

**MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

CAP ROGÉRIO FELIPE ALBERTO SOUZA

**ESTUDO DO REPOSICIONAMENTO DO SISTEMA DE ARMAS REMAX NA
VBTP-MR GUARANI**

**RIO DE JANEIRO
2022**

CAP ROGÉRIO FELIPE ALBERTO SOUZA

ESTUDO DO REPOSICIONAMENTO DO SISTEMA DE ARMAS REMAX
NA VBTP-MR GUARANI

Projeto de Final de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador(es): Victor Santoro Santiago, D.Sc.

Rio de Janeiro

2022

CIP - Catalogação na Publicação

Felipe Alberto Souza, Rogério
Estudo do reposicionamento do REMAX na VBTP-MR
Guarani / Rogério Felipe Alberto Souza. – Rio de
Janeiro, 2022.
79 f.

Orientador: Victor Santoro Santiago.

Projeto Final de Curso (graduação) – Instituto
Militar de Engenharia, Bacharel em Engenharia
Mecânica e de Automóveis, 2022.

1. Dinâmica Veicular. 2. Guarani. 3. REMAX. 4.
Análise estrutural. I. Santoro Santiago, Victor,
orient. II. Título

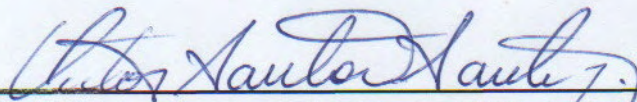
CAP ROGÉRIO FELIPE ALBERTO SOUZA

**Estudo do reposicionamento do Sistema de Armas
REMAX na VBTP-MR Guarani**


Projeto de Final de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador(es): Victor Santoro Santiago.

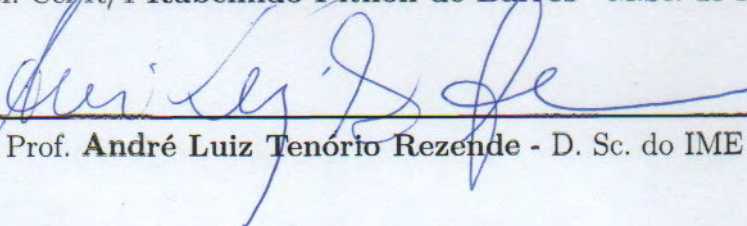
Aprovada em 06 de outubro de 2022, pela seguinte banca examinadora:



Prof. Victor Santoro Santiago - D.Sc. do IME - Presidente



Prof. Cel R/1 Rubenildo Pithon de Barros - M.Sc. do IME



Prof. André Luiz Tenório Rezende - D. Sc. do IME

Rio de Janeiro

2022

Dedico este trabalho a minha querida esposa e aos dois anjos que olham por nós.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus por ter guiado meus passos nessa jornada.

À minha família, em especial à minha esposa Jennifer, que esteve ao meu lado nos momentos mais difíceis e nunca deixou de me apoiar.

Ao meu orientador, Cel Santoro, e à banca avaliadora, pelas correções, orientações e ensinamentos em todas as etapas do trabalho.

Aos meus colegas Cavaleiro, Wenis e Gama, com os quais eu tive a oportunidade de aprender muito.

À Cap Camila Leão, da Diretoria de Fabricação, pela prestatividade e apoio na obtenção de dados essenciais para o desenvolvimento do trabalho.

RESUMO

O projeto da VBTP Guarani permite que esse veículo seja empregado equipado com pelo menos três tipos de torres distintas: a torre UT-30 (canhão 30 mm), o reparo manual PLATT ou o reparo automático REMAX. Cada uma dessas configurações permite que a viatura cumpra seu papel tático-operacional em variadas circunstâncias. Contudo, possíveis falhas nos sistemas de armas podem comprometer o desempenho da missão, pois o acesso do atirador ao teto do veículo para reparos rápidos ou remunição de emergência é difícil. O objetivo deste trabalho é propor e analisar o reposicionamento do REMAX, de forma a facilitar a operação emergencial do armamento em caso de necessidade. Para tanto, é desenvolvido um modelo CAD de uma plataforma que possibilite deslocar o sistema de armas de sua posição. Esse projeto tem sua estrutura mecânica avaliada a partir de uma modelagem por elementos finitos. A solução proposta é ergonomicamente viável e, a partir de uma análise das dinâmicas vertical e lateral da VBTP Guarani, conclui-se que o reposicionamento do armamento não incorre em perda de dirigibilidade.

Dinâmica Lateral, Análise de Estruturas, Ergonomia: Sistema de Armas. Guarani.
Análise Estrutural. Dinâmica Veicular.

ABSTRACT

The APC Guarani project allows this vehicle to be equipped with at least three different types of turrets: the UT-30 turret (30 mm cannon), the manual PLATT, or the automatic REMAX. Each of these configurations allows the vehicle to fulfill its tactical-operational role in various circumstances. However, possible failures in the weapon systems can compromise mission performance, as the shooter's access to the roof of the vehicle for quick repairs or emergency reload is difficult. The objective of this work is to propose and analyze the repositioning of the REMAX, to facilitate the emergency operation if required. For that, a CAD model of a platform was developed, which makes possible to move the weapon ahead. This project has its mechanical structure evaluated from finite element modeling. The proposed solution is ergonomically viable. Besides that, based on an analysis of the vertical and lateral vehicle dynamics, of the VBTP Guarani, it is concluded that the proposed solution does not incur a loss of stability.

Lateral Dynamics, Structural Analysis, Ergonomics: Gun Systems. Guarani. Es-
tructural Analysis. Vehicle Dynamics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – VBTP-MR Guarani - Possível nova posição do REMAX marcada com uma estrela (1)	15
Figura 2 – Mowag Piranha equipado com sistema de armas com acionamento manual (2)	15
Figura 3 – Mowag Piranha equipado com sistema de armas com acionamento remoto (2)	16
Figura 4 – Sistemas de armas instalados sobre plataformas (3)	16
Figura 5 – (a) Vigas de reforço do teto do Guarani; (b) Dutos do Sistema anti-incêndio/ventilação	17
Figura 6 – Berço do Sistema REMAX (4)	18
Figura 7 – Posição dos conectores J11 e J12 (4)	19
Figura 8 – Elemento de volume sujeito a um estado de tensão tridimensional qualquer (5)	22
Figura 9 – Exemplo de discretização (6)	24
Figura 10 – Elemento tetraédrico de segunda ordem ao sofrer deformação. Os pontos vermelhos representam os nós (7)	26
Figura 11 – Elementos tridimensionais (7)	27
Figura 12 – Posição de instalação da plataforma sobre o veículo	28
Figura 13 – Vista isométrica da plataforma	29
Figura 14 – Montagem do Sistema de Emprego sobre a plataforma	29
Figura 15 – Vista superior da VBTP Guarani	30
Figura 16 – Em vermelho, o campo de visada do atirador	30
Figura 17 – Tensão máxima obtida no primeiro estudo	32
Figura 18 – Malha refinada nas regiões críticas	32
Figura 19 – Malha da terceira análise	32
Figura 20 – Tensões obtidas no terceiro estudo	33
Figura 21 – Modos de vibração associados às frequências de (a) 125 Hz, (b) 127 Hz, (c) 207 Hz, (d) 278 Hz	33
Figura 22 – Atirador na posição de pé	35
Figura 23 – Atirador na posição semissentado	35
Figura 24 – Acoplamento por Fluxo de Potência entre os blocos A e B	36
Figura 25 – Fluxo de potência em um veículo.	38
Figura 26 – Diagrama de corpo livre da massa não suspensa	38
Figura 27 – Diagrama de corpo livre do pneu	39
Figura 28 – Modelo de veículo com 10 GDL	39

Figura 29 – Representação do chassi com 4 pontos de ancoragem como um corpo rígido no espaço	40
Figura 30 – Chassi no sistema de referência global XYZ (8)	43
Figura 31 – Regiões de contato e de aderência do pneu (9)	44
Figura 32 – Força Lateral em função do ângulo de desvio (10)	45
Figura 33 – – Orientação angular de um pneu em movimento em relação ao vetor velocidade v em um ângulo de desvio α e ângulo de esterçamento δ . (a) α , β e δ são positivos. (b) $\beta < \delta$, logo, α é negativo. (11)	46
Figura 34 – Esterçamento de um veículo de 3 eixos (12)	47
Figura 35 – Representação do Referencial ISO 8855	49
Figura 36 – Vista superior da VBTP Guarani	49
Figura 37 – Gráfico da Força exercida pelo pneu em função da sua deformação	51
Figura 38 – Forças de cada elemento das suspensões dos eixos dianteiro, intermediário e traseiro.	52
Figura 39 – Curva da força do amortecedor em função da velocidade relativa entre CG da roda e ponto de ancoragem da suspensão no chassi	53
Figura 40 – Bloco do pneu	54
Figura 41 – Diagrama de blocos da roda	54
Figura 42 – Diagrama de blocos da suspensão	55
Figura 43 – Diagrama de blocos do chassi	56
Figura 44 – Função de entrada do sistema dinâmico	62
Figura 45 – Deslocamento vertical do centro de massa do chassi	63
Figura 46 – Rolagem do chassi submetido ao próprio peso	64
Figura 47 – Arfagem do chassi submetido ao próprio peso	64
Figura 48 – Deslocamento vertical do chassi a 15 m/s	65
Figura 49 – Rolagem do chassi a 15 m/s	65
Figura 50 – Arfagem do chassi a 15 m/s	66
Figura 51 – Deslocamento vertical do chassi para suspensão com molas não lineares	66
Figura 52 – Atuação dos batentes da suspensão	67
Figura 53 – Trajetória do veículo para uma entrada em degrau $\delta = 10^\circ$ a 15 km/h	67
Figura 54 – Guinada do veículo para uma entrada em degrau $\delta = 10^\circ$ a 15 km/h	68
Figura 55 – Trajetória do veículo para uma entrada em degrau $\delta = 10^\circ$ a 15 km/h - com as dinâmicas integradas	69
Figura 56 – Força vertical sobre os pneus.	69
Figura 57 – Rolagem do chassi ao realizar uma curva a 15 km/h.	70
Figura 58 – Comparação da rolagem entre os dois modelos	72
Figura 59 – Comparação da arfagem entre os dois modelos	72
Figura 60 – Variação do ângulo δ para a manobra de mudança de faixa	73
Figura 61 – Comparação da rolagem entre os dois modelos	74

Figura 62 – Comparação da Força lateral nos pneus entre os dois modelos	74
Figura 63 – Forças verticais sobre os pneus	75

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades do aço ASTM A36 (5)	31
Tabela 2 – Configuração da malha	31
Tabela 3 – Parâmetros adotados no modelo	60
Tabela 4 – Configuração do Simulink	60

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	MOTIVAÇÃO	14
1.2	CARACTERÍSTICAS DO VEÍCULO	16
1.3	CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA REMAX	17
1.4	OBJETIVO	19
1.5	PROCEDIMENTO	19
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	20
2.1	ANÁLISE ESTRUTURAL	20
2.2	DINÂMICA VEICULAR	20
3	CONCEITOS DA ANÁLISE ESTRUTURAL	22
3.1	TEORIA DA ENERGIA DE DISTORÇÃO PARA MATERIAIS DÚCTEIS	22
3.2	ELEMENTOS FINITOS	24
3.3	ANÁLISE ESTRUTURAL COMPUTACIONAL	25
4	PROJETO ESTRUTURAL	28
4.1	MODELO CAD	28
4.2	ANÁLISE ESTRUTURAL ESTÁTICA	30
5	ERGONOMIA	34
6	CONCEITOS DE DINÂMICA VEICULAR	36
6.1	METODOLOGIA DE FLUXO DE POTÊNCIA	36
6.2	DINÂMICA VERTICAL	37
6.3	TRANSFORMADOR CINEMÁTICO	40
7	DINÂMICA LATERAL	43
7.1	FORÇA LATERAL NOS PNEUS	44
7.2	FORÇA LATERAL NO VEÍCULO	46
7.3	ESTERÇAMENTO	46
8	MODELO MATEMÁTICO PORMENORIZADO	49
8.1	PARTICULARIDADES DO MODELO	50
8.1.1	PNEUS - DINÂMICA VERTICAL	50
8.1.2	ESTERÇAMENTO	51
8.1.3	SUSPENSÃO	52
8.2	DIAGRAMA DE BLOCOS EM AMBIENTE SIMULINK	53

8.2.1	PNEUS	53
8.2.2	RODAS	54
8.2.3	SUSPENSÃO	54
8.2.4	CHASSI	55
8.2.4.1	DINÂMICA VERTICAL DO CHASSI	55
8.2.4.2	DINÂMICA LATERAL DO CHASSI	58
8.2.4.3	INTEGRAÇÃO DAS DINÂMICAS	59
9	RESULTADOS	60
9.1	1ª ETAPA	60
9.1.1	TRANSPOSIÇÃO DE LOMBADAS ALTERNADAS A 15 KM/H - MOLAS DA SUSPENSÃO LINEARES	61
9.1.2	TRANSPOSIÇÃO DE LOMBADAS ALTERNADAS A 15 KM/H - MOLAS DA SUSPENSÃO NÃO LINEARES	64
9.1.3	CURVA A 15 KM/H, DESCONSIDERANDO TRANSFERÊNCIA DINÂMICA DE PESO	66
9.1.4	CURVA A 15 KM/H COM AS DINÂMICAS INTEGRADAS	68
9.2	2ª ETAPA	70
9.2.0.1	CURVA A 15 KM/H, COM O CENTRO DE GRAVIDADE ALTERADO PELO REPOSICIONAMENTO DO REMAX	71
9.2.0.2	MUDANÇA RÁPIDA DE FAIXA	71
10	CONCLUSÃO	76
	REFERÊNCIAS	77

1 INTRODUÇÃO

Desde que se iniciou o Projeto Guarani, muitos estudos foram realizados nas áreas de dinâmica veicular, assim como muitos trabalhos se desenvolveram no campo de estudo de automação de sistemas de armas com o advento do REMAX.

Além de servirem como base para projetos e pesquisas futuras, esses trabalhos tem em comum o objetivo de atender às necessidades do usuário final, que é a tropa - os soldados que operam esses materiais e sistemas no teatro de operações.

O presente trabalho mescla essas áreas de pesquisa citadas, a partir de um estudo detalhado acerca das possibilidades e dos efeitos de um reposicionamento do sistema REMAX no Guarani, sem perder o foco no usuário final.

Este capítulo é destinado a descrever os motivos que levam ao estudo, explorar as características do veículo e do sistema de armas em questão e enunciar os objetivos do trabalho e as suas etapas.

1.1 Motivação

Os principais motivos que levam a um estudo sobre o reposicionamento do REMAX no Guarani são (4):

- 1) Disponibilizar mais uma escotilha;
- 2) Aumentar a amplitude angular de elevação vertical do armamento.

Caso o REMAX seja reposicionado, o local no teto do Guarani ao qual era destinada sua instalação pode dar lugar a uma nova escotilha. Essa nova escotilha permitiria acessar o teto no veículo com maior facilidade e rapidez, de forma que o militar passaria menos tempo exposto caso fosse necessário sanar alguma pane, realimentar o armamento, ou operá-lo manualmente.

Segundo os dados de seu manual (4), o motor de elevação do REMAX permite a movimentação do armamento em ângulo de elevação vertical de -20° a $+60^\circ$. Por sua vez, um dos Requisitos Operacionais do sistema é permitir o movimento de elevação vertical de -7° a $+45^\circ$. Caso o REMAX seja reinstalado em uma posição à frente e mais elevada que a atual, como esquematizado pela Fig. 1, o armamento poderia ser apontado mais para baixo (ângulos mais negativos), o que representa uma vantagem em espaços confinados - como o ambiente urbano - ou quando algum alvo se encontrar muito próximo ao veículo - em postos de controle de vias, por exemplo. Além disso, aumenta-se também a capacidade de o veículo ocupar posições de comandamento para a execução de tiros mergulhantes.



Figura 1 – VBTP-MR Guarani - Possível nova posição do REMAX marcada com uma estrela (1)

O projeto desenvolvido neste trabalho tem como referência sistemas de armas de forças armadas estrangeiras. No caso do veículo militar Mowag Piranha (Fig. 2), mesmo o armamento sendo controlado remotamente, observa-se a presença de uma escotilha a retaguarda e próxima do sistema de armas, como é possível observar na Fig. 3.



Figura 2 – Mowag Piranha equipado com sistema de armas com acionamento manual (2)

Outras referências são os sistemas de armas montados sobre plataformas, como os da fabricante RAFAEL ®(4).



Figura 3 – Mowag Piranha equipado com sistema de armas com acionamento remoto (2)



Figura 4 – Sistemas de armas instalados sobre plataformas (3)

1.2 Características do veículo

Existem três configurações de torre para a VBTP-MR Guarani: REMAX, PLATT e UT-30. Os sistemas REMAX (remoto) e PLATT (manual) são intercambiáveis, sendo possível montá-los no mesmo tipo de chassi, desde que haja uma adequação do espaço interno do veículo, alterando a disposição da tripulação e da estação do atirador. Já a UT-30 necessita de um chassi diferente, pois os esforços desenvolvidos pelo canhão 30 mm exigem que o teto da viatura seja reforçado.

Alterações na estrutura do chassi do veículo são inviáveis, tendo em vista que os sistemas de ventilação e anti-incêndio (Fig. 5) também deveriam ser reprojatados. Essas modificações são muito custosas, em especial a do sistema anti-incêndio, que exige a realização de ensaios destrutivos e aprovação na avaliação de requisitos operacionais rigorosos.

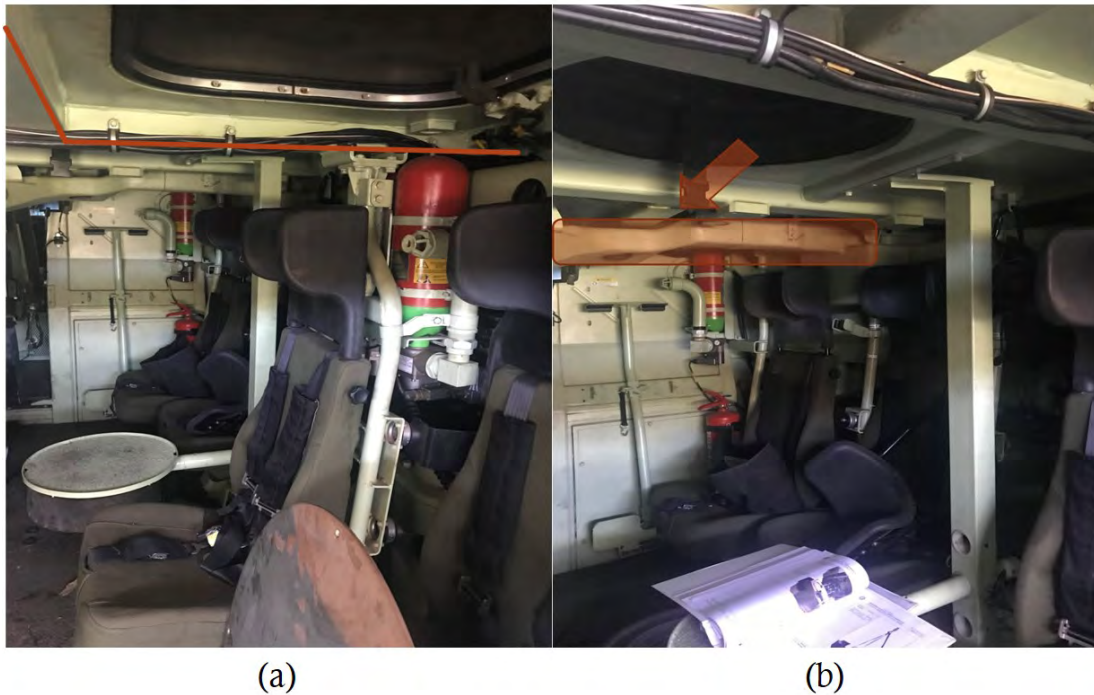


Figura 5 – (a) Vigas de reforço do teto do Guarani; (b) Dutos do Sistema anti-incêndio/ventilação

Apesar de possuir um certo grau de subjetividade, outra característica importante que deve ser levada em consideração no projeto é a dirigibilidade da viatura. Os motoristas habilitados a conduzir a VBTP-MR Guarani relatam que, ao se realizar uma curva, a viatura "oscila muito lateralmente". Tecnicamente, isso significa que, após mudanças de direção, o movimento de rolagem (*roll*) permanece por um tempo maior que o comum, em comparação a veículos de passeio. Embora não comprometa a segurança, para motoristas inexperientes essa característica é motivo de hesitação. Portanto, também é importante analisar como o reposicionamento do sistema de armas REMAX pode interferir nesse fenômeno.

1.3 Características do Sistema REMAX

O REMAX é composto de duas partes principais:

1) Sistema de Emprego (SE) - sistema de armas montado na parte externa da viatura, sobre uma peça metálica chamada anel de interface.

2) Sistema de Gerenciamento da Missão (SGM) - é a estação do atirador, localizada na parte interna da viatura, e inclui equipamentos periféricos necessários para a operação do REMAX.

O berço (Fig. 6) é a parte do Sistema de Emprego que contém componentes como mecanismos de rearme, solenoide de disparo e pinos de fixação que mantêm o armamento

(7,62 mm ou 12,7 mm) fixo, permitindo o carregamento e disparo por comando elétrico. A função do berço é, entre outras, a de absorver o recuo após os disparos (4).

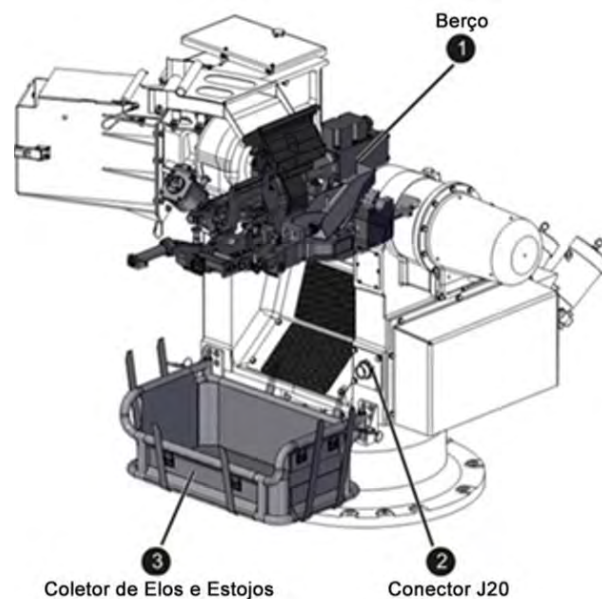


Figura 6 – Berço do Sistema REMAX (4)

Por se tratar de um equipamento eletromecânico, o estudo do reposicionamento do REMAX deve considerar a necessidade de alimentação elétrica do sistema. O conector J20, mostrado na Fig. 6 é utilizado para a transferência de tensão elétrica, sinais de comando e controle para o mecanismo de rearme e o solenoide de disparo. Da mesma forma, na parte inferior do SE, o conector J11 é utilizado para transferência de sinais, comunicação e vídeo; e o conector J12 é responsável por fornecer energia para os componentes. Esses dois conectores são mostrados em detalhe pela Fig. 7.

