

MINISTÉRIO DA DEFESA
COMANDO DO EXÉRCITO BRASILEIRO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
(Real Academia de Artilharia, Fortificação e Desenho, 1792)
SEÇÃO DE ENGENHARIA MECÂNICA – SE/4

LUCAS FROTA GRANGEIRO

ESTUDO DE ASPECTOS DA BALÍSTICA EXTERNA DA MUNIÇÃO 155 MM

Rio de Janeiro
2022

©2022

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do autor e da orientadora.

Frota Grangeiro, Lucas
ESTUDO DE ASPECTOS DA BALÍSTICA EXTERNA DA
MUNIÇÃO 155 MM / Lucas Frota Grangeiro. – Rio de
Janeiro, 2022.
39 f.

Orientadores: Andre Luiz Tenório Rezende;
Rubenildo Pithon de Barros.

Projeto Final de Curso (graduação) – Instituto
Militar de Engenharia, Bacharel em Engenharia
Mecânica e de Armamento, 2022.

1. Balística Externa. 2. DFC. 3. Trajetórias.
4. Aerodinâmica. 5. boat tail. I. Luiz Tenório
Rezende, Andre, orient. II. Pithon de Barros,
Rubenildo, orient. III. Título

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

LUCAS FROTA GRANGEIRO

ESTUDO DE ASPECTOS DA BALÍSTICA EXTERNA DA MUNIÇÃO 155 MM

Projeto de Final de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica e de Armamento do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica e de Armamento.

Orientador: Prof. André Luiz Tenório Rezende

Orientador: Cel Rfmd Rubenildo Python de Barros

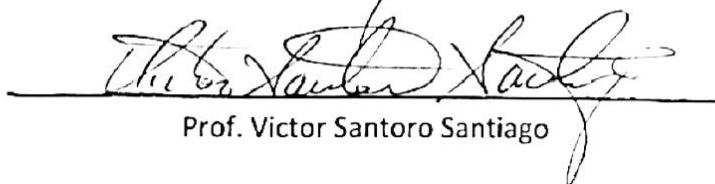
Aprovada em 6 de outubro de 2022 pela seguinte Banca Examinadora:



Prof. André Luiz Tenório Rezende - Orientador



Cel Rfmd Rubenildo Python de Barros - Orientador



Prof. Victor Santoro Santiago

Rio de Janeiro

2022

AGRADECIMENTO

Agradeço principalmente ambos meus orientadores, Professor Rezende e o Cel Barros, por toda a paciência, tempo dedicado, apoio fornecido e conhecimento transmitido ao longo dos meus estudos. Além disso, sou muito grato aos meus familiares e amigos por estarem ao meu lado nos bons e maus momentos.

“Voar é aprender a se jogar no chão e errar”.

(Douglas Adams)

RESUMO

Rapidez de tiro e precisão sempre foram fundamentais para a Artilharia, sendo a implementação em computadores embarcados e subsequente automatização de processos, antes analógicos para a execução do tiro, uma tendência militar e uma garantia de potencialização da capacidade operacional da Artilharia.

O objetivo do presente trabalho é o estudo dos diversos aspectos aerodinâmicos de munições de Artilharia, com foco no projétil 155 mm. O software ANSYS FLUENT será utilizado para simular o escoamento ao redor da munição, analisar as forças aplicadas durante o voo e obtenção dos principais coeficientes aerodinâmicos. A geometria e os valores de referência para validar os dados utilizados são obtidos com a plataforma computacional PRODAS.

PALAVRAS-CHAVE: Balística externa, DFC, trajetórias, aerodinâmica, boat tail

ABSTRACT

Rate of fire and precision have always been fundamentals for Artillery, the implementation with on-board computers and subsequent automation of previously analogous processes for executing the shot, a modern military trend and a more efficient way of improving Artillery's operational and tactical capability.

The objective of the present work is to study the various aerodynamic aspects of Artillery ammunition, focusing on the 155 mm projectile. The ANSYS FLUENT software will be used to simulate the flow around the ammunition, analyze the forces applied during the flight and obtain the main aerodynamic coefficients. The geometry and reference values to validate the data obtained through with the PRODAS computational platform.

KEYWORDS: Exterior ballistics, CFD, trajectories, aerodynamics, boat tail

SUMÁRIO

Resumo.....	6
Abstract.....	7
Lista de abreviaturas e de símbolos.....	9
Lista de figuras.....	10
Lista de tabelas.....	12
1 Introdução.....	13
1.1 Histórico.....	13
1.2 Estudo da trajetória balística.....	13
1.3 Necessidade de estudo e pesquisa.....	13
1.4 Objetivos.....	14
2 Coeficientes Aerodinâmicos.....	15
2.1 Elementos da Trajetória – Nomenclatura Militar.....	15
2.2 Modelagem Matemática.....	17
2.3 STANAG e PRODAS.....	22
3 Implementação computacional.....	24
3.1 Método Numérico.....	26
4 Resultados e discussões.....	26
4.1 Domínio Computacional e Condições de Contorno.....	26
4.2 Coeficientes Obtidos.....	28
4.3 Campos de Velocidade e Pressão	29
4.4 Análise do Boat Tail	31
5 Conclusão.....	37
6 Referências.....	38

LISTA DE ABREVIATURAS E DE SÍMBOLOS

$\overline{Ax\vec{F}}$ – Vetor força axial

$C_{D_{\alpha^2}}$ - Coeficiente de arrasto quadrático

C_D - Coeficiente de arrasto

C_{D_0} – Coeficiente de arrasto para ângulo de ataque nulo (“zero-yaw”)

CFD – Computational Fluid Dynamics

$C_{L_{\alpha^3}}$ – Coeficiente de sustentação cúbico

$C_{L_{\alpha}}$ – Coeficiente de sustentação

$C_{M_{\alpha^3}}$ – Coeficiente de momento de capotagem cúbica

$C_{M_{\alpha}}$ – Coeficiente de capotagem

$C_{N_{\alpha^3}}$ – Coeficiente de força normal cúbico

$C_{N_{\alpha}}$ – Coeficiente de força normal

C_{mag-f} – Coeficiente da força Magnus

C_{mag-m} – Coeficiente do momento Magnus

C_{spin} – Coeficiente de momento de amortecimento da rotação

C_x – Coeficiente de força axial

C_{x2} – Coeficiente de arrasto axial quadrático

$\overline{D\vec{F}}$ – Vetor força de arrasto

DFC – Dinâmica dos Fluidos Computacional

\vec{F} – Vetor resultante das forças no corpo

\vec{H} – Momento angular total do projétil

I_x – Momento de inércia axial

I_y – Momento de inércia transversal do projétil

$\overline{L\vec{F}}$ – Vetor força de sustentação

$\overline{M\vec{F}}$ – Vetor força Magnus

$\overline{M\vec{M}}$ – Vetor momento Magnus

$\overline{N\vec{F}}$ – Vetor força normal

$\overline{O\vec{M}}$ – Vetor momento de capotagem

$\overline{PD\vec{F}}$ - Vetor força de amortecimento da arfagem

\overline{PDM} – Vetor momento de amortecimento da arfagem

\overline{SDM} – Vetor momento de amortecimento da rotação

\vec{X} – Vetor posição

\vec{g} – Vetor aceleração da gravidade

g_0 – Norma do vetor aceleração da gravidade

\vec{u} – Vetor velocidade do projétil em relação ao referencial fixo

\vec{v} – Vetor velocidade do projétil em relação ao ar

\vec{x} – Vetor unitário na direção do eixo de simetria axial do projétil

$\vec{\Lambda}$ - Aceleração de Coriolis

α_e - Arfagem de repouso

CG – Centro de gravidade (de massa)

CP – Centro de pressões

p – Velocidade angular em relação ao eixo de simetria do projétil

d – Diâmetro do projétil

lat - Latitude

m – Massa do projétil

v – Norma do vetor velocidade do projétil em relação ao ar

α – ângulo de ataque

ρ – Massa específica do ar

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Elementos da trajetória balística.

Figura 2 – Representação das forças aerodinâmicas, com o centro de massa e de pressão.

Figura 3 – Representação da força de arrasto.

Figura 4 – Representação da força de sustentação.

Figura 5 – Informações do PRODAS

Figura 6 – Domínio computacional axissimétrico

Figura 7 – Malha utilizada para a simulação

Figura 8 – Detalhes da malha ao longo da superfície axissimétrico da munição 155 mm

Figura 9 – Detalhes da malha na dianteira da munição

Figura 10 – Curvas do C_D para a simulação turbulenta, compressível e dado pelo PRODAS por número de Mach

Figura 11 – Contorno de velocidade para Mach 2,0

Figura 12 – Vetorização do contorno de velocidades para Mach 2,0

Figura 13 – Contorno de pressão para Mach 2,0

Figura 14 – Ângulo cone de Mach

Figura 15 – Perfil boat tail

Figura 16 – Curvas de C_D para cada configuração de boat tail

Figura 17 – Campo de velocidade para perfil boat tail maior

Figura 18 – Perfil boat tail criados

Figura 19 – Curvas de C_D para cada perfil de boat tail criado

Figura 20 – Campo de velocidade para perfil boat tail estendido

Figura 21 – Campo de velocidade para perfil boat tail filetado

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Cronograma.

Tabela 2 – Comparação entre os termos do PRODAS e da STANAG.

Tabela 3 – Valores de referência utilizados para a simulação turbulenta e compressível

Tabela 4 – Valores de C_D e C_L obtidos e comparados com os valores do PRODAS

Tabela 5 – Ângulos de cone de Mach encontrado

Tabela 6 - Valores de C_D para cada boat tail obtidos e comparados com os valores do PRODAS

Tabela 7 - Valores de C_D para cada boat tail criados obtidos e comparados com os valores do PRODAS

1 INTRODUÇÃO

1.1 Histórico

A transição da pesquisa científica para desenvolvimento e implementação real e prática é um processo longo e muitas vezes cíclico. No contexto militar, em especial da Artilharia de Campanha, a constante necessidade de repotencialização e modernização do arsenal é de suma importância para garantir a soberania de qualquer nação. Existem várias formas de executar esses avanços e é de especial interesse para um país com grande influência geopolítica que esse desenvolvimento seja nacionalizado por motivos não somente estratégicos, mas também para fomentar a indústria e a produção científica.

