

**MINISTÉRIO DA DEFESA  
EXÉRCITO BRASILEIRO  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA E DE  
ARMAMENTO**

**EDUARDO WILLRICH PADILHA PADOVANY**

**ANÁLISE TÉRMICA COMPUTACIONAL DE UM MÍSSIL**

**RIO DE JANEIRO  
2022**

EDUARDO WILLRICH PADILHA PADOVANY

ANÁLISE TÉRMICA COMPUTACIONAL DE UM MÍSSIL

Projeto de Final de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica e de Armamento do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica e de Armamento.

Orientadora: Bruna Rafaella Loiola, D.Sc.

Rio de Janeiro

2022

## CIP - Catalogação na Publicação

Padovany, Eduardo Willrich Padilha  
Análise Térmica Computacional de um Míssil /  
Eduardo Willrich Padilha Padovany. – Rio de  
Janeiro, 2022.  
71 f.

Orientador: Bruna Rafaella Loiola.

Projeto Final de Curso (graduação) – Instituto  
Militar de Engenharia, Bacharel em Engenharia  
Mecânica e de Armamento, 2022.

1. Míssil Balístico. 2. Armamento. 3.  
Transmissão de Calor. 4. Escoamento Compressível.  
5. Análise Numérica. I. Loiola, Bruna Rafaella,  
orient. II. Título

**EDUARDO WILLRICH PADILHA PADOVANY**

## **Análise Térmica Computacional de um Míssil**

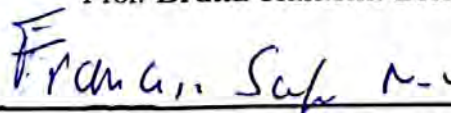
Projeto de Final de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica e de Armamento do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica e de Armamento.

Orientadora: Bruna Rafaella Loiola.

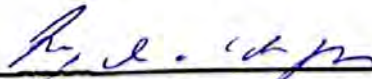
Aprovada em 6 de outubro de 2022, pela seguinte banca examinadora:



Prof. Bruna Rafaella Loiola - D.Sc. do IME



Prof. Francesco Scofano Neto - D. Sc. do IME



Prof. Rodrigo Otávio de Castro Guedes - Ph. D. do IME

Rio de Janeiro

2022

## AGRADECIMENTOS

Os agradecimentos principais são direcionados à Bruna Rafaella Loiola, orientadora do trabalho, pela paciência e todo o apoio fornecido durante o estudo do mesmo e aos meus amigos e familiares por todo o suporte oferecido durante o ano de confecção deste projeto.

*”Não existe triunfo sem perda,  
não há vitória sem sofrimento,  
não há liberdade sem sacrifício”.*  
*(J. R. R. Tolkien)*

## RESUMO

A evolução de mísseis balísticos tem se tornado crucial para a defesa dos países. Sendo assim, torna-se necessário que o Exército Brasileiro possa acompanhar a revolução tecnológica que está ocorrendo. Um fator importante a ser validado durante a fabricação de um míssil é a temperatura que o mesmo atinge durante sua trajetória, visto que existem componentes eletrônicos neste tipo de armamento que podem ser sensíveis ao calor.

Sendo assim, é preciso obter um meio eficiente de analisar a temperatura e a taxa de transferência de calor em um míssil durante sua trajetória balística, principalmente com ambientes computacionais de baixo custo relativo, como é o caso do MATLAB®. Inicialmente, estudou-se outros trabalhos com a mesma finalidade deste. Após o estudo do método e das formas de transferência de calor possíveis no problema, o código principal foi criado.

Para validação do mesmo foram utilizados dados de um lançamento teórico e conhecido. Após a verificação numérica, a tabela de voo foi alterada de forma a manter as demais propriedades enquanto uma propriedade específica era variada, a fim de estudar o comportamento das propriedades térmicas do míssil durante o voo.

Para estes casos, alterou-se o ângulo de ataque, o número de Mach e a altitude a fim de verificar o comportamento da temperatura de superfície, do coeficiente de transferência de calor, da taxa de transferência de calor e da temperatura da parede adiabática em relação à essas variáveis do voo. Após a análise dos resultados, conclui-se que o coeficiente de transferência de calor é afetado de forma acentuada pela variação do ângulo de ataque, enquanto as temperaturas de parede adiabática e de superfícies são influenciadas de forma mais energética pela velocidade do míssil, e por fim a altitude da trajetória é o fator determinante na taxa de transferência de calor do míssil.

Além disso, foi observado que a temperatura de superfície pode ultrapassar a temperatura de fusão do material da aeronave, dependendo dos parâmetros de voo atingidos pela mesma. Sendo assim, convém analisar estes parâmetros através da trajetória de voo requerida.

**Palavras-chave:** Míssil Balístico. Armamento. Transmissão de Calor. Escoamento Compressível. Análise Numérica. Fenômeno Balístico.

# ABSTRACT

The evolution of ballistic missiles is crucial for any country's defense. Therefore, it becomes necessary for the Brazilian Army to accompany the technological revolution that is taking place. An important factor to be validated during the manufacture of a missile is the temperature it reaches during its trajectory, considering that there are electronic components in this weapon that can be sensitive to heat.

Therefore, it is necessary to obtain an efficient way to analyze the temperature and rate of heat transfer in a missile during its ballistic trajectory, especially with relatively low-cost softwares, such as MATLAB.

For code validation, data from a theoretical and known release were used, which have already been used in other works of literature. The results converged according to the literature studied. After the numerical verification, a case analysis was carried out in order to study the behavior of the missile's thermal properties during the flight, therefore, the flight table was changed in order to maintain the other properties while a specific property was varied.

For these cases, the angle of attack, the Mach number, and the altitude were changed in order to verify the behavior of the surface temperature, the heat transfer coefficient, rate of heat transfer, and the temperature of the adiabatic wall in relation to these flight variables. After analyzing the results, it is concluded that the heat transfer coefficient is significantly affected by the variation of the angle of attack, while the adiabatic wall and surface temperatures are more energetically influenced by the missile speed, and the altitude of the trajectory is the determining factor in the missile's heat transfer rate.

In addition, it was observed that the surface temperature can exceed the melting temperature of the aircraft material, depending on the flight parameters reached by him. Therefore, it is convenient to analyze these parameters through the required flight path.

**Keywords:** Ballistic Missile. Armament. Heat Transfer. Compressive Flow. Numerical Analysis. Ballistic Phenomenon.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Classificação de Mísseis pelo método de lançamento. (1) . . . . .	19
Figura 2 – Míssil MSS 1.2 AC. (2) . . . . .	19
Figura 3 – Camada-Limite Térmica (3) . . . . .	23
Figura 4 – Fluxograma do código para cálculo da temperatura. . . . .	30
Figura 5 – Dados de altitude da trajetória do míssil. (4) . . . . .	33
Figura 6 – Dados de velocidade da trajetória do míssil. (4) . . . . .	33
Figura 7 – Comparação entre resultados do teste SKintemp (4) e do código desenvolvido para a pressão no escoamento. . . . .	34
Figura 8 – Comparação entre resultados do teste SKintemp (4) e do código desenvolvido para a temperatura do escoamento. . . . .	34
Figura 9 – Comparação entre resultados do teste SKintemp (4) e do código desenvolvido para a temperatura da parede adiabática. . . . .	35
Figura 10 – Comparação entre resultados do teste SKintemp (4) e do código desenvolvido para a temperatura local. . . . .	35
Figura 11 – Comparação entre resultados do teste SKintemp (4) e do código desenvolvido para o coeficiente de transferência de calor. . . . .	36
Figura 12 – Comparação entre resultados do teste SKintemp (4) e do código desenvolvido para o número de Reynolds de referência. . . . .	37
Figura 13 – Comparação entre resultados do teste SKintemp (4) e do código desenvolvido para o número de Reynolds. . . . .	37
Figura 14 – Comparação entre resultados do teste SKintemp (4) e do código desenvolvido para a temperatura da superfície. . . . .	38
Figura 15 – Comparação entre resultados do teste SKintemp (4) e do código desenvolvido para a taxa de transferência de calor. . . . .	38
Figura 16 – Variação da temperatura de superfície em relação ao ângulo de ataque	46
Figura 17 – Variação da temperatura da parede adiabática em relação ao ângulo de ataque . . . . .	46
Figura 18 – Variação do coeficiente de transferência de calor em relação ao ângulo de ataque . . . . .	47
Figura 19 – Variação da taxa de transferência de calor em relação ao ângulo de ataque	47
Figura 20 – Variação da temperatura de superfície em relação ao número de Mach .	51
Figura 21 – Variação da temperatura da parede adiabática em relação ao número de Mach . . . . .	51
Figura 22 – Variação do coeficiente de transferência de calor em relação ao número de Mach . . . . .	52
Figura 23 – Variação da taxa de transferência de calor em relação ao número de Mach	52

Figura 24 – Variação da temperatura de superfície em relação à altitude . . . . .	56
Figura 25 – Variação da temperatura da parede adiabática em relação à altitude . .	56
Figura 26 – Variação do coeficiente de transferência de calor em relação à altitude .	57
Figura 27 – Variação da taxa de transferência de calor em relação à altitude . . . .	57
Figura 28 – Comparação da modelagem da pressão na atmosfera de acordo com Lt.Cummings. (4) e Truitt (5) . . . . .	68
Figura 29 – Comparação da modelagem da temperatura na atmosfera de acordo com Lt.Cummings. (4) e Truitt (5) . . . . .	69
Figura 30 – Comparação da temperatura de superfície de acordo com Lt.Cummings. (4) e Truitt (5) . . . . .	69
Figura 31 – Comparação do número de Reynolds do escoamento de acordo com Lt.Cummings. (4) e Truitt (5) . . . . .	70

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Dados de teste para verificação numérica (4) . . . . .	32
Quadro 2 – Tabela com valores da pressão e temperatura do escoamento livre . . .	39
Quadro 3 – Tabela com valores da temperatura da parede adiabática e temperatura local . . . . .	40
Quadro 4 – Tabela com valores do coeficiente de transferência de calor e do fluxo térmico . . . . .	41
Quadro 5 – Tabela com valores da temperatura de superfície . . . . .	42
Quadro 6 – Tabela de tiro para ângulo de ataque de 2 graus . . . . .	43
Quadro 7 – Tabela de tiro para ângulo de ataque de 7 graus . . . . .	44
Quadro 8 – Tabela de tiro para ângulo de ataque de 12 graus . . . . .	45
Quadro 9 – Tabela de tiro para número de Mach máximo de 7,5 . . . . .	48
Quadro 10 – Tabela de tiro para número de Mach máximo de 2,5 . . . . .	49
Quadro 11 – Tabela de tiro para número de Mach máximo de 0,94 . . . . .	50
Quadro 12 – Tabela de tiro para altitude máxima de 76,2 m . . . . .	53
Quadro 13 – Tabela de tiro para altitude máxima de 5486,4 m . . . . .	54
Quadro 14 – Tabela de tiro para altitude máxima de 57150 m . . . . .	55

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

MATLAB®	MATrix LABoratory (pacote computacional interativo de alto desempenho, voltado para o cálculo numérico)
FORTRAN	IBM FORmula TRANslation System (linguagem de programação voltada para análise numérica)
NASA	National Aeronautics and Space Administration
MSS	Míssil Superfície-Superfície
MSA	Míssil Superfície-Ar
MAA	Míssil Ar-Ar

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	Área
$a$	Altitude
$AoA$	Ângulo de ataque
$b$	Constante exponencial na camada gradiente da atmosfera
$c$	Velocidade do som no meio de propagação
$c_p$	Calor específico
$E$	Poder emissivo
$E_v$	Módulo de compressibilidade do fluido
$G$	Irradiação
$g$	Aceleração da gravidade
$h$	Coefficiente de transferência de calor por convecção
$k_f$	Condutividade térmica do fluido
$L$	Comprimento na direção 'x'
$m$	Massa
$M$	Número de Mach
$Nu$	Número de Nusselt
$P$	Pressão Estática
$Pr$	Número de Prandtl
$q''$	Fluxo térmico
$r$	Fator de recuperação
$R$	Constante do gás
$Re$	Número de Reynolds
$t$	Tempo
$T$	Temperatura

$u$	Componente da velocidade no eixo 'x'
$v$	Componente da velocidade no eixo 'y'
$V$	Módulo da velocidade do escoamento
$X$	Distância percorrida na superfície
$\alpha$	Difusividade térmica
$\alpha_{rad}$	absortividade do material
$\gamma$	Razão de calores específicos
$\epsilon$	Emissividade
$\theta$	Ângulo entre o vetor área da superfície e o escoamento livre
$\nu$	Viscosidade cinemática
$\rho$	Massa específica do fluido
$\sigma$	Constante de Stefan-Boltzmann
Subscritos	
0	Referente à estagnação
1	Referente à situação a montante da onda de choque
2	Referente à situação a jusante da onda de choque
$\infty$	Referente ao escoamento livre
*	Referência
L	Local
pa	Referente à parede adiabática
<i>rad</i>	referente à radiação
s	Referente à superfície
Sobrescritos	
*	Referente à condição crítica

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>16</b>
1.1	OBJETIVOS	16
1.2	ENQUADRAMENTO DO TRABALHO	17
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>18</b>
2.1	MÍSSEIS	18
2.1.1	CLASSIFICAÇÃO DE MÍSSEIS	18
2.2	ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL	20
2.2.1	VELOCIDADE DO SOM	20
2.2.2	PROPRIEDADES DE ESTAGNAÇÃO	20
2.2.3	CONDIÇÕES CRÍTICAS	21
2.2.4	CHOQUES NORMAIS	21
2.3	CONVECCÃO	22
2.3.1	CAMADA-LIMITE TÉRMICA	22
2.3.2	A CONSERVAÇÃO NA CAMADA LIMITE	23
2.3.3	PARÂMETROS ADIMENSIONAIS	24
2.4	RADIAÇÃO	24
<b>3</b>	<b>MODELO COMPUTACIONAL</b>	<b>26</b>
3.1	MODELAGEM DA ATMOSFERA	26
3.2	TEMPERATURA DA PAREDE ADIABÁTICA	27
3.3	COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR	28
3.4	TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE	29
3.5	ESTRUTURA DO CÓDIGO COMPUTACIONAL	30
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	<b>32</b>
4.1	VERIFICAÇÃO NUMÉRICA	32
4.2	ESTUDO DE CASOS	43
4.2.1	VARIAÇÃO DO ÂNGULO DE ATAQUE	43
4.2.2	VARIAÇÃO DO NÚMERO DE MACH	48
4.2.3	VARIAÇÃO DA ALTITUDE	53
4.2.4	RESULTADOS GERAIS	58
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>59</b>
<b>6</b>	<b>TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>60</b>

	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>61</b>
	<b>APÊNDICE A – DEMONSTRAÇÃO DE EQUAÇÕES</b> . . . . .	<b>62</b>
A.1	PROPRIEDADES DE ESTAGNAÇÃO . . . . .	62
A.2	CHOQUES NORMAIS . . . . .	63
	<b>APÊNDICE B – CÓDIGO EM MATLAB®</b> . . . . .	<b>65</b>
	<b>APÊNDICE C – COMPARAÇÃO DE RESULTADOS ENTRE TRUITT, LT.CUMMINGS E O CÓDIGO GERADO</b> . . . . .	<b>68</b>



# 1 INTRODUÇÃO

Os mísseis são utilizados desde o século 18, porém foi a partir da Segunda Guerra Mundial que o estudo nesta área avançou, quando diversos países começaram a pesquisar meios de baratear a fabricação e aumentar a precisão deste armamento. A fim de diminuir o erro, é necessário aprimorar o sistema de controle, entretanto, torna-se necessário também criar medidas de segurança para que a temperatura do míssil não interfira no sistema eletrônico a ponto de diminuir a confiabilidade do mesmo.

Um método simples de garantir a segurança do sistema de controle em um míssil seria fabricar paredes mais espessas na parte da fuselagem deste material. Entretanto, com o intuito de diminuir o custo do projeto, é essencial determinar a distribuição de temperatura em torno da superfície do mesmo, assim como a taxa de transferência de calor em suas paredes. Dessa forma, pode-se escolher o melhor material para determinadas seções, com base no gradiente de temperatura gerado.

A análise de temperatura pode ser feita de duas formas distintas, via testes práticos ou por rotinas computacionais. Os testes práticos possuem maior precisão, entretanto o custo de fabricação de um míssil é elevado, fazendo com que este método não seja a primeira etapa do projeto. Sendo assim, o método de análise numérica torna-se o mais requisitado entre as organizações, todavia, o custo computacional para esse método é elevado. Dessa forma, deve-se encontrar um método com baixo custo computacional, com o intuito de reduzir os custos e possibilitar o avanço da tecnologia brasileira no estudo de mísseis e foguetes.

## 1.1 Objetivos

Esse projeto tem por finalidade investigar os parâmetros de aquecimento de um míssil utilizando informações básicas de voo, como altitude, número de Mach e ângulo de ataque. O objetivo do trabalho é desenvolver um código computacional para calcular a temperatura da superfície do míssil e a taxa de troca de calor utilizando as correlações apropriadas para escoamento compressível. Para isso, será necessário obter o coeficiente de transferência de calor e as propriedades térmicas do ar dependentes da temperatura. Para verificação numérica, um caso de referência da literatura será utilizado e, por fim, será feita a análise do comportamento dos parâmetros de interesse para diferentes casos.

## 1.2 Enquadramento do Trabalho

O primeiro trabalho analisado e no qual o desenvolvimento deste projeto se baseia foi a dissertação de mestrado pela Tenente da Marinha dos Estados Unidos Mary L. Cummings. Tal dissertação consiste em um código em FORTRAN capaz de analisar parâmetros de aquecimento aerodinâmico como coeficiente de transferência de calor, temperatura e taxa de transferência de calor de pontos na superfície de um corpo gerado por revolução. Tal código tem como parâmetros iniciais as propriedades do material usado para a fuselagem assim como dados da trajetória (número de Mach, ângulo de ataque, altitude e tempo de voo). Vale ressaltar que o programa é capaz de trabalhar para regimes subsônicos, transônicos, supersônicos e hipersônicos. O código foi gerado com base em transferência de calor por convecção e radiação, e o equacionamento básico utilizado foi a equação do balanço de energia térmico. Ele consiste em definir o regime de escoamento do míssil através da velocidade fornecida e assim determinar as equações a serem utilizadas para cálculo da pressão local. Além disso, ele utiliza parâmetros adimensionais para encontrar, com os dados fornecidos, uma temperatura de referência e a partir dela os parâmetros restantes para uso da equação do balanço de energia térmico são encontrados.(4)

Por fim, a mestranda comparou seus resultados com os dos testes fornecidos pela NASA e por Truitt (5) a fim de verificar os resultados do experimento. O código foi validado para mísseis a altas velocidades e diferentes tipos de trajetória. Entretanto, para correto funcionamento do mesmo, a trajetória deve ser modelada com precisão. (4)

Outro trabalho analisado foi o realizado por Truitt, que exemplifica os passos a serem analisados a fim de calcular as propriedades térmicas de um objeto durante o voo. No capítulo 12, ele determina as equações que devem ser utilizadas especificamente para cálculo da temperatura de superfície de um míssil. O primeiro exemplo resolvido se trata de um problema transiente no qual um míssil com corpo ogival de 40 pés de comprimento segue uma determinada trajetória de voo e deve-se encontrar a temperatura de superfície em um ponto a 20 pés do nariz durante toda a trajetória. A primeira consideração a ser feita no método é a de considerar o coeficiente de pressão constante e igual a zero, de forma a atender a capacidade computacional da época. (5)

Percebe-se durante o cálculo, que o autor utiliza diversas hipóteses simplificadoras a fim de tornar o método realizável com a capacidade computacional disponível. O método numérico de Truitt (5) consiste em encontrar as relações entre as temperaturas de escoamento livre e temperatura de estagnação e, através do método de Runge-Kutta, determinar a temperatura na superfície do míssil.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Mísseis

Apesar do conhecimento geral ser de que a utilização dos mísseis se iniciou com a segunda guerra mundial, existem referências que mostram uso de mísseis propelidos por foguete por volta de 1000 d.C. por chineses e indianos. Durante o século 18, mísseis foram utilizados por Hyder Ali e seu filho contra os britânicos, sendo dois desses mísseis capturados durante a quarta guerra de Mysore na Índia. (1)

A fase atual dos mísseis começou durante a segunda guerra mundial com o uso dos mísseis V1 e V2 pela Alemanha. Desde então, diversos países buscaram aprimorar a tecnologia embarcada nesse tipo de armamento. As pesquisas científicas durante esta busca desencadearam o avanço de diversas outras tecnologias, como materiais, aeronáutica e comunicações. (1)

#### 2.1.1 Classificação de Mísseis

Atualmente existem diversas classificações para os mísseis guiados. Estas podem ser com base no tipo de alvo, controle, alcance, modo de lançamento, entre outros. (1)

Um método comum de classificar os mísseis é com base no alvo, podendo ser assim classificados: (1)

- Anticarro (focados na blindagem);
- Antipessoal;
- Antiaéreo;
- Antinavio;
- Anti-satélite;
- Anti-míssil.

Outro método de classificação bastante utilizado é no método de lançamento. Eles podem ser definidos conforme figura 1. (1)

Um exemplo de míssil anticarro é o míssil MSS 1.2 AC, mostrado na figura 2.

Mísseis MSS também podem ser referenciados como mísseis lançados de um barco até outro, assim como mísseis antinavio lançados por submarinos. Os mísseis MSA são

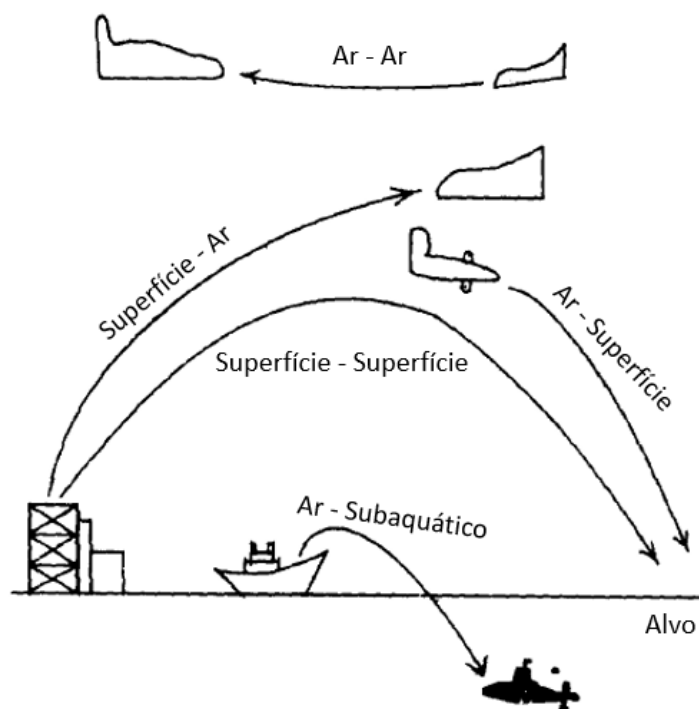


Figura 1 – Classificação de Mísseis pelo método de lançamento. (1)



Figura 2 – Míssil MSS 1.2 AC. (2)

os principais componentes de sistemas de defesa antiaérea dos países enquanto os mísseis MAA são comumente posicionados sob as asas dos aviões de combate ou de helicópteros. (1)

## 2.2 Escoamento Compressível

Escoamentos compressíveis são escoamentos em que há variação significativa na massa específica do fluido. Esses tipos de análise estão mais próximos da realidade do que a hipótese de escoamentos incompressíveis, entretanto, para fins de simplificação, considera-se gases a baixa velocidade (0,3 vezes a velocidade do som no meio de propagação) e líquidos como incompressíveis e gases acima da velocidade determinada como compressíveis. Esta variação da massa específica também gera variações termodinâmicas, de forma a alterar todas as propriedades do fluido no escoamento. (6)

### 2.2.1 Velocidade do Som

Um dos números adimensionais mais importante durante a análise de escoamentos compressíveis é o número de Mach, definido como a razão entre a velocidade do escoamento e a velocidade do som no meio: (6)

$$M = \frac{V}{c} \quad (2.1)$$

Escoamentos com  $M < 1$  são conhecidos como subsônicos,  $M > 1$  são supersônicos e quando é atingido um  $M > 5$  acontecem os conhecidos escoamentos hipersônicos. A velocidade do som pode ser calculada em qualquer meio através das equações da continuidade e da quantidade de movimento, chegando à expressão: (6)

$$c = \sqrt{\frac{E_v}{\rho}} \quad (2.2)$$

Sendo  $E_v = \frac{P}{\rho^\gamma}$  o módulo de compressibilidade do fluido. Dessa forma, tem-se para gases ideais: (6)

$$c = \sqrt{\gamma RT} \quad (2.3)$$

De forma que,  $\gamma$  é a razão entre os calores específicos, R a constante do gás e T a temperatura na qual se encontra o fluido.

### 2.2.2 Propriedades de Estagnação

Tendo em vista que todas as propriedades do fluido podem variar durante um escoamento compressível, torna-se necessário escolher um estado de referência para relacionar a variação das condições. Este ponto é conhecido como ponto de estagnação e é obtido quando o fluido é levado ao repouso, ou seja, velocidade nula. Para determinar esse ponto, o fluido deve sofrer um processo isentrópico, entretanto, o escoamento real não é isentrópico e pode ser de qualquer forma, sendo assim, existirá uma condição de estagnação para cada ponto do escoamento. A partir das equações da continuidade e da conservação

da quantidade de movimento e as integrando, conforme explicitado no Apêndice A.1, é possível obter as relações entre os valores de estagnação e do fluido:

$$P_0 = P \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (2.4)$$

$$T_0 = T \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \quad (2.5)$$

$$\rho_0 = \rho \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (2.6)$$

### 2.2.3 Condições Críticas

Apesar do estado de referência poder ser utilizado para verificação das propriedades do fluido, é importante também, analisar a mudança de velocidade. Sendo assim, utiliza-se, além do ponto de estagnação, o ponto crítico do escoamento, e o mesmo é determinado com a velocidade do escoamento se equiparando à velocidade do som no meio ( $M = 1$ ). Dessa forma, substituindo o valor de  $M$  nas equações 2.4, 2.5 e 2.6:

$$P_0 = P^* \left( \frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (2.7)$$

$$T_0 = T^* \left( \frac{\gamma + 1}{2} \right) \quad (2.8)$$

$$\rho_0 = \rho^* \left( \frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (2.9)$$

### 2.2.4 Choques Normais

Quando um escoamento passa pelo regime supersônico, ondas de choque podem ser formadas em qualquer campo do mesmo. Após ocorrer o choque, há variação nas propriedades do escoamento. Devido a essas variações, o choque de onda é considerado uma descontinuidade súbita no fluido. Pela equação da energia é possível concluir que a temperatura de estagnação é a única que não muda com o choque térmico. Conseqüentemente, sabe-se pela equação 2.5 que:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2} \quad (2.10)$$

Entretanto, usando a equação para gases ideais juntamente com a conservação da quantidade de movimento, explicitadas no Apêndice A.2, tem-se:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M_2^2} \right) \frac{M_2}{M_1} \sqrt{\left( \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2} \right)} \quad (2.11)$$

Logo, é possível encontrar  $M_2$  em função de  $M_1$  e escrever todas as propriedades a jusante da onda de choque em função do número de Mach a montante da mesma. (6)

$$M_2^2 = \frac{M_1^2 + \frac{2}{\gamma-1}}{\frac{2\gamma}{\gamma-1}M_1^2 - 1} \quad (2.12)$$

$$P_{0_2} = P_{0_1} \left( \frac{\frac{\gamma+1}{2}M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_1^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left( \frac{2\gamma}{\gamma+1}M_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (2.13)$$

$$T_2 = T_1 \frac{(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_1^2)(\gamma M_1^2 - \frac{\gamma-1}{2})}{(\frac{\gamma+1}{2}M_1)^2} \quad (2.14)$$

$$P_2 = P_1 \left( \frac{2\gamma}{\gamma+1}M_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right) \quad (2.15)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{\gamma+1}{2}M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_1^2} \quad (2.16)$$

## 2.3 Convecção

Convecção é o termo empregado à transferência de energia entre uma superfície e um fluido que escoar sobre ela. O mecanismo da transferência de calor por convecção ocorre devido ao movimento molecular aleatório e pelo movimento global do fluido na camada limite, conforme será mostrado a seguir. (3)

### 2.3.1 Camada-Limite Térmica

A camada-limite térmica ocorre pela diferença de temperaturas do fluido na corrente livre e na superfície pela qual ele passa. Antes de entrar em contato com a superfície, a temperatura do fluido pode ser considerada uniforme durante toda a direção perpendicular ao escoamento, entretanto, quando o mesmo entra em contato com uma superfície de temperatura diferente, as partículas em contato direto com a superfície atingem o equilíbrio térmico com a mesma e após isso trocam energia com o restante do fluido, gerando um gradiente de temperatura. A região onde ocorre esse gradiente é chamada de camada-limite térmica e sua espessura é definida como o valor da distância perpendicular ao escoamento na qual a diferença entre a temperatura do fluido e a da superfície é 0,99 vezes a diferença inicial de temperaturas entre o fluido e a superfície. (3)

O fluxo térmico local na superfície, pode ser definido através da lei de Fourier no fluido em  $y=0$

$$q'' = -k_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (2.17)$$

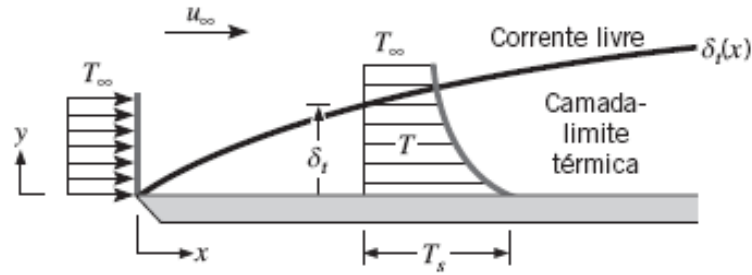


Figura 3 – Camada-Limite Térmica (3)

Utilizando a Lei do resfriamento de Newton:

$$q'' = h(T_s - T_\infty) \quad (2.18)$$

Das duas equações, tem-se:

$$h = \frac{-k_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}}{T_s - T_\infty} \quad (2.19)$$

### 2.3.2 A conservação na camada limite

Para início da análise da camada limite, devem ser tomadas algumas suposições. Sendo assim, considera-se que as forças de corpo são desprezíveis, não há geração de energia térmica no fluido e o escoamento é não reativo. Além disso, mais algumas pequenas suposições podem ser tomadas levando em consideração o tamanho da camada limite em relação ao tamanho do objeto em torno do qual ela se forma. Sendo assim, os gradientes na direção  $x$  (direção do escoamento) são muito menores do que os na direção  $y$  (direção da camada limite): (3)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2.21)$$

Como a camada é fina, pode-se considerar o gradiente de pressão na direção do escoamento no interior da camada igual ao gradiente de pressão na corrente livre:

$$\frac{\partial P}{\partial x} \approx \frac{dP_\infty}{dx} \quad (2.22)$$

Após as suposições, tem-se primeiramente que a equação da continuidade global não se altera (Eq 2.23), entretanto as equações da quantidade de movimento na direção  $x$  e da energia se reduzem a: (3)



$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.23)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP_\infty}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.24)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\nu}{c_p} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (2.25)$$

### 2.3.3 Parâmetros Adimensionais

Os parâmetros adimensionais mais importantes para análise deste trabalho são os números de Nusselt, Prandtl e Reynolds. O número de Nusselt é igual ao gradiente de temperatura adimensional na superfície e sua relação com a camada-limite térmica é similar com a relação do atrito com a camada-limite de velocidade. (3)

Número de Nusselt:

$$Nu = \frac{hL}{k_f} \quad (2.26)$$

O número de Prandtl depende de parâmetros que variam com a temperatura do mesmo. Esse número influencia o crescimento das camadas-limite, tanto térmica quanto de velocidade. (3)

Número de Prandtl:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (2.27)$$

O número de Reynolds representa a razão entre as forças de inércia e viscosas do escoamento. Logo, ele está diretamente atrelado ao regime do escoamento, se as forças de inércia são pequenas em relação às viscosas, os distúrbios são dissipados e o regime se torna laminar. Caso contrário, o regime se torna turbulento. (3)

Número de Reynolds:

$$Re = \frac{VL}{\nu} \quad (2.28)$$

## 2.4 Radiação

Diferentemente da condução e da convecção, a radiação é um processo de transferência de calor que não exige a presença de um meio material. Existem vários tipos de fluxos térmicos pertinentes durante a análise da transferência de calor por radiação. (3)

Poder Emissivo (E) é a taxa na qual a radiação é emitida de uma superfície por unidade de área em todos os comprimentos e direções. Irradiação (G) é a taxa na qual a radiação incide sobre o corpo por unidade de área. Geralmente o caso estudado na radiação

é a troca de radiação de um objeto envolto por uma superfície isotérmica muito maior. Sendo assim, a troca líquida de calor é definida como: (3)

$$q''_{rad} = \epsilon\sigma T_s^4 - \alpha_{rad}G = \epsilon\sigma(T_s^4 - T_{rad}^4) \quad (2.29)$$

### 3 MODELO COMPUTACIONAL

Para criar o modelo computacional, necessita-se tomar como base dois processos de transferência de calor básicos: convecção forçada (devido à propulsão da míssil) e radiação (podendo ser em relação à terra ou ao espaço, dependendo da altura). Nos voos em regime supersônico e hipersônico a pressão local de estagnação na camada limite foi definida como aproximadamente a pressão de estagnação à jusante de uma onda de choque. Como o número de Reynolds do escoamento geralmente é superior a 500000, o escoamento foi considerado turbulento e não foram assumidas reações químicas dos propelentes. (4)

Para cálculo da temperatura da superfície do míssil em qualquer ponto foi utilizada a equação do balanço de energia térmico:

$$mc_p \frac{dT_s}{dt} = hA(T_{pa} - T_s) - \sigma \epsilon A(T_s^4 - T_{rad}^4) \quad (3.1)$$

Na equação acima, o valor a ser encontrado é o da variável  $T_s$  pelo método das diferenças finitas. Entretanto, antes de iniciar este método, é necessário encontrar os valores da temperatura da parede adiabática e do coeficiente de transferência de calor. A temperatura de radiação ( $T_{rad}$ ) é a temperatura de um objeto distante de acordo com a superfície analisada, nesse caso é usado o espaço (0 K).

#### 3.1 Modelagem da atmosfera

A fim de modelar o comportamento da atmosfera, a mesma foi dividida em camadas conhecidas como isotérmicas e gradientes. Nas camadas isotérmicas pode-se encontrar as propriedades a partir da equação de estado: (7)

$$\frac{dP}{P} = -\frac{g}{RT} da \quad (3.2)$$

Integrando dos dois lados e utilizando a equação dos gases ideais tem-se que:

$$\frac{P}{P_1} = e^{-\frac{g}{RT}(a-a_1)} \quad (3.3)$$

$$\frac{\rho}{\rho_1} = e^{-\frac{g}{RT}(a-a_1)} \quad (3.4)$$

Enquanto isso, nas camadas gradientes, pode-se considerar que o aumento de temperatura é linear para cada camada através de uma constante  $b$ , ou seja,  $\frac{dT}{da} = b$ , sendo assim: (7)

$$\frac{dP}{P} = -\frac{g}{bR} \frac{dT}{T} \quad (3.5)$$

Integrando novamente a equação e utilizando a lei dos gases ideais:

$$\frac{P}{P_1} = \left( \frac{T}{T_1} \right)^{-\frac{g}{bR}} \quad (3.6)$$

$$\frac{\rho}{\rho_1} = \left( \frac{T}{T_1} \right)^{-\frac{g}{bR}} \quad (3.7)$$

## 3.2 Temperatura da parede adiabática

O primeiro parâmetro a ser encontrado é a temperatura da parede adiabática. A qual pode ser definida como a temperatura em que se encontraria a superfície do míssil caso o fluxo de calor do material fosse nulo. (8)

De acordo com (9):

$$T_{pa} - T_L = r \frac{V_L^2}{2c_P} \quad (3.8)$$

Entretanto, de acordo com a definição do número de Mach e do coeficiente  $\gamma$ , tem-se:

$$\frac{V_L^2}{c_P} = (\gamma - 1) M_L^2 T_L \quad (3.9)$$

Logo:

$$T_{pa} = T_L \left( 1 + r \frac{\gamma - 1}{2} M_L^2 \right) \quad (3.10)$$

Na Eq 3.10, tem-se o termo  $T_L$ , o qual refere-se à temperatura local ou de recuperação. De acordo com (10) a temperatura local é a temperatura atingida caso a superfície entre em equilíbrio com a corrente. Além disso, de acordo com (9),  $r$  pode ser definido como  $\sqrt{P_r}$  caso  $0,6 < P_r < 15$  em escoamentos laminares ou  $P_r^{1/3}$ , para escoamentos turbulentos. De acordo com a Eq. 2.4, o valor do número de Mach pode ser obtido por:

$$M_L = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{P_{L0}}{P_L} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right]} \quad (3.11)$$

Sendo assim, é possível observar que o número de Mach local depende da pressão local e de estagnação. Essa pressão dependerá do regime do escoamento (subsônico ou supersônico), podendo assumir as seguintes formas:

Regime Subsônico:

$$P_{L_0} = P_L \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (3.12)$$

Regime supersônico considerando as relações para onda de choque normal:

$$P_{L_02} = P_{L_01} \left[ \frac{(\gamma + 1)^2 M_\infty^2}{4\gamma M_\infty^2 - 2(\gamma - 1)} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \left( \frac{1 - \gamma + 2\gamma M_\infty^2}{\gamma + 1} \right) \quad (3.13)$$

Porém, deseja-se determinar  $P_{L_02}$  em função de  $P_{\infty1}$ :

$$P_{L_01} = P_{\infty1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (3.14)$$

Então  $P_{L_02}$ , com algumas manipulações matemáticas, pode ser escrito da seguinte forma:

$$P_{L_02} = P_{\infty1} \left( \frac{\frac{\gamma + 1}{2} M_\infty^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \left( \frac{2\gamma}{\gamma + 1} M_\infty^2 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right)^{\frac{1}{1 - \gamma}} \quad (3.15)$$

Além disso, a pressão local pode ser calculada através da teoria Newtoniana modificada (11), tal uso é justificado para pressão estática local em superfícies que experimentam escoamentos que não se dividem.(4)

$$P_L = C_{Pm\acute{a}x} \cos^2(\theta + AoA) q + P_\infty \quad (3.16)$$

$$C_{Pm\acute{a}x} = \frac{P_{L_0} - P_\infty}{q} \quad (3.17)$$

$$q = \frac{\rho_\infty V_\infty^2}{2} \quad (3.18)$$

A precisão desta teoria é confiável para escoamentos em regimes hipersônicos e seu uso em escoamentos subsônicos ou supersônicos, à baixa velocidade pode ser justificado pela baixa taxa de transferência de calor. (4)

Por fim, o número de Prandtl, o calor específico, a condutividade térmica e a viscosidade dinâmica podem ser definidos através da tabela de propriedades termofísicas do ar a pressão atmosférica. (3)

### 3.3 Coeficiente de Transferência de Calor

Para cálculo do coeficiente de transferência de calor sabe-se que a temperatura a ser usada deve estar entre a temperatura do escoamento livre e da superfície de contato, sendo assim pode-se utilizar a média entre as duas temperaturas. Entretanto um método mais preciso de encontrar essa temperatura é utilizar um valor de referência de acordo

com a distribuição na camada limite, esta temperatura de referência pode ser definida da seguinte forma: (10)

$$T_* = T_L + 0,5(T_s - T_L) + 0,22(T_{pa} - T_L) \quad (3.19)$$

Dessa forma, os valores de condutividade térmica, viscosidade dinâmica e calor específico podem ser encontradas de acordo com essa temperatura de referência e as equações fornecidas por Lt.Cummings(4), enquanto o número de Nusselt pode ser encontrado com essas variáveis de referência.

$$c_{p*} = 0,219 + 0,342 \cdot 10^{-4} T_* - 0,293 \cdot 10^{-8} T_*^2 \quad (3.20)$$

$$k_* = \frac{0,0141 \left( \frac{717}{T_* + 225} \right) \left( \frac{T_*}{492} \right)^{1,5}}{3600} \quad (3.21)$$

$$\mu_* = \frac{2,27 \cdot 10^{-8} T_*^{1,5}}{Tl + 198,7}; \quad (3.22)$$

O número de Nusselt pode ser escrito como função de número de Reynolds e Prandtl, com a camada limite sendo considerada totalmente turbulenta.(10)

$$Nu_* = 0,0292(Re_*)^{0,8}(Pr_*)^{\frac{1}{3}} \quad (3.23)$$

Onde:

$$Re_* = \frac{\rho_* V_L X}{\mu_*} \quad (3.24)$$

$$Pr_* = \frac{\mu_* c_{p*}}{k_*} \quad (3.25)$$

E, assim, é possível obter o coeficiente de transferência de calor, dado por:

$$h = \frac{Nu_* k_*}{X} \quad (3.26)$$

### 3.4 Temperatura da Superfície

A temperatura da superfície pode ser encontrada a partir das variáveis calculadas anteriormente, a partir de um método de diferença finita com pequenos incrementos de temperatura com o tempo. (4)

$$T_{s,i+1} = [hA(T_{pa} - T_{s,i}) - \sigma \epsilon A(T_{s,i}^4 - T_{rad}^4)] \frac{\Delta t}{mc_P} + T_{s,i} \quad (3.27)$$

Entretanto, para garantir a estabilidade do método, a variação de tempo entre cada incremento de temperatura deve seguir a seguinte desigualdade: (4)

$$\Delta t \leq \frac{m c_P}{h + h_{rad}} \quad (3.28)$$

Onde:

$$h_{rad} = \sigma \epsilon (T_s^3 + T_s^2 T_{rad} + T_s T_{rad}^2 + T_{rad}^3) \quad (3.29)$$

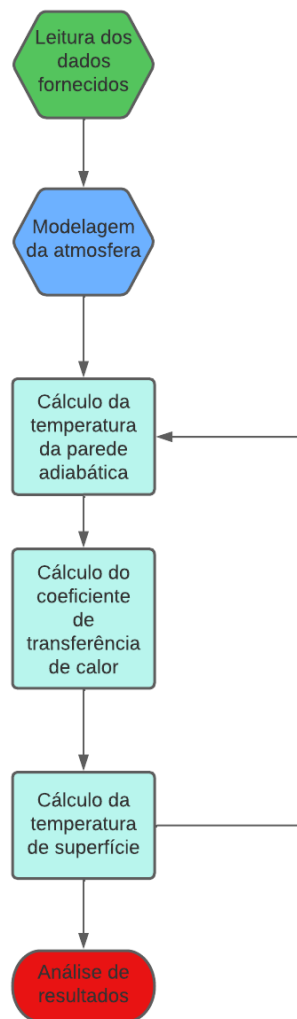


Figura 4 – Fluxograma do código para cálculo da temperatura.

### 3.5 Estrutura do Código Computacional

A partir da fundamentação teórica e do fluxograma estipulado inicialmente, é possível criar o código para o cálculo da temperatura. Primeiramente modela-se a atmosfera

e depois são geradas as funções para cálculo da temperatura da parede adiabática e do coeficiente de transferência de calor.

Para o cálculo da temperatura da parede adiabática utiliza-se os valores da temperatura do escoamento ( $T_\infty$ ), número de Mach do escoamento ( $M_\infty$ ), Pressão na altura de voo ( $P$ ), massa específica do ar ( $\rho_\infty$ ), o ângulo entre o vetor área no ponto de medição e o escoamento ( $\theta$ ) e o ângulo de ataque (AoA). Além disso, foram chamadas duas variáveis globais,  $R$  e  $\gamma$ , que representam respectivamente a constante específica dos gases para o ar seco e o valor de  $\frac{C_p}{C_v}$ .

A partir do valor de Mach de entrada ( $M_\infty$ ), o código utiliza uma condicional para testar se o escoamento está em regime subsônico ou supersônico a fim de definir se as equações a serem utilizadas para cálculo da pressão de estagnação ( $P_0$ ) devem ser a Eq. 3.12 ou as Eq. 3.13 e 3.14. Após o cálculo da pressão de estagnação ( $P_0$ ), a pressão local ( $P_L$ ) é calculada utilizando a Eq. 3.16, com o intuito de determinar o valor do Mach local ( $M_L$ ) através da Eq. 3.11. Após a obtenção do Mach local ( $M_L$ ), define-se a temperatura local ( $T_L$ ) através da Eq. 2.5. Por fim, utiliza-se os valores de Mach e temperatura locais para definir a temperatura da parede adiabática ( $T_{pa}$ ) conforme Eq. 3.10.

Para cálculo do coeficiente de transferência de calor utiliza-se o valor inicial da temperatura de superfície do míssil ( $T_s$ ), a temperatura local ( $T_L$ ), a temperatura da parede adiabática ( $T_{pa}$ ), o número de Mach local ( $M_L$ ) e a posição do ponto de interesse no míssil ( $X$ ). Além disso, também foram chamadas as mesmas variáveis globais utilizadas no cálculo anterior. Com a temperatura de referência é possível determinar todas as propriedades do ar na dada temperatura, como a massa específica, o número de Prandtl, a condutividade térmica e a viscosidade dinâmica. Com as propriedades determinadas é possível indicar os valores do número de Reynolds e do coeficiente de transferência de calor.

Para determinar o passo de tempo a ser utilizado no cálculo da temperatura de escoamento, observou-se que 0,1 sempre seria menor do que o limite de estabilidade do código, sendo assim, ao invés de utilizar um passo variável, optou-se por um passo constante e igual a 0,1s. Primeiramente o valor da temperatura da superfície no ponto de interesse é igualado com a temperatura do material no momento do lançamento, após isso são fornecidos os dados da trajetória do míssil de forma a tornar possível determinar os valores do Mach, Pressão, temperatura e massa específica do ar a qualquer momento.

Com os valores iniciais obtidos na tabela de tiro, é possível estipular o primeiro valor da temperatura de parede adiabática, do coeficiente de transferência de calor e da temperatura de superfície, e utilizando a Eq. 3.27, o código é capaz de convergir ao valor real da temperatura na superfície do míssil para cada ponto de altitude e de velocidade fornecidos na trajetória. Todos os passos explicados podem ser analisados no apêndice B.



## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 Verificação Numérica

Com o intuito de verificar a confiabilidade do código criado, é necessário comparar os resultados obtidos com outros códigos que possuem o mesmo intuito. Sendo assim utilizou-se os dados de trajetória do míssil estudado na tese de mestrado na Lt. Cummings (4).

A verificação foi baseada no teste de Truitt (5), também comparado no apêndice C. este caso consiste em um foguete teórico e axissimétrico com 12,192 metros de comprimento, sendo o ponto de interesse na metade do foguete. Neste ponto, o material utilizado para fabricação do míssil foi liga Iconel com espessura de 0,127 milímetros (4). Os dados utilizados na verificação estão presente no quadro 1.

Quadro 1 – Dados de teste para verificação numérica (4)

$R$ [(ft.lbf)/(slug.R)]	1716
$\gamma$	1,4
$X$ [ft]	20
$\sigma$ [BTU/(h.ft <sup>2</sup> R <sup>4</sup> )]	$4,7611 \cdot 10^{-13}$
$\epsilon$	0,9
$\rho$ [lbm/ft <sup>3</sup> ]	530
$T_{lanc}$ [R]	519
espessura [ft]	0,000417
$\theta$	$\pi/2$
$c_p$ [BTU/(lbm.F)]	506,6
$T_{rad}$ [R]	0
$b_1$	-0,0035665
$b_2$	0,001645
$b_3$	-0,002469

A evolução da altitude alcançada pelo míssil e o respectivo número de Mach para a fase de verificação estão representados nas Figs 5 e 6, conforme utilizado em (4).

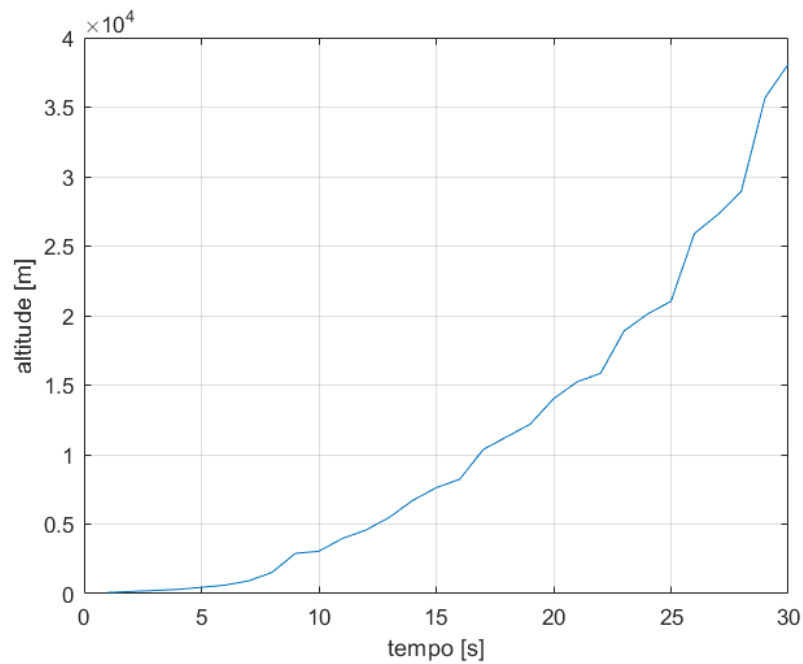


Figura 5 – Dados de altitude da trajetória do míssil. (4)

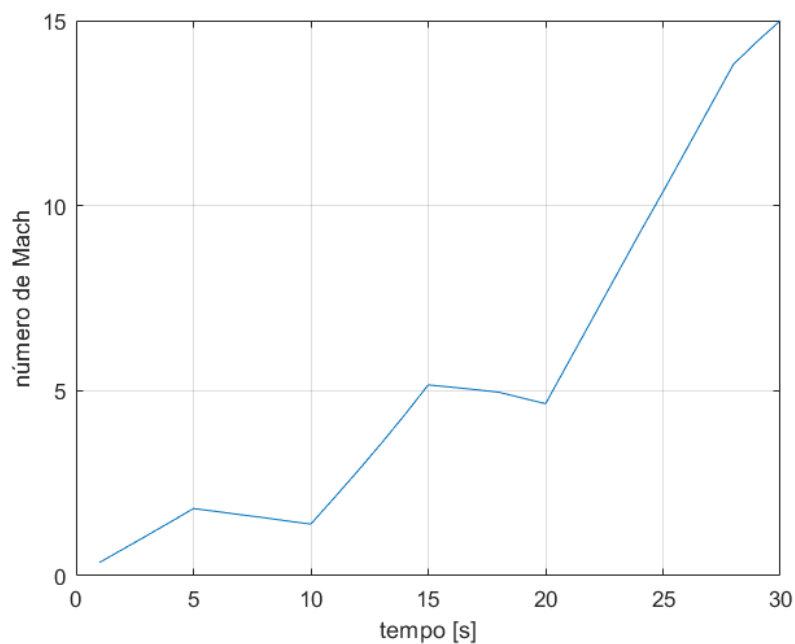


Figura 6 – Dados de velocidade da trajetória do míssil. (4)

Nos gráficos representados pelas Fig.7 e Fig.8 é possível perceber a relação entre os valores encontrados para a pressão e temperatura, respectivamente, no escoamento. A diferença encontrada é devida, principalmente, ao modo como a atmosfera é modelada nos dois trabalhos. Entretanto, apesar dessa diferença na modelagem, é possível notar nas figuras subsequentes o resto das propriedades com o comportamento esperado.

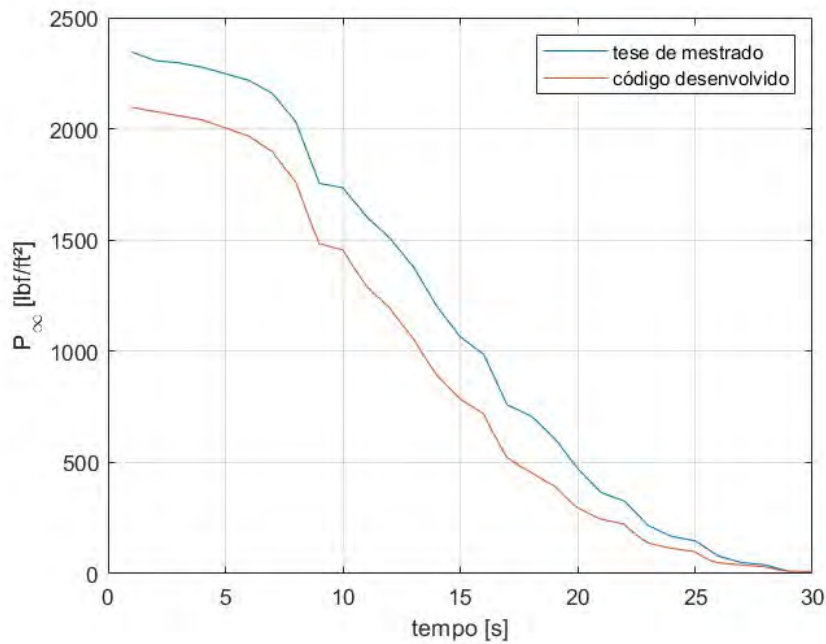


Figura 7 – Comparação entre resultados do teste SKintemp (4) e do código desenvolvido para a pressão no escoamento.

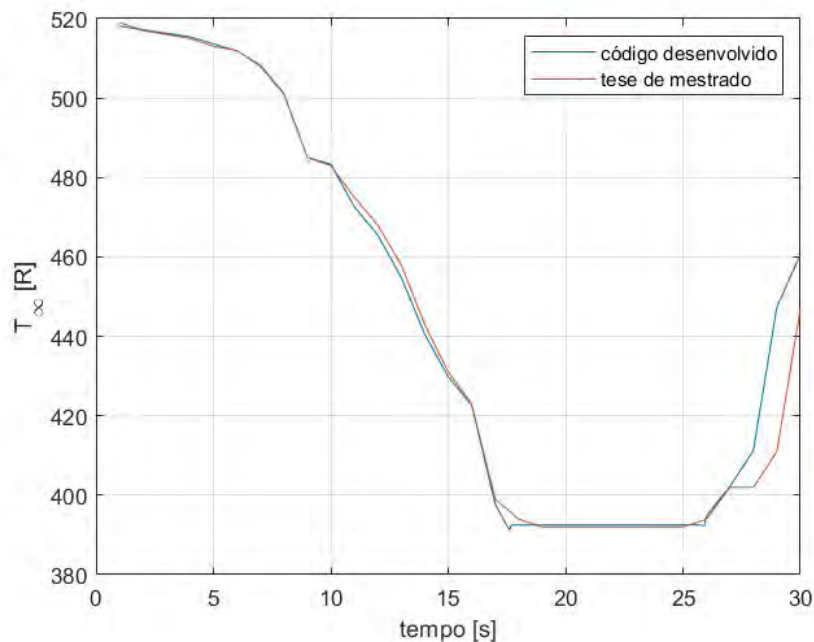


Figura 8 – Comparação entre resultados do teste SKintemp (4) e do código desenvolvido para a temperatura do escoamento.

