

**MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

TELMO MOREIRA LEITE JÚNIOR

**MODELAGEM DA DINÂMICA DE UM CANHÃO DE CARRO DE COMBATE
DURANTE O TIRO**

Rio de Janeiro

2015

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

CC (FN) TELMO MOREIRA LEITE JÚNIOR

**MODELAGEM DA DINÂMICA DE UM CANHÃO DE CARRO
DE COMBATE DURANTE O TIRO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Maj. Jorge Audrin Morgado de Gois – Dr.Ing.

Rio de Janeiro

2015

c2015

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro - RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmado ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do autor e do orientador.

623.045 Leite Júnior, Telmo Moreira

Modelagem da dinâmica de um canhão de carro de combate durante o tiro / Telmo Moreira Leite Júnior, orientado por Jorge Audrin Morgado de Gois - Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2015.

139p.: il.

Dissertação (Mestrado). - Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2015.

1. Curso de Engenharia Mecânica – teses e dissertações. 2. Canhão. 3. Engenharia militar. I. Gois, Jorge Audrin Morgado de. II. Título III. Instituto Militar de Engenharia

CDD 620.1

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

CC(FN) TELMO MOREIRA LEITE JÚNIOR

**MODELAGEM DA DINÂMICA DE UM CANHÃO DE CARRO DE
COMBATE DURANTE O TIRO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Maj. Jorge Audrin Morgado de Gois - Dr.Ing.

Aprovada em 12 de fevereiro de 2015 pela seguinte Banca Examinadora:

Prof. Maj. Jorge Audrin Morgado de Gois - Dr.Ing. do IME - Presidente

Prof. Cel. Armando Morado Ferreira - Ph.D. da ECEME

Prof. Cel. André Louzada Moreira - D.C. da EN

Rio de Janeiro

2015

Este trabalho é dedicado aos meus pais, os responsáveis em forjar meus valores e assim possibilitarem as minhas conquistas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pois sem Ele nada é possível.

Aos meus pais, Vera Lúcia e Telmo, por serem o meu porto seguro. Por terem sido os meus primeiros educadores e me ensinado valores e princípios que trago comigo até os dias de hoje. Por sempre terem me apoiado, acreditado em mim e desde minha infância me ensinado o quanto precioso é o conhecimento.

À minha irmã Renata, que sempre torceu por mim, me apoiou, incentivou e prontamente me acolheu.

À Taiane por todo carinho, paciência e compreensão em todos os momentos desta etapa.

Ao meu orientador pela camaradagem, paciência, sabedoria e ensinamentos transmitidos.

Aos meus professores do IME, pelos ensinamentos e pela transferência de conhecimento.

Aos colegas do mestrado, principalmente ao Elias Rossi, Antônio Ítalo, Alexis Armas e Rafaela Valões, que sempre compartilharam conhecimentos, anseios e angústias, nesta etapa.

E também agradeço ao Corpo de Fuzileiros Navais e à Marinha do Brasil, que permitiram o prosseguimento da minha formação acadêmica e a concretização de uma antiga aspiração.

"A parte que ignoramos é muito maior que tudo
quanto sabemos."

PLATÃO

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	9
LISTA DE TABELAS	13
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS.....	14
1 INTRODUÇÃO	21
1.1 Motivação e objetivos	21
1.2 Estrutura do trabalho	23
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	24
2.1 Escoamento através de orifício	24
2.2 Introdução à balística.....	27
2.2.1 A munição apfsds	30
2.2.2 Distúrbios na balística interior.....	31
2.2.3 Distúrbios na munição APFSDS.....	32
2.2.4 Batimento balístico	33
2.2.5 Mecanismo de recuo	35
2.3 Dinâmica de multi-corpos	35
2.3.1 Restrições cinemáticas.....	37
3 MODELO DO SISTEMA DE ATUAÇÃO HIDRÁULICO	41
3.1 Forças de reação num escoamento em regime permanente	41
3.2 Escoamento Numa válvula de levantamento elementar.....	42
3.3 Modelagem do sistema de atuação hidráulico.....	43
3.3.1 Subsistema de Elevação	44
3.3.2 Subsistema de Direção.....	50
3.4 Simulação do Sistema de Atuação Hidráulico	52
3.4.1 Configuração do conjunto torre-tubo	52
3.5 Resposta do Subsistema de Elevação	54
3.6 Resposta do Subsistema de Direção.....	55

4	MODELO DINÂMICO DO MECANISMO	56
4.1	Modelagem dos vínculos entre os corpos do sistema	58
4.1.1	Restrições entre pares de corpos	59
4.1.2	Juntas entre dois corpos.....	63
4.2	Modelagem do comportamento dinâmico da munição	68
4.2.1	Modelagem da interação entre a munição e a parede do tubo.....	70
4.2.2	Definição da distância entre a parede do tubo e a munição	71
4.2.3	Passo do tubo do armamento.....	72
4.2.4	A pressão gerada pela carga propelente.....	73
4.2.5	Junta entre a munição e o tubo	74
4.2.6	Junta entre o tubo e o berço.....	75
4.2.7	Análise da resposta da interação entre a munição e o tubo	76
4.3	Modelagem do comportamento dinâmico do sistema de elevação	99
4.3.1	Análise dos graus de liberdade e das restrições	104
4.3.2	Análise cinemática do sistema	104
4.3.3	Análise dinâmica do sistema	107
5	ACOPLAMENTO DO SISTEMA	110
6	CONCLUSÃO	113
7	BIBLIOGRAFIA.....	116
8	APÊNDICES.....	119
8.1	APÊNDICE I: Parâmetros utilizados na modelagem dos sistemas desenvolvidos.....	120
8.2	APÊNDICE II: Matrizes e vetores utilizados nos modelos desenvolvidos	129
8.3	APÊNDICE III: Matriz de Transformação.....	137

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG. 1.1	Desenho esquemático da munição APFSDS	21
FIG. 1.2	Munição APFSDS em operação.....	22
FIG. 2.1	Escoamento através de um orifício em um tubo (WATTON, 2012, p. 64)25	
FIG. 2.2	Curva de pressão no interior do tubo x posição da munição (CARLUCCI,2008, p. 80)	27
FIG. 2.3	Freio de boca do canhão 105 mm.	28
FIG. 2.4	Variáveis da Balística Exterior (CARLUCCI, 2008, p. 186)	29
FIG. 2.5	Diferentes modos de perfuração e seus efeitos no alvo (CARLUCCI, 2008, p.330).....	29
FIG. 2.6	Partes da munição APFSDS (ECHES, 2001, p. 2).....	31
FIG. 2.7	Seqüência da munição APFSDS em disparo. (ECHES, 2001, p. 2)....	33
FIG. 2.8	Construção das coordenadas de uma junta. (HAUG, 1989, p.348).....	37
FIG. 2.9	Vetor que liga dois corpos.	39
FIG. 3.1	Escoamento através de uma válvula de levantamento elementar (WATTON, 2012, p. 96).....	42
FIG. 3.2	Circuito hidráulico do Subsistema de Elevação.....	44
FIG. 3.3	Esquema de funcionamento de uma Válvula de Alívio de Pressão (WATTON, 2012, p.135).....	45
FIG. 3.4	Esquema de funcionamento de uma servoválvula	46
FIG. 3.5	Circuito hidráulico do Subsistema de Direção	50
FIG. 3.6	Representação gráfica do motor hidráulico	51
FIG. 3.7	Configuração do conjunto torre-tubo	52
FIG. 3.8	Sinais utilizados como entrada para análise do modelo	53
FIG. 3.9	Resposta do Subsistema de Elevação aos sinais de entrada	54
FIG. 3.10	Resposta do Subsistema de Direção aos sinais de entrada	55
FIG. 4.1	Sistema de coordenadas utilizado	56
FIG. 4.2	Carro de Combate Modelado	59
FIG. 4.3	Vetor que liga dois corpos (HAUG, 1989, p. 350)	60
FIG. 4.4	Vetores paralelos em corpos adjacentes (HAUG, 1989, p. 354)	61
FIG. 4.5	Vetor paralelo entre dois corpos adjacentes (HAUG, 1989, p. 355)	62
FIG. 4.6	Restrições das coordenadas absolutas (HAUG, 1989, p. 358)	63
FIG. 4.7	Junta Esférica (HAUG, 1989, p. 362)	64

FIG. 4.8	Junta Universal (HAUG, 1989, p. 363).	65
FIG. 4.9	Junta de Revolução (HAUG, 1989, p. 365)	66
FIG. 4.10	Junta Cilíndrica (HAUG, 1989, p. 368)	66
FIG. 4.11	Junta Prismática (HAUG, 1989, p. 370).	67
FIG. 4.12	Orientação da munição	68
FIG. 4.13	Modelagem da munição.	69
FIG. 4.14	Dimensões da munição APFSDS 105 mm.	70
FIG. 4.15	Representação do contato da munição com a parede do tubo.	71
FIG. 4.16	Raiamento interno do tubo	72
FIG. 4.17	Passo do raiamento interno do tubo	72
FIG. 4.18	Curva de pressão gerada pela munição APFSDS 105 mm.	74
FIG. 4.19	Junta entre o berço e o tubo	75
FIG. 4.20	Desenho Esquemático do modelo com tubo fixo (a) e do modelo com tubo montado num berço fixo, dotado de um sistema de recuperação (b)	76
FIG. 4.21	Deslocamento horizontal do CM da munição - Condição Inicial 01	77
FIG. 4.22	Deslocamento vertical da munição - Condição Inicial 01	78
FIG. 4.23	Deslocamento lateral do CM da munição - Condição Inicial 01	78
FIG. 4.24	Deslocamento do CM da munição no interior do Tubo	79
FIG. 4.25	Deslocamento horizontal do CM da munição - Condição Inicial 02	80
FIG. 4.26	Deslocamento vertical da munição - Condição Inicial 02	80
FIG. 4.27	Deslocamento lateral do CM da munição - Condição Inicial 02	81
FIG. 4.28	Deslocamento do CM da munição no interior do Tubo	81
FIG. 4.29	Deslocamento horizontal do CM da munição - Condição Inicial 03	83
FIG. 4.30	Deslocamento vertical do CM da munição - Condição Inicial 03	83
FIG. 4.31	Deslocamento vertical do CM da munição APFSDS 120 mm - Condição Inicial 03, (ANSARI et al., 1988, p. 28)	84
FIG. 4.32	Deslocamento lateral do CM da munição - Condição Inicial 03	84
FIG. 4.33	Deslocamento do CM da munição no interior do Tubo	85
FIG. 4.34	Deslocamento horizontal do CM da munição - Condição Inicial 04	86
FIG. 4.35	Deslocamento vertical do CM da munição - Condição Inicial 04	86
FIG. 4.36	Deslocamento lateral do CM da munição - Condição Inicial 04	87
FIG. 4.37	Deslocamento do CM da munição no interior do Tubo	87
FIG. 4.38	Deslocamento horizontal do CM do berço - Condição Inicial 01	88
FIG. 4.39	Deslocamento lateral do CM do berço - Condição Inicial 01	89
FIG. 4.40	Deslocamento vertical do CM do berço - Condição Inicial 01	89

FIG. 4.41	Deslocamento horizontal do CM do tubo, no modelo com o berço, com sistema de recuperação - Condição Inicial 01	90
FIG. 4.42	Deslocamento lateral do CM do tubo, no modelo com berço, com sistema de recuperação - Condição Inicial 01	90
FIG. 4.43	Deslocamento vertical do CM do tubo, no modelo com berço, com sistema de recuperação - Condição Inicial 01	91
FIG. 4.44	Deslocamento horizontal do CM da munição, no modelo com berço, com sistema de recuperação - Condição Inicial 01	91
FIG. 4.45	Comparação do deslocamento lateral do CM da munição, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação - Condição Inicial 01	92
FIG. 4.46	Comparação do deslocamento vertical do CM da munição, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação - Condição Inicial 01	92
FIG. 4.47	Comparação do deslocamento do CM da munição, no interior do tubo, entre os modelos com e sem o Sistema de Recuperação - Condição Inicial 01	93
FIG. 4.48	Comparação do deslocamento lateral do CM da munição, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação - Condição Inicial 02.....	94
FIG. 4.49	Comparação do deslocamento vertical do CM da munição, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação - Condição Inicial 02.....	94
FIG. 4.50	Comparação do deslocamento do CM da munição, no interior do tubo, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação - Condição Inicial 02.....	95
FIG. 4.51	Comparação do deslocamento vertical do CM da munição, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação - Condição Inicial 03.....	96
FIG. 4.52	Comparação do deslocamento lateral do CM da munição, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação - Condição Inicial 03.....	96
FIG. 4.53	Comparação do deslocamento do CM da munição, no interior do tubo, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação - Condição Inicial 03.....	97
FIG. 4.54	- Comparação do deslocamento Lateral do CM da munição, entre os modelos com e sem o Sistema de Recuperação - Condição Inicial 04	98
FIG. 4.55	- Comparação do deslocamento vertical do CM da munição, entre os modelos com e sem o Sistema de Recuperação - Condição Inicial 04	98
FIG. 4.56	Comparação do deslocamento do CM da munição, no interior do tubo, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação - Condição Inicial 04	99

FIG. 4.57	Desenho Esquemático do Sistema de elevação do conjunto canhão-torre	100
FIG. 4.58	Junta entre o berço e o torre	100
FIG. 4.59	Junta entre a torre e a camisa do cilindro.....	101
FIG. 4.60	Junta entre a haste do cilindro e a camisa do cilindro	102
FIG. 4.61	Junta entre a haste do cilindro e o berço.....	103
FIG. 5.1	Desenho Esquemático do acoplamento entre o Subsistema Hidráulico de Elevação e o conjunto canhão-torre	111
FIG. 5.2	Deslocamento Vertical do CM da Haste do Cilindro durante o tiro....	112
FIG. 5.3	Desvio da munição na balística externa	112
FIG. 8.1	Desenho Esquemático do mecanismo modelado.....	124
FIG. 8.2	Sistema de coordenadas utilizado no desenvolvimento do modelo ..	129

LISTA DE TABELAS

TAB. 4.1	Graus de liberdade restritos do sistema	104
TAB. 8.1	Parâmetros do sistema hidráulico	120
TAB. 8.2	Parâmetros do sistema multi-corpos	122
TAB. 8.3	Condição Inicial da origem dos sistemas de coordenada local	124
TAB. 8.4	Coordenadas dos pontos utilizados para a modelagem do mecanismo	126

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

ABREVIATURAS

A - Área da seção transversal da tubulação

a_c - Área da seção transversal final do orifício na *vena contracta*

a_o - Área da seção transversal inicial do orifício na *vena contracta*

Armor-Piercing, Fin-Stabilized, Discarding-Sabot (Munição APFSDS Perfuradora de Blindagens, Estabilizada por Aletas e de Cinta Descartável)

c_c - Coeficiente de Contração

c_d - Coeficiente de descarga

C_{LF} - Inércia da Linha de Fluxo

c_p - Calor específico do gás para pressão constante

c_{rc} - Coeficiente de perdas por recirculação

c_v - Calor específico do gás para volume constante

d - Diâmetro da tubulação

dA - Diferencial de Área

D_m - Deslocamento Volumétrico do motor hidráulico

E - Módulo de Elasticidade do material

\mathbf{F}^A - Vetor das Forças Externas

gap - Espaço entre a munição e a parede do tubo

k_{Acum} - Rigidez do Acumulador hidráulico

K_F - Rigidez do fluido

K_f - Constante de escoamento da válvula

K_{LF} - Rigidez relativa à flexibilidade da tubulação

K_V - Largura do corpo da servoválvula

J - Matriz de Inércia

L - Comprimento da tubulação

L_{AC} - Distância do Atuador ao CM do tubo

L_{MC} - Distância do Munhão ao CM do tubo

L_{tubo} - Comprimento do tubo

M - Matriz de Massa

MATLAB Programa Comercial *Matrix Laboratory*, da *Mathworks*

n^A - Vetor dos Momentos Externos

\bar{P} - Pressão média no volume atrás projétil

P_1 - Pressão no ponto a montante da restrição

P_2 - Pressão no ponto a jusante da restrição

P_B - Pressão na culatra

P_c - Pressão na restrição

P_{max} - Pressão máxima no tubo

P_{muz} - Pressão na boca do tubo

P_o - Pressão inicial do gás no acumulador hidráulico

PRODAS Programa Comercial *Projectile Rocket Ordnance Design and Analysis*, da Arrow Tech Software Products

P_S - Pressão na base do projétil

Q - Vazão do fluido no interior da tubulação

q - Vetor de coordenadas generalizadas

Q^A - Vetor de Forças Generalizadas

r - Vetor das coordenadas dos deslocamentos lineares

r_{mun} - Raio da munição

r_T - Raio nominal da tubulação

r_{tubo} - Raio do tubo

T - Tempo

T_m - Torque fornecido pelo motor hidráulico

t_p - Espessura da parede da tubulação

U_1 - Velocidade de escoamento do fluido no ponto a montante da restrição

- U_2 - Velocidade de escoamento do fluido no ponto a jusante da restrição
- U_c - Velocidade do fluido na restrição
- V - Velocidade de escoamento absoluta do fluido
- V_j - Velocidade de escoamento do fluido na direção de escoamento j
- V_o - Volume inicial do gás no acumulador
- V_T - Volume da tubulação
- x_{Pmax} - Posição de Pressão máxima no tubo
- x_v - Posição do carretel da válvula
- y_{mun} - Componente da direção y , do ponto da Cinta de Turgência que toca o tubo, em coordenada global
- z_{mun} - Componente da direção z , do ponto da Cinta de Turgência que toca o tubo, em coordenada global

SÍMBOLOS

- β - Módulo de Compressibilidade do Fluido
- μ - Viscosidade do líquido
- α_{arf} - Ângulo de Arfagem do tubo
- ω_m - Velocidade de angular do motor hidráulico
- γ_{pv} - Razão entre o calor específico do gás para pressão constante (c_p) e o calor específico do gás para volume constante (c_v)

- α_{raio} - Ângulo de raiamento do tubo
- Φ_q - Matriz Jacobiana do Vetor de Restrições em função das coordenadas generalizadas
- Φ_r - Matriz Jacobiana do Vetor de Restrições em função dos deslocamentos lineares
- $\Phi_{\pi'}$ - Matriz Jacobiana do Vetor de Restrições em função dos deslocamentos angulares
- ρ - Massa específica do fluido
- Φ - Vetor de Restrições
- λ - Vetor dos Multiplicadores de Lagrange

RESUMO

Foi observado que em alguns modelos de carros de combate, com a torre estabilizada, ao se utilizar a munição APFSDS (*Armor-Piercing, Fin-Stabilized, Discarding-Sabot* - Munição Perfuradora de Blindagens, Estabilizada por Aletas e de Cinta Descartável) não se obtêm êxito no disparo, sobretudo próximo ao alcance útil do armamento.

A partir da abordagem da dinâmica de multi-corpos, são investigados neste trabalho os efeitos do movimento de batimento balístico na trajetória descrita pela munição no interior do tubo. Para tal, é desenvolvido um modelo analítico que descreve o comportamento dinâmico da munição, e do sistema de elevação do conjunto torre-canhão.

Também é desenvolvido neste trabalho o modelo analítico que descreve o comportamento do sistema hidráulico responsável em atuar no conjunto torre-canhão, para prover a elevação do canhão e a direção da torre.

Este trabalho tem como objetivo desenvolver o modelo dinâmico que descreva o comportamento espacial da munição, no interior do tubo, e o comportamento do canhão, na direção vertical, dando-se destaque à interação da munição com os sistemas envolvidos.

ABSTRACT

It was observed that in some tanks models, with the stabilized turret, when using the ammunition APFSDS (Armor-Piercing, Fin-Stabilized, Discarding Sabot) they do not achieve succeed in shooting, especially nearby the effective range of the weapon.

From the approach of multi-body dynamics, this study investigates the effect of balloting motion of a projectile during launch. For this purpose, was developed an analytical model describing the dynamic behavior of ammunition, and the elevation system of cannon-turret .

It is also developed in this work the analytical model that describes the behavior of the hydraulic system responsible to act in the cannon-turret to provide the height of the cannon and direction of the turret.

This work aims to develop the dynamic model that describes the spatial behavior of ammunition, in bore, and cannon behavior, vertically, giving particular emphasis to the interaction of ammunition with the systems involved.

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

Existem diferentes munições utilizadas por carros de combate. A escolha do tipo da munição a ser empregada dependerá do: tipo de alvo, efeito desejado no alvo, relação custo x benefício, dentre outros aspectos.

Na FIG 1.1 é apresentado o desenho esquemático da munição APFSDS (*Armor-Piercing, Fin-Stabilized, Discarding-Sabot* - Munição Perfuradora de Blindagens, Estabilizada por Aletas e de Cinta Descartável) e na FIG 1.2 esta mesma munição é apresentada em operação. A munição APFSDS é utilizada para perfuração de blindagens, através da transferência de grande quantidade de energia cinética ao alvo, por intermédio de um projétil não explosivo de altíssima densidade, ao qual é impressa grande velocidade. Esta munição também é conhecida como munição "tipo flecha".

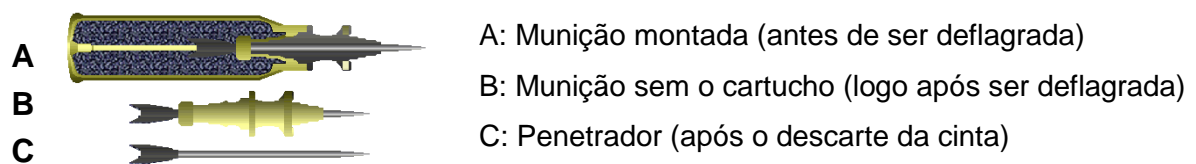


FIG. 1.1 Desenho esquemático da munição APFSDS

O projétil consiste num penetrador de haste longa sub-calibrado, dotado de aletas para estabilização em vôo, envolvido por uma cinta descartável que se desprende logo após o projétil deixar o tubo. O penetrador é feito de um material muito denso, geralmente carbureto de tungstênio ou urânio, e atinge velocidades da ordem de 1.500 m/s. Ao impactar o alvo esta munição causa grande dano à blindagem, provocando sua fusão e estilhaçamento, podendo produzir temperaturas superiores a 1.800 °C. Como efeito, fragmentos de alta velocidade e temperatura penetram no veículo causando uma grande destruição no seu interior.



FIG. 1.2 Munição APFSDS em operação

O Corpo de Fuzileiros Navais, da Marinha do Brasil, possui o carro de combate SK-105 CFN, com a torre estabilizada. Durante testes realizados no sistema de armas desta viatura, utilizando-se a munição APFSDS 105 mm, observou-se que próximo ao alcance útil do armamento, não se obtinha êxito no disparo.

Este fato motivou a investigação da importância dos efeitos provenientes da munição deflagrada no interior do tubo, bem como sua influência no tiro.

Também foi fato motivador o estudo de Sistemas Fluidomecânicos pelo amplo emprego destes sistema em diversas áreas, já que possuem a característica de gerar grandes forças e torques num pequeno tempo de resposta.

Assim, o objetivo deste trabalho é desenvolver o modelo dinâmico que descreva o comportamento espacial da munição, no interior do tubo, e o comportamento do canhão, na direção vertical, dando-se destaque à interação da munição com os sistemas envolvidos.

Atualmente, os sistemas de atuação para posicionamento do conjunto canhão-torre em carros de combate são elétricos ou eletro-hidráulicos. Porém, no modelo desenvolvido neste trabalho, este sistema foi considerado hidráulico, pela facilidade de obtenção dos parâmetros que já haviam sido estudados anteriormente por LEITE (2002) e GOMES (2004).

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Nesta seção é descrita a organização do presente trabalho.

No Capítulo 1 é realizada a introdução. Apresenta-se o tema da presente dissertação, a motivação, os objetivos e a sua organização.

No Capítulo 2 são revisados os fundamentos que foram utilizados para a compreensão do movimento de batimento balístico e para o desenvolvimento dos modelos empregados em toda a dissertação.

No Capítulo 3 é descrito o desenvolvimento do modelo que reproduz o comportamento dinâmico do sistema de atuação hidráulico.

No Capítulo 4 são estudados o comportamento dinâmico da munição e sua interação com o tubo e o sistema hidráulico de elevação.

No Capítulo 5 são acoplamentos o sistema hidráulico, desenvolvido no Capítulo 3, e o modelo da dinâmica do sistema, desenvolvido no Capítulo 4.

No Capítulo 6 é apresentada a conclusão do trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo serão revisados os principais conhecimentos obtidos na literatura para o desenvolvimento dos modelos utilizados nesta dissertação.

Inicialmente, como subsídio para o desenvolvimento do modelo que descreve o comportamento físico do sistema de atuação hidráulico, do conjunto canhão-torre, será apresentado o princípio de escoamento através de orifícios.

Em seguida, como auxílio ao desenvolvimento do modelo da dinâmica da munição e do canhão, será apresentada uma breve introdução à balística e uma revisão de dinâmica de multi-corpos.

2.1 ESCOAMENTO ATRAVÉS DE ORIFÍCIO

O princípio do escoamento através de orifício será utilizado posteriormente para descrever o comportamento de cada um dos componentes, dos subsistemas hidráulicos de elevação e direção.

Nos projetos de componentes de sistemas fluidomecânicos assume-se que existem pequenas folgas entre as partes móveis, necessárias para minimizar as perdas e manter a lubrificação necessária entre estas partes. Também são previstas áreas de controle para criar perdas de pressão e direcionar o fluxo variável para diferentes portas de saída.

A característica da razão entre a vazão e a perda de pressão, ocorrida pelo escoamento através de orifício, é normalmente deduzida da Equação Ideal de Energia (Equação de Bernoulli) e, em seguida, corrigida para as perdas, normalmente por meio de testes experimentais.

O princípio considera um orifício simples em um tubo, como mostrado na FIG. 2.1. Observa-se que devido à viscosidade do fluido e à geometria do orifício é criada uma recirculação do escoamento, bem como uma redução na área da seção transversal efetiva na saída do orifício de a_o para a_c na *vena contracta*.

A *vena contracta* é um fenômeno observado quando há o estreitamento das linhas de corrente de um fluido após um alargamento súbito da largura do canal de escoamento. Este fenômeno foi descrito primeiramente por Torricelli, em 1643,

e acontece pelo motivo do fluxo não poder mudar de direção tão rapidamente a ponto de preencher todo o espaço disponível, resultando desta forma na separação interna de fluxo no local.

A pressão na restrição, P_c , é praticamente impossível de medir em componentes reais, portanto, existe algo a se ganhar na aplicação da equação de energia entre o ponto a montante e o ponto do orifício, P_1 e P_c , respectivamente. Porém, na verdade, a pressão além do orifício varia rapidamente para a pressão a jusante P_2 , e essa pressão pode ser usada na Equação da Energia. (WATTON, 2012, p. 63).

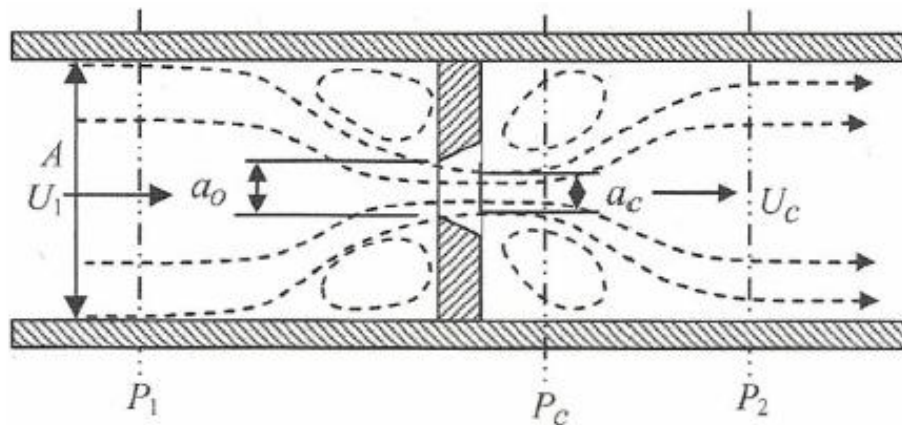


FIG. 2.1 - Escoamento através de um orifício em um tubo (WATTON, 2012, p. 64)

O desenvolvimento do modelo do escoamento de um fluido através de um orifício, conforme exposto na FIG. 2.1, foi realizado utilizando-se a equação ideal de energia, que é apresentada na EQ. 2.1. Em seguida, foi modificada para levar em consideração a *vena contracta* por recirculação, através da EQ. 2.2:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho U_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho U_c^2 \quad (\text{EQ. 2.1})$$

$$\text{Sabendo que: } Q = U_1 A = U_c a_c = U_c C_c a_o \quad (\text{EQ. 2.2})$$

Onde:

P_1 : Pressão no ponto a montante da restrição

U_1 : Velocidade de escoamento do fluido no ponto a montante da restrição

A : Área da seção transversal da tubulação

P_c : Pressão na restrição

U_c : Velocidade de escoamento do fluido na restrição

a_c : Área da seção transversal final do orifício na *vena contracta*

a_o : Área da seção transversal inicial do orifício na *vena contracta*

C_c : Coeficiente de contração na *vena contracta*

ρ : Densidade do fluido

Q : Vazão do fluido no interior da tubulação

Onde C_c é o coeficiente de contração que relaciona a área na *vena contracta* com a área real do orifício. Assim, utilizando as EQ. 2.1 e EQ. 2.2 obtém-se a seguinte solução para a vazão:

$$Q = C_d a_o \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}} \quad (\text{EQ. 2.3})$$

$$\text{Coeficiente de Descarga } C_d = \frac{C_c}{\sqrt{1 - \left(\frac{C_c a_o}{A}\right)^2}} \quad (\text{EQ. 2.4})$$

Onde:

P_1 : Pressão no ponto a montante da restrição

P_2 : Pressão no ponto a jusante da restrição

Tanto C_d , como C_c possuem valores menores que 1,0. Normalmente o tamanho dos orifícios de restritores de componentes de sistemas fluidodinâmicos tem valor médio de $a_o = A$ e, por esta razão, $C_d \approx C_c$. Para levar em consideração as perdas de recirculação, o coeficiente de descarga é modificado para um coeficiente de escoamento de forma a fornecer a seguinte equação: (WATTON, 2012, p.64)

$$Q = C_d a_o \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}} \quad (\text{EQ. 2.5})$$

$$\text{Coeficiente de Escoamento } C_q = \frac{C_{rc}C_c}{\sqrt{1-\left(\frac{C_c a_0}{A}\right)^2}} \quad (\text{EQ. 2.6})$$

Sendo C_{rc} é o coeficiente de perdas por recirculação.

2.2 INTRODUÇÃO À BALÍSTICA

O estudo da balística pode ser dividido em três principais áreas: Balística Interior, Balística Exterior e Balística Terminal. Em alguns casos, uma quarta área denominada Balística Intermediária também é estudada.

A Balística Interior lida com a interação da arma, projétil e carga propulsora antes da saída do projétil do tubo da arma. Este ramo da balística inclui o processo de ignição do propelente, a queima do propelente na câmara, a pressurização da câmara, o movimento inicial do projétil, o engrazamento da cinta de forçamento que promove a obturação da câmara, o movimento da munição no interior do tubo e a dinâmica do tubo durante o ciclo de disparo (CARLUCCI, 2008). Na FIG. 2.2 é apresentada a curva que relaciona a pressão no interior do tubo e a posição da munição, sendo este um dos objetos de estudo da Balística Interior.

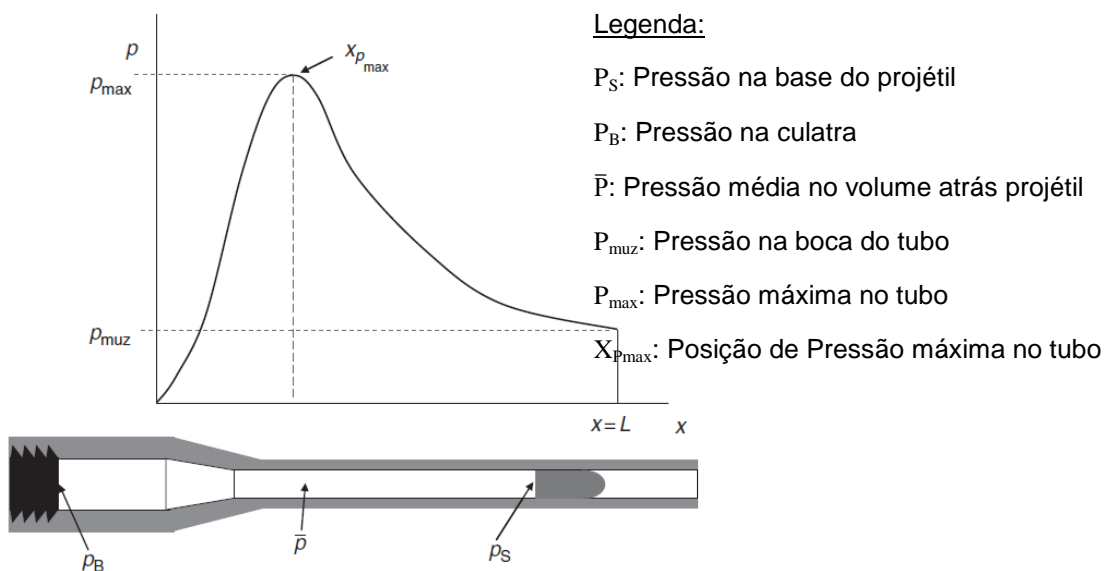


FIG. 2.2 - Curva de pressão no interior do tubo x posição da munição
(CARLUCCI,2008, p. 80)

A Balística Intermediária estuda o comportamento do projétil quando este sai do tubo até o momento que ele deixa de ser influenciado pelos gases

remanescentes da boca do tubo. Assim, torna-se o principal objeto de estudo deste ramo da balística o efeito dos gases imediatamente após a saída da munição do tubo. Outro fator também estudado na Balística Intermediária são os efeitos dos dispositivos utilizados na boca do tubo, que por sua vez influenciam na dinâmica da munição, sendo utilizados para reduzir o recuo da arma, suprimir a chama e gases do disparo e conseqüentemente estabilizarem a arma (CARLUCCI, 2008). O dispositivo utilizado para reduzir o recuo da arma é o freio de boca. A FIG. 2.3 apresenta um freio de boca utilizado num canhão 105 mm.



FIG. 2.3- Freio de boca do canhão 105 mm.

A Balística Exterior abrange o período que inicia na saída do projétil da boca do tubo até o momento que antecede o impacto no alvo. Neste ramo da balística são utilizados alguns dos dados obtidos na Balística Interior, como a velocidade inicial da munição (velocidade que a munição apresenta na saída do tubo) e a sua rotação, e as propriedades físicas do projeto de projétil (forma e distribuição de massa). Ainda, são estudados na Balística Exterior a dinâmica e estabilidade de projéteis, a trajetória prevista de vôo, tempo de vôo e quanto ao impacto, o seu ângulo, velocidade e sua localização. São desenvolvidos, também neste ramo, os algoritmos de orientação utilizados pelas munições inteligentes. A FIG 2.4 ilustra algumas das variáveis estudadas na trajetória do projétil.

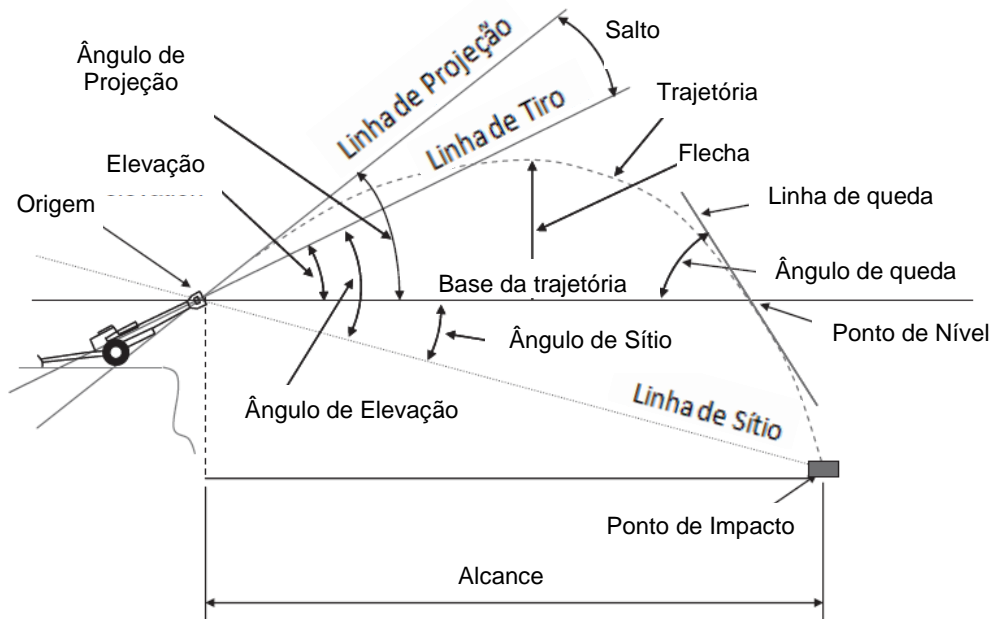


FIG. 2.4- Variáveis da Balística Exterior (CARLUCCI, 2008, p. 186)

A Balística Terminal abrange todos os aspectos que ocorrem quando o projétil impacta o alvo. Ou seja, é estudada a mecânica de penetração, efeitos na blindagem, padrões de pulverização de fragmentos e a letalidade associada, explosão devida a pressões elevadas, efeitos não letais e efeitos sobre o tecido vivo (CARLUCCI, 2008). Os diferentes modos de perfuração num impacto balístico e seus efeitos no alvo são apresentados na FIG. 2.5.

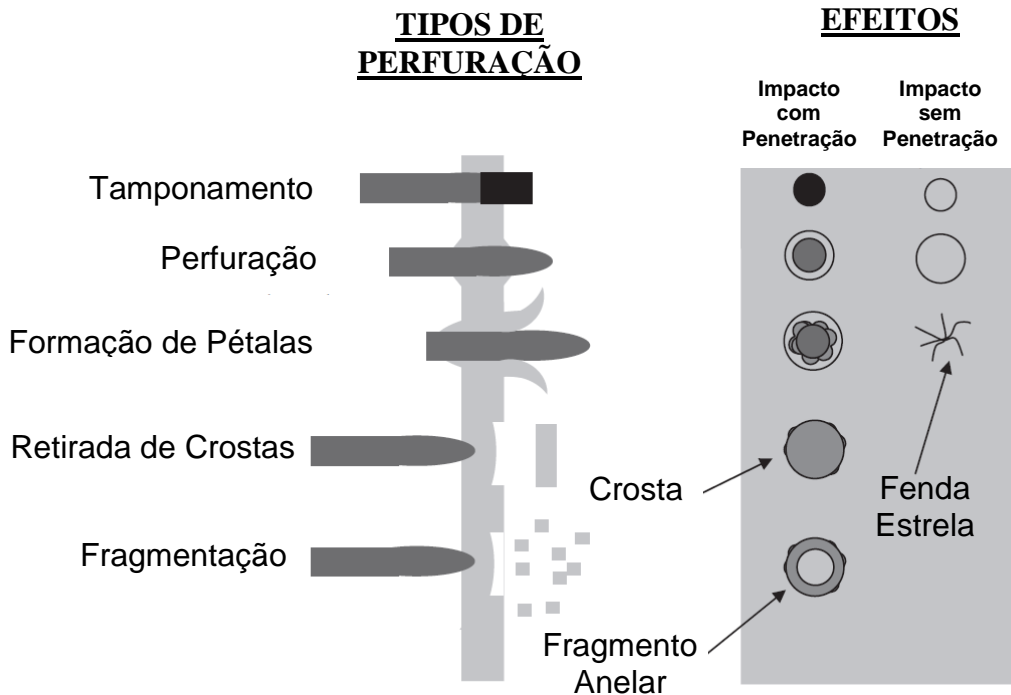


FIG. 2.5 - Diferentes modos de perfuração e seus efeitos no alvo (CARLUCCI, 2008, p.330)

2.2.1 A MUNIÇÃO APFSDS

Foi empregada a munição APFSDS (Armor-Piercing, Fin-Stabilized, Discarding-Sabot - Munição Perfuradora de Blindagens, Estabilizada por Aletas e de Cinta Descartável) no desenvolvimento do modelo estudado pelo motivo deste tipo de munição submeter o sistema a condições críticas.

É definido como projétil com cinta (*sabot-projectile*) aquele projétil que se separa em duas ou mais partes, após sair do tubo da arma. Sendo que, enquanto sua cinta (*sabot*) é descartada o projétil continua a descrever a trajetória prevista.

A utilização de projéteis com cinta não é recente. CROZIER et al. (1943) relatam que há registros da utilização dos primeiros projéteis com cinta a partir do século dezesseis, sendo que estes ainda não eram da forma como são conhecidos nos dias atuais.

O objetivo dos modernos projéteis com cinta é atingir, através da redução de massa do projétil, velocidades de boca superiores daquelas alcançadas por munições convencionais disparadas por armas convencionais. A mera obtenção de alta velocidade não é particularmente difícil. No entanto, apenas esta característica não é suficiente. Também é necessário que o projétil apresente boas características aerodinâmicas, satisfatória penetração em blindagens, uma estabilidade aceitável e que seja de fácil de fabricação. (CRUZIER et al., 1943, p.4)

A munição APFSDS consiste num projétil de alta densidade, sub-calibre, estabilizada por aletas com cintas descartáveis. Esta munição pesa menos do que um projétil calibre completo e pode ser lançada a velocidades mais elevadas. Possui alta capacidade de penetração, baixo arrasto, e sua pequena seção transversal está diretamente relacionada com as altas velocidades que pode atingir. A cinta descartável é utilizada para fornecer suporte ao projétil sub-calibre e para obturar os gases durante o lançamento (PLOSTINS, 1984, p. 7). Na FIG 2.6 são apresentadas as partes da munição APFSDS.

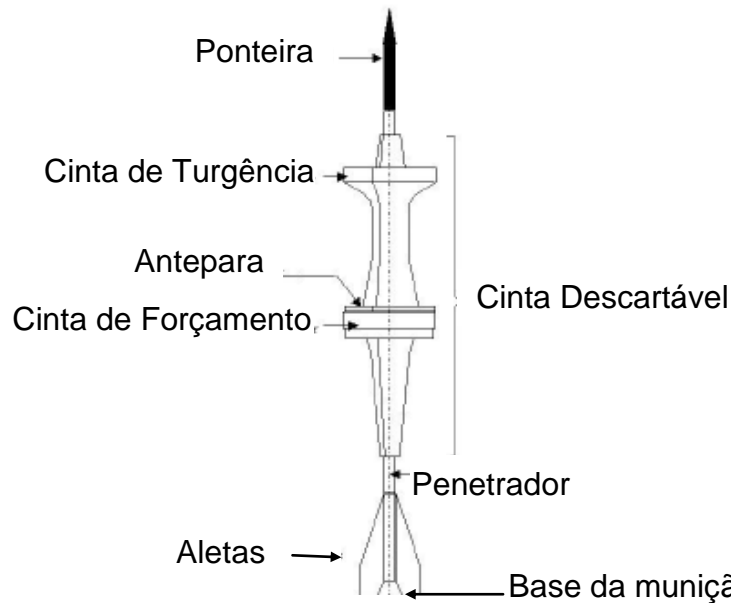


FIG. 2.6 - Partes da munição APFSDS (ECHES, 2001, p. 2)

2.2.2 DISTÚRBIOS NA BALÍSTICA INTERIOR

No disparo de uma munição ocorrem perturbações no interior do tubo, durante o lançamento do projétil. E estas perturbações irão influenciar o estado dinâmico inicial do projétil, imposto à balística externa deste disparo (PLOSTINS et al., 1989) que conseqüentemente influenciará seus efeitos no alvo, como: ponto, ângulo e velocidade de impacto.

A trajetória realizada pelo projétil no interior do tubo é determinada pela resultante de três curvaturas: a curvatura estática, a curvatura dinâmica e a curvatura induzida pela gravidade no tubo da arma, a saber:

a) Curvatura Induzida:

A curvatura induzida pela gravidade é simplesmente a flexão do tubo da arma, devida à atuação da força da gravidade.

b) Curvatura Estática:

A curvatura estática é devida a incapacidade dos processos de fabricação produzirem um tubo perfeitamente alinhado.

c) Curvatura Dinâmica:

A curvatura dinâmica do tubo resulta da combinação de complexos eventos interdependentes.

Parte da curvatura dinâmica deve-se às forças e momentos criados pela pressão do gás propulsor na culatra.

O gás propulsor acelera o projétil ao longo do tubo. O projétil responde ao movimento das paredes do tubo e em reação, mas em menor proporção, o tubo responde ao movimento do projétil.

O movimento executado pelo sub-calibre da munição APFSDS na direção radial durante seu deslocamento no interior do tubo, será determinado pela força imposta a ele pela cinta descartável. Tal força deve-se à elasticidade da cinta descartável e sua interação com as paredes do tubo.

2.2.3 DISTÚRBIOS NA MUNIÇÃO APFSDS

Ao se tratar da munição APFSDS, a interação entre o tubo, a cinta descartável e o projétil sub-calibre, determinam o estado dinâmico inicial do projétil no início da sua Balística Externa (PLOSTINS, 1984, p. 7) e assim, conseqüentemente, a precisão final do tiro.

Na FIG. 2.7 é representada a seqüência de funcionamento da munição APFSDS em disparo. Em “**A**” observa-se que a Cinta Descartável (*Sabot*) é a parte da munição responsável em obturar os gases da queima da carga propelente, através da Cinta de Forçamento (Obturador), e também estabilizar a trajetória da munição no interior do tubo, através da Cinta de Turgência.

Em “**B**”, nota-se que após sair do tubo a munição livra-se da Cinta Descartável, já que esta cumpriu sua tarefa.

Para então, em “**C**”, o projétil sub-calibre atinge o alvo com grande energia.

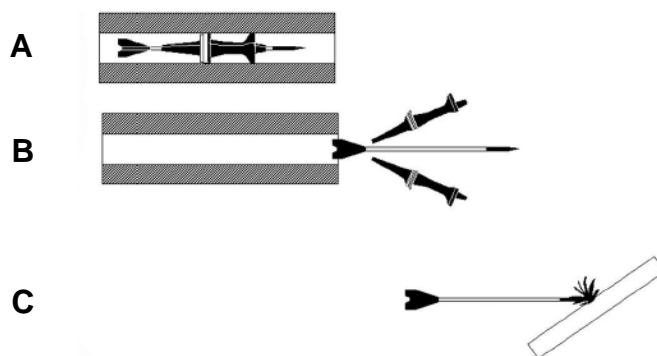


FIG. 2.7 - Seqüência da munição APFSDS em disparo. (ECHES, 2001, p. 2)

Assim, é possível afirmar que a interação entre a superfície da cinta descartável e as paredes do tubo irá determinar as características dinâmicas da munição na boca do tubo. O obturador (cinta de forçamento) é a mais rígida das duas cintas e pode ser esperado que ela atue como um ponto de pivotamento. A cinta frontal (cinta de turgência) é geralmente posicionada de forma a permitir uma resposta elástica da munição ao tocar o tubo (PLOSTINS et al., 1989, p.1).

Em ECHES et al. (2001), é analisada a trajetória da munição APFSDS no interior do tubo. Os resultados computacionais, obtidos por intermédio do software comercial LS-Dyna, são comparados com os resultados obtidos experimentalmente.

Tanto em PLOSTINS et al. (1989) quanto em ECHES et al.(2001) é observado que a munição toca as paredes internas do tubo no seu deslocamento, apresentando uma trajetória oscilatória, devido às curvaturas do tubo. Este movimento é conhecido como Batimento Balístico.

2.2.4 BATIMENTO BALÍSTICO

O movimento de oscilação lateral, também conhecido como guinada (*yaw*), e o movimento de oscilação vertical, também conhecido como arfagem (*pitch*), de um projétil dentro do tubo de uma arma, são considerações importantes no estudo da balística interna. A associação destes movimentos é chamada de batimento balístico, ou apenas batimento.

O batimento balístico pode levar a condições de lançamento da munição que propiciem a sua queda prematura, resultando na redução da trajetória e assim diminuindo significativamente a precisão final do tiro.

De um modo geral, as causas do batimento balístico podem ser atribuídas aos seguintes fatores: pressão assimétrica aplicada na base do projétil, centro de massa do projétil e eixo principal deslocado do centro do furo, rigidez insuficiente da interface do projétil - tubo, a forma de engrazamento entre as partes do projétil e o tubo da arma e a imperfeição no alinhamento da linha de centro do tubo. Vários pesquisadores se dedicaram a este assunto ao longo das últimas décadas. Por exemplo, WALKER (1974) desenvolveu uma abordagem matemática para calcular os danos causados em tubos por severos batimentos. Em PLOSTINS et al. (1984) foram investigados os efeitos da cinta descartável, na dinâmica de lançamento de munições APFSDS. O estudo do batimento balístico também foi objeto de estudo de CHU e LODGE (1993) para as aplicações em lançadores eletromagnéticos. E CHEN (2009) estudou o movimento de batimento de um projétil em função da influência da variação do perfil do tubo.

Entende-se que é importante o estudo do batimento balístico, pois além de poder gerar uma trajetória inadequada do projétil, dependendo da magnitude das forças envolvidas neste movimento, estas forças também podem levar a desgastes locais excessivos no tubo, engrazamento excessivo do projétil, mau funcionamento de componentes do projétil e indesejável movimento da munição no interior do tubo.

A diferença que ocorre entre a Linha de Tiro (ou Linha de Visada) e a trajetória descrita pela munição, é chamada de salto, conforme apresentado na FIG. 2.4. A ocorrência do salto pode ser atribuída pela combinação de diferentes fatores, como: o movimento da própria arma, as forças aerodinâmicas e os movimentos de guinada e de arfagem do projétil no interior do tubo da arma (batimento balístico) PLOSTINS et al. (1989). Embora estas diferenças, na maioria das vezes, sejam da ordem de milímetros, elas podem chegar a valores bem maiores, sobretudo, quando o armamento é utilizado próximo ao seu alcance útil. Para que estas diferenças possam ser reduzidas, uma predição realística do movimento de guinada e arfagem do projétil no tubo de arma faz-se necessária.

2.2.5 MECANISMO DE RECUO

A pressão gerada pela queima da carga propelente, na base do projétil, gera uma força que impulsiona o projétil para a boca do tubo. Esta mesma queima origina uma pressão sobre a culatra, que gera uma força que tende a deslocar a arma para trás. O principal objetivo de um mecanismo de recuo é amortecer a força gerada na culatra e limitar o movimento das partes móveis da arma para trás (LIN et al., 2009).

Um sistema de recuo é definido como sendo um conjunto de componentes que permite que as forças que atuam numa arma, durante o ciclo de queima da carga propelente, possa ser controlada e limitada a determinados parâmetros através de um ou mais mecanismos de recuo. (UNITED STATES ARMY, 1963).

O mecanismo de recuo é o componente de um sistema de recuo que absorve e armazena a energia de recuo e, em seguida, retorna a arma para a posição inicial. (UNITED STATES ARMY, 1963)

Existem três principais tipos de mecanismos de recuo: o hidro-mola, o hidro-pneumático e o amortecedor de recuperação.

O mecanismo tipo hidro-mola utiliza uma mola para realizar a recuperação e um sistema hidráulico para prover o amortecimento. Esta mola pode ser montada concêntrica com o tubo da arma, concêntrica com o mecanismo de recuo ou em uma unidade separada.

O mecanismo tipo hidro-pneumático também utiliza o sistema hidráulico para prover o amortecimento. No entanto, utiliza gás comprimido (geralmente o nitrogênio) para realizar a recuperação.

No mecanismo tipo amortecedor de recuperação, há apenas amortecedores e estes operam por meio do controle da restrição de fluxo hidráulico.

2.3 DINÂMICA DE MULTI-CORPOS

Corpo rígido é aquele definido como constituído de partículas que não podem se movimentar, uma em relação às outras. Embora não exista um corpo perfeitamente rígido, alguns efeitos da deformação podem ser desprezados quando considerado o movimento de máquinas compostas por múltiplos corpos.

Na modelagem da dinâmica de um corpo rígido, os movimentos de translação e rotação são relacionados aos esforços externos que atuam neste corpo. Para se analisar um sistema que é composto por mais de um corpo rígido, faz-se importante descrever a posição relativa entre os seus componentes, em conjunto com a descrição da translação e rotação de um ponto representativo deste sistema. Sistemas deste tipo, cuja as dinâmicas de muitos corpos estão envolvidas na descrição do mesmo, são denominados sistemas multicorpos. A complexidade relativamente maior da dinâmica destes sistemas reside na premissa que é necessário um maior número de variáveis para descrever a evolução no tempo dos graus de liberdade adicionais. Por outro lado, um maior número de graus de liberdade permitirá incrementar a variabilidade de desempenho do sistema, pois é possível realizar uma quantidade maior de manobras no espaço de movimento (JALON et al., 2011).

Um corpo típico, denotado corpo i , é apresentado na FIG. 2.8. O Sistema de Coordenadas Local, $x'_i - y'_i - z'_i$ é utilizado para posicionar e orientar o corpo no espaço. Um segundo sistema de coordenadas $x''_i - y''_i - z''_i$ é definido no corpo, com sua origem no ponto P_i . Para orientar o sistema de coordenadas $x''_i - y''_i - z''_i$, são utilizados os vetores unitários \mathbf{f}_i , \mathbf{g}_i e \mathbf{h}_i . Para definir \mathbf{h}_i , um ponto Q_i é definido no eixo z''_i numa distância unitária do ponto P_i . Posteriormente, para se definir \mathbf{f}_i , um ponto R_i é definido no eixo x''_i , numa distância unitária de P_i . Assim, temos que $\mathbf{g}_i = \mathbf{h}_i \times \mathbf{f}_i$. (HAUG, 1989)

Assim, o procedimento apresentado acima define o sistema de coordenadas $x''_i - y''_i - z''_i$ a partir dos pontos P_i , Q_i, R_i com a posterior definição dos vetores unitários ortogonais \mathbf{f}_i , \mathbf{g}_i e \mathbf{h}_i .

Sabe-se que a matriz de orientação pode ser definida por:

$$A = [\mathbf{f}_i \ , \ \mathbf{g}_i \ , \ \mathbf{h}_i \] \quad (\text{EQ. 2.7})$$

Para os vetores unitários \mathbf{f}_i , \mathbf{g}_i e \mathbf{h}_i , representados no Sistema de Coordenadas $x'_i - y'_i - z'_i$, a transformação matricial a partir do Sistema de Coordenadas $x''_i - y''_i - z''_i$, é obtida por:

$$C_i^P = [\mathbf{f}'_i \ , \ \mathbf{g}'_i \ , \ \mathbf{h}'_i] \quad (\text{EQ. 2.8})$$

Sendo:

q : Vetor das Coordenadas Generalizadas

Φ^k : Vetor das Restrições Cinemáticas Holonômicas

t : tempo

Se o tempo não aparece explicitamente na equação de restrição, como na EQ. 2.9, a restrição é chamada de restrição estacionária. Restrições definidas por equações na forma da EQ. 2.10 são chamadas de restrições dependentes no tempo.

Equações de Restrição mais genéricas que contém desigualdades ou relações entre a velocidade de seus componentes são chamadas Restrições Não-holonômicas (HAUG, 1989).

Durante todo este trabalho, quando for utilizado o termo restrição estará se referenciando a Restrição Holonômica, caso contrário será especificado.

A fundamentação analítica, para a análise cinemática computacional, utiliza diferentes tipos de juntas que restringem o movimento de um corpo ou o movimento relativo entre dois corpos. Conforme será apresentado na seção 4.1.5, as equações algébricas de restrições devem ser obtidas a partir da representação físicas das juntas. Estas representações são extremamente importantes.

As equações de restrição sempre são obtidas a partir da geometria de uma junta. Caso isso não ocorra, ou seja, caso as equações de restrição sejam deduzidas sem representