EXAME DE QUALIFICAÇÃO
AO
CURSO DE GRADUAÇÃO

CÁLCULO

CADERNO DE QUESTÕES

2023/2024

1ª QUESTÃO — **Valor: 1,0**

Considere uma viga de seção transversal irregular ao longo do comprimento. Suponha que a equação $f(x) = x\ln(x) – 3,2$ descreva a distribuição de massa ao longo da estrutura. Determine o menor intervalo [a,b], com a, b $\in \mathbb{Z}$, onde está localizado o centro de gravidade (ponto hipotético em que se aplica a resultante do peso de um corpo formado por um sistema de pontos materiais), considerando que a raiz da função corresponde à sua posição exata.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ln(x)	0	0,69	1,10	1,39	1,61	1,79	1,95	2,08	2,20	2,30
x	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ln(x)	2,40	2,48	2,56	2,64	2,71	2,77	2,83	2,89	2,94	3,00
x	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
ln(x)	3,04	3,09	3,14	3,18	3,22	3,26	3,30	3,33	3,37	3,40

2ª QUESTÃO — **Valor: 1,0**

Uma barra metálica atravessa ambientes com diferentes temperaturas. Considerando que a função $f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 10$ descreva a variação de temperatura ao longo da barra, encontre os valores máximo e mínimo da temperatura no intervalo [0,5].

3ª QUESTÃO — **Valor: 1,0**

Considerando a função $f(x) = \sqrt{4 - 2x^2 - 2y^2}$, determine:

a) o versor que define a direção e o sentido de maior crescimento da função no ponto $\left(1, \dfrac{1}{2}\right)$;

b) a taxa de variação da função no ponto $\left(1, \dfrac{1}{2}\right)$, na direção e sentido do vetor $(3, 4)$.

4ª QUESTÃO — **Valor: 1,0**

Determine a área compreendida entre as curvas definidas pelas funções $f(x) = -2x + 3$, $g(x) = \sqrt{3x}$ e $h(x) = x^3$, no intervalo $0 \leq x \leq 1$.

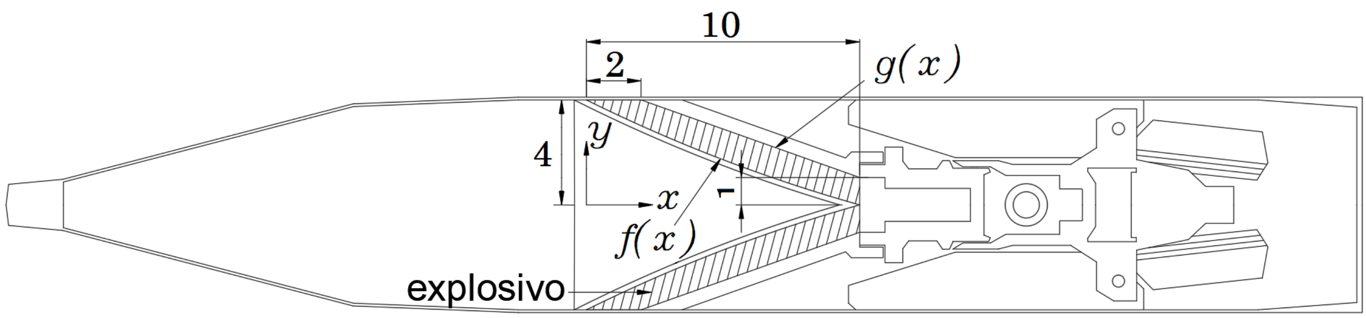
5ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

A figura abaixo representa uma vista esquemática em corte de uma munição anticarro experimental. Explosivos são utilizados ao redor de uma cavidade em uma configuração denominada *carga oca* que potencializa o poder de penetração da munição. Conhecendo as funções $f(x)$ e $g(x)$, calcule o volume de explosivo indicado na região hachurada.

Dados:

$$f(x) = \frac{4}{100}(x-10)^2$$

$$g(x) = -\frac{3}{8}x + \frac{19}{4}$$



6ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Determine o valor do limite a seguir:

$$\lim_{x \to 1} \left[\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln(x)} \right]$$

7ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Mostre que $e^x > 1 + x + \dfrac{x^2}{2}$ para todo $x \in \mathbb{R}$, tal que $x > 0$.

8ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Considere uma função de duas variáveis $z = f(x,y)$ tal que $f(3x, x^3) = \arctan x$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Determine a equação do plano tangente ao gráfico de f no ponto $(x,y,z) = (3,1,f(3,1))$, sabendo que $\dfrac{\partial f}{\partial x}(3,1) = 3\dfrac{\partial f}{\partial y}(3,1)$.

9ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Seja a função vetorial $\vec{F}(t) = (x(t), y(t), z(t))$ definida para todo $\mathbb{R}$ com $\left\|\vec{F}(t)\right\| = 10$ para todos os pontos do seu domínio. Sabe-se que $k = 3(\vec{F}(t).\vec{F}'(t))$. Determine o valor de k.

10ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Seja a função $f(x, y)$ a seguir.

$$f(x,y) = \begin{cases} 3\dfrac{\text{sen}(x^2+y^2)}{2x^2+2y^2} + \dfrac{3xy^2}{x^2+y^2}, & \text{se}(x,y) \neq (0,0), \\ \\ k, & \text{se}(x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Determine o valor de $k \in \mathbb{R}$ para que a função seja contínua em todo $\mathbb{R}^2$ ou prove que k não existe.