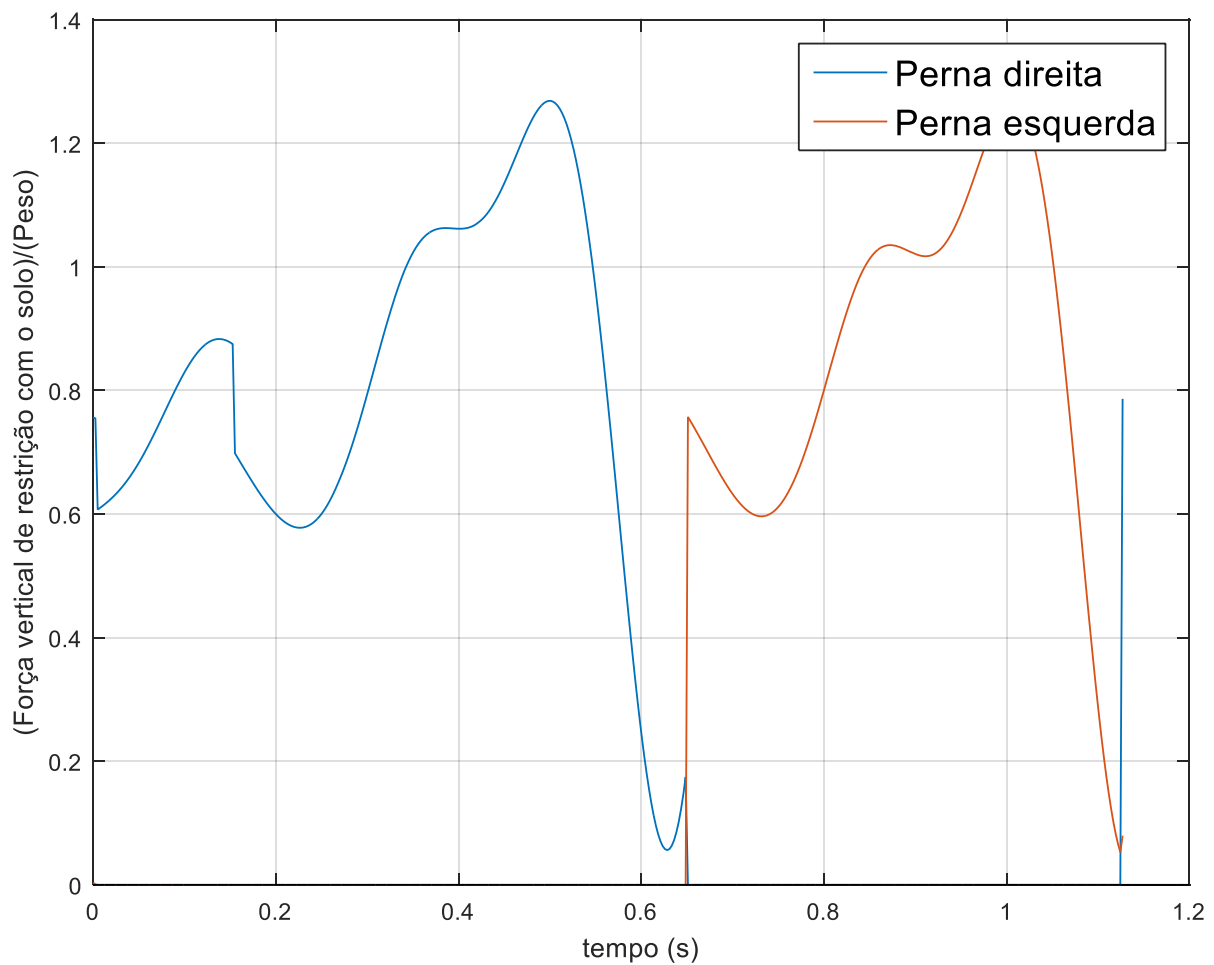


FIG. 4.3 Forças verticais ao longo do tempo.

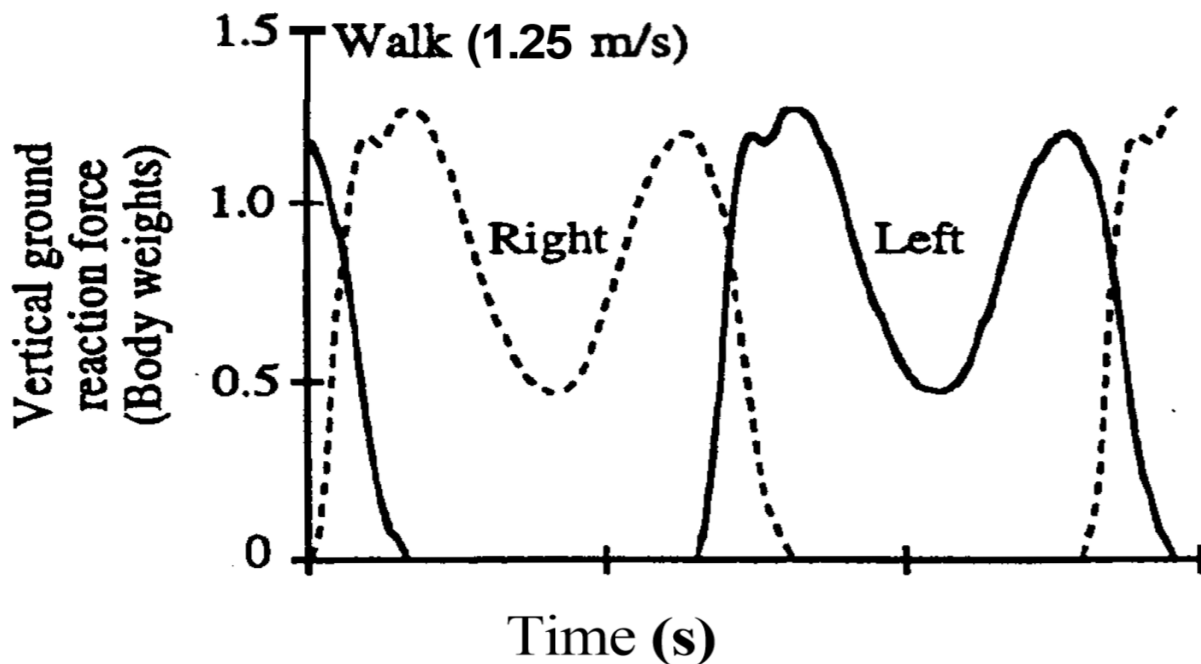


FIG. 4.4 Forças verticais de reação com o solo (Farley, T, Ferris, P, 1998).

A FIG. 4.5 apresenta os torques diretores nas articulações do modelo. O torque do tornozelo tem o seu maior valor absoluto quando o pé está na iminência de deixar o solo, e tendo seu menor valor absoluto quando o pé está em balanço, com o tornozelo tendendo a ficar no seu ângulo natural com a perna (90°) sem grandes esforços. O joelho possui seu pico quando ocorre a troca de apoio entre as pernas, necessitando de um suporte maior para rotacionar a perna e o pé. Depois disso, o valor do torque vai diminuindo, já que o joelho, nesse momento está em extensão máxima, não rotacionando.

Já a curva do quadril se diferencia da literatura pois o ângulo relacionado ao quadril é o suplementar do ângulo tratado na literatura. Além disso, esse trabalho não modela o tronco, que tem papel fundamental no torque do quadril, principalmente, daí os valores altos, em módulo, dos picos no quadril e joelho. Na curva do torque do quadril, o pico mais alto ocorre no momento da travessia de uma perna pela outra, exigindo um maior esforço da perna que sai do apoio indo para o balanço.

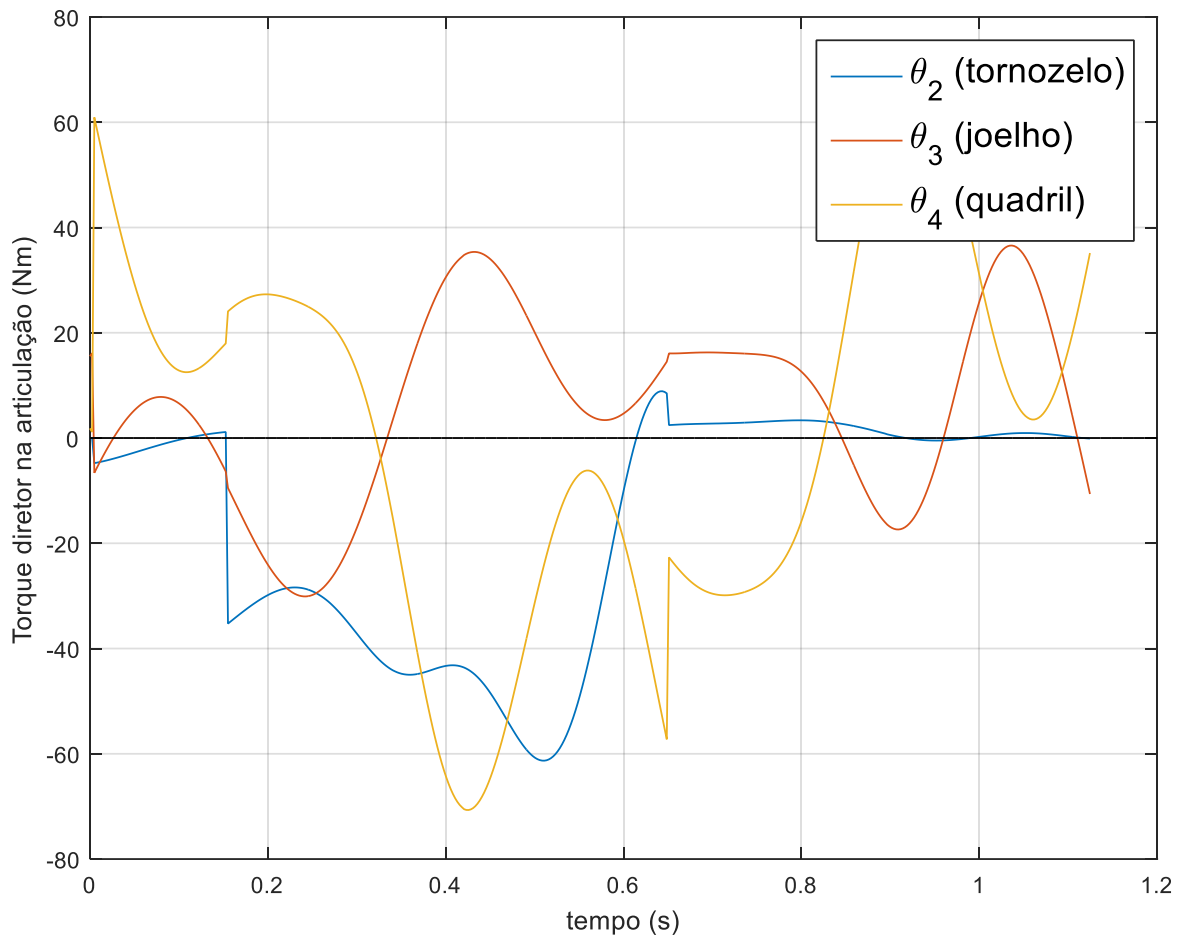


FIG. 4.5 Torques nas articulações ao longo do tempo.

Com o intuito de validar os resultados apresentados na FIG. 4.5, um gráfico recorrente na literatura dos torques nas juntas é apresentado abaixo na FIG. 4.6. Pode-se observar a semelhança entre as curvas do tornozelo e do joelho, e até mesmo nas do quadril, tendo essas apenas sinais opostos.

Ainda com o propósito de validar o modelo proposto neste trabalho, gráficos de energias da perna e coxa são apresentados (FIG. 4.7 e FIG. 4.8), sendo comparados com os da literatura. As energias apresentadas são dos segmentos que estão inicialmente em balanço, isso para melhor comparação com os gráficos da literatura.

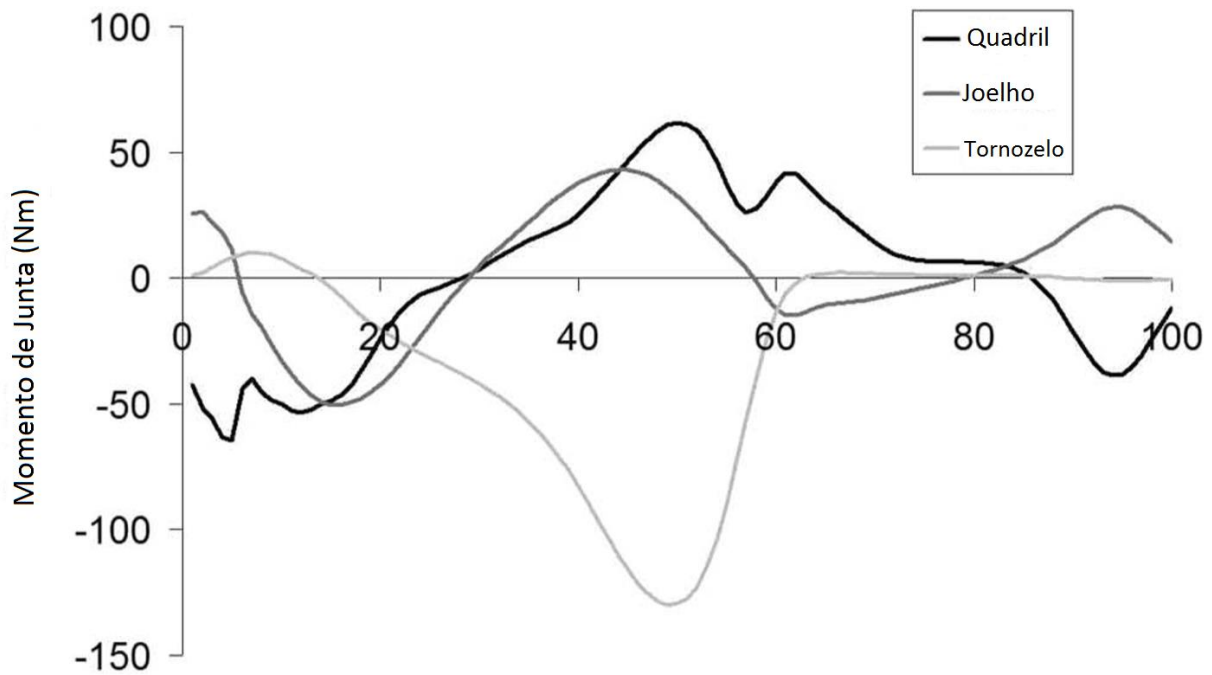


FIG. 4.6 Momento de junta ao longo da caminhada (Dollar e Herr, 2008, modificado).

A FIG. 4.7 retrata os diferentes tipos de energias da perna ao longo do tempo. Observa-se que a variação da energia cinética é maior que a energia potencial, embora as duas não apresentem muita variação na fase de apoio (segunda metade do ciclo). Aqui a energia cinética rotacional é pequena em relação a translacional, mas não pode ser descartada. O maior pico das energias é quando a perna está em balanço.

A FIG. 4.8 apresenta também as variações de energias do segmento da coxa e as mesmas observações podem ser feitas: a variação da energia potencial é menor que a da energia cinética translacional, embora a variação desta última é menor que a da perna. E as maiores variações ocorrem na fase de balanço. Já a variação da energia cinética de rotação é quase que inexpressiva para este segmento. Do mesmo modo, o pico ocorre na fase de balanço da perna. Winter et al. (1876) apresentam um estudo experimental no plano sagital, compilando dados e calculando energias, as mesmas apresentadas por este trabalho e com curvas próximas.

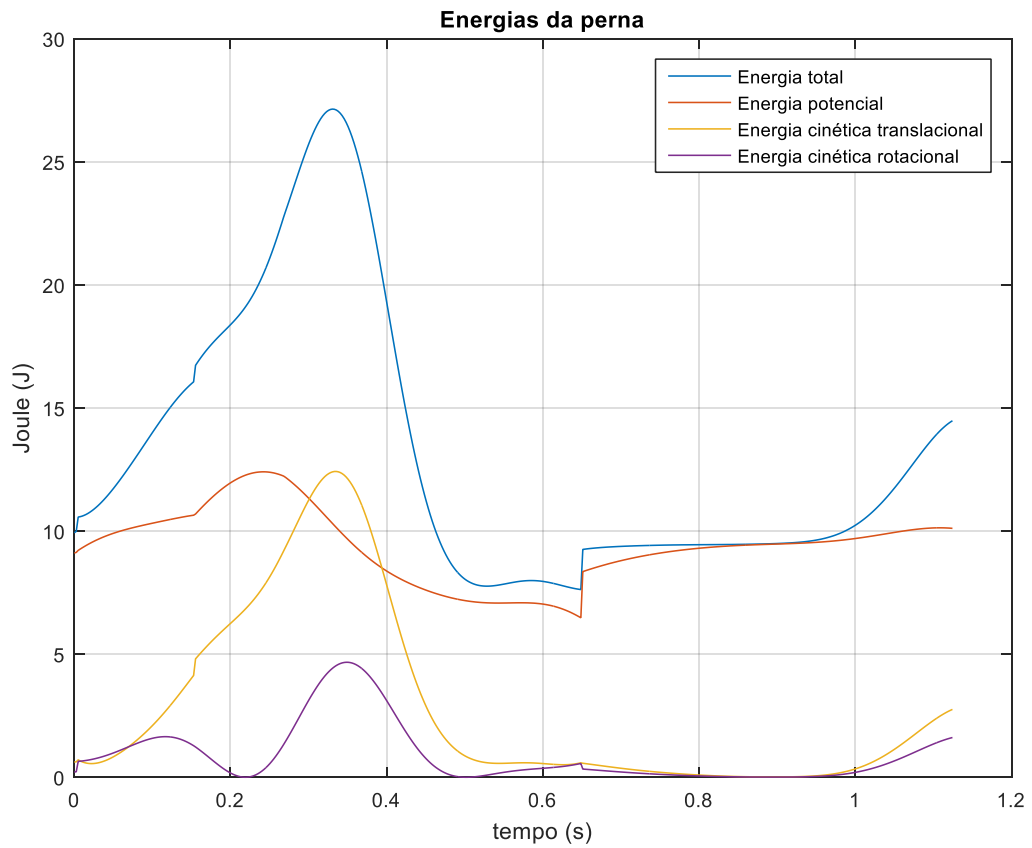


FIG. 4.7 Variações dos tipos de energias da perna ao longo do tempo.

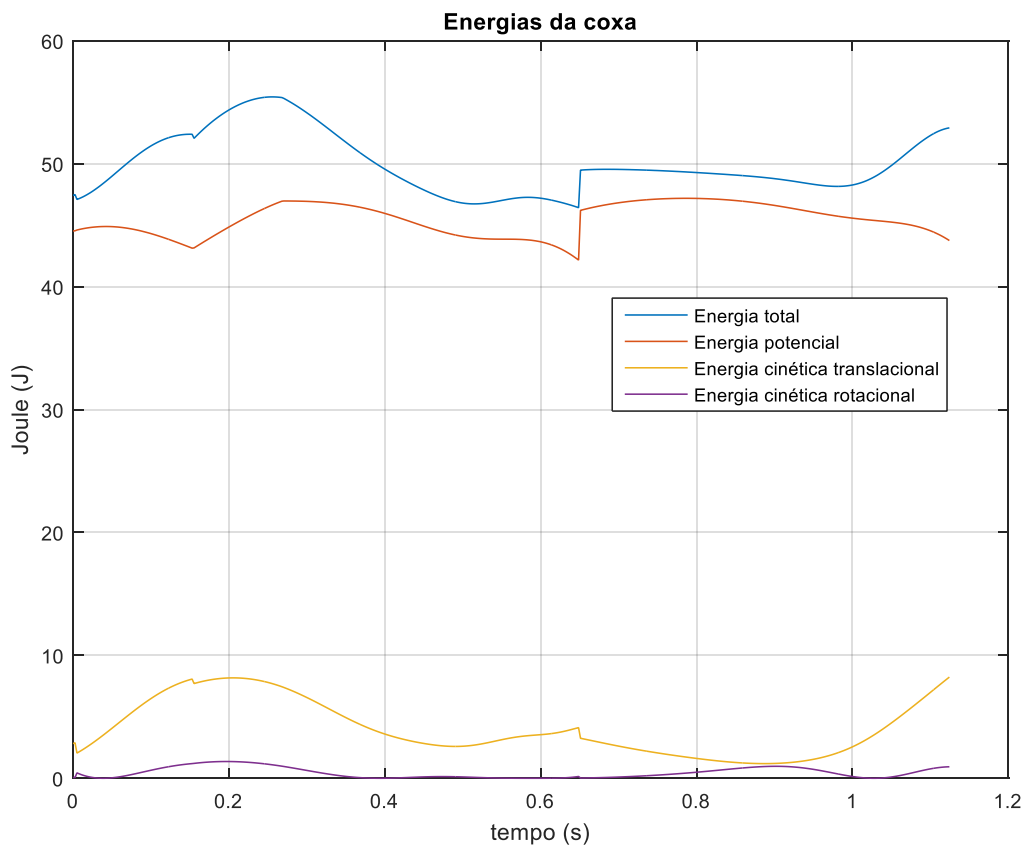


FIG. 4.8 Variações dos tipos de energias da coxa ao longo do tempo.

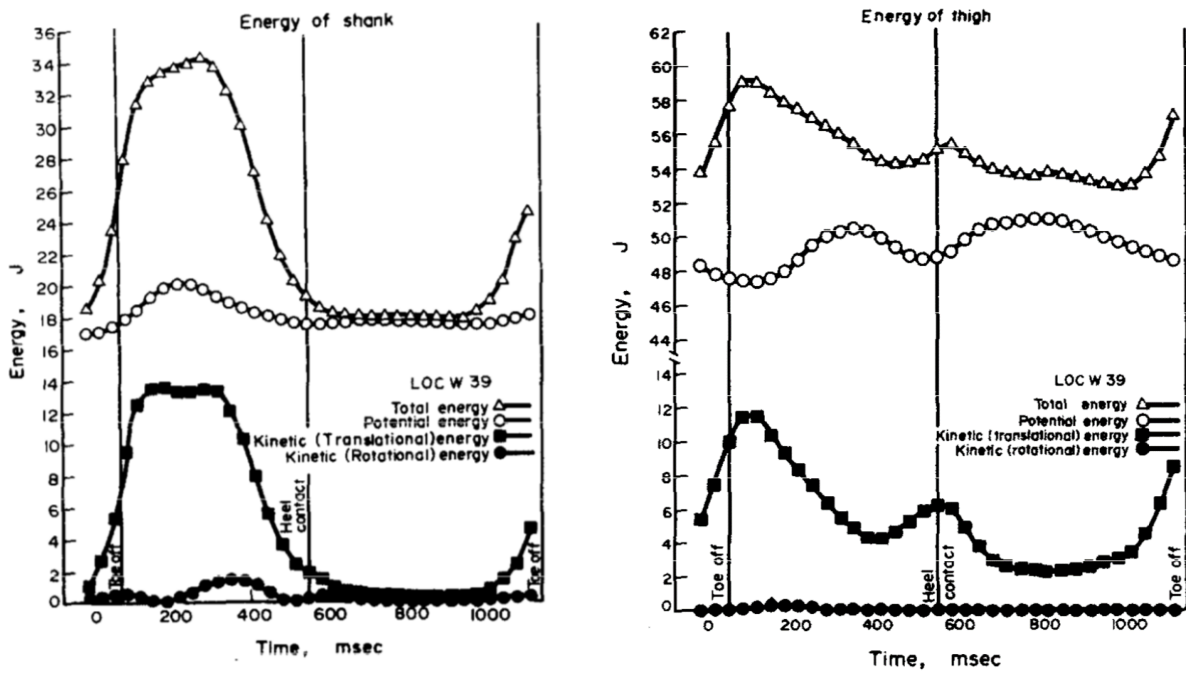


FIG. 4.9 Energias da perna e da coxa (Winter et al. 1976).

Percebe-se nos gráficos de torques e energias que ocorrem descontinuidades em alguns pontos, isso se deve ao fato da mudança de restrições escleronômica e reonômicas, não desqualificando o modelo com juntas rotacionais nas pontas dos pés.

5 CONCLUSÕES

Um modelo bípede com seis segmentos em uma marcha humana prescrita foi apresentado, tendo sua avaliação feita por meio da exposição de gráficos de forças, torques e energias.

Foram apresentados os movimentos que os membros inferiores realizam, assim como modelos que explicam a marcha humana, que se divide em duas fases.

O modelo se diferencia dos estudados pela literatura no fato de que apresenta juntas de rotação na ponta do pé com o solo no lugar de forças de reação com o solo como entradas, sejam por dados experimentais ou funções criadas. O período da marcha resultou em torno de 1,12 s.

Como entrada, dados paramétricos e funções dos ângulos dos joelhos e quadril são fornecidos; a cinemática inversa é realizada, tendo como saída as orientações e posições das outras coordenadas, assim como as velocidades e acelerações. Com estas, forças e torques de restrições são calculados, realizando assim a dinâmica inversa. As forças de reação do solo e torques diretores estão inclusos nessas saídas.

Restrições nos tornozelos nas fases de apoio ainda foram impostas para que o modelo não penetrasse no solo, sendo retiradas de acordo com as forças que realizavam com o solo.

O modelo mostrou-se adequado para um estudo inicial, sendo apresentado como uma opção para que não necessite de dados experimentais nem de funções complexas como entrada do problema. A dinâmica inversa também se mostrou satisfatória, diminuindo o tempo computacional, já que não demanda a resolução de equações diferenciais, além da necessidade de poucos dados de entrada.

Os resultados, forças, torques e energias, apresentaram resultados satisfatórios, sendo

Como proposta para trabalhos futuros, alguns itens podem ser observados:

- Inclusão do tronco, para que o modelo fique completo, já que os braços influem pouco numa caminhada;
- Realização da cinemática inversa e da dinâmica direta;
- Minimização da energia por meio da otimização dos parâmetros de entrada

prescritos;

- Sistema de controle para que o sistema reconheça o solo, sem a necessidade da restrição no tornozelo, e assim calcular a compensação dos ângulos;
- Realização de experimento com um sistema mecatrônico que produza a caminhada tendo como os dados de entrada os ângulos prescritos neste trabalho para validação dos resultados teóricos com os experimentais.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALEXANDER, Robert McN. **Modelling approaches in biomechanics**. Philosophical Transactions of the Royal Society of London B: Biological Sciences. 2003. v. 358, no. 1437, p. 1429-1435.
- ANDERSON, Frank C., PANDY, Marcus G. **Dynamic optimization of human walking**. Journal of biomechanical engineering, 2001. v. 123, no. 5, p. 381-390.
- BALUCH, Tawakal H, et al.. **Kinematic and dynamic analysis of a lower limb exoskeleton**. World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering. 2012. v. 6, no. 9, p. 1945-1949.
- BAYO, Eduardo, et al.. **An efficient computational method for real time multibody dynamic simulation in fully cartesian coordinates**. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 1991. v. 92, no. 3, p. 377-395.
- BECKETT, Royce, CHANG, Kurng. **An evaluation of the kinematics of gait by minimum energy**. Journal of Biomechanics, 1968. v. 1, no. 2, p. 147-159.
- CALAIS-GERMAN, B. **Anatomy of movement**. Rev. ed. Seattle: Eastland Press. 2007.
- CAVAGNA, Giovanni A., THYS, H., ZAMBONI, A. **The sources of external work in level walking and running**. The Journal of physiology. 1976. v. 262, no. 3, p. 639.
- CENCIARINI, Massimo, DOLLAR, Aaron M. **Biomechanical considerations in the design of lower limb exoskeletons**. In: Rehabilitation Robotics (ICORR), IEEE International Conference on. IEEE. 2011. p. 1-6.
- CERVIERI, André, ZARO, Milton A., LOSS, Jefferson F. **Instrumentação de prótese para verificação de cálculos de dinâmica inversa**. In: 9º Congresso Brasileiro de

Biomecânica. 2001. Porto Alegre, UFRGS. p. 60-65.

CHEVALLEREAU, Christine, Aoustin, Yannick. **Optimal reference trajectories for walking and running of a biped robot.** Robotica, Cambridge University Press. 2001. v. 19, n. 05, p. 557-569.

DOLLAR, Aaron M., HERR, Hugh. **Lower extremity exoskeletons and active orthoses: challenges and state-of-the-art.** IEEE Transactions on robotics, 2008. v. 24, no. 1, p. 144-158.

DOUGHTY, Samuel. **Mechanics of machines.** 1 ed. USA: John Wiley. 1988. p. 496.

FARLEY, Claire T., FERRIS, Daniel P. **Biomechanics of walking and running: center of mass movements to muscle action.** Exercise and sport sciences reviews. 1998. v. 26, no. 1, p. 253-286.

HARDT, David E., MANN, Robert W. **A five body—three dimensional dynamic analysis of walking.** Journal of Biomechanics. 1980. v. 13, no. 5, p. 455-457.

HARTENBERG, Richard S., DENAVIT, Jacques. **A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices.** Journal of applied mechanics. June, 1955. v.77. no.2, p. 215-221.

HAUG, Edward J. **Computer aided kinematics and dynamical of mechanics systems.** Allyn and Bacon. 1989. p. 420.

INMAN, Verne T., EBERHART, Howard D. **The major determinants in normal and pathological gait.** The Journal of bone and joint surgery. American volume. 1953. v. 35, no. 3, p. 543-558.

KOOPMAN, Bart, GROOTENBOER, Henk J., DE JONGH, Henk J. **An inverse dynamics model for the analysis, reconstruction and prediction of bipedal walking.** Journal of biomechanics. 1995. v. 28, no. 11, p. 1369-1376.

- KUO, Arthur D. **The six determinants of gait and the inverted pendulum analogy: A dynamic walking perspective.** Human movement Science. 2007. v. 26, n. 4, p. 617-656.
- MOREIRA, Pedro, et al.. **Biomechanical models for human gait analyses using inverse dynamics formulation.** In: 5^o Congresso Nacional de Biomecânica. Sociedade Portuguesa de Biomecânica. 2013. p. 1-6.
- NORTON, Robert L. **Cinemática e dinâmica dos mecanismos.** AMGH Editora, 2010.
- PATTON, James L. **Forward dynamic modeling of human locomotion.** 1993. Tese (Doutorado em Ciências). Michigan State University.
- PEDROSA, Antônio I. R. **Modelagem e controle de um exoesqueleto acionado por músculos pneumáticos.** 2015. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Mecânica). Instituto Militar de Engenharia.
- PONTE, Pedro J. V. **Análise dinâmica e cinemática de um exoesqueleto para auxiliar a marcha humana.** 2013. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Mecânica). Instituto Militar de Engenharia.
- RAMEEZ, Muhammad, KHAN, Liaquat A. **Modeling and dynamic analysis of the biped robot.** International Journal of Mining, Metallurgy & Mechanical Engineering (IJMMME). 2015. v. 3, no. 1, p. 12-15.
- REN, Lei, JONES, Richard K., HOWARD, David. **Predictive modelling of human walking over a complete gait cycle.** Journal of biomechanics, 2007. v. 40, no. 7, p. 1567-1574.
- RUSSI, Pedro C. **Estudo de um modelo dinâmico para avaliação física do corpo humano.** 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Universidade

Estadual Paulista.

SANTOS, Ilmar F. **Dinâmica de sistemas mecânicos: modelagem, simulação, visualização, verificação.** Makron, 2001.

SOUSA, Andreia S. P. de. **Análise da marcha baseada em correlação multifactorial.** 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia Biomédica). Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

TAN, Meiyi. **Analysing human walking behaviour using dynamic optimisation.** 2013. Tese (Doutorado em Filosofia). University of Western Australia. School of Mathematics and Statistics.

TENENBAUM, Roberto A. **Fundamentals of applied dynamics.** Springer Science & Business Media. 2006.

VAN BRUNT, Bruce. **Holonomic and nonholonomic constraints.** The calculus of variations. 2004. p. 119-133.

VAUGHAN, Christopher L., DAVIS, Brian L., O'CONNOR, Jeremy C. **Dynamics of human gait.** 2ª ed. Champaign, Illinois: Human Kinetics Publishers, 1992. ISBN: 0-620-23558-6.

WANG, Deming. **Computer-aided kinematic and dynamics of multibody systems with contact joints.** 1996. Tese (Doutorado) – Faculte Polytechnique de Mons.

WINTER, David A. **Biomechanics and motor control of human movement.** 4ª ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009.

WINTER, David A.; QUANBURY, Arthur O.; REIMER, Gary D. **Analysis of instantaneous energy of normal gait.** Journal of biomechanics, v. 9, n. 4, p. 253-257, 1976.

ZHENG, Yuan-Fang, HERMAMI, Hooshang. **Impact effects of biped contact with the environment.** IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. 1984. v. SMC-14, no. 3. P, 437-443.