

MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

1º Ten CAIO CESAR DO PRADO DOREA REIS
1º Ten FRANCISCO DOS SANTOS GAMA DE ARAÚJO JR.
1º Ten TAMIRES ALVES DA COSTA

SIMULAÇÃO DE TUBO FLEXÍVEL DE CANHÃO
E PROJÉTIL DURANTE O DISPARO

Rio de Janeiro

2018

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

1º Ten CAIO CESAR DO PRADO DOREA REIS

1º Ten FRANCISCO DOS SANTOS GAMA DE ARAÚJO JÚNIOR

1º Ten TAMIRES ALVES DA COSTA

**SIMULAÇÃO DE TUBO FLEXÍVEL DE CANHÃO
E PROJÉTIL DURANTE O DISPARO**

Projeto Final de Curso apresentado
ao Curso de Engenharia Mecânica
do Instituto Militar de Engenharia

Orientador:

Maj Maurício Gruzman - D.Sc.

Rio de Janeiro

2018

c2018

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e do(s) orientador(es).

620

Reis, Caio Cesar do Prado Dorea

R375s

Simulação de tubo flexível de canhão e projétil durante o disparo / Caio Cesar do Prado Dorea Reis; Francisco dos Santos Gama de Araújo Júnior; Tamires Alves da Costa; orientados por Maurício Gruzman – Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2018.

89p. : il.

Projeto de Fim de Curso (PFC) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2018.

1. Curso de Engenharia Mecânica – Projeto de Fim de Curso. 2. Vibração. I. Araújo Junior, Francisco dos Santos. II. Costa, Tamires Alves da. III. Gruzman, Mauricio. IV. Título. V. Instituto Militar de Engenharia.

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

1º Ten CAIO CESAR DO PRADO DOREA REIS

1º Ten FRANCISCO DOS SANTOS GAMA DE ARAÚJO JÚNIOR


1º Ten TAMIRES ALVES DA COSTA

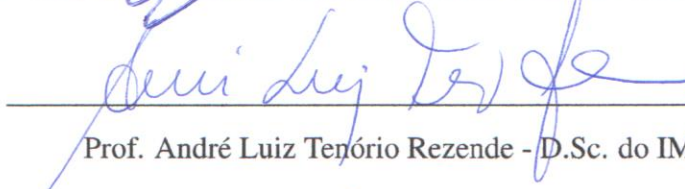
**SIMULAÇÃO DE TUBO FLEXÍVEL DE CANHÃO
E PROJÉTIL DURANTE O DISPARO**

Projeto Final de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia.

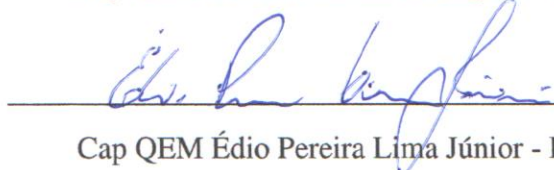
Orientador: Maj Maurício Gruzman - D.Sc.

Aprovado em 01 de Outubro de 2018 pela seguinte Banca Examinadora:


Maj QEM Maurício Gruzman - D.Sc. do IME - Presidente


Prof. André Luiz Tenório Rezende - D.Sc. do IME


Maj QEM Gustavo Simão Rodrigues - D.Sc. do IME


Cap QEM Édio Pereira Lima Júnior - D.Sc. do IME

Rio de Janeiro

2018

RESUMO

O presente trabalho consiste na análise do fenômeno de vibração do tubo de um armamento pesado durante o tiro, por meio de simulação computacional de um disparo de munição APFSDS (*Armour Piercing Fin Stablshed Discarding Sabot* - munição perforante de blindagem com cinta descartável estabilizada por aletas, chamada também de munição de alta energia cinética) por um canhão de calibre 120 *mm*. Inicialmente, são compiladas informações referentes à especificação do tubo e da munição a serem empregados. Após isso, são obtidos os parâmetros da Balística Interna que influenciam na trajetória do projétil no interior do tubo, bem como o modelo matemático de batimento do tubo, ou seja, das forças de impacto atuantes no sistema. Finalmente, a simulação é desenvolvida em MATLAB, tendo como objetivo avaliar três parâmetros principais: o ângulo de *yaw* entre o tubo e a munição ao deixar a boca da arma; a velocidade angular do projétil na saída do armamento e o ângulo entre o tubo e o solo finalizado o disparo, após a acomodação do tubo por ação de seu próprio peso. Após a acomodação completa do tubo, a simulação do disparo é efetuada. Os resultados obtidos são comparados com a situação ideal, em que não há desvio da trajetória inicialmente prevista para o projétil. Dessa forma, é possível analisar os efeitos decorrentes da vibração do tubo na precisão do tiro de maneira confiável e sem os esforços e o dispêndio de recursos envolvidos na montagem de um aparato experimental real.

Palavras-chave: Vibrações, Batimento, Tubo de Armamento Pesado, Balística, Munição Flecha.

ABSTRACT

The present work consists of an analysis of the vibration phenomenon in the barrel of a heavy weapon during the shot, by means of computational simulation of an ammunition APFSDS (Armor Piercing Fin Stablished Discarding Sabot), also called high kinetic ammunition, being shot by a 120 mm caliber cannon. Initially, information regarding the specification of the barrel and ammunition to be used is compiled. After that, the parameters of the internal ballistics that influence the projectile trajectory inside the gun are obtained, as well as the mathematical model of tube balloting, that is, the impact forces acting on the system. Finally, the simulation is developed in MATLAB, aiming to evaluate three main parameters: the yaw angle between the tube and the ammunition when leaving the gun muzzle; the angular velocity of the projectile at the exit of the weapon; and the angle between the barrel and the ground at this moment, after the barrel is accommodated by the action of its own weight. After the barrel is fully seated, firing is carried out. The results obtained are compared to the ideal situation, in which there is no deviation from the trajectory initially predicted for the projectile. In this way, it is possible to analyze the effects of gun vibration on the accuracy of the shot reliably and without the efforts and expense regarding resources involved in the assembly of a real experimental apparatus.

SUMÁRIO

Resumo	4
Abstract	5
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	8
LISTA DE TABELAS	12
1 INTRODUÇÃO	13
1.1 MOTIVAÇÃO	13
1.2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	14
1.3 OBJETIVOS	16
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	16
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1 TRABALHOS ANTERIORES	17
2.2 TUBO DE ARMAMENTO PESADO	19
2.2.1 CARACTERÍSTICAS DO TUBO DE CANHÃO 120 MM	20
2.3 MUNIÇÃO APFSDS	21
2.3.1 MODELAGEM 3D DA MUNIÇÃO FLECHA	24
2.4 ESTUDO DA BALÍSTICA	26
2.5 BATIMENTO BALÍSTICO	26
2.6 MODELAGEM DO CONTATO ENTRE A MUNIÇÃO E O TUBO	29
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	32
3.1 DISCRETIZAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS	32
3.1.1 MATRIZ GLOBAL DE INÉRCIA	34
3.1.2 MATRIZ GLOBAL DE RIGIDEZ	35
3.1.3 MATRIZ GLOBAL DE AMORTECIMENTO	35
3.1.4 FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO	36
3.1.5 OBTENÇÃO DO VETOR GLOBAL DA FORÇA PESO DISTRIBUÍDA	38
3.1.6 OBTENÇÃO DO VETOR GLOBAL DAS FORÇAS CONCENTRADAS	39
3.2 DINÂMICA DO SISTEMA TUBO-MUNIÇÃO	40
3.3 DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS DA BALÍSTICA INTERNA	46

4	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	49
4.1	ACOMODAÇÃO DO TUBO	49
4.2	SIMULAÇÃO DA DINÂMICA TUBO-MUNIÇÃO DURANTE O DISPARO .	51
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	54
5.1	MODELO ELÁSTICO	55
5.2	MODELO MOLA-AMORTECEDOR	58
5.3	MODELO DE HUNT E CROSSLEY	60
5.4	ANÁLISE COMPARATIVA	62
6	POSSÍVEIS SOLUÇÕES PARA O BATIMENTO EM TUBOS DE AR- MAS PESADAS	74
6.1	SOLUÇÕES APONTADAS PELA LITERATURA	74
6.2	SOLUÇÕES OBTIDAS DA ANÁLISE NUMÉRICA	74
6.2.1	Simulações variando a distância entre as cintas do projétil	75
6.2.2	Simulações variando as rigidezes das cintas	81
7	CONCLUSÃO	86
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	88

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG. 1.1	Desenho esquemático do problema proposto. (Autoria própria).	14
FIG. 1.2	Desenho esquemático da situação ideal (a) e da situação real (b) da munição na saída pela boca da arma.	15
FIG. 2.1	Carros de combate Leopard 2A5 (a) e Abrams M1A1 (b). (DEFESANET, 2018)	20
FIG. 2.2	Dimensões de um tubo 120 mm. (ALLEN, 1988).	21
FIG. 2.3	Desenho da munição APFSDS 120 mm M829. (PRODAS)	22
FIG. 2.4	Momento em que ocorre a separação entre o calço (sabot) e o penetrador (Z.; E., 2012)	23
FIG. 2.5	Desenho com as dimensões da munição APFSDS 120 mm M829. Adaptado de ALLEN (ALLEN, 1988)	24
FIG. 2.6	Desenho da munição APFSDS 120 mm M829 feito no software Solidworks, com suas partes destacadas: a) penetrador e b) calço descartável.	25
FIG. 2.7	Modelo esquemático dos eventos que ocorrem durante o disparo da munição APFSDS. Adaptado de ALLEN. (ALLEN, 1988).	27
FIG. 2.8	Esquema evidenciando as forças decorrentes do contato da cinta de forçamento e da cinta de turgência com as paredes do tubo.	31
FIG. 3.1	Elementos de discretização: a) elemento de barra ; b) elemento de viga vertical; c) elemento de viga horizontal; d) elemento de eixo (GRUZMAN, 2017).	33
FIG. 3.2	Viga discretizada em dois elementos (acima); esquema do corpo particionado em vigas planas verticais, evidenciando-se os graus de liberdade globais (abaixo) (GRUZMAN, 2017).	34
FIG. 3.3	Matriz global de inércia montada a partir das matrizes dos elementos (E_i) de viga plana vertical (GRUZMAN, 2017).	35
FIG. 3.4	Esquema ilustrativo da discretização do tubo do armamento em elementos finitos.	38
FIG. 3.5	Representação das forças de contato que agem sobre a munição.	42
FIG. 3.6	Propriedades geométricas do contato das cintas com as paredes do tubo.	43
FIG. 3.7	Propriedades geométricas para o cálculo dos pontos do tubo.	44
FIG. 3.8	Curva da pressão ao longo do tubo em função do tempo.	47

FIG. 3.9	Curva da força exercida pelos gases propelentes sobre a base do projétil em função do tempo.	47
FIG. 3.10	Esquema representativo do tubo com referencial e curva de pressão adotados na análise.	48
FIG. 4.1	Fluxograma da rotina de programação da acomodação do tubo devido à ação de seu peso.	50
FIG. 4.2	Fluxograma da rotina de programação da dinâmica do sistema tubo-munição.	51
FIG. 5.1	Gráfico de posição do extremo livre do tubo em função do tempo.	54
FIG. 5.2	Gráfico do deslocamento vertical do projétil.	55
FIG. 5.3	Detalhamento do gráfico do deslocamento vertical do projétil mostrando a oscilação.	56
FIG. 5.4	Gráfico do ângulo que o projétil forma com a horizontal em função do tempo.	57
FIG. 5.5	Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo.	58
FIG. 5.6	Gráfico do deslocamento vertical do projétil.	59
FIG. 5.7	Gráfico do ângulo que o projétil forma com a horizontal em função do tempo.	59
FIG. 5.8	Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo.	60
FIG. 5.9	Gráfico do deslocamento vertical do projétil.	61
FIG. 5.10	Gráfico do ângulo que o projétil forma com a horizontal em função do tempo.	61
FIG. 5.11	Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo.	62
FIG. 5.12	Comparação das curvas de deslocamento horizontal do projétil obtidas na simulação e no PRODAS.	63
FIG. 5.13	Comparação das curvas de deslocamento horizontal do projétil obtidas na simulação e no PRODAS.	64
FIG. 5.14	Comparação das curvas de deslocamento horizontal do projétil obtidas na simulação e no PRODAS.	64
FIG. 5.15	Comparação das curvas de velocidade do projétil obtidas na simulação e no PRODAS - Modelo Elástico.	65
FIG. 5.16	Comparação das curvas de velocidade do projétil obtidas na simulação e no PRODAS - Modelo mola-amortecedor.	66

FIG. 5.17	Comparação das curvas de velocidade do projétil obtidas na simulação e no PRODAS - Modelo Hunt e Crossley.	66
FIG. 5.18	Erro relativo do deslocamento longitudinal do projétil - comparação dos modelos x PRODAS.	67
FIG. 5.19	Erro relativo da velocidade longitudinal do projétil - comparação modelos x PRODAS.	68
FIG. 5.20	Gráfico comparativo das forças de atrito consideradas nos diferentes modelos e no PRODAS.	68
FIG. 5.21	Gráfico comparativo do ângulo de inclinação do projétil de acordo com os três modelos adotados.	69
FIG. 5.22	Gráfico comparativo da velocidade angular do projétil de acordo com os três modelos adotados.	70
FIG. 5.23	Gráfico comparativo da posição horizontal do projétil de acordo com os três modelos adotados.	71
FIG. 5.24	Gráfico comparativo da posição vertical do projétil de acordo com os três modelos adotados.	71
FIG. 5.25	Gráfico comparativo da velocidade do projétil de acordo com os três modelos adotados.	72
FIG. 5.26	Representação da linha neutra do tubo em diferentes instantes de tempo.	73
FIG. 6.1	Gráfico do ângulo do projétil em função do tempo para o caso II.	76
FIG. 6.2	Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo para o caso II.	76
FIG. 6.3	Gráfico do ângulo do projétil em função do tempo para o caso III.	77
FIG. 6.4	Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo para o caso III.	77
FIG. 6.5	Gráfico do ângulo do projétil em função do tempo para o caso IV.	78
FIG. 6.6	Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo para o caso IV.	79
FIG. 6.7	Gráfico do ângulo do projétil em função do tempo para o caso V.	79
FIG. 6.8	Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo para o caso V.	80
FIG. 6.9	Gráfico do ângulo do projétil em função do tempo para os casos VI e VII.	80

FIG. 6.10	Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo para os casos VI e VII.	81
FIG. 6.11	Gráfico do ângulo do projétil em função do tempo para os casos II e III. .	82
FIG. 6.12	Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo para o caso II.	83
FIG. 6.13	Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo para o caso III.	83
FIG. 6.14	Gráfico do ângulo do projétil em função do tempo para os casos IV e V.	84
FIG. 6.15	Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo para o caso IV.	84
FIG. 6.16	Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo para o caso V.	85

LISTA DE TABELAS

TAB. 2.1	Propriedades do tubo 120 mm.	21
TAB. 2.2	Massa das partes componentes da munição APFSDS.	25
TAB. 2.3	Massa das partes componentes da munição APFSDS (PRODAS).	25
TAB. 2.4	Propriedades relativas à força de impacto (ANSARI; BAUGH, 1986).	31
TAB. 4.1	Parâmetros de entrada para a modelagem computacional do problema.	53
TAB. 5.1	Ordem de grandeza das variáveis dos modelos Mola-Amortecedor e Hunt e Crossley.	62
TAB. 5.2	Valores obtidos para as grandezas de interesse.	73
TAB. 6.1	Valores de L1 e L2 empregados em cada simulação.	75
TAB. 6.2	Valores dos parâmetros de interesse obtidos pelas simulações de I a VII.	81
TAB. 6.3	Valores de L1 e L2 empregados em cada simulação.	82
TAB. 6.4	Valores de L1 e L2 empregados em cada simulação.	85

1 INTRODUÇÃO

Durante o tiro de um armamento pesado, além das circunstâncias iniciais de realização, que envolvem desde as condições atmosféricas e peculiaridades do terreno até a habilidade do atirador de empregar corretamente as tabelas de tiro adequadas, diversos efeitos provocados pela interação entre o projétil e o tubo influenciam na precisão do tiro e na balística terminal (AHMED; BROWN; HAMEED, 2008). Dentre esses efeitos prejudiciais, um dos principais é a vibração, cuja análise constitui o alvo deste estudo.

A fim de atenuar a influência de efeitos como a vibração em armas pesadas, garantindo assim autonomia, segurança e poder de fogo à tropa, faz-se necessário estudar esse fenômeno para prevenir sua ocorrência em armas de dotação do Exército Brasileiro.

No presente capítulo, são apresentados aspectos introdutórios referentes ao presente trabalho. Na seção 1.1, são elencadas as razões que levaram ao surgimento da análise aqui desenvolvida. Na seção 1.2, é realizada a formulação da questão a ser resolvida, com as condições de contorno a serem adotadas. Já a seção 1.3 contempla os objetivos que se espera alcançar por ocasião da conclusão do trabalho. Na seção 1.4, consta o modo de organização dos capítulos e conteúdos abordados em cada parte do trabalho.

1.1 MOTIVAÇÃO

Os esforços decorrentes da pressão dos gases propelentes e de elevadas temperaturas, bem como outros fatores que dependem da constituição do tubo do armamento e de influências externas, provocam, a longo prazo, o desgaste do tubo, resultando em uma diminuição de sua vida útil. O projétil, em seu deslocamento na alma, provoca erosão e o surgimento de vibrações que afetam a precisão do armamento, uma vez que tais fenômenos implicam em mudança na trajetória e/ou na velocidade angular com que o projétil deixará a boca da arma.

No projeto de um armamento, que se inicia pela munição, deve-se buscar evitar a dispersão decorrente dos efeitos da vibração do tubo. Tendo em vista, no entanto, o fato de que a dispersão se origina da combinação entre eventos aleatórios, apenas a realização de testes durante a fase de desenvolvimento não é suficiente para garantir que os requisitos de dispersão sejam atendidos. Além disso, este é um processo dispendioso em termos de tempo e recursos, sendo que os custos necessários para a realização de simulações computacionais são bem menores do que os custos para testar a munição em um campo de provas, por exemplo. Surge, assim, a necessidade

de desenvolver uma modelagem computacional para o problema, que permita a avaliação do comportamento do sistema tubo-munição. Ademais, com a modelagem o teste em campo de provas pode ser efetuado com mais detalhes e precisão, tendo em vista a existência de um critério de comparação pré-definido.

1.2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

No presente trabalho, o fenômeno de vibração durante um disparo teórico de um canhão 120 mm de alma lisa é analisado. Para a modelagem, considera-se um tubo de estrutura flexível, engastado próximo à extremidade correspondente à localização da câmara. Considera-se, ainda, que o tubo estará sujeito ao esforço externo exercido pela força peso, a qual atua como carga distribuída ao longo de seu comprimento.

A munição empregada é a APFSDS, também conhecida como munição flecha ou de alta energia cinética. Tal munição apresenta contato com a alma do tubo através de quatro pontos, para os quais uma abordagem bidimensional foi adotada. Mais detalhes a respeito desta munição são fornecidos no capítulo 2. A Fig. 1.1 representa esquematicamente o problema proposto, onde L é o comprimento do tubo, F é a força dos gases propelentes na direção da inclinação do tubo e $u(x)$ é a carga distribuída devido ao peso do armamento.

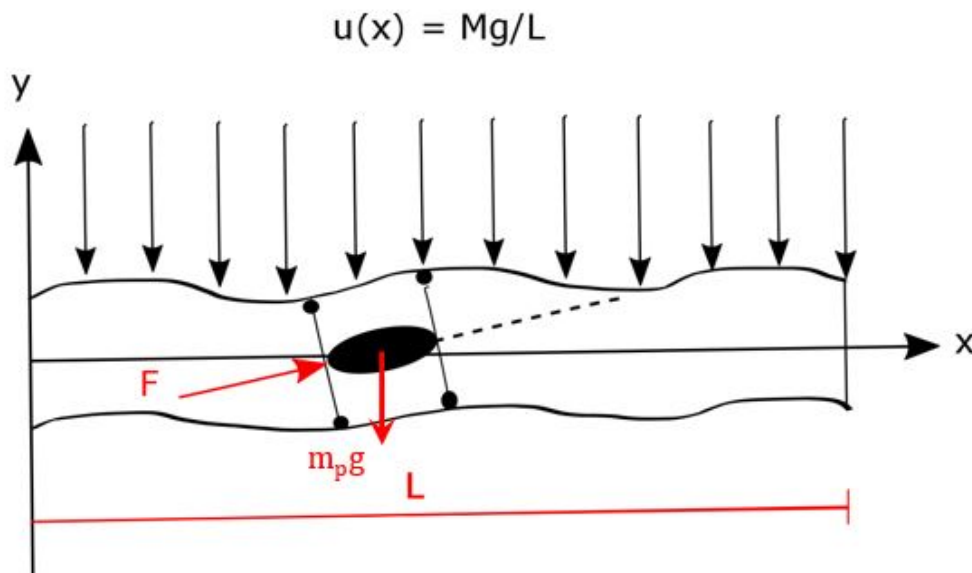


FIG. 1.1: Desenho esquemático do problema proposto. (Autoria própria).

Para um tubo de alma raiada, cargas laterais são geradas pelo deslocamento do projétil no tubo devido a fatores como culatra desequilibrada, tubo encurvado devido a imperfeições ou pela ação da gravidade, condições iniciais do armamento, dentre outras. Tendo em vista que

o tubo estudado é de alma lisa, por motivos de simplificação e para representar o armamento real, a rotação não está presente, e, portanto, não serão analisados esforços decorrentes do efeito giroscópico sobre o projétil. Assim, cargas laterais não devem ser consideradas na resolução do problema, o que reduz sua complexidade em relação à análise para um tubo raiado. Além disso, essa simplificação é bastante condizente com a realidade dos MTBs (*Main Battle Tanks*) atuais em que os tubos são de 120mm de alma lisa, como: França, Estados Unidos, Rússia e Alemanha. Vale ressaltar que, no presente estudo, a configuração do modelo de vibrações analisada leva em conta a situação do sistema após a sua acomodação, apenas para o primeiro disparo realizado.

A situação ideal seria a munição abandonar a boca do tubo sem inclinação ou desvio, resultando assim em um tiro preciso. Na Fig. 1.2, é ilustrada a situação ideal, em que o projétil segue a linha de centro do tubo, e a situação real do disparo, em que são gerados ângulos de inclinação e velocidade angular do projétil na saída do tubo, justamente devido aos efeitos do batimento gerado pela interação do tubo com o projétil que se desloca em seu interior.

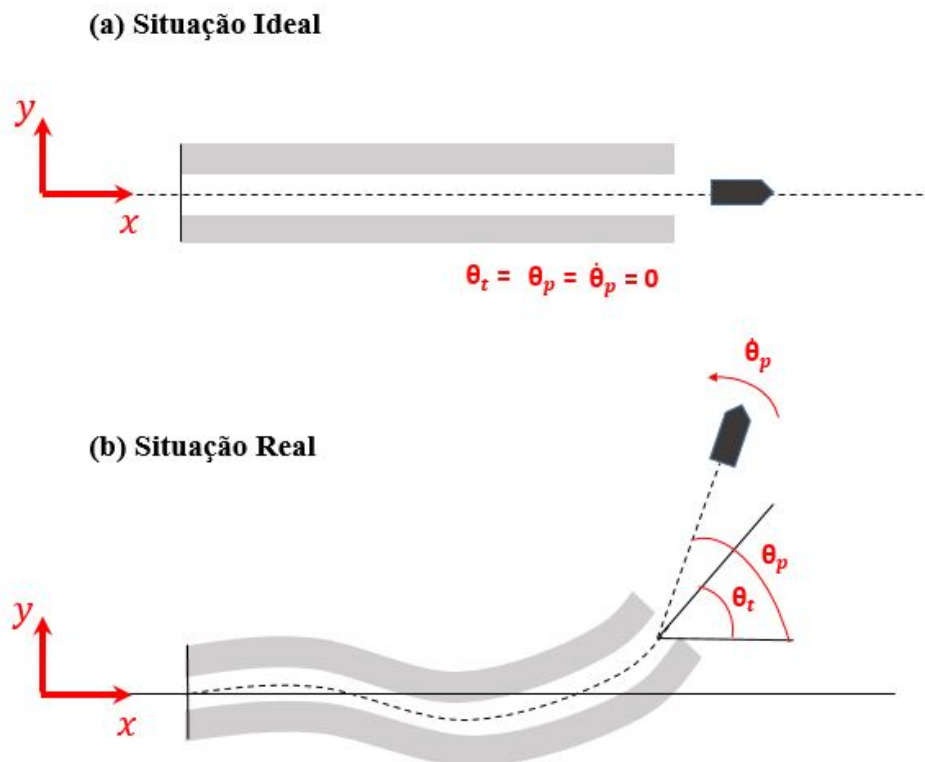


FIG. 1.2: Desenho esquemático da situação ideal (a) e da situação real (b) da munição na saída pela boca da arma.

O foco da análise proposta é obter os valores de θ_t , θ_p e $\dot{\theta}_p$ no instante imediatamente posterior à saída da munição pela boca do armamento. O estudo permitirá, de maneira mais

ampla, acompanhar a evolução de tais grandezas com o tempo, bem como a posição do centro de massa da munição no interior do tubo.

1.3 OBJETIVOS

Este trabalho tem por objetivo realizar uma modelagem do fenômeno de vibração em um tiro de canhão 120 mm, armamento de possível emprego pelo Exército Brasileiro no futuro, utilizando o Método dos Elementos Finitos, bem como simular o movimento da munição flecha no interior do armamento, a fim de verificar os efeitos decorrentes do batimento resultante desse tipo de munição e da flexibilidade do tubo em vibração. A simulação deve fornecer parâmetros para a avaliação das condições finais de realização do tiro, ou seja, para a medição do ângulo de saída e da velocidade angular do projétil ao deixar a boca do armamento, além da inclinação do tubo. Comparando-se tais grandezas com as referentes a um tiro ideal, altamente preciso, será possível depreender a influência do batimento e da flexibilidade do tubo na precisão do tiro.

Como consequências geradas ao término deste Projeto de Fim de Curso, pretende-se obter, então, uma simulação que represente de maneira satisfatória o fenômeno do batimento em armas pesadas, por meio do emprego de conhecimentos diversos obtidos ao longo do curso de Engenharia Mecânica, contribuindo assim com a realização de novas pesquisas na área. Ao final do trabalho, espera-se que algumas soluções sejam propostas no sentido de minimizar os danos provocados pela vibração no armamento e na trajetória do projétil, encaminhando o desenvolvimento de trabalhos futuros que incluam os efeitos que aqui forem simplificados, a fim de conferir maior profundidade e exatidão à análise.

Por fim, uma outra expectativa é a obtenção de conhecimentos mais aprofundados no campo de armamentos e simulação, apesar das possíveis dificuldades envolvidas nas tarefas que se pretendem realizar no decorrer deste trabalho.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho é composto pelos seguintes capítulos: Introdução, Revisão Bibliográfica, Fundamentação Teórica, Resultados e Discussão, e Conclusão. Ao longo da Introdução e da Revisão Bibliográfica, são apresentados o problema e sua abordagem em diversas referências, bem como as definições mais importantes, as condições iniciais de análise e a modelagem de contato munição/tubo. A Fundamentação Teórica trata dos conceitos referentes à teoria de vibrações e ao Método de Elementos Finitos, a serem empregados na modelagem do problema. No capítulo de Resultados e Discussão, são analisados os resultados obtidos, além de se sugerirem soluções para minimizar os efeitos provocados pelas vibrações.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O presente capítulo apresenta uma revisão bibliográfica a respeito do tema abordado, contendo um resumo dos principais trabalhos de referência consultados, além de conceitos fundamentais para a compreensão do problema estudado. Na seção 2.1, é realizado um apanhado geral das referências existentes sobre o assunto. Na seção 2.2, descrevem-se as funções do tubo de um armamento pesado e encontram-se dados técnicos atinentes ao tubo do canhão 120 *mm* a ser empregado no estudo. Já na seção 2.3, explana-se de maneira detalhada sobre a munição utilizada. Na seção 2.4, são apresentados conceitos e as subdivisões da balística. A seção 2.5 aborda o fenômeno do batimento balístico, apresentando suas principais causas. Por fim, na seção 2.6, descreve-se a modelagem do contato entre a munição e o tubo.

2.1 TRABALHOS ANTERIORES

Realiza-se nesta seção uma breve análise da literatura relacionada ao tema em estudo. Dá-se especial enfoque a trabalhos publicados pelo Instituto Militar de Engenharia (IME), uma vez que o presente estudo consiste em uma continuação das pesquisas em vibração de tubos de armamentos por elementos finitos realizadas no referido instituto.