A execução de disparos é comandada eletricamente pelo atirador a partir do Sistema de Gerenciamento da Missão. Uma vez que o comando é elétrico, existem vários sistemas computadorizados que controlam a movimentação do Sistema de Emprego (SE) e as funções de disparo. Esses sistemas foram projetados para impedir a movimentação do SE e o disparo da arma em vários setores, de forma a evitar possíveis danos a pessoas e equipamentos (tais como antenas, escotilhas ou outros componentes instalados no teto da viatura blindada). Contudo, a reconfiguração desses sistemas como consequência do reposicionamento do REMAX foge do escopo do presente estudo.

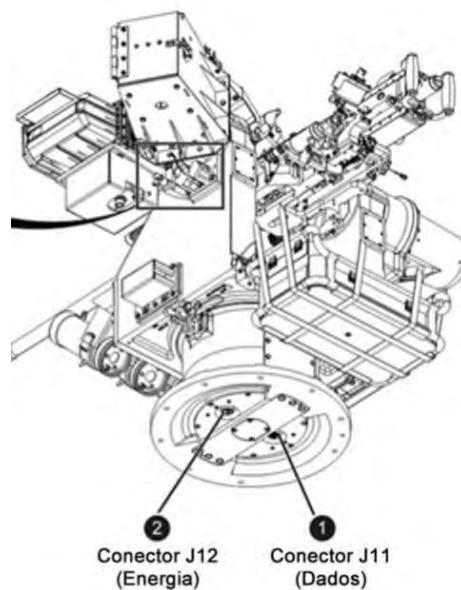


Figura 7 – Posição dos conectores J11 e J12 (4)

1.4 Objetivo

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma modelagem em CAD de uma plataforma para o REMAX que permita analisar o reposicionamento do Sistema de Armas na VBTP-MR Guarani, de modo a verificar possíveis melhorias no que diz respeito ao atendimento aos Requisitos Operacionais e levantar os problemas decorrentes nos demais sistemas veiculares.

1.5 Procedimento

Dadas as características do veículo e do sistema de armas, para atingir o objetivo proposto e realizar um estudo completo acerca das possibilidades e consequências do reposicionamento do REMAX no Guarani, este estudo segue as seguintes etapas:

- 1) Construção de um modelo CAD de uma plataforma que possibilite deslocar o Sistema de Emprego do REMAX para uma posição à frente e mais acima da posição atual;
- 2) Análise estrutural estática e dinâmica da plataforma modelada;
- 3) Análise das consequências do reposicionamento da plataforma na dinâmica vertical do veículo, a fim de verificar os efeitos da elevação do centro de gravidade do sistema na taxa de rolagem do veículo;
- 4) Refinar o projeto para que se adéque aos requisitos de ergonomia.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Análise estrutural

Os projetos de estruturas de aço devem atender às determinações da Norma ABNT NBR 8800, que estabelece os requisitos básicos que devem ser obedecidos no projeto à temperatura ambiente de estruturas de aço, com base no método dos estados-limites.

Em complemento a NBR 8800, SHIGLEY (2005) abarca os fundamentos do projeto de máquinas, incluindo itens como processo do projeto, engenharia mecânica e de materiais, prevenção de falha sob carregamento estático e variável e características dos principais tipos de elementos mecânicos.

GUEDES (2010) propõe uma sistemática de análise para que um sistema veículo-armamento seja modelado de forma modular, permitindo análises isoladas, aplicando a técnica de grafos de ligação. São feitas simulações para testes do modelo, com a elevação e direção do armamento, que é uma metralhadora .50, onde são verificadas as tensões transmitidas para a viatura.

Em seu trabalho, GUEDES (2010), discretiza o reparo da metralhadora em dois elementos estruturais e três nós. A partir dessa discretização, o autor estabelece as correlações entre as matrizes de massa, rigidez e amortecimento com os campos inercial, capacitivo e resistivo da Técnica dos Grafos de Ligação.

Por sua vez, BRITO (2019), calcula a primeira frequência natural do tubo de um armamento por diferentes métodos, entre eles o Método de Stodola, e pelo *software* ANSYS. O autor parte da teoria de elementos finitos para construir um programa que resolve a equação matricial global e fornece os modos de vibração do tubo. Os resultados obtidos através dos diferentes métodos são comparados entre si e com o programa desenvolvido pelo autor, mostrando que tanto o ANSYS quanto o programa substituem com vantagens os demais métodos.

2.2 Dinâmica veicular

Nas bibliografias consultadas, o estudo da dinâmica vertical do veículo se dá a partir da modelagem do sistema de suspensão como um sistema massa-mola-amortecedor. A partir dessa modelagem é possível obter as frequências e modos naturais de vibração do veículo e compreender como a oscilação vertical do veículo pode afetar uma estrutura mecânica montada sobre seu chassi.

GODINHO (2019) cria, implementa e simula um modelo computacional da dinâmica

longitudinal e vertical da Viatura Blindada de Transporte de Pessoal Guarani considerando pneus com mais de um ponto de contato. Primeiramente o autor desenvolve separadamente modelos para as dinâmicas longitudinal e vertical do veículo, usando a metodologia de Fluxo de Potência. Em seguida esses modelos são integrados, considerando as relações de causalidade entre eles, e o modelo completo é simulado usando o *software* MatLab. A simulação da dinâmica longitudinal do pneu mostra resultados compatíveis aos obtidos na literatura, e os resultados obtidos na simulação da transposição de obstáculos pela VBTP Guarani representam de maneira condizente a dinâmica vertical da viatura, validando assim o a utilidade do modelo de pneu proposto no trabalho.

SOUZA (2021) utiliza a metodologia de fluxo de potência para desenvolver um modelo para a dinâmica vertical da VBTP Guarani equipada com amortecedores magnetorreológicos e canhão 30 mm. Em um primeiro momento, o autor estabelece as relações de causalidade entre os subsistemas da dinâmica vertical e constrói o diagrama de blocos para a dinâmica vertical. Em seguida, utilizando-se da modularidade inerente da metodologia aplicada, o bloco dos amortecedores são substituídos por blocos que modelam matematicamente os amortecedores magnetorreológicos.

Por outro lado, o estudo da dinâmica lateral do veículo permite analisar as consequências da alteração da posição do centro de gravidade do Guarani em manobras de mudança de faixa e curvas.

PEREIRA (2020) implementa computacionalmente um sistema de controle de auxílio ao motorista para manutenção ou seguimento de uma trajetória. Para tanto, o autor utiliza um modelo bicicleta para a dinâmica lateral e desenvolve uma metodologia para estimação do *Cornering Stiffness*. Os sistemas de direção e suspensão são ainda calibrados a partir de dados experimentais obtidos em uma manobra dupla evasiva, também conhecida como "*Double-Lane Change*".

BELLE (2021) explora as dinâmicas lateral e vertical de um veículo 4 x 4 equipado com amortecedores magnetorreológicos. O objetivo do estudo é avaliar as melhorias na dinâmica do veículo equipado com a suspensão ativa, controlada por um sistema de eletrônica embarcada, durante a execução de curvas e mudanças de faixa.

3 CONCEITOS DA ANÁLISE ESTRUTURAL

3.1 Teoria da Energia de Distorção para Materiais Dúcteis

A teoria da energia de distorção prevê que ocorre escoamento quando a energia de deformação por distorção em uma unidade de volume alcança ou excede à energia de deformação por distorção por unidade de volume correspondente ao escoamento sob tração ou compressão do mesmo material (5).

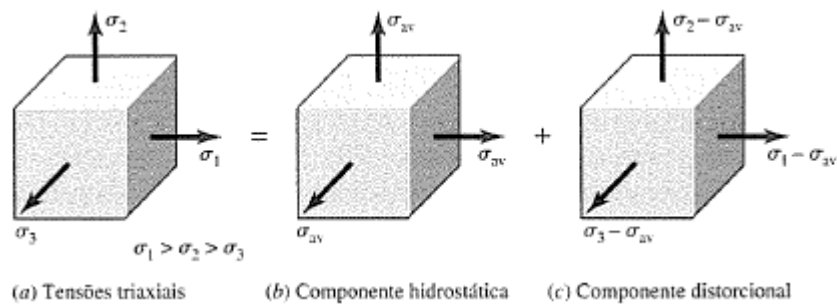


Figura 8 – Elemento de volume sujeito a um estado de tensão tridimensional qualquer (5)

Essa teoria decorre do fato que o escoamento de materiais dúcteis submetidos a estados de pressão hidrostática não é um fenômeno absoluto de tração ou compressão, estando também relacionado a distorção do elemento de volume.

A partir da Fig. 8 pode-se adotar que um estado de tensão tridimensional genérico - submetido as tensões σ_1 , σ_2 e σ_3 - pode ser decomposto em um estado de tensão hidrostático, que está relacionado a alteração de volume; e um estado de tensão relacionado puramente a distorção do elemento, sem que haja alteração de volume.

A tensão média que atua em cada face é dada por:

$$\sigma_{med} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (3.1)$$

Essa é a tensão a qual está submetida cada face no caso do estado de tensões hidrostático. Ao se subtrair σ_{med} da tensão que age em cada face, obtém-se o estado de tensão de distorção pura.

A energia de deformação por unidade de volume é dada por:

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)] \quad (3.2)$$

Sendo E o módulo de elasticidade do material e ν o seu coeficiente de Poisson.

Substituindo σ_1 , σ_2 e σ_3 por σ_{med} , obtém-se a energia de deformação associada a alteração de volume:

$$u_v = \frac{3\sigma_{med}^2}{2E}(1 - 2\nu) \quad (3.3)$$

Substituindo a Eq. 3.3 na Eq. 3.2, para um ensaio de tração ($\sigma_1 = S_y, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$), temos:

$$u_d = \frac{1 + \nu}{3E} S_y^2 \quad (3.4)$$

Sendo S_y a tensão de escoamento do material.

Portanto, o escoamento ocorre quando

$$u - u_v \geq u_d \quad (3.5)$$

ou seja

$$\left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]^{1/2} \geq S_y \quad (3.6)$$

Sendo a tensão efetiva de Von Mises dada pelo lado esquerdo da Eq.3.6 :

$$\sigma' = \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]^{1/2} \quad (3.7)$$

Ou ainda, utilizando as componentes xyz do tensor tridimensional de tensões:

$$\sigma' = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)]^{1/2} \quad (3.8)$$

Para o caso de tensão plana, sendo σ_x e σ_y as tensões normais principais e τ_{xy} a tensão cisalhante, a tensão de Von Mises é dada por:

$$\sigma' = (\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2)^{1/2} \quad (3.9)$$

É adotada a Teoria da energia de distorção para avaliar as tensões efetivas e estabelecer o critério de falha.

3.2 Elementos Finitos

O método dos elementos finitos é uma técnica numérica para a solução de problemas de valores de contorno, tanto para equações diferenciais ordinárias como para equações diferenciais parciais. Os estudos do método dos elementos finitos têm sua origem na solução de problemas de mecânica dos sólidos, aplicada a estruturas e elementos como viga, eixo ou barra. Ele surgiu da dificuldade ou mesmo impossibilidade de se resolver analiticamente certos problemas que se apresentavam na realidade. O método transforma um problema analítico em um problema numérico. Assim, ele é uma ferramenta para resolver uma equação diferencial ou um conjunto de equações diferenciais, tanto de problema de valor inicial ou de contorno, num conjunto de equações algébricas (13).

A consequência de se discretizar um sistema contínuo é que o processo de discretização é uma aproximação da realidade. Ou seja, a solução das equações de movimento de um sistema que foi discretizado geralmente irá diferir do que se observa no sistema real. No entanto, se for feita uma discretização adequada, os resultados obtidos com o modelo poderão ser próximos o suficiente do que se observa no sistema real (6).

O processo de discretização consiste em dividir um corpo contínuo de massa m em n elementos de massa m_i , como exemplificado pela Fig. 9, tal que $\sum_{i=1}^n m_i = m$. Além disso, o efeito combinado das rigidezes e amortecimentos desses elementos deve ser o mais próximo possível da rigidez e amortecimento do corpo contínuo.

Dessa forma, um sistema com infinitos graus de liberdade e equações diferenciais parciais de movimento é aproximado por um modelo com um número finito de graus de liberdade e equações diferenciais ordinárias de movimento.

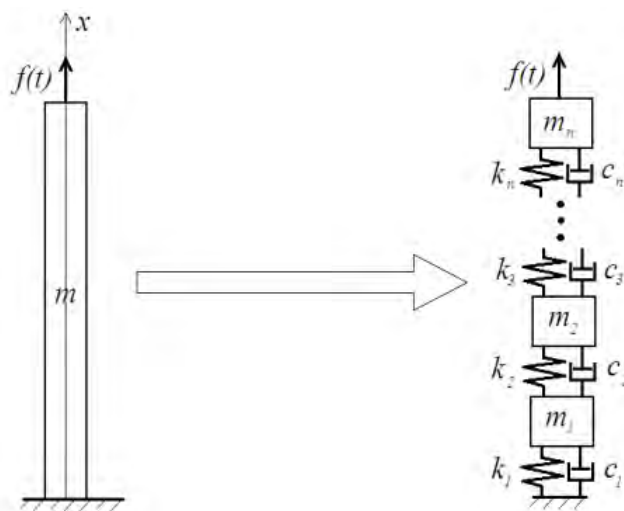


Figura 9 – Exemplo de discretização (6)

As equações do sistema discretizado, como o da Fig. 9, são dadas na forma matricial por:

$$[M]\ddot{\mathbf{u}}(t) + [C]\dot{\mathbf{u}}(t) + [K]\mathbf{u}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (3.10)$$

Nos elementos estruturais, o amortecimento interno costuma ser muito e baixo, sendo, portanto, desprezado. A equação 3.10 se reduz a:

$$[M]\ddot{\mathbf{u}}(t) + [K]\mathbf{u}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (3.11)$$

As matrizes de massa e rigidez de cada elemento pode ser obtida a partir das energias cinética (E_c) e potencial (E_p) de um volume infinitesimal do elemento finito, dadas por:

$$E_c = \int_v e_c dv \approx \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}^T [M] \dot{\mathbf{u}} \quad (3.12)$$

$$E_p = \int_v e_p dv \approx \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}^T [K] \dot{\mathbf{u}} \quad (3.13)$$

A partir das equações 3.12 e 3.13 para cada elemento, é possível obter as matrizes de massa e rigidez globais, ou seja, do corpo contínuo como um todo.

3.3 Análise Estrutural Computacional

Ao longo do tempo, diversos *softwares* comerciais foram desenvolvidos para o cálculo de tensões e deformações com base em elementos finitos. Esses *softwares* se destinam a resolver numericamente os problemas de valor de contorno associados a projetos mecânicos, a partir de seus modelos CAD.

A grande vantagem em se utilizar esse tipo de ferramenta é a possibilidade de testar e alterar o desenho do sistema sem a necessidade de construção de protótipos ou modelos em escala reduzida, diminuindo os custos e o tempo de desenvolvimento do projeto. Na presente etapa deste trabalho, é utilizado o suplemento *simulation* do *software* SOLIDWORKS®. A seguir, são detalhados a metodologia e os fundamentos para a utilização desse *software*.

O primeiro passo é simplificar o modelo CAD do projeto, suprimindo detalhes pouco relevantes, como pequenos furos e chanfros externos, tornando sua geometria menos complexa. O objetivo nessa etapa é mitigar erros e facilitar a interpretação do *software*, otimizando a geração dos elementos finitos.

Em seguida, deve-se informar ao *software* as propriedades do material, as restrições do sistema e os esforços aos quais está submetido.

O próximo passo consiste em repartir o modelo em elementos finitos, em um processo de discretização conhecido como geração de malha. Nessa etapa, os esforços e restrições também são discretizados e aplicados aos nós de cada elemento da malha.

Por fim, o programa combina as soluções obtidas para cada elemento finito para produzir os dados de interesse para o sistema como um todo.

Quanto menores as dimensões dos elementos finitos e quanto maior a quantidade desses elementos, mais preciso são os resultados. Por outro lado, o custo computacional também se eleva. Para obter resultados confiáveis sem demandar esforços computacionais elevados, é possível configurar o tamanho dos elementos da malha para que haja maior precisão nas partes críticas do projeto, como em uniões, rasgos e entalhes. Para isso, reduz-se o tamanho dos elementos finitos somente nas proximidades dessas áreas críticas.

Outro fator que interfere na qualidade dos resultados e no tempo de processamento é o tipo de elemento finito. O SOLIDWORKS disponibiliza três tipos: sólidos, cascas e vigas.

Os elementos sólidos possuem forma de tetraedros, e podem ser de primeira ordem (com quatro nós) ou de segunda ordem (com dez nós). Os tetraedros de segunda ordem são usados preferencialmente, pois suas arestas podem sofrer curvaturas. Conseqüentemente, suas faces não conservam a forma plana após sofrerem deformações, ao contrário dos tetraedros de primeira ordem, cujas arestas são retas, não admitindo possuir faces curvadas. Sendo assim, com os elementos tetraédricos de segunda ordem é possível discretizar geometrias mais complexas com maior precisão (7).

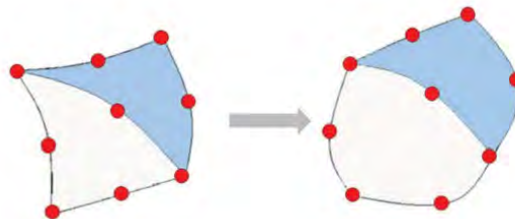


Figura 10 – Elemento tetraédrico de segunda ordem ao sofrer deformação. Os pontos vermelhos representam os nós (7)

Os demais tipos de elementos tridimensionais têm suas características resumidas na Fig. 11.



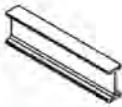


	Elementos 3D		
	Sólido	Casca	Viga
Elementos de primeira ordem	 4 nós	 3 nós	 2 nós
Elementos de segunda ordem	 10 nós	 6 nós	

Figura 11 – Elementos tridimensionais (7)

4 PROJETO ESTRUTURAL

4.1 Modelo CAD

Com base no objetivo do projeto, foi desenvolvido um modelo CAD de uma plataforma - apresentada pela Fig. 13 - para o sistema de armas REMAX, de forma a deslocá-lo para uma posição à frente e mais elevada que a atual, conforme ilustra a Fig. 12. Já a Fig. 14 ilustra a montagem do SE do REMAX sobre a plataforma.

A fixação da plataforma à carroceria se dá por aparafusamento. A base para o REMAX possui dez furos rosqueados para a fixação do Sistema de Emprego (SE) e dois furos para o acesso do cabeamento do Sistema de Gerenciamento da Missão aos conectores J11 e J12 localizados na parte inferior do SE.

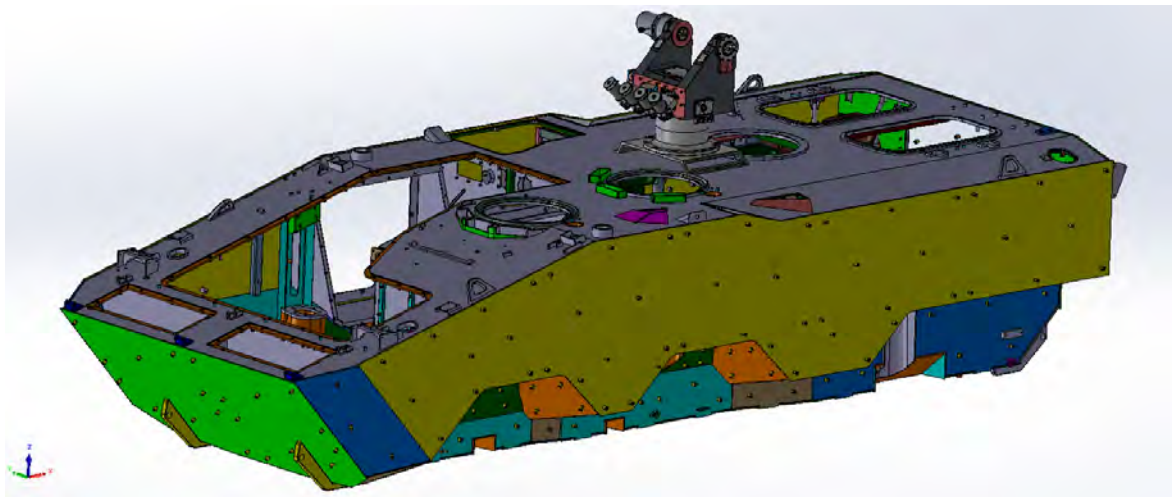


Figura 12 – Posição de instalação da plataforma sobre o veículo

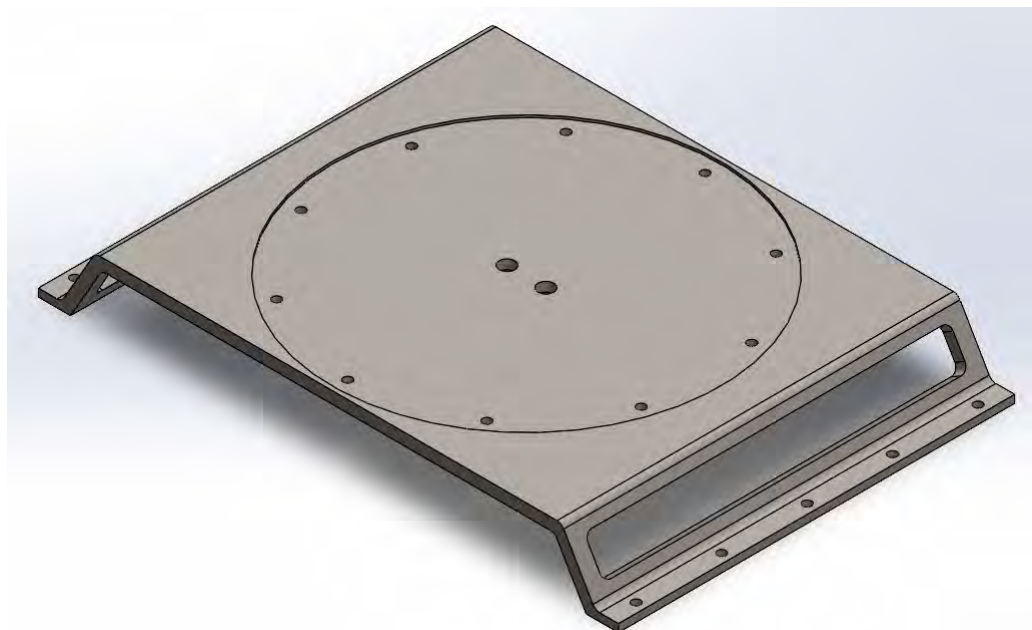


Figura 13 – Vista isométrica da plataforma

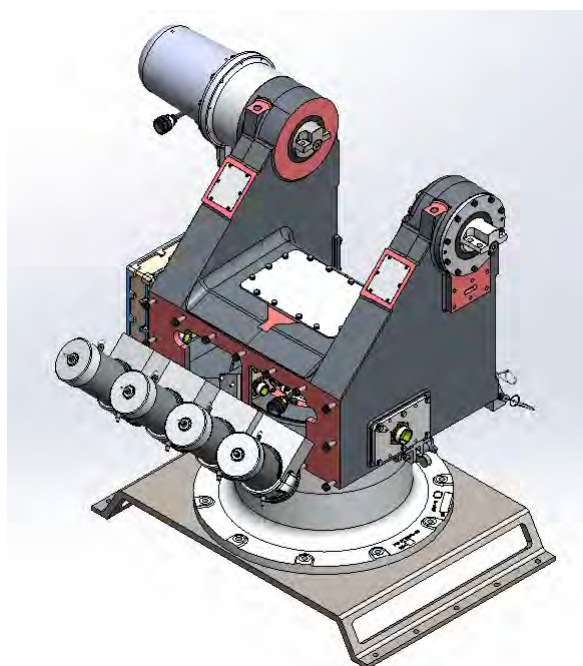


Figura 14 – Montagem do Sistema de Emprego sobre a plataforma

A partir da vista superior do veículo equipado com a nova estrutura (Fig. 15), observa-se que a antiga posição de instalação do REMAX passa a ser uma escotilha, através da qual o atirador tem acesso ao teto do veículo. Contudo, para que seja possível o atirador operar o SE manualmente, é necessário que um estudo ergonômico seja realizado, de forma que a altura da plataforma e a distância do SE à escotilha sejam ajustados.