No Brasil, o Departamento de Ciência e Tecnologia do Exército representa a vanguarda no estudo de Balística de Artilharia, desde os estudos acadêmicos do Instituto Militar de Engenharia (IME) que visam avançar o conhecimento sobre balística externa para o desenvolvimento de sistemas sempre mais eficientes, práticos e nacionais para o uso das nossas tropas.

Ademais, o Exército utiliza, como vários outros países, o programa comercial PRODAS (“Projectile Rocket Ordnance Design and Analysis Software”) que é adotado para estudos e pesquisas de obtenção de comportamento balístico de munições de armamentos leves e de artilharia, embora seja um sistema fechado sem acesso às metodologias e fontes dos programas.

1.2 Estudo da trajetória balística

A modelagem matemática dos fenômenos físicos é fundamental na implementação de métodos numéricos para simular o comportamento de sistemas. Para a balística externa é necessário avaliar e relacionar as influências aerodinâmicas e gravitacionais no projétil, para construir as equações diferenciais. Com as equações construídas, de posse das condições iniciais e pela aplicação de um método numérico apropriado é possível relacionar as coordenadas posicionais e angulares do projétil e suas derivadas temporais com o tempo de voo.

A determinação das forças e momentos aerodinâmicos que devem ser considerados depende das hipóteses simplificadoras adotadas. Quanto menos simplificações, mais complexas, e conseqüentemente, mais precisa é a modelagem.

1.3 Necessidade de Estudo e Pesquisa

A artilharia tem quatro missões principais nos teatros de guerra modernos: supressão de fogos inimigos; atingir alvos de alto valor; quebrar as concentrações de forças inimigas; fornecer apoio de fogo para guerra de manobra. Para que todas essas missões

possam ser cumpridas com êxito, o artilheiro deve ser capaz atingir o seu alvo com destreza e eficácia.

O entendimento da balística externa do projétil disparado é de fundamental importância para previsão de sua trajetória. Uma ferramenta antiga, mas ainda utilizada atualmente são as tabelas de tiro, essas tabelas são comumente criadas de forma empírica e com tratamentos estáticos sobre os dados coletados.

Com a automatização e digitalização do campo de batalha, as tabelas de tiro impressas foram substituídas por sistemas de software. Dentre os vários desafios associados a criação dessas tabelas digitais está na obtenção dos coeficientes aerodinâmicos das diversas munições utilizadas pela artilharia.

A Dinâmica dos Fluidos Computacional, DFC, é uma ferramenta fundamental para o desenvolvimento, permitindo que diversos aspectos aerodinâmicos de cada munição sejam estudados de forma muito mais econômica e ligeira, possibilitando até mesmo a implementação de rápida prototipagem para o desenvolvimento de cada projétil.

1.4 Objetivos

Utilizando o programa ANSYS FLUENT, um estudo da aerodinâmica da munição 155 mm será realizado. O estudo será relativo ao coeficiente de arrasto, usando tanto, os valores de dimensão, como também, os valores de C_d para validação das simulações retirados do PRODAS V3. Simulações incompressíveis e compressíveis serão realizadas no ambiente computacional do ANSYS. Dado uma metodologia satisfatória de simulação, os efeitos da variação do boat tail será analisado.

Tabela 1: Cronograma

ETAPAS	JAN	FEV	MAR	ABR	MAIO	JUN	JUL	AGO	SET	OUT
Consulta bibliográfica	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Simulação axissimétrico para C_d		X	X	X	X	X	X	X	X	X
Análise do software PRODAS		X	X	X	X	X	X			
Levantamento de coeficientes aerodinâmicos com balística externa						X	X	X	X	X
Levantamento de coeficientes aerodinâmicos com Dinâmica dos Fluidos Computacional	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Análise dos resultados				X	X	X	X	X	X	X
Elaboração da monografia			X	X	X	X	X	X	X	X

2. COEFICIENTES AERODINÂMICOS

Coeficientes aerodinâmicos são números adimensionais usados para determinar e comparar as características aerodinâmicas de um corpo. Esses coeficientes possibilitam a rápida comparação do desempenho de voo do objeto em diversos regimes de escoamento e ângulos de ataque. Um coeficiente pode ser referente a uma parte específica de um corpo, a um fenômeno aerodinâmico que ocorre com o corpo ou para o corpo como um todo.

Em geral os coeficientes aerodinâmicos são principalmente uma função dos dois ângulos aerodinâmicos (Alfa e Beta), bem como os números de Mach e Reynolds. Isto é, os coeficientes aerodinâmicos são influenciados, pela velocidade de escoamento, ângulo de ataque, ângulo de lateral, velocidade de rotação entre outros fatores.

2.1 ELEMENTOS DA TRAJETÓRIA - NOMENCLATURA MILITAR

Origem (*Origin*)

É a posição do centro de gravidade do projétil no momento em que deixa a boca da peça de artilharia. Para simplificar outras definições, este termo pode ser usado para indicar o centro da boca da peça quando apontada;

Linha de projeção (*Line of departure*)

A linha tangente à trajetória no momento em que o projétil deixa a origem;

Plano de projeção

O plano vertical que contém a linha de projeção;

Linha de sítio (*Line of site*)

É a linha que une a origem a um determinado ponto do terreno, normalmente o alvo. Para o presente trabalho, devido ao foco ser na geração de tabelas de tiro, a linha de sítio é fixada no plano horizontal;

Ângulo de sítio (*Angle of site*)

O ângulo vertical formado pela linha de sítio e pelo plano horizontal. É referido, às vezes, como sítio topográfico. Para o presente trabalho, devido à linha de sítio ser na horizontal, o ângulo de sítio é zero;

Ângulo de projeção

O ângulo vertical formado pelas linhas de sítio e de projeção. Ao longo desse estudo, ela será referenciada como elevação;

Derivação linear

É a distância do ponto de queda ao plano de projeção definido anteriormente. Ou seja, desvio lateral do projétil em relação ao plano de tiro;

Derivação angular

O ângulo segundo o qual é vista, da peça, a derivação linear. À derivação angular, dá-se comumente o nome de derivação ou deriva;

Duração de trajeto

O tempo, expresso em segundos, que a projétil gasta para percorrer a trajetória, da origem ao ponto de queda. Comumente chamado também de tempo de voo;

Base da trajetória

A linha reta que une a origem ao ponto de queda;

Ponto de queda (*Level Point*)

Ponto no qual a trajetória encontra de novo o plano horizontal que passa pela boca da peça;

Ponto de incidência (*Point of Impact*)

Ponto onde o projétil atinge o solo ou obstáculo;

Ponto de arrebatamento

Ponto da trajetória onde ocorre a explosão do projétil;

Alcance (*Map Range*)

O comprimento, projetado no plano horizontal da boca da arma, da distância entre a origem e o ponto de queda, ponto de impacto ou ponto de arrebatamento.

Ângulo de ataque

Ângulo de ataque (α) ou ângulo de guinada (“yaw”) é definido como o ângulo entre o eixo de simetria axial e o vetor velocidade do projétil, portanto é o ângulo entre o vetor unitário \vec{x} e o vetor \vec{v} .

$$\cos\alpha = \frac{\vec{v} \cdot \vec{x}}{|\vec{v}|} \quad (1)$$

Onde:

\vec{v} – Vetor velocidade do projétil em relação ao ar

\vec{x} – Vetor unitário na direção do eixo de simetria axial do projétil

v – Norma do vetor velocidade do projétil em relação ao ar

A Figura 1 abaixo mostra os diversos elementos da balística externa:

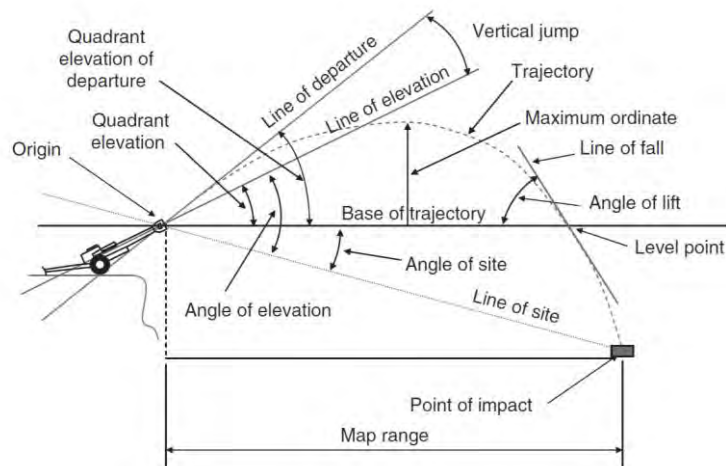


Figura 1: Elementos da trajetória balística

2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA

Com o intuito de contextualizar os coeficientes, e fazer uma ligação entre esses e balística externa, uma análise das principais forças e momentos aerodinâmicos aos quais o projétil está sujeito pode ser descrita detalhadamente utilizando o referencial fixo já estabelecido, segundo um modelo de seis graus de liberdade (6DOF), a seguir mostrado [2]:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} + m\vec{\lambda} + \overline{DF} + \overline{LF} + \overline{MF} + \overline{PDF} \quad (2)$$

$$\frac{d\vec{H}}{dt} = \overline{SDM} + \overline{MM} + \overline{OM} + \overline{PDM} \quad (3)$$

$$\vec{H} = I_x p \vec{x} + I_y \left(\vec{x} \times \frac{d\vec{x}}{dt} \right) \quad (4)$$

Onde:

\overline{DF} : Vetor força de arrasto.

\overline{LF} : Vetor força de sustentação.

\overline{MF} : Vetor força Magnus.

\overline{MM} : Vetor momento Magnus.

\overline{OM} : Vetor momento de arfagem.

\overline{PDF} : Vetor força de amortecimento da arfagem.

\overline{PDM} : Vetor momento de amortecimento da arfagem.

\overline{SDM} : Vetor momento de amortecimento da rotação.

\vec{g} : Vetor aceleração da gravidade.

$\vec{\Lambda}$: Vetor aceleração de Coriolis.

Devido às diferenças de pressão no campo de escoamento surge um conjunto de forças aerodinâmicas, consideradas aplicadas no centro de pressão (CP) do projétil, cuja localização depende do campo de velocidade.

Contudo, as forças aerodinâmicas podem ser transladadas para o centro de massa (CM) do projétil sem alteração de intensidade e direção, porém para cada força um momento deve ser aplicado no centro de massa.

No corrente trabalho, apenas algumas forças, e, portanto, seus coeficientes, aos quais o projétil está sujeito durante sua trajetória, serão discutidas e detalhadas, embora, na realidade, existem mais efeitos que influenciam a trajetória.

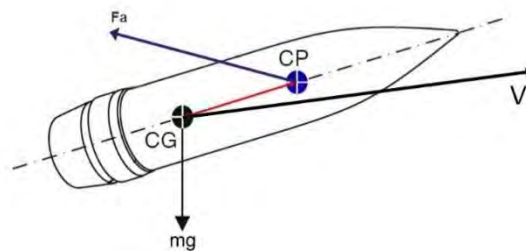


Figura 2: Projétil com simetria axial representada pelo traço-ponto, vetor velocidade e vetor força gravitacional aplicados do centro de gravidade (CG, mesmo que o CM) e as forças aerodinâmicas (Fa) aplicadas do centro de pressão (CP)

A seguir serão apresentadas as forças e os momentos considerados na modelagem desenvolvida no presente trabalho.

2.2.1 FORÇA DE ARRASTO

A força de arrasto é a força que se opõe ao deslocamento do projétil devido às diferenças no campo de pressões no campo de escoamentos e, adicionalmente, devido às forças viscosas na superfície do corpo. O vetor força de arrasto (\overrightarrow{DF}) tem a mesma direção do vetor velocidade \vec{v} mas sentido oposto [6].

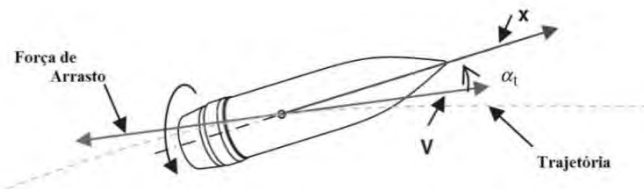


Figura 3: Na figura, X é o eixo de simetria axial, o ângulo entre esse eixo (\vec{x}) e o vetor velocidade (\vec{v}) é o ângulo de ataque (α_t arfagem)

$$\overrightarrow{DF} = -\left(\frac{\pi\rho d^2}{8}\right)\left(C_{D_0} + C_{D_{\alpha^2}}\text{sen}(\alpha)^2\right)v\vec{v} \quad (5)$$

Onde:

$C_{D_{\alpha^2}}$ - Coeficiente de arrasto quadrático

C_{D_0} - Coeficiente de arrasto para ângulo de ataque nulo (“zero-yaw”)

\vec{v} - Vetor velocidade do projétil em relação ao ar

d - Diâmetro do projétil

v - Norma do vetor velocidade do projétil em relação ao ar

α - ângulo de ataque

ρ - Massa específica do ar

A força de arrasto é oriunda de três tipos de arrasto:

1. De forma: Devido a geometria do objeto.
2. De fricção: Devido a superfície do objeto.
3. De base: Devido a região de baixa pressão formado na retaguarda de um corpo ao se deslocar em um fluido.

2.2.2 FORÇA DE SUSTENTAÇÃO

O vetor força de sustentação (\overrightarrow{LF}) é similar ao arrasto, contudo, a direção do vetor é ortogonal ao vetor velocidade (\vec{v}) e está contido no mesmo plano formado pelo vetor velocidade (\vec{v}) e o vetor unitário de simetria axial (\vec{x}) [6].

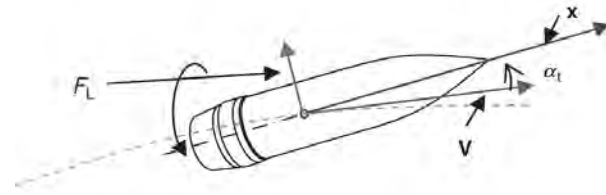


Figura 4: A força de sustentação, representada na figura por F_L

$$\overline{LF} = \left(\frac{\pi \rho d^2}{8} \right) (C_{L\alpha} + C_{L\alpha^3} \text{sen}(\alpha)^2) (v^2 \vec{x} - (\vec{v} \cdot \vec{x}) \vec{v}) \quad (6)$$

Onde:

$C_{L\alpha^3}$ – Coeficiente de sustentação cúbico

$C_{L\alpha}$ – Coeficiente de sustentação

\vec{v} – Vetor velocidade do projétil em relação ao ar

\vec{x} – Vetor unitário na direção do eixo de simetria axial do projétil

d – Diâmetro do projétil

α – Ângulo de ataque

ρ – Massa específica do ar

2.2.3 FORÇA AXIAL

O vetor força axial ($\overline{Ax\vec{F}}$) é também similar ao de arrasto, tendo a mesma direção que o eixo de simetria axial do projétil (\vec{x}) e sentido oposto.

$$\overline{Ax\vec{F}} = - \left(\frac{\pi \rho d^2}{8} \right) (C_x + C_{x2} \text{sen}(\alpha)^2) v^2 \vec{x} \quad (7)$$

Onde:

C_x – Coeficiente de arrasto axial

C_{x2} – Coeficiente de arrasto axial quadrático

\vec{x} – Vetor unitário na direção do eixo de simetria axial do projétil

d – Diâmetro do projétil

v – Norma do vetor velocidade do projétil em relação ao ar

α – Ângulo de ataque

ρ – Massa específica do ar

2.2.4 FORÇA NORMAL

O vetor força normal (\overline{NF}) é similar ao de sustentação, porém sua direção do vetor é ortogonal ao vetor velocidade (\vec{x}) e está contido no mesmo plano formado pelo vetor velocidade (\vec{v}) e o vetor unitário de simetria axial (\vec{x}) [6].

$$\overline{NF} = \left(\frac{\pi \rho d^2}{8} \right) (C_{N_\alpha} + C_{N_{\alpha^3}} \text{sen}(\alpha)^2) v (\vec{x} \times (\vec{v} \times \vec{x})) \quad (8)$$

Onde:

$C_{N_{\alpha^3}}$ – Coeficiente de sustentação normal cúbico

C_{N_α} – Coeficiente de sustentação normal

\vec{v} – Vetor velocidade do projétil em relação ao ar

\vec{x} – Vetor unitário na direção do eixo de simetria axial do projétil

d – Diâmetro do projétil

v – Norma do vetor velocidade do projétil em relação ao ar

α – Ângulo de ataque

ρ – Massa específica do ar

2.2.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE FORÇA AXIAL E NORMAL

O conjunto força axial (\overline{AxF}) e normal (\overline{NF}) exerce a mesma função que o conjunto força de arrasto (\overline{DF}) e sustentação (\overline{LF}). A utilização de um conjunto ou do outro é dependente das constantes aerodinâmicas fornecidas e da metodologia utilizada para gerar a trajetória. Contudo, devido a geometria do problema é possível reescrever a força de arrasto e de sustentação em função da axial e da normal.

$$\overline{DF} = \left(-|\overline{AxF}| \frac{\cos(\alpha)}{v} + |\overline{NF}| \cdot \frac{\text{sen}(\alpha)}{v} \right) \vec{v} \quad (9)$$

$$\overline{LF} = \left(|\overline{NF}| \cdot \frac{\cos(\alpha)}{v^2} + |\overline{AxF}| \cdot \frac{\text{sen}(\alpha)}{v^2} \right) (v^2 \vec{x} - (\vec{v} \cdot \vec{x}) \vec{v}) \quad (10)$$

Onde:

\vec{v} – Vetor velocidade do projétil em relação ao ar

\vec{x} – Vetor unitário na direção do eixo de simetria axial do projétil

$|\overline{Ax\vec{F}}|$ – Norma da força axial

$|\overline{N\vec{F}}|$ – Norma da força normal

v – Norma do vetor velocidade do projétil em relação ao ar

α – Ângulo de ataque

Vale ressaltar que para um corpo axissimétrico com ângulo de ataque zero, a força de arrasto é igual a força axial e, portanto, C_{D_0} é igual a C_x , e a força de sustentação e normal são zero e, portanto, $C_{L\alpha}$ e $C_{N\alpha}$ são zero.

2.3 STANAG E PRODAS

Seguindo diretrizes das Forças Armadas para padronizar a linguagem referente a base de defesa nacional de acordo com a OTAN, alguns documentos STANAG referentes a balística externa de artilharia de campanha serão abordados.

Os acordos STANAG são um conjunto de documentos criados pela OTAN para padronizar processos, procedimentos e termos operacionais e técnicos militares entre os países membros.

A STANAG 4355 - The Modified Point Mass and Five Degrees of Freedom Trajectory Model em particular aborda padrões de balística externa para sistemas de artilharia, morteiro e foguetes terra-terra. Para projeteis aletados é usado um modelo 5DOF e para projeteis estabilizados por rotação um modelo massa ponto modificado 4DOF.

A STANAG 4119 – Adoption of a Standard Cannon Artillery Firing Format aborda padrões para desenvolvimento e elaboração de tabelas de tiro para obuseiros. Esse documento também padroniza algumas constantes necessárias para geração da trajetória balísticas. Ao que tange o presente estudo, a STANAG 4119 padroniza a não utilização da força Coriolis e que a gravidade seja constante e igual à gravidade na latitude 45°.