ALLEN (1988) afirma em seu trabalho que pequenas diferenças na disposição inicial do projétil na câmara podem levar a mudanças significativas em sua velocidade lateral e taxa de rotação na saída da boca do armamento, maiores inclusive que as decorrentes da variação de pressão durante o tiro. O trabalho se concentra na comparação entre condições iniciais diversas para projetis de canhão 105 mm.

KATHE (1997) apresenta um método aplicado a um projeto otimizado de absorvedores de vibração para reduzir vibrações nos tubos de blindados. Com a necessidade de aumento da velocidade de saída dos projetis ao longo do tempo, foi necessário aumentar o comprimento do tubo de armamento, tornando-os mais suscetíveis a vibrações antes e depois dos disparos. Considerando tal fato, o autor analisa a aplicação de absorvedores de vibração na região de maior vibração do tubo. O método aplicado é o de elementos finitos através da formulação de Euler-Bernoulli. KATHE (1997) também utiliza o método de Rayleigh com coeficientes de amortecimentos estruturais iguais a 18% e 5% e, além disso, são utilizadas as funções cúbicas de interpolação de Hermite.

AHMED et al (2008) utiliza uma modelagem tridimensional por meio de elementos finitos.

Além disso, nesse artigo a modelagem do sistema de tubo e munição 120 mm é realizada no software ANSYS e a metodologia de contato entre projétil e tubo é estabelecida utilizando-se recursos presentes no programa. O armamento em análise nesse trabalho é o presente no blindado Challenger L11. Os autores apresentam, ainda, especificações detalhadas do elemento finito utilizado em sua formulação. Porém, tendo em vista que a modelagem é tridimensional, apenas os resultados alcançados são importantes para o presente trabalho.

WU (2008) apresenta uma técnica para substituir um carregamento dinâmico por um elemento finito que translada (uma massa pontual que se movimenta) de modo que os efeitos longitudinais e transversais sejam levados em consideração de maneira simultânea através dessa modelagem. Além disso, o autor também menciona aspectos relevantes para o presente trabalho e que validam certas hipóteses adotadas ao longo do texto, tais como: o método de Rayleigh para obtenção das matrizes de amortecimento e as funções de interpolação de Hermite que são utilizadas quando se deseja determinar valores nos elementos os quais não se encontram sobre nós.

RAO (2011) introduz os conceitos e princípios fundamentais da engenharia de vibrações, apresentando a teoria geral, aspectos computacionais e aplicações reais de vibrações, de forma a enfatizar o significado físico e interpretação dos fenômenos estudados. O referido trabalho apresenta, também, a formulação de elementos finitos aplicada à teoria de vibrações e mecanismos diversos para solução numérica de problemas, empregados na análise desenvolvida neste trabalho.

ESEN (2015) modelou a resposta dinâmica de um projétil 120 mm em posições horizontais e inclinadas de disparo. O tubo foi considerado como uma viga e modelado através do método de Euler-Bernoulli. A interação entre tubo e projétil foi realizada pelo método de elementos finitos, que levou em consideração: a inércia do projétil, a força de Coriolis e forças centrípetas. Esse artigo tem como foco a análise do tubo e não da munição, tendo em vista que analisa o efeito que o projétil tem sobre o tubo e são realizados disparos sucessivos para verificar como o tubo se comporta. A formulação de Rayleigh é empregada para matriz de amortecimento com ambos os coeficientes de amortecimentos estruturais iguais a 0,5% e um passo de integração de 1.10^{-6} segundos, além de aplicar as funções cúbicas de interpolação de Hermite.

JÚNIOR (2015) observou que munições APFSDS empregadas no carro de combate SK-105 CFN, da Marinha do Brasil, apresentam significativa imprecisão de tiro, especialmente sobre alvos situados próximo à distância de tiro sobre o sítio (maior distância que um projétil pode alcançar dada uma carga de projeção, sobre a linha de sítio que liga a origem da trajetória ao ponto de impacto) do armamento. Este fato o motivou a estudar a dinâmica da munição APFSDS com o tubo do armamento considerando-o como um corpo rígido. Em sua modelagem, o autor inves-

tigou o efeito de fatores como o raiamento do tubo, folgas de fabricação, inclinações verticais e variação da posição do centro de massa do projétil sobre o batimento.

FERREIRA (2017) modelou a dinâmica da munição APFSDS utilizada por JÚNIOR (2015) com o auxílio dos softwares *ANSYS Workbench* e *LS-DYNA*. Apesar de JÚNIOR (2015), o autor compara o comportamento das modelagens do tubo considerando-o corpo rígido e flexível. Nesta última abordagem, os modos de vibração do tubo são analisados. Tanto JÚNIOR (2015) como FERREIRA (2017) empregaram o software *PRODAS (Projectile Rocket Ordnance Design and Analysis System)* como fonte das curvas de pressão por deslocamento e pressão no tempo, as quais são necessárias para a determinação das forças de recuo geradas pela pressão dos gases propelentes.

RODRIGUES (2017) realizou um estudo sobre o emprego de metamateriais na mitigação de esforços impulsivos ocorridos em disparos de um armamento. Destaca-se seu amplo estudo sobre impacto entre dois corpos, como os modelos de Hertz, LSD, Hunt-Crossley e Kuwabara-Kono. Tais modelos são particularmente aplicáveis no estudo da colisão entre a munição e as paredes do tubo durante o batimento.

2.2 TUBO DE ARMAMENTO PESADO

O tubo é a principal parte de uma arma pesada, atuando durante o disparo de um projétil como uma máquina térmica ao utilizar a força de expansão dos gases, advinda da combustão da carga propelente, para imprimir ao projétil a energia cinética necessária para provocar um efeito desejado, ou seja, para produzir determinado trabalho. As funções do tubo são diversas, a saber:

- armazenar o tiro completo em sua câmara, antes do disparo;
- fornecer tempo e espaço para o desenvolvimento da balística interna;
- suportar as altas pressões e temperaturas geradas pela queima da carga propelente;
- restringir o movimento dos gases em todas as direções, exceto no sentido do movimento do projétil;
- guiar o projétil no seu duplo movimento de translação e rotação, em tubos com raiamento;
- determinar a trajetória do projétil, por meio dos mecanismos de direção e elevação.

2.2.1 CARACTERÍSTICAS DO TUBO DE CANHÃO 120 MM

O canhão de calibre 120 *mm* é utilizado em diversos carros de combate, dentre os quais se encontram o Leopard 2 com canhões *L44* e *L45*, produzido pela empresa alemã Rheinmetall, e os carros *M1A1* e *M1A2* Abrams, de origem americana.



FIG. 2.1: Carros de combate Leopard 2A5 (a) e Abrams M1A1 (b). (DEFESANET, 2018)

Quanto ao tubo a ser empregado no estudo deste trabalho, optou-se por utilizar um tubo de calibre 120 *mm* cujas dimensões em milímetros são ilustradas na Fig. 2.2, devido principalmente à disponibilidade em fonte conhecida:

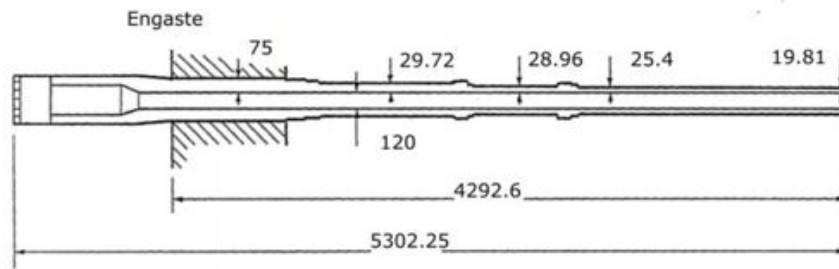


FIG. 2.2: Dimensões de um tubo 120 mm. (ALLEN, 1988).

Vale ressaltar que a parte do tubo que interessa para o estudo, ou seja, o comprimento a ser tomado como viga flexível, é a região após o engaste destacado na figura. As demais propriedades do tubo, no que se refere sobretudo ao material de que é constituído, neste caso aço ASTM 106, encontram-se na Tab. 2.1 (ANSARI; BAUGH, 1986).

TAB. 2.1: Propriedades do tubo 120 mm.

Propriedade	Significado	Valor
M	Massa	1190 kg
ρ	Massa específica	7870 kg/m ³
E	Módulo de Elasticidade	200GPa
ν	Coefficiente de Poisson	0.3

2.3 MUNIÇÃO APFSDS

A munição de alta energia cinética (APFSDS) é constituída por uma haste penetradora estabilizada por aletas, envolvida por uma cinta (*sabot*), a qual é descartada juntamente com a base quando o projétil deixa a boca do armamento. Tal munição foi projetada para perfurar blindagens de veículos, concentrando a força de impacto da haste densa em uma área pequena. A Fig. 2.3 ilustra um desenho esquemático, obtido no programa PRODAS, da munição APFSDS, também conhecida como munição flecha.

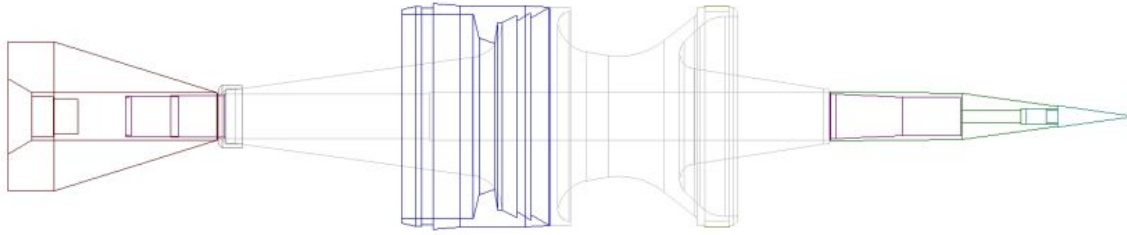


FIG. 2.3: Desenho da munição APFSDS 120 mm M829. (PRODAS)

Os primeiros projetis para perfuração de blindagens de veículos a alta velocidade, eram constituídos simplesmente de aço e conhecidos como *Armour Piercing (AP)*. Melhorias de projeto das blindagens, que incluíram aumento de espessura e emprego de materiais mais resistentes, começaram a requerer velocidades maiores do projétil para que fossem perfuradas. Dessa forma surgiram as munições flecha, que assumiram diversas formas antes de chegar à APFSDS (KATHE, 1997).

O projétil da munição flecha é do tipo sub-calibre, ou seja, é um penetrador de densidade elevada com diâmetro menor que o calibre do armamento, que atinge elevada velocidade de boca, em torno de 1,5 km/s, e possui boas características aerodinâmicas. Assim, ao atingir o alvo, essa munição provoca a concentração de elevada energia cinética em uma pequena área, resultando na fusão da blindagem e causando grande destruição. A cinta ou calço descartável possui as seguintes funções (ALLEN, 1988):

- manter a área correspondente ao calibre da arma enquanto a munição ainda se encontra na alma, de forma a garantir a atuação da pressão dos gases propelentes em sua base, e, conseqüentemente, o desenvolvimento da balística interna;
- fornecer suporte ao penetrador durante o lançamento, tanto axialmente como lateralmente; e
- atuar na obturação dos gases propelentes.

Dessa forma, o penetrador atinge velocidades e alcances maiores em relação aos projetis desprovidos de *sabot*. O *sabot* é projetado para ter integridade estrutural dentro do tubo e se separar aerodinamicamente do lado de fora deste. O penetrador deve resistir ao lançamento em um velocidade prescrita para ser eficaz. A separação entre o calço descartável e o penetrador é mostrada na Fig. 2.4.

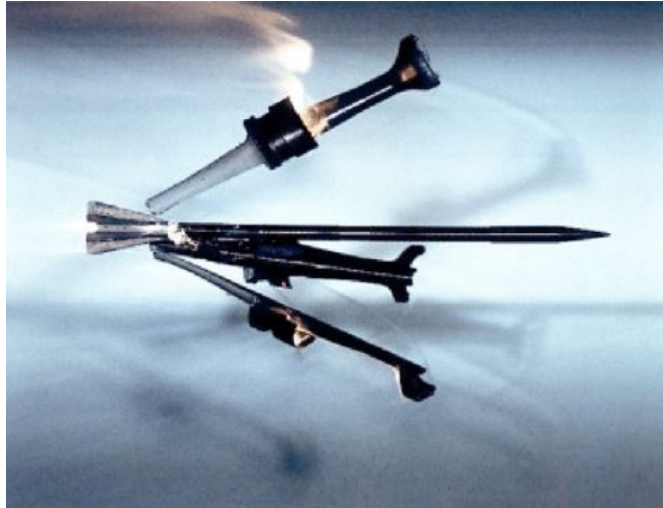


FIG. 2.4: *Momento em que ocorre a separação entre o calço (sabot) e o penetrador (Z.; E., 2012) .*

Tendo em vista os requisitos extremos de alcance, velocidade e precisão adotados no projeto de munições APFSDS, a haste penetradora e o *sabot* devem ser constituídos de materiais otimizados e permitir níveis de tensão próximos aos limites de falha do material. Assim, o projetista deve utilizar métodos mais sofisticados e materiais adequados para caracterizar o desempenho desse sistema submetido a carregamentos dinâmicos severos. A maioria dos *sabots* modernos é feita de polímero (como o policarbonato), alumínio ou aço. Os penetradores são feitos de materiais muito densos, como ligas de aço endurecido, tungstênio ou urânio empobrecido. O estojo e a base são compostos de aço, os vedadores de plástico ou *nylon*, e as aletas, de alumínio (LEE, 1985).

A munição de alta energia cinética deve ser disparada de armamentos que forneçam elevadas pressões, como os armamentos pesados de tubo longo e grandes montagens. As velocidades atingidas ficam em torno de 1500 m/s, e a temperatura ao atingir o alvo pode alcançar em torno de 1800 °C (JUNIOR, 2015). Observa-se, ainda, que o emprego de tubo liso tem se mostrado mais eficiente quanto à obtenção de maiores velocidades de boca (LEE, 1985).

As dimensões da munição APFSDS 120 mm M829, utilizadas no presente trabalho para análise da interação tubo-munição, são ilustradas na Fig. 2.5.

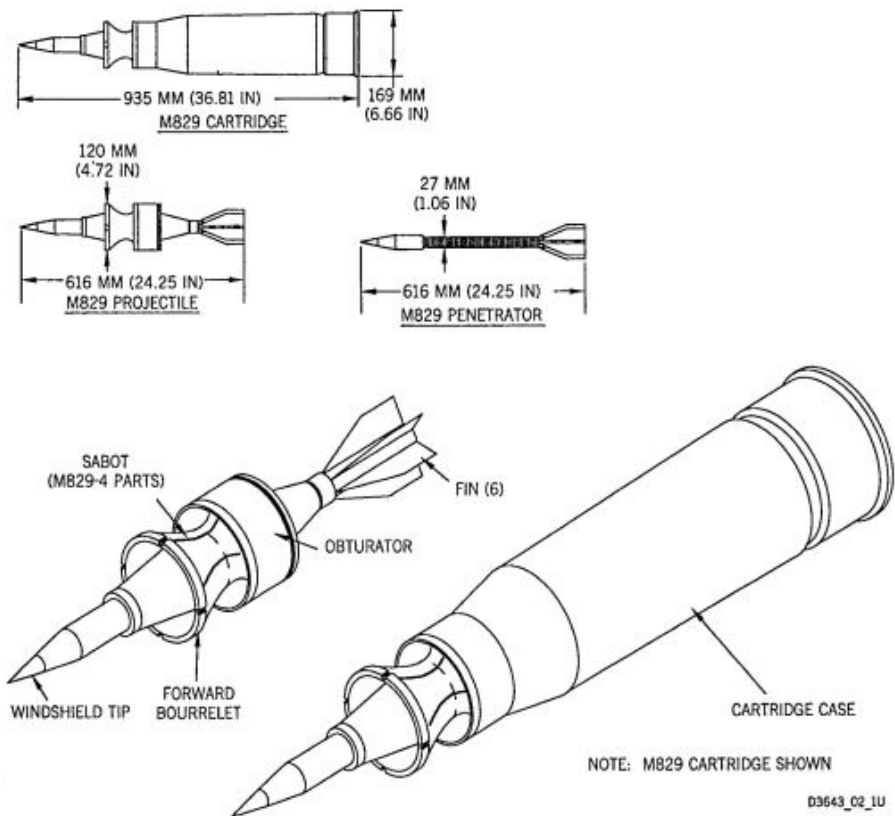


FIG. 2.5: Desenho com as dimensões da munição APFSDS 120 mm M829. Adaptado de ALLEN (ALLEN, 1988)

2.3.1 MODELAGEM 3D DA MUNIÇÃO FLECHA

Conhecidas as dimensões principais da munição APFSDS *M829*, adquiridas por meio do programa PRODAS, foi realizada a modelagem em CAD (*Computer Aided Design*) no software *Solidworks*, com o intuito de auxiliar, futuramente, em aquisições e estimativas de dados necessários para o trabalho, tais como massa e momento de inércia da munição em relação a determinado eixo. O resultado da modelagem pode ser visualizado na Fig.2.6. O calço descartável foi modelado como peça única.

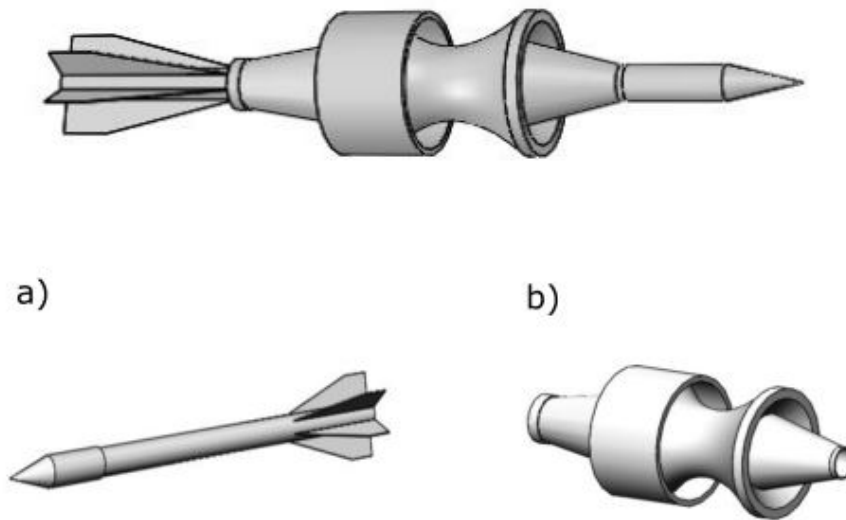


FIG. 2.6: Desenho da munição APFSDS 120 mm M829 feito no software Solidworks, com suas partes destacadas: a) penetrador e b) calço descartável.

Utilizando-se o policarbonato como material para o calço e o urânio empobrecido como material da haste penetradora da munição APFSDS, obtêm-se, por meio do modelo em CAD, os valores na Tab. 2.2 para as massas desses componentes.

TAB. 2.2: Massa das partes componentes da munição APFSDS.

Propriedade	Significado	Valor
M_c	Massa do calço	1,57 kg
M_p	Massa do penetrador	6,67 kg

É possível adquirir esses dados para o projétil diretamente do *software* PRODAS, conforme mostra a Tab. 2.3. Tais dados, por serem mais precisos e corresponderem à realidade no que tange à constituição e detalhamento do projétil, serão os efetivamente empregados no trabalho.

TAB. 2.3: Massa das partes componentes da munição APFSDS (PRODAS).

Propriedade	Significado	Valor
M_c	Massa do calço	2,632 kg
M_p	Massa do penetrador	7,133 kg

2.4 ESTUDO DA BALÍSTICA

Um armamento pode ser visto como uma máquina térmica em que a energia da expansão dos gases propelentes é convertida em energia cinética para a movimentação de um projétil, sendo sua função lançar o projétil em direção a um determinado alvo. O estudo do processo, desde a queima do propelente até o momento em que o projétil atinge o alvo, assim como a determinação dos parâmetros relevantes de tiro, é realizado por meio da balística. O campo da balística divide-se em três áreas principais: balística interna, balística externa e balística terminal.

A balística interna visa à análise da interação da arma, projétil e carga propelente antes da saída do projétil pela boca do armamento. Inclui os seguintes aspectos: o processo de ignição do propelente, bem como sua queima no interior da câmara; a pressurização da câmara; o movimento inicial do projétil; o engrazamento do projétil nas raiais e a obturação no tubo e na câmara; e a dinâmica do projétil e do tubo (CARLUCCI; JACOBSON, 2008). Ou seja, a balística interna consiste no estudo científico dos processos que ocorrem dentro do armamento a partir do momento em que a queima do propelente é iniciada. A história da balística interna remonta ao primeiro uso da pólvora negra em meados século XIV (MOSS; LEEMING; FARRAR, 1996).

A balística externa compreende o comportamento do projétil do momento em que ele deixa a boca da arma até o momento imediatamente anterior ao impacto no alvo. Os parâmetros importantes a serem obtidos estão relacionados à dinâmica e à estabilidade do projétil, além de sua trajetória e tempo de voo, determinando ângulo, velocidade e local de impacto no alvo.

A balística terminal analisa o impacto ocasionado pela munição ao atingir o alvo. Dentre os aspectos estudados, estão: penetração, letalidade, explosão devida a pressões elevadas, padrões de pulverização de fragmentos, efeitos na blindagem, efeitos não-letais e efeitos em tecido vivo (CARLUCCI; JACOBSON, 2008).

2.5 BATIMENTO BALÍSTICO

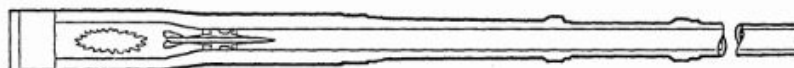
Durante o lançamento de um projétil pelo tubo de um armamento pesado, ocorre a seguinte sequência de eventos no intervalo de operações (LEE, 1985):

1. após a deflagração, a queima do propelente provoca o surgimento de pressões elevadas na base do projétil cinto/penetrador. Tal pressão comprime o obturador contra a alma do tubo, realizando a vedação do gás propelente.
2. enquanto o projétil é acelerado ao longo do comprimento da alma do tubo, a pressão varia com o tempo e forças de tração ocorrem na superfície da alma à medida que a cinta

transfere a pressão resultante para o penetrador, acelerando-o. Carregamentos laterais ocorrem durante esse evento devido aos efeitos ocasionados por folgas da cinta, culatra desequilibrada, esforços de atrito, aquecimento do tubo, deslocamento do tubo sujeito à ação da gravidade, e inclinação ou curvatura do tubo (WILKERSON, 1995). O movimento lateral da munição resultante desses carregamentos é conhecido como **batimento**. Em um tubo de calibre 120 *mm*, a pressão crescerá até aproximadamente 317MPa , a aceleração de pico atingirá cerca de $50g$ e a velocidade estimada do projétil será de $1,65\text{km/s}$. A essa velocidade, o fenômeno de batimento provocará carregamentos laterais significativos (WILKERSON, 1995).

3. quando a munição sai do tubo, a cinta segmentada deixa de sofrer restrições na direção radial. As forças aerodinâmicas atuando na parte dianteira afastam os segmentos da cinta, separando-a do penetrador.
4. ao deixar a boca do armamento e separar-se da cinta, o penetrador é estabilizado em sua trajetória pelas aletas.

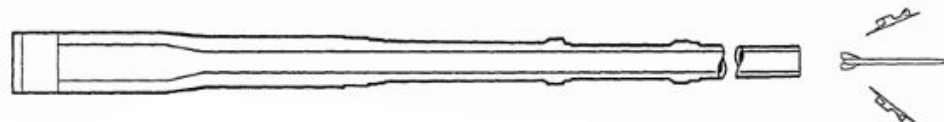
É interessante observar que os itens 3 e 4 supracitados estão fora do escopo do presente trabalho, uma vez que consistem de eventos que ocorrem após o projétil sair pela boca do armamento, e portanto não serão analisados. A Fig. 2.7 ilustra a sequência de eventos descrita durante o disparo da munição.



A pressão inicial dos gases propelentes acelera a munição flecha no interior do tubo.



A munição prossegue em seu movimento ao longo do tubo.



A munição deixa a boca do armamento, havendo a separação entre a cinta e o penetrador.

FIG. 2.7: Modelo esquemático dos eventos que ocorrem durante o disparo da munição APFSDS. Adaptado de ALLEN. (ALLEN, 1988).

O batimento, conforme descrito acima, pode ser definido como o movimento de um projétil perpendicularmente ao seu eixo longitudinal durante o deslocamento no interior da alma. Tal movimento surge da combinação de fatores diversos, dentre os quais podem-se citar (ASSOCIATES, 2010):

- folgas no contato entre o projétil e a alma;
- falta de perfeita centralidade quando da confecção do furo do tubo;
- linha de centro do cano da arma não coincidente com o centro de gravidade da massa de recuo;
- massa aplicada externamente ao tubo (dispositivos como eliminador de alma e freio de boca curvam o tubo e modificam a reação lateral à pressurização e ao movimento do projétil na alma); e
- falta de concentricidade do projétil (as tolerâncias de fabricação criam pequenas, porém importantes, divergências entre os centros geométrico e de massa do projétil);
- oscilações do tubo e deformação prévia ao disparo devido à ação da gravidade.

Uma análise prévia do batimento durante o projeto de desenvolvimento de uma munição será vantajosa no sentido de evitar que os carregamentos transversais decorrentes de tal fenômeno cresçam a níveis significativos e provoquem dispersão e/ou prejuízo estrutural ao projétil. Além disso, permite obter a influência nos parâmetros finais do tiro, no que diz respeito ao alvo pretendido. O problema apresentado neste trabalho visa a simular os efeitos do batimento, no que se refere aos desvios de inclinação e velocidade angular da munição em relação a uma situação ideal (provocados pela ação do peso do tubo, que deflete a linha neutra do mesmo, modificando o curso da munição), para um projétil já fabricado. Ou seja, todos os parâmetros envolvidos são previamente definidos ou podem ser estimados de maneira coerente com a realidade.

Considerando a natureza estatística dos disparos de uma arma, ou seja, que os carregamentos devidos ao batimento variam de tiro a tiro e de cano a cano, a simulação a ser desenvolvida abordará apenas o primeiro tiro realizado após acomodação do sistema. Além disso, um carro de combate não costuma realizar disparos sucessivos sem que o tubo tenha tempo o suficiente para se acomodar, pois existe o tempo para recarregar o armamento e ajustá-lo na posição de tiro, por exemplo.

2.6 MODELAGEM DO CONTATO ENTRE A MUNIÇÃO E O TUBO

Com o intuito de analisar o tipo de contato estabelecido na interação tubo-projétil, algumas teorias de contato são empregadas considerando os esforços que surgem na região de impacto entre esses dois corpos, tendo em vista o batimento. Nesse caso, é necessário levar em conta os impactos dos quatro pontos de contato da munição flecha, no plano vertical, sobre a alma do tubo da arma, que aqui será considerado como uma parede.

O fenômeno do impacto surge quando dois corpos colidem entre si, com referência em uma linha de impacto normal à superfície de contato dos corpos, e compreende duas fases principais: a compressão e a restituição. Os efeitos observados podem variar dependendo da geometria dos corpos envolvidos, material e velocidade. Dentre as características de tal fenômeno estão a curta duração, valores elevados de forças, rápida dissipação de energia e presença de grandes acelerações e desacelerações (RODRIGUES; WEBER, 2017).

De acordo com o modelo de Hertz para colisão, uma das primeiras abordagens matemáticas a surgirem nesse campo, a força repulsiva resultante do contato entre dois corpos perfeitamente elásticos é dada pela seguinte equação (HERTZ, 1881):

$$F_n = k_{Hz}\delta^{1,5}, \quad (2.1)$$

onde δ é o deslocamento entre os corpos e a constante k_{Hz} é a rigidez durante o impacto.

Já o modelo *linear spring and dashpot* (LSD) - mola e amortecedor linear - também contabiliza a taxa de deformação, conforme a equação 3.2 :

$$F_n = k_n\delta + \beta_n\gamma_{n,crit}\left(\frac{d\delta}{dt}\right) = k_n\delta + \beta_n\gamma_{n,crit}\dot{\delta}, \quad (2.2)$$

onde k_n , β_n e $\gamma_{n,crit}$ devem ser calculados para cada modelo específico.

O modelo proposto por Kuwabara e Kono consiste em uma variante dos modelos de Hertz e LSD, sendo uma combinação entre esses modelos e cuja formulação matemática é dada pela equação 3.3 (KUWABARA; KONO, 1987):

$$F_n = \tilde{k}_n\delta^{1,5} + \tilde{\gamma}_n\delta^{0,5}\dot{\delta}, \quad (2.3)$$

onde \tilde{k}_n e $\tilde{\gamma}_n$ podem ser calculados a partir das características geométricas dos corpos em contato.

Para superar as limitações do modelo LSD e manter as vantagens do modelo Hertz, Hunt e Crossley introduziram um modelo alternativo para dissipação de energia que inclui um termo

de amortecimento não linear (histerese) e, portanto, a força de contato é explicitada na equação 2.4 (HUNT; CROSSLEY, 1975):

$$F_n = k_c \delta^{n_c} (1 + l \dot{\delta}), \quad (2.4)$$

onde $l = \frac{c_c}{k_c}$, k_c é a constante de rigidez e c_c a constante de amortecimento.

Além das modelagens apresentadas, pode-se utilizar, ainda, a título de aproximação e simplificação para o fenômeno de impacto, a força elástica de mola, a qual é descrita por meio da Lei de Hooke, ou a força correspondente a um sistema mola-amortecedor:

$$F_n = k_c \delta \quad (2.5)$$

$$F_n = k_c \delta + c_c \dot{\delta} \quad (2.6)$$

No presente trabalho, serão utilizadas diferentes modelagens, tais como: puramente elástica, elástica com amortecimento, Hertz e, por fim, a modelagem de Hunt e Crossley a fim de definir o impacto no contato tubo-projétil, visto que esta é a formulação que melhor descreve o contato entre um corpo e uma parede (RODRIGUES; WEBER; DRIEMEIER, 2018).

Com vistas a produzir um modelo que leve em consideração este fenômeno de batimento, os contatos entre a munição e o tubo em estudo serão modelados considerando somente as partes da munição que apresentem contato efetivo com o tubo. Visto não haver raiamento na alma do tubo e a conseqüente rotação da munição inexistir, o movimento da munição APFSDS será considerado bidimensional, isto é, estará restrito aos eixos longitudinal e vertical do armamento.

Devido à munição flecha ser do tipo sub-calibre, o contato efetivo com a superfície da alma é feito pela cinta de forçamento, ou obturador, e pela cinta de turgência. A primeira é mais resistente e atua na obturação dos gases por deformação (JUNIOR, 2015), sendo aqui modelada com coeficientes de rigidez e amortecimento do material *nylon*. Já a cinta de turgência é feita de cobre e será descrita da mesma forma, por meio dos coeficientes de rigidez e amortecimento desse material, tendo em vista a inserção de tais valores na equação 2.4. A Fig. 2.8 contém um esquema da munição flecha e os respectivos contatos nas cintas, explicitando as forças de impacto em cada ponto considerado, bem como as forças de atrito decorrentes desse contato.

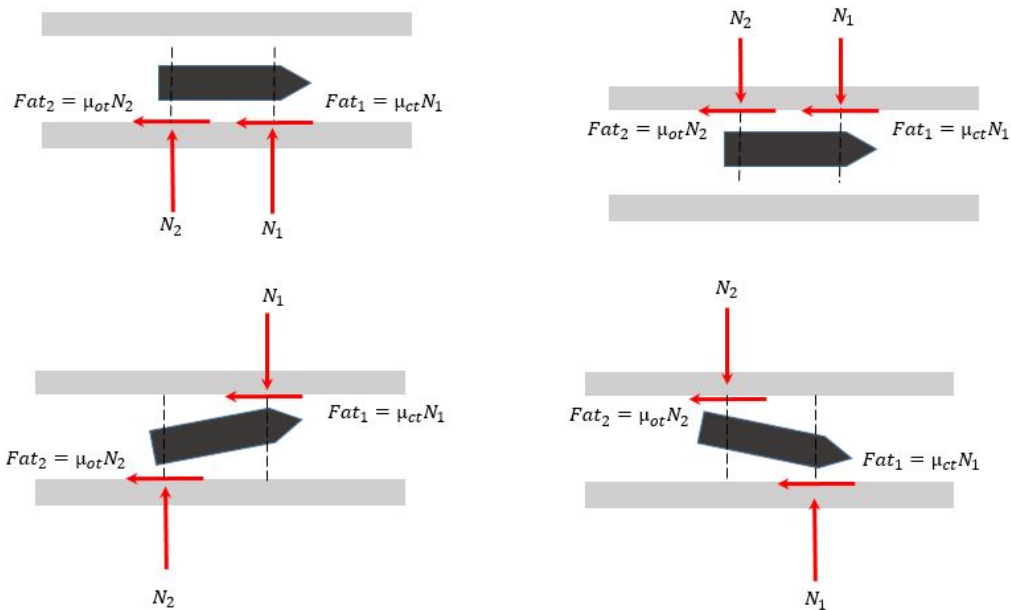


FIG. 2.8: Esquema evidenciando as forças decorrentes do contato da cinta de forçamento e da cinta de turgência com as paredes do tubo.

Reforça-se que a munição flecha é aqui tratada como corpo rígido e seu invólucro (*sabot*) é modelado considerando apenas a influência das cintas durante o impacto com o tubo. O projétil tem, portanto, três graus de liberdade: deslocamento longitudinal e deflexões verticais nas regiões das cintas de forçamento e de turgência.

Vale ressaltar que, se o valor de δ na equação 2.4 for negativo ($\delta < 0$), ou seja, a deformação ocasionada nas cintas da munição durante seu contato com o tubo não existir, a força de impacto será nula. Assim, ocasionalmente, poderá ocorrer escape de gases por falta de contato do obturador com o tubo.

A Tab. 2.4 contém os valores das propriedades constantes da equação 2.4 relativas à força de impacto desenvolvida entre o tubo e o projétil utilizados no presente trabalho (ANSARI; BAUGH, 1986).

TAB. 2.4: Propriedades relativas à força de impacto (ANSARI; BAUGH, 1986).

Propriedade	Significado	Valor
k_{c_o}	Coefficiente de Rigidez do Obturador	$1,7645 \cdot 10^{10} \text{ N/m}$
c_{c_o}	Coefficiente de Amortecimento do Obturador	$1,243 \cdot 10^4 \text{ N s/m}$
k_{c_t}	Coefficiente de Rigidez da Cinta de Turgência	$8,82 \cdot 10^9 \text{ N/m}$
c_{c_t}	Coefficiente de Amortecimento da Cinta de Turgência	$6,174 \cdot 10^3 \text{ N s/m}$
n_c	Constante de Impacto	1,3

Quanto aos valores de δ que compõem as equações de cada força de impacto, estes são devidamente determinados na seção 3.2, em que todas as forças atuantes no sistema são analisadas.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, discorre-se sobre as principais teorias relacionadas à modelagem do problema apresentado e sobre a aquisição de dados para implementação computacional. Na seção 3.1, apresenta-se a discretização por elementos finitos unidimensionais e como será empregada com a teoria de vibrações no decorrer deste estudo. A dinâmica do sistema, com o equacionamento que o representa, é desenvolvida na seção 3.2. Já na seção 3.3, descreve-se de forma sucinta a obtenção de dados de balística interna no programa PRODAS.

3.1 DISCRETIZAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

No que tange à obtenção do modelo das vibrações do tubo durante o disparo, uma análise de elementos finitos de viga plana vertical será adotada, de maneira a se discretizar o tubo do armamento em elementos de menor dimensão ao longo de seu comprimento. A equação geral que rege a dinâmica de um sistema com múltiplos graus de liberdade, na forma matricial, está descrita na equação 3.1 (RAO, 2011).

$$[M]_G \ddot{u}(t) + [C]_G \dot{u}(t) + [K]_G u(t) = F_{dG}(t) + F_{cG}(t) \quad (3.1)$$

Nesta equação, o vetor $u(t)$ contém todos os graus de liberdade modelados para o tubo flexível. Ademais, as matrizes $[M]_G$, $[C]_G$ e $[K]_G$ são, respectivamente, as matrizes globais de inércia, amortecimento e rigidez do tubo flexível. São ditas globais por integrarem as contribuições de todos os elementos em que o corpo fora particionado. Já o membro direito da equação contém as forças distribuídas atuantes no corpo $F_{dG}(t)$ e as demais forças externas e discretas, $F_{cG}(t)$.

Os diversos tipos de elemento distinguem-se por seus graus de liberdade (deslocamentos e rotações). A escolha adequada do elemento constitutivo é fundamental para se evitar cálculos desnecessários e descrever o fenômeno físico satisfatoriamente. Os possíveis elementos para o tubo são (GRUZMAN, 2017): elementos de barra, de viga plana vertical, de viga plana horizontal e de eixo, todos dispostos na Fig. 3.1.

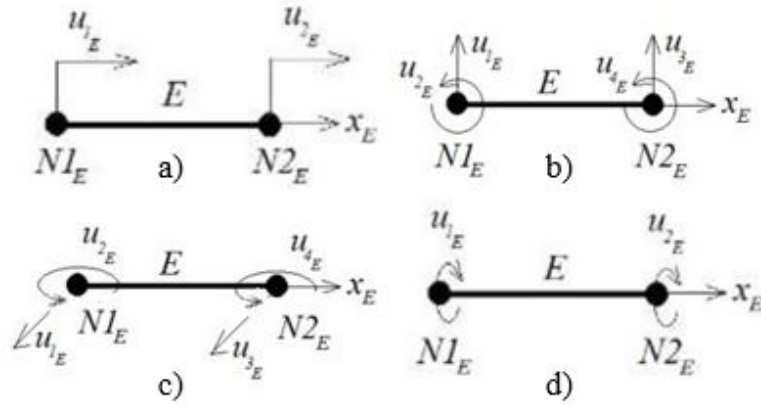


FIG. 3.1: Elementos de discretização: a) elemento de barra ; b) elemento de viga vertical; c) elemento de viga horizontal; d) elemento de eixo (GRUZMAN, 2017).

Na figura, cada elemento possui dois nós, $N1_E$ e $N2_E$ e todo u_i corresponde a um grau de liberdade (GL). Desta forma, por exemplo, os elementos de barra possuem dois graus de liberdade de translação horizontal, sendo um em cada nó (Fig. 3.1a); os elementos de viga plana vertical dispõem de quatro graus de liberdade, em que dois são de deslocamento vertical e os outros dois são de rotação em torno do eixo normal ao plano da figura (Fig. 3.1b).

Visto que o tubo em estudo possui alma lisa, não se verificam torques axiais para o fenômeno estudado. Isso permite descartar o emprego de elementos de eixo, uma vez que estes possuem graus de liberdade de rotação axial. Ademais, deseja-se considerar a inclinação do tubo pela ação de seu próprio peso, o que não é possível se elementos de barra ou de viga plana horizontal forem empregados. Além disso, o elemento de barra não é adequado pois as deformações longitudinais no problema estudado costumam ser muito menores que as deformações transversais, não apresentando influência significativa nos valores dos parâmetros de interesse θ_t , θ_p e $\dot{\theta}_p$. Assim, o tubo será modelado por elementos finitos de viga plana vertical (Fig. 3.1b). Após a escolha do elemento mais adequado, procede-se à divisão do corpo, neste caso, o tubo, em elementos. Quanto maior o número de elementos, mais precisa será a modelagem, porém deve-se considerar o custo computacional por haver mais variáveis envolvidas. De modo a ilustrar o processo, a Fig. 3.2 mostra a partição de uma viga em dois elementos.

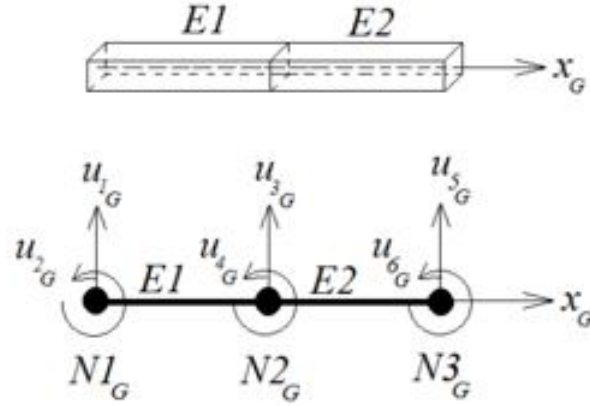


FIG. 3.2: Viga discretizada em dois elementos (acima); esquema do corpo particionado em vigas planas verticais, evidenciando-se os graus de liberdade globais (abaixo) (GRUZMAN, 2017).

A próxima etapa consiste em determinar as matrizes globais de inércia ($[M]_G$), rigidez ($[K]_G$) e de amortecimento ($[C]_G$).

3.1.1 MATRIZ GLOBAL DE INÉRCIA

A matriz de inércia de um elemento de viga vertical é mostrada na equação 3.2. Trata-se de uma matriz quadrada de quarta ordem, posto que cada elemento possui quatro graus de liberdade. É a partir das matrizes de inércia dos elementos que a matriz global é montada. Nota-se que as variáveis da matriz são: a densidade (ρ_E), seção reta transversal (A_E) e o comprimento do elemento (L_E).

$$[M]_E = \begin{bmatrix} \frac{156\rho_E A_E L_E}{420} & \frac{22\rho_E A_E L_E^2}{420} & \frac{54\rho_E A_E L_E}{420} & \frac{-13\rho_E A_E L_E^2}{420} \\ \frac{22\rho_E A_E L_E^2}{420} & \frac{4\rho_E A_E L_E^3}{420} & \frac{13\rho_E A_E L_E^2}{420} & \frac{-3\rho_E A_E L_E^3}{420} \\ \frac{54\rho_E A_E L_E}{420} & \frac{13\rho_E A_E L_E^2}{420} & \frac{156\rho_E A_E L_E}{420} & \frac{-22\rho_E A_E L_E^2}{420} \\ \frac{-13\rho_E A_E L_E^2}{420} & \frac{-3\rho_E A_E L_E^3}{420} & \frac{-22\rho_E A_E L_E^2}{420} & \frac{4\rho_E A_E L_E^3}{420} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

A matriz global de inércia ($[M]_G$) é, então, construída conforme o método ilustrado na Fig. 3.3.

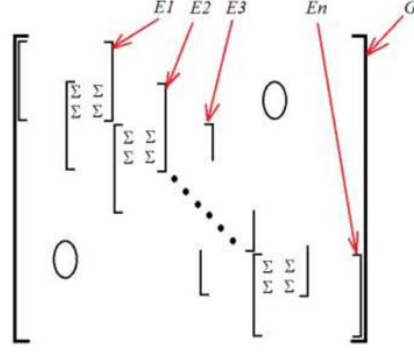


FIG. 3.3: Matriz global de inércia montada a partir das matrizes dos elementos (E_i) de viga plana vertical (GRUZMAN, 2017).

3.1.2 MATRIZ GLOBAL DE RIGIDEZ

De maneira análoga, a matriz de rigidez de um elemento é mostrada na equação 3.3. Nesse caso, as variáveis são o módulo de elasticidade (E_E), o momento de inércia (I_E) e o comprimento de cada elemento (L_E). A matriz global de rigidez é construída do mesmo modo que a de inércia.

$$[K]_E = \begin{bmatrix} \frac{12E_E I_{Ez}}{L_E^3} & \frac{6E_E I_{Ez}}{L_E^2} & \frac{-12E_E I_{Ez}}{L_E^3} & \frac{6E_E I_{Ez}}{L_E^2} \\ \frac{6E_E I_{Ez}}{L_E^2} & \frac{4E_E I_{Ez}}{L_E} & \frac{-6E_E I_{Ez}}{L_E^2} & \frac{2E_E I_{Ez}}{L_E} \\ \frac{-12E_E I_{Ez}}{L_E^3} & \frac{-6E_E I_{Ez}}{L_E^2} & \frac{12E_E I_{Ez}}{L_E^3} & \frac{-6E_E I_{Ez}}{L_E^2} \\ \frac{6E_E I_{Ez}}{L_E^2} & \frac{2E_E I_{Ez}}{L_E} & \frac{-6E_E I_{Ez}}{L_E^2} & \frac{4E_E I_{Ez}}{L_E} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

3.1.3 MATRIZ GLOBAL DE AMORTECIMENTO

Existe mais de uma forma de se obter a matriz de amortecimento para o modelo. Neste trabalho, será empregado o método descrito por SONG e SU (2017), o qual considera um amortecimento proporcional conforme equação 3.4.

$$[C]_G = \alpha[M]_G + \beta[K]_G \quad (3.4)$$

Os fatores de proporção α e β são descritos pelas seguintes equações (SONG; SU., 2017):

$$\alpha = \frac{2(\xi_2 - \frac{\xi_1 w_{n2}}{w_{n1}})}{(\frac{1}{w_{n2}} - \frac{w_{n2}}{w_{n1}^2})} \quad (3.5)$$

$$\beta = 2 \frac{\xi_1}{w_{n1}} - \frac{2(\xi_2 - \frac{\xi_1 w_{n2}}{w_{n1}})}{(\frac{w_{n1}^2}{w_{n2}} - w_{n2})} \quad (3.6)$$

Nas equações acima, ξ_1 e ξ_2 correspondem a fatores de amortecimento estrutural e w_{n1} e w_{n2} são as duas primeiras frequências naturais de vibração do tubo. Valores típicos para ξ_1 e ξ_2 encontram-se na faixa de 3 a 3,5% (ANSARI; BAUGH, 1986).

Com isso, tem-se que o primeiro membro da equação de movimento do tubo está completamente definido, restando-se apenas definir as forças distribuídas e externas.

3.1.4 FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO

Ao se discretizar um corpo flexível em elementos de viga vertical por meio de nós, as informações dos deslocamentos transversais e angulares podem ser obtidas, a princípio, para os pontos do corpo em que se localizam esses nós. Entretanto, pode-se obter o campo de deslocamentos em função do tempo para qualquer ponto de um elemento básico do corpo, nesse caso o tubo, bastando para isso utilizar as funções de interpolação conhecidas disponíveis em literatura.

A fim de obter o campo de deslocamentos transversais, utiliza-se um somatório de termos contendo uma função espacial multiplicada por uma função temporal, conforme a equação 3.7 (WU, 2008).

$$u_E(x_E, t) = \sum_{i=1}^{i=n} \psi_{i_E}(x_E) \cdot u_{i_E}(t) \quad (3.7)$$

onde n é o número de graus de liberdade do sistema discretizado, $\psi_{i_E}(x_E)$ são as funções espaciais de interpolação do elemento básico e $u_{i_E}(t)$ corresponde ao deslocamento dos nós do elemento básico em função do tempo. Para um elemento básico de viga, a cada nó está associado um deslocamento vertical e uma inclinação.

Considerando-se um elemento básico de viga com dois nós apenas, $n = 4$ e portanto quatro funções de interpolação devem ser determinadas para cada tipo de deslocamento. Uma vez que há quatro condições de contorno disponíveis para obter as funções de interpolação, e tendo em vista que a adimensionalização garante que tais funções se apliquem adequadamente a qualquer elemento de comprimento L_E , o formato da função de interpolação utilizada é o seguinte (RAO, 2011):

$$\psi_E(x_E) = a_E + b_E \left(\frac{x_E}{L_E}\right) + c_E \left(\frac{x_E}{L_E}\right)^2 + d_E \left(\frac{x_E}{L_E}\right)^3 \quad (3.8)$$

onde as constantes a_E , b_E , c_E e d_E devem ser determinadas aplicando-se as condições de contorno ao elemento da viga. Tais condições são (RAO, 2011):

$$u_E(0, t) = u_1(t) \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial u_E(0, t)}{\partial x_E} = u_2(t) \quad (3.10)$$

$$u_E(L_E, t) = u_3(t) \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial u_E(L_E, t)}{\partial x_E} = u_4(t) \quad (3.12)$$

As funções de interpolação encontradas para deslocamento transversal são:

$$\psi_{1E}(x_E) = 1 - 3\left(\frac{x_E}{L_E}\right)^2 + 2\left(\frac{x_E}{L_E}\right)^3 \quad (3.13)$$

$$\psi_{2E}(x_E) = L_E\left(\frac{x_E}{L_E}\right) - 2L_E\left(\frac{x_E}{L_E}\right)^2 + L_E\left(\frac{x_E}{L_E}\right)^3 \quad (3.14)$$

$$\psi_{3E}(x_E) = 3\left(\frac{x_E}{L_E}\right)^2 - 2\left(\frac{x_E}{L_E}\right)^3 \quad (3.15)$$

$$\psi_{4E}(x_E) = -L_E\left(\frac{x_E}{L_E}\right)^2 + L_E\left(\frac{x_E}{L_E}\right)^3 \quad (3.16)$$

Já o campo de deslocamentos angulares pode ser representado conforme a seguinte equação:

$$\theta_E(x_E, t) = \sum_{i=1}^{i=n} \psi'_{iE}(x_E) \cdot u_{iE}(t) \quad (3.17)$$

onde as funções de interpolação são (RAO, 2011):

$$\psi'_{1E}(x_E) = -6\frac{x_E}{L_E^2} + 6\frac{x_E^2}{L_E^3} \quad (3.18)$$

$$\psi'_{2E}(x_E) = 1 - 4\frac{x_E}{L_E} + 3\frac{x_E^2}{L_E^2} \quad (3.19)$$

$$\psi'_{3E}(x_E) = 6\frac{x_E}{L_E^2} - 6\frac{x_E^2}{L_E^3} \quad (3.20)$$

$$\psi'_{4E}(x_E) = -2\frac{x_E}{L_E} + 3\frac{x_E^2}{L_E^2} \quad (3.21)$$

3.1.5 OBTENÇÃO DO VETOR GLOBAL DA FORÇA PESO DISTRIBUÍDA

A força peso atuando sobre o tubo é modelada como força distribuída, cujo valor total pode ser calculado por meio da integração da força em cada elemento infinitesimal ao longo de seu comprimento. Considerando a força distribuída em cada elemento do tubo, pode-se obter a força aplicada em cada nó fazendo uso das funções de interpolação explicitadas na subseção 3.1.4. Para tal, deve-se escrever a função força distribuída de cada elemento, conforme as equações 3.22 a 3.25:

$$F_{d1E_i} = \int f_d(x_{E_i}, t) \cdot \psi_{1E_i}(x_{E_i}) \cdot dx_{E_i} \quad (3.22)$$

$$F_{d2E_i} = \int f_d(x_{E_i}, t) \cdot \psi_{2E_i}(x_{E_i}) \cdot dx_{E_i} \quad (3.23)$$

$$F_{d3E_i} = \int f_d(x_{E_i}, t) \cdot \psi_{3E_i}(x_{E_i}) \cdot dx_{E_i} \quad (3.24)$$

$$F_{d4E_i} = \int f_d(x_{E_i}, t) \cdot \psi_{4E_i}(x_{E_i}) \cdot dx_{E_i} \quad (3.25)$$

Para o caso do presente trabalho, o tubo é composto de seis elementos de igual comprimento, e, portanto, sete nós. A Fig.3.4 ilustra a discretização adotada, com os elementos e espessuras das regiões do tubo destacados, baseado no tubo da Fig. 2.2 (ALLEN, 1988).

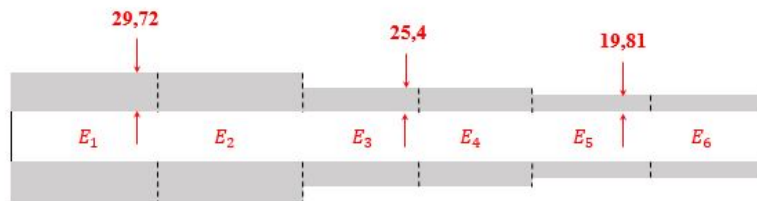


FIG. 3.4: Esquema ilustrativo da discretização do tubo do armamento em elementos finitos.

Assim, uma vez que cada dois elementos apresentam as mesmas propriedades, serão utilizadas três funções de força distribuída, as quais correspondem, respectivamente, às três diferentes regiões de mesma seção transversal do tubo. Ou seja, para os elementos 1 e 2 utiliza-se $f_d(x_{E_i}, t) = g \cdot \rho \cdot A_1$; para os elementos 3 e 4 emprega-se $f_d(x_{E_i}, t) = g \cdot \rho \cdot A_2$, e, analogamente, para os elementos 5 e 6 tem-se $f_d(x_{E_i}, t) = g \cdot \rho \cdot A_3$, onde A_1 , A_2 e A_3 se referem às áreas de seção transversal das três partes de diferente espessura do tubo. A massa específica, ρ , é considerada constante ao longo de toda sua extensão.

A força distribuída total é obtida a partir do somatório das contribuições dos elementos de viga nos graus de liberdade coincidentes, e pode ser representada no formato de um vetor, conforme a equação 3.26:

$$F_{dG}(t) = \begin{bmatrix} F_{d_{1E1}}(t) \\ F_{d_{2E1}}(t) \\ F_{d_{3E1}}(t) + F_{d_{1E2}} \\ F_{d_{4E1}}(t) + F_{d_{2E2}} \\ F_{d_{3E2}}(t) + F_{d_{1E3}} \\ F_{d_{4E2}}(t) + F_{d_{2E3}} \\ F_{d_{3E3}}(t) + F_{d_{1E4}} \\ F_{d_{4E3}}(t) + F_{d_{2E4}} \\ F_{d_{3E4}}(t) + F_{d_{1E5}} \\ F_{d_{4E4}}(t) + F_{d_{2E5}} \\ F_{d_{3E5}}(t) + F_{d_{1E6}} \\ F_{d_{4E5}}(t) + F_{d_{2E6}} \\ F_{d_{3E6}}(t) \\ F_{d_{4E6}}(t) \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

É interessante observar que, devido ao engastamento do tubo no primeiro nó, as duas primeiras componentes da matriz de peso distribuído serão nulas, ou seja, $F_{d_{1E1}}(t) = 0$ e $F_{d_{2E1}}(t) = 0$;

3.1.6 OBTENÇÃO DO VETOR GLOBAL DAS FORÇAS CONCENTRADAS

Analogamente às cargas distribuídas, as forças concentradas aplicadas sobre os elementos de viga precisam ser interpoladas entre os graus de liberdade dos nós. Tais forças se originam, neste trabalho, da interação entre as cintas da munição e o tubo. Seja $f_{c_{Ei}}(t)$ uma força concentrada genérica atuando sobre o elemento E_i . Segue-se que as forças em cada grau de liberdade de um dado elemento de viga são calculadas pelas equações 3.27 a 3.30:

$$F_{C1Ei} = \sum_{j=1}^{j=q} f_{c_{jEi}}(t) \cdot \psi_{1Ei}(x_{jEi}) \quad (3.27)$$

$$F_{C2Ei} = \sum_{j=1}^{j=q} f_{c_{jEi}}(t) \cdot \psi_{2Ei}(x_{jEi}) \quad (3.28)$$

$$F_{C3Ei} = \sum_{j=1}^{j=q} f_{c_{jEi}}(t) \cdot \psi_{3Ei}(x_{jEi}) \quad (3.29)$$

$$F_{C4Ei} = \sum_{j=1}^{j=q} f_{c_{jEi}}(t) \cdot \psi_{4Ei}(x_{jEi}) \quad (3.30)$$

De posse das forças concentradas interpoladas de cada elemento, monta-se o vetor global de forças concentradas, $F_c(t)$, da mesma forma que para o peso distribuído:

$$F_{cG}(t) = \begin{bmatrix} F_{c_{1E1}}(t) \\ F_{c_{2E1}}(t) \\ F_{c_{3E1}}(t) + F_{c_{1E2}} \\ F_{c_{4E1}}(t) + F_{c_{2E2}} \\ F_{c_{3E2}}(t) + F_{c_{1E3}} \\ F_{c_{4E2}}(t) + F_{c_{2E3}} \\ F_{c_{3E3}}(t) + F_{c_{1E4}} \\ F_{c_{4E3}}(t) + F_{c_{2E4}} \\ F_{c_{3E4}}(t) + F_{c_{1E5}} \\ F_{c_{4E4}}(t) + F_{c_{2E5}} \\ F_{c_{3E5}}(t) + F_{c_{1E6}} \\ F_{c_{4E5}}(t) + F_{c_{2E6}} \\ F_{c_{3E6}}(t) \\ F_{c_{4E6}}(t) \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

3.2 DINÂMICA DO SISTEMA TUBO-MUNIÇÃO

A dinâmica do sistema em estudo pode ser descrita a partir de um conjunto de equações diferenciais que representam o movimento conjunto do tubo e da munição, e que, portanto, possuem grandezas dependentes entre si, como as forças de impacto/contato que exercem influência tanto no tubo quanto na munição. O sistema de equações obtido é resolvido numericamente para a avaliação das grandezas de interesse do presente trabalho, isto é, os ângulos de inclinação do tubo e do projétil e a velocidade angular do projétil ao deixar a boca do tubo.