O projeto prevê que haja espaço suficiente entre a plataforma e a base sobre a qual

é instalada, tornando possível que o atirador consiga observar o ambiente externo a partir de periscópios instalados na nova escotilha. O campo de visão do atirador é ilustrado pela Fig. 16.

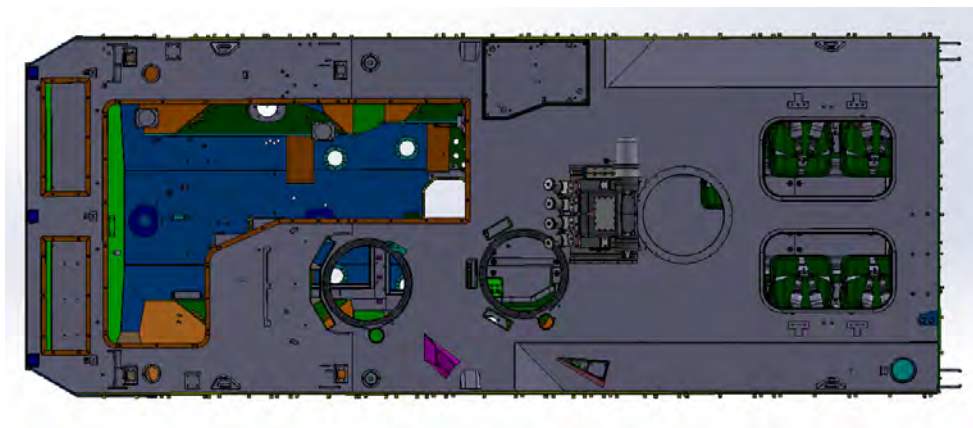


Figura 15 – Vista superior da VBTP Guarani

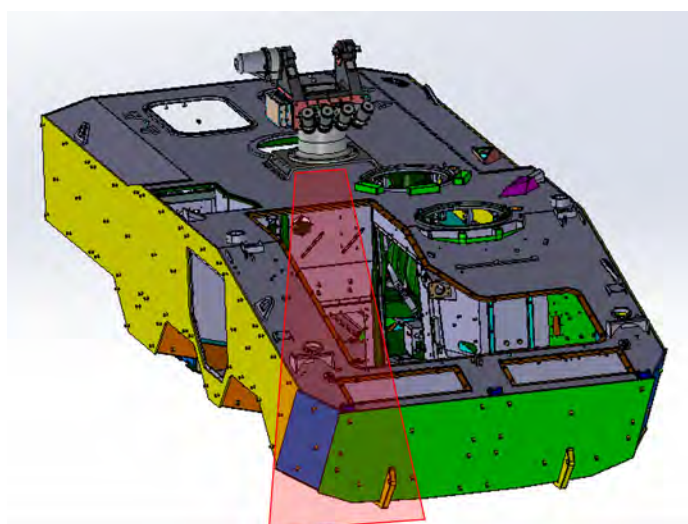


Figura 16 – Em vermelho, o campo de visada do atirador

4.2 Análise Estrutural Estática

O material escolhido para o projeto é o aço ASTM A36, um aço estrutural, por possuir boa usinabilidade e soldabilidade. A Tab. 1 apresenta as principais características desse material.

A geometria CAD modelada no SOLIDWORKS foi importada para o *Ansys*, no qual se desenvolve a análise estrutural do projeto proposto.

Tabela 1 – Propriedades do aço ASTM A36 (5)

Propriedade	Valor
Módulo de Elasticidade	200 <i>GPa</i>
Coefficiente de Poisson	0,26
Massa específica	7850 <i>kg/m³</i>
Resistência a Tração	400 <i>MPa</i>
Limite de Escoamento	250 <i>MPa</i>

Inicialmente, é estabelecida a restrição de geometria fixa na base da plataforma. Em seguida, aplica-se um carregamento de 3000 *N* sobre a superfície superior da plataforma, magnitude correspondente ao peso do sistema REMAX com armamento.

A malha de elementos finitos foi gerada conforme a configuração apresentada na Tab. 2.

Tabela 2 – Configuração da malha

Tipo de elemento	Tetraédrico
Ordem do elemento	Quadrático
Transição	Lenta
<i>span angle</i>	<i>Fine</i>

Em um primeiro momento, o valor máximo obtido para a tensão equivalente de Von Mises foi de 62 *MPa*. Todavia, como pode ser observado na Fig. 17, os nós de um único elemento na região crítica apresentam valores bastante distintos. Isso indica que a malha adotada não é adequada, pois o tamanho dos elementos finitos na região onde ocorre acúmulo de tensões não é suficiente.

Uma alternativa é refinar a malha nas regiões onde as tensões encontram o maior valor. Para tanto, é possível aplicar a ferramenta "*Refine*" do Ansys. A partir da Fig. 18.

Após essa alteração, observa-se que o valor da tensão máxima aumentou para 71 *MPa*, uma diferença de aproximadamente 14% em relação ao valor obtido na primeira análise, sendo um resultado mais preciso.

A fim de verificar a convergência da solução, aumenta-se ainda mais o refinamento da malha nas regiões críticas. Agora, o resultado obtido é de 74 *MPa* (Fig. 19) para a tensão máxima de Von Mises, sendo a diferença relativa ao resultado anterior inferior a 5%, podendo ser considerada aceitável. Dessa forma, conclui-se que os valores de tensão são sensíveis às alterações no tamanho dos elementos finitos.

Para esse último ensaio, é possível observar a partir da Fig. 20 que a diferença entre os valores para tensão em um mesmo elemento são inferiores às obtidas na Fig. 17.

A plataforma é projetada para ser instalada sobre uma base oscilante, que é o

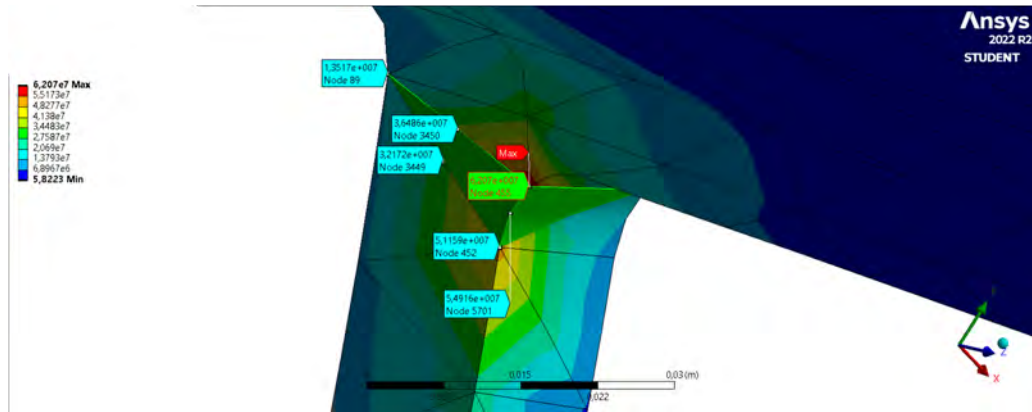


Figura 17 – Tensão máxima obtida no primeiro estudo

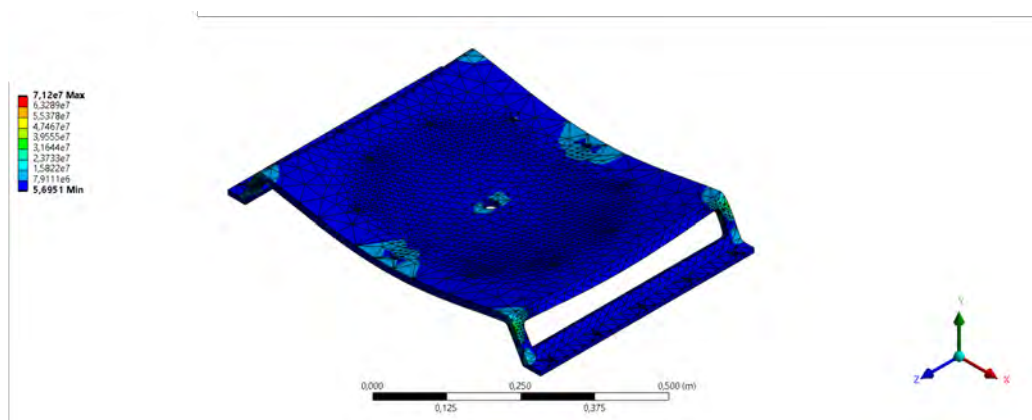


Figura 18 – Malha refinada nas regiões críticas

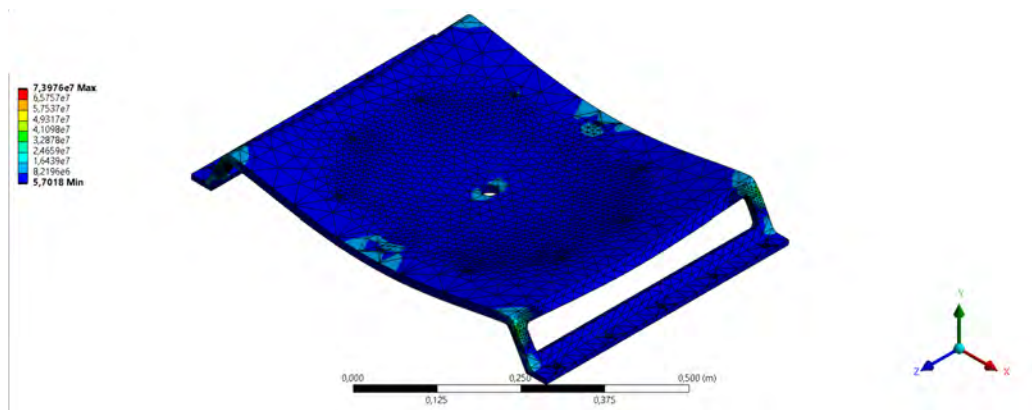


Figura 19 – Malha da terceira análise

chassi do veículo. A vibração do veículo é transmitida para a plataforma que, por sua vez, reage à essa excitação. Portanto, é importante avaliar as frequências e os modos naturais de vibração da estrutura. A análise no *Ansys* forneceu as frequências naturais apresentadas e os modos naturais mostrados na Fig. 21.

Ressalta-se que, por se tratar de um corpo rígido contínuo, a plataforma apresenta infinitas frequências naturais. Todavia, foram avaliadas as 10 primeiras, sendo que as 6

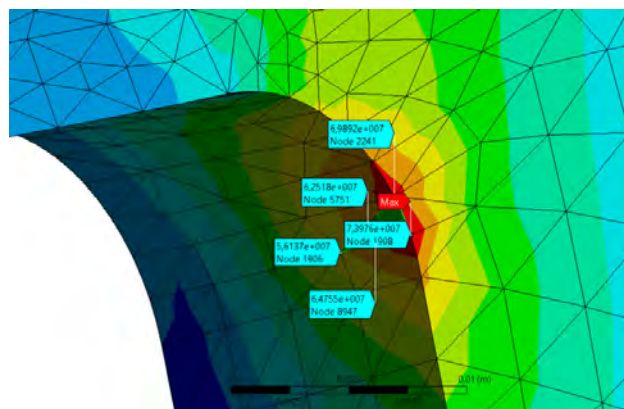


Figura 20 – Tensões obtidas no terceiro estudo

primeiras são muito pequenas, associadas à vibração de um corpo rígido. Sendo assim, são apresentados os 6º, 7º, 8º, 9º e 10º modos e frequências naturais.

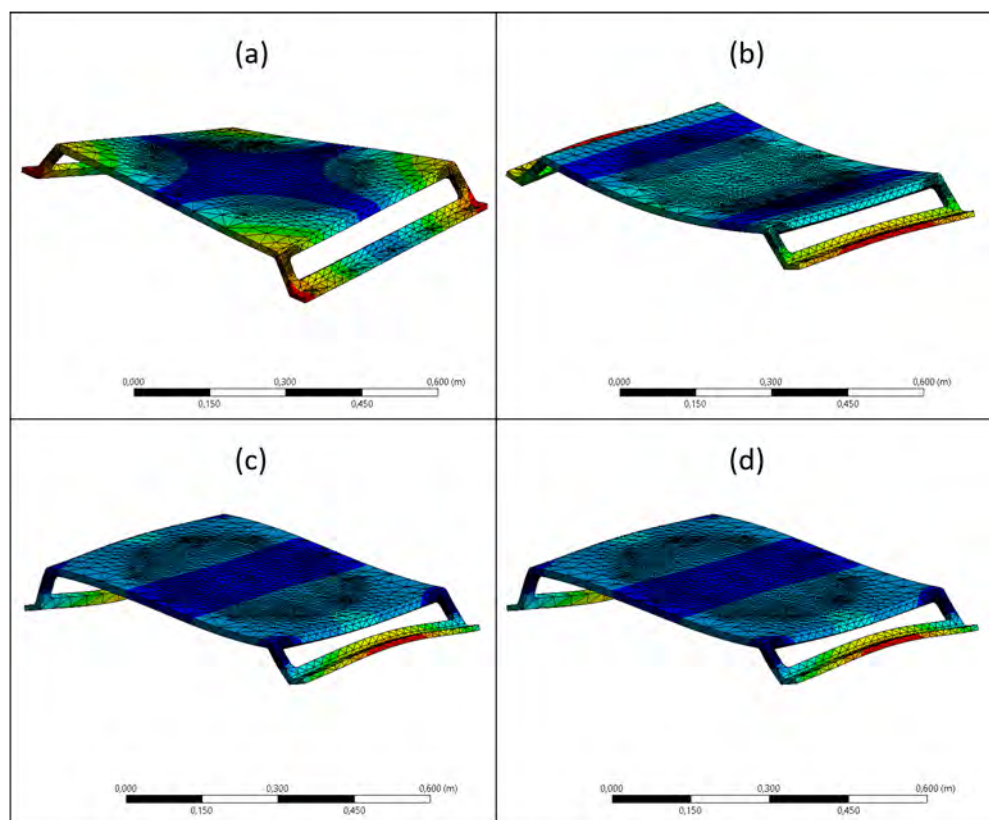


Figura 21 – Modos de vibração associados às frequências de (a) 125 Hz, (b) 127 Hz, (c) 207 Hz, (d) 278 Hz

5 ERGONOMIA

A Ergonomia pode ser definida como a ciência da configuração de trabalho adaptada ao homem (14). Através de teorias, dados e métodos, pode ser feita uma avaliação da interação dos fatores humanos aos sistemas de postos de trabalhos. No que compete a este projeto serão consideradas as características físicas, conhecidas como características antropométricas.

A antropometria trata das medidas físicas do corpo humano e a medição é feita considerando critérios padronizados. Ao selecionar dados antropométricos, é importante observar as características das populações amostradas. Podemos citar como exemplo a diferença entre a população militar e civil, visto que a primeira passa por um processo seletivo em sua admissão e constante avaliação de desempenho físico ao longo da carreira. Existem ainda outras influências, tais como gênero, idade, etnia, etc. Neste projeto foram consideradas as seguintes recomendações:

- Alturas de trabalho para atividades em pé

Segundo (15), a posição em pé é melhor na situação em que o posto de trabalho não tem espaço para acomodar as pernas em uma posição sentada, sendo assim, esta é a melhor maneira de acomodar o operador no momento do uso do armamento na configuração proposta (Fig. 22).

- Ângulo de flexão do braço-antebraço

Foram adotados os limites de conforto entre 80° e 120° (14), portanto a configuração proposta atende a esse requisito, pois um atirador com 1,70 m (altura média) flexiona os braços em 100° (figuras 22 e 23).

Podem ser feitos estudos aprofundados, com levantamento de dados antropométricos da população militar brasileira, visando definir a necessidade (ou não) de um sistema de adequação regulável da altura do indivíduo ao posto de trabalho segundo a configuração proposta neste projeto. Além disso, pode ser estudado o uso de um apoio lombar, permitindo o posicionamento do operador na postura semissentado (Fig. 23).

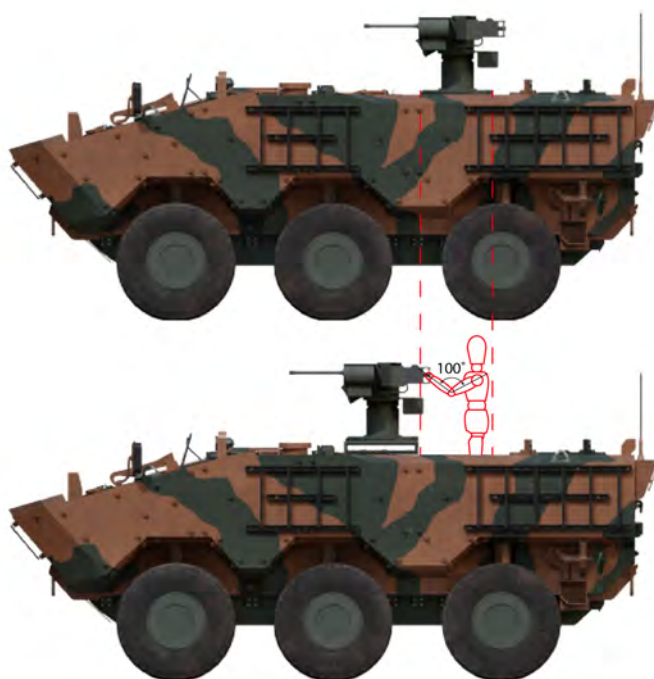


Figura 22 – Atirador na posição de pé

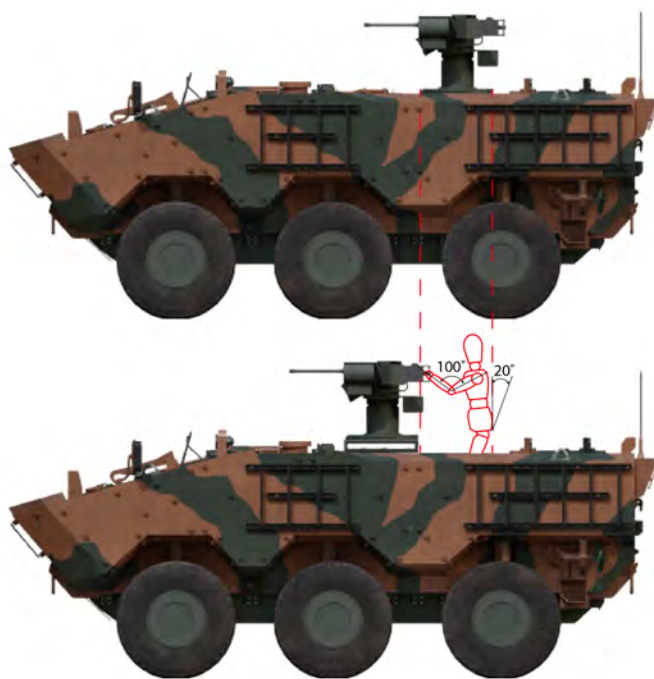


Figura 23 – Atirador na posição semissentado

6 CONCEITOS DE DINÂMICA VEICULAR

6.1 Metodologia de Fluxo de Potência

Os Diagramas de Blocos são representações gráficas de um sistema, onde cada um dos seus subsistemas ou componentes são representados por blocos, e o fluxo de variáveis entre esses subsistemas é representado por setas. Diversos modelos matemáticos podem ser representados dessa forma, aplicando-se diferentes técnicas. No caso deste trabalho, os modelos matemáticos são baseados na Metodologia de Fluxo de Potência, uma vez que essa abordagem permite uma melhor identificação das relações de causa e efeito entre componentes, definindo-se de forma clara e consistente quem são as variáveis de entrada e de saída de cada módulo (16).

Segundo (17), dado um modelo dinâmico colocado sobre uma forma matemática qualquer, pode-se sempre definir como variáveis de saída as chamadas variáveis de potência: esforço (força, torque) e fluxo (velocidade, velocidade angular). Admitindo que sejam empregadas também variáveis de potência como entrada, então este modelo pode ser facilmente acoplado a outro que seja representado da mesma forma, desde que sejam verificadas as condições de compatibilidade e causalidade entre as variáveis de potência.

A Fig. 24 ilustra o acoplamento de dois blocos: O bloco A tem esforço (e) como variável de entrada e fluxo (f) como variável de saída; o bloco B, por sua vez, recebe fluxo e transmite esforço. Logo, A e B são compatíveis, sendo possível acoplá-los.

O equacionamento que rege o modelo pode ser adaptado para que as variáveis de entrada e de saída de cada bloco sejam variáveis de potência, mesmo que a representação natural do sistema não seja dessa maneira. Os blocos também podem ser ajustados de maneira a atender as relações de causalidade do modelo ou até mesmo trocados por outros equivalentes a fim de se resolver um novo problema de mesma natureza. Além disso, essa metodologia é facilmente implementada em *softwares* que executam a simulação dos modelos, como o Simulink/MatLab. (17)

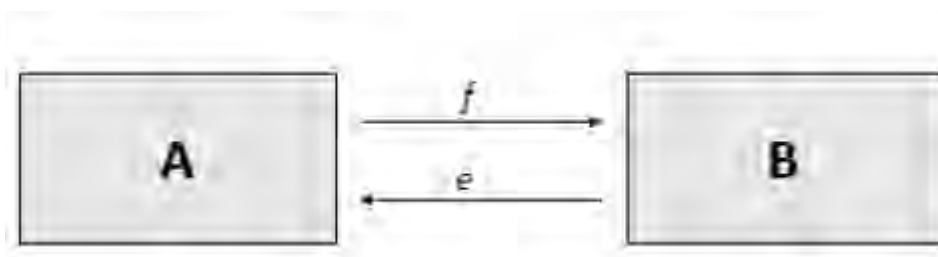


Figura 24 – Acoplamento por Fluxo de Potência entre os blocos A e B

Por esses motivos, a Metodologia de Fluxo de Potência é aplicada nas seções seguintes, para a construção dos modelos matemáticos em diagramas de blocos da dinâmica veicular.

6.2 Dinâmica Vertical

A Dinâmica Vertical é o ramo da dinâmica que se destina ao estudo das respostas do chassi, suspensão e rodas do veículo às excitações de base e forçamentos verticais.

O modelo de 1/4 de carro é a mais simples representação de um sistema de suspensão veicular. Esse modelo é constituído por uma massa suspensa (m_s), que corresponde a um quarto da massa do chassi, e uma massa não suspensa (m_u), que corresponde à massa de uma roda.