Para a Fig.9 nota-se a semelhança no comportamento dos resultados durante toda a simulação, com pequena variação entre os mesmos, é válido ressaltar a importância do comportamento da temperatura da parede adiabática devido ao efeito da mesma nas outras propriedades a serem avaliadas. O mesmo acontece na Fig.10, entretanto, a partir dos

23 segundos, a temperatura local começa a divergir do comportamento esperado. Apesar desta divergência, não há efeito significativo nas outras propriedades.

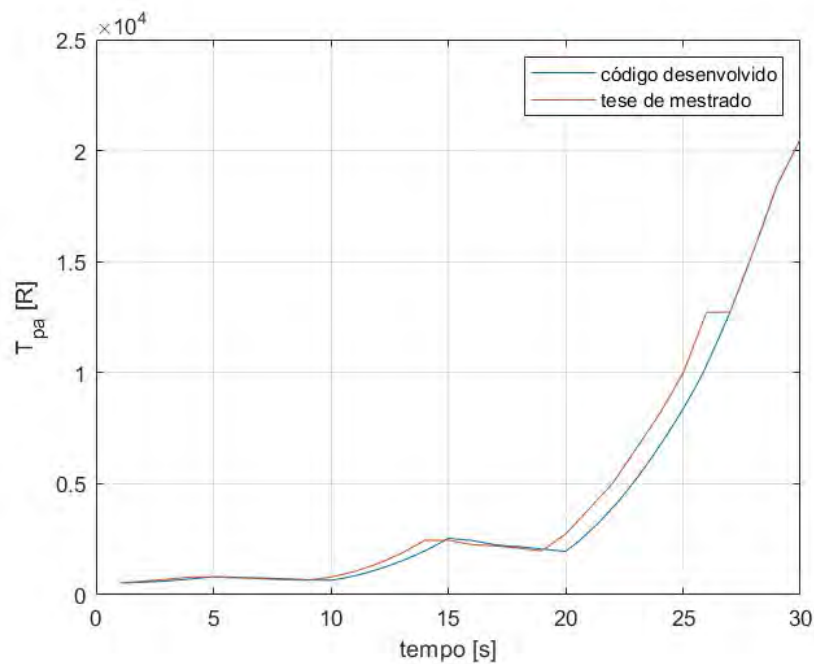


Figura 9 – Comparação entre resultados do teste SKintemp (4) e do código desenvolvido para a temperatura da parede adiabática.

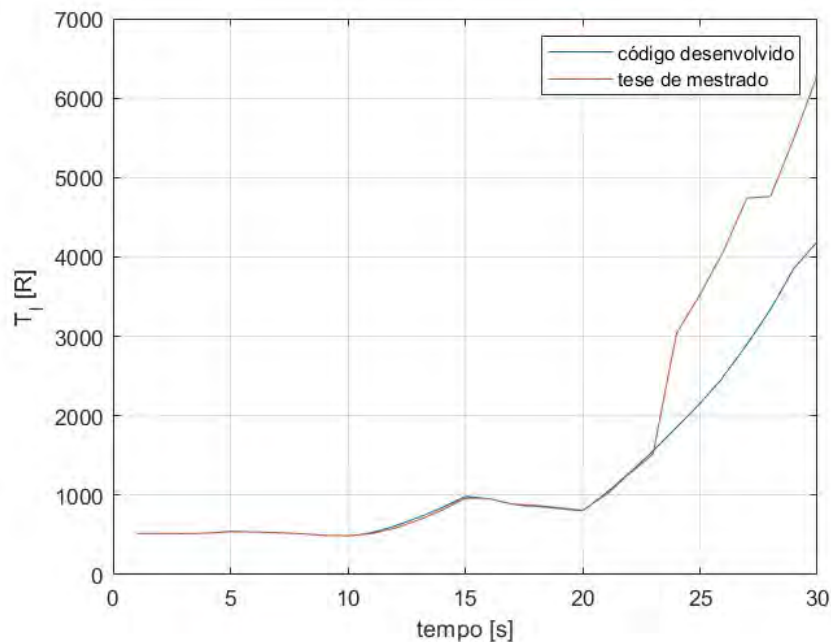


Figura 10 – Comparação entre resultados do teste SKintemp (4) e do código desenvolvido para a temperatura local.

Após o cálculo da temperatura da parede adiabática e da temperatura local, foi possível obter o coeficiente de transferência de calor, conforme o gráfico da Fig.11. Na

figura é possível observar a semelhança entre o comportamento dos dois gráficos, com a diferença de que eles estão defasados por um tempo de 1 segundo. Tal comportamento ocorre principalmente pela diferença de estrutura dos dois códigos, de forma que o código gerado pela LT. Cummings faz considerações que causam este pequeno atraso no cálculo das propriedades térmicas.

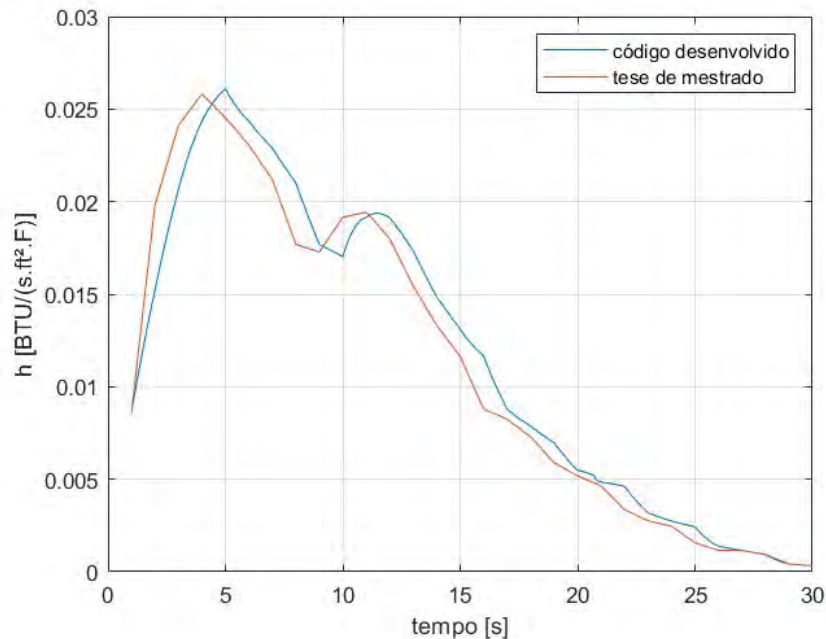


Figura 11 – Comparação entre resultados do teste SKintemp (4) e do código desenvolvido para o coeficiente de transferência de calor.

Nos gráficos das Fig.12 e Fig.13 percebe-se a semelhança entre os comportamentos do número de Reynolds e do número de Reynolds de referência durante todo o voo do míssil. Além disso, é possível notar que não há variação no comportamento, conforme explicado anteriormente, devido à estrutura do código criado pela LT.Cummings.

Na Fig.14 é perceptível a semelhança no comportamento da temperatura de superfície nos dois trabalhos. A diferença de valores encontrada nos dois gráficos ocorre pela diferença do método numérico utilizado na tese de mestrado, onde o passo temporal é crescente até seu valor máximo e depois zerado novamente. O efeito deste passo variável é notório nos pontos em que o comportamento dos dois códigos diverge, sendo o ponto de encontro dos gráficos o ponto em que o passo volta a ser estável.

Por fim, observa-se no gráfico da Fig.15 a semelhança no comportamento da taxa de transferência de calor. O deslocamento entre os dois gráficos ocorre pelo mesmo motivo em que há o deslocamento na Fig.11.

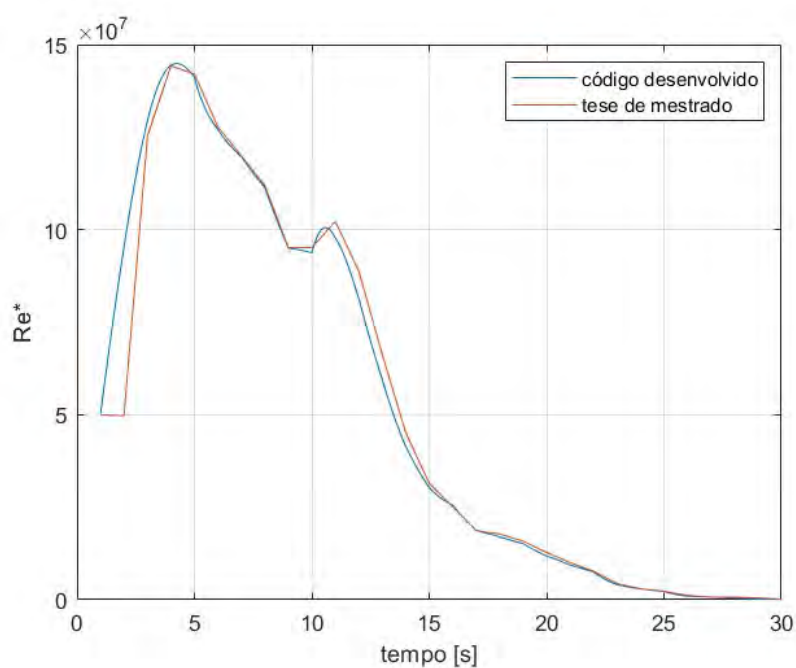


Figura 12 – Comparação entre resultados do teste SKintemp (4) e do código desenvolvido para o número de Reynolds de referência.

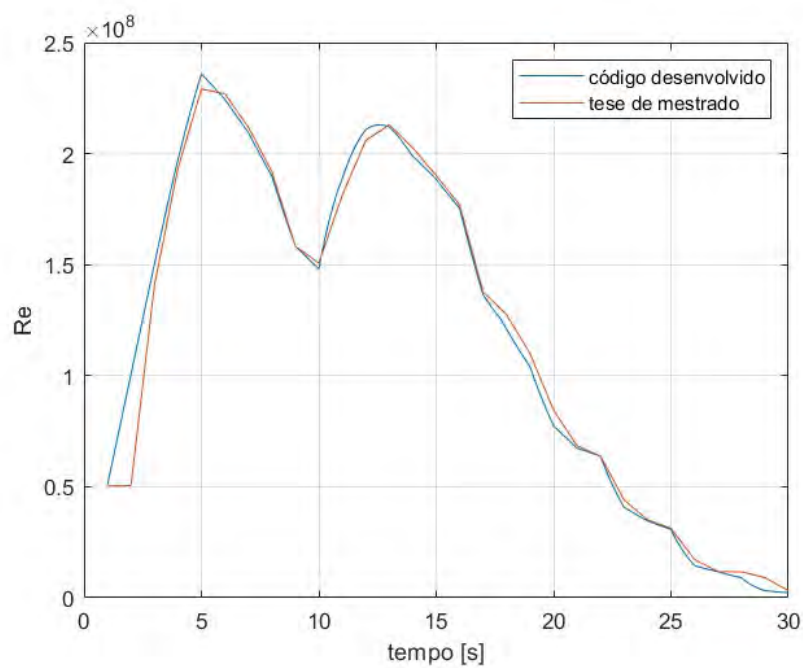


Figura 13 – Comparação entre resultados do teste SKintemp (4) e do código desenvolvido para o número de Reynolds.

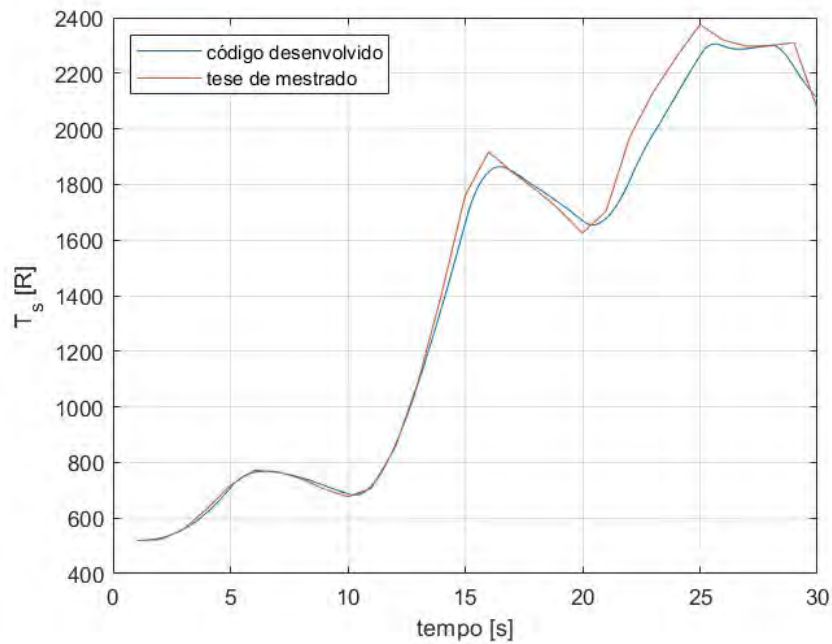


Figura 14 – Comparação entre resultados do teste SKintemp (4) e do código desenvolvido para a temperatura da superfície.

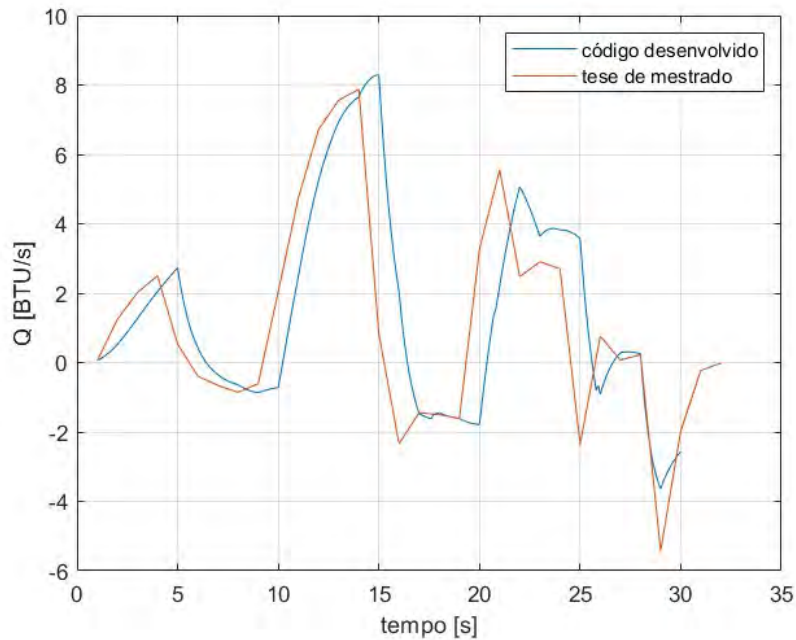


Figura 15 – Comparação entre resultados do teste SKintemp (4) e do código desenvolvido para a taxa de transferência de calor.

Quadro 2 – Tabela com valores da pressão e temperatura do escoamento livre

t [s]	Mestrado( $P_{\infty}$ )(4) [Pa]	Código( $P_{\infty}$ ) [Pa]	Mestrado( $T_{\infty}$ )(4) [K]	Código( $T_{\infty}$ ) [K]
1	112264,15	100332,92	287,83	288,33
2	110377,35	99428,48	287,34	286,66
3	109905,66	98530,65	286,84	285,55
4	108962,26	97639,40	286,35	283,33
5	107547,16	95876,47	285,36	280,55
6	106132,07	94139,41	284,37	277,22
7	103301,88	90741,73	282,38	274,44
8	97169,81	84244,06	278,42	271,66
9	83962,26	70994,54	269,50	268,88
10	83018,86	69633,23	268,51	266,66
11	76886,79	61902,02	262,57	263,33
12	72169,81	57145,69	258,61	259,44
13	66037,73	50569,74	252,66	253,88
14	57547,16	42768,46	244,74	245,55
15	50943,39	37582,41	238,79	240
16	47169,81	34417,30	234,83	231,66
17	36320,75	24990,65	220,96	223,33
18	33962,26	21803,37	218,05	216,66
19	29245,28	18892,21	218,05	216,66
20	22641,50	14184,08	218,05	216,66
21	17452,83	11716,92	218,05	216,66
22	15566,03	10649,27	218,05	216,66
23	10377,35	6604,66	218,05	216,66
24	8018,86	5455,85	218,05	217,22
25	7075,47	4727,39	218,05	217,22
26	3773,58	2319,87	219,33	217,22
27	2358,49	1877,19	223,45	217,22
28	1886,79	1456,76	228,47	217,22
29	471,69	557,04	248,58	228,88
30	471,69	400,31	255,89	251,11



Quadro 3 – Tabela com valores da temperatura da parede adiabática e temperatura local

t [s]	Mestrado( $T_{pa}$ )(4) [K]	Código( $T_{pa}$ ) [K]	Mestrado( $T_l$ )(4) [K]	Código( $T_l$ ) [K]
1	294,05	294,44	288,33	287,83
2	338,86	313,57	287,22	287,34
3	388,02	346,09	286,66	286,89
4	441,08	392,77	290	5290,90
5	441,20	454,21	300	5303,54
6	422,70	437,68	299,44	298,79
7	402,85	419,81	293,88	293,27
8	374,61	400,86	286,66	286,37
9	364,78	374,57	274,44	274,65
10	440,25	361,62	272,22	271,75
11	579,39	472,69	286,11	294,28
12	776,30	635,64	324,44	341,04
13	1033,30	844,12	381,11	400,42
14	1362,11	1095,77	451,11	467,49
15	1365,15	1411,19	535,55	547,71
16	1254,21	1359,45	532,77	531,39
17	1223,80	1250,65	493,88	492,93
18	1164,73	1205,12	484,44	478,88
19	1099,82	1143,72	467,77	462,58
20	1522,42	1084,32	450,55	446,60
21	2150,18	1573,40	559,44	572,41
22	2783,43	2174,77	707,22	712,86
23	3651,85	2891,29	843,33	865,96
24	4523,81	3723,71	1686,66	1029,98
25	5537,88	4646,19	1959,44	1199,06
26	7064,33	5744,66	2263,33	1389,69
27	7071,21	7071,34	2634,44	1611,71
28	8602,49	8602,65	2645	1856,38
29	10241,67	10241,90	3051,11	2144,50
30	11403,10	11403,36	3495	2329,20

Quadro 4 – Tabela com valores do coeficiente de transferência de calor e do fluxo térmico

t [s]	Mestrado(h)(4) [ $\frac{W}{m^2.K}$ ]	Código(h) [ $\frac{W}{m^2.K}$ ]	Mestrado(q)(4) [W]	Código(q) [W]
1	175,28	176,56	465,35	725,40
2	405,05	311,35	14119,40	5933,70
3	493,11	422,52	22904,30	14397,06
4	527,86	497,71	28409,05	23223,74
5	501,57	533,75	5970,10	31041,78
6	471,08	497,67	-4449,20	4948,85
7	433,07	467,85	-7491	-3922,71
8	361,77	429,48	-9692,90	-7211,97
9	353,09	361,54	-6934,85	-9826,47
10	391,58	348,00	23244,80	-8102,70
11	397,26	391,54	53957,90	28216,31
12	367,80	390,74	76181,20	59530,42
13	315,57	354,21	85817,35	78732,48
14	272,20	303,51	89403,95	86828,67
15	237,51	268,00	9250,25	94097,26
16	179,64	238,04	-26559	23078,09
17	168,58	179,39	-16389,40	-16688,93
18	148,95	160,67	-17059,05	-16346,39
19	120,56	142,37	-18239,45	-18271,55
20	105,92	111,98	37159,90	-20267,38
21	94,95	98,94	63037,90	24828,15
22	68,50	94,22	28091,25	57410,44
23	56,33	64,88	32983,10	41314,82
24	50,24	55,86	30656,35	43326,95
25	31,93	49,64	-26717,90	40542,49
26	23,63	28,06	8591,95	-10325,73
27	23,54	23,56	805,85	3194,61
28	18,96	18,96	2599,15	2861,66
29	8,58	8,62	-61630,50	-41230,75
30	6,56	6,55	-22359,50	-29128,71

Quadro 5 – Tabela com valores da temperatura de superfície

t [s]	Mestrado( $T_s$ )(4) [K]	Código( $T_s$ ) [K]
1	288,33	288,33
2	290	293,29
3	311,11	310,87
4	351,66	344,63
5	398,33	393,72
6	428,88	424,40
7	426,11	424,65
8	412,22	414,16
9	391,11	398,21
10	376,11	381,79
11	392,77	397,33
12	472,22	476,46
13	606,11	602,67
14	782,22	754,86
15	978,33	922,07
16	1065	1025,29
17	1025	1026,98
18	989,44	995,13
19	950,55	963,24
20	903,33	927,63
21	946,66	932,28
22	1093,33	1007,18
23	1184,44	1100,28
24	1255	1179,27
25	1319,44	1257,29
26	1288,33	1276,75
27	1276,11	1271,43
28	1277,77	1277,57
29	1283,33	1235,26
30	1150,55	1171,38

## 4.2 Estudo de Casos

Após a verificação numérica do código, é interessante verificar o comportamento das principais propriedades térmicas do míssil caso alguns parâmetros de sua trajetória sejam alterados. Sendo assim, criou-se diferentes trajetórias, alterando os valores do número de Mach, ângulo de ataque e altitude máxima.

### 4.2.1 Variação do Ângulo de Ataque

No primeiro caso variou-se o ângulo de ataque do míssil para 2, 7 e 12 graus, obtendo os quadros 6, 7 e 8. A partir destes dados obtêm-se os gráficos comparativos nas Fig. 16, 17, 18 e 19.

Quadro 6 – Tabela de tiro para ângulo de ataque de 2 graus

altitude [m]	Mach	tempo [s]	AoA [rad]
76,2	0,36	1	0,035
152,4	0,718	2	0,035
228,6	1,08	3	0,035
304,8	1,445	4	0,035
457,2	1,816	5	0,035
609,6	1,735	6	0,035
914,4	1,65	7	0,035
1524	1,57	8	0,035
2895,6	1,48	9	0,035
3048	1,397	10	0,035
3962,4	2,107	11	0,035
4572	2,83	12	0,035
5486,4	3,575	13	0,035
6705,6	4,348	14	0,035
7620	5,157	15	0,035
8229,6	5,095	16	0,035
10363,2	5,03	17	0,035
11277,6	4,959	18	0,035
12192	4,804	19	0,035
14020,8	4,649	20	0,035
15240	5,8	21	0,035
15849,6	6,951	22	0,035
18897,6	8,103	23	0,035
20116,8	9,254	24	0,035
21031,2	10,373	25	0,035
25908	11,521	26	0,035
27279,6	12,670	27	0,035
28956	13,817	28	0,035
35661,6	14,430	29	0,035
38100	15,000	30	0,035

Quadro 7 – Tabela de tiro para ângulo de ataque de 7 graus

altitude [m]	Mach	tempo [s]	AoA [rad]
76,2	0,36	1	0,122
152,4	0,718	2	0,122
228,6	1,08	3	0,122
304,8	1,445	4	0,122
457,2	1,816	5	0,122
609,6	1,735	6	0,122
914,4	1,65	7	0,122
1524	1,57	8	0,122
2895,6	1,48	9	0,122
3048	1,397	10	0,122
3962,4	2,107	11	0,122
4572	2,83	12	0,122
5486,4	3,575	13	0,122
6705,6	4,348	14	0,122
7620	5,157	15	0,122
8229,6	5,095	16	0,122
10363,2	5,03	17	0,122
11277,6	4,959	18	0,122
12192	4,804	19	0,122
14020,8	4,649	20	0,122
15240	5,8	21	0,122
15849,6	6,951	22	0,122
18897,6	8,103	23	0,122
20116,8	9,254	24	0,122
21031,2	10,373	25	0,122
25908	11,521	26	0,122
27279,6	12,670	27	0,122
28956	13,817	28	0,122
35661,6	14,430	29	0,122
38100	15,000	30	0,122

A partir das Fig. 16, 17, 18 e 19 percebe-se que as propriedades, com exceção da temperatura da parede adiabática, aumentam com o incremento do ângulo de ataque. Este comportamento já era esperado, tendo em vista que todas as propriedades dependem do coeficiente de pressão, logo, enquanto o ângulo de ataque aumentar, o módulo do  $\cos(AoA + \theta)$  também irá, ampliando o valor das mesmas.

Quadro 8 – Tabela de tiro para ângulo de ataque de 12 graus

altitude [m]	Mach	tempo [s]	AoA [rad]
76,2	0,36	1	0,209
152,4	0,718	2	0,209
228,6	1,08	3	0,209
304,8	1,445	4	0,209
457,2	1,816	5	0,209
609,6	1,735	6	0,209
914,4	1,65	7	0,209
1524	1,57	8	0,209
2895,6	1,48	9	0,209
3048	1,397	10	0,209
3962,4	2,107	11	0,209
4572	2,83	12	0,209
5486,4	3,575	13	0,209
6705,6	4,348	14	0,209
7620	5,157	15	0,209
8229,6	5,095	16	0,209
10363,2	5,03	17	0,209
11277,6	4,959	18	0,209
12192	4,804	19	0,209
14020,8	4,649	20	0,209
15240	5,8	21	0,209
15849,6	6,951	22	0,209
18897,6	8,103	23	0,209
20116,8	9,254	24	0,209
21031,2	10,373	25	0,209
25908	11,521	26	0,209
27279,6	12,670	27	0,209
28956	13,817	28	0,209
35661,6	14,430	29	0,209
38100	15,000	30	0,209

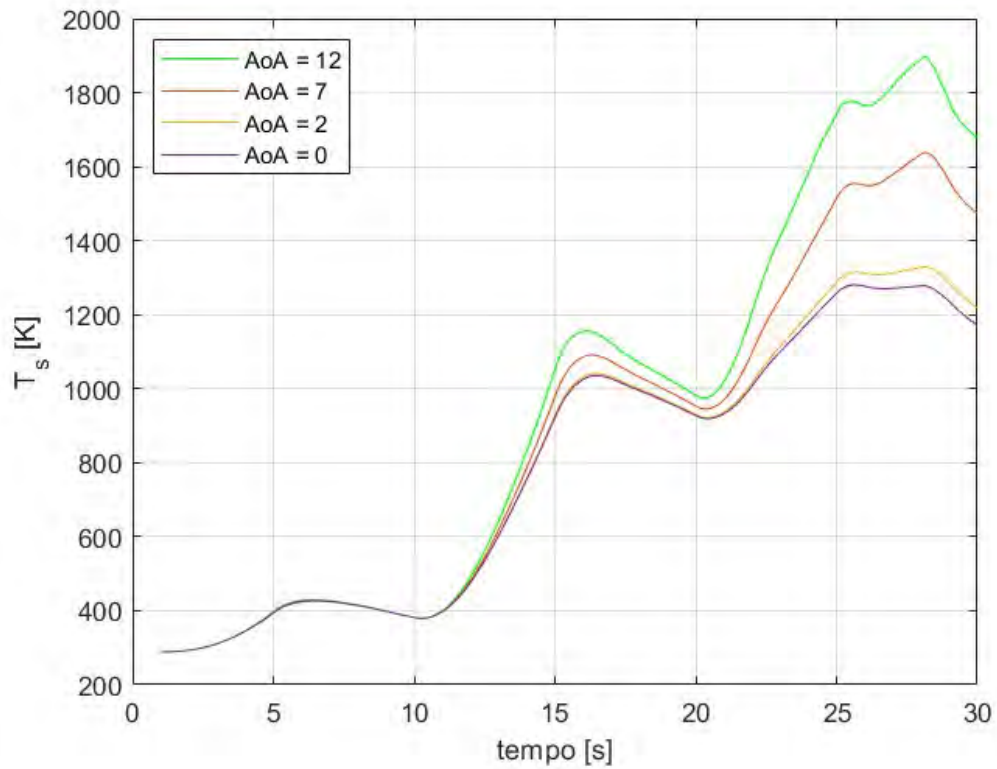


Figura 16 – Variação da temperatura de superfície em relação ao ângulo de ataque

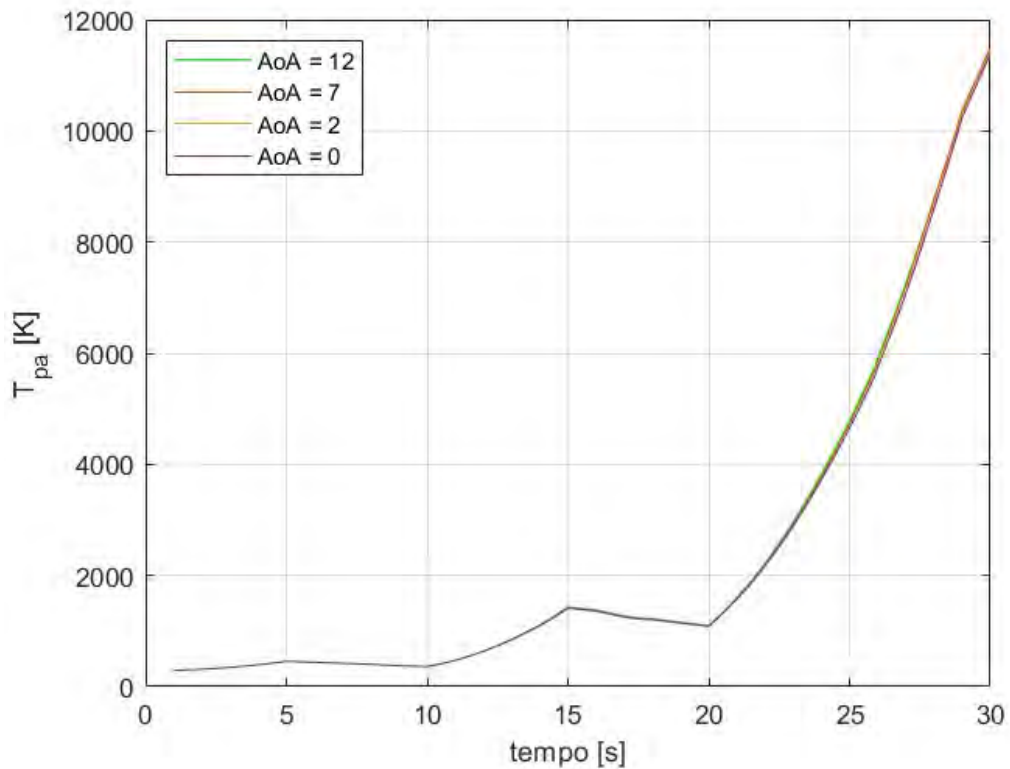


Figura 17 – Variação da temperatura da parede adiabática em relação ao ângulo de ataque

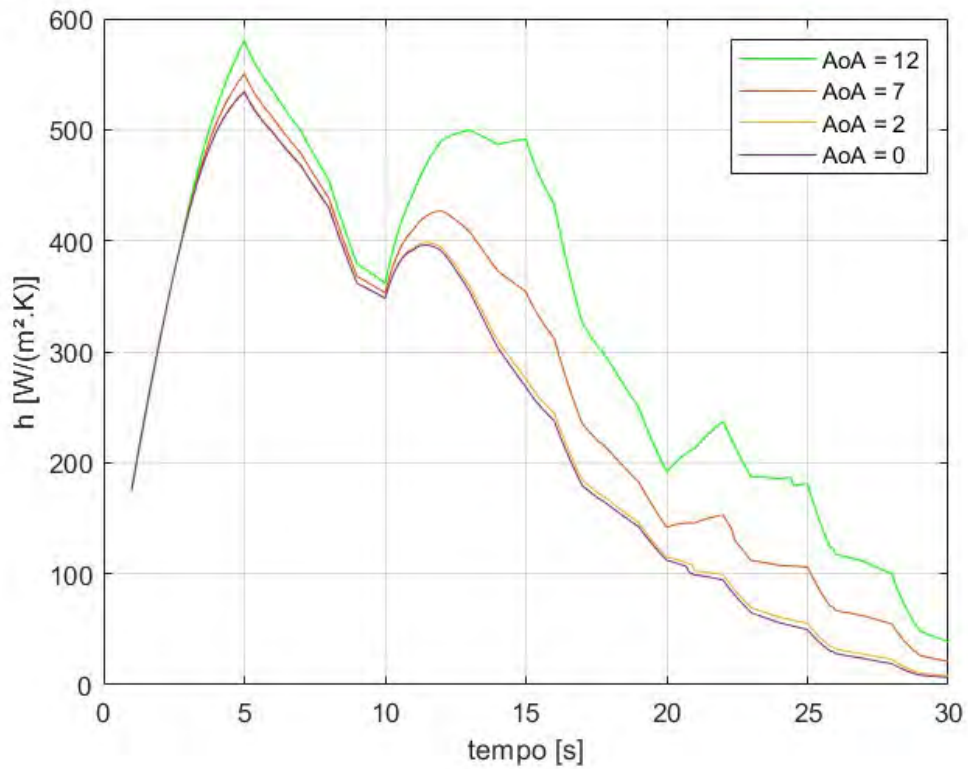


Figura 18 – Variação do coeficiente de transferência de calor em relação ao ângulo de ataque

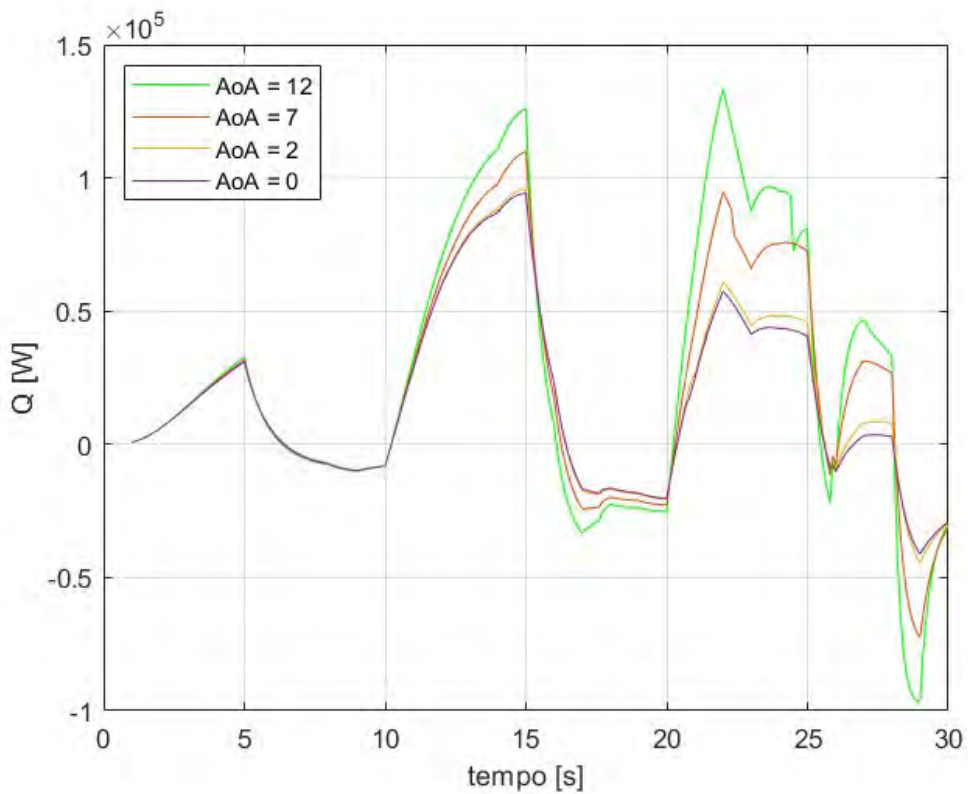


Figura 19 – Variação da taxa de transferência de calor em relação ao ângulo de ataque



## 4.2.2 Variação do Número de Mach

No segundo caso variou-se o número de Mach máximo do míssil para 2,5 , 7,5 e 0,94, obtendo os quadros 9, 10 e 11. A partir destes dados obtêm-se os gráficos comparativos nas Fig. 20, 21, 22 e 23.