A equação que representa o movimento do tubo flexível discretizado é:

$$[M]_G \ddot{u}(t) + [C]_G \dot{u}(t) + [K]_G u(t) = F_{dG}(t) + F_{impacto}(t) \quad (3.32)$$

onde :

- $[M]_G$ é a matriz global de inércia;
- $[C]_G$ é a matriz global de amortecimento;
- $[K]_G$ é a matriz global de rigidez;
- F_{dG} é o vetor da força peso distribuída; e
- $F_{impacto}$ é o vetor da força de impacto que age sobre o tubo, provocada pelo deslocamento da munição em seu interior.
- $u(t)$ é o vetor de deslocamentos;

No caso deste estudo, as matrizes mencionadas foram obtidas conforme os métodos apresentados na seção 3.1 para um tubo discretizado em 7 nós.

As equações que representam o movimento da munição ao longo do tempo são:

$$m_p \ddot{x}(t) = F(t) - F_{at}(t) \quad (3.33)$$

$$m_p \ddot{y}(t) = \Sigma F_{contato} - m_p g + P(t) \cdot A_{sabot} \cdot \text{sen}(\theta_t), \quad (3.34)$$

$$F(t) = P(t) \cdot A_{sabot} \cdot \text{cos}(\theta_t), \quad (3.35)$$

$$I_p \ddot{\theta}_p(t) = \Sigma \tau_{contato}, \quad (3.36)$$

onde:

- m_p é a massa da munição;
- $P(t)$ é a pressão exercida pelos gases propelentes na base do projétil; A_{sabot} é a área do calço descartável da munição, cujo valor é o mesmo da área da alma do tubo de calibre 120mm; e θ_t é o ângulo da linha neutra do tubo com a horizontal;
- $F_{at}(t)$ são as forças de atrito devido ao contato do tubo com a munição; e
- $x(t)$ é a posição horizontal do centro de gravidade da munição.
- $\Sigma F_{contato}$ é o somatório das forças de contato que agem sobre a munição devido ao seu movimento no interior do tubo;
- g é a aceleração da gravidade; e

- $y(t)$ é a posição vertical do centro de gravidade da munição.
- I_p é o momento de inércia da munição;
- $\Sigma\tau_{contato}$ é o somatório dos momentos das forças de contato em torno do centro de gravidade da munição; e
- θ_p é o ângulo formado pela linha de centro da munição com a horizontal (eixo representado na Fig.3.6).

As forças de contato que atuam sobre as cintas do projétil são representadas pelas componentes N_1, N_2, N_3 e N_4 , conforme ilustra a Fig. 3.5. Vale destacar que, conforme a Fig. 2.8, tais forças aparecem duas a duas, uma em cada cinta, de acordo com a posição de impacto. Assim, se existem N_1 e N_2 , por exemplo, isso implica em N_3 e N_4 nulas.

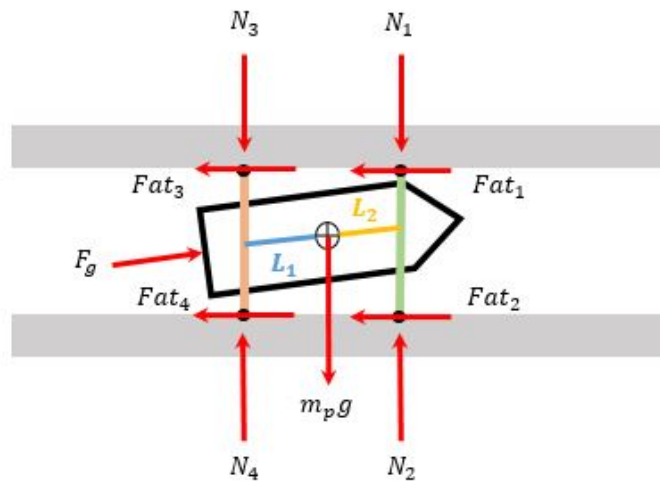


FIG. 3.5: Representação das forças de contato que agem sobre a munição.

A fim de determinar a dependência das forças de contato com o valor da deformação resultante do impacto na superfície tubo-projétil, ou seja, descrevê-las de acordo com as formulações de mola, mola-amortecedor e de Hunt e Crossley, faz-se necessário descrever geometricamente a interação que ocorre na interface entre os corpos. A Fig. 3.6 demonstra o projétil inclinado de um certo ângulo θ_p dentro do tubo em um momento de sua trajetória, em relação a um referencial $x - y$ estabelecido no engastamento deste, com os respectivos pontos e demais parâmetros geométricos descritos matematicamente em seguida. Tendo em vista simplificar o modelo, apenas o *sabot* é representado na forma de um retângulo, em que as distâncias L_1 e L_2 correspondem, respectivamente, à distância da cinta de turgência e da cinta de forçamento ao centro de gravidade da munição, representado pelo ponto de coordenadas (x_p, y_p) .

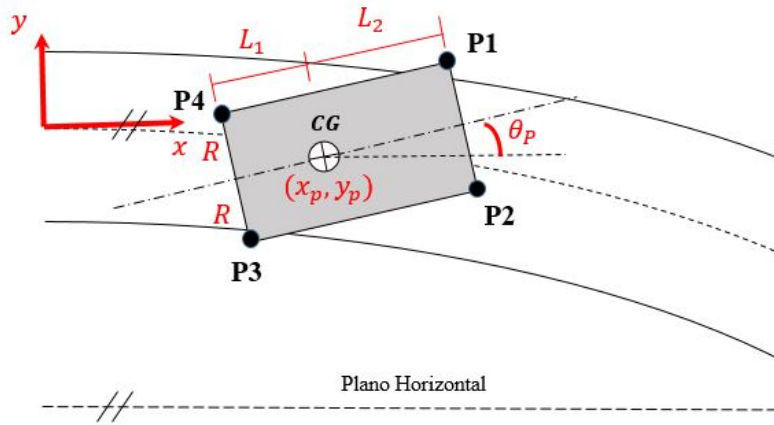


FIG. 3.6: Propriedades geométricas do contato das cintas com as paredes do tubo.

As coordenadas dos pontos P_1 , P_2 , P_3 e P_4 podem ser escritas em função das variáveis do problema, a saber:

$$P_1 = (x_p + L_1 \cos \theta_p - R \sin \theta_p, y_p + L_1 \sin \theta_p + R \cos \theta_p) \quad (3.37)$$

$$P_2 = (x_p + L_1 \cos \theta_p + R \sin \theta_p, y_p + L_1 \sin \theta_p - R \cos \theta_p) \quad (3.38)$$

$$P_3 = (x_p - L_2 \cos \theta_p + R \sin \theta_p, y_p - L_2 \sin \theta_p - R \cos \theta_p) \quad (3.39)$$

$$P_4 = (x_p - L_2 \cos \theta_p - R \sin \theta_p, y_p - L_2 \sin \theta_p + R \cos \theta_p) \quad (3.40)$$

Conhecidas as posições verticais das paredes do tubo em x_{P_1} , x_{P_2} , x_{P_3} e x_{P_4} , é possível determinar as deformações pós-impacto δ_1 , δ_2 , δ_3 e δ_4 na interseção entre o tubo e a munição nos quatro pontos destacados na Fig. 3.6, pela diferença entre a ordenada de tais pontos e dos pontos correspondentes na parede do tubo.

A Fig. 3.7 ilustra os parâmetros geométricos necessários para a obtenção das ordenadas dos pontos do tubo, onde θ_t é o ângulo formado entre a linha neutra do tubo (representada em azul) e o sistema de referência xy após a deformação e u_{xP_i} se refere à ordenada da linha neutra no local em que se conhece a abscissa do ponto P_i . É importante destacar que o valor de u_{xP_i} é negativo.

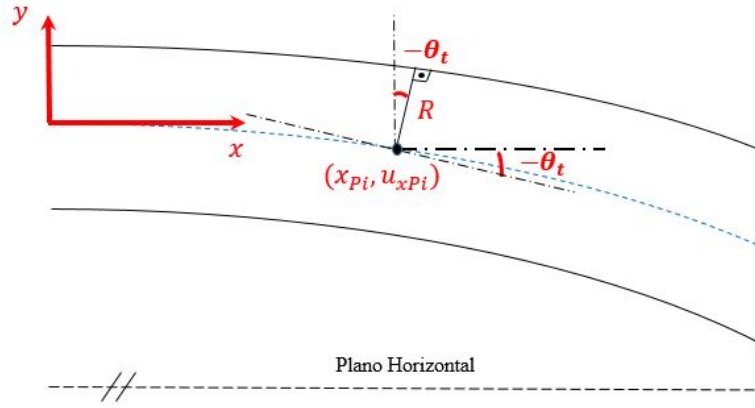


FIG. 3.7: *Propriedades geométricas para o cálculo dos pontos do tubo.*

As coordenadas do ponto no tubo, bem como as deformações correspondentes, podem ser escritas como:

$$Pos_{tubo_i} = (x_{Pi}, u(x_{Pi}) \pm \frac{R}{\cos(-\theta_t)}) \quad (3.41)$$

$$\delta_1 = y_p + L_1 \text{sen}\theta_p + R \cos\theta_p - (u_{x_{Pi}} + \frac{R}{\cos(-\theta_t)}) \quad (3.42)$$

$$\delta_2 = u_{x_{Pi}} - \frac{R}{\cos(-\theta_t)} - (y_p + L_1 \text{sen}\theta_p - R \cos\theta_p) \quad (3.43)$$

$$\delta_3 = u_{x_{Pi}} - \frac{R}{\cos(-\theta_t)} - (y_p - L_2 \text{sen}\theta_p - R \cos\theta_p) \quad (3.44)$$

$$\delta_4 = y_p - L_2 \text{sen}\theta_p + R \cos\theta_p - u_{x_{Pi}} - \frac{R}{\cos(-\theta_t)} \quad (3.45)$$

Com os valores de deformação definidos para cada ponto, podem-se determinar as forças de contato modelando-as como forças elásticas proporcionais às constantes de mola das cintas de turgência e de forçamento, bem como com o modelo mola-amortecedor e a modelagem de contato de Hunt e Crossley apresentada na seção 2.6. Os resultados das diferentes modelagens são explicitados e comparados no capítulo 5. Assim, tem-se as equações das forças de impacto considerando-se cada modelagem:

- Modelo de Força Elástica (Mola)

$$N_1 = k_{ct} \delta_1 \quad (3.46)$$

$$N_2 = k_{ct} \delta_2 \quad (3.47)$$

$$N_3 = k_{co} \delta_3 \quad (3.48)$$

$$N_4 = k_{co} \delta_4 \quad (3.49)$$

- Modelo de Força Elástica com Amortecimento (Mola-Amortecedor)

$$N_1 = k_{ct} \delta_1 + c_{ct} \dot{\delta}_1 \quad (3.50)$$

$$N_2 = k_{ct} \delta_2 + c_{ct} \dot{\delta}_2 \quad (3.51)$$

$$N_3 = k_{co} \delta_3 + c_{co} \dot{\delta}_3 \quad (3.52)$$

$$N_4 = k_{co} \delta_4 + c_{co} \dot{\delta}_4 \quad (3.53)$$

- Modelo de Hunt e Crossley

$$N_1 = k_{ct} \delta_1^{nc} \left(1 + \frac{c_{ct}}{k_{ct}} \dot{\delta}_1\right) \quad (3.54)$$

$$N_2 = k_{ct} \delta_2^{nc} \left(1 + \frac{c_{ct}}{k_{ct}} \dot{\delta}_2\right) \quad (3.55)$$

$$N_3 = k_{co} \delta_3^{nc} \left(1 + \frac{c_{co}}{k_{co}} \dot{\delta}_3\right) \quad (3.56)$$

$$N_4 = k_{co} \delta_4^{nc} \left(1 + \frac{c_{co}}{k_{co}} \dot{\delta}_4\right), \quad (3.57)$$

onde k_{ct} é a constante de rigidez da cinta de turgência; k_{co} é a constante de rigidez da cinta de forçamento; c_{ct} é o coeficiente de amortecimento da cinta de turgência e c_{co} é o coeficiente de amortecimento do obturador. Os valores empregados para tais propriedades estão elencados na Tab. 2.4.

Conhecendo-se as expressões analíticas para δ_1 , δ_2 , δ_3 e δ_4 , basta derivá-las a fim de obter $\dot{\delta}_1$, $\dot{\delta}_2$, $\dot{\delta}_3$ e $\dot{\delta}_4$. Vale ressaltar que, para fins de simulação, os valores dessas derivadas são definidos como nulos e, caso sejam positivos, seu valor é calculado. Assim, não são considerados os casos em que a derivada da deformação é negativa, ou seja, em que o contato entre a munição e o tubo não é estabelecido.

As forças de atrito são dadas, para cada modelagem, por:

$$F_{at_1}(t) = \mu_{c_t} N_1 \quad (3.58)$$

$$F_{at_2}(t) = \mu_{c_t} N_2 \quad (3.59)$$

$$F_{at_3}(t) = \mu_{o_t} N_3 \quad (3.60)$$

$$F_{at_4}(t) = \mu_{o_t} N_4, \quad (3.61)$$

onde μ_{c_t} é o coeficiente de atrito na região da cinta de turgência e μ_{o_t} é o coeficiente de atrito na região da cinta de forçamento.

3.3 DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS DA BALÍSTICA INTERNA

No que tange ao projeto do tubo de uma arma, os parâmetros da balística interna são essenciais para garantir seu bom desempenho e durabilidade, fazendo com que ela resista às elevadas pressões e temperaturas às quais é submetida durante o uso, provocadas pela queima do propelente que impulsiona o projétil em sua trajetória até a boca do armamento. Para tal, deve-se ter conhecimento das curvas de pressão e velocidade em função do deslocamento do projétil no interior do tubo e em função do tempo. De posse dessas curvas e utilizando-se métodos analíticos, pode-se monitorar a velocidade de boca para um dado comprimento do tubo.

Durante a realização de um tiro, a pressão varia ao longo do comprimento do tubo. A curva de pressão na alma em função do tempo será essencial para a determinação da força que age na base do projétil, a qual será incluída na modelagem para análise das vibrações do tubo.

Tal curva, para a munição APFSDS 120 mm M829, obtida a partir de dados do programa PRODAS, encontra-se representada na Fig.3.8. A curva superior representa a pressão na câmara, enquanto que a inferior se refere à pressão na base do projétil, a qual será a pressão efetivamente utilizada no desenvolvimento deste estudo.

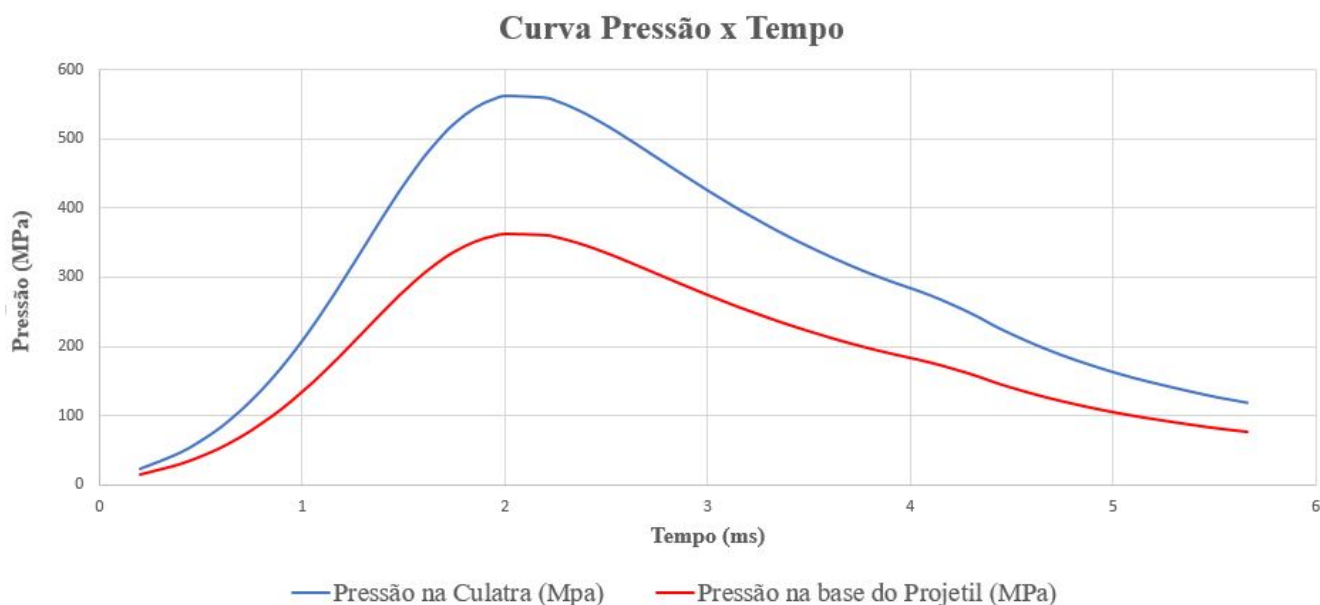


FIG. 3.8: Curva da pressão ao longo do tubo em função do tempo.

Vale destacar que, conhecidos os valores da pressão na base do projétil ao longo de seu percurso no interior da alma, assim como a área do *sabot* da munição, é possível obter facilmente a curva da força que age sobre o projétil. Tal curva é ilustrada na Fig. 3.9, e conforme evidenciado na seção 3.2, constitui parte importante da análise do problema, juntamente com a força de atrito, a ser estimada por meio das forças de impacto. Dessa forma, a utilização do *software* PRODAS mostrou-se bastante válida para a obtenção desse parâmetro.



FIG. 3.9: Curva da força exercida pelos gases propelentes sobre a base do projétil em função do tempo.

Por fim, pode-se então destacar na Fig. 3.10 o tubo utilizado neste trabalho com as curvas

de pressão em função da distância, bem como o referencial adotado na resolução do problema. Essa figura é importante, pois fornece uma visualização do que está ocorrendo e como o modelo em questão é tratado no que diz respeito à sua formulação: só estão sendo consideradas as forças de contato e atuação dos gases propelentes após o engaste. Ou seja, o fenômeno começa a ser estudado em um certo ponto da curva de pressão em que esta é não nula, de forma que o projétil apresenta uma velocidade inicial correspondente.

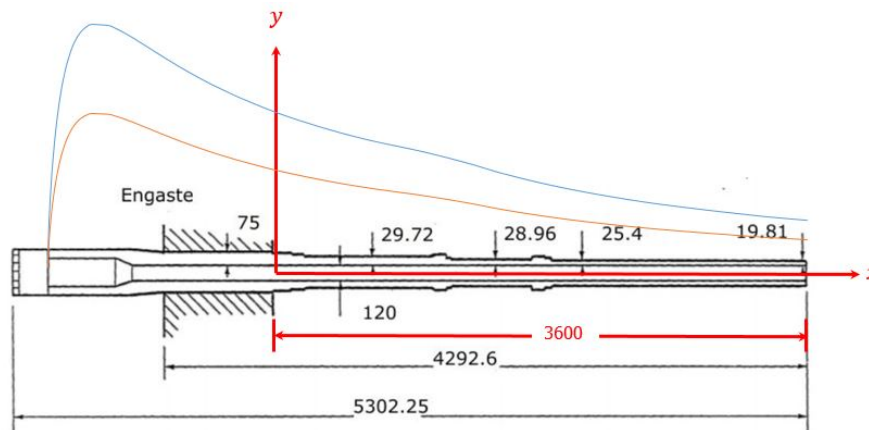


FIG. 3.10: Esquema representativo do tubo com referencial e curva de pressão adotados na análise.

4 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

A metodologia utilizada para a implementação computacional do problema proposto divide-se basicamente em duas partes: a acomodação do tubo e a realização do disparo pelo armamento. Assim, conhecidas as matrizes globais de massa, rigidez e amortecimento, pode-se pensar na simulação, a ser realizada por meio de um código de programação em MATLAB. Para isso, faz-se necessário determinar cada passo da tarefa a ser implementada, o que pode ser feito por meio de fluxogramas.

4.1 ACOMODAÇÃO DO TUBO

Para realizar a acomodação do tubo devido à ação da gravidade previamente ao disparo, utiliza-se a forma geral da equação de movimento para um sistema com múltiplos graus de liberdade:

$$[M]\ddot{u} + [C]\dot{u} + [K]u = F_{dG} + F_{cG} \quad (4.1)$$

A resolução numérica da equação de movimento requer uma substituição de variáveis de tal forma que se tenham equações diferenciais ordinárias de primeira ordem.

$$\begin{cases} \dot{u} = v \\ \dot{v} = -[M]^{-1}[K]u - [M]^{-1}[C]v + [M]^{-1}(F_{dG} + F_{cG}) \end{cases} \quad (4.2)$$

Escrevendo o sistema na forma matricial, tem-se:

$$W_t(t) = \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{12 \times 12} & I_{12 \times 12} \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{12 \times 12} \\ [M]^{-1} \end{bmatrix} (F_{dG} + F_{cG}) \quad (4.3)$$

Fornecida a condição inicial em $t = 0$ para u e v , o programa deve integrar para encontrar o formato da curva de deslocamentos do tubo quando o vetor de velocidades for nulo.

O fluxograma da Fig. 4.1 ilustra a rotina de programação do processo de acomodação do tubo engastado por ação de seu peso, que é a primeira etapa a ser realizada. Inicialmente, o programa é alimentado com as propriedades do tubo, como aqueles da tabela 2.1 (dentre outros, massa específica, módulo de elasticidade, diâmetro interno e espessuras das seções retas

do tubo). De posse destes dados, é possível montar as matrizes de inércia, rigidez e amortecimento conforme a metodologia apresentada nas seções 3.1.1 a 3.1.3. O engastamento aplicado sobre o primeiro elemento de viga do tubo implica que dois graus de liberdade deste elemento são nulos. Procede-se, assim, com o abaixamento da ordem de todo o sistema através da eliminação das duas primeiras linhas e colunas de todas as matrizes e vetores. Adiciona-se ao sistema de equações o vetor peso distribuído devidamente interpolado entre os graus de liberdade conforme a seção 3.1.5 deste trabalho. Com isso, o sistema de equações diferenciais ordinárias (EDOs) lineares encontra-se completo, restando apenas a definição das condições iniciais para, em seguida, resolvê-lo.

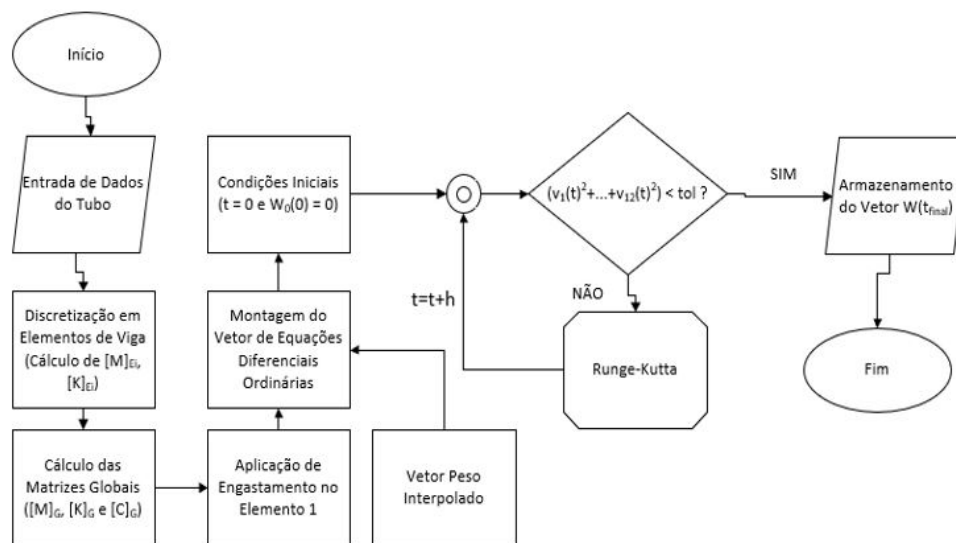


FIG. 4.1: Fluxograma da rotina de programação da acomodação do tubo devido à ação de seu peso.

O método de solução do sistema de EDOs escolhido foi o Runge-Kutta de quarta ordem (RK4). Este foi utilizado a despeito do software MATLAB conter funções de solução de EDOs, tais como ode45 e ode113, devido à necessidade de se controlar o passo de integração: para a etapa de acomodação do tubo, percebeu-se que passos relativamente grandes (da ordem de 10^{-5} s) poderiam ser usados, já que a única força atuante é o peso e este é constante; em contrapartida, no regime de disparo, o fato de haver forças de contato altamente variáveis na interação tubo-munição requer um passo bem menor que aquele da etapa anterior (em torno de 10^{-8} s). Assim, o método RK4 permite um melhor controle destes parâmetros, podendo resultar em menores tempos de execução do programa.

A condição de parada do programa consiste em as taxas de deslocamento dos nós tenderem a zero, o que significa atingir-se a condição de equilíbrio. Assim, estabeleceu-se como critério de convergência que a raiz do somatório dos quadrados das taxas de deslocamento seja menor que uma tolerância suficientemente pequena (da ordem de 10^{-5}). Após a convergência, armazena-se

o vetor de deslocamento bem como o tempo requerido para atingir-se a condição de equilíbrio. Depois de garantir que o tubo se encontra assentado no equilíbrio estático, pode-se realizar a simulação do disparo propriamente dito.

4.2 SIMULAÇÃO DA DINÂMICA TUBO-MUNIÇÃO DURANTE O DISPARO

Após simular a acomodação do tubo devido à ação de seu peso, procede-se a simulação da dinâmica do sistema durante o regime de tiro. Isso porque a acomodação do tubo entra como condição inicial na dinâmica do sistema tubo-munição a fim de que se verifique o fenômeno do batimento e se estude o efeito da curvatura do tubo sobre a posição do projétil ao término da balística interna.

O fluxograma da Fig. 4.2 contém um detalhamento do algoritmo desenvolvido:

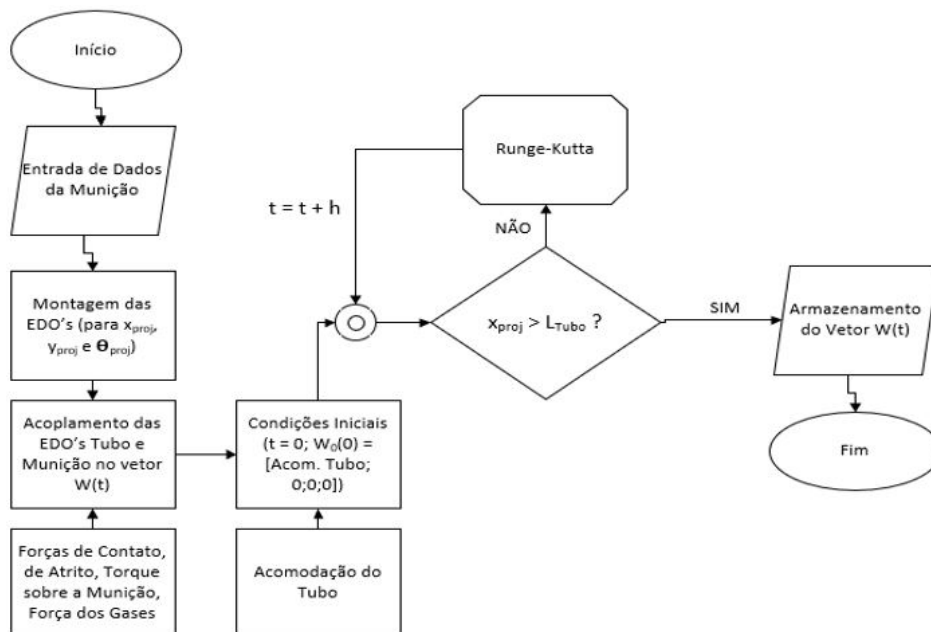


FIG. 4.2: Fluxograma da rotina de programação da dinâmica do sistema tubo-munição.