O PRODAS (“Projectile Rocket Ordnance Design and Analysis Software”) é um programa desenvolvido e comercializado pela Arrow Tech™ para análise e desenvolvimento de munições. No que tange o presente estudo, a habilidade desse programa é gerar tabelas de tiro, trajetórias balísticas e fornecer a geometria da munição, figura 5, assim como, suas propriedades aerodinâmicas [11].

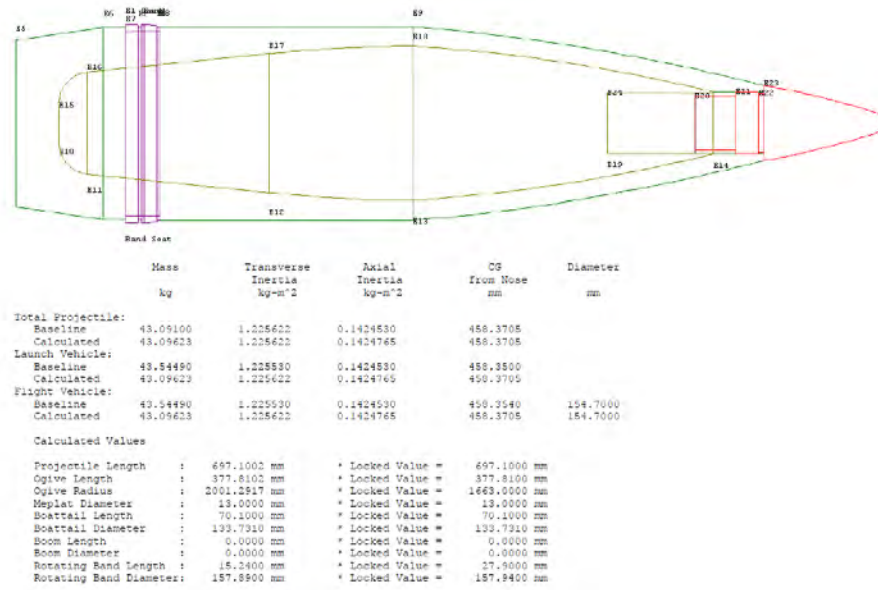


Figura 5: Informações obtidas pelo programa PRODAS referentes à munição 155m

Apesar do PRODAS ser um programa dos Estados Unidos que têm forte influência na OTAN, a linguagem utilizada entre cada meio é levemente diferente. Uma tabela de tradução entre os termos usados entre o PRODAS e a STANAG foi elaborada para facilitar a compreensão dos coeficientes aerodinâmicos [12]. Vale ressaltar que a STANAG utiliza coeficiente de arrasto e de sustentação, com as equações 11 e 12 é possível encontrar o coeficiente de arrasto axial e normal correspondentes.

Tabela 2: Comparação entre os termos da PRODAS e STANAG

	PRODAS	STANAG
Força axial	CX0	A STANAG não utiliza força axial e normal
	CX2	
Força normal	CNa	
	CNa3	

Para utilizar as equações da força de arrasto e de sustentação, no padrão STANAG, dados os coeficientes aerodinâmicos do PRODAS [1, 12]:

$$C_{D0} + C_{D_{\alpha^2}} \text{sen}(\alpha)^2 = (C_{N_{\alpha}} + C_{N_{\alpha^3}} \text{sen}(\alpha)^2) \text{sen}^2 \alpha - (C_x + C_{x2} \text{sen}(\alpha)^2) \text{cos} \alpha \quad (11)$$

$$C_{L_{\alpha}} + C_{L_{\alpha^3}} \text{sen}(\alpha)^2 = (C_{N_{\alpha}} + C_{N_{\alpha^3}} \text{sen}(\alpha)^2) \text{cos} \alpha + (C_x + C_{x2} \text{sen}(\alpha)^2) \quad (12)$$

3.0 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Na mecânica dos fluidos, o regime turbulento refere-se a fluxos irregulares nos quais ocorrem vórtices, redemoinhos e instabilidades no fluxo. Esse escoamento é extremamente frequente em fenômenos naturais e aplicações humanas, e no que tange esse trabalho, esse escoamento irá ocorrer a velocidades subsônicas.

Para análise de regimes turbulentos, valores muito altos de Re , a resolução apenas pelas equações de Navier-Stokes é muito desafiadora e não estável. Uma pequena perturbação no parâmetro, como as condições iniciais ou de contorno, pode levar a uma solução completamente diferente e discrepante da realidade. Este problema pode ser superado pelo uso das equações de Navier-Stokes com as decomposições de Reynolds (RANS).

Nessa decomposição, os valores instantâneos são escritos como uma variação randômica, ou turbulenta, em torno dos valores médios:

$$\varphi = \varphi_m + \varphi' \quad (13)$$

O subscrito “m” na incógnita indica o valor médio e a aspa indica a flutuação instantânea em torno da média.

As equações de Reynolds (RANS) são obtidas substituindo os valores instantâneos das variáveis da equação de Navier-Stokes pelos valores médios mais suas flutuações e avaliando as médias temporais das equações [17].

Nas equações encontradas, as variáveis dependentes são os valores médios ao invés dos valores instantâneos. Observamos também o aparecimento do termo conhecido como tensão de Reynolds, que representa a influência das flutuações turbulentas no fluxo médio. O aparecimento do tensor de Reynolds gera o problema de indeterminação, pois existem mais variáveis do que equações [18].

O escoamento ao redor do projétil durante seu voo em sua maioria deve ser considerado compreensível, isto é, ocorrem significativas variações em função no campo de pressão e na massa específica do fluido e formação de onda de choque.

Além da variação da densidade do fluido, existe uma constante troca entre energias mecânicas e térmicas, dessa forma, várias propriedades podem variar como consequência da compressibilidade.

Nessa etapa inicial, para simplificar a modelagem, será considerado o escoamento no domínio axissimétrico e o fluido tratado como um gás ideal com viscosidade dinâmica variando de acordo com o modelo de Sutherland, com limite superior de temperatura de 5000 K.

Abaixo as principais equações de governo:

Equação de Conservação de Massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0 \quad (14)$$

Equação de Conservação de Quantidade de Movimento Linear:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) - \nabla \cdot \mu (\nabla u + \nabla u^T) = -\nabla p \quad (15)$$

Equação de Conservação de Energia:

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u e) - \nabla \cdot \left(\frac{k}{C_v} \right) \nabla e = p \nabla \cdot u \quad (16)$$

Onde $e = C_v T$

Equação de estado para viscosidade de Sutherland:

$$\mu = \frac{C_1 T^{3/2}}{T + C_2} \quad (17)$$

Nesse trabalho para escoamentos subsônicos, incompressível, será utilizado o modelo padrão k-epsilon no ANSYS FLUENT, o qual se enquadra nesta classe de modelos e é muito comum para solucionar problemas práticos de vazão de engenharia desde que foi proposto por Launder e Spalding.

O modelo padrão k-épsilon (*k-ε standard*) é um modelo semi-empírico baseado no modelo de equações de transporte para a energia cinética de turbulência (k) e sua taxa de dissipação (épsilon). A equação de transporte modelo para k é derivada da equação exata, enquanto a equação de transporte, modelo para épsilon é obtida usando raciocínio físico e tem pouca semelhança com sua contraparte matematicamente exata. Na derivação do modelo k- epsilon, a suposição é que o escoamento é totalmente turbulento e os efeitos da viscosidade molecular são desprezíveis.

Para o escoamento supersônico, compressível, foi utilizado o modelo k – ω padrão, sendo este ideal para simulações de escoamentos aerodinâmicos com gradiente adverso de pressão e separação da camada limite. O modelo tenta prever a turbulência por duas equações diferenciais parciais para duas variáveis, k e ω, sendo a primeira variável a energia cinética de turbulência (k) enquanto a segunda (ω) é a taxa específica de dissipação da energia cinética de turbulência k em energia térmica interna.

3.1 MÉTODO NUMÉRICO

A DFC é de extrema importância para a indústria moderna, sendo o ANSYS FLUENT um dos principais softwares de DFC existentes no mercado. DFC é utilizado para simular, analisar e otimizar o campo de escoamentos em torno de meios de transporte.

De modo geral, DFC utiliza uma malha para criar um domínio discreto e assim solucionar as equações fundamentais, usando algoritmos iterativos e matrizes lineares. O processo ocorre em três etapas, pré-processamento, resolução e pós-processamento. Na primeira etapa ou pré-processamento, as equações governantes, propriedades e condições de contorno são definidas dentro de um domínio composto por pequenos elementos volumétricos interconectados para modelar o movimento do fluido. Durante o processo de resolução, é realizada a seleção adequada dos métodos de discretização (temporal e espacial) para as equações governantes. Além disso, os critérios de convergência ou fim da simulação, fatores de relaxamento e algoritmo de acoplamento de pressão e velocidade são configurados nesta fase. A etapa de pós-processamento envolve a análise e interpretação das soluções obtidas usando campos de vazão, temperatura, velocidade e pressão.

4 RESULTADOS E ANÁLISE

4.1 DOMÍNIO COMPUTACIONAL E CONDIÇÕES DE CONTORNO

O domínio computacional e as condições de contorno, tanto para o escoamento incompressível quanto para o compressível, estão ilustrados na Figura 6. A simulação é 2D e axissimétrica, portando, devido ao ângulo de ataque nulo o único coeficiente aerodinâmico possível de se obter é o coeficiente de arrasto, sendo esse de igual valor ao coeficiente axial devido a equação 11.

O *inlet* foi configurado para *velocity inlet* e o *farfield* para *pressure farfield* com velocidades correspondentes ao número de Mach da simulação. Por sua vez o *outlet* foi configurado com *pressure outlet*. Os valores de referência utilizados estão na tabela 3.

Tabela 3: Valores de referência utilizados para a simulação turbulenta e compressível

Área [m ²]	0,01879
Corda [m]	0,6971
Pressão [Pa]	0
Viscosidade [Kg/(m s)]	1,8461e-5
Temperatura [K]	300
Densidade [Kg/m ³]	1,17655

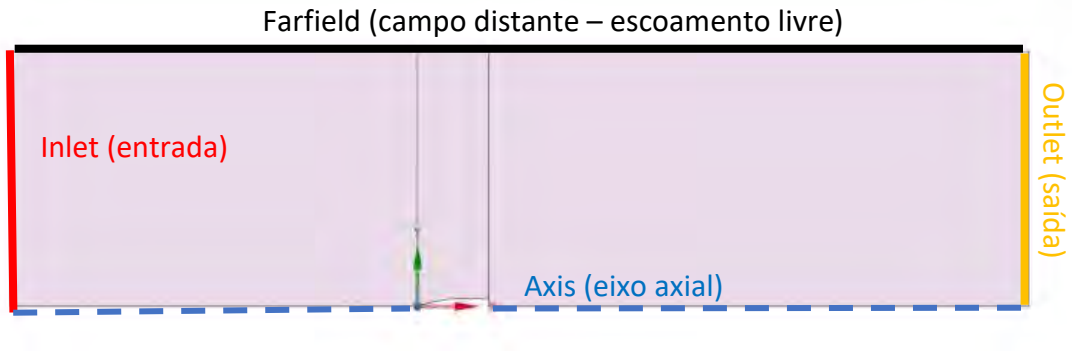


Figura 6: Domínio computacional axissimétrico

Com o domínio definido é possível gerar a malha. A malha empregada para a simulação é quadrangular não uniforme e foi construída de tal forma que a concentração e refinamento fossem maiores próximo à parede do projétil. A malha possui 133172 elementos e 131970 nós, conforme ilustrado e detalhado nas Figuras 7, 8 e 9.

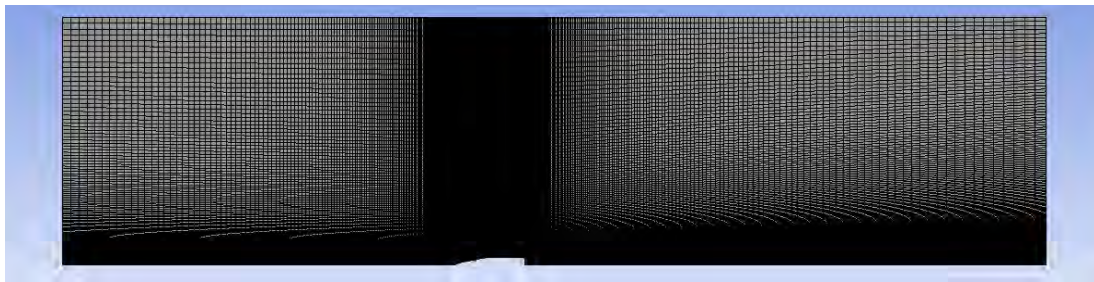


Figura 7: Malha utilizada para a simulação

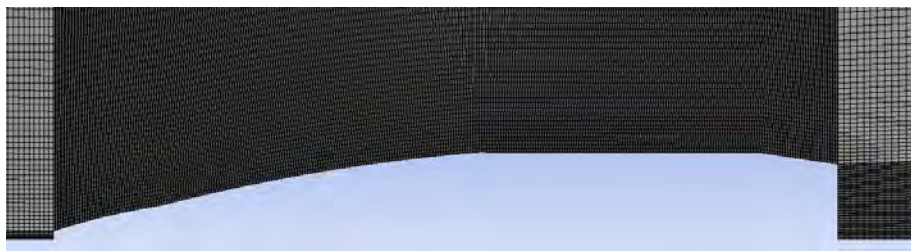


Figura 8: Detalhes da malha ao longo da superfície axissimétrica da munição 155 mm

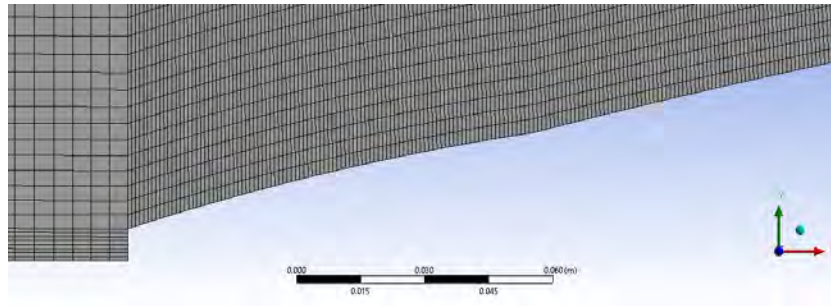


Figura 9: Detalhes da malha na dianteira da munição

Para a simulação incompressível, o solver do ANSYS foi configurado para resolver as equações com base na pressão e por fim, para a simulação compressível, o solver do ANSYS foi configurado para resolver as equações com base na densidade.

4.2 COEFICIENTES OBTIDOS

A simulação do regime incompressível foi efetuada para escoamentos de 0,4 até 0,8 Mach e a compressiva de 0,8 até 3 Mach, essas amplitudes de valores foram escolhidas para facilitar a comparação com os valores fornecidos pelo PRODAS. Além do coeficiente de arrasto foi analisado o coeficiente de sustentação (C_L). Para todas as simulações o resultado para o C_L foi zero conforme o esperado.

Vale ressaltar que o valor esperado para o C_L nas simulações é nulo por conta do ângulo de ataque nulo.

Os valores de C_d e C_L encontrados estão representados na tabela abaixo.

Tabela 4: Valores de C_d obtidos e comparados com os valores do PRODAS

Número de Mach	C_d Incompressível	C_d Compressível	C_d Compressível Novo	PRODAS C_d
0,40	0,13270	-	-	0,142
0,60	0,10219	-	-	0,139
0,70	0,10137	0,20080	0,10295	0,134
0,80	0,10965	0,21140	0,10885	0,132
0,90	-	0,24047	0,20206	0,157
1,00	-	0,33978	0,33069	0,335
1,10	-	0,31905	0,37538	0,385
1,35	-	0,31679	0,37588	0,355
1,50	-	0,20890	0,35066	0,340
1,75	-	0,27670	0,33367	0,312
2,00	-	0,31680	0,30717	0,285
2,25	-	0,21860	0,28241	0,262
2,50	-	0,19308	0,24190	0,247
3,00	-	0,23030	0,21813	0,233

Com os valores encontrados foi possível construir a figura 10 abaixo.

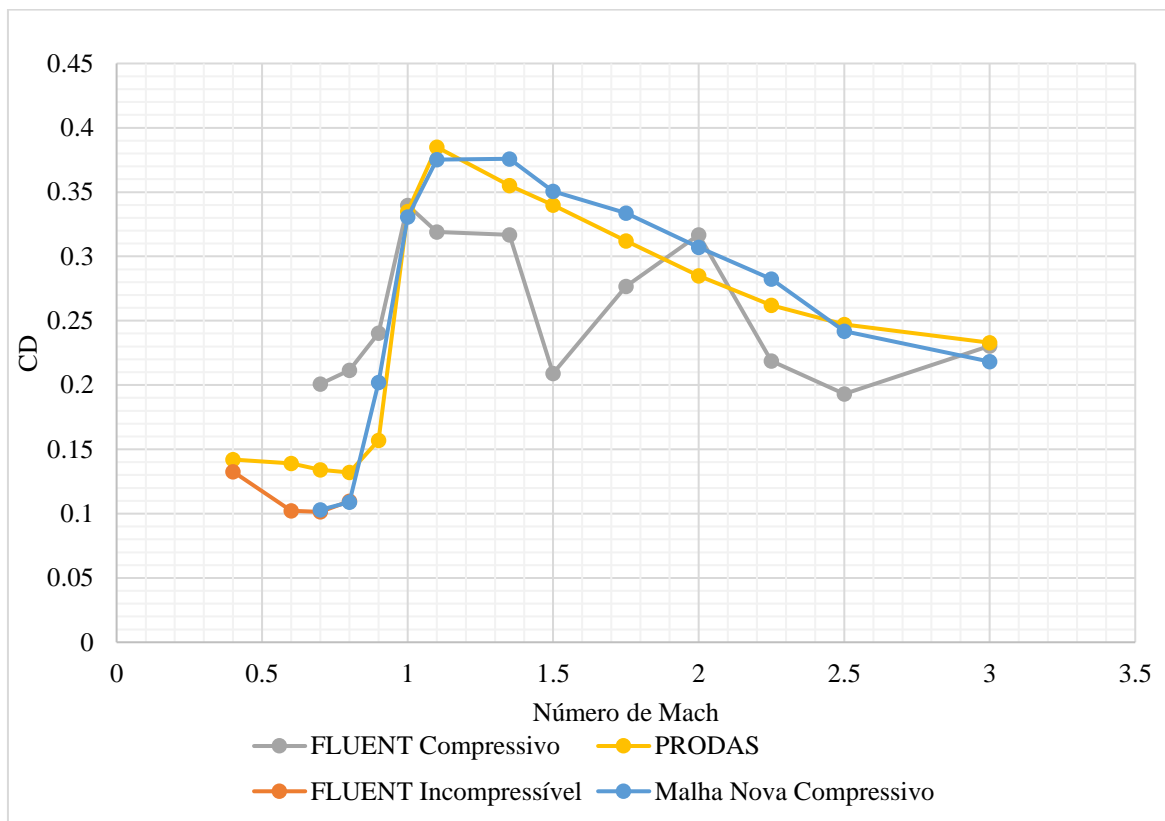


Figura 10: Curvas do C_d para a simulação turbulenta, compressiva e dado pelo PRODAS por número de Mach

Analisando a figura 9, é possível perceber que os resultados seguem a tendência do PRODAS, isto é, para escoamento subsônico o C_d é relativamente constante, aumentando significativamente ao entrar no regime transônico e diminuindo suavemente no compressível, conforme o aumento do número de Mach.

Vale ressaltar que os valores de C_d retirados do PRODAS são na verdade C_x , contudo até mesmo o coeficiente de arrasto axial depende do ângulo de ataque por meio do C_{x2} , conforme mostra a equação (9).

4.3 CAMPOS DE VELOCIDADE E PRESSÃO

A Figura 11 representa o campo de velocidade (componente u) da simulação axissimétrica para número de Mach igual a 2,0. Na figura é possível observar a formação das ondas de choque formadas no escoamento, assim como o arrasto de base na retaguarda do projétil.

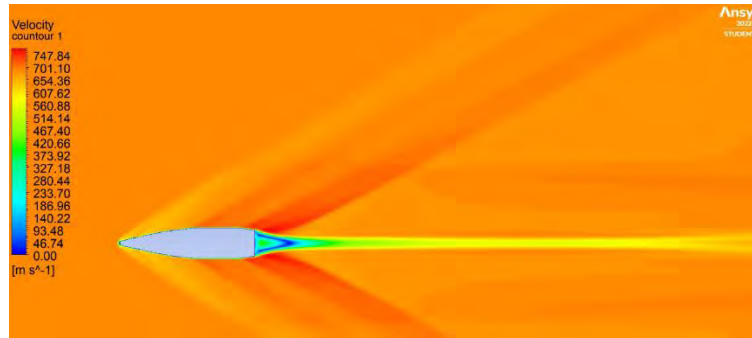


Figura 11: Campo de velocidade para Mach 2,0

A Figura 12 representa a vetorização do campo de velocidade para a mesma simulação. Na retaguarda do projétil é possível observar a formação de vórtices e a desaceleração do escoamento devido ao efeito de base.

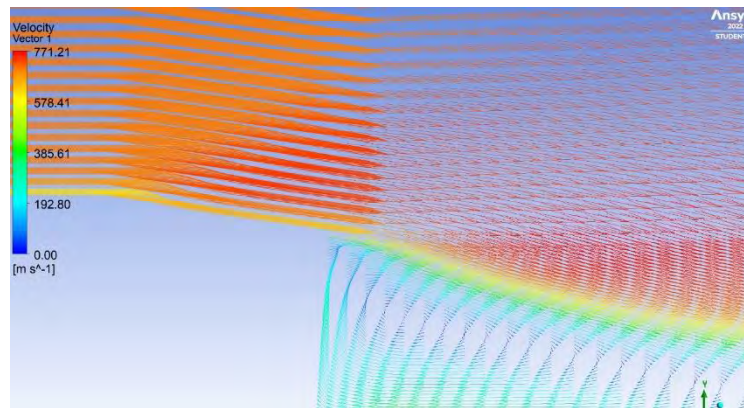


Figura 12: Vetorização do contorno de velocidades para Mach 2,0

A Figura 13 mostra o contorno de pressão para a mesma simulação. Assim como no caso de velocidade, fica evidente a formação das ondas de choque ao longo da superfície do projétil.



Figura 13: Contorno de pressão para Mach 2,0

Por fim, a Tabela 5 relaciona o ângulo do cone de Mach (Mach 1,75; 2,0; 3,0 e 4,0) encontrado com o esperado pela teoria [18]. A Figura 14 mostra como o ângulo de cada cone foi obtido.

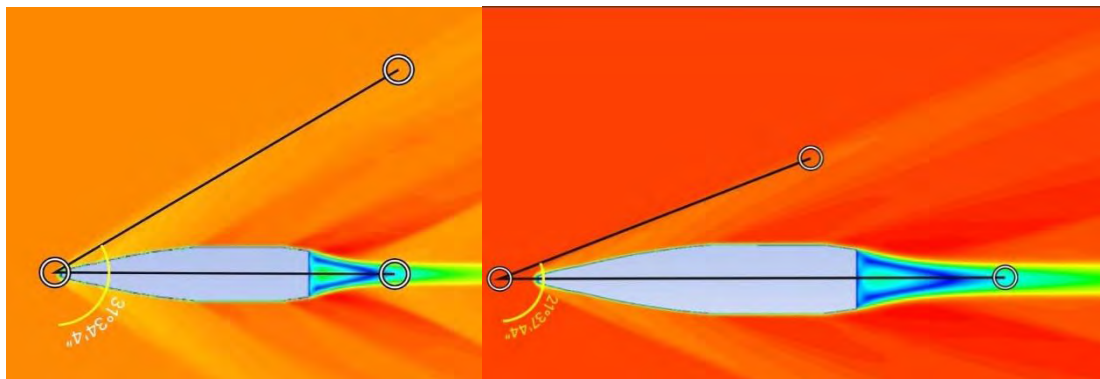


Figura 14: Ângulo do cone de Mach para Mach 2,0 e 3,0

Tabela 5: Ângulos do cone de Mach encontrados

Número de Mach Simulação	Ângulo cone de Mach	Número de Mach encontrado
1,75	32,670°	1,852
2,0	31,567°	1,910
3,0	21,617°	2,714
4,0	16,534°	3,514

4.3 ANÁLISE DO BOAT TAIL

Em projeteis balísticos o termo boat tail refere-se à suavização do perfil da munição na parte traseira usando chanfros ou filetes. O objetivo dessa prática de design é atrasar o descolamento da camada limite e assim diminuir o arrasto de base da munição. A Figura 15 mostra um exemplo de projétil com e sem boat tail.

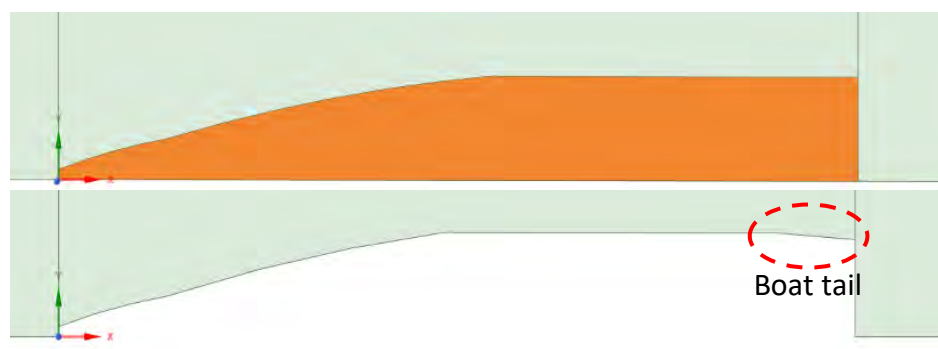


Figura 15: Acima perfil em boat tail, abaixo com boat tail

A munição 155mm em foco nesse trabalho apresenta um boat tail chanfrado de 8,191 graus com recuo de 70,1mm da base. A fim de analisar a influência do ângulo desse chanfro no coeficiente de arrasto total da munição foi utilizado a configuração de simulação e critério de criação de malha da etapa anterior desse trabalho.

Foram analisadas variações do projétil sem boat tail (ângulo zero), com boat tail médio (ângulo de 4,116 graus) e com boat tail maior (ângulo de 12,183 graus). A Tabela 6 e a Figura 16 mostram os resultados das simulações comparado com valores obtidos em etapas anteriores do trabalho. A Figura 17 mostra o campo de velocidade para o perfil com boat tail maior.

Tabela 6: Valores de C_d obtidos para cada configuração de boat tail e comparados com os valores do PRODAS

Número de Mach	C_d PRODAS	C_d Boat tail original	C_d Zero boat tail	C_d Boat tail médio	C_d Boat tail maior
0,70	0,134	0,103	0,197	0,149	0,116
0,80	0,132	0,109	0,193	0,152	0,095
0,90	0,157	0,202	0,224	0,209	0,192
1,00	0,335	0,331	0,359	0,345	0,363
1,10	0,385	0,375	0,395	0,396	0,374
1,35	0,355	0,376	0,367	0,381	0,368
1,50	0,340	0,351	0,350	0,352	0,342
1,75	0,312	0,334	0,329	0,358	0,331
2,00	0,285	0,307	0,304	0,331	0,304
2,25	0,262	0,282	0,281	0,304	0,280
2,50	0,247	0,242	0,255	0,260	0,243
3,00	0,233	0,218	0,264	0,235	0,218

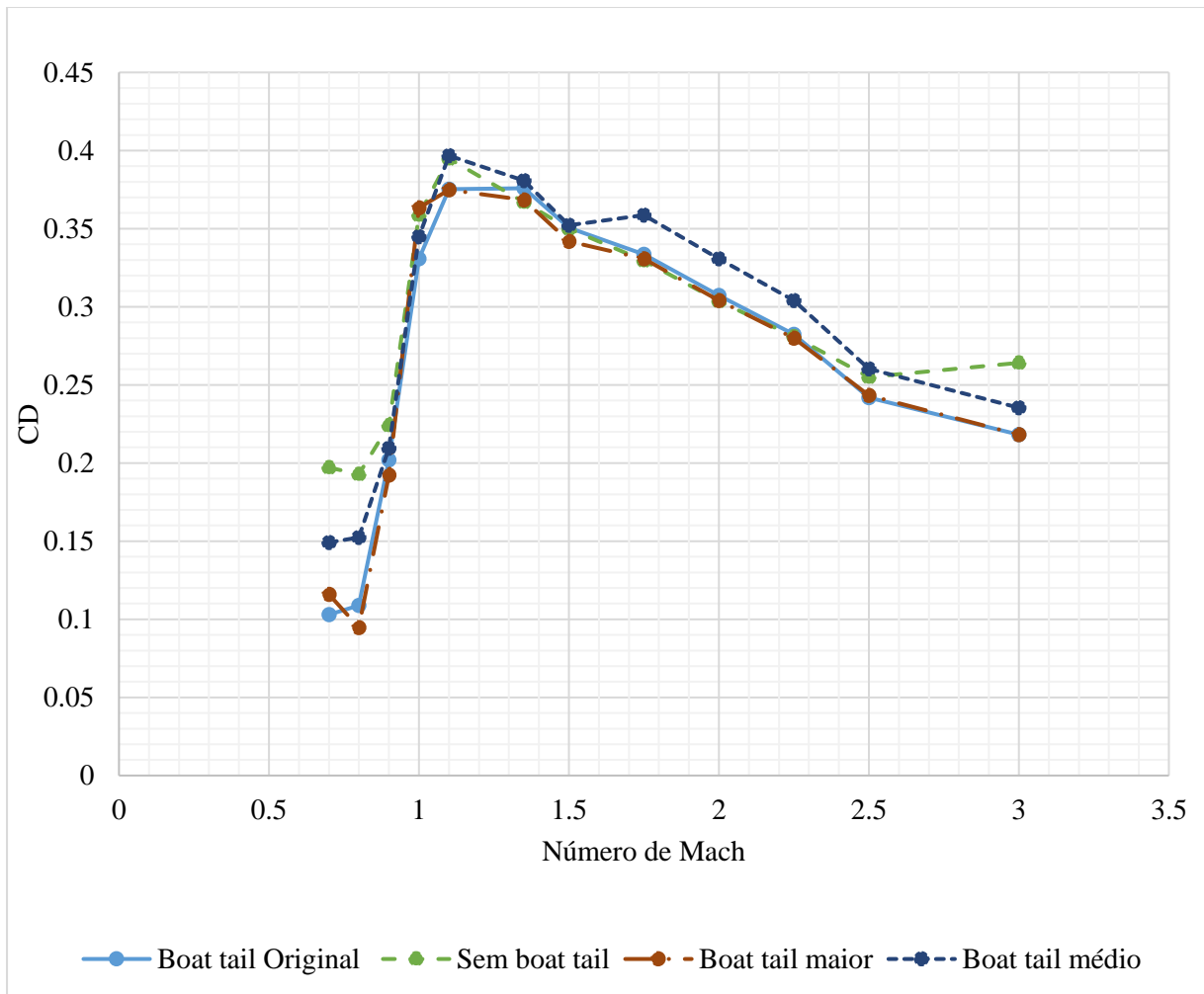


Figura 16: Curvas do C_d para cada configuração de boat tail por número de Mach

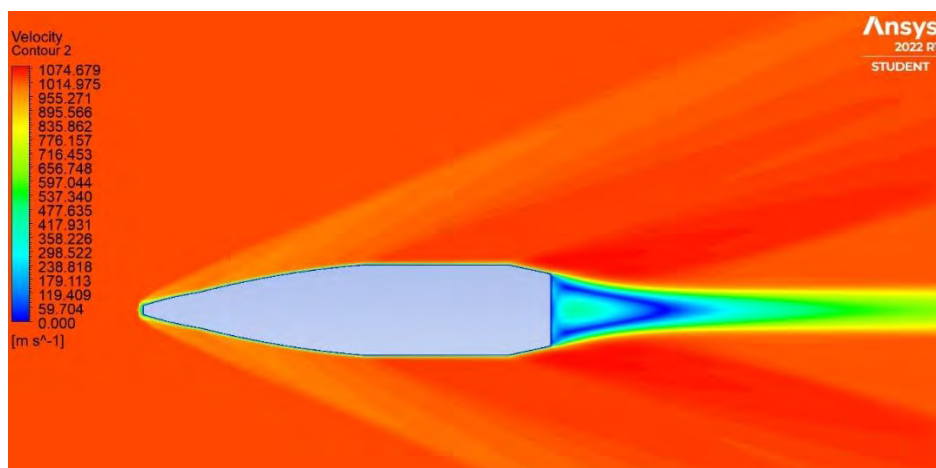


Figura 17: Campo de velocidade para perfil com boat tail maior em Mach 3,0

Com a finalidade de explorar um pouco mais o efeito da geometria do projétil no arrasto, foram efetuadas simulações com mais dois perfis. O primeiro, o chanfro original do

boat tail foi substituído por um filete de raio 250mm, o segundo, a linha de chanfro original foi estendida. O segundo perfil foge da proposta inicial da munição e não seria prático do ponto de vista funcional no armamento, contudo, o objetivo do estudo desse perfil é minimizar o arrasto de base e observar a influência deste no arrasto total. A Figura 18 mostra os perfis criados e a Tabela 7 compara os valores de C_d .

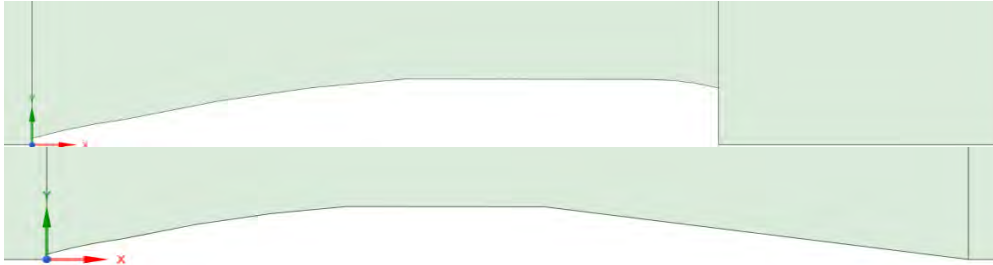


Figura 18: Acima perfil com boat tail filetado, abaixo com boat tail estendido

Tabela 7: Valores de C_d obtidos para cada configuração de boat tail e comparados com os valores do PRODAS

Número de Mach	C_d PRODAS	C_d Boat tail original	C_d Boat tail filetado	C_d Boat tail estendido
0,70	0,134	0,10295	0,09461	0,04626
0,80	0,132	0,10885	0,09842	0,07644
0,90	0,157	0,20206	0,18195	0,15395
1,00	0,335	0,33069	0,34702	0,23354
1,10	0,385	0,37538	0,36079	0,26390
1,35	0,355	0,37588	0,37091	0,27111
1,50	0,340	0,35066	0,42549	0,32374
1,75	0,312	0,33367	0,33710	0,24511
2,00	0,285	0,30717	0,40469	0,22913
2,25	0,262	0,28241	0,28409	0,21495
2,50	0,247	0,24190	0,24765	0,20222
3,00	0,233	0,21813	0,21800	0,17969

A Figura 19 compara os valores de C_d dos perfis criados com os valores obtidos do PRODAS e do perfil original. Vale ressaltar os pontos *outliers* da simulação provavelmente são devidos pontos de baixa ortogonalidade na malha criada para cada perfil na região do boat tail.

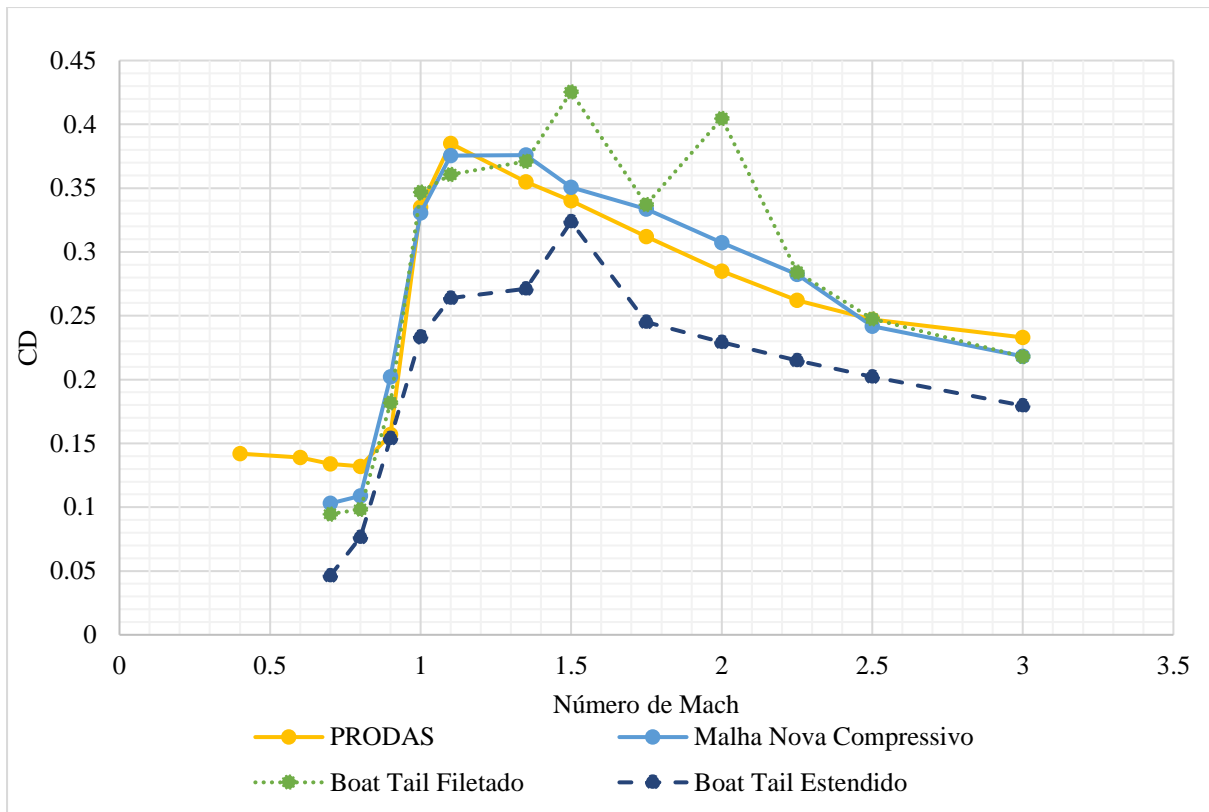


Figura 19: Acima perfil com boat tail filetado, abaixo com boat tail estendido

As Figuras 20 e 21 abaixo mostram o campo de velocidade para Mach 3,0 dos perfis criados. Para a boat tail estendido é possível observar que a zona de baixa pressão na traseira da munição foi drasticamente reduzido comparado com o perfil filetado, indicando uma diminuição no arrasto de base conforme verificado nas Fig. 18 e 19.

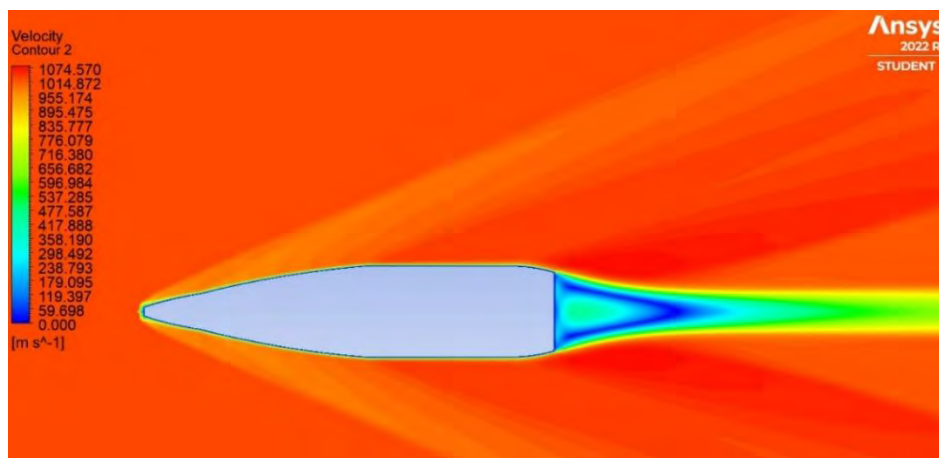


Figura 20: Campo de velocidade para perfil com boat tail filetado em Mach 3,0

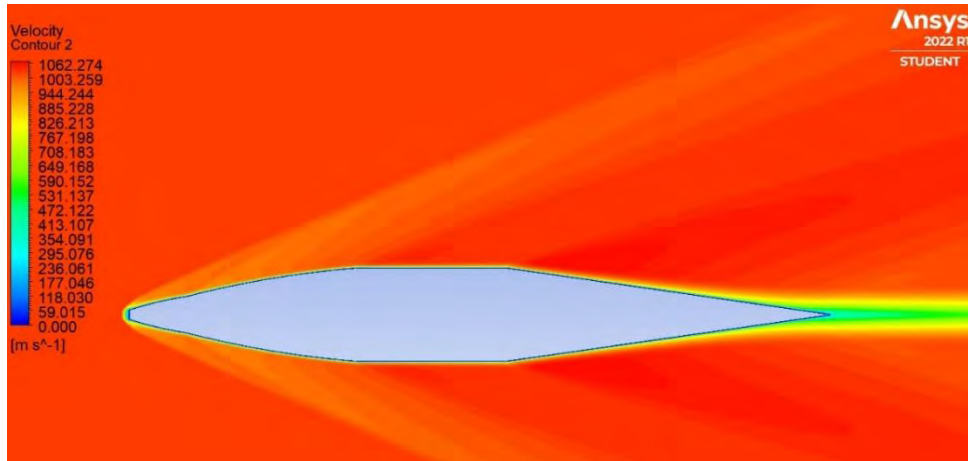


Figura 21: Campo de velocidade para perfil com boat tail estendido em Mach 3,0

5 CONCLUSÃO

Na etapa anterior do trabalho a configuração de simulação e o método de criação de malha foram validadas, a Figuras 10, 14 e a Tabela 4 mostram os resultados obtidos. Além disso, o ângulo do cone de Mach encontrado para diversas velocidades corresponde aproximadamente ao número de Mach, conforme esperado pela teoria apresentado pela literatura [18].

Vale ressaltar, que os valores fornecidos pelo PRODAS são associados a balística externa do projétil e, portanto, a um dado ângulo de ataque e spin durante a trajetória, estado esse bastante divergente de qualquer simples estudo estático em um túnel de vento, por exemplo.

Partindo dos mesmos procedimentos de simulação 2D axissimétrico, percebe-se que a variação do boat tail foi de pouca influência no arrasto total da munição.

Uma possível explicação para esses resultados seria que o arrasto de fricção é predominante em relação ao de forma, portando, uma diminuição do arrasto de base não teria uma forte influência no total.

Por outro lado, é possível que o aspecto geométrico de maior efeito no arrasto de base seja a área circular da traseira da munição, em todas as simulações a variação da área foi mínima. Portando, seguindo essa hipótese proposta, o coeficiente de arrasto de fato não iria variar significativamente.

Ademais, possivelmente, a malha utilizada não tem resolução necessária para sensibilizar a simulação a variações pequenas na geometria do perfil.

Em relações aos dois perfis criados, o boat tail filetado apresentou, de forma geral, coeficientes de arrasto menores. A influência da suavização do perfil do boat tail com o filete seguiu o comportamento esperado pela literatura.

Com os resultados expostos na Tabela 7, é possível observar que o perfil com boat tail estendido não corrobora com a primeira hipótese proposta, que o arrasto de fricção não deve ser predominante no arrasto total do perfil original, visto que a diminuição do coeficiente de arrasto foi relativamente alta. Deve-se ressaltar que esse perfil estendido não remove por completo o arrasto de base e, possivelmente, adiciona arrasto de fricção, isto é, os resultados obtidos devem ser vistos como um indício de comportamento do arrasto da munição, isto é, o arrasto de base é um componente significativo do arrasto total.

Portanto, os resultados da análise do perfil estendido descartam a primeira hipótese proposta para a baixa variação do coeficiente de arrasto dos perfis com variação de boat tail.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] CARLUCCI, Donald. E.; JACOBSON, Sidney. S. BALLISTICS - THEORY AND DESIGN OF GUNS AND AMMUNITION, CRC Press. EUA. 2008. 482p.
- [2] DIEGUEZ, José Paulo P. MÉTODOS DE CÁLCULO NUMÉRICO. Rio de Janeiro: Fundação Ricardo Franco, 2005. 431p.
- [3] McCOY, Robert L. MODERN EXTERIOR BALLISTICS: THE LAUNCH AND FLIGHT DYNAMICS OF SYMMETRIC PROJECTILES, Schiffer Publishing, Ltd, Athleen, PA, 1999.
- [4] MOSS, G. M.; FARRAR, C. L. e LEEMING, D. W. *Military Ballistics - A Basic Manual*, Brassey Publishers Ltd., Inglaterra, 1983.
- [5] BARANOWSKI, L., Gadomski, B., Makewski. P., Szymonik, J., EXPLICIT “BALLISTIC M-MODEL”: A REFINEMENT OF THE IMPLICIT “MODIFIED POINT MASS TRAJECTORY MODEL”, Military University of Technology, Warsaw, 2016.
- [6] OTAN. STANAG 4355 - The Lieske Modified Point Mass and Five Degrees of Freedom Trajectory Models - AOP-4355 EDITION A. Bruxelas: NATO Standardization Agency, 2017 (disponho a de 2009).
- [7] OTAN. STANAG 4119 - Adoption of a Standard Cannon Artillery Firing Table Format. Bruxelas: NATO Standardization Agency, 2119 (disponho a de 2007).
- [8] Lieske, Robert F. & Reiter, Mary L. - Equations of Motion for a Modified Point Mass Trajectory, U. S. ARMY MATERIEL COMMAND Report, BALLISTIC RESEARCH LABORATORIES, Maryland, 1966
- [9] BRITO, Gabriel Dinoá D. C., Bozza, Matheus, Gandur, Nazir L., TRAJETÓRIA DE PROJÉTEIS DE ARTILHARIA DE CAMPANHA, Iniciação à Pesquisa, Instituto Militar de Engenharia, 2018
- [10] NASCIMENTO, Leandro Augusto Jardim, ESTUDO DE MUNIÇÕES DE ALCANCE CONTROLADO, Iniciação à Pesquisa, Instituto Militar de Engenharia, 2013
- [11] <https://arrowtechassociates.com/product-software>, consultado em fevereiro de 2021
- [12] Arrow Tech Associates, Inc, South Burlington, VT, PRODAS V3 TECHNICAL MANUAL
- [13] BARANOWSKI, Leszek, FEASIBILITY ANALYSIS OF THE MODIFIED POINT MASS TRAJECTORY MODEL FOR THE NEED OF GROUND ARTILLERY FIRE CONTROL SYSTEMS, Military University of Technology, Warsaw, 2013

[14] CONDUÇÃO DO TIRO DE ARTILHARIA PELO COMBATENTE DE QUALQUER ARMA, CL 6-135/1, Ministério da Defesa Exército Brasileiro Comando de Operações Terrestres

[15] Headquarters Department of the Army, FT 155-AH-2 - FIRING TABLES FOR CANNON, 155MM HOWITZER, M126 AND M126E1, Washington, DC, 1974

[16] Headquarters Department of the Army, FT 105-H-2 - FIRING TABLES FOR CANNON, 105MM HOWITZER, M2A2 AND M2A1, Washington, DC, 1971

[17] ARBEX, Eduarda Pinho, SIMULAÇÕES NUMÉRICAS DAS CARACTERÍSTICAS AERODINÂMICAS DE UM FOGUETE, Iniciação à Pesquisa, Instituto Militar de Engenharia, 2022

[18] FOX, R.W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J.; MITCHELL, J.W. Introdução a Mecânica dos Fluidos. 9. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda., 2018.

[19] REZENDE, A. ANALISE NUMÉRICA DA BOLHA DE SEPARAÇÃO DO ESCOAMENTO TURBULENTO SOBRE PLACA PLANA FINA INCLINADA. 53-56, 63, 88 p. Tese (Doutorado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009

[20] FROTA, Lucas Grangeiro. GERAÇÃO DE TRAJETÓRIAS PARA TABELAS DE TIRO, Iniciação à Pesquisa, Instituto Militar de Engenharia, 2021