Quadro 9 – Tabela de tiro para número de Mach máximo de 7,5

altitude [m]	Mach	tempo [s]	AoA [rad]
76,2	0,18	1	0
152,4	0,36	2	0
228,6	0,54	3	0
304,8	0,72	4	0
457,2	0,91	5	0
609,6	0,87	6	0
914,4	0,83	7	0
1524	0,79	8	0
2895,6	0,74	9	0
3048	0,70	10	0
3962,4	1,05	11	0
4572	1,42	12	0
5486,4	1,79	13	0
6705,6	2,17	14	0
7620	2,58	15	0
8229,6	2,55	16	0
10363,2	2,52	17	0
11277,6	2,48	18	0
12192	2,40	19	0
14020,8	2,32	20	0
15240	2,90	21	0
15849,6	3,48	22	0
18897,6	4,05	23	0
20116,8	4,63	24	0
21031,2	5,19	25	0
25908	5,76	26	0
27279,6	6,34	27	0
28956	6,91	28	0
35661,6	7,22	29	0
38100	7,50	30	0

Nas Fig. 20, 21, 22 e 23 nota-se também o aumento de todas propriedades juntamente com o número de Mach. Novamente, este comportamento já era esperado. Tal incremento acontece por dois fatores principais, primeiramente a dependência da temperatura da parede adiabática em relação à velocidade do escoamento, que faz com que essa amplitude seja propagada para as outras propriedades, além da dependência das demais propriedades em relação ao número de Mach local, que depende do número de Mach do escoamento.

Quadro 10 – Tabela de tiro para número de Mach máximo de 2,5

altitude [m]	Mach	tempo [s]	AoA [rad]
76,2	0,06	1	0
152,4	0,12	2	0
228,6	0,18	3	0
304,8	0,24	4	0
457,2	0,30	5	0
609,6	0,29	6	0
914,4	0,28	7	0
1524	0,26	8	0
2895,6	0,25	9	0
3048	0,23	10	0
3962,4	0,35	11	0
4572	0,47	12	0
5486,4	0,60	13	0
6705,6	0,72	14	0
7620	0,86	15	0
8229,6	0,85	16	0
10363,2	0,84	17	0
11277,6	0,83	18	0
12192	0,80	19	0
14020,8	0,77	20	0
15240	0,97	21	0
15849,6	1,16	22	0
18897,6	1,35	23	0
20116,8	1,54	24	0
21031,2	1,73	25	0
25908	1,92	26	0
27279,6	2,11	27	0
28956	2,30	28	0
35661,6	2,41	29	0
38100	2,50	30	0

Sendo assim, espera-se que a amplitude causada por esta variação seja maior do que a causada pelo aumento do ângulo de ataque.

Quadro 11 – Tabela de tiro para número de Mach máximo de 0,94

altitude [m]	Mach	tempo [s]	AoA [rad]
76,2	0,02	1	0
152,4	0,04	2	0
228,6	0,07	3	0
304,8	0,09	4	0
457,2	0,11	5	0
609,6	0,11	6	0
914,4	0,10	7	0
1524	0,10	8	0
2895,6	0,09	9	0
3048	0,09	10	0
3962,4	0,13	11	0
4572	0,18	12	0
5486,4	0,22	13	0
6705,6	0,27	14	0
7620	0,32	15	0
8229,6	0,32	16	0
10363,2	0,31	17	0
11277,6	0,31	18	0
12192	0,30	19	0
14020,8	0,29	20	0
15240	0,36	21	0
15849,6	0,43	22	0
18897,6	0,51	23	0
20116,8	0,58	24	0
21031,2	0,65	25	0
25908	0,72	26	0
27279,6	0,79	27	0
28956	0,86	28	0
35661,6	0,90	29	0
38100	0,94	30	0

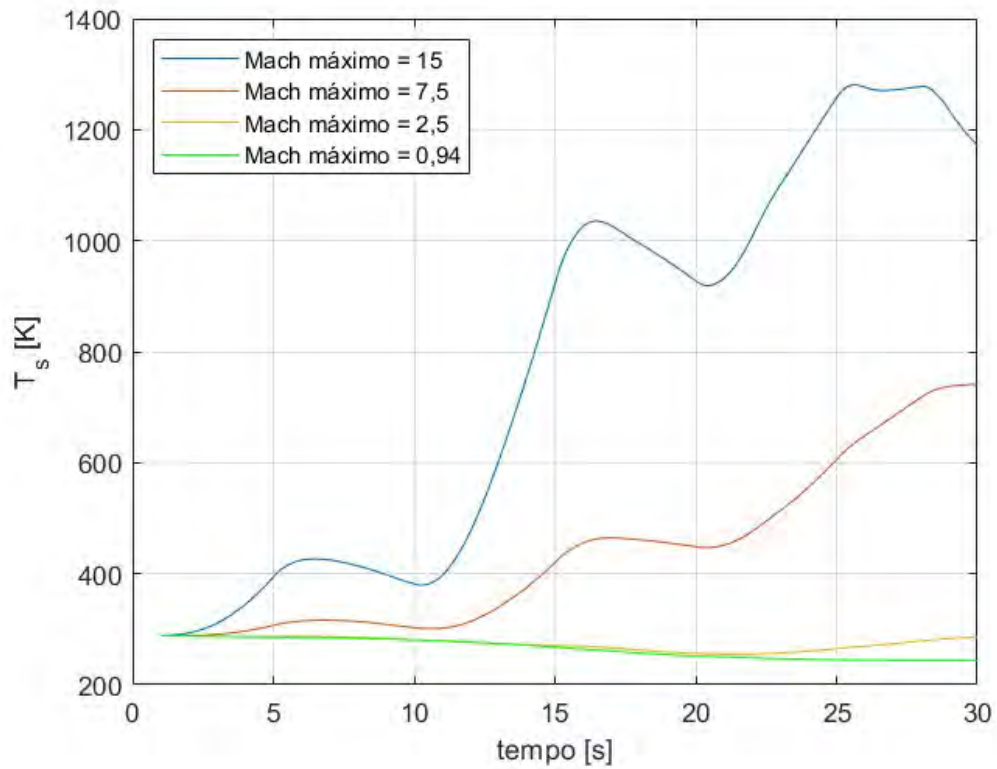


Figura 20 – Variação da temperatura de superfície em relação ao número de Mach

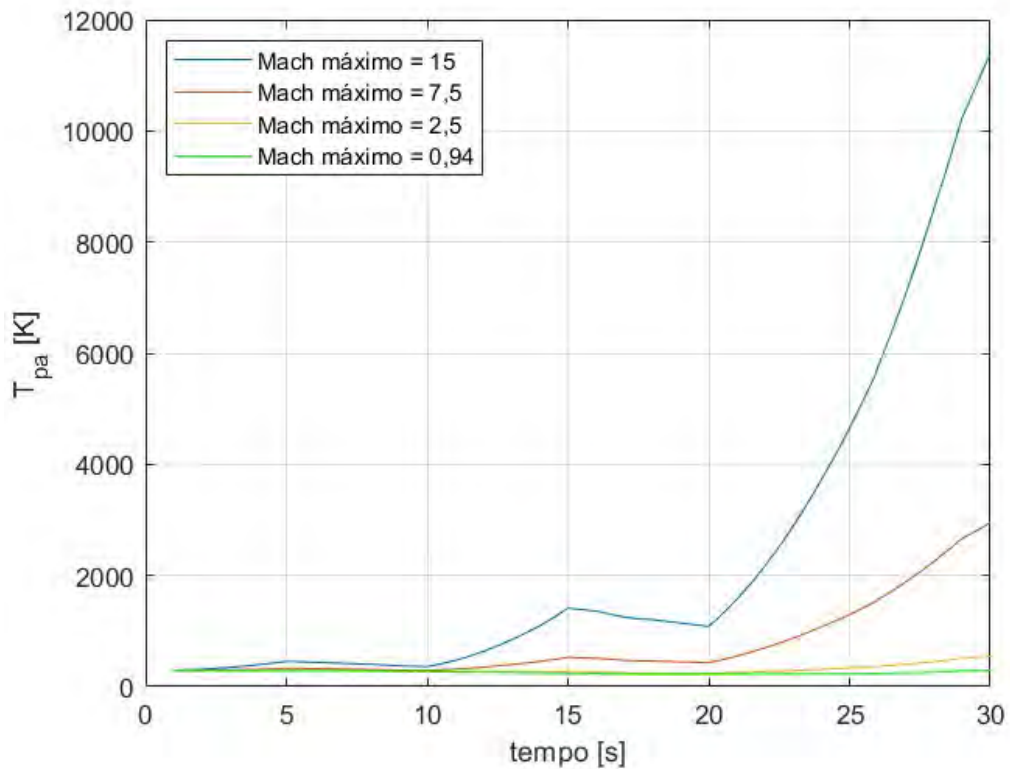


Figura 21 – Variação da temperatura da parede adiabática em relação ao número de Mach

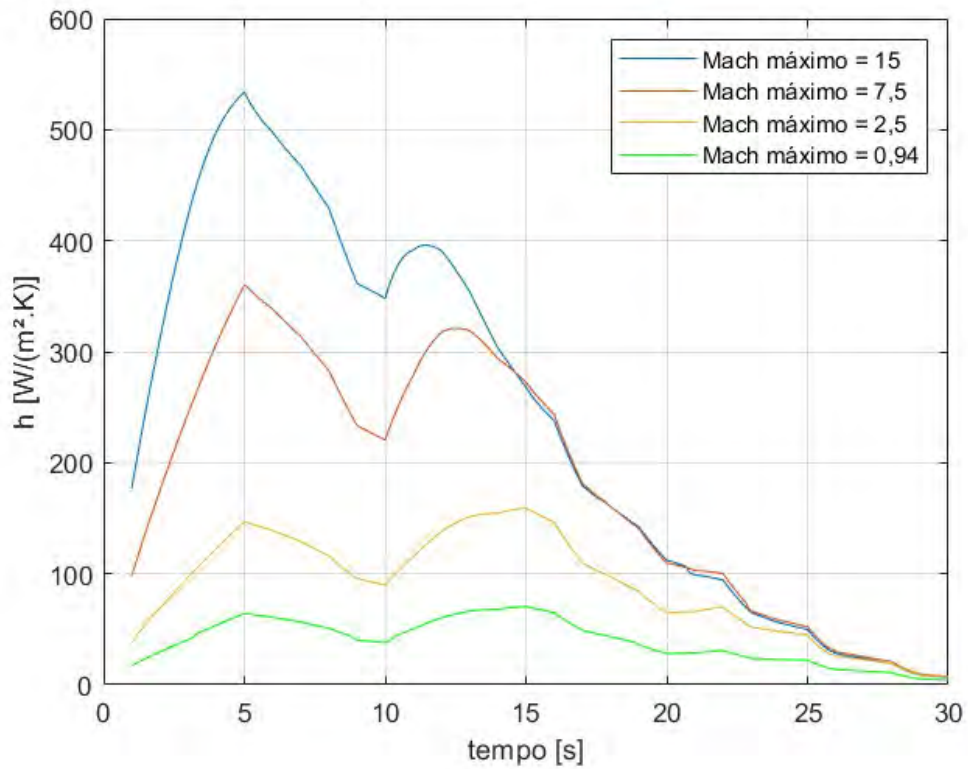


Figura 22 – Variação do coeficiente de transferência de calor em relação ao número de Mach

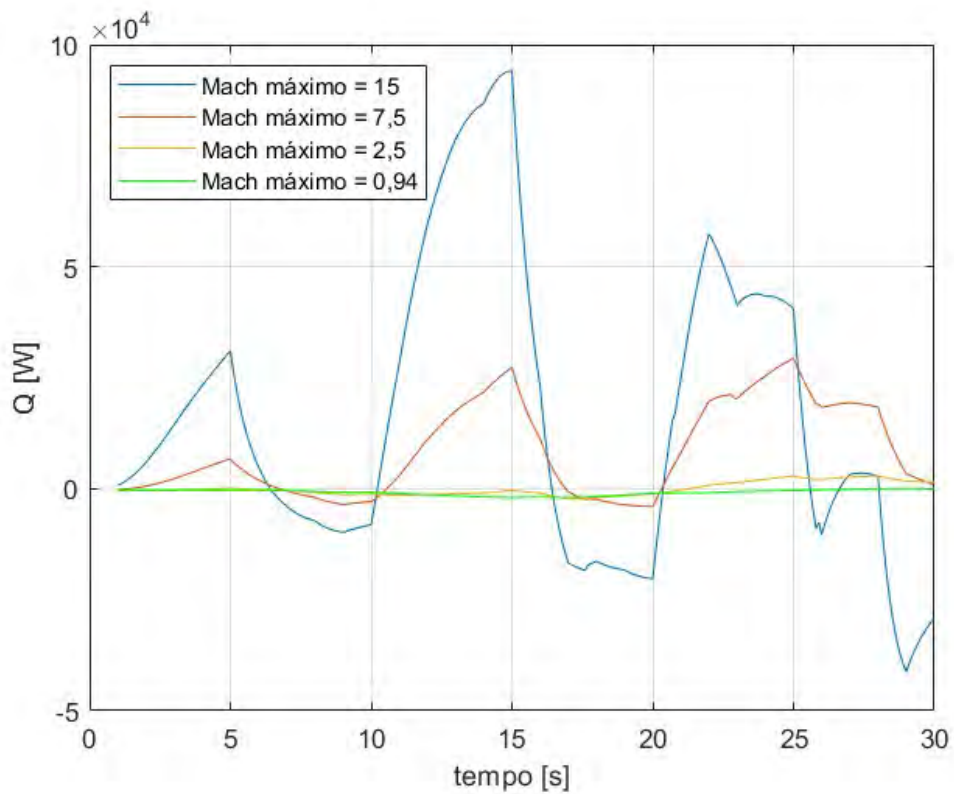


Figura 23 – Variação da taxa de transferência de calor em relação ao número de Mach

### 4.2.3 Variação da Altitude

Por fim, no último e terceiro caso, variou-se a altitude máxima que o míssil deveria atingir, formando os quadros 12, 13 e 14. A partir destes dados obtêm-se os gráficos comparativos nas Fig. 24, 25, 26 e 27.

Quadro 12 – Tabela de tiro para altitude máxima de 76,2 m

altitude [m]	Mach	tempo [s]	AoA [rad]
76,2	0,36	1	0
76,2	0,718	2	0
76,2	1,08	3	0
76,2	1,445	4	0
76,2	1,816	5	0
76,2	1,735	6	0
76,2	1,65	7	0
76,2	1,57	8	0
76,2	1,48	9	0
76,2	1,397	10	0
76,2	2,107	11	0
76,2	2,83	12	0
76,2	3,575	13	0
76,2	4,348	14	0
76,2	5,157	15	0
76,2	5,095	16	0
76,2	5,03	17	0
76,2	4,959	18	0
76,2	4,804	19	0
76,2	4,649	20	0
76,2	5,8	21	0
76,2	6,951	22	0
76,2	8,103	23	0
76,2	9,254	24	0
76,2	10,373	25	0
76,2	11,521	26	0
76,2	12,670	27	0
76,2	13,817	28	0
76,2	14,430	29	0
76,2	15,000	30	0

Nas Fig. 24, 25, 26 e 27 é possível observar o aumento das propriedades de forma inversamente proporcional à altitude máxima, tal fato pode ser explicado pela modelagem da atmosfera, na qual a massa específica do ar diminui conforme a altitude aumenta. Sendo assim, em uma trajetória de voo mais próxima da superfície terrestre, os números de Reynolds e de Prandtl do escoamento serão maiores em relação a um voo com maior altitude. Conforme demonstrado anteriormente, estes dois números afetam significativamente as propriedades térmicas da trajetória.

Quadro 13 – Tabela de tiro para altitude máxima de 5486,4 m

altitude [m]	Mach	tempo [s]	AoA [rad]
76,2	0,36	1	0
152,4	0,718	2	0
228,6	1,08	3	0
304,8	1,445	4	0
457,2	1,816	5	0
609,6	1,735	6	0
914,4	1,65	7	0
1524	1,57	8	0
2895,6	1,48	9	0
3048	1,397	10	0
3962,4	2,107	11	0
4572	2,83	12	0
5486,4	3,575	13	0
5486,4	4,348	14	0
5486,4	5,157	15	0
5486,4	5,095	16	0
5486,4	5,03	17	0
5486,4	4,959	18	0
5486,4	4,804	19	0
5486,4	4,649	20	0
5486,4	5,8	21	0
5486,4	6,951	22	0
5486,4	8,103	23	0
5486,4	9,254	24	0
5486,4	10,373	25	0
5486,4	11,521	26	0
5486,4	12,670	27	0
5486,4	13,817	28	0
5486,4	14,430	29	0
5486,4	15,000	30	0

Quadro 14 – Tabela de tiro para altitude máxima de 57150 m

altitude [m]	Mach	tempo [s]	AoA [rad]
114,3	0,36	1	0
228,6	0,718	2	0
342,9	1,08	3	0
457,2	1,445	4	0
685,8	1,816	5	0
914,4	1,735	6	0
1371,6	1,65	7	0
2286	1,57	8	0
4343,4	1,48	9	0
4572	1,397	10	0
5943,6	2,107	11	0
6858	2,83	12	0
8229,6	3,575	13	0
10058,4	4,348	14	0
11430	5,157	15	0
12344,4	5,095	16	0
15544,8	5,03	17	0
16916,4	4,959	18	0
18288	4,804	19	0
21031,2	4,649	20	0
22860	5,8	21	0
23774,4	6,951	22	0
28346,4	8,103	23	0
30175,2	9,254	24	0
31546,8	10,373	25	0
38862	11,521	26	0
40919,4	12,670	27	0
43434	13,817	28	0
53492,4	14,430	29	0
57150	15,000	30	0



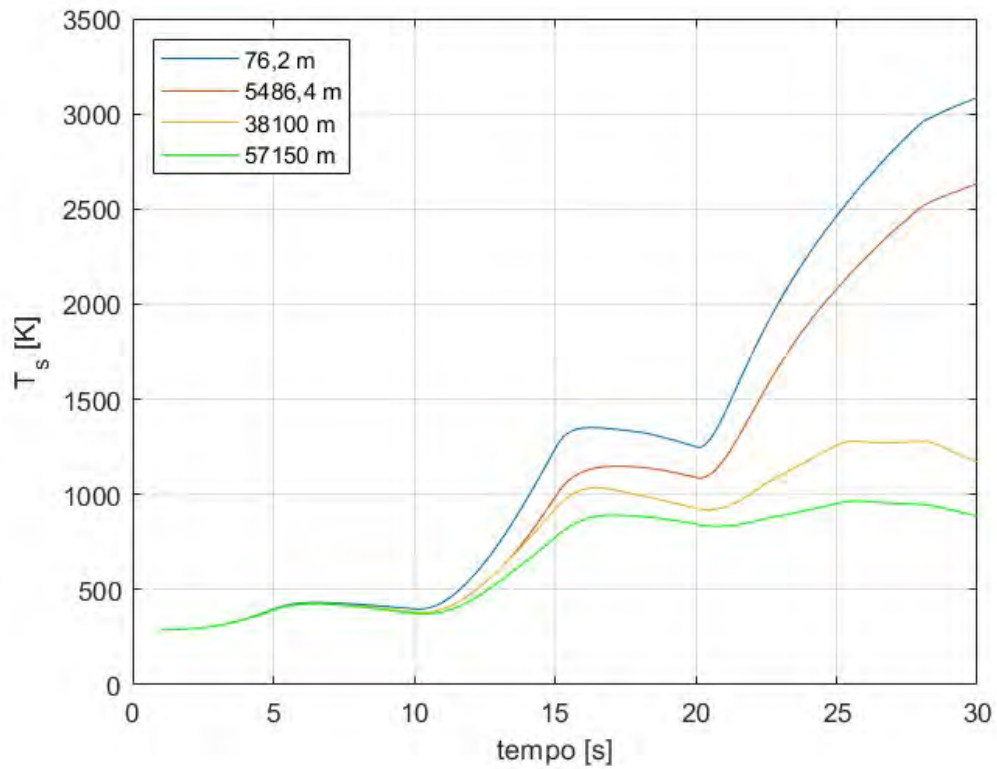


Figura 24 – Variação da temperatura de superfície em relação à altitude

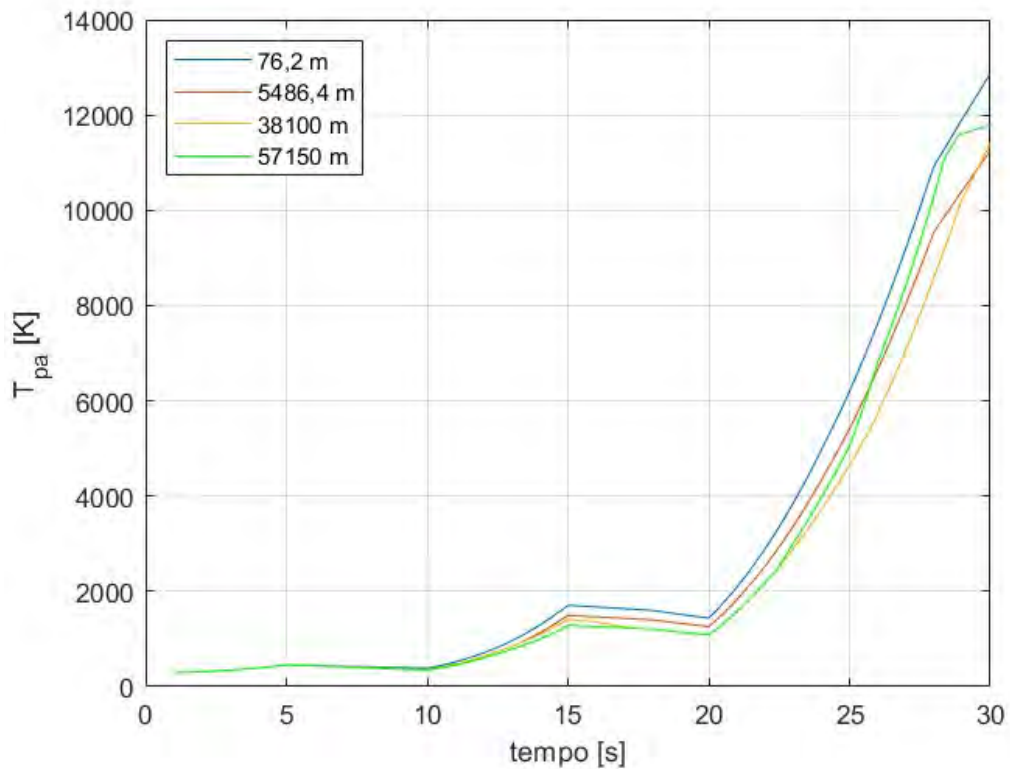


Figura 25 – Variação da temperatura da parede adiabática em relação à altitude

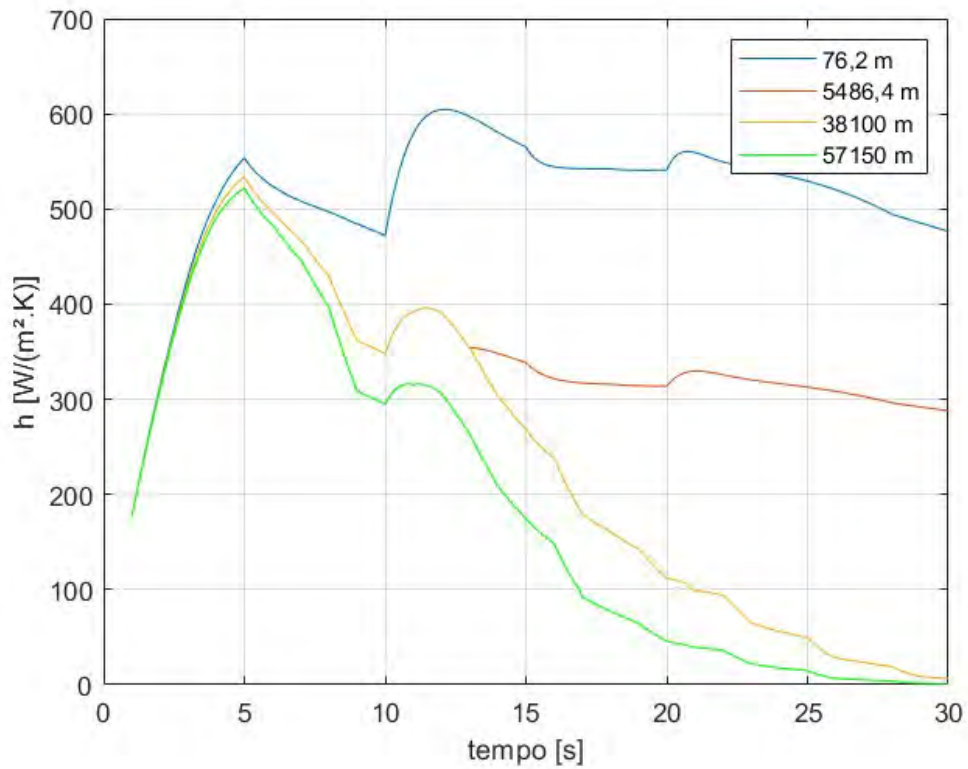


Figura 26 – Variação do coeficiente de transferência de calor em relação à altitude

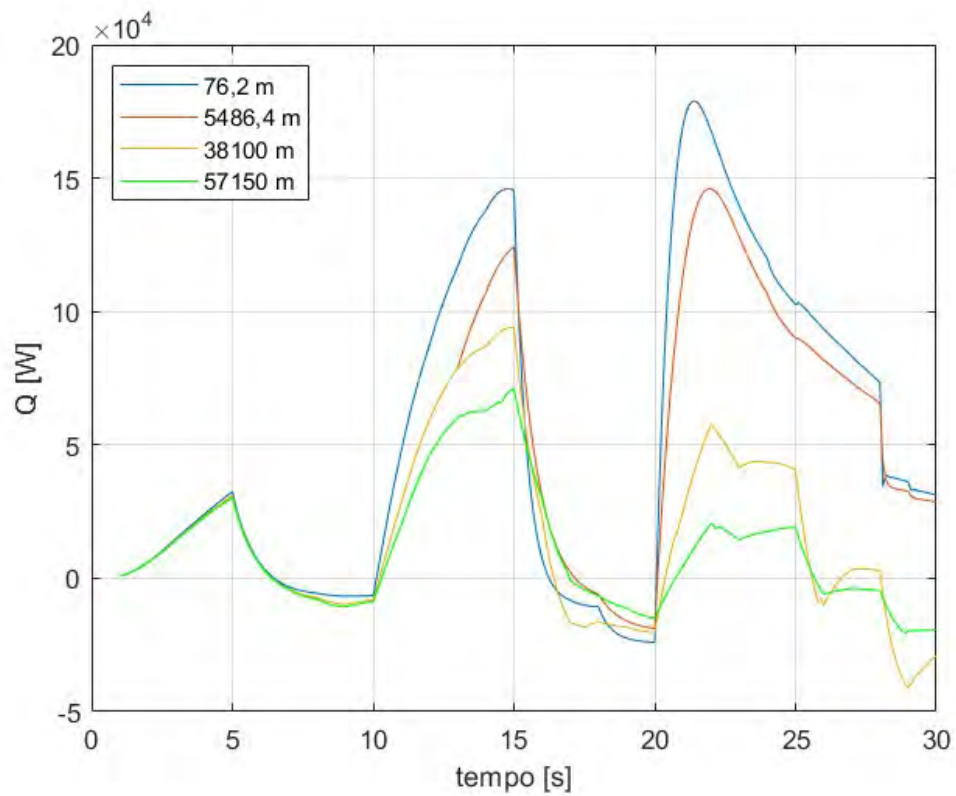


Figura 27 – Variação da taxa de transferência de calor em relação à altitude

#### 4.2.4 Resultados Gerais

Após análise dos gráficos anteriores, é possível quantificar o comportamento dos parâmetros térmicos de acordo com os parâmetros de voo. Sendo assim, nota-se que um incremento de 250% no ângulo de ataque gera um incremento de 21,03%, 0,5%, 157,56% e 5,9% nas temperaturas de superfície e parede adiabática, no coeficiente de transferência de calor e na transferência de calor respectivamente, enquanto um aumento de 71,43% gerou um aumento nas mesmas propriedades de 13,92%, 1,1%, 85,08% e 2,76%.

Por outro lado, na variação do número de Mach, quando a velocidade sofre um aumento de 200% as temperaturas de superfície e parede adiabática, o coeficiente de transferência de calor e a taxa de transferência de calor sofrem um aumento, respectivamente, de 61,4%, 81,5%, 5,13% e 70,5% enquanto um aumento de 166% na velocidade gerou um aumento de 14,8%, 45,8%, 40,73% e 97,68% nas mesmas propriedades, sendo assim, é possível notar como a taxa de aumento das propriedades depende também do valor do número de Mach, visto que dois aumentos parecidos geraram incrementos completamente diferentes.

Posteriormente, na análise do incremento da altitude, percebe-se que um aumento de 7100% foi capaz de gerar um decréscimo de 14,67%, 12,55%, 39,57% e 8,58% nas temperaturas de superfície e parede adiabática, no coeficiente de transferência de calor e na taxa de transferência de calor respectivamente, enquanto um incremento de 60,7% gerou um decréscimo muito maior, de 66,56%, 4,67%, 99,61% e 167,3%, novamente, esses dados mostram que as propriedades dependem mais do valor final da altitude do que da taxa de acréscimo. Sendo assim, admite-se que o ângulo de ataque é o principal responsável para o cálculo do coeficiente de transferência, enquanto a velocidade é o parâmetro principal para definição das temperaturas de parede adiabática e de superfície, e a altitude é o principal fator na definição da taxa de transferência de calor.

Além disso, percebe-se em alguns gráficos que a temperatura de superfície atingida no ponto definido supera a temperatura de fusão do material utilizado. Sendo assim, a simulação também tem como finalidade validar os tipos de materiais usados para construção do míssil, assim como os parâmetros de trajetória atingidos.

## 5 CONCLUSÃO

O objetivo principal do trabalho foi atingido, visto que foi possível comparar diferentes casos de voo para um míssil específico e realizar a análise térmica do mesmo. Entretanto, os casos analisados tiveram que proceder de um caso teórico sugerido em 1960 devido à falta de dados reais para comparação.

Durante o estudo da teoria, observou-se diversos outros métodos para cálculo das propriedades térmicas do voo, entretanto, optou-se pelas utilizadas neste trabalho, tendo como objetivo simplificar os cálculos realizados. Durante o processo de verificação numérica, optou-se por validar os resultados apenas de acordo com o trabalho da LT.Cummings(4), tendo em vista que o trabalho realizado por Truitt(5) contém diversas simplificações que diminuem consideravelmente a precisão da análise.

Para o estudo de casos, percebeu-se que todos os resultados seguiram conforme o esperado de acordo com a teoria. Sendo assim, esta análise serviu para confirmar o funcionamento do código para trajetórias diferentes e possibilitar a verificação do comportamento de forma quantitativa. Além disso, as taxas de variação dos parâmetros foram comparadas com as das propriedades, mostrando que o ângulo de ataque é o fator preponderante no cálculo do coeficiente de transferência, enquanto a velocidade é o parâmetro principal para definição das temperaturas de parede adiabática e de superfície, e por fim, a altitude é o principal fator no cálculo da taxa de transferência de calor. Vale ressaltar a oportunidade de utilização do código para validar o cenário de voo, como em alguns casos em que a temperatura de superfície pode ultrapassar a temperatura de fusão do material.

Por fim, sugere-se alguns trabalhos futuros no código desenvolvido de forma a torná-lo mais preciso, além da verificação de seus resultados comparados com resultados experimentais. Além disso, é interessante integrá-lo a outros softwares capazes de complementar ou aprimorar os cálculos realizados.

## 6 TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros, propõe-se testar o código gerado com experimentos reais a fim de verificar a precisão do mesmo, assim como verificar o comportamento dos parâmetros de interesse para diferentes trajetórias e materiais utilizados na fabricação. Além disso há a possibilidade de aumentar a complexidade do código, ao introduzir outras fontes para as transferências de calor, utilizadas em outros artigos científicos, além de adicionar o fluxo de massa devido ao propelente.

Vale ressaltar a oportunidade de melhorar o código a ponto de realizar o cálculo da temperatura de superfície para todos pontos do míssil, ao invés de apenas um ponto de interesse. Tal cálculo pode ser realizado a partir dos vetores área em cada ponto do armamento. Por fim, sugere-se a integração do trabalho com outros softwares capazes de solucionar problemas parecidos, como o ANSYS/Fluent.

## REFERÊNCIAS

- 1 KARTHIKEYAN, T. V.; KAPOOR, A. K. *Guided Missiles*. Hyderabad: Defense Scientific Information Documentation Centre, 1990. 90 p.
- 2 EXÉRCITO, C. de AVALIAÇÕES do. *CENTRO DE AVALIAÇÕES DO EXÉRCITO APOIA TIRO DE MÍSSIL ANTICARRO MSS 1.2 AC*. 2022. 11 mai. de 2022. Disponível em: <[http://www.eb.mil.br/web/noticias/noticiario-do-exercito/-/asset\\_publisher/znUQcGfQ6N3x/content/id/15213950](http://www.eb.mil.br/web/noticias/noticiario-do-exercito/-/asset_publisher/znUQcGfQ6N3x/content/id/15213950)>.
- 3 BERGMAN, T. L.; LAVINE, A. S. *Fundamentos de Transferência de Calor e Massa*. 8. ed. [S.l.]: LTC, 2019. 624 p.
- 4 CUMMINGS, M. L. *A Computer Code (SKINTEMP) For Predicting Transient Missile And Aircraft Heat Transfer Characteristics*. 64 p. MASTER OF SCIENCE IN AERONAUTICAL ENGINEERING — Naval Postgraduate School, Monterey.
- 5 TRUITT, R. W. *Fundamentals of Aerodynamic Heating*. [S.l.]: The Ronald Press Company, 1960. 260 p.
- 6 FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. 9. ed. [S.l.]: LTC Editora, 2014. 701 p.
- 7 ANDERSON, J. J. D. *Introduction to Flight*. 8. ed. New York: McGraw-Hill Education, 2016. 910 p.
- 8 SUNDÉN, B. *Introduction to Heat Transfer*. [S.l.]: WIT Press, 2012. 347 p.
- 9 SUNDÉN, B.; FU, J. *Heat Transfer in Aerospace Applications*. [S.l.]: Elsevier, 2017. 255 p.
- 10 CHAPMAN, A. J. *Transmission del Calor*. 3. ed. [S.l.]: Libreria Editorial Bellisco, 1984. 736 p.
- 11 GRIMMINGER, G.; WILLIAMS, E. P.; YOUNG, G. B. W. Lift on inclined bodies of revolution in hypersonic flow. In: *JOURNAL OF THE AERONAUTICAL SCIENCES*. [S.l.]: The RAND Corporation, 1950. p. 675–690.

## APÊNDICE A – DEMONSTRAÇÃO DE EQUAÇÕES

### A.1 Propriedades de Estagnação

Equação da continuidade:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho d\mathcal{V} + \int_{SC} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (\text{A.1})$$

Considerações:

1. Escoamento em regime permanente;
2. Escoamento uniforme em cada seção.

Logo:

$$\rho V_x A = (\rho + d\rho)(V_x + dV_x)(A + dA) \quad (\text{A.2})$$

Equação da conservação da quantidade de movimento:

$$F_{S_x} + F_{B_x} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} V_x \rho d\mathcal{V} + \int_{SC} V_x \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (\text{A.3})$$

Considerações:

1.  $F_{B_x} = 0$ ;
2. Escoamento sem atrito.