Entra-se com as propriedades da munição (peso, distância do centro de massa às cintas, momento de inércia, dentre outros) e, em seguida, escreve-se as equações de movimento referentes aos seus três graus de liberdade, conforme apresentado na seção 3.2. Tais equações podem ser representadas na forma matricial conforme a equação 4.4.

$$W_p(t) = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_{\theta_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_\theta \\ (P(t)\cos(\theta_2)A_{sabot} - Fat(t))/m_p \\ (\sum F_{contato}(t) - m_p g + P(t)\sin(\theta_2)A_{sabot})/m_p \\ (\sum M_{CG}/I_p) \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

O próximo passo consiste em adicionar equações referentes ao projétil dispostas na equação 4.4 àquelas do tubo, descritas na seção 4.1. Monta-se um vetor $W(t)$ cujas primeiras linhas são ocupadas pelo vetor $W_t(t)$ do tubo e as seguintes pelos elementos de $W_p(t)$ (ESEN; KOÇ, 2015). Em seguida, são definidas funções que calculam as forças e momentos presentes na equação 4.4, alimentando-a em cada instante discreto de tempo. Uma vez que as equações de movimento estão carregadas, dá-se início ao disparo propriamente dito, a partir das condições iniciais, das quais participa o vetor de acomodação do tubo obtido na seção anterior. As EDOs são então resolvidas por Runge-Kutta até que a condição de parada seja obtida, isto é, até que o projétil se apresente na saída do tubo. O vetor W é armazenado ao longo de todo o processo a fim de que os gráficos de interesse sejam plotados e discutidos no capítulo 5.

A Tab.4.1 contém os valores adotados para os parâmetros conhecidos na resolução problema, com a respectiva referência indicada.

TAB. 4.1: *Parâmetros de entrada para a modelagem computacional do problema.*

Parâmetros do Tubo		
Propriedade	Valor	Fonte
Diâmetro Interno	0,12 m	PRODAS
Módulo de Elasticidade	200 GPa	(ALLEN, 1988)
Comprimento dos Elementos	0,6 m	–
Massa Específica	7870 kg/m ³	(ALLEN, 1988)
Fator de Amortecimento Modal 1	3%	(ANSARI; BAUGH, 1986)
Fator de Amortecimento Modal 2	3%	(ANSARI; BAUGH, 1986)
Comprimento Total (engaste até a boca)	3,6m	(ALLEN, 1988)
Coefficiente de Atrito	0,14	PROTEC
Parâmetros do Projétil		
Massa	7,1331 kg	PRODAS
Momento de Inércia	4,174.10 ⁻³	PRODAS
Distância do CG à Cinta de Turgência	0,09 m	PRODAS
Distância do CG à Cinta de Forçamento	0,06 m	PRODAS
Curva de Pressão em função do tempo	–	PRODAS
Outras Informações		
Aceleração da gravidade	9,81m/s ²	–
Passo 1 (acomodação do tubo)	10 ⁻⁵	–
Passo 2 (simulação da dinâmica após acomodação)	10 ⁻⁷	–
Condições Iniciais do Projétil		
x_p	0	–
y_p	0	–
θ_p	0	–
\dot{x}_p	1087 m/s	–
\dot{y}_p	0	–
$\dot{\theta}_p$	0	–

Na Tab.4.1, o passo 1 designa o passo de integração utilizado no programa para a acomodação do tubo, enquanto que o passo 2 designa o passo de integração utilizado na simulação da dinâmica tubo-projétil após a acomodação do tubo.

É possível observar que, para as condições iniciais do projétil, a velocidade inicial é não nula devido ao fato de a análise se iniciar na posição correspondente ao engastamento do tubo, a qual corresponde, por sua vez, a uma pressão não nula na curva de pressão em função do tempo da Fig. 3.8.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Conforme anteriormente mencionado, foram utilizados três modelos para descrever a interação entre a munição e a parede do tubo: o modelo elástico, com apenas uma mola; o modelo mola-amortecedor; e o modelo de impacto de Hunt e Crossley. Os resultados de cada um deles são apresentados e discutidos neste capítulo. Uma forma de validar os referidos modelos consiste em comparar alguns de seus resultados com aqueles obtidos através do PRODAS. Isso será feito mais adiante para as curvas de posição e velocidade do projétil em função do tempo.

A etapa de acomodação do tubo ocorreu em 2,76 segundos. A Fig. 5.1 apresenta a evolução do deslocamento vertical da boca do tubo (sétimo nó) ao longo do tempo. O máximo deslocamento do tubo foi de 2,04 mm. Nota-se que houve uma oscilação em torno da posição de equilíbrio antes que tal condição fosse atingida. De fato, era esperado o comportamento oscilatório até o equilíbrio dado que, da Tab 4.1, os fatores de amortecimento empregados para o tubo são pequenos (3%).

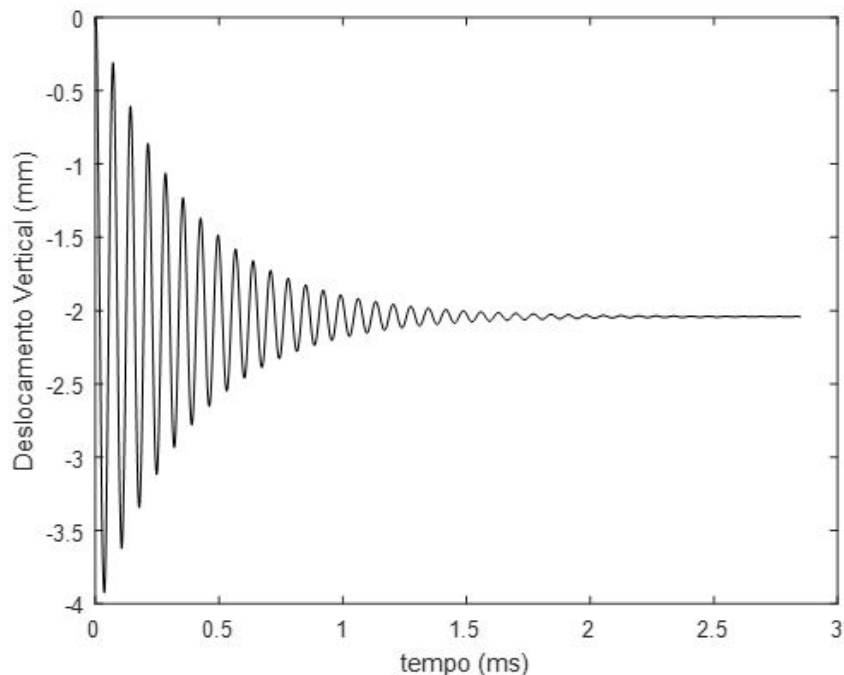


FIG. 5.1: Gráfico de posição do extremo livre do tubo em função do tempo.

Após a acomodação do tubo, é realizado o disparo da munição. Para essa etapa, tem-se os resultados diferentes de cada modelagem empregada na solução do problema proposto.

5.1 MODELO ELÁSTICO

As Figs. 5.2 e 5.3 mostram o deslocamento vertical da munição em função do tempo quando o disparo é efetuado. Enquanto a Fig. 5.2 mostra o disparo completo, a Fig. 5.3 é uma versão ampliada para melhor visualização dos instantes iniciais do disparo. É importante ressaltar que essa posição é em relação à horizontal ($y = 0$) e não à linha neutra do tubo.

Em virtude de o disparo ser efetuado após a acomodação do tubo, é possível perceber que o centro geométrico da munição tem a tendência de seguir a linha neutra do tubo. Ademais, as oscilações são mais acentuadas no começo posto que a munição é disparada na horizontal e o tubo já se encontra acomodado, portanto o projétil está se adequando à posição que o tubo se encontra e a velocidade da munição aumenta conforme o tempo avança, de modo que as oscilações no eixo vertical começam a ficar mais espaçadas.

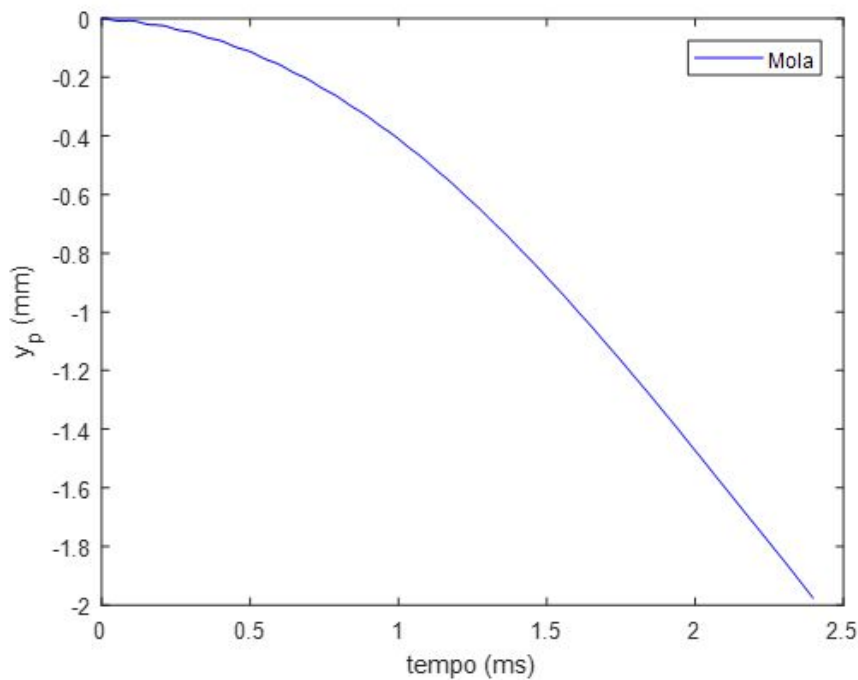


FIG. 5.2: Gráfico do deslocamento vertical do projétil.

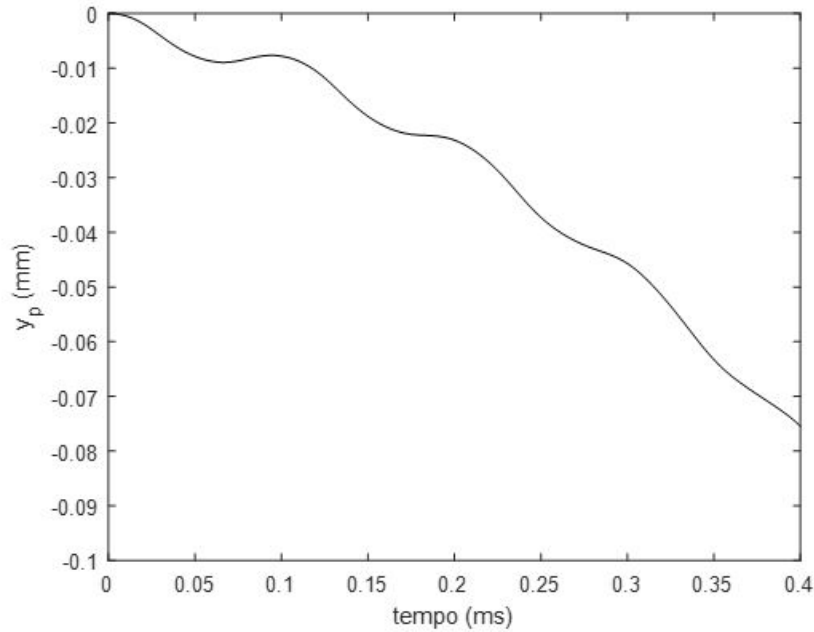


FIG. 5.3: Detalhamento do gráfico do deslocamento vertical do projétil mostrando a oscilação.

Na Fig. 5.4, o gráfico da variação do ângulo de *yaw* em função do tempo de disparo é exposto. Nele, é possível perceber o efeito de uma modelagem com forças de contato somente com molas e sem nenhum tipo de amortecimento presente nas cintas. A amplitude das oscilações não muda devido à falta de amortecimento, permanecendo em um valor praticamente constante. Além disso, a curva é decrescente, pois o tubo já se encontra acomodado, forçando o C.G. do projétil a acompanhar a linha neutra do tubo. Outra informação relevante que pode ser extraída do gráfico são os baixos valores obtidos para θ_p , que se justificam pelo fato de o projétil ter um espaço pequeno para se deslocar dentro do tubo.

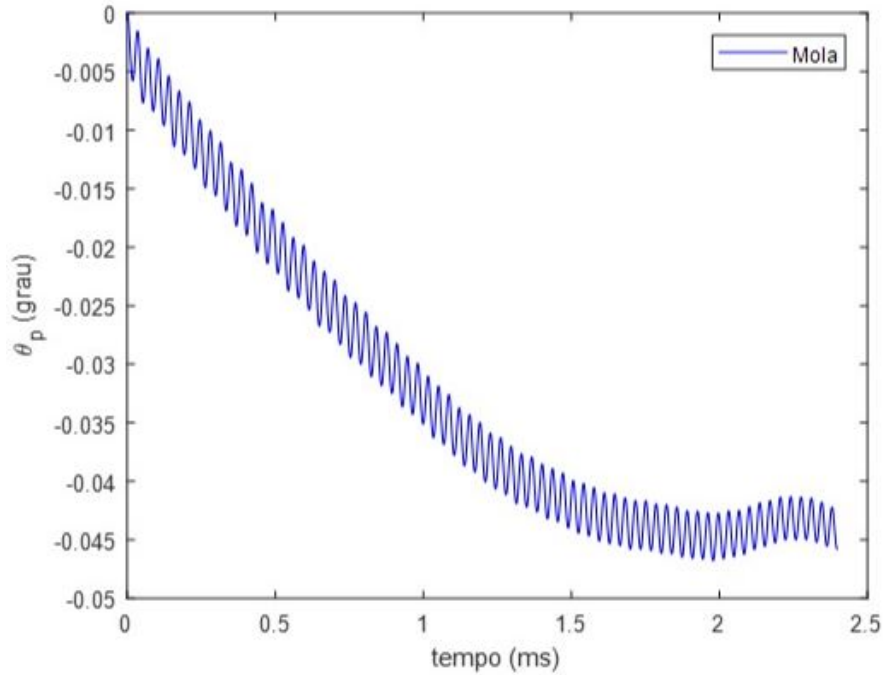


FIG. 5.4: Gráfico do ângulo que o projétil forma com a horizontal em função do tempo.

O gráfico da velocidade angular em função do tempo é evidenciado na Fig. 5.5. A falta de amortecimento provoca uma pequena redução da amplitude com o passar do tempo, sendo que os altos valores da constante elástica geram essas altas velocidades angulares do projétil. Nessa simulação, o valor final da velocidade angular está próximo de zero, porém tal configuração não é tão representativa, visto que mudanças no tamanho do tubo alteram de maneira significativa velocidade do projétil. Uma vez que as forças de contato foram modeladas como elásticas, seria plausível uma velocidade angular de saída elevada, o que não é esperado nos próximos modelos, os quais deverão ser mais refinados e mais coerentes com o fenômeno físico.

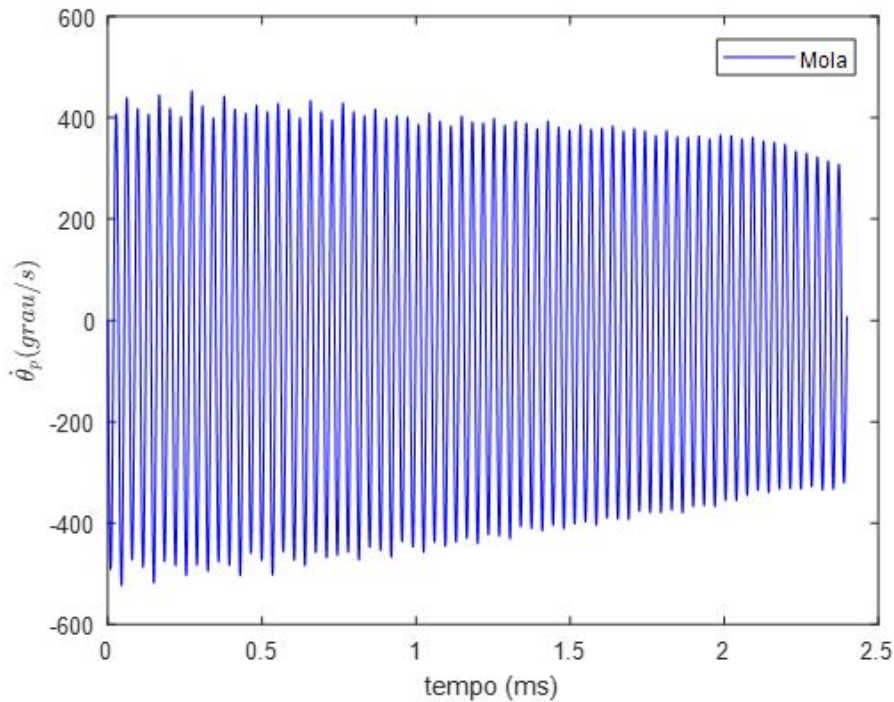


FIG. 5.5: Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo.

5.2 MODELO MOLA-AMORTECEDOR

As Figs. 5.6, 5.7 e 5.8 representam, respectivamente, o deslocamento vertical, o ângulo de inclinação e a velocidade angular do projétil para o modelo Mola-Amortecedor. Uma análise comparativa mais aprofundada é realizada na seção 5.4. No que diz respeito ao deslocamento vertical (Fig. 5.6), não há muita diferença em relação ao modelo Mola visto que o projétil continua seguindo a linha neutra do tubo.

Em relação à Fig. 5.7 (deslocamento angular do projétil), o modelo se aproxima do que seria um tiro ideal, sem a presença do fenômeno de batimento. Ou seja, as amplitudes de oscilação diminuem até próximo de zero no momento em que o projétil deixa a boca do tubo devido à existência de amortecimento estrutural nos materiais das cintas.

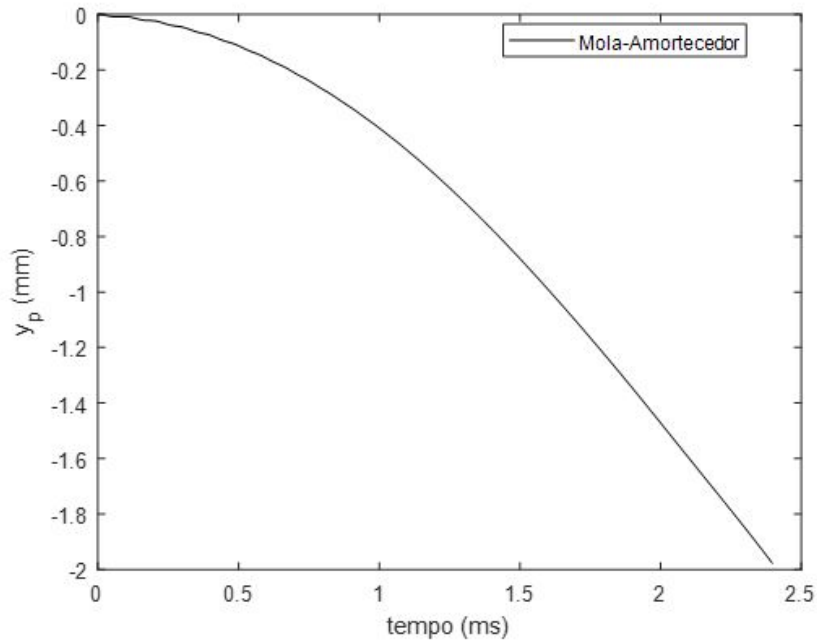


FIG. 5.6: Gráfico do deslocamento vertical do projétil.

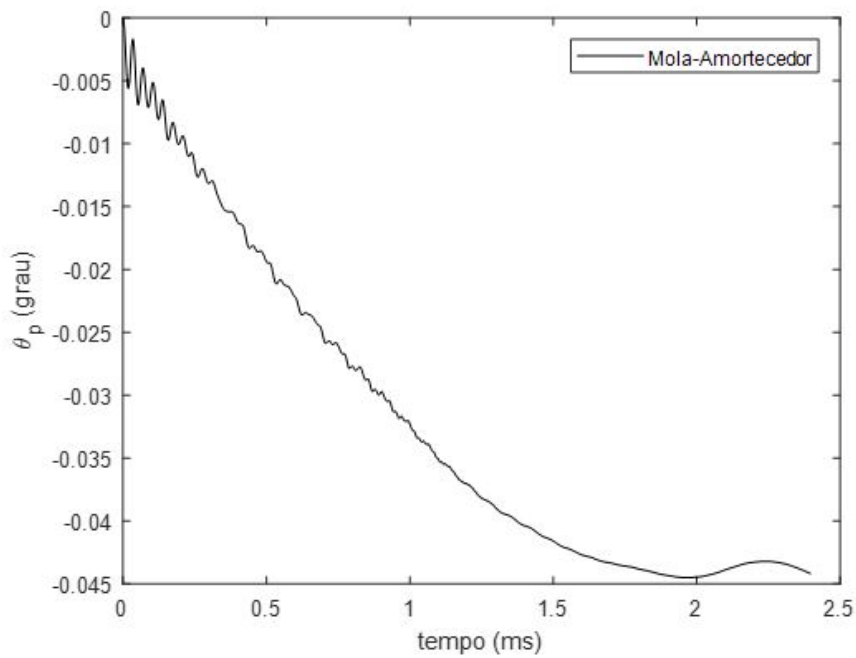


FIG. 5.7: Gráfico do ângulo que o projétil forma com a horizontal em função do tempo.

A Fig. 5.8 mostra a evolução da velocidade angular dentro do tubo ao longo do tempo. É possível perceber graficamente o efeito dos amortecedores nesse modelo com a diminuição da velocidade angular ao longo do tempo, sendo que essa se aproxima de zero em cerca de $t = 2ms$.

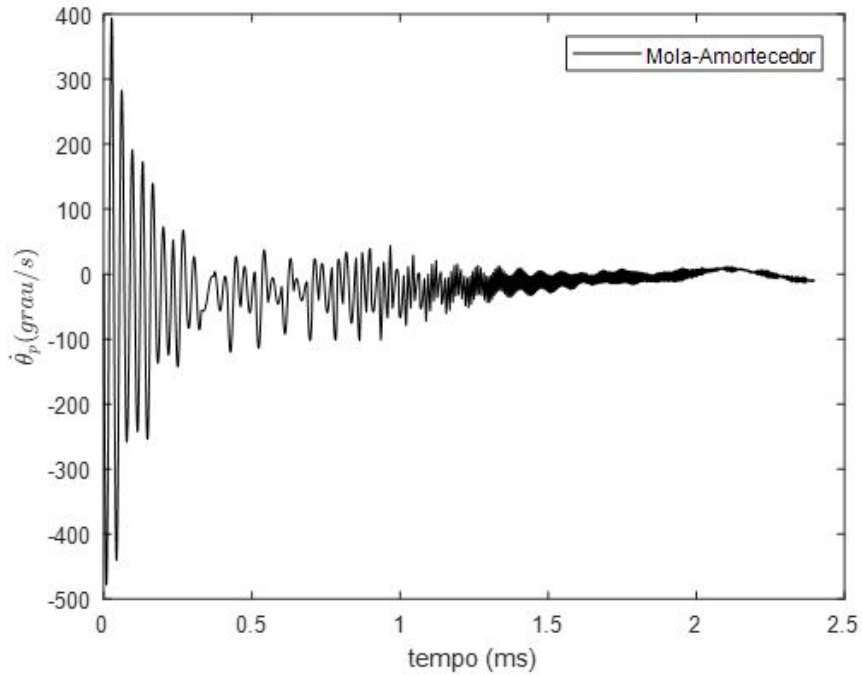


FIG. 5.8: Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo.

5.3 MODELO DE HUNT E CROSSLEY

As Figs. 5.9, 5.10 e 5.11 representam, respectivamente, o deslocamento vertical, o ângulo de inclinação e a velocidade angular do projétil para o modelo Hunt e Crossley. Uma análise comparativa mais aprofundada é realizada na seção 5.4. No que diz respeito ao deslocamento vertical (Fig. 5.9), novamente, não há muita diferença em relação ao modelo Mola, visto que o projétil continua seguindo a linha neutra do tubo.

A Fig. 5.10 representa o deslocamento angular do projétil e nele pode notar-se que a amplitude de oscilação não diminui com o tempo, porém sua frequência não é elevada.

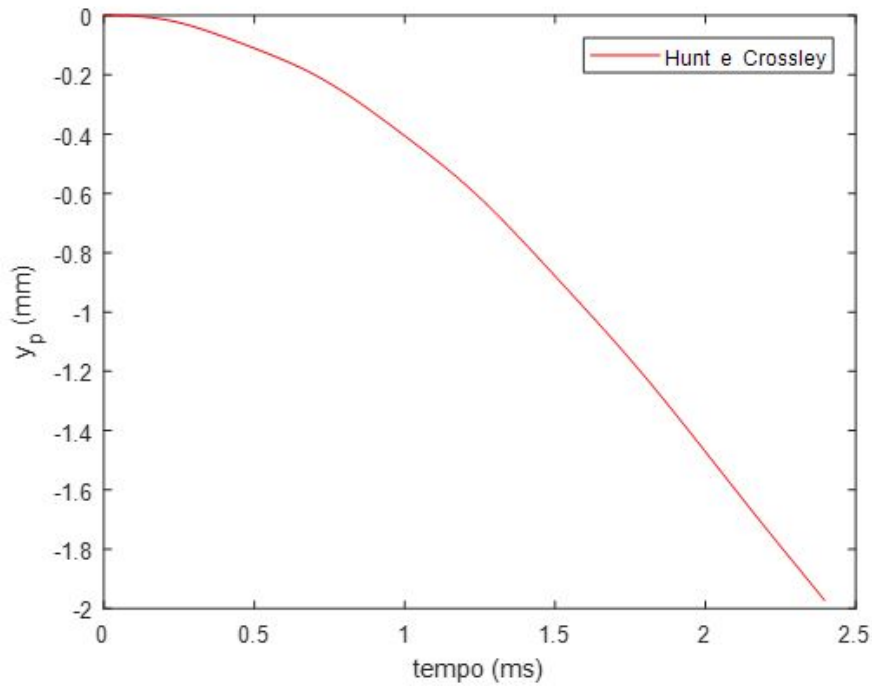


FIG. 5.9: Gráfico do deslocamento vertical do projétil.

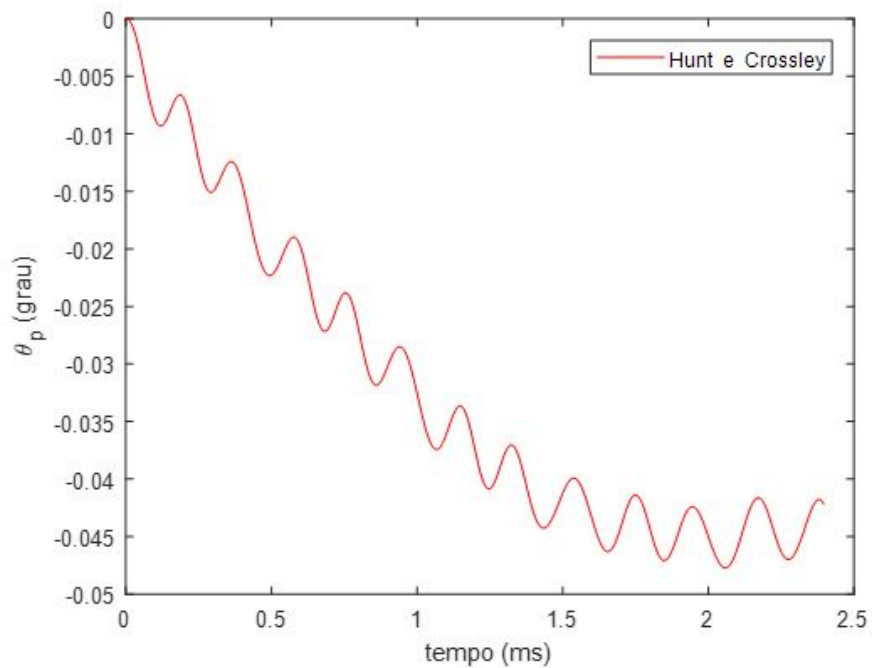


FIG. 5.10: Gráfico do ângulo que o projétil forma com a horizontal em função do tempo.

Como se pode perceber, no modelo de Hunt e Crossley a amplitude de oscilação do ângulo do projétil não se alterou, apesar de a formulação desse modelo apresentar um termo de amortecimento, conforme a equação 2.4. Tal fato se deve à ordem de grandeza desse termo ser

muito baixa quando comparada ao termo correspondente do modelo mola-amortecedor, devido ao produto de δ com $\dot{\delta}$, resultando em pouca influência, conforme evidenciado na Tab. 5.1. Além disso, existe ainda a baixa ordem de grandeza de c_c quando comparado a k_c .

TAB. 5.1: Ordem de grandeza das variáveis dos modelos Mola-Amortecedor e Hunt e Crossley.

	Mola-Amortecedor	Hunt e Crossley
k_c	10^9	10^9
c_c	10^3	10^3
δ	10^{-5}	10^{-5}
$\dot{\delta}$	10^{-1}	10^{-1}
Formulação	$F_n = k_c\delta + c_c\dot{\delta}$	$F_n = k_c\delta^{1,3} + c_c\delta^{1,3}\dot{\delta}$
	$OG(c_c\dot{\delta}) = 10^2$	$OG(c_c\delta^{1,3}\dot{\delta}) = 10^{-4,5}$

No que diz respeito ao gráfico de velocidade angular do projétil, as mesmas características citadas para o gráfico de deslocamento angular do projétil são observadas na Fig. 5.11.

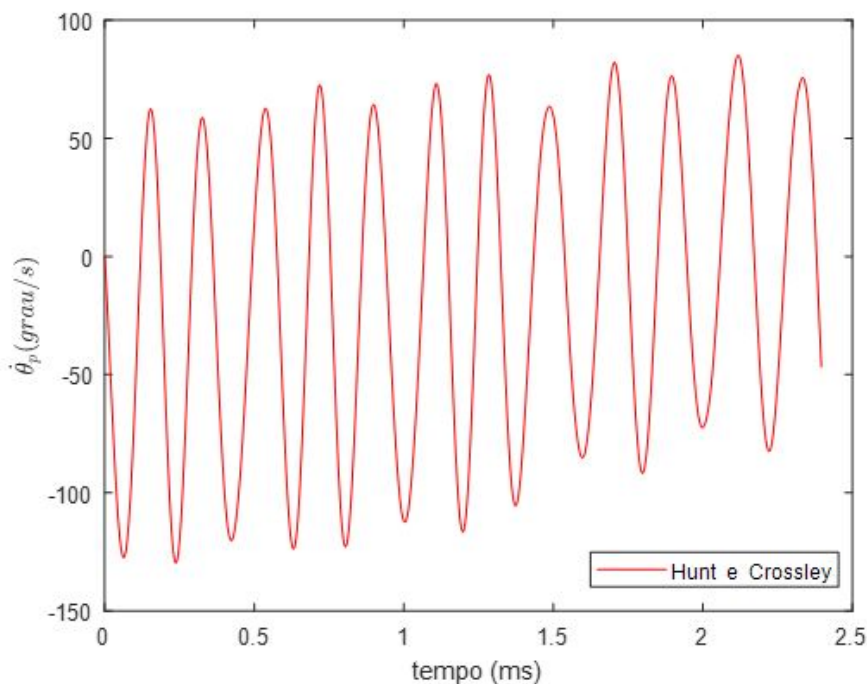


FIG. 5.11: Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo.

5.4 ANÁLISE COMPARATIVA

As Figs. 5.12, 5.13 e 5.14 comparam os gráficos de posição horizontal do projétil obtidas pelo PRODAS e pela simulação do presente trabalho, para os três modelos. Lembra-se que o deslocamento longitudinal do C.G. do projétil tem início em uma posição avançada, a qual

corresponde ao engaste do tubo, ou seja, a contagem do tempo se inicia em uma posição em que a velocidade do projétil, bem como a pressão no tubo são não nulas (3.10). Observa-se também que a posição final do projétil nos três modelos é menor que a do PRODAS, isso porque a condição de parada do programa ocorre quando a cinta de turgência alcança a boca do tubo. Logo, o centro de gravidade do projétil não atinge o final do tubo na simulação. Finalmente, é possível verificar que as curvas de deslocamento estão bastante próximas. Isso se deve, em grande parte, ao fato de se utilizar a mesma curva de pressão do PRODAS nesse trabalho. Assim, as diferenças que poderiam surgir seriam causadas pelos diferentes modelos das forças de atrito. O fato de as curvas serem semelhantes permite concluir que as forças de atrito modeladas no capítulo 3 são consistentes.

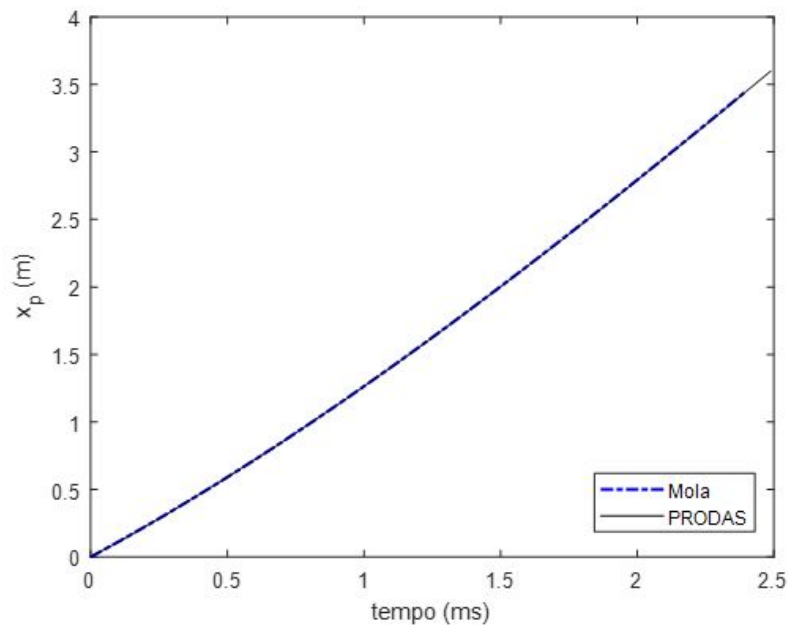


FIG. 5.12: Comparação das curvas de deslocamento horizontal do projétil obtidas na simulação e no PRODAS.

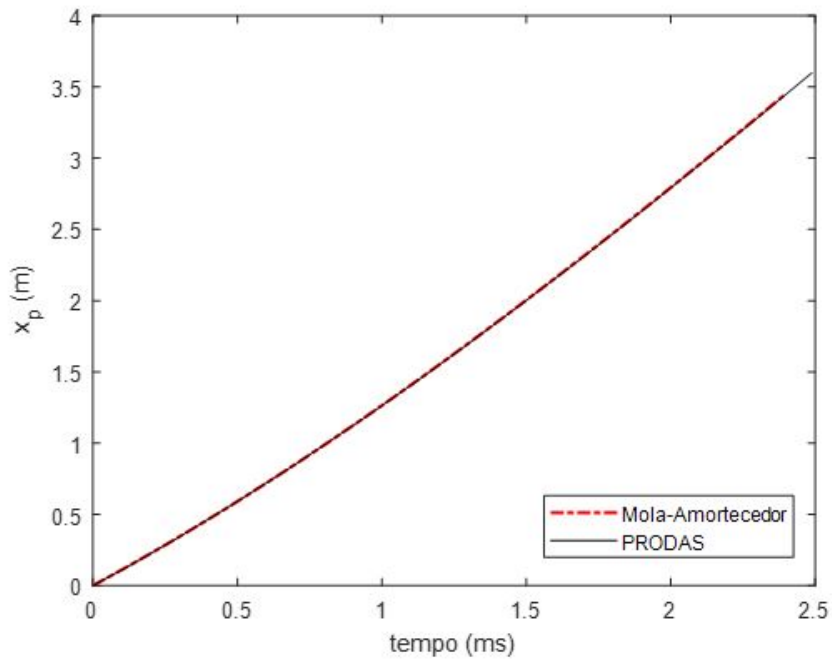


FIG. 5.13: Comparação das curvas de deslocamento horizontal do projétil obtidas na simulação e no PRODAS.

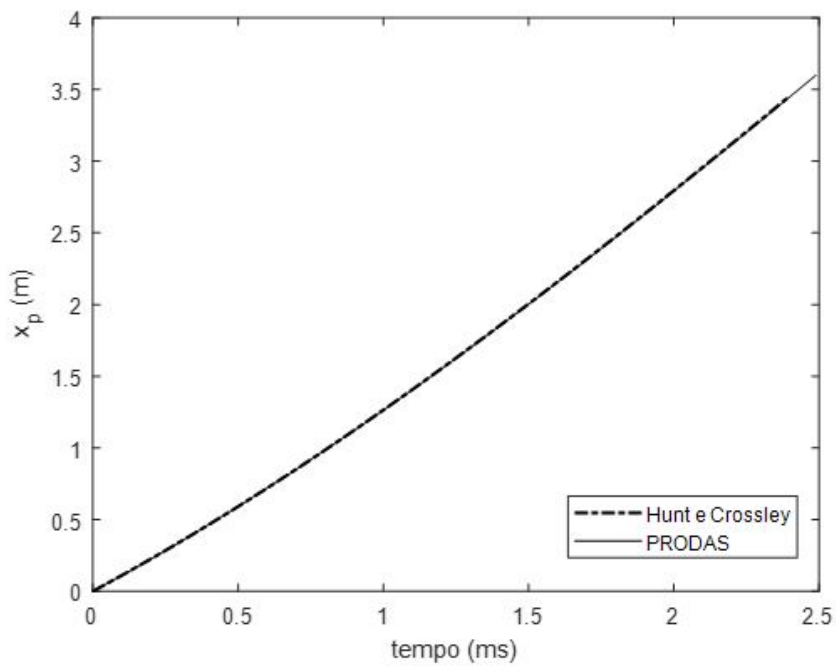


FIG. 5.14: Comparação das curvas de deslocamento horizontal do projétil obtidas na simulação e no PRODAS.

As Figs. 5.15, 5.16 e 5.17 apresentam as curvas de velocidade do projétil em função do tempo obtidas pelo PRODAS e pelo presente trabalho, para cada modelo. A velocidade do

início da simulação é não-nula, apresentando o valor de 1087m/s , devido à modelagem ter início a partir da região de engastamento do tubo. Nota-se que todos os modelos desempenham curvas de velocidade bastante similares àquela obtida pelo PRODAS, havendo um aumento das velocidades à medida em que o projétil percorre o tubo. Isso se deve ao fato do atrito dos modelos propostos oferecer menor oposição ao movimento que aquele utilizado pelo PRODAS. Esse fato pode ser confirmado pela análise da Fig. 5.20, a qual mostra as forças de atrito resultantes dos três modelos juntamente com a do PRODAS. A curva de atrito do PRODAS foi obtida multiplicando-se a pressão de resistência fornecida pelo *software* pela área do interior do tubo. Ademais, na região após o engaste, verificou-se que tal pressão de resistência permanece constante. Nessa figura, percebe-se que todos os modelos em estudo apresentam valores médios de forças de atrito menores, em módulo, que as do PRODAS, porém o valor médio do modelo elástico aproxima-se mais deste, o que resulta em curvas de posição e velocidade do projétil também mais semelhantes às do PRODAS.

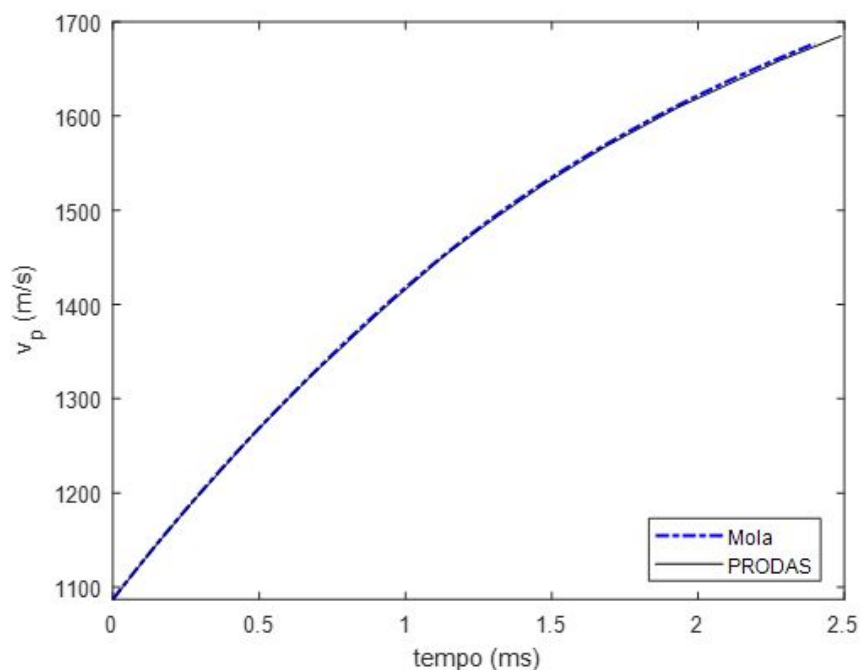


FIG. 5.15: Comparação das curvas de velocidade do projétil obtidas na simulação e no PRODAS - Modelo Elástico.

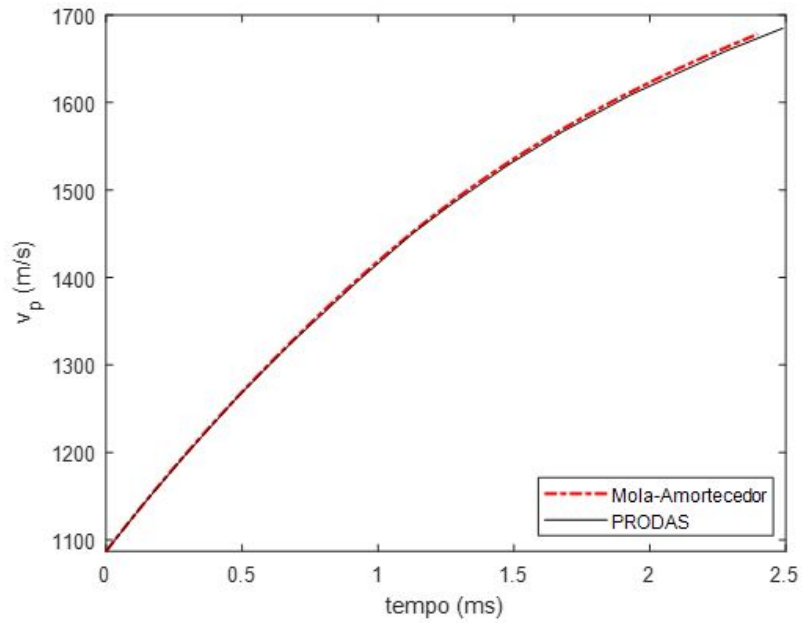


FIG. 5.16: Comparação das curvas de velocidade do projétil obtidas na simulação e no PRODAS - Modelo mola-amortecedor.

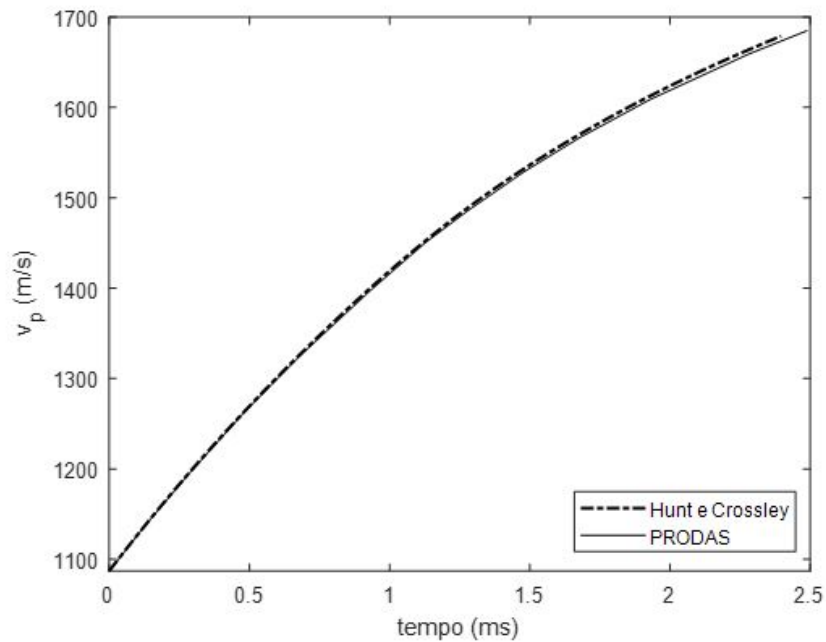


FIG. 5.17: Comparação das curvas de velocidade do projétil obtidas na simulação e no PRODAS - Modelo Hunt e Crossley.

Nas Figs. 5.18 e 5.19, é possível observar os erros relativos dos três modelos utilizados no trabalho (Mola, Mola-Amortecedor, Hunt e Crossley) comparado com o obtido no software PRODAS. O comportamento das curvas é parecido em ambas as figuras, visto que a figura

XXX pode ser entendida como a integral da figura YYY. Das figuras, é notável que o modelo que mais se aproxima do PRODAS é o Mola, seguido pelo Mola-Amortecedor e o que mais se afasta é o modelo de Hunt e Crossley e isso pode ser constatado na Fig. 5.18, onde as forças de atrito são exibidas e a que mais se aproxima do PRODAS, na média, é a curva do modelo Mola. Além disso, é importante ressaltar que o modelo de Hunt e Crossley é o que mais se afasta, porém, seu erro não ultrapassa 0,5% nas duas figuras apresentadas.

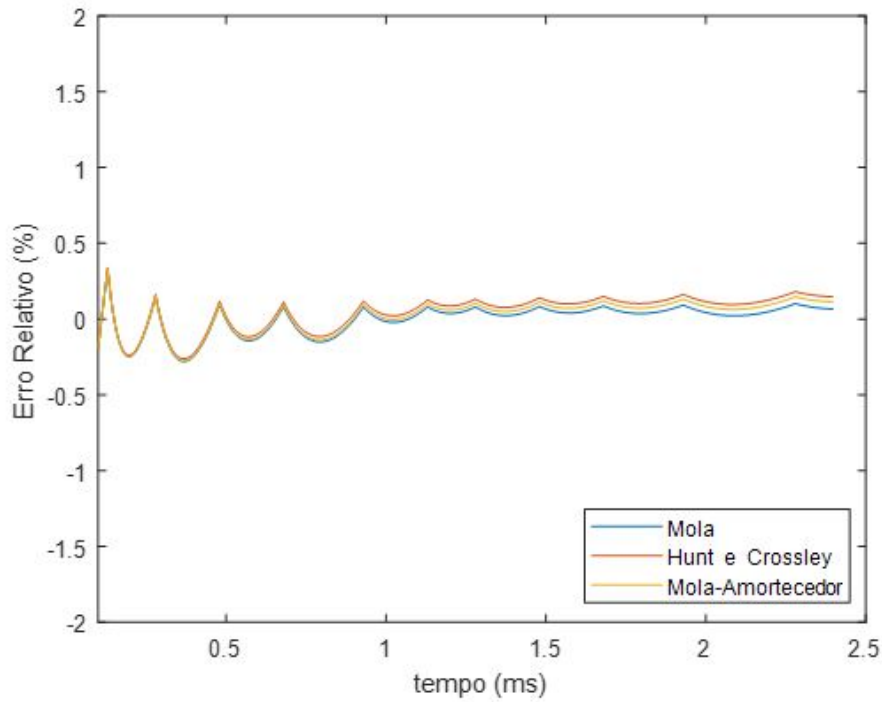


FIG. 5.18: Erro relativo do deslocamento longitudinal do projétil - comparação dos modelos x PRODAS.

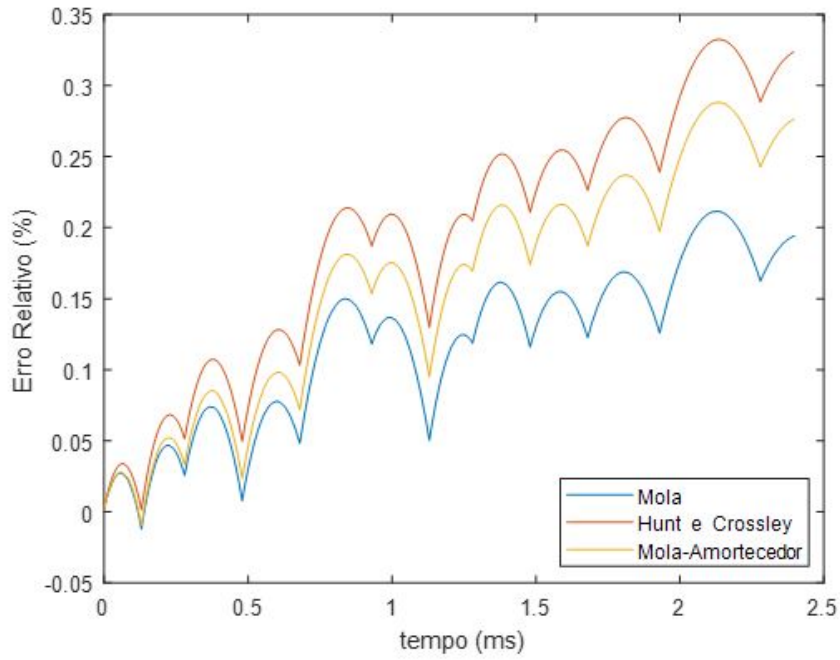


FIG. 5.19: Erro relativo da velocidade longitudinal do projétil - comparação modelos x PRODAS.

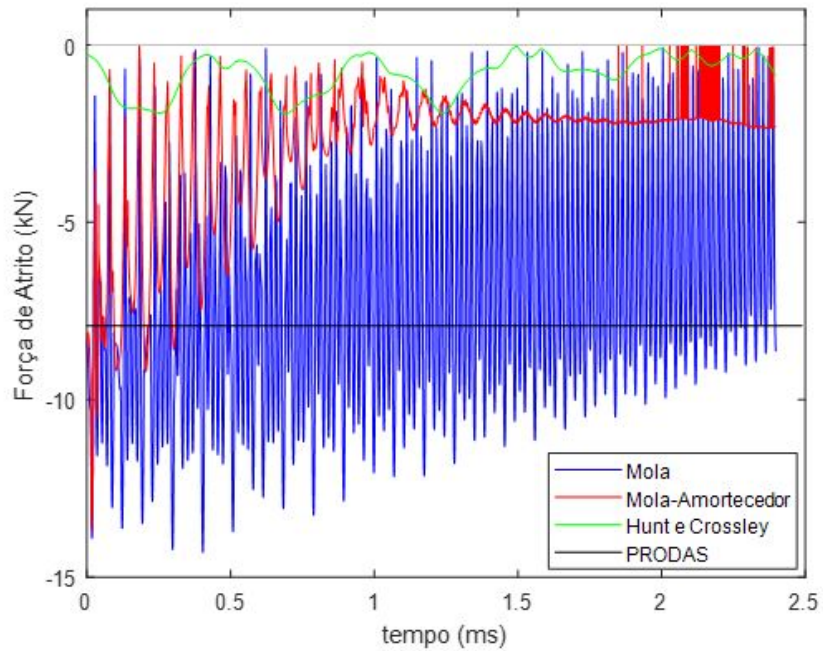


FIG. 5.20: Gráfico comparativo das forças de atrito consideradas nos diferentes modelos e no PRODAS.

Diante do exposto, isto é, a partir da semelhança entre as curvas de posição e velocidade do projétil geradas pelos modelos em estudo com as do PRODAS aliado, ainda, à verificação de

que as forças de atrito possuem mesma ordem de grandeza do referido software, conclui-se que os modelos em estudo encontram-se adequados em relação ao modelo de atrito considerado.

Por fim, é possível comparar os resultados analisados para as diferentes modelagens, buscando explicitar as razões para as diferenças encontradas por meio da observação da influência de cada parâmetro. Assim, pode-se chegar a um consenso sobre qual modelo apresenta melhor aplicabilidade em determinada condição do problema analisado, ou seja, dependendo da situação pode ser mais oportuno utilizar um dos modelos com um certo conjunto de valores das variáveis presentes.

Nas Figs. 5.21 e 5.22, é possível observar os gráficos do ângulo de inclinação do projétil e da velocidade angular para os três modelos comparativamente. Em relação ao gráfico do ângulo do projétil (Fig. 5.21), vale destacar que as amplitudes de oscilação dos modelos Mola e Hunt e Crossley são parecidas, porém a frequência é muito mais acentuada para o modelo Mola. As amplitudes de oscilação começam com valores elevados, e, pouco depois do instante inicial, a amplitude do modelo Mola-Amortecedor começa a decrescer de forma constante e contínua de modo que em $t = 1,5ms$, a amplitude é bem próxima de zero. Esse comportamento é esperado para o modelo Mola-Amortecedor visto que o fator de amortecimento é a razão da diminuição da amplitude ao longo do tempo.

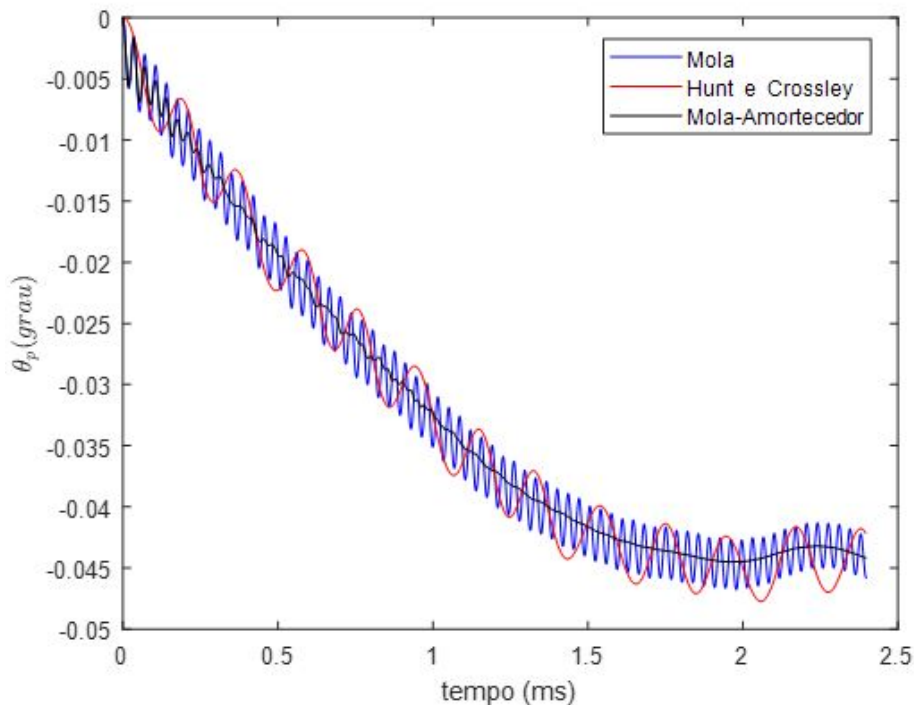


FIG. 5.21: Gráfico comparativo do ângulo de inclinação do projétil de acordo com os três modelos adotados.

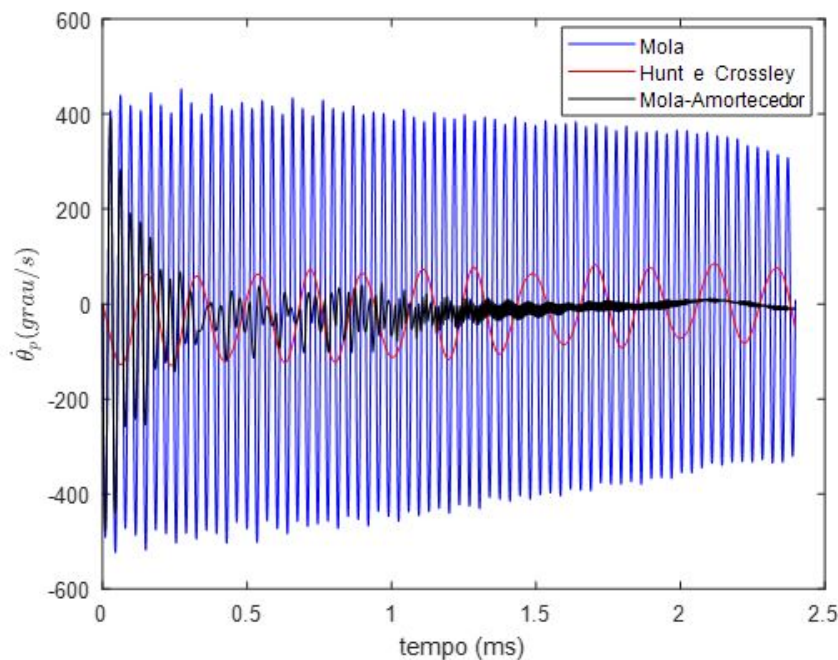


FIG. 5.22: Gráfico comparativo da velocidade angular do projétil de acordo com os três modelos adotados.

Em relação ao gráfico da velocidade angular do projétil (Fig. 5.22), a diferença entre os modelos é muito mais discrepante que no gráfico do deslocamento angular do projétil. Assim como na análise anterior, as amplitudes dos modelos Mola e Hunt e Crossley não se alteram ao longo do tempo, porém a amplitude de oscilação do modelo Hunt e Crossley é menor que no modelo Mola e com a diferença que ela já começa com um valor atenuado. Além disso, o modelo Mola-Amortecedor se comporta de forma análoga ao que acontece na Fig. 5.22, amplitudes parecidas com as do modelo Mola nos instantes iniciais e uma diminuição não-linear ao longo do tempo devido à presença do amortecedor no modelo.

Ao se compararem os gráficos de posição horizontal, posição vertical e velocidade do projétil para todos os modelos estudados, inclusive o do PRODAS, verifica-se que há uma grande concordância de valores. Tal fato confere credibilidade ao modelo desenvolvido.

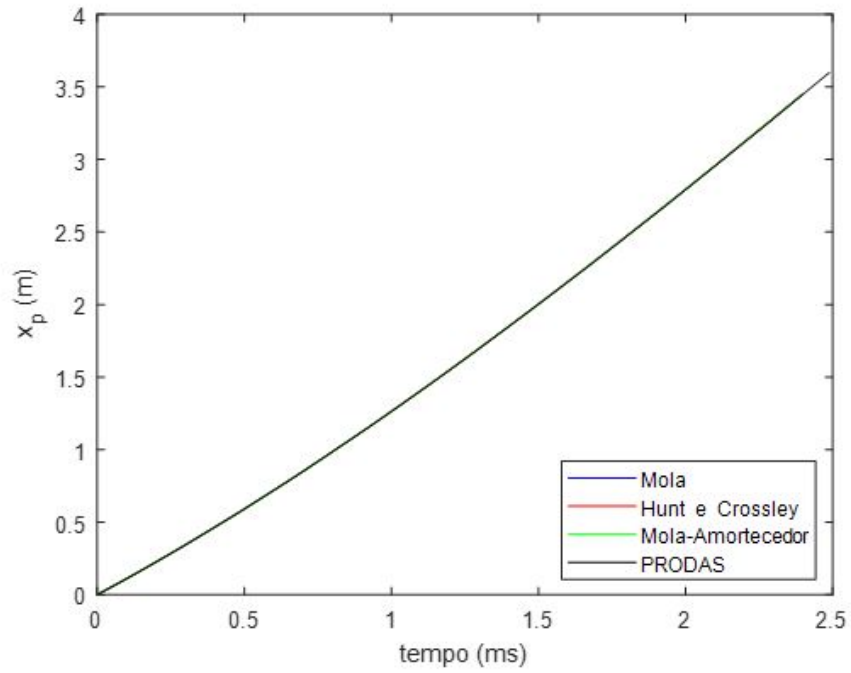


FIG. 5.23: Gráfico comparativo da posição horizontal do projétil de acordo com os três modelos adotados.

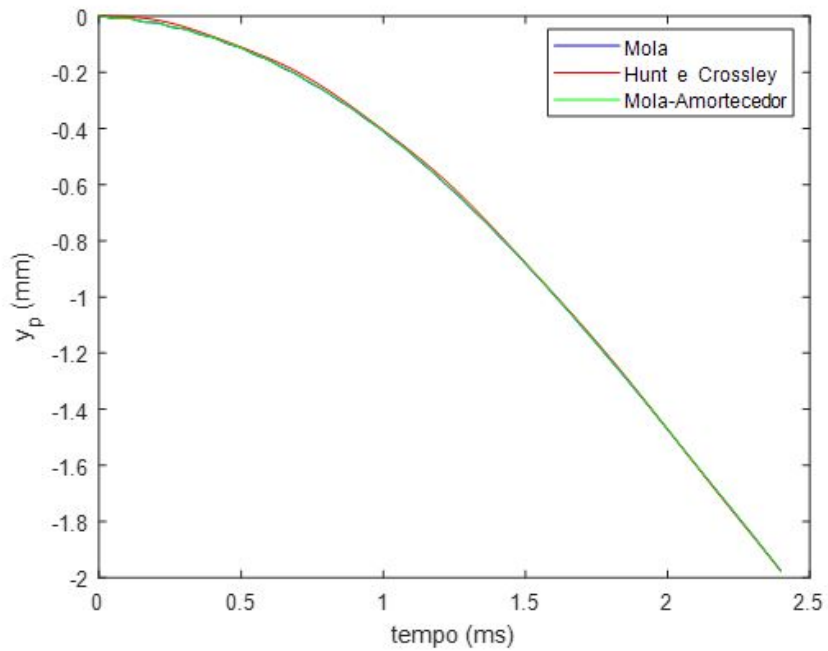


FIG. 5.24: Gráfico comparativo da posição vertical do projétil de acordo com os três modelos adotados.

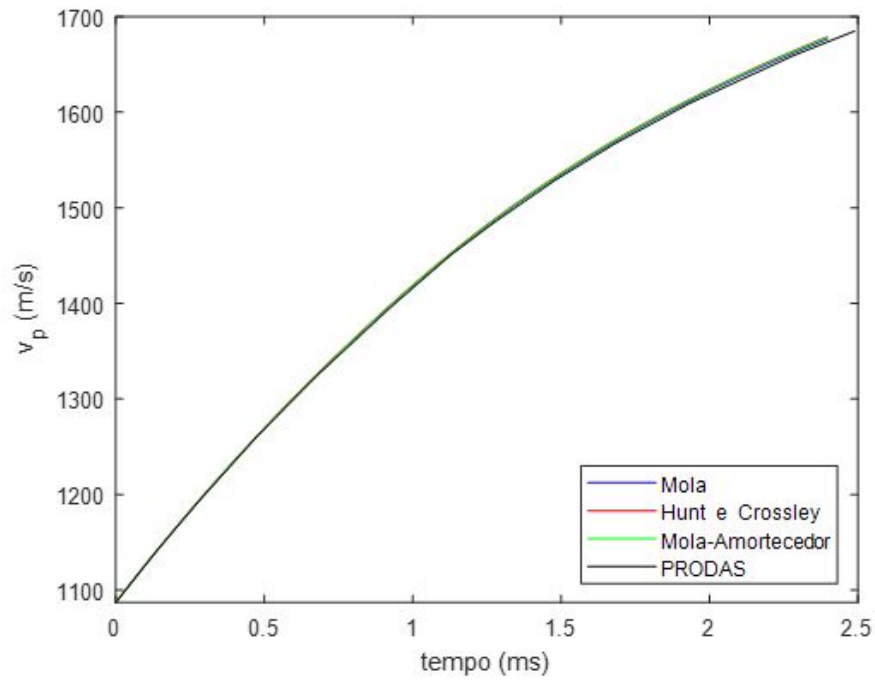


FIG. 5.25: Gráfico comparativo da velocidade do projétil de acordo com os três modelos adotados.

A título de ilustração, a Fig. 5.26 mostra o comportamento da linha neutra do tubo em três instantes de tempo distintos. Nota-se que as forças de contato provocam mudanças significativas na curvatura do tubo. Esse esquema representa, com boa aproximação, o efeito provocado no formato da linha neutra do tubo para todos os modelos considerados.

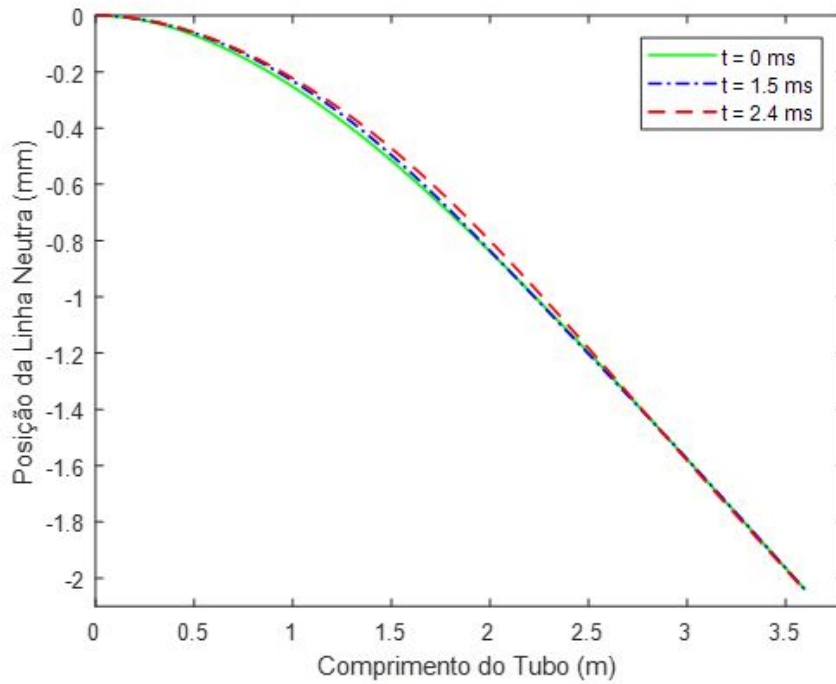


FIG. 5.26: Representação da linha neutra do tubo em diferentes instantes de tempo.

Por fim, a Tab. 5.1 mostra os resultados elencados como principal objetivo deste trabalho. Nota-se que os valores de ângulo de inclinação do tubo e ângulo de inclinação do projétil estão coerentes entre si, apresentando valores próximos.

TAB. 5.2: Valores obtidos para as grandezas de interesse.

	mola	mola-amortecedor	Hunt e Crossley
$\theta_{tubo}(graus)$	-0,044049	-0,044597	-0,044541
$\theta_{proj\tilde{e}til}(graus)$	-0,045815	-0,044189	-0,042157
$\dot{\theta}_{proj\tilde{e}til}(graus/s)$	7,912172	-8,879720	-46,740975

6 POSSÍVEIS SOLUÇÕES PARA O BATIMENTO EM TUBOS DE ARMAS PESADAS

6.1 SOLUÇÕES APONTADAS PELA LITERATURA

Uma vez que o problema do batimento já fora estudado em diversos trabalhos de referência que tratam do assunto sob diferentes pontos de vista, algumas soluções típicas já foram propostas no sentido de atenuar os efeitos desse fenômeno em tubos de armamento pesado. Assim, algumas dessas soluções podem ser adotadas, de maneira qualitativa, junto aos modelos propostos nesse trabalho, a saber:

- aplicar um aumento gradual da espessura na boca do tubo ou colocar um reforço/frete de pequena extensão, frequentemente denominado de 'tulipa', de forma a aumentar a resistência do material nessa região. Assim, pode-se reduzir o fendilhamento da boca devido às vibrações;
- otimizar as folgas e dimensões da cinta de turgência e de forçamento do projétil, minimizando falhas decorrentes do batimento;
- aplicar absorvedores passivos de vibração ao tubo, o que implica no acoplamento de um sistema massa-mola-amortecedor no local mais crítico de ocorrência de vibrações, de modo que se absorva energia e se aumente o desempenho geral da arma. A adição de absorvedores remodela a resposta de frequência do sistema, deslocando os modos ressonantes e zeros.

6.2 SOLUÇÕES OBTIDAS DA ANÁLISE NUMÉRICA

A partir dos modelos implementados computacionalmente neste trabalho, podem-se realizar simulações com o objetivo de verificar em que situações ocorre uma redução do batimento provocado pela dinâmica do conjunto tubo-munição.

O modelo escolhido para a realização das simulações foi o de Hunt e Crossley, tendo sido plotados os gráficos dos ângulos do tubo e projétil e a velocidade angular do projétil na saída do tubo para fins de comparação ao se variar um dos parâmetros importantes de projeto. Tais testes são explanados a seguir:

6.2.1 SIMULAÇÕES VARIANDO A DISTÂNCIA ENTRE AS CINTAS DO PROJÉTIL

Supõe-se que as cintas se afastam ou se aproximam do CG da munição, sendo que este não muda de posição. A Tab. 6.1 apresenta os valores das distâncias L_1 e L_2 utilizados nas simulações de I a VII, onde CT e CF designam, respectivamente, a cinta de turgência e a cinta de forçamento.

TAB. 6.1: Valores de L_1 e L_2 empregados em cada simulação.

	I	II	III	IV	V	VI	VII
$L_1(CT)$	0,09	0,09	0,09	0,07	0,11	0,07	0,11
$L_2(CF)$	0,06	0,04	0,08	0,06	0,06	0,04	0,08

I: Simulação original;

II e III: CT inalterado e CF mais próxima e mais afastada, respectivamente;

IV e V: CF inalterado e CT mais próxima e mais afastada, respectivamente;

VI: CT e CF mais próximos;

VII: CT e CF mais afastados;

As Figs. 6.1 e 6.2 apresentam, respectivamente, o ângulo do projétil e sua velocidade angular em função do tempo da condição I comparada com a original. Nota-se que a redução da distância da CF em relação ao CG reduz a frequência de batimento do projétil, isto é, as curvas de θ_p e $\dot{\theta}_p$ têm menor frequência que as curvas de referência. Isso é esperado uma vez que a simulação II consiste em encurtar a distância entre o ponto de aplicação da força de contato na CF e o centro de rotação, CG, o que resulta em um menor torque aplicado. Assim, $\ddot{\theta}_p$ é reduzido e, conseqüentemente θ_p e $\dot{\theta}_p$ tem suas frequências diminuídas. Ademais, é possível observar a redução da amplitude média do ângulo e da velocidade angular do projétil.

No que se refere aos valores de θ_p e $\dot{\theta}_p$ na boca do tubo, percebem-se mudanças significativas, como um aumento, em módulo, da velocidade angular. Porém isso depende bastante do comprimento do tubo, pois se esse fosse um pouco mais longo ou curto ou ocorressem pequenas alterações na posição longitudinal inicial de disparo, ter-se-ia como resultado mudanças significativas na magnitude de θ_p e $\dot{\theta}_p$ na boca do armamento, as quais podem variar desde zero até a maior amplitude.

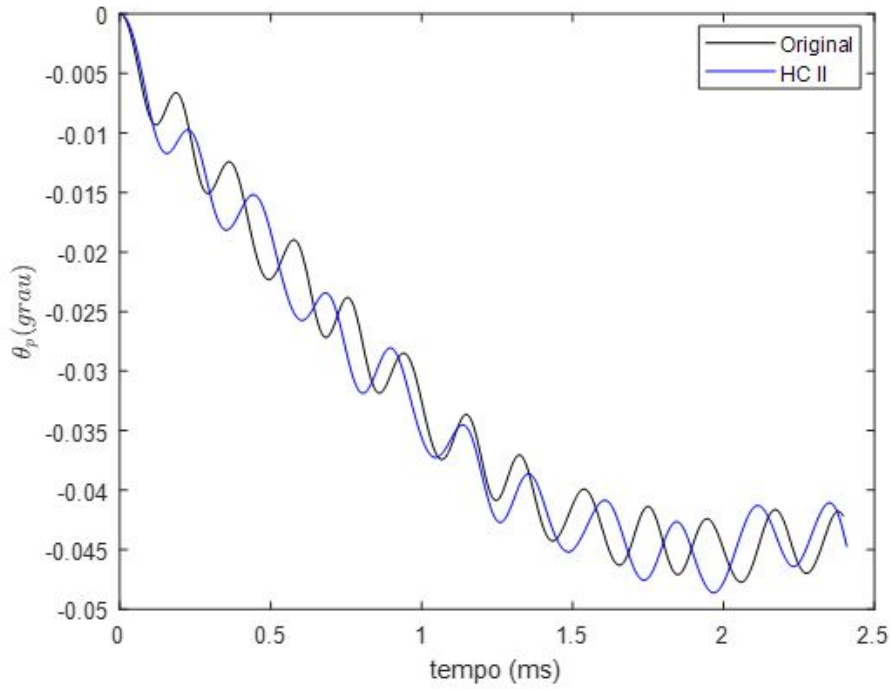


FIG. 6.1: Gráfico do ângulo do projétil em função do tempo para o caso II.

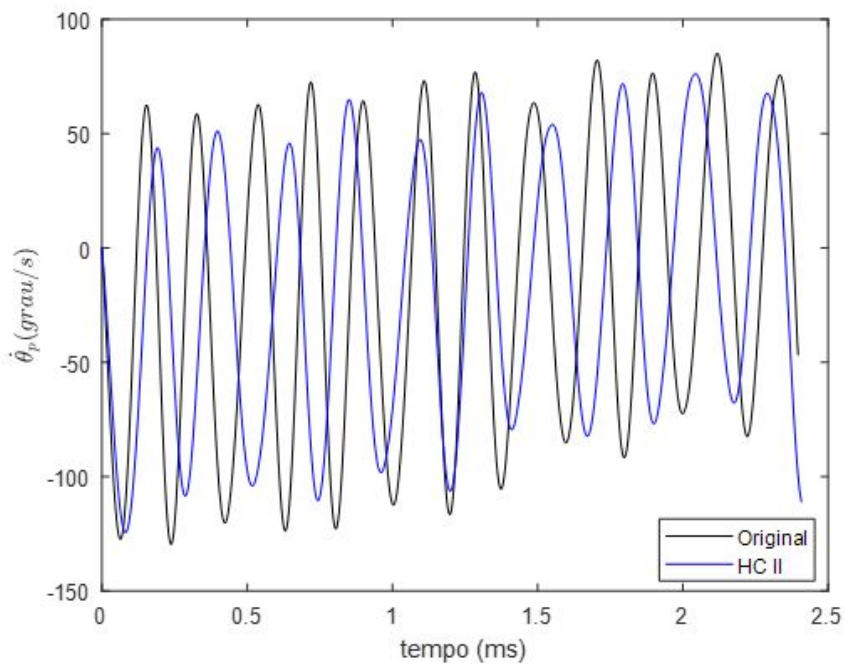


FIG. 6.2: Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo para o caso II.

As Figs. 6.3 e 6.4 contêm as curvas de θ_p e $\dot{\theta}_p$ em função do tempo para a simulação III. Inversamente ao caso II, o aumento da distância da CF em relação ao CT aumenta as frequências e magnitudes de batimento. Destaca-se que, em situações em que a frequência de batimento de

uma munição se aproxima de uma das frequências naturais de vibração do tubo, modificar as distâncias entre as cintas pode constituir uma solução ao problema.

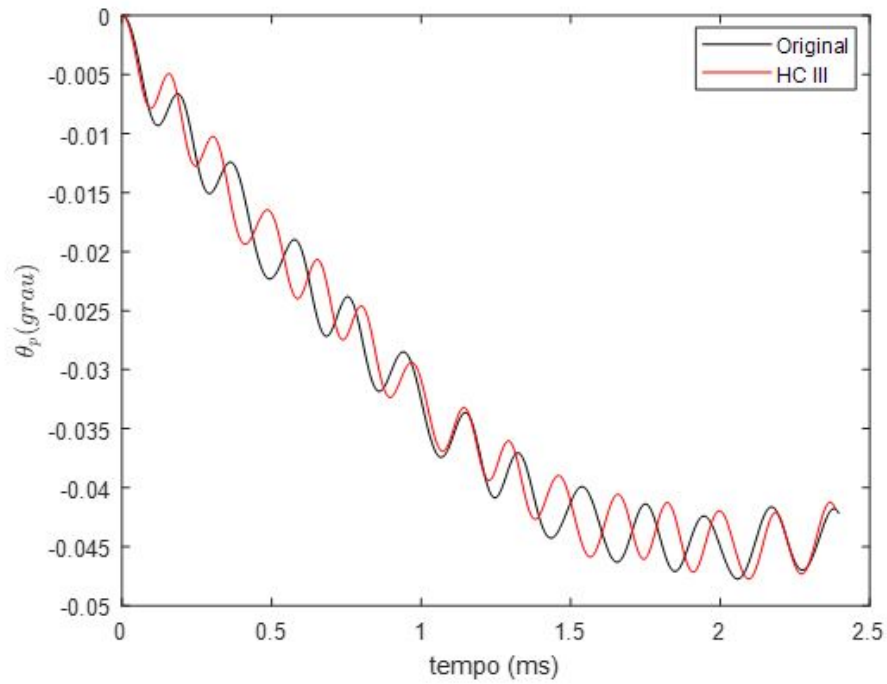


FIG. 6.3: Gráfico do ângulo do projétil em função do tempo para o caso III.

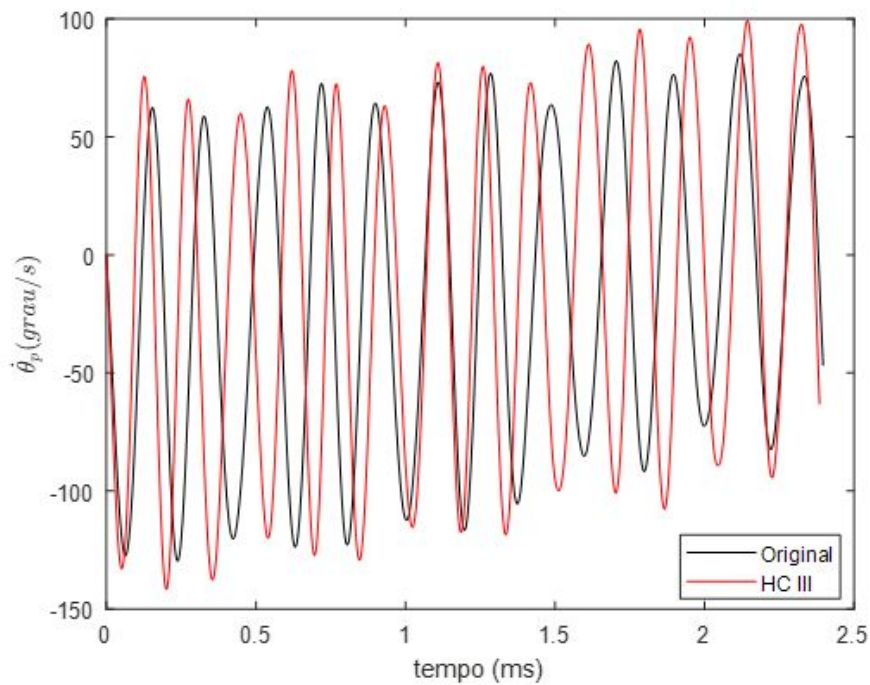


FIG. 6.4: Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo para o caso III.

As Figs. 6.5, 6.6, 6.7 e 6.8 apresentam os gráficos análogos aos anteriores, agora para

as simulações IV e V. De modo similar ao verificado para a cinta de forçamento, a redução da distância entre a CT e o CG resulta em menores frequências e magnitudes de batimento e vice-versa. É interessante notar que as reduções das magnitudes de θ_p e $\dot{\theta}_p$ para esses casos foram mais acentuadas do que os casos I e II. Isso pode ser verificado visualmente pelo fato de a cinta de turgência ser a primeira a estabelecer contato com o tubo, encontrando uma maior deformação e gerando, portanto, um maior efeito sobre o ângulo de inclinação do projétil, sobretudo quando aumenta/diminui sua distância em relação ao CG da munição. Por outro lado, observando-se apenas que uma maior distância do ponto de aplicação da força de contato em relação ao centro de rotação gera maior torque, e, conseqüentemente, maiores valores para $\ddot{\theta}_p$, $\dot{\theta}_p$ e θ_p , é possível chegar à conclusão de que um maior comprimento L1 aumenta os valores de tais parâmetros, assim como um menor comprimento L1 irá diminuir esses valores.

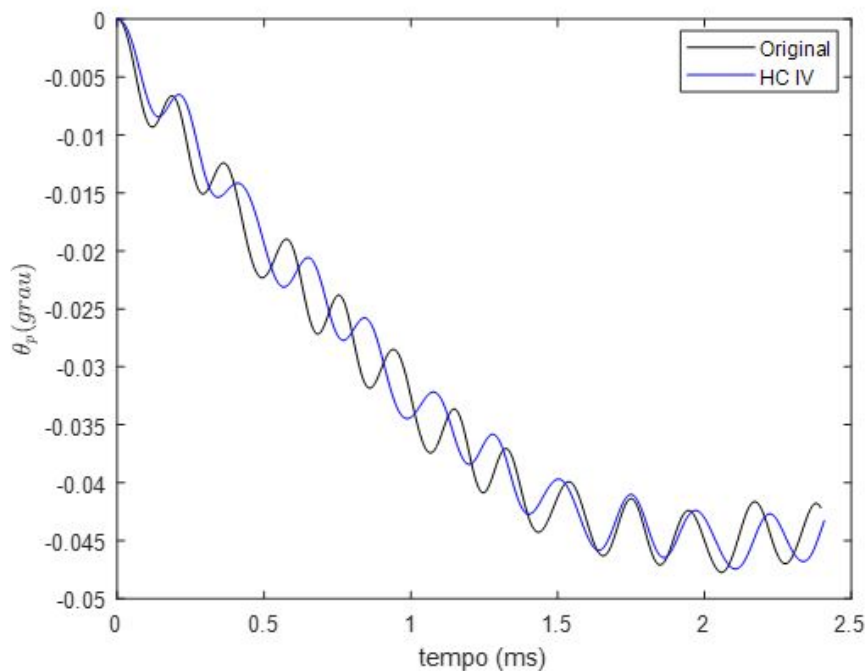


FIG. 6.5: Gráfico do ângulo do projétil em função do tempo para o caso IV.

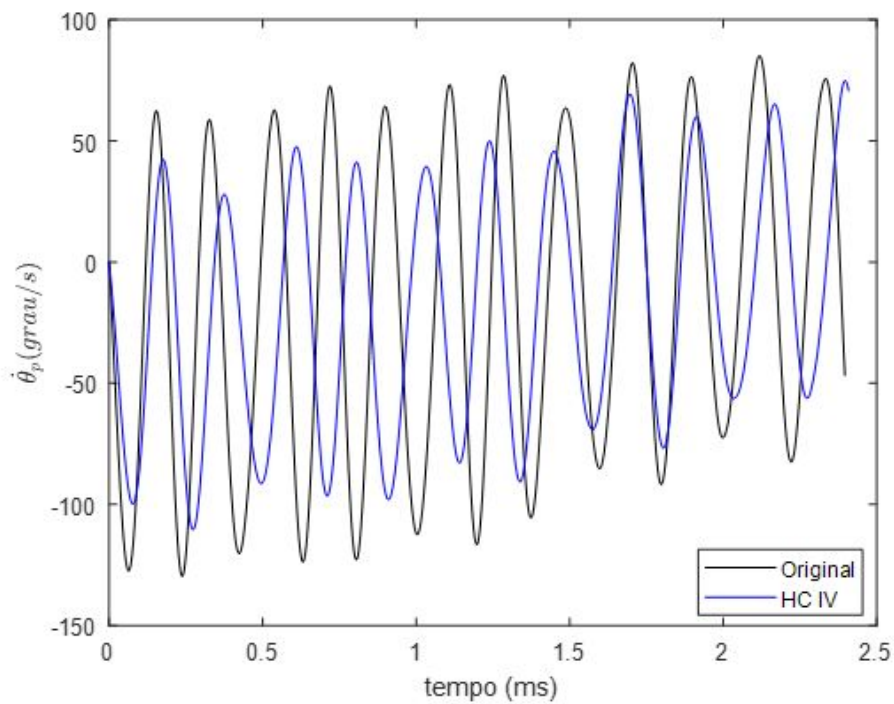


FIG. 6.6: Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo para o caso IV.

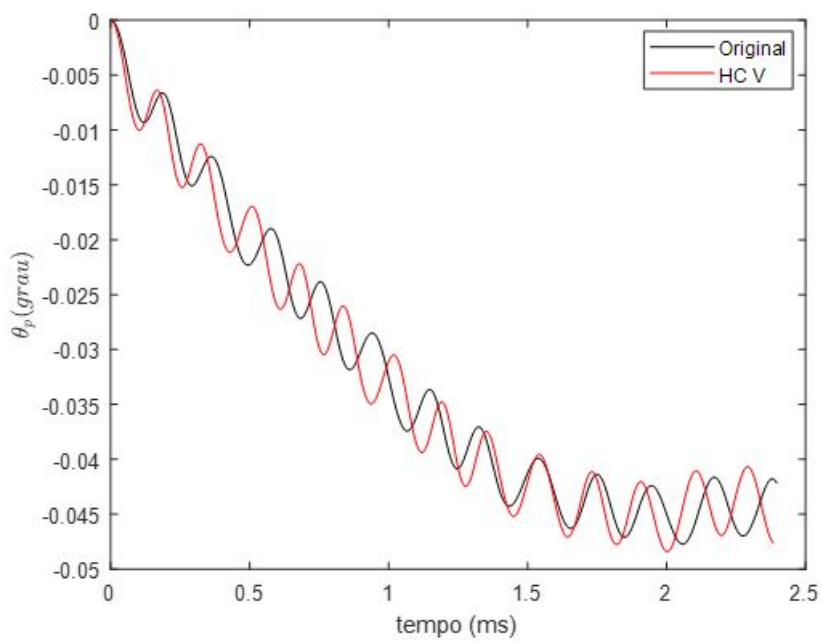


FIG. 6.7: Gráfico do ângulo do projétil em função do tempo para o caso V.