A massa suspensa é ligada à massa não suspensa por uma mola de rigidez k_s e um amortecedor com coeficiente de amortecimento c_s . Uma mola, cuja rigidez é k_u , e um amortecedor c_u representam o contato do pneu com o solo. Contudo, o amortecimento do pneu é frequentemente desprezado, uma vez que é muito menor que o amortecimento da suspensão.

Esse modelo possui dois graus de liberdade (GDL), um para a massa não suspensa e outro para a massa suspensa, sendo ambos GDL de translação vertical.

A entrada do modelo da dinâmica vertical é a excitação de base - uma função do deslocamento vertical do solo - e a saída principal é o deslocamento vertical do chassi do veículo.

O Fluxo de Potência transita entre os subsistemas do veículo da seguinte forma: a excitação de base provoca o deslocamento do pneu que, por sua vez, transmite esforços para o solo e para a massa não suspensa. O deslocamento das rodas - massa não suspensa - resulta em deformação do conjunto mola-amortecedor da suspensão, que, de forma análoga ao pneu, transmite esforços para o chassi e para as rodas. Esse fluxo é ilustrado pela Fig. 25.

Apesar de simples, o modelo de 1/4 de carro é importante para entender as relações de causalidade entre seus subsistemas e deduzir as relações matemáticas de interesse da dinâmica vertical.

A partir da análise dos esforços desenvolvidos pela mola e amortecedor, obtém-se a Eq. 6.1 para a força transmitida pela suspensão:

$$F_{susp} = -k_s(x_s - x_u) - c_s(\dot{x}_s - \dot{x}_u) \quad (6.1)$$

Para as rodas, a partir do diagrama de corpo livre apresentado pela Fig.26 , e

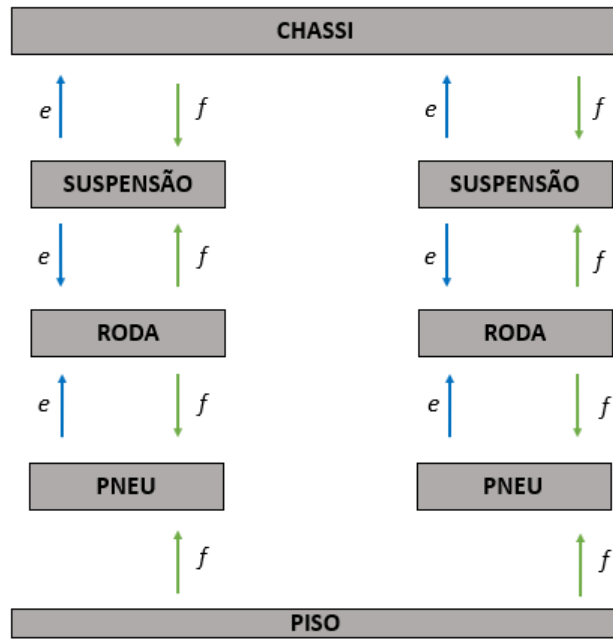


Figura 25 – Fluxo de potência em um veículo.

aplicando a segunda lei de Newton, é obtida a Eq.6.2 :

$$m_u \ddot{x}_u = F_{pneu} - F_{susp} - m_u g \quad (6.2)$$

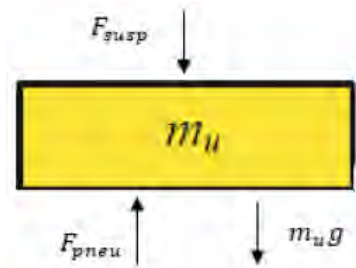


Figura 26 – Diagrama de corpo livre da massa não suspensa

A força resultante do pneu é obtida a partir da Eq. 6.3, que pode ser deduzida com o auxílio do diagrama de forças da Fig. 27, sendo y a excitação de base (deslocamento do solo) e x_u o deslocamento vertical da massa não suspensa.

$$F_u = -k_u(x_u - y) - c_u(\dot{x}_u - \dot{y}) \quad (6.3)$$

O grau de complexidade do modelo pode ser incrementado gradativamente. O modelo de 1/2 carro pode ser interpretado como o acoplamento entre dois modelos de 1/4 de carro, sendo a massa suspensa um corpo rígido, que passa a ter dois graus de liberdade: um GDL de translação vertical e um GDL de rotação em torno do eixo y . As massas não suspensas permanecem com um GDL cada. Esse modelo é útil para se calcular

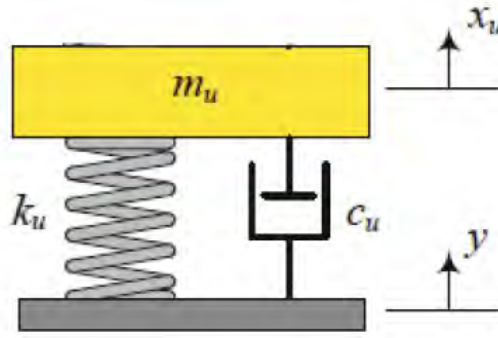


Figura 27 – Diagrama de corpo livre do pneu

as frequências naturais do sistema, bem como para analisar o comportamento do chassi quando as rodas de um mesmo eixo são submetidas às mesmas excitações simultaneamente, como ocorre em transposição de lombadas, trincheiras e subidas em degraus, por exemplo.

Contudo, quando as rodas de um mesmo eixo são submetidas a excitações diferentes ou quando se deseja avaliar a dinâmica em curvas, pode ser necessário um modelo de carro completo, tridimensional, cuja massa suspensa tenha 6 GDL - três de translação e três de rotação, como apresentado pela Fig. 28.

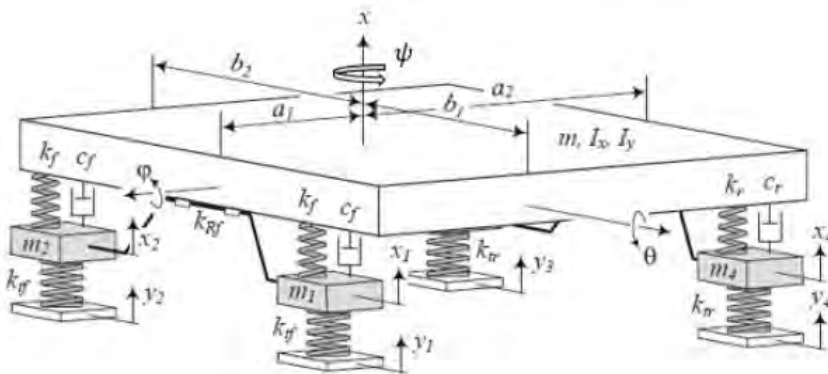


Figura 28 – Modelo de veículo com 10 GDL

Para o modelo 1/4 de carro, a equação de movimento da massa suspensa é obtida de maneira similar a da massa não suspensa, ao se aplicar a 2ª Lei de Newton. Por outro lado, caso o chassi seja considerado um corpo rígido, as forças exercidas pela suspensão em seus pontos de ancoragem devem ser transportadas para o centro de gravidade da massa suspensa. Da mesma forma, a velocidade do centro de gravidade do chassi se relaciona com a velocidade dos pontos de ancoragem da suspensão através de um Transformador Cinemático. Essa relação é pormenorizada na seção 6.3.

6.3 Transformador Cinemático

A força resultante no chassi é dada pelo somatório das forças exercidas pelas suspensões. O chassi é considerado um corpo rígido, então cada uma dessas forças provoca momento em relação ao Centro de Gravidade desse corpo.

A utilização de Transformadores Cinemáticos, apresentada e aplicada por (16) e também empregada por (18), é útil para a modelagem do chassi, pois permite relacionar as velocidades dos pontos de ancoragem da suspensão com a velocidade do Centro de Gravidade (CG) do corpo. A dedução das equações que permitem analisar a dinâmica de um sistema a partir da sua cinemática são obtidas a partir dos parâmetros apresentados pela Fig. 29.

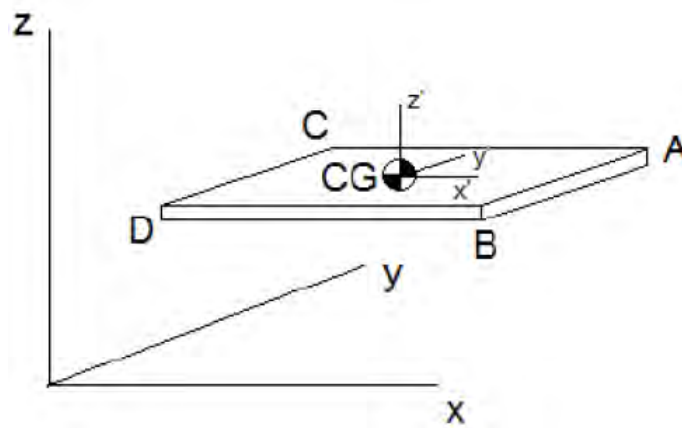


Figura 29 – Representação do chassi com 4 pontos de ancoragem como um corpo rígido no espaço

Seja P um ponto qualquer desse sobre o corpo rígido da Fig. 29, "c"o referencial no centro de gravidade (CG) do corpo e T a matriz de rotação do referencial c para o referencial fixo "f". A posição do ponto P para o referencial f é então dada por:

$$r_P^f = r_{CG}^f + T r_{P-CG}^c \quad (6.4)$$

Ao se derivar a equação 6.4, obtém-se a equação 6.5.

$$v_P^f = v_{CG}^f + \dot{T} r_{P-CG}^c \quad (6.5)$$

Uma vez que a matriz de rotação é ortogonal, tem-se a relação:

$$T^T T = T T^T = I \quad (6.6)$$

Dessa forma, é possível reescrever a equação 6.5 da seguinte forma:

$$v_P^f = v_{CG}^f + \dot{T}T^T Tr_{P-CG}^c \quad (6.7)$$

Segundo (19), a velocidade angular do referencial c em relação ao referencial f é dada por:

$$\tilde{\omega} = \dot{T}T^T \quad (6.8)$$

Sendo "til", por definição, o operador que transforma um vetor em uma matriz antissimétrica, visando a implementação computacional do produto vetorial como um produto matricial.

Substituindo a relação 6.8 na equação 6.7, obtém-se:

$$v_P^f = v_{CG}^f + T\tilde{\omega}r_{P-CG}^c \quad (6.9)$$

A equação 6.9, por sua vez, pode ser reescrita como:

$$v_P^f = v_{CG}^f + T\tilde{r}_{P-CG}^c \omega \quad (6.10)$$

Finalmente, a equação 6.10 na forma matricial é dada por:

$$v_P^f = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & -T\tilde{r}_{P-CG}^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{CG} \\ \omega \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

Aplicando a equação 6.11 ao chassi representado na Fig. 29, cujos pontos de ancoragem da suspensão são A, B, C e D, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} v_A^f \\ v_B^f \\ v_C^f \\ v_D^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & -T\tilde{r}_A^c \\ I_{3 \times 3} & -T\tilde{r}_B^c \\ I_{3 \times 3} & -T\tilde{r}_C^c \\ I_{3 \times 3} & -T\tilde{r}_D^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{CG}^f \\ \omega \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

A matriz de transformação cinemática é então definida como:

$$\Theta = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & -T\tilde{r}_A^c \\ I_{3 \times 3} & -T\tilde{r}_B^c \\ I_{3 \times 3} & -T\tilde{r}_C^c \\ I_{3 \times 3} & -T\tilde{r}_D^c \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

Assumindo que a potência seja conservada, com base na metodologia de Fluxo de Potência, deduz-se que:

$$V^T F = V_{CG}^T F_{CG} \quad (6.14)$$

$$V_{CG}^T \Theta^T F = V_{CG}^T F_{CG} \quad (6.15)$$

$$\Theta^T F = F_{CG} \quad (6.16)$$

Dessa forma, a Eq. 6.14 relaciona as velocidades dos pontos de de ancoragem com a velocidade do Centro de Gravidade e a Eq. 6.16 fornece a relação entre as forças resultantes nesses pontos e os esforços resultantes no CG do chassi.

7 DINÂMICA LATERAL

O estudo da dinâmica lateral tem o objetivo de analisar os esforços atuantes sobre o veículo durante a realização de manobras.

Para tanto, primeiramente deve-se compreender a interação entre os pneus e o solo, e como se desenvolvem as forças laterais a partir da aderência entre esses elementos e a pista. Em seguida, é necessário compreender como esses esforços alteram a atitude do veículo, principalmente quanto a variação do ângulo de guinada. Além disso, é importante desenvolver um modelo capaz de representar os ângulos de esterçamento de cada roda, que são as entradas do diagrama de blocos.

Para o desenvolvimento desse estudo, o chassi é considerado um corpo rígido, deslocando-se em um sistema de referência global XYZ, com um sistema de referência local xyz conectado a ele, com origem no CM, como apresentado na Fig. 30. Além desses, cada pneu possui seu próprio sistema de referência. A adoção de diferentes referenciais facilita a decomposição das forças laterais que atuam sobre os pneus e o cálculo dos esforços resultantes no referencial do chassi. Contudo, deve-se atentar para a correta composição das matrizes de rotação, de forma a possibilitar a aplicação das equações de Newton-Euler e do Transformador Cinemático.

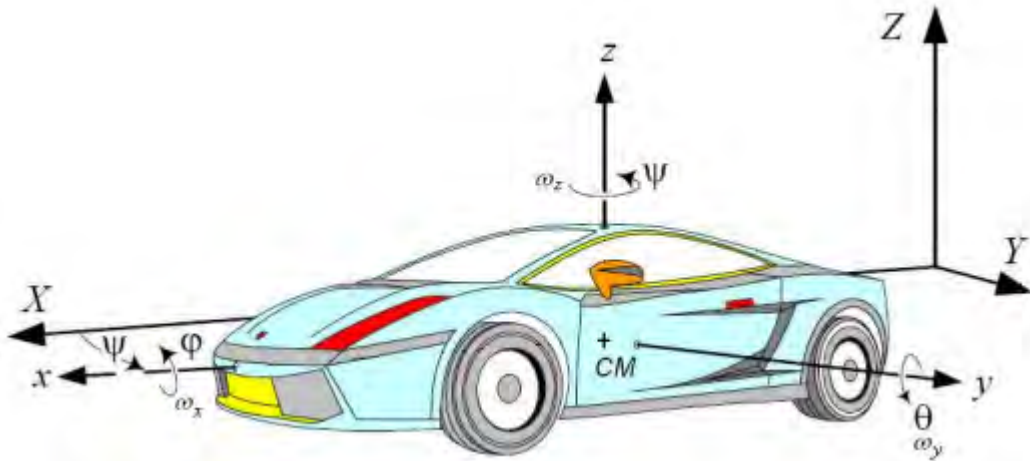


Figura 30 – Chassi no sistema de referência global XYZ (8)

Este Capítulo tem o objetivo de apresentar os fundamentos teóricos, modelos matemáticos e hipóteses adotadas para a construção do modelo matemático da dinâmica lateral de um veículo.

7.1 Força Lateral nos pneus

Quando um pneu em rolamento é sujeito a uma força lateral, uma parte da banda de rodagem que se encontra em contato com o solo desliza lateralmente. Esse comportamento, que ocorre devido às propriedades viscoelásticas do pneu, provoca o aparecimento de um ângulo de desvio, identificado como α . (9)

A medida que os elementos da banda de rodagem se deslocam na região de contato pneu-solo, as forças laterais aumentam, até um valor no qual superem o atrito com o solo, acarretando em perda de aderência.

Dessa forma, pode-se identificar duas áreas na interface de interação entre o pneu e o solo: a região de contato e a região de deslizamento, conforme observado na Fig. 31. A primeira é aquela na qual os elementos se deformam de forma a se alinharem com a direção de deslocamento do pneu, enquanto que a segunda região é caracterizada pela perda de aderência dos elementos da banda de rodagem com o solo.

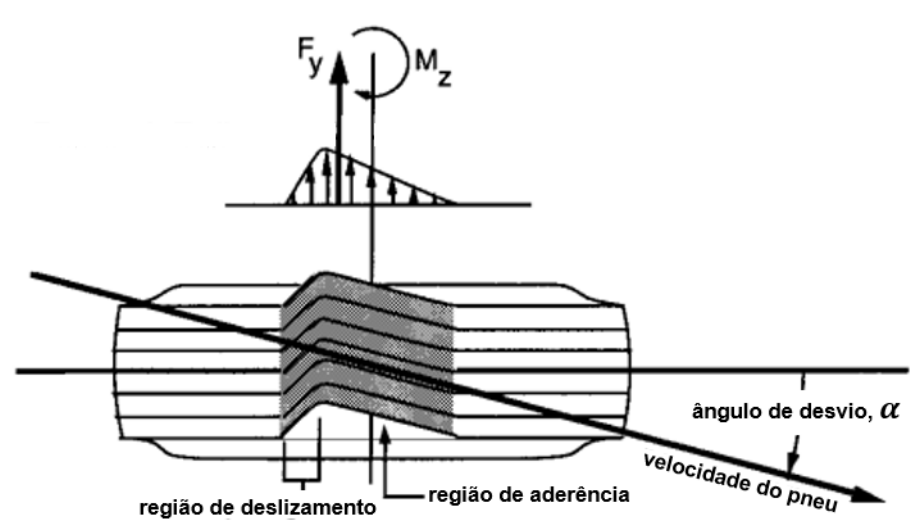


Figura 31 – Regiões de contato e de aderência do pneu (9)

O diagrama de forças da Fig. 31 indica a Força Lateral resultante F_y que aponta para o interior da curva descrita pelo movimento do pneu. Devido à assimetria da distribuição de forças na interface pneu-solo, F_y provoca um momento de autoalinhamento M_z .

De acordo com (11), a Força Lateral depende do ângulo de desvio α , do coeficiente de aderência da pista, e da força vertical sobre a roda. A Fig. 32 apresenta a relação entre Força Lateral e o ângulo α , sendo possível observar que essa curva possui uma região linear. Para pequenos ângulos de desvio, ou seja, na região linear do gráfico, adota-se a constante de proporcionalidade C_α , chamada de *Cornering Stiffness*, de forma que a Força Lateral F_y pode ser calculada a partir da Eq. 7.1.

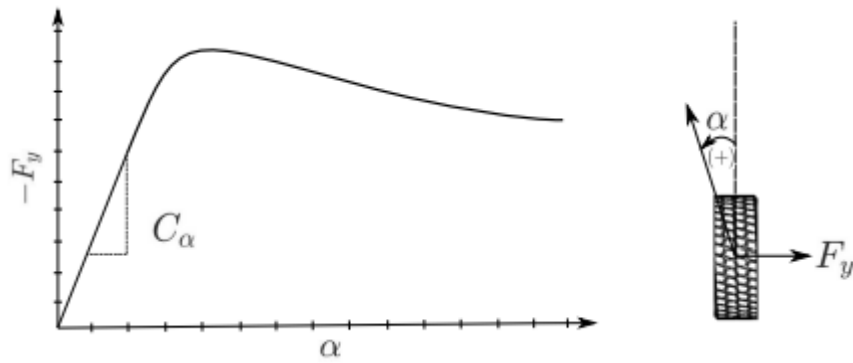


Figura 32 – Força Lateral em função do ângulo de desvio (10)

$$F_y = -C_\alpha \alpha \quad (7.1)$$

Observa-se também que a intensidade da força lateral tende a aumentar com o incremento de α , até atingir um valor de pico. A partir desse ponto, a força lateral cai e tende a um valor constante, o que significa perda de aderência entre o pneu e solo.

Tendo em vista a curva apresentada pela Fig. 32 variar de acordo com o carregamento vertical sobre a roda (F_z), (12) propõe uma normalização do *Cornering Stiffness*, a partir de valores conhecidos (tabelados) de C_α para um dado F_z . Essa normalização possibilita a aplicação de uma relação linear mesmo havendo a variação do carregamento vertical sobre a roda, conforme apresentado pelas equações 7.2 e 7.3. O fator normalizado CC é identificado como *Cornering Coefficient*.

$$CC = \frac{C_{\alpha, tab.}}{F_{z, tab.}} \quad (7.2)$$

$$F_y = -CC \cdot F_z \cdot \alpha \quad (7.3)$$

O ângulo que a velocidade de translação de cada roda forma com o eixo x do referencial do veículo é definido como *sideslip angle*, representado pela letra grega β , sendo dado pela Eq. 7.4.

$$\beta = \text{tg}^{-1} \left(\frac{v_y}{v_x} \right) \quad (7.4)$$

Conhecendo o ângulo β e o esterçamento da roda, δ , é possível obter o ângulo de desvio, a partir da Eq. 7.5 e da geometria apresentada pela Fig. 33 (10).

$$\alpha = \beta - \delta \quad (7.5)$$

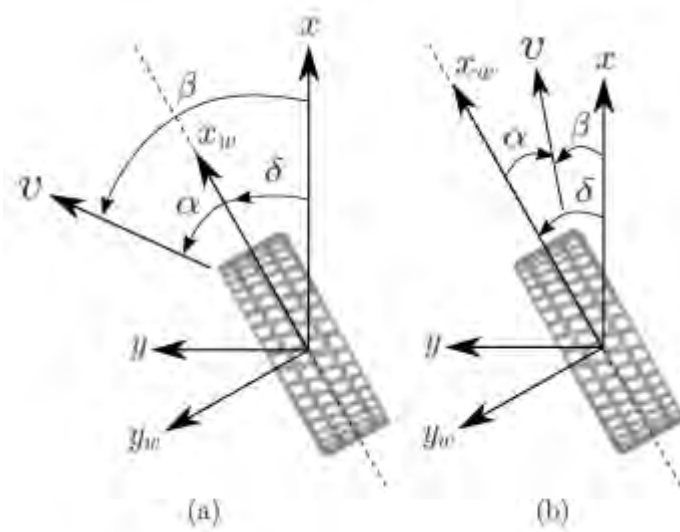


Figura 33 – Orientação angular de um pneu em movimento em relação ao vetor velocidade v em um ângulo de desvio α e ângulo de esterçamento δ . (a) α , β e δ são positivos. (b) $\beta < \delta$, logo, α é negativo. (11)

7.2 Força Lateral no veículo

A força lateral desenvolvida pelos pneus atuam sobre o eixo y_w mostrado na Fig. 33. É necessário reescrever essa força no referencial do veículo, o que é obtido a partir da Eq. 7.6.

$$\begin{bmatrix} F_{Lx} \\ F_{Ly} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\delta) & -\text{sen}(\delta) \\ \text{sen}(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ F_{yw} \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

A Segunda Lei de Newton deve ser aplicada com base no referencial fixo no Centro de Massa do veículo. Portanto, as forças obtidas a partir da Eq. 7.6 devem ser rotacionadas, utilizando-se o ângulo de guinada, ψ , conforme Eq. 7.7.

$$\begin{bmatrix} F_{Lx,CM} \\ F_{Ly,CM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\text{sen}(\psi) \\ \text{sen}(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{Lx} \\ F_{Ly} \end{bmatrix} \quad (7.7)$$

Esse procedimento deve ser realizado para cada uma das rodas, sendo as componentes da força lateral obtidas pela Eq. 7.7 e somadas no referencial global.

7.3 Esterçamento

A geometria de Ackermann permite que a roda interna realize uma curva de menor raio que a roda externa. Com base nessa geometria, para rodas de um mesmo eixo, tem-se a relação apresentada pela equação 7.8.

$$\cot(\delta_o) - \cot(\delta_i) = \frac{w}{L} \quad (7.8)$$

Sendo: δ_o : ângulo de esterçamento da roda do lado externo da curva; δ_i : ângulo de esterçamento da roda do lado interno da curva; w : distância entre as rodas de um mesmo eixo; L : distância entre eixos.

No caso de um veículo de 3 eixos, conforme apresentado pela Fig. 34, há duas condições de Ackermann que devem ser atendidas, dadas pelas equações 7.9 e 7.10.

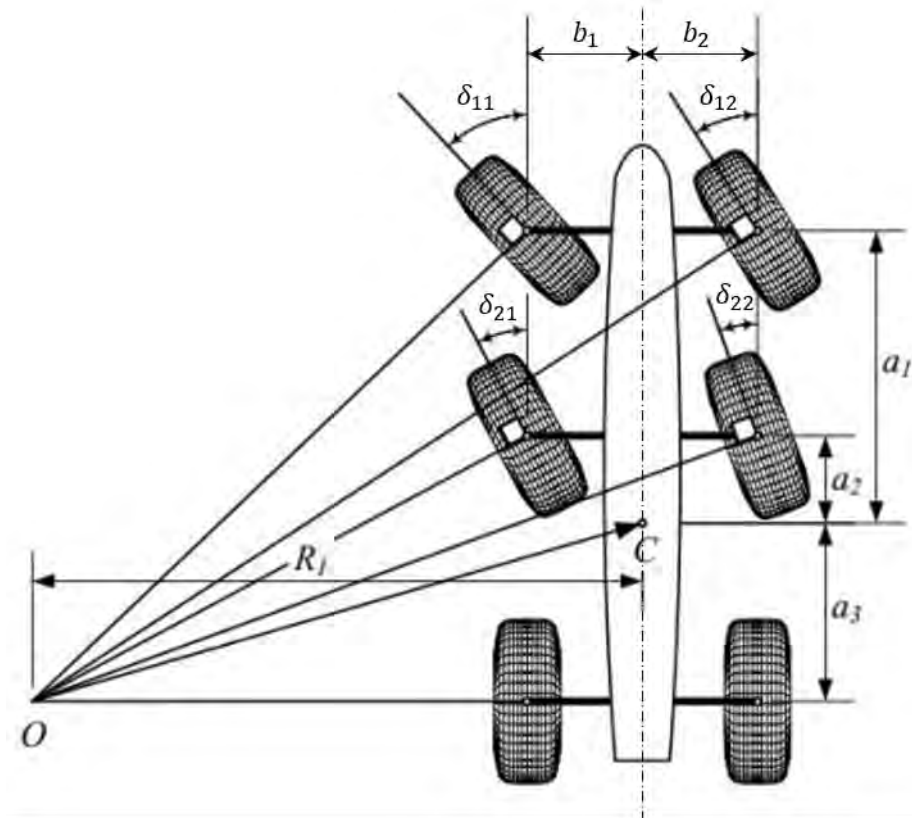


Figura 34 – Esterçamento de um veículo de 3 eixos (12)

$$\cot(\delta_{12}) - \cot(\delta_{11}) = \frac{b_1 + b_2}{a_1 + a_2} \quad (7.9)$$

$$\cot(\delta_{21}) - \cot(\delta_{22}) = \frac{b_1 + b_2}{a_2 + a_3} \quad (7.10)$$

Tem-se ainda as relações entre as rodas esterçantes de eixos diferentes, dadas pelas equações 7.11 e 7.12.

$$\frac{\operatorname{tg}(\delta_{21})}{\operatorname{tg}(\delta_{11})} = \frac{a_2 + a_3}{a_1 + a_3} \quad (7.11)$$

$$\frac{tg(\delta_{22})}{tg(\delta_{12})} = \frac{a_2 + a_3}{a_1 + a_3} \quad (7.12)$$

A geometria de Ackermann é válida para pequenas velocidades e ângulos de desvio, sendo que um mecanismo de esterçamento pode ser projetado para atender a essa condição para determinados ângulos de esterçamento, mas não para todos (9, 10, 20).

Contudo, neste trabalho, adota-se a hipótese simplificadora de que a geometria de Ackermann é atendida para qualquer ângulo.

8 MODELO MATEMÁTICO PORMENORIZADO



Figura 35 – Representação do Referencial ISO 8855

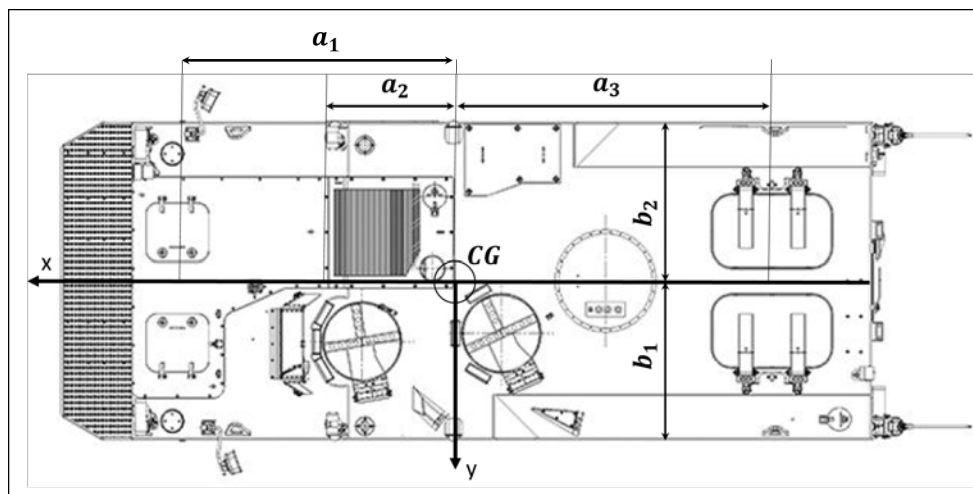


Figura 36 – Vista superior da VBTP Guarani

O sistema de referencial adotado é o ISO 8855, apresentado pelas figuras 35 e 36. São considerados os seguintes parâmetros:

- a_1 : a distância do centro de massa do chassi ao eixo dianteiro;
- a_2 : a distância do centro de massa do chassi ao eixo intermediário;
- a_3 : a distância do centro de massa do chassi ao eixo traseiro;
- b_1 : a distância do centro de massa do chassi à lateral esquerda;
- b_2 : a distância do centro de massa do chassi à lateral direita;
- k_p : constante elástica do pneu;

k : constante elástica da mola da suspensão (índices 1, 2 e 3 para os eixos dianteiro, intermediário e traseiro, respectivamente);

c : constante de amortecimento do pneu;

φ : ângulo de rolagem (*roll*);

θ : ângulo de arfagem (*pitch*);

ψ : ângulo de guinada (*yaw*).

No presente trabalho, é adotada a representação do tipo X_{ij} , sendo X um parâmetro qualquer, tal que i faz referência ao eixo ($i = 1$ para dianteiro, $i = 2$ para intermediário e $i = 3$ para traseiro), enquanto j diz respeito ao lado esquerdo ou direito ($j = 1$ ou $j = 2$, respectivamente).

8.1 Particularidades do modelo

8.1.1 Pneus - Dinâmica Vertical

A força vertical desenvolvida por um pneu é consequência de sua deformação, sendo modelada como uma força elástica. Todavia, existem duas condições que devem ser respeitadas. A primeira é quando há perda de contato do pneu com o solo, devendo a força vertical ser nula. A outra condição diz respeito ao limite de compressão do pneu. Nesse caso, quando a deformação da banda de rodagem é alta, a rigidez do pneu aumenta abruptamente.

Dessa forma, a força vertical exercida pelo pneu é dada pela Eq. 8.1, representada graficamente pela Fig. 37.

$$\begin{cases} F_p = 0, & \Delta x \leq 0 \\ F_p = k_p \Delta x, & 0 < \Delta x \leq \delta r \\ F_p = k_r \Delta x + \delta r(k_p - k_r), & \Delta x > \delta r \end{cases} \quad (8.1)$$

Sendo:

k_p a rigidez vertical do pneu;

k_r rigidez do aro da roda;

Δx a deformação;

δr o limite de deformação;

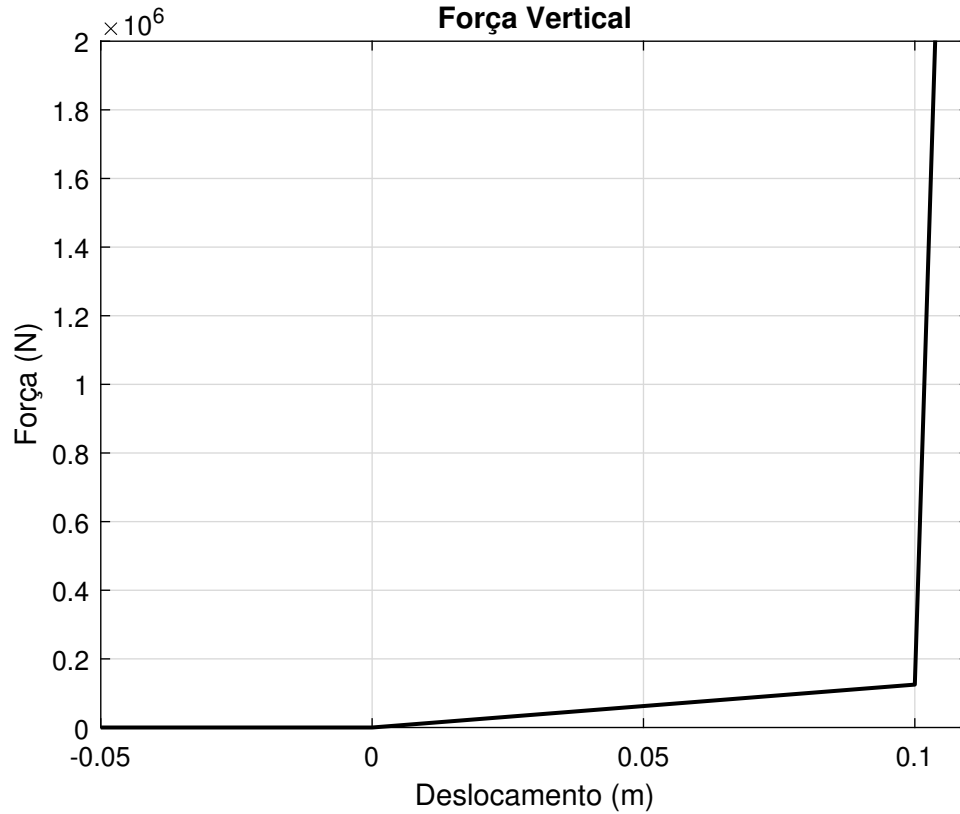


Figura 37 – Gráfico da Força exercida pelo pneu em função da sua deformação

8.1.2 Esterçamento

Uma das entradas do modelo matemático adotado neste trabalho é o ângulo médio de esterçamento do eixo dianteiro, dado pela Eq. 8.2.

$$\delta = \text{acot} \left(\frac{\text{cot}(\delta_1) + \text{cot}(\delta_2)}{2} \right) \quad (8.2)$$

Dessa forma, a partir do ângulo δ e das relações de Ackermann - equações 7.9 a 7.12 - é possível determinar o ângulo de esterçamento de cada uma das rodas:

$$\delta_{11} = \text{acot} \left[\text{cot}(\delta) + \frac{b_1 + b_2}{a_1 + a_3} \right] \quad (8.3)$$

$$\delta_{12} = \text{acot} \left[\text{cot}(\delta) + \frac{b_1 + b_2}{a_1 + a_3} \right] \quad (8.4)$$

$$\delta_{21} = \text{tg}^{-1} \left[\frac{a_2 + a_3}{a_1 + a_3} \text{tg}(\delta_{11}) \right] \quad (8.5)$$

$$\delta_{22} = \text{tg}^{-1} \left[\frac{a_2 + a_3}{a_1 + a_3} \text{tg}(\delta_{12}) \right] \quad (8.6)$$

8.1.3 Suspensão

A suspensão da VBTP Guarani é do tipo hidropneumática, resultando em um comportamento não linear das forças da suspensão. A força exercida por cada elemento das suspensões dianteiras, intermediárias e traseiras podem ser modeladas matematicamente como equações exponenciais (11):

$$F_k = \begin{cases} 4.205.795,6487e^{0,0091\Delta z_1} + 2.866,9464e^{0,0609\Delta z_1}, & \text{eixo dianteiro} \\ 5.923.354,8843e^{0,0071\Delta z_2} + 1.128,5516e^{0,0941\Delta z_1}, & \text{eixo intermediário} \\ 8.047.523,1026e^{0,0074\Delta z_3} + 2.907,5686e^{0,0283\Delta z_3}, & \text{eixo traseiro} \end{cases} \quad (8.7)$$

A Fig. 38 apresenta as curvas de rigidez das molas da suspensão, onde é possível observar que o caráter não linear das funções definidas pela Eq. 8.7. Posteriormente, a adição de batentes ao modelo da suspensão limita a magnitude da força elástica.

A formulação dos batentes é baseada no aumento abrupto da força nas proximidades dos limites dos cursos de compressão (120 mm) e distensão (200 mm) da suspensão.

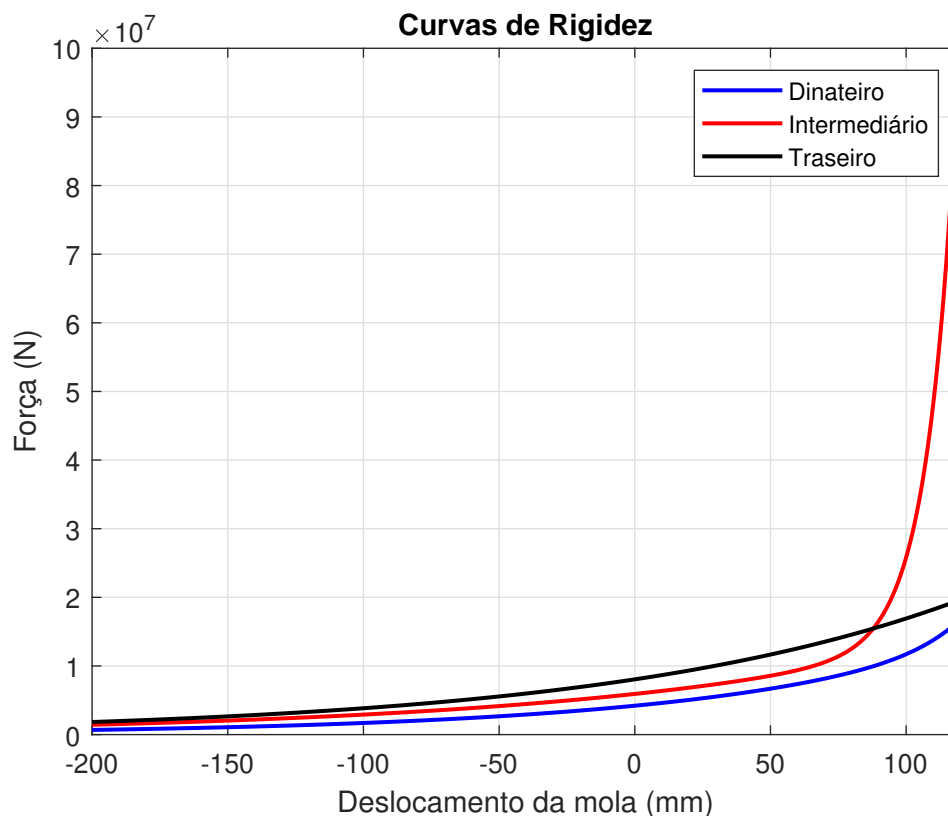


Figura 38 – Forças de cada elemento das suspensões dos eixos dianteiro, intermediário e traseiro.

Os amortecedores são modelados como bilineares, isto é, apresentam um fator de proporcionalidade para a suspensão em compressão (*bump*) e outro para a suspensão em

distensão (*rebound*). A força exercida por cada amortecedor é apresentada pela Eq. 8.8, cujo gráfico é mostrado pela Fig. 39.

$$F_a = \begin{cases} 10.000\Delta\dot{z}, & \text{bump} \\ 27.692\Delta\dot{z}, & \text{rebound} \end{cases} \quad (8.8)$$

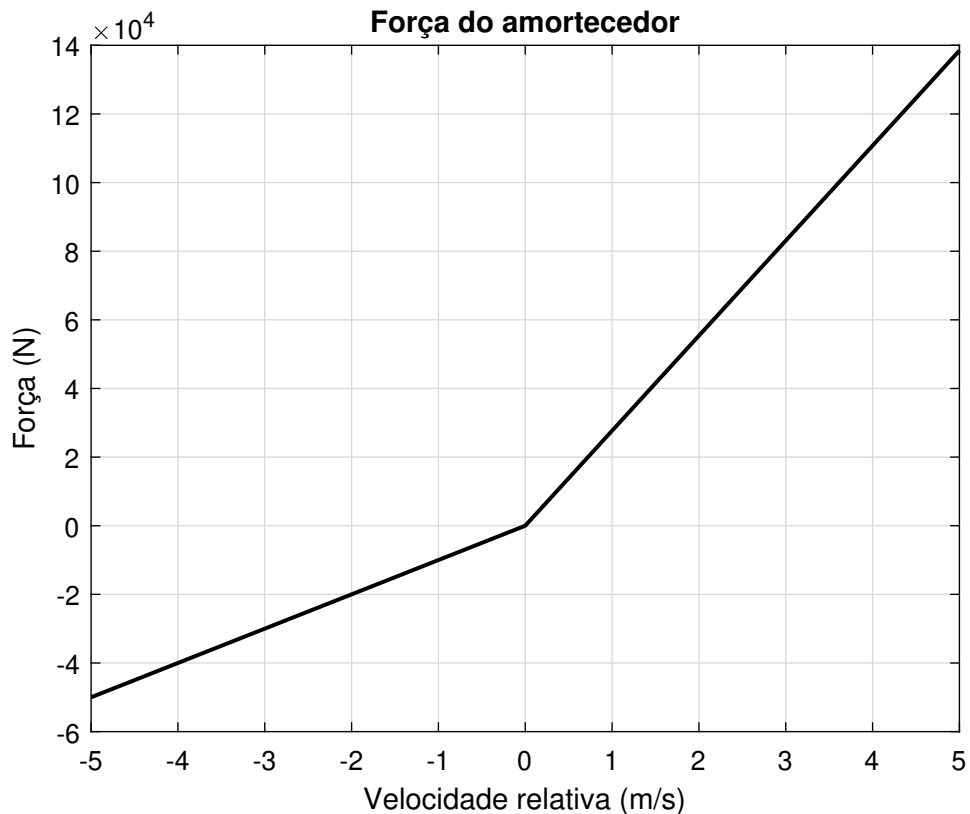


Figura 39 – Curva da força do amortecedor em função da velocidade relativa entre CG da roda e ponto de ancoragem da suspensão no chassi

8.2 Diagrama de Blocos em ambiente Simulink

As entradas do modelo no Simulink são as excitações de base do sistema e ângulo de esterçamento médio do eixo dianteiro (δ). As saídas são os movimentos de translação e de rotação do chassi e o movimento de translação vertical das rodas.

Os subsistemas do modelo são pormenorizados nas seções 8.2.1 a 8.2.4, que descrevem o fluxo de potência entre os subsistemas do veículo.

8.2.1 Pneus

A Fig. 40 apresenta o diagrama de blocos para o pneu.

As velocidades da roda e a derivada da excitação de base são as entradas dos blocos dos pneus. Um bloco do tipo "*interpreted MATLAB function*" avalia se há perda de contato do pneu com o solo, ou se o pneu atinge o seu limite de compressão, a fim de que seja aplicado o equacionamento conveniente, conforme apresentado na Eq. 8.1 para obtenção de F_p - a força exercida pelo pneu.

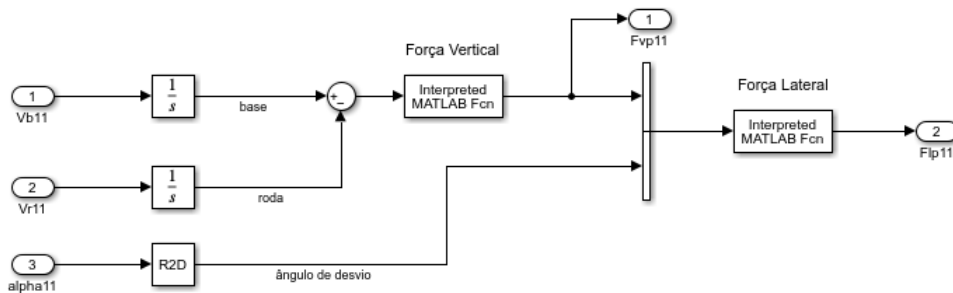


Figura 40 – Bloco do pneu

Neste mesmo bloco, dá entrada o ângulo de desvio, em radianos, sendo convertido para graus para que alimente outra função, responsável por calcular a força lateral desenvolvida pelo pneu, com base na Eq. 7.3, que também depende do carregamento vertical F_p .

8.2.2 Rodas

A Fig. 41 representa a implementação da Eq. 6.2 em ambiente Simulink.

As forças de entrada, advindas do pneu e da suspensão, além do próprio peso do pneu são somadas. Em seguida, a força resultante é dividida pela massa do pneu, obtendo-se a aceleração da roda, que é integrada e resulta na variável de saída do bloco: velocidade da roda.

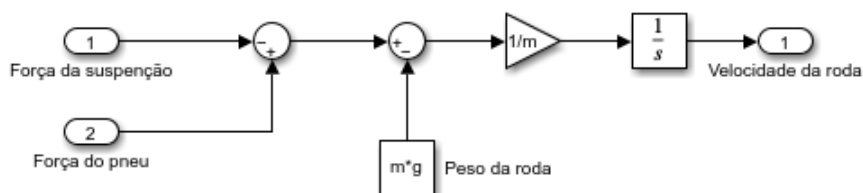


Figura 41 – Diagrama de blocos da roda

8.2.3 Suspensão

A mola da suspensão tem sua força determinada pelo deslocamento relativo entre o chassi e a roda. Já o esforço transmitido pelo amortecedor depende da velocidade relativa

entre a massa não suspensa e os pontos de ancoragem da suspensão no chassi. A modelagem da suspensão em ambiente Simulink é apresentada pela Fig. 42.

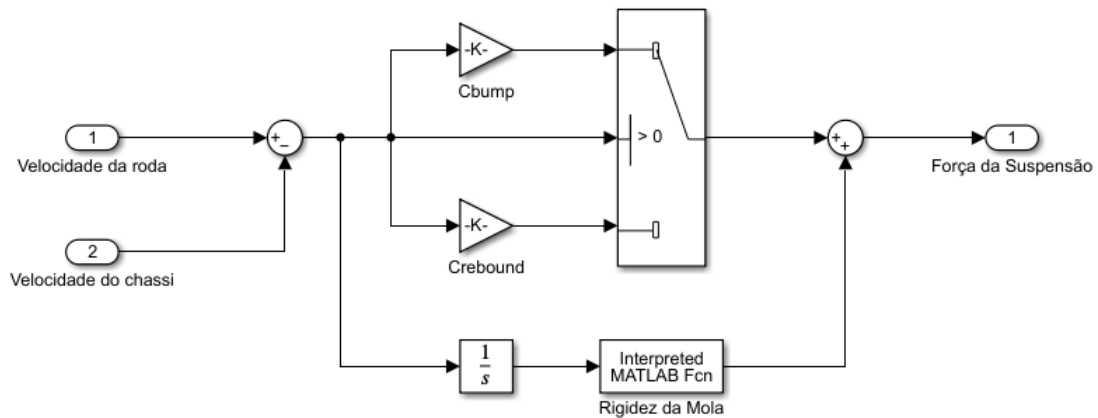


Figura 42 – Diagrama de blocos da suspensão

O amortecedor é modelado como bilinear, isto é, assume dois valores distintos e constantes para o coeficiente de amortecimento, de acordo com a condição na qual está operando, conforme Eq. 8.8.