Dessa forma:

$$F_{S=x} = PdA + \frac{dPdA}{2} + PA - PA - dPA - PdA - dPdA \quad (\text{A.4})$$

Logo:

$$F_{S=x} = -dPA \quad (\text{A.5})$$

Sendo assim, se obtém:

$$\frac{dP}{\rho} + d\left(\frac{V_x}{2}\right) = 0 \quad (\text{A.6})$$

Para alcançar o estado de estagnação, deve ser feito um processo de desaceleração isentrópico. Para gases ideais:

$$\frac{P}{\rho^\gamma} = C_1 \rightarrow \rho = P^{1/\gamma} C_1^{-1/\gamma} \quad (\text{A.7})$$

Substituindo na Eq A.6 :

$$-d\left(\frac{V_x}{2}\right) = P^{-1/\gamma} C_1^{1/\gamma} dP \quad (\text{A.8})$$

Ao integrar a equação acima entre os estados inicial e de estagnação, assumir  $C_1^{1/\gamma} = \frac{P^{1/\gamma}}{\rho}$  e utilizar a definição do número de Mach:

$$P_0 = P \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (\text{A.9})$$

Utilizando as correlações entre P,  $\rho$  e T:

$$T_0 = T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right) \quad (\text{A.10})$$

$$\rho_0 = \rho \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (\text{A.11})$$

## A.2 Choques Normais

Utilizando a equação da temperatura de estagnação e sabendo que a mesma não muda a montante e jusante da onda:

$$T_0 = T_1 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2\right) = T_2 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2\right) \quad (\text{A.12})$$

Logo:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2} \quad (\text{A.13})$$

Fazendo a razão das velocidades:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{M_2 \sqrt{\gamma R T_2}}{M_1 \sqrt{\gamma R T_1}} = \frac{M_2}{M_1} \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2}} \quad (\text{A.14})$$

Pela equação da continuidade e da quantidade de movimento, e considerando  $A_1 = A_2$ :

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} \quad (\text{A.15})$$



$$P_1 + \rho_1 V_1^2 = P_2 + \rho_2 V_2^2 \quad (\text{A.16})$$

Entretanto  $\rho = \frac{P}{RT}$ , logo:

$$P_1 \left( 1 + \frac{V_1^2}{RT_1} \right) = P_2 \left( 1 + \frac{V_2^2}{RT_2} \right) \quad (\text{A.17})$$

Mas  $\frac{V^2}{RT} = \gamma M^2$ , sendo assim:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M_2^2} \quad (\text{A.18})$$

Por fim, sabendo que:

$$\frac{\rho_1 P_2}{\rho_2 P_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (\text{A.19})$$

Tem-se que:

$$M_2^2 = \frac{M_1^2 + \frac{2}{\gamma-1}}{\frac{2\gamma}{\gamma-1} M_1^2 - 1} \quad (\text{A.20})$$

## APÊNDICE B – CÓDIGO EM MATLAB®

```

1 global R gamma X sigma epsilon_mat rho_mat T_lanc thick theta cp Tr g
2 %% Dados gerais
3 R = 1716; %constante do ar (ft.lbf/(slug.R))
4 gamma = 1.4; %Cp/Cv
5 X = 20; %posicao (ft)
6 sigma = 0.1714*1E-8/3600;
7 epsilon_mat = 0.9; %emissividade
8 rho_mat = 530; %densidade do material (lbm/ft )
9 T_lanc = 59; %temperatura do foguete no lancamento ( F )
10 thick = 0.005004/12; %espessura no ponto de interesse (in)
11 theta = pi/2; %angulo da area com o escoamento
12 Tr = 0;%temperatura de radiacao
13 g = 32.174;
14 cp = 0.121; %material

```

```

1 clc
2 clear all
3 %Dados_validacao; %Carrega os parametros de entrada
4
5 global sigma epsilon_mat T_lanc theta cp X Tr rho_mat R thick g ...
   gamma %chamando variaveis
6
7 Ts(1) = T_lanc + 460;
8
9 %% calculo da tabela de tiro
10 tabela_tiro = xlsread("tabela_tiro.xlsx",1);
11 dt = 0.1;
12 tempo_total = 1:dt:30;
13
14 for j=1:length(tempo_total)
15     tempo = tempo_total(j);
16     altitude = interp1(tabela_tiro(:,3),tabela_tiro(:,1),tempo);
17     M_inf = interp1(tabela_tiro(:,3),tabela_tiro(:,2),tempo); ...
           %velocidade Mach
18     alpha = interp1(tabela_tiro(:,3),tabela_tiro(:,4),tempo); ...
           %angulo de ataque da aeronave
19     if altitude <= 36089/3.281
20         b1 = -0.0035665;
21         T_inf = Ts(1) + b1*altitude*3.281;
22         P_inf(j) = 2116*(T_inf/Ts(1))^( -g/(b1*R));

```

```

23     rho_inf = 0.002378*(T_inf/Ts(1))^( -g/(b1*R) - 1);
24 elseif altitude ≥ 82021/3.281
25     b2 = 0.001645;
26     T_inf = 389.9 + b2*(altitude*3.281 - 82021);
27     P_inf(j) = 55.8*(T_inf/389.97)^( -g/(b2*R));
28     rho_inf = 0.0000789*(T_inf/389.97)^( -g/(b2*R) - 1);
29     if altitude ≥ 173885/3.281
30         b3 = -0.002469;
31         T_inf = 509 + b3*(altitude*3.281 - 173885);
32         P_inf(j) = 1.5*(T_inf/509)^( -g/(b3*R));
33         rho_inf = 0.0000014*(altitude*3.281/509)^( -g/(b3*R) - 1);
34     elseif altitude ≥ 154200/3.281
35         T_inf = 509;
36         P_inf(j)=2.6419*exp(-g/(T_inf*R)*(altitude*3.281-154200));
37         rho_inf = 0.00000303*P_inf(j)/2.6419;
38     end
39     else
40         T_inf = -67.5 + 460;
41         P_inf(j) = 476*exp(-g/(T_inf*R)*(altitude*3.281-36089));
42         rho_inf = 0.00071*P_inf(j)/476;
43     end
44     %% Temperatura da Parede adiabatica
45     if M_inf < 1
46         P10 = P_inf(j)*(1 + (gamma-1)/2* M_inf^2)^(gamma/(gamma - ...
47             1)); %pressao local de estagnacao
48     else
49         P0 = P_inf(j)*(1 + (gamma-1)/2* M_inf^2)^(gamma/(gamma - 1)); ...
50             %pressao de stagnacao do escoamento livre
51         P10 = P0*(((gamma+1)/2 *M_inf^2)/(1+(gamma-1)/2 ...
52             *M^2))^(gamma/(gamma-1))*(2*gamma/(gamma+1)*M_inf^2 ...
53             - (gamma-1)/(gamma+1))^(1/(1-gamma));
54     end
55     V_inf = M_inf*sqrt(gamma*R*T_inf);
56     q = rho_inf*V_inf^2/2;
57     Cpmax = (P10-P_inf(j))/q;
58     P1 = Cpmax*(cos(theta + alpha))^2*q + P_inf(j); %pressao local
59     M1 = sqrt(2/(gamma-1)*((P10/P1)^((gamma-1)/gamma)-1)); %Mach Local
60     T10 = T_inf*(1 + (gamma - 1)/2* M^2);%temperatura local de stagnacao
61     T1 = T10/(1 + (gamma - 1)/2* M1^2);%Temperatura Local
62     C1 = 2.27e-8;
63     C2 = 198.7;
64     mu_inf = C1*T1^1.5/(T1+C2);
65     k_inf = (0.0141*(717/(T1+225))*(T1/492)^1.5)/3600;
66     cp_inf = 0.219 + 0.342e-4*T1 - 0.293e-8*T1^2;
67     Pr = cp_inf*mu_inf*g/k_inf;
68     Tpa(j) = T1*(1+(Pr)^(1/3)*(gamma-1)/2*M1^2);%temperatura da ...
69     parede adiabatica

```

```

66     %% Coef Trans Cal
67     hr = sigma*epsilon_mat*(Ts(j)^3 + Ts(j)^2*Tr + Ts(j)*Tr^2 + Tr^3);
68     T_ref(j) = Tl + 0.5*(Ts(j)-Tl) + 0.22*(Tpa(j) - Tl); ...
        %temperatura de referencia
69     rho_ref(j) = Pl/(R*T_ref(j)); %rho de referencia
70     mu_ref(j) = C1*(T_ref(j))^1.5/(T_ref(j)+C2); %mu de referencia
71     Vl = M1*sqrt(gamma*R*(Tl)); %velocidade local
72     Re_ref = rho_ref(j)*Vl*X/mu_ref(j); %Reynolds de referencia
73     k_ref = (0.0141*(717/(T_ref(j)+225))*(T_ref(j)/492)^1.5)/3600; ...
        %k de ref
74     cp_ref(j) = 0.219 + 0.342e-4*T_ref(j) - 0.293e-8*T_ref(j)^2;
75     Pr_ref = cp_ref(j)*mu_ref(j)*g/k_ref; %Pr de referencia
76     if Re_ref < 1e7
77         h(j) = k_ref/X*0.0292*(Re_ref)^0.8*(Pr_ref)^(1/3); ...
            %coeficiente de transferencia de calor
78     else
79         h(j) = ...
            k_ref/X*0.185*(Re_ref)*(Pr_ref)^(1/3)/(log10(Re_ref))^2.584; ...
            %coeficiente de transferencia de calor
80     end
81     %% Temperatura da superficie
82     Ts(j+1) = (h(j)*(Tpa(j) - Ts(j)) - sigma*epsilon_mat*(Ts(j)^4 - ...
        Tr^4))*dt/(rho_mat*cp*thick) + Ts(j);
83     Tinf(j) = T_inf;
84     Tlvetor(j) = Tl;
85     Re(j) = rho_inf*M*sqrt(gamma*R*T_inf)*X/mu_inf;
86     Reref(j) = Re_ref;
87     Q(j) = h(j)*(Tpa(j)-Ts(j)) - sigma*epsilon_mat*(Ts(j)^4 - Tr^4);
88 end
89
90 end

```

## APÊNDICE C – COMPARAÇÃO DE RESULTADOS ENTRE TRUITT, LT.CUMMINGS E O CÓDIGO GERADO

As figuras a seguir servem como comparação entre os diferentes métodos analisados por Truitt (5) e Lt. Cummings (4), apesar do método de Truitt possuir diversas simplificações e utilizar um método de cálculo com passo variável, o que pode impedir a precisão do mesmo, percebe-se que os resultados da temperatura de superfície, conforme Fig. 30, são próximos dos obtidos no trabalho atual e pela Lt. Cummings, validando as equações utilizadas. Nota-se também que, apesar das modelagens da atmosfera serem parecidas, conforme Fig. 28 e 29, o número de Reynolds mostrado na Fig. 31 diverge de forma significativa, comprovando algumas falhas na simplificação adotada por Truitt.

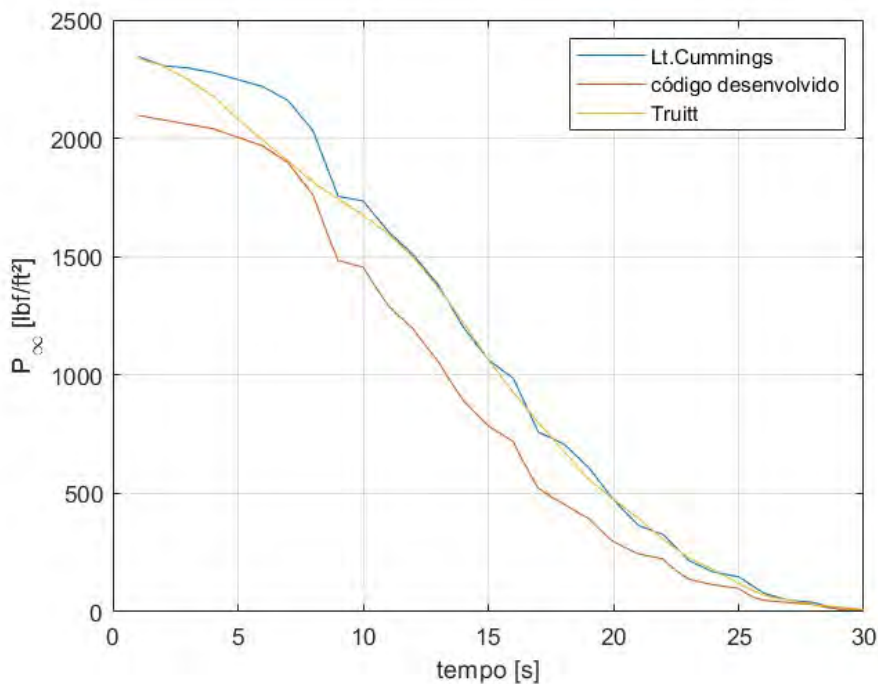


Figura 28 – Comparação da modelagem da pressão na atmosfera de acordo com Lt.Cummings. (4) e Truitt (5)

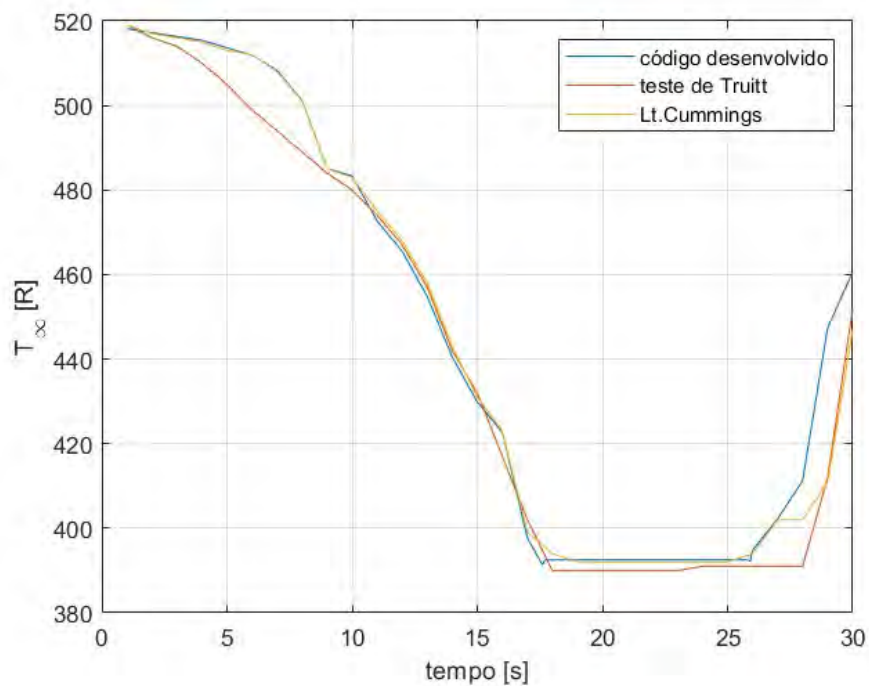


Figura 29 – Comparação da modelagem da temperatura na atmosfera de acordo com Lt.Cummings. (4) e Truitt (5)

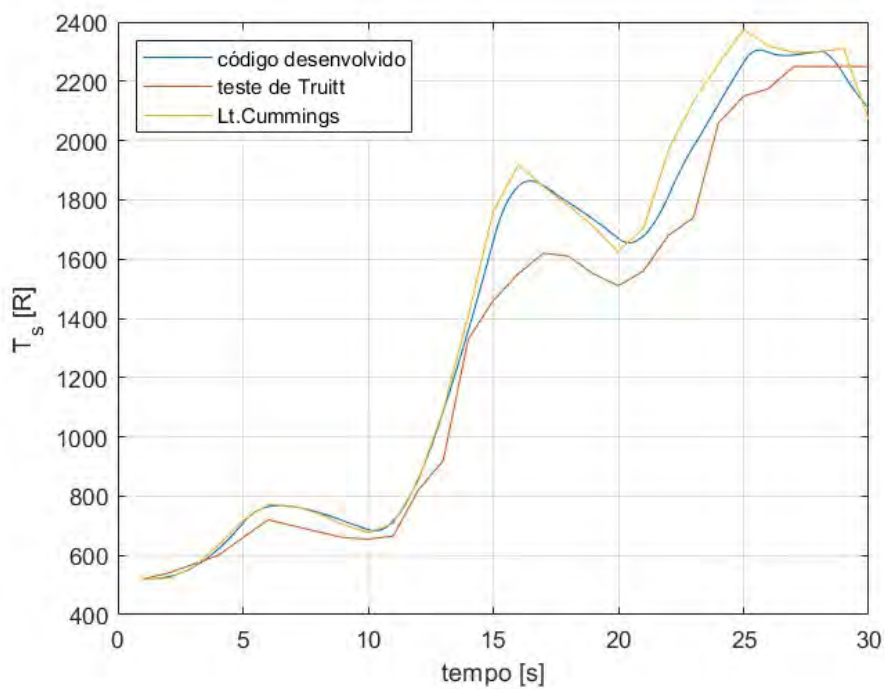


Figura 30 – Comparação da temperatura de superfície de acordo com Lt.Cummings. (4) e Truitt (5)

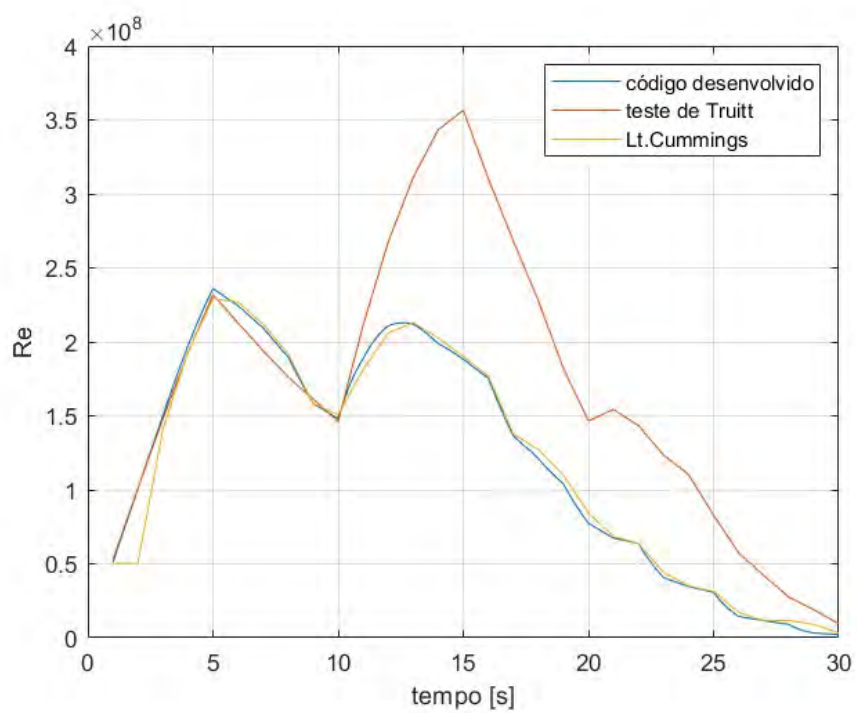


Figura 31 – Comparação do número de Reynolds do escoamento de acordo com Lt.Cummings. (4) e Truitt (5)