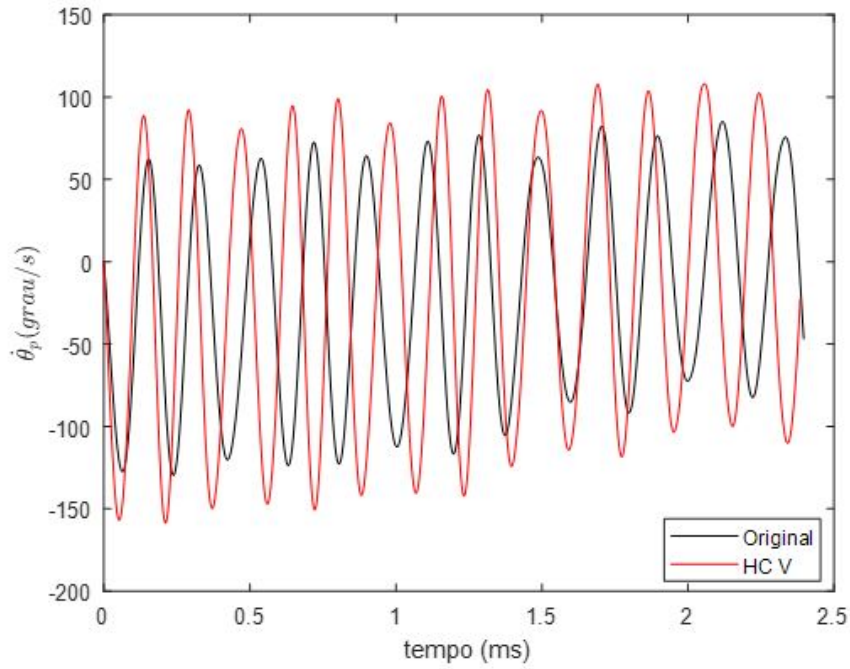


FIG. 6.8: Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo para o caso V.

As Figs. 6.9 e 6.10 retratam o efeito da diminuição e do aumento conjuntos de distância da cinta de turgência em relação à cinta de forçamento, respectivamente. Nesses gráficos, é possível visualizar de maneira mais evidente o aumento de frequência de vibração causado pelo afastamento das cintas, assim como a redução de frequência provocada pela redução da distância entre elas.

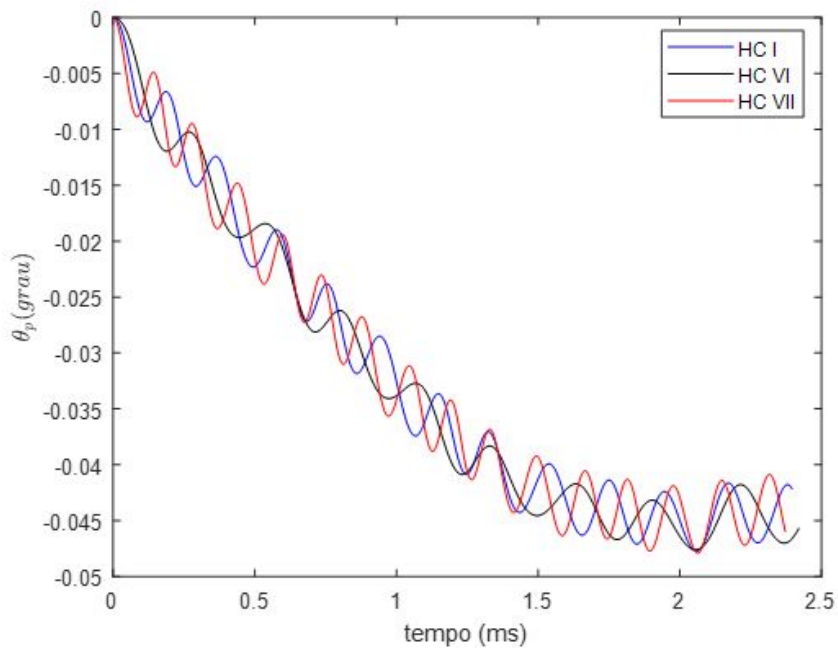


FIG. 6.9: Gráfico do ângulo do projétil em função do tempo para os casos VI e VII.

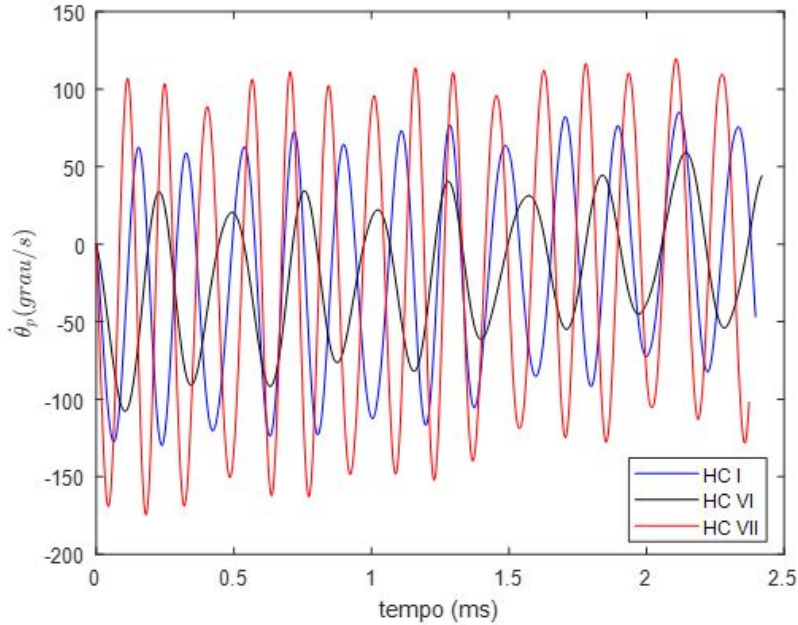


FIG. 6.10: Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo para os casos VI e VII.

A Tab. 6.2 apresenta os valores obtidos do ângulo de inclinação do projétil e da velocidade angular deste na saída pela boca do tubo. É importante notar que, conforme se observa nos gráficos obtidos, as condições iniciais de tiro influenciam em muito o resultado na saída do tubo, principalmente o comprimento do tubo. Os valores de ângulo do projétil podem ser, no entanto, determinados dentro de uma amplitude limitada.

TAB. 6.2: Valores dos parâmetros de interesse obtidos pelas simulações de I a VII.

	I	II	III	IV	V	VI	VII
θ_{proj}	-0,04215	-0,04471	-0,04177	-0,04327	-0,04762	-0,04570	-0,04597
θ_{proj}	-46,74	-110,99	-63,07	70,68	-22,55	44,09	-101,94
θ_{tubo}	-0,04454	-0,04445	-0,04461	-0,04475	-0,04445	-0,04468	-0,04442

6.2.2 SIMULAÇÕES VARIANDO AS RIGIDEZES DAS CINTAS

A análise consiste em variar as constantes de rigidez e de amortecimento das cintas. A Tab. 6.3 a seguir contém a combinação dos parâmetros ao se variar de $\pm 0,5$ e $\pm 1,0$, segundo a ordem de grandeza de cada parâmetro.

TAB. 6.3: Valores de $L1$ e $L2$ empregados em cada simulação.

	II: -1	III: -0,5	I:Original	IV: +0,5	V: +1
k_{co}	$0,764x10^{10}$	$1,264x10^{10}$	$1,764x10^{10}$	$2,264x10^{10}$	$2,764x10^{10}$
c_{co}	$0,243x10^4$	$0,743x10^4$	$1,243x10^4$	$1,743x10^4$	$2,243x10^4$
k_{ct}	$7,820x10^9$	$8,320x10^9$	$8,820x10^9$	$9,320x10^9$	$9,820x10^9$
c_{ct}	$5,174x10^3$	$5,674x10^3$	$6,174x10^3$	$6,674x10^3$	$7,174x10^3$

As Figs. 6.11, 6.12 e 6.13 retratam os ângulos e velocidades angulares do projétil em função do tempo para as simulações II e III comparados à simulação de referência (I). Sabe-se que a redução da rigidez do material contribui para a redução da força de impacto por qualquer dos modelos propostos nesse trabalho, uma vez que essas grandezas são diretamente proporcionais. Porém, materiais menos rígidos apresentam maiores deformações, fato que contribui para o aumento da força de impacto. Tem-se, assim, efeitos concorrentes no cálculo das referidas forças. No modelo de Hunt e Crossley as deformações possuem expoente (n_c) maior que 1, o que aumenta sua influência sobre a força de impacto. De acordo com a Fig. 6.11, o efeito das deformações é preponderante nesse modelo, pois a redução da rigidez do material resultou em aumento das magnitudes de θ_p e $\dot{\theta}_p$.

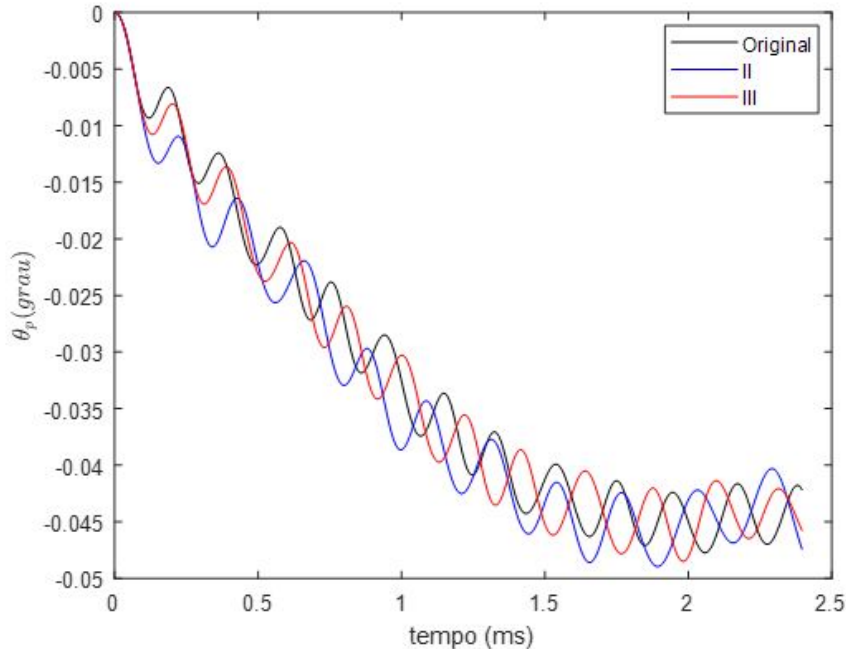


FIG. 6.11: Gráfico do ângulo do projétil em função do tempo para os casos II e III.

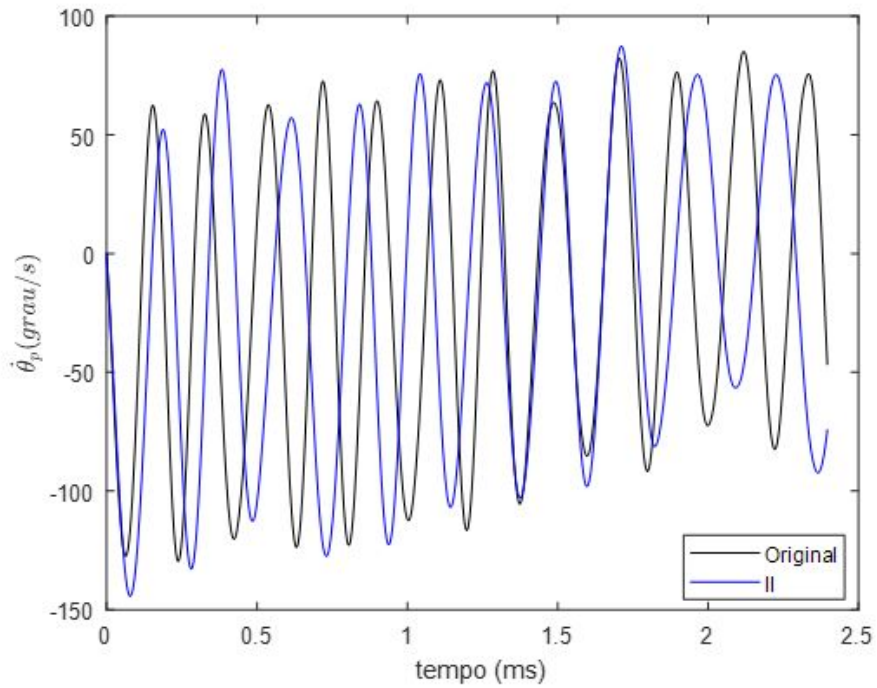


FIG. 6.12: Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo para o caso II.

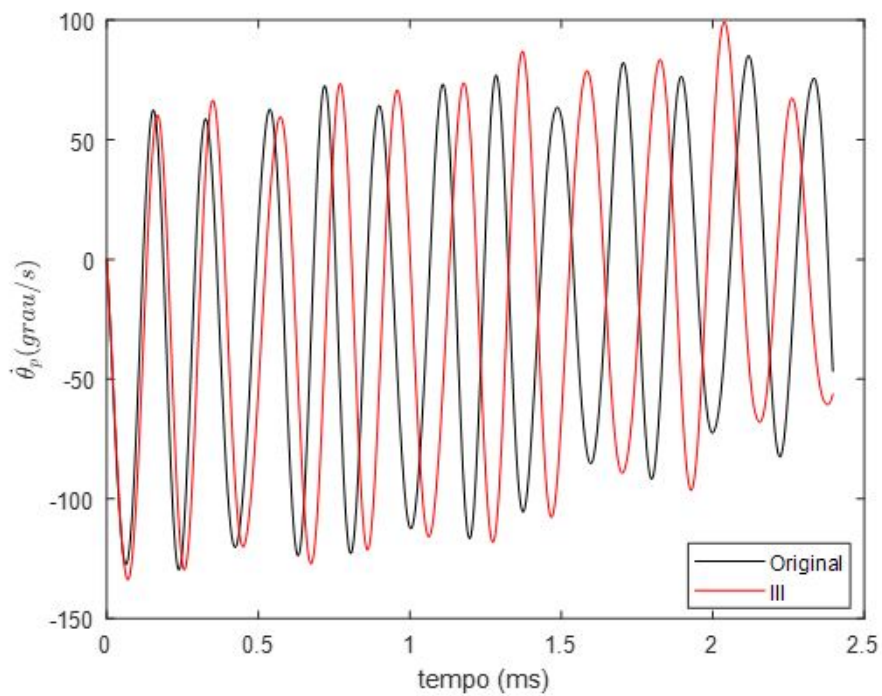


FIG. 6.13: Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo para o caso III.

As Figs. 6.14, 6.15 e 6.16 apresentam os gráficos análogos aos anteriores para as simulações IV e V. Inversamente aos casos em II e III, observa-se que o aumento da rigidez e amortecimento

implica em menores amplitudes médias e frequências de batimento. Esse resultado é de grande interesse, pois reduz os possíveis valores de inclinação do projétil na saída do armamento, o que contribui para a precisão de tiro. Porém, não se pode aumentar indefinidamente a rigidez uma vez que haveria redução considerável da vida útil do tubo.

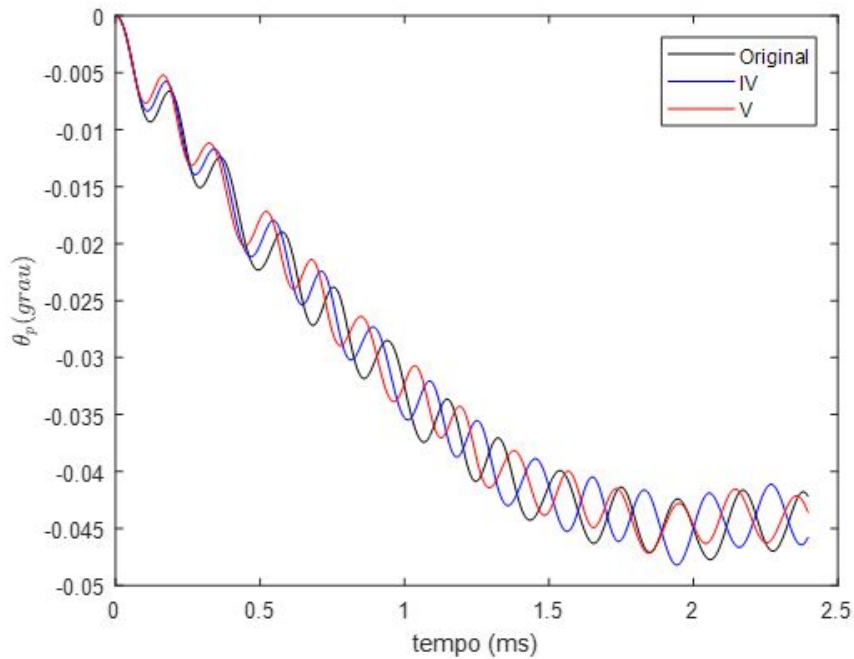


FIG. 6.14: Gráfico do ângulo do projétil em função do tempo para os casos IV e V.

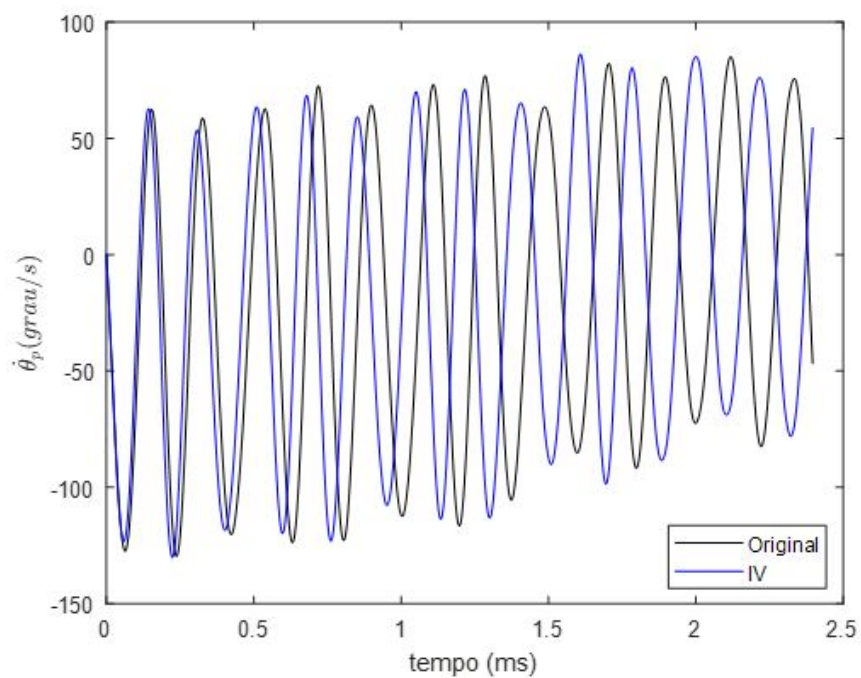


FIG. 6.15: Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo para o caso IV.

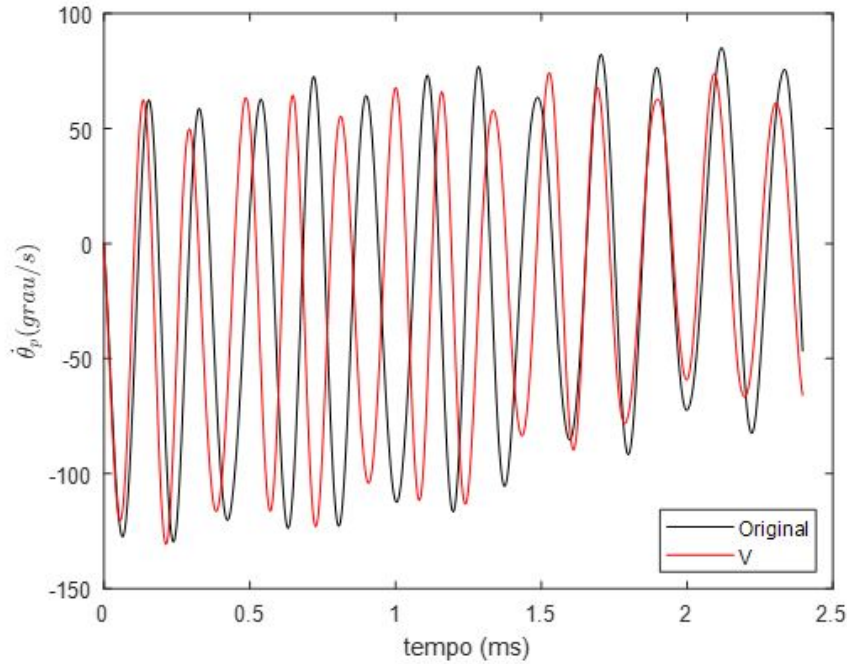


FIG. 6.16: Gráfico da velocidade angular do projétil em função do tempo para o caso V.

A Tab. 6.4 contém os parâmetros de interesse quando o projétil se apresenta na boca do armamento. Nota-se que ocorrem pequenas variações em θ_p , ao passo que $\dot{\theta}_p$ varia consideravelmente e θ_t quase não se modifica. Mais uma vez, θ_p e $\dot{\theta}_p$ estão fortemente condicionados às condições iniciais de disparo, como o comprimento do tubo, por exemplo. Já a inclinação do tubo pouco se modifica devido à sua elevada inércia.

TAB. 6.4: Valores de L1 e L2 empregados em cada simulação.

	I	II	Padrão	III	IV
θ_{proj}	-0,04741	-0,04577	-0,04216	-0,04578	-0,04358
$\dot{\theta}_{proj}$	-74,18	-56,24	-46,74	54,64	-65,97
θ_{tubo}	-0,04462	-0,04479	-0,04454	-0,04458	-0,04459

Vale destacar que a análise dos parâmetros de interesse (θ_p , $\dot{\theta}_p$ e θ_t) pode se estender aos demais modelos assim como, em cada um, é possível estudar os efeitos de seus parâmetros intrínsecos, como o expoente n_c do presente modelo. Faz-se necessário, porém, o ajuste dos modelos com dados empíricos a fim de se obter maior adequação prática. A despeito disso, conclusões bastante úteis são obtidas no estudo de uma munição APFSDS, tais como a vantagem de se reduzir a distância entre as cintas e aumentar os coeficientes de rigidez e amortecimento das mesmas.

7 CONCLUSÃO

Os aspectos apontados neste trabalho se destinam investigar a problemática das vibrações durante o disparo de um canhão e a desenvolver a teoria necessária para o desenvolvimento de uma simulação que represente a situação proposta. As principais tarefas realizadas, e apresentadas neste documento, são:

- a formulação do problema, com as suas condições de contorno;
- o resumo de trabalhos anteriores que abordaram, direta ou indiretamente, esse mesmo assunto ou requisitos para seu entendimento, apresentando o estado da arte;
- a redação de estudos básicos sobre balística e armamentos pesados;
- a modelagem em *Solidworks* da munição APFSDS a ser empregada na análise;
- a obtenção e síntese de dados numéricos e experimentais extraídos das fontes citadas, tais como o programa PRODAS;
- a determinação da modelagem de contato do conjunto tubo-munição;
- a apresentação de aspectos teóricos que relacionam o Método dos Elementos Finitos à teoria de vibração necessária para a modelagem;
- a metodologia de programação utilizada para a implementação computacional do problema e
- a apresentação e discussão dos resultados obtidos na análise.

Após a definição dos parâmetros iniciais, realizada através da aquisição de dados em diversas fontes, foi desenvolvido um código em MATLAB que simula, com boa aproximação, os efeitos provocados pelo deslocamento da munição APFSDS na alma de um canhão 120 *mm* na precisão do tiro. Tal simulação considera as modelagens de mola, mola-amortecedor e Hunt e Crossley para a interação tubo-munição.

Os resultados obtidos por todos os modelos se revelaram coerentes para as análises propostas. Dessa forma, é importante salientar que os objetivos do trabalho foram atingidos com três metodologias diferentes adotadas para resolver o problema em voga: modelagem do fenômeno de vibração em um tiro de canhão 120mm, com parâmetros para avaliação das condições

finais de realização do tiro (ângulo e velocidade angular de saída bem como deslocamento vertical do projétil).

No capítulo 6, soluções para atenuar o batimento no modelo Hunt e Crossley foram propostas em duas vertentes diferentes: qualitativas e quantitativas. Na primeira vertente, as seguintes soluções foram propostas: aplicação de uma 'tulipa', otimização de folgas ou dimensões das cintas e utilização de um absorvedor de vibrações, enquanto que no aspecto quantitativo alterou-se tamanho do *sabot*, constantes de amortecimento e rigidez das cintas de turgência e forçamento para comparação com o que foi utilizado na resolução do problema.

Os resultados obtidos são de grande importância para futuras comparações com testes realizados em campos de prova com esse tipo de armamento pesado. Como a tendência futura converge para canhões de alma lisa com calibre 120 mm, esse trabalho pode servir como referência em artigos, dissertações e teses que estão por vir nesse campo de atuação. Podem-se destacar as seguintes linhas de ação como sugestões para trabalhos futuros:

- avaliar os efeitos decorrentes do batimento para um tubo flexível com raiamento;
- estudar a influência do deslocamento do CG do projétil na direção vertical e na lateral;
- estudar o fenômeno considerando as cargas laterais que, neste trabalho, foram desconsideradas;
- verificar os efeitos provocados pela alteração das condições iniciais, bem como pela forma e comprimento do tubo do armamento;
- realizar a análise considerando o engrazamento da cinta de forçamento no tubo e os esforços envolvidos;
- avaliar o problema considerando outras modelagens de força de contato;

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AHMED, N.; BROWN, R. D.; HAMEED, A. Finite element modelling and simulation of gun dynamics using ansys'. *Tenth International Conference on Computer Modeling and Simulation*, 2008.
- ALLEN, D. R. Axially accelerated sabot rods subjected to lateral forces. *The University of Arizona*, 1988.
- ANSARI, K. A.; BAUGH, J. J. W. Dynamics of a balloting projectile in a moving gun tube. *U.S. Army Laboratory Command*, 1986.
- ASSOCIATES, A. T. Background on balloting & dispersion prediction via numerical simulation. 2010.
- CARLUCCI, D. E.; JACOBSON, S. S. *Ballistics : Theory and Design of Guns and Ammunition*. [S.l.: s.n.], 2008.
- DEFESANET. 2018. Disponível : www.defesanet.com.br. [capturado em 25 abr. de 2018].
- ESEN, I.; KOÇ, M. A. Dynamic response of a 120 mm smoothbore tank barrel during horizontal and inclined firing positions. *Latin American Journal of Solids and Structures, version 2.0 [online]*, 2015. Disponível: <http://dx.doi.org/10.1590/1679-78251576>. [capturado em 05 jul. 2018].
- GRUZMAN, M. Apostila do curso de vibrações mecânicas e acústica. 2017.
- HERTZ, H. Über die berührung fester elastischer körper (on the vibration of solid elastic bodies). *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik*, n. 94, p. 156-71, 1881.
- HUNT, K. H.; CROSSLEY, F. Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 42 , p. 440 - 445, 1975.
- JUNIOR, T. M. L. Modelagem da dinâmica de um canhão de combate durante o tiro. 2015.
- KATHE, E. L. Design and validation of a gun barrel vibration absorber. *US Army Armament Research, Development and Engineering Center*, 1997.

- KUWABARA, G.; KONO, K. Restitution coefficient in a collision between two spheres. *Japanese Journal of Applied Physics* 26, v.1, n. 8, p. 1230-1233, 1987.
- LEE, R. G. Introduction to battlefield weapons systems and technology. *Royal Military College of Science*, 1985.
- MOSS, G. M.; LEEMING, D. W.; FARRAR, C. L. Military ballistics. 1996.
- RAO, S. S. Mechanical vibrations. *Prentice Hall*, 2011.
- RODRIGUES, G. S.; WEBER, H. I. Mitigação de esforços impulsivos utilizando metamateriais elásticos. *Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.*, 2017.
- RODRIGUES, G. S.; WEBER, H. I.; DRIEMEIER, L. Analytical and numerical contact force models comparison during solid elastic and plastic bodies impact. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 2018.
- SONG, Z.; SU., C. Computation of rayleigh damping coefficients for the seismic analysis of a hydro-powerhouse. *Shock and Vibration Journal*, v.2017, p. 11, 2017. Disponível: <https://doi.org/10.1155/2017/2046345>. [capturado em 07 maio de 2018].
- WILKERSON, S. The effect of initial and gun mount conditions on the accuracy of kinetic energy projectiles. *Army Research Laboratory*, p. 33, 1995.
- WU, J.-J. Transverse and longitudinal vibrations of a frame structure due to a moving trolley and the hoisted object using moving finite element. *International Journal of Mechanical Sciences*, v.50, p. 613-625, 2008.
- Z., R.; E., D. Terminal ballistics. *Springer*, 2012.