Cada eixo possui um bloco diferente para calcular a força elástica exercida pela suspensão, de acordo com a Eq. 8.7.

As forças elástica e de amortecimento são somadas, obtendo-se a força da suspensão, que é a entrada do bloco do chassi.

8.2.4 Chassi

O chassi tem como entradas os esforços das dinâmicas lateral e vertical, como mostrado na Fig. 43. Portanto, optou-se por trabalhar com os efeitos de cada dinâmica separadamente para depois integrá-los.

8.2.4.1 Dinâmica Vertical do Chassi

As forças verticais da suspensão são concatenadas em um vetor. Conforme a equação 6.13, ao se multiplicar a transposta da matriz de transformação cinemática (Θ^T) por esse vetor, obtém-se os esforços resultantes (forças e momentos) no centro de massa do chassi devido a dinâmica vertical.

A fim de determinar o transformador cinemático Θ , é necessário definir a matriz de rotação do referencial do chassi para o inercial e a posição dos pontos de ancoragem da suspensão no chassi. Como a rotação do chassi se dá em torno de três eixos, também é necessário definir a sequência segundo a qual o corpo é rotacionado: seja T_x uma matriz de rotação em torno de x , T_y em torno de y , e T_z em torno de z , então T é a matriz de

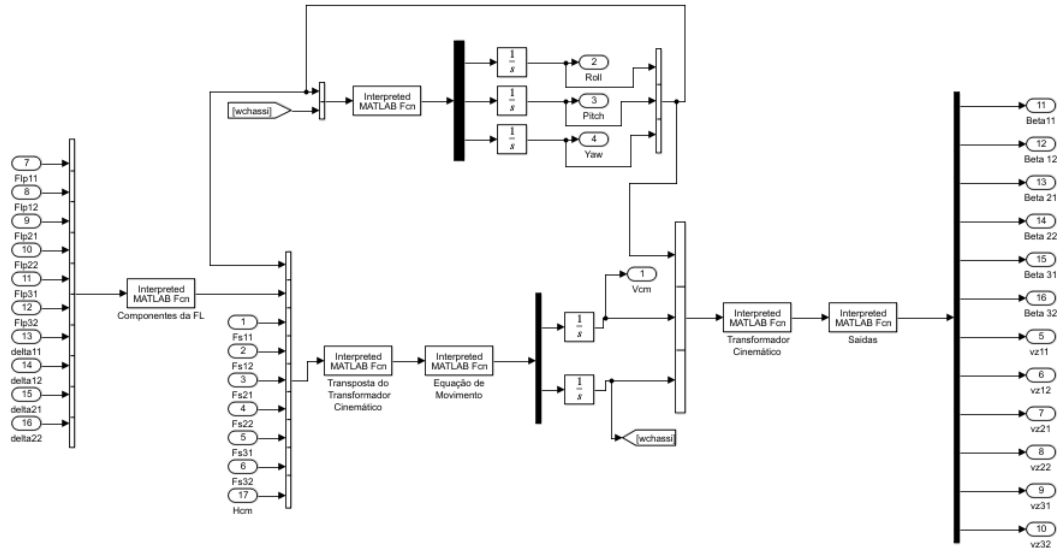


Figura 43 – Diagrama de blocos do chassi

rotação que relaciona o referencial do corpo com o referencial inercial a partir da equação 8.9:

$$T = T_z T_y T_x \tag{8.9}$$

Sendo:

$$T_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\text{sen}(\varphi) \\ 0 & \text{sen}(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \tag{8.10}$$

$$T_y = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \text{sen}(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \tag{8.11}$$

$$T_z = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{8.12}$$

E as posições dos pontos de ancoragem da suspensão, no referencial do chassi, são dadas pelas equações 8.13 a 8.18:

$$r_{11} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & 0 \end{bmatrix}^T \tag{8.13}$$

$$r_{12} = \begin{bmatrix} a_1 & -b_2 & 0 \end{bmatrix}^T \tag{8.14}$$

$$r_{21} = \begin{bmatrix} a_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (8.15)$$

$$r_{22} = \begin{bmatrix} a_2 & -b_2 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (8.16)$$

$$r_{31} = \begin{bmatrix} -a_3 & b_1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (8.17)$$

$$r_{32} = \begin{bmatrix} -a_3 & -b_2 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (8.18)$$

A partir da equação 6.13, obtém-se a matriz de transformação cinemática Θ , dada por:

$$\Theta = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & -T\tilde{r}_{11} \\ I_{3 \times 3} & -T\tilde{r}_{12} \\ I_{3 \times 3} & -T\tilde{r}_{21} \\ I_{3 \times 3} & -T\tilde{r}_{22} \\ I_{3 \times 3} & -T\tilde{r}_{31} \\ I_{3 \times 3} & -T\tilde{r}_{32} \end{bmatrix} \quad (8.19)$$

Dessa forma, os esforços resultantes no centro de massa do chassi devido a dinâmica vertical são dados pela Eq. 8.20.

$$\left. \begin{array}{l} F_{x,v} \\ F_{y,v} \\ F_{z,v} \\ M_{x,v} \\ M_{y,v} \\ M_{z,v} \end{array} \right\}_{vertical} = \Theta^T \left. \begin{array}{l} 0_{2 \times 1} \\ F_{s11} \\ 0_{2 \times 1} \\ F_{s12} \\ 0_{2 \times 1} \\ F_{s21} \\ 0_{2 \times 1} \\ F_{s22} \\ 0_{2 \times 1} \\ F_{s23} \\ 0_{2 \times 1} \\ F_{s31} \\ 0_{2 \times 1} \\ F_{s32} \end{array} \right\} \quad (8.20)$$

8.2.4.2 Dinâmica Lateral do Chassi

No interior do bloco "Forças Laterais", a força lateral desenvolvida por cada um dos pneus passa pela transformação apontada pela Eq. 7.6, obtendo-se as componentes das forças laterais no referencial do chassi.

Como a Segunda Lei de Newton deve ser escrita no referencial inercial, as forças laterais devem ser multiplicadas pela matriz de rotação relacionada ao ângulo de guinada do chassi, a partir da Eq. 7.7. Essa segunda rotação é computada no interior do bloco "Transformador Transposto".

Finalmente, as forças oriundas da dinâmica lateral são somadas, obtendo-se a resultante:

$$\begin{bmatrix} F_x^{CM} \\ F_y^{CM} \end{bmatrix}_{Lateral} = \Sigma \begin{bmatrix} F_x^{CM} \\ F_y^{CM} \end{bmatrix}_{ij} \quad (8.21)$$

Já a Equação de Euler, para os momentos, devem ser escritas no referencial do corpo, portanto:

$$M_{ij} = \tilde{r}_{p,ij} \vec{F}_{L,ij} \quad (8.22)$$

Sendo, M_{ij} o momento provocado por cada força lateral $\vec{F}_{L,ij}$ e $r_{p,ij}$ a posição relativa ao CM do chassi dos pontos de aplicação das forças laterais nos pneus, dadas por:

$$r_{p,11} \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ -h_{CM} \end{bmatrix} \quad (8.23)$$

$$r_{p,12} \begin{bmatrix} a_1 \\ -b_2 \\ -h_{CM} \end{bmatrix} \quad (8.24)$$

$$r_{p,21} \begin{bmatrix} a_2 \\ b_1 \\ -h_{CM} \end{bmatrix} \quad (8.25)$$

$$r_{p,22} \begin{bmatrix} a_2 \\ -b_2 \\ -h_{CM} \end{bmatrix} \quad (8.26)$$

$$r_{p,31} \begin{bmatrix} -a_3 \\ b_1 \\ -h_{CM} \end{bmatrix} \quad (8.27)$$

$$r_{p,32} \begin{bmatrix} -a_3 \\ -b_2 \\ -h_{CM} \end{bmatrix} \quad (8.28)$$

Sendo h_{CM} a altura do Centro de Massa do veículo. O momento resultante devido às forças laterais é obtido pelo somatório dos momentos gerados em cada roda M_{ij} (Eq. 8.22).

8.2.4.3 Integração das Dinâmicas

Os esforços resultantes no Centro de Massa do chassi são obtidos pela soma das formulações obtidas nas seções anteriores:

$$\begin{bmatrix} \vec{F} \\ \vec{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{F} \\ \vec{M} \end{bmatrix}_{vertical} + \begin{bmatrix} \vec{F} \\ \vec{M} \end{bmatrix}_{Lateral} \quad (8.29)$$

As forças e momentos resultantes são, então, utilizadas para se calcular as acelerações lineares e angulares do chassi.

$$\vec{F} = M_{ch}\vec{a} \quad (8.30)$$

Sendo M_{ch} a massa do chassi.

$$\vec{M} = I\vec{\alpha} \quad (8.31)$$

Sendo I a matriz de inércia do chassi, que é uma matriz diagonal, pois considera-se o sistema de referencial do chassi coincidente com os eixos de inércia do corpo.

As acelerações lineares podem ser integradas diretamente, devido ao fato de as forças resultantes estarem escritas no referencial inercial.

Por outro lado, a integração direta das acelerações angulares não fornece os ângulos de Euler, pois estão escritas no referencial do corpo e o sistema é tridimensional. Portanto, deve ser utilizada a formulação apresentada por (8):

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & tg(\theta)sen(\varphi) & tg(\theta)cos(\varphi) \\ 0 & cos(\varphi) & -sen(\varphi) \\ 0 & \frac{sen(\varphi)}{cos(\theta)} & \frac{cos(\varphi)}{cos(\theta)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (8.32)$$

9 RESULTADOS

Os ensaios são divididos em duas etapas. A primeira consiste na realização de simulações que permitam checar o modelo matemático proposto. Já a segunda etapa consiste em avaliar as alterações dinâmicas decorrentes do reposicionamento do REMAX.

Os parâmetros adotados e a configuração do Simulink são apresentados pelas tabelas 3 e 4.

Tabela 3 – Parâmetros adotados no modelo

Entradas do MATLAB	
Massa do veículo	14.247,92 <i>kg</i>
I_{xx}	12.485,53 <i>kgm</i> ²
I_{yy}	60.065,91 <i>kgm</i> ²
I_{zz}	63.595,4 <i>kgm</i> ²
a_1	1,78 <i>m</i>
a_2	0,075 <i>m</i>
a_3	1,93 <i>m</i>
b_1	1,00 <i>m</i>
b_2	1,00 <i>m</i>
k_p	1.250 <i>kN/m</i>
k_1	197,5 <i>kN/m</i>
k_2	275 <i>kN/m</i>
k_3	229 <i>kN/m</i>
c_{bump}	10000 <i>Ns/m</i>
$c_{rebound}$	27692 <i>Ns/m</i>
<i>Cornering Coefficient(CC)</i>	0,1
Massa da roda	415 <i>kg</i>

Tabela 4 – Configuração do Simulink

Configuração do Simulink	
<i>Solver</i>	ode4, passo fixo
Valor do passo	10^{-4}

9.1 1ª Etapa

A Metodologia de Fluxo de Potência permite que as dinâmicas vertical e lateral sejam desenvolvidas separadamente. Após testadas, essas dinâmicas podem ser integradas.

São realizados os seguintes ensaios:

- Transposição de lombadas alternadas a 15 km/h, sendo as molas da suspensão lineares.
- Transposição de lombadas alternadas a 15 km/h, sendo as molas da suspensão não lineares.
- Curva a 15 km/h, desconsiderando transferência dinâmica de peso.
- Curva a 15 km/h, com as dinâmicas vertical e lateral integradas.

Nesta etapa, os dois primeiros ensaios têm o objetivo de avaliar a dinâmica vertical, com as seguintes considerações:

- Veículo com 10 Graus de Liberdade, sendo: translação do chassi nos eixos x e z , rotações do chassi nos eixos x e y , movimentos verticais das rodas.
- O chassi é considerado um corpo rígido.
- Despreza-se o amortecimento dos pneus, pois é muito inferior ao amortecimento da suspensão.
- O Fluxo de Potência é conservado.
- Velocidade de translação no eixo x constante.
- Amortecedores bilineares.

A terceira simulação tem a finalidade de avaliar a dinâmica lateral. Nesse caso, são adotadas as mesmas hipóteses, contudo, desconsidera-se a suspensão do veículo. Dessa forma, o modelo possui 7 graus de liberdade: translação do chassi nos eixos x e y , rotação do chassi em torno do eixo z , e esterçamento das rodas dos eixos dianteiro e intermediário.

A última simulação avalia a integração das duas dinâmicas. Nesse caso, o modelo contempla os graus de liberdade de rotação e translação nos 3 eixos, o movimento vertical das 6 rodas e o esterçamento das rodas dos eixos dianteiro e intermediário, totalizando 16 GDL. São adotadas as demais hipóteses já mencionadas.

9.1.1 Transposição de lombadas alternadas a 15 km/h - molas da suspensão lineares

Para essa simulação, é adotada a hipótese de que as molas da suspensão possuem rigidez constante. Dessa forma, a relação entre a força elástica e a deformação de cada mola é linear.

Foi escolhida como excitação de base uma série de 10 lombadas intercaladas, cada uma de comprimento 3,7 m e altura 10 cm. A distância no eixo x entre os obstáculos do lado direito e do lado esquerdo é de 50 cm, de forma que as rodas de um mesmo eixo não passam pela lombada no mesmo instante.

O perfil de cada lombada é dado pela equação 9.1:

$$z_{base} = H_{max} \text{sen} \left(\frac{Vt}{L} \pi \right) \quad (9.1)$$

Sendo:

H_{max} : a altura da lombada, em metros;

V : a velocidade de deslocamento do veículo, em metros por segundo;

t : o tempo decorrido, em segundos;

L : o comprimento da lombada, em metros.

Como é adotada a metodologia de fluxo de potência, é conveniente que a entrada do sistema seja a derivada da excitação de base, isto é, a taxa de variação do perfil do solo. A entrada do sistema dinâmico é apresentada pela Fig. 44, em que cada curva corresponde à velocidade recebida por cada uma das rodas em função do tempo de simulação.

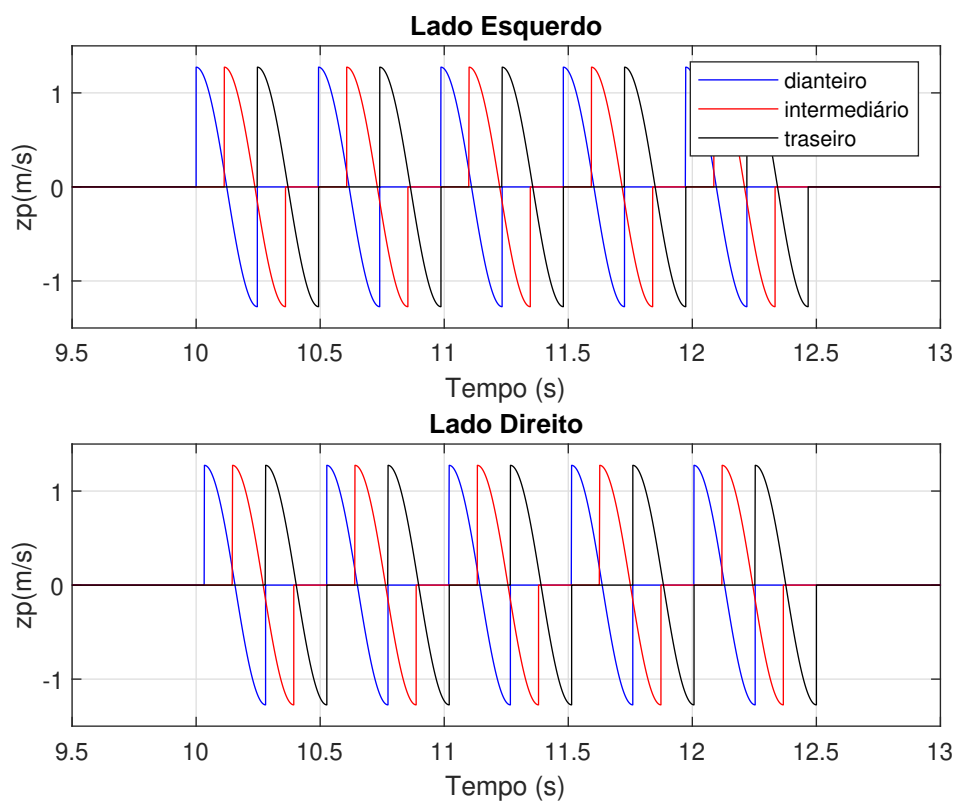


Figura 44 – Função de entrada do sistema dinâmico

Para garantir que o sistema dinâmico esteja acomodado, o início da transposição do primeiro obstáculo ocorre aos 10 segundos de simulação.

A partir das Figuras 45, 46 e 47, verifica-se que antes dos 10 segundos de simulação o sistema já se encontra acomodado. Além disso, constata-se que, na posição de equilíbrio estático, o centro de massa se encontra aproximadamente 120 mm deslocado para baixo, e que o chassi apresenta ângulo de arfagem positivo, indicando que a dianteira do veículo está em uma posição levemente inferior a traseira. Isso se deve às diferentes distâncias dos eixos do veículo ao centro de massa e às diferentes rigidezes da suspensão de cada eixo. Por outro lado, como o modelo é simétrico em relação ao eixo x , não há movimento de rolagem.

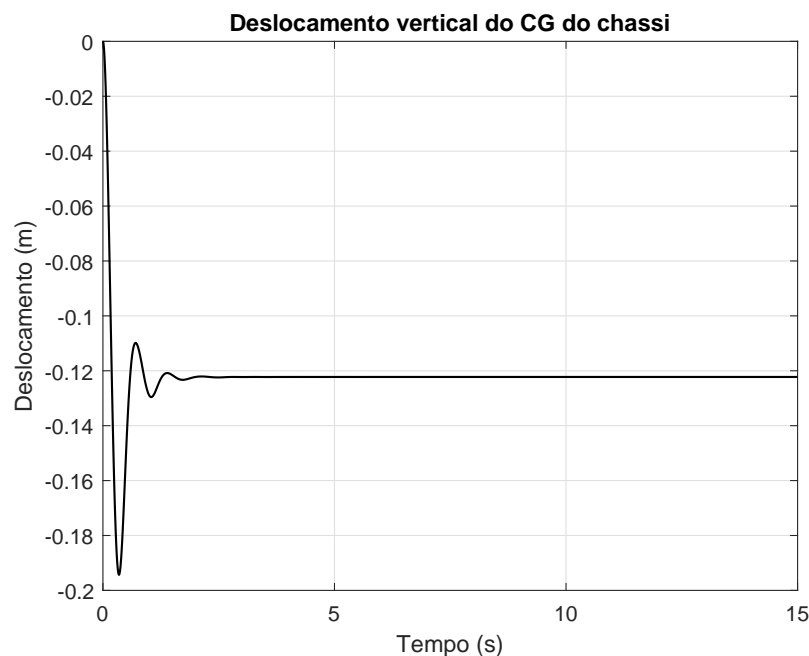


Figura 45 – Deslocamento vertical do centro de massa do chassi

Sob efeito da excitação de base, os resultados obtidos na simulação são apresentados pelas figuras 48, 49 e 50.

A primeira roda a receber a excitação é a roda dianteira do lado esquerdo, o que provoca um movimento de rolagem do chassi no sentido positivo, enquanto que o movimento de arfagem se dá no sentido negativo, com a elevação da dianteira do veículo. Em um primeiro momento, o centro de massa do chassi se desloca no sentido positivo do eixo z , devido a subida da lombada. O valor máximo de rolagem foi de aproximadamente $0,4^\circ$, o que não é considerado suficiente para que haja o tombamento do veículo.

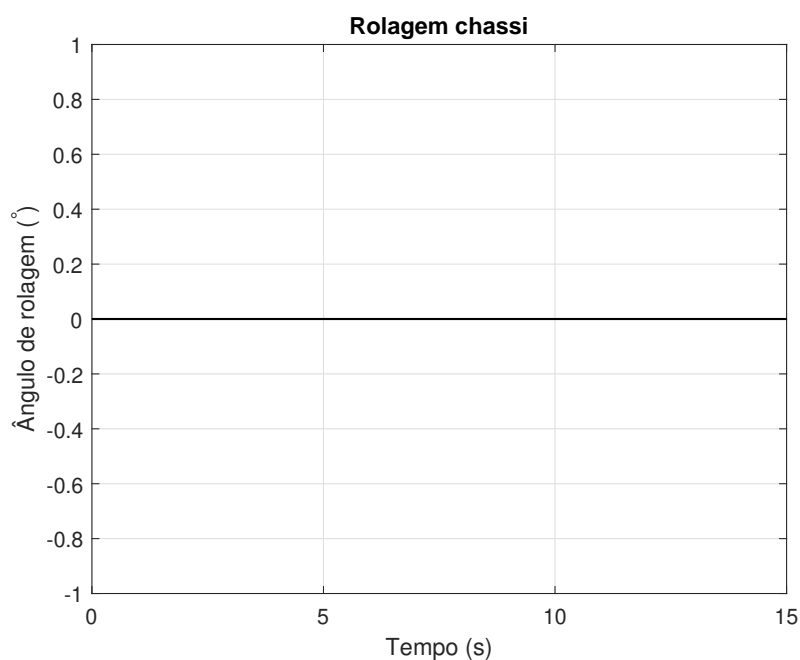


Figura 46 – Rolagem do chassi submetido ao próprio peso

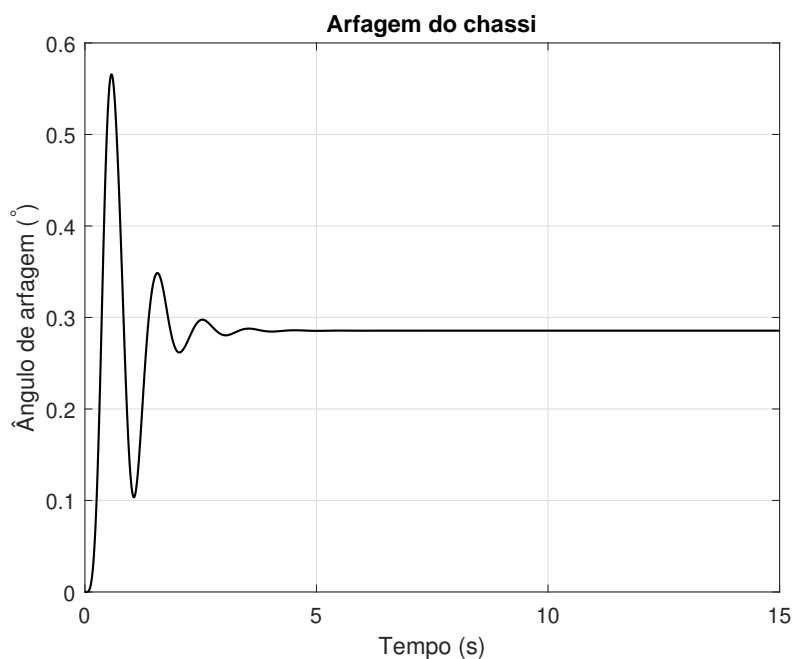


Figura 47 – Arfagem do chassi submetido ao próprio peso

9.1.2 Transposição de lombadas alternadas a 15 km/h - molas da suspensão não lineares

Nesse ensaio assume-se que a rigidez da mola é variável, isto é, a rigidez aumenta à medida que a mola é comprimida.

O obstáculo é o mesmo utilizado na subseção 9.1.1.

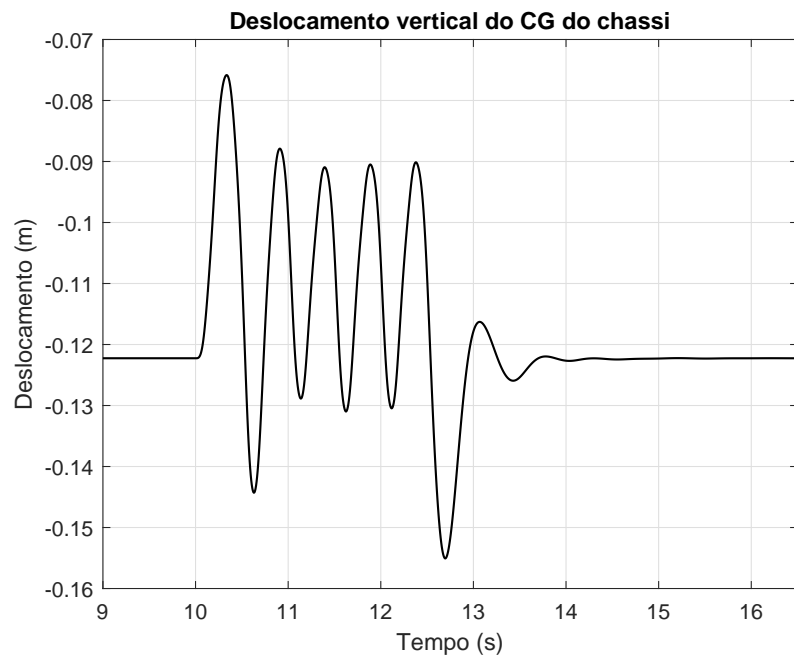


Figura 48 – Deslocamento vertical do chassi a 15 m/s

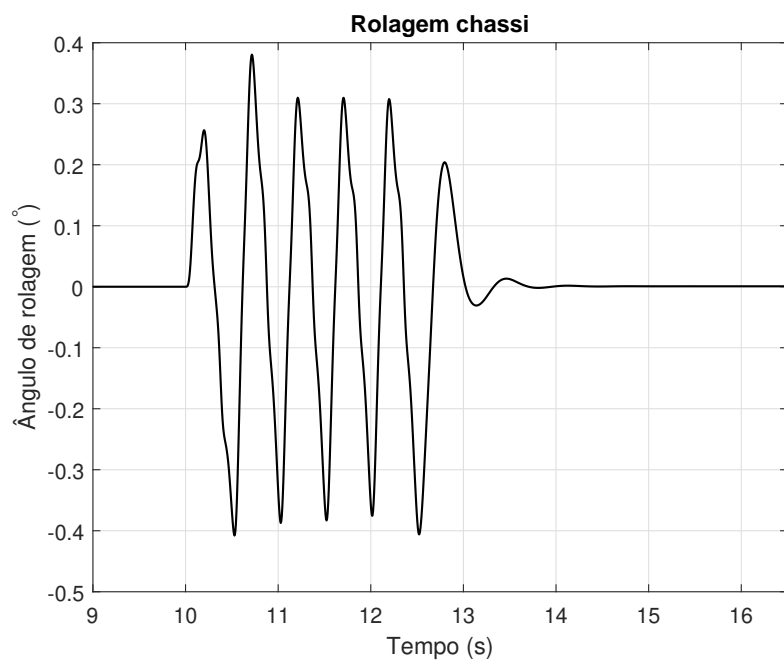


Figura 49 – Rolagem do chassi a 15 m/s

O resultado obtido para o deslocamento vertical do Centro de Massa do chassi é apresentado pela figura 51. Observa-se que há menos picos abaixo da posição de equilíbrio do chassi, devido ao aumento gradativo da rigidez das molas. Além disso, a inclusão de batentes na suspensão impede que as molas se comprimam além de 120 *mm*, como pode ser observado na Fig. 52, a partir do achatamento das curvas de deformação das molas da suspensão nas proximidades de 100 *mm*. Essa resposta é mais fiel ao comportamento

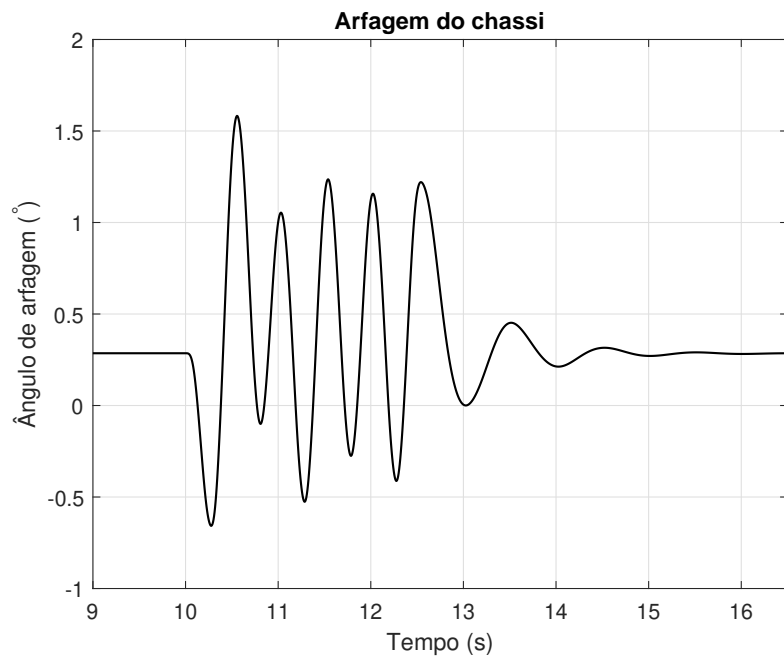


Figura 50 – Arfagem do chassi a 15 m/s

dinâmico do veículo na realidade.

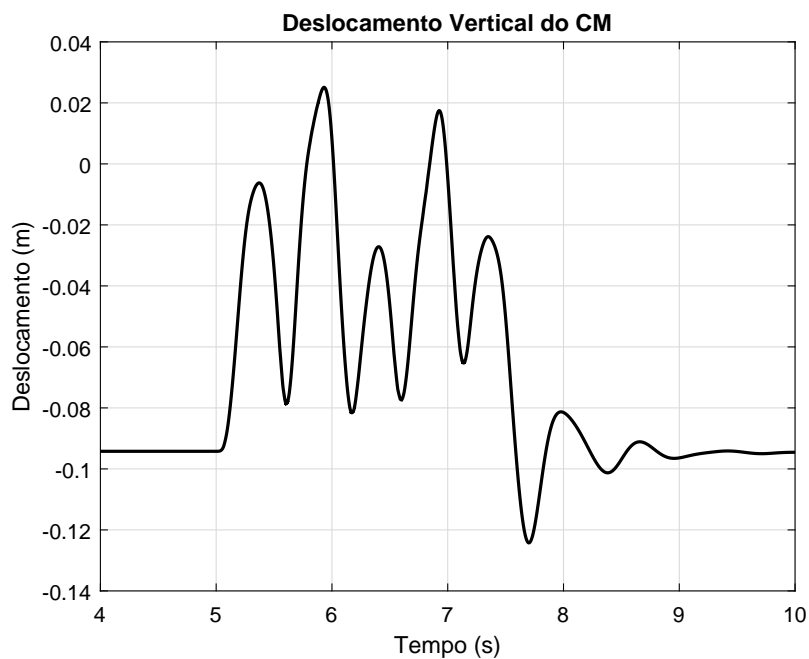


Figura 51 – Deslocamento vertical do chassi para suspensão com molas não lineares

9.1.3 Curva a 15 km/h, desconsiderando transferência dinâmica de peso

Nesta simulação, é dada uma entrada em degrau de 10° para o ângulo médio de esterçamento δ do eixo dianteiro, aos 5 s.

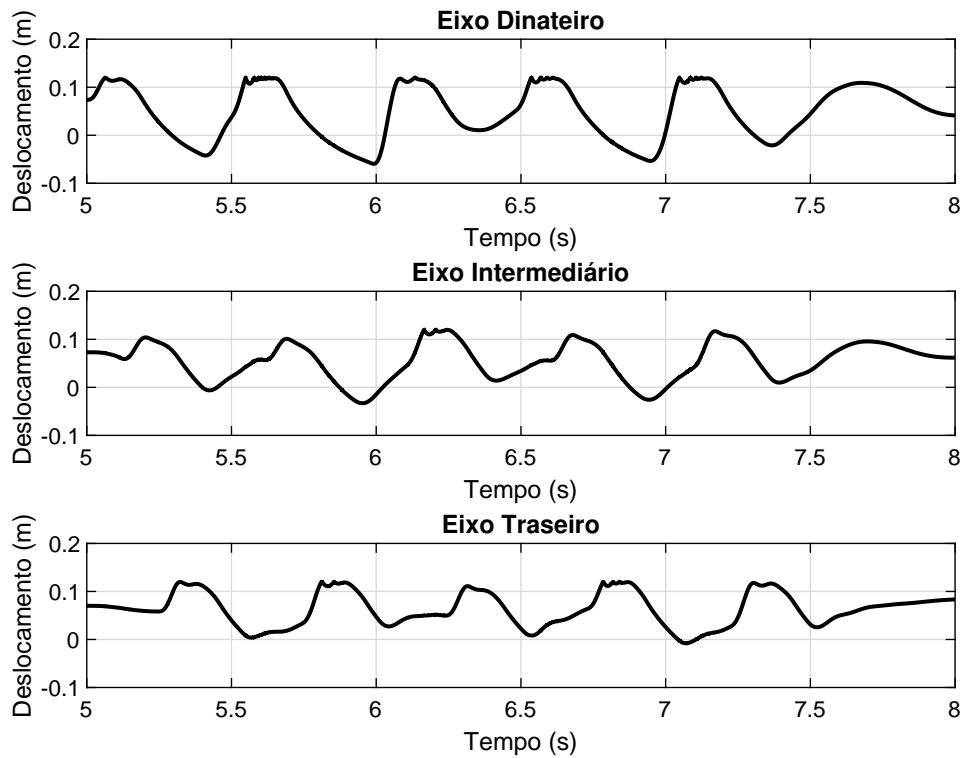


Figura 52 – Atuação dos batentes da suspensão

As forças laterais desenvolvidas pelos pneus dependem do carregamento vertical sobre eles. Como é desconsiderada a suspensão do veículo, admite-se uma força vertical constante igual a $24,5 \text{ kN}$ em cada roda.

Os resultados obtidos para a trajetória do veículo e o ângulo de guinada (*Yaw*) são apresentados pelas figuras 53 e 54.

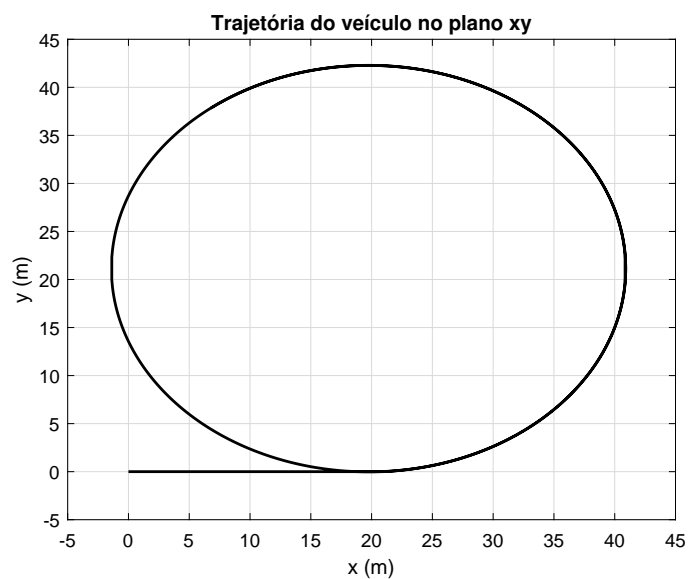


Figura 53 – Trajetória do veículo para uma entrada em degrau $\delta = 10^\circ$ a 15 km/h

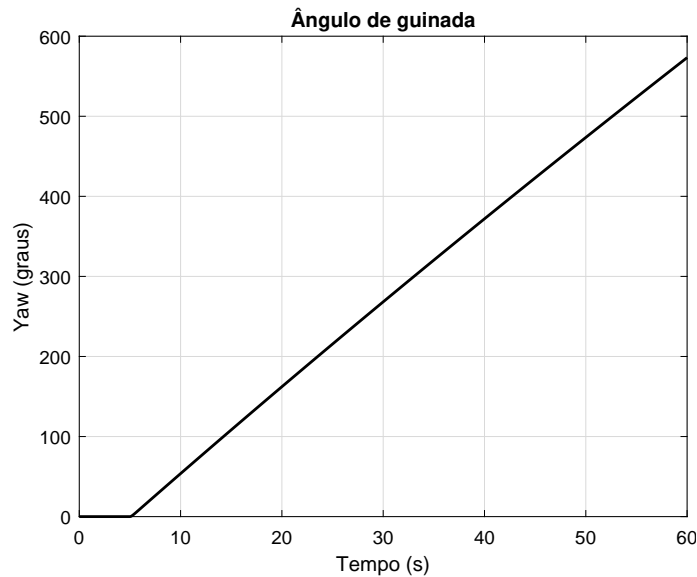


Figura 54 – Guinada do veículo para uma entrada em degrau $\delta = 10^\circ$ a 15 km/h

A partir da formulação de Ackermann é possível calcular o raio da circunferência descrita pelo veículo:

$$R = \frac{a_1 + a_3}{\text{tg}(\delta_{11})} + \frac{1}{2}w \cdot \text{tg}(\delta_{11})$$

$$R = \frac{1.7775 + 1.9254}{\text{tg}(0.1667)} + \frac{1}{2}2 \cdot \text{tg}(0.1667) = 22.17\text{m}$$

Portanto, o resultado obtido é coerente. Cabe ressaltar que, de acordo com as hipóteses adotadas, o raio da trajetória independe da velocidade do veículo, sendo obtido a partir das dimensões do carro e do ângulo de esterçamento das rodas.

Quanto a orientação do veículo, observa-se que o ângulo de guinada cresce de forma constante, sendo sempre positivo, o que indica a guinada do veículo no sentido positivo, ou seja, no sentido anti-horário.

9.1.4 Curva a 15 km/h com as dinâmicas integradas

A trajetória descrita pelo veículo para a mesma entrada dada na simulação da seção 9.1.3 é apresentada pela Fig. 55. Como esperado, não há alteração no raio da trajetória, pois esse resultado depende apenas de condições geométricas.

Contudo, é possível observar a variação nas cargas sobre os pneus, conforme apresentado pela Fig.56.

Nota-se que, para um mesmo eixo, as roda do lado direito sofrem um carregamento vertical superior às rodas do lado esquerdo. Esse resultado é compatível com o fenômeno

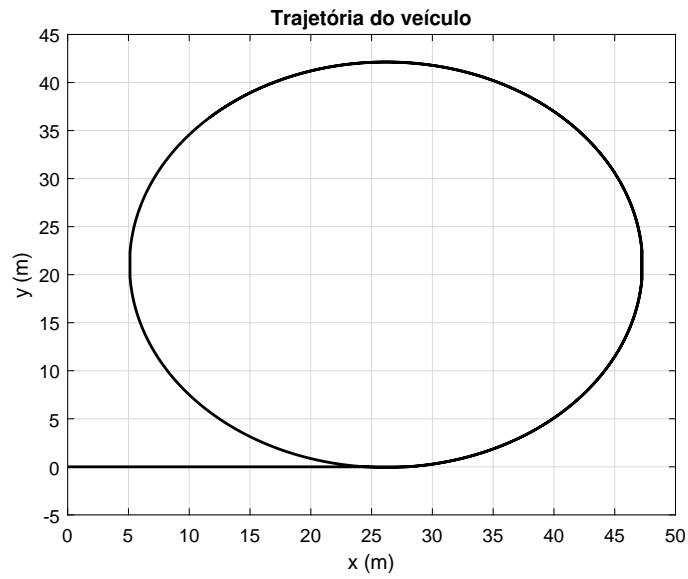


Figura 55 – Trajetória do veículo para uma entrada em degrau $\delta = 10^\circ$ a 15 km/h - com as dinâmicas integradas

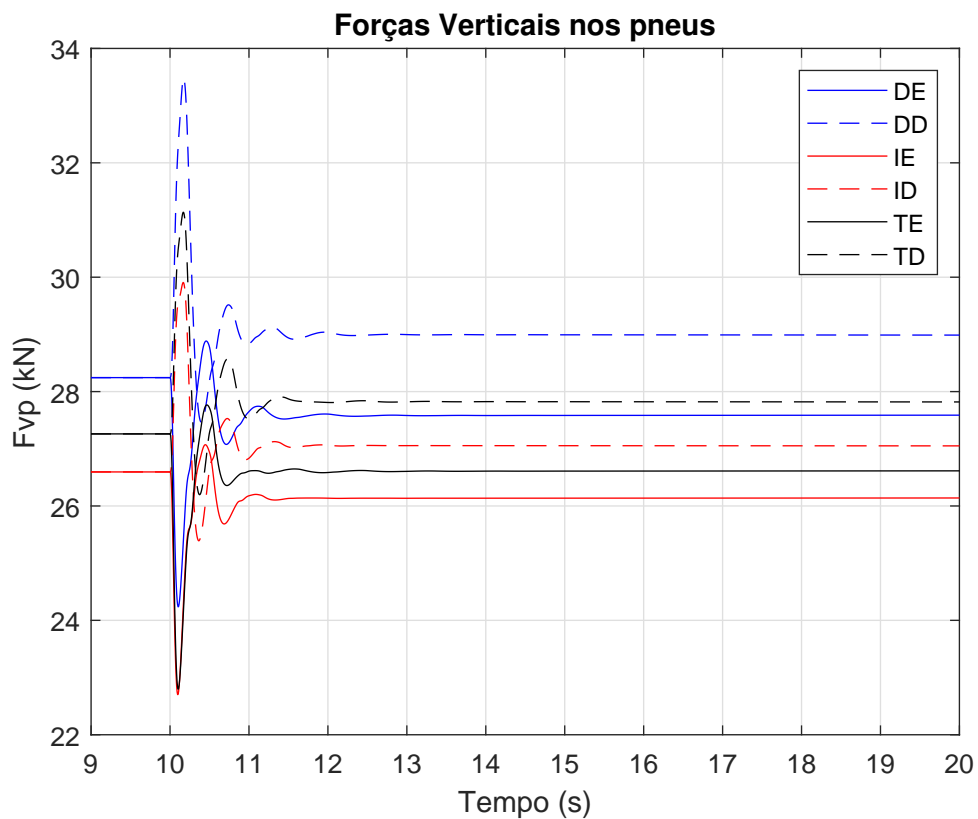


Figura 56 – Força vertical sobre os pneus.

físico observado na realidade, tendo em vista que, ao realizar uma curva, a suspensão do lado externo da curva é comprimida. Isso significa que a rolagem do chassi deve ocorrer no sentido positivo do eixo x , fato que é corroborado pelo resultado apresentado pela Fig.57.

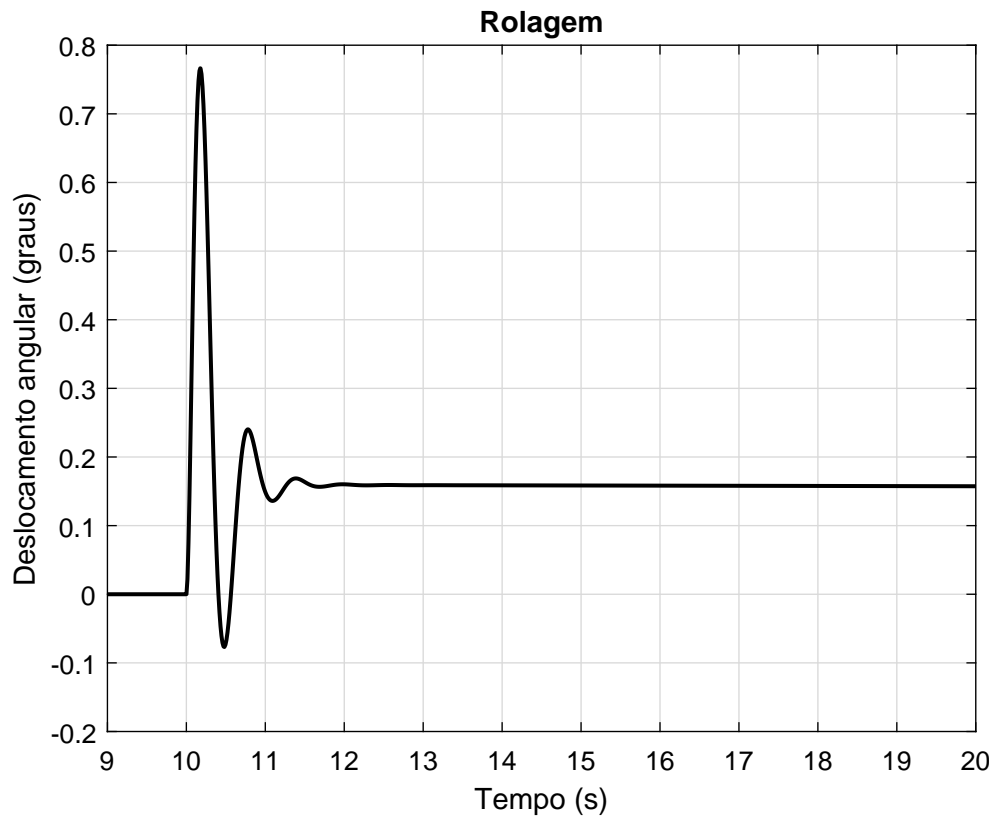


Figura 57 – Rolagem do chassi ao realizar uma curva a 15 km/h.

9.2 2ª Etapa

Sendo as dinâmicas vertical e lateral combinadas com sucesso, é possível prosseguir a análise dos efeitos dinâmicos desenvolvidos pelo reposicionamento do sistema REMAX.

Faz-se necessário estimar a nova altura do centro de massa do chassi. Adotando os seguintes parâmetros:

$H_0 = 707$ mm , a altura do CM do cassi sem o REMAX;

$M_0 = 14247,92$ kg, o peso do chassi sem o REMAX;

$H_1 = 2600 + 72 = 2670$ mm, a altura do CM da plataforma montada sobre o chassi;

$M_1 = 42,727$ kg, a massa da plataforma;

$H_2 = 2600 + 85 + 265 = 2950$ mm, a altura do CM do REMAX montado sobre o chassi;

$M_2 = 300$ kg, o peso do REMAX com o armamento.

Considerando, por simplificação, que o Centro de Massa do chassi, plataforma e REMAX estejam sobre a mesma vertical, a nova altura do CM do chassi é dada então por:

$$\frac{(707 \times 14.247,92) + (2670 \times 42,727) + (2950 \times 300)}{14.247,92 + 42,727 + 300} = 758,87$$

Portanto, o CM do veículo se desloca em 51,87 mm.

São realizados os seguintes ensaios:

2.1) Curva a 15 km/h, com o centro de gravidade alterado pelo reposicionamento do REMAX.

2.1) Curva a 15 km/h, com o centro de gravidade alterado pelo reposicionamento do REMAX.

9.2.0.1 Curva a 15 km/h, com o centro de gravidade alterado pelo reposicionamento do REMAX

As figuras 58 e 59 compara os ângulos de rolagem e arfagem dos dois modelos ao realizarem uma curva a velocidade constante de 15 km/h. Observa-se que o reposicionamento do REMAX provoca maior interferência no ângulo de pitch.

Isso deve-se ao fato de que o veículo é considerado simétrico em relação ao plano xz , que corta o veículo no sentido longitudinal. Dessa forma, o aumento de massa não afeta o equilíbrio entre as rodas de um mesmo eixo, e o ângulo de rolagem permanece nulo no equilíbrio.

Por outro lado, o ângulo de "pitch" é afetado pelo aumento de massa devido ao distanciamento assimétrico entre os eixos. É importante avaliar o ângulo de pitch em condições mais severas, em manobras mais acentuadas, tendo em vista que pequenas oscilações angulares provocam um grande desvio do cano do armamento, depreciando sua precisão.

9.2.0.2 Mudança rápida de faixa

Estando o veículo a 40 km/h, é realizada uma mudança brusca de faixa, a fim de se comparar a dinâmica dos dois modelos. O sinal de entrada é dado pela Fig. 60

Os resultados obtidos para a rolagem do chassi são, novamente, muito próximos para os dois veículos (Fig. 61).

Essa manobra é severa o suficiente para provocar deslizamento dos pneus dianteiros. A Fig. 62 mostra que os pneus do eixo dianteiro, do lado esquerdo, chegam no seu limite de aderência, isto é, quando o pneu atinge seu limite de força lateral (40 kN).

Contudo, essa perda de aderência ocorre para os dois modelos. Sendo assim, conclui-se que o comportamento dinâmico do veículo não é criticamente afetado pelo reposicionamento do sistema REMAX.

Além disso, a partir da Fig. 63, que apresenta a magnitude das forças sobre os pneus para o veículo com o centro de massa deslocado, observa-se que não há perda de contato de nenhum dos pneus com o solo, indicando que o veículo não atingiu a iminência

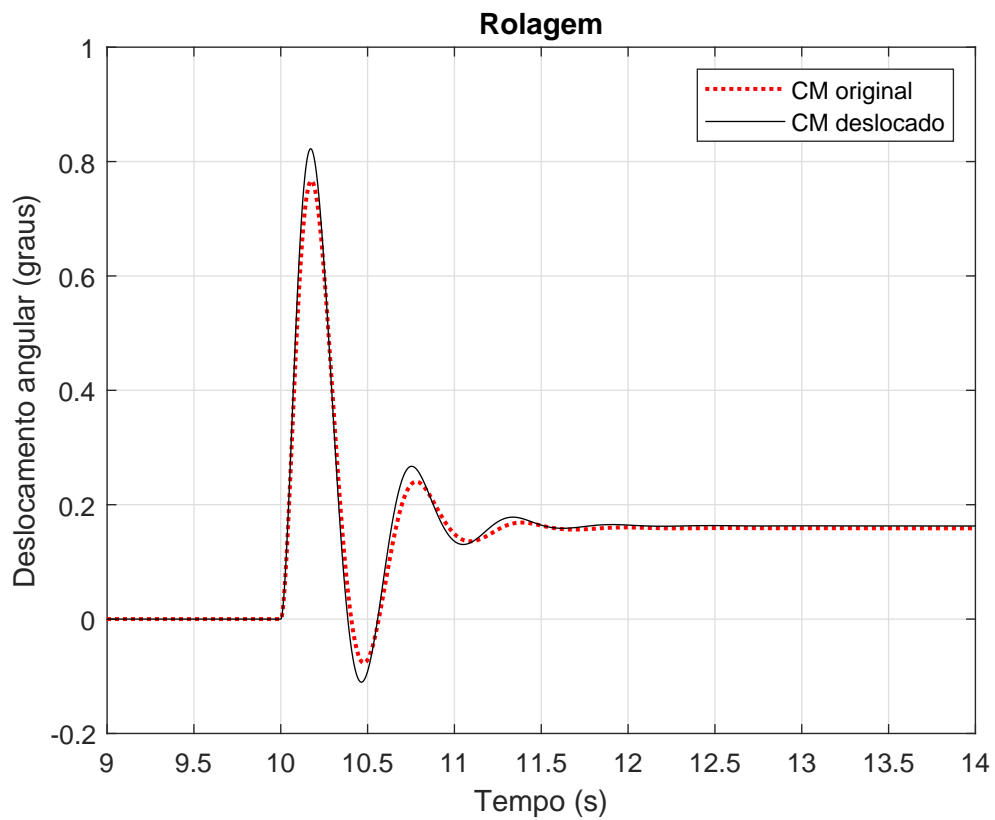


Figura 58 – Comparação da rolagem entre os dois modelos

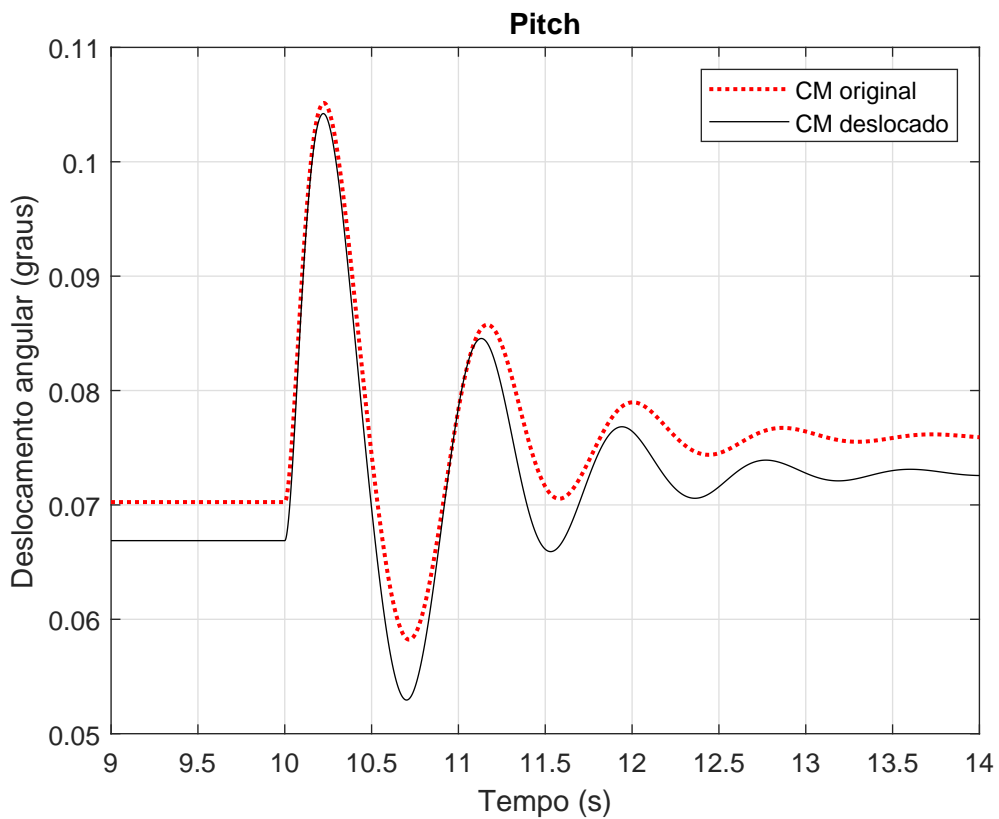


Figura 59 – Comparação da arfagem entre os dois modelos

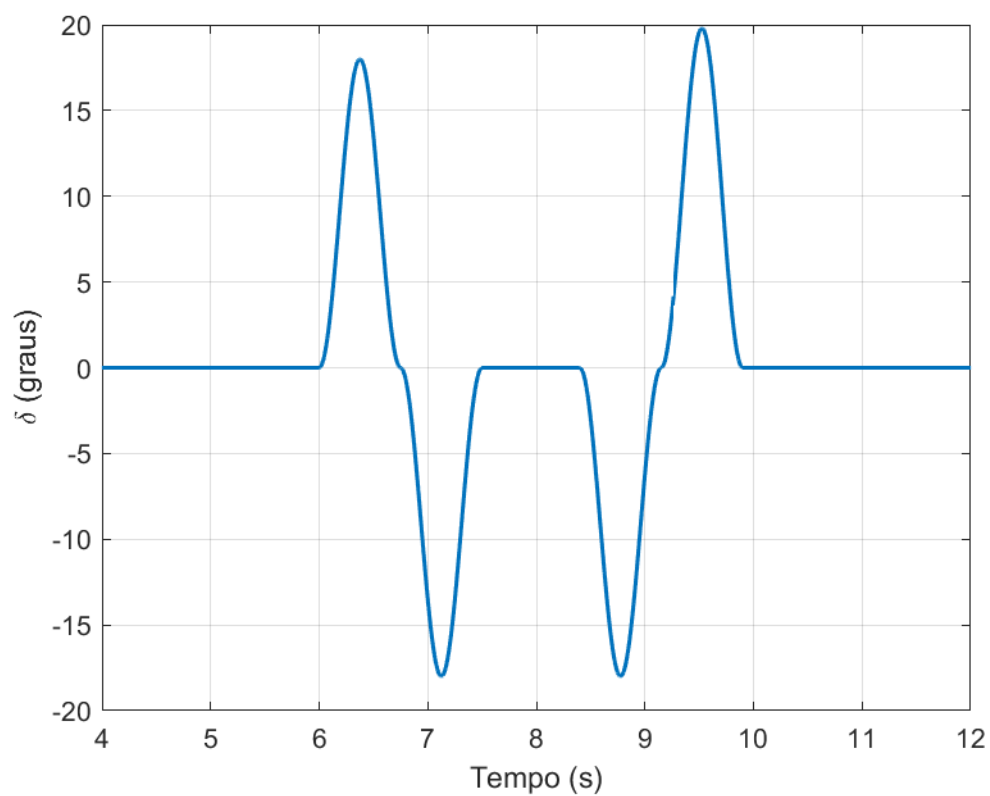


Figura 60 – Variação do ângulo δ para a manobra de mudança de faixa

do capotamento. Portanto, conclui-se que a proposta de reposicionamento do REMAX não afeta de forma considerável o comportamento dinâmico da VBTP Guarani.

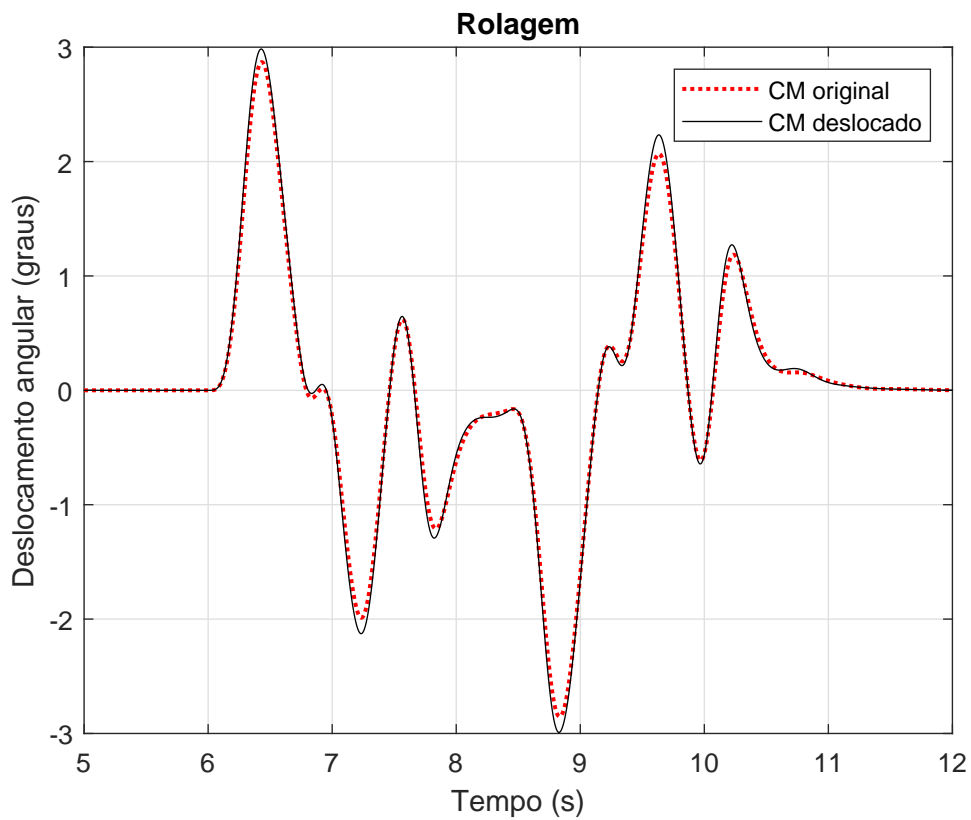


Figura 61 – Comparação da rolagem entre os dois modelos

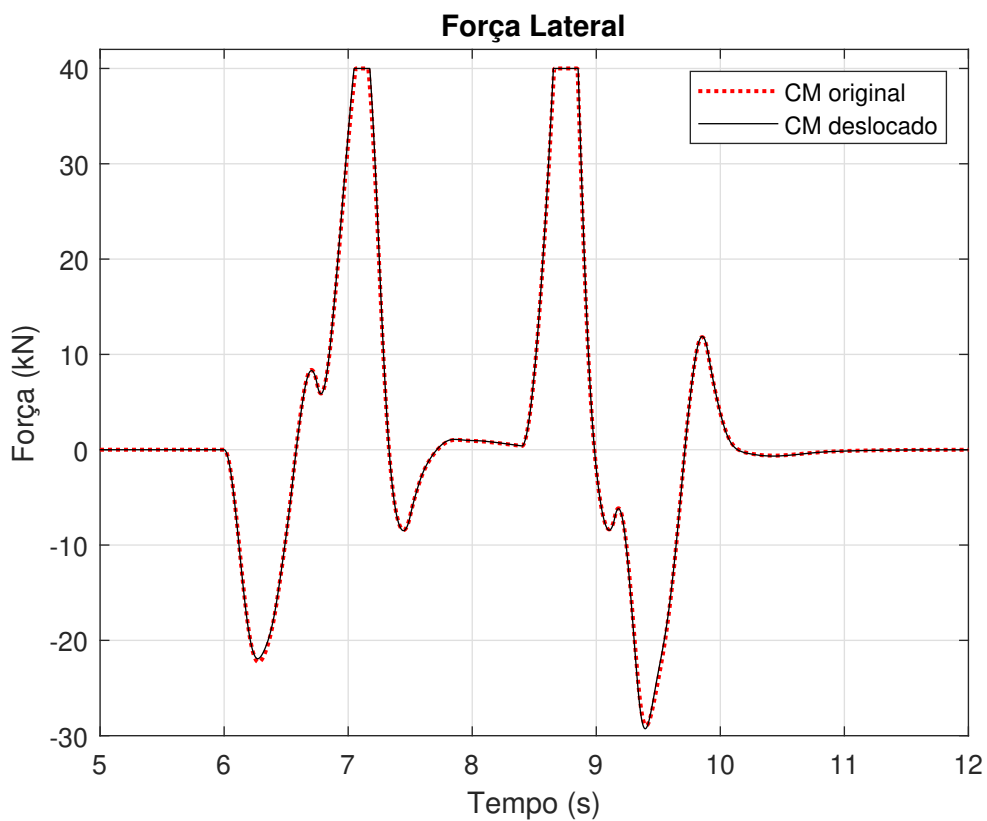


Figura 62 – Comparação da Força lateral nos pneus entre os dois modelos

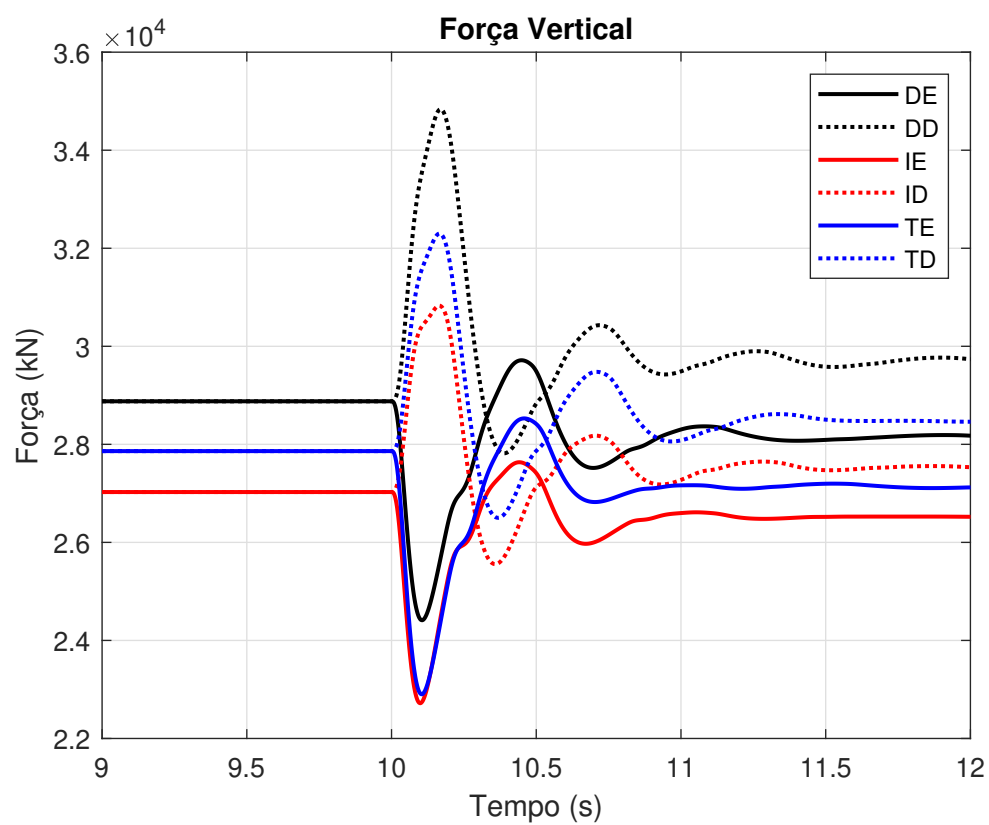


Figura 63 – Forças verticais sobre os pneus

10 CONCLUSÃO

Em vista dos resultados obtidos, verifica-se que o reposicionamento do sistema REMAX é viável.

A avaliação do projeto proposto é favorável do ponto de vista estrutural, tendo sido atingido fator de segurança igual a 3,5, que é o mesmo sugerido para projeto estrutural de chassi automotivo.

Ergonomicamente, o modelo de plataforma proposto proporciona o manuseio do armamento pelo atirador de forma confortável. Contudo, há o problema da configuração interna do veículo para que o atirador consiga ocupar essa posição mais central sem que haja alguma intervenção nos bancos da tripulação. Contudo, esse fato não considerado neste trabalho.

Do ponto de vista da dinâmica veicular, o reposicionamento do REMAX não afeta de o comportamento do veículo de maneira crítica. As alterações são sutis, pois o Centro de Massa do veículo é deslocado em poucos milímetros.

Os modelos matemáticos das dinâmicas vertical e lateral podem ser aproveitados em trabalhos futuros. Além disso, cabe sugerir os seguintes temas que podem dar prosseguimento a linha de estudos abordada:

- Estudo da reconfiguração interna da VBTP Guarani, visando posicionar o atirador em uma posição mais central do veículo e que permita o acesso facilitado ao teto.
- Análise estrutural transiente da plataforma proposta neste trabalho.
- Configuração do sistema de controle do REMAX para compensar o movimento de arfagem do veículo.

REFERÊNCIAS

- 1 RODAS, Q. *Impressões ao dirigir: VBTP Guarani*. 2018. 08 maio 2018. Disponível em: <<https://quatorrodas.abril.com.br/testes/impressoes-ao-dirigir-vbtp-guarani/>>.
- 2 TODAY, M. *Estação de armas de controle remoto Samson*. 2021. Disponível em: <http://www.military-today.com/apc/mowag_piranha.htm>.
- 3 RAFAEL. *Estação de armas de controle remoto Samson*. 2011. Disponível em: <https://stringfixer.com/pt/Samson_Remote_Controlled_Weapon_Station>.
- 4 S.A, A. A. e D. *Manual de Operação do Sistema de Armas REMAX*. [S.l.].
- 5 SHIGLEY C. R. MISCHKE, R. G. B. J. E. *Projeto de Engenharia Mecânica*. 7. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.
- 6 SILVA, F. R. da. *Introdução às vibrações mecânicas em sistemas contínuos discretizados*. [S.l.: s.n.], 2018.
- 7 KUROWSKI, P. M. *Engineering Analysis with SOLIDWORKS Simulation 2018*. [S.l.]: Stephen Schroff, 2018.
- 8 SPINOLA, A. de L. *Modelagem Integrada da Dinâmica Veicular para Controle Homeostático*. Mestrado em Engenharia Mecânica — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.
- 9 GILLESPIE, T. D. *Fundamentals of vehicle dynamics*. Warrendale: SAE International, 2005.
- 10 JAZAR, R. N. *Vehicle Dynamics: Theory and application*. 2. ed. Bundoora, Australia: Springer, 2014. 1074 p.
- 11 PEREIRA, C. L. *Implementação Computacional e Análise do Emprego de um Sistema de Controle de Assistência ao Motorista em um Modelo de Veículo 6x6*. 105 p. Mestrado em Engenharia Mecânica — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2020.
- 12 QUEIROZ, R. V. G. *Modelo Tridimensional de um Veículo de Três Eixos Baseado na VBTP-MR Guarani por Transformadores Cinemáticos*. 261 p. Mestrado em Engenharia Mecânica — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2020.
- 13 BRITO, G. D. D. C. de. *Métodos para a análise modal de tubos de armamento automático*. Dissertação (Iniciação a Pesquisa) — Instituto Militar de Engenharia, 2019.
- 14 GRANDJEAN, E. *Sitting Posture*. Taylor & francis. London: Eastman Kodak Company, 1978.
- 15 REINHOLD, V. N. *Human Factors Section. Ergonomic Design for People at Work*. New York: Eastman Kodak Company, 1983.
- 16 NETO, R. T. da C. *Modelagem e Integração dos Mecanismos de Suspensão e Direção de Veículos Terrestres Através do Fluxo de Potência*. Tese (Doutorado) — Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2008.

- 17 NETO, M. S. Procedimento para acoplamento de modelos dinâmicos através do fluxo de potência. In: *XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*. Águas de Lindóia: [s.n.], 1999.
- 18 ROSSI, E. D. *Análise do Comportamento Dinâmico de um Veículo Leve 4x4 com Sistema de Controle de Tração*. Mestrado em Engenharia Mecânica — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2015.
- 19 HAUG, E. J. *Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems, Vol. 1*. [S.l.: s.n.], 1989.
- 20 RILL, G. *Vehicle Dynamics: Lecture Notes*. 1. ed. [S.l.]: Hochschule Regensburg University of Applied Sciences, 2009. 189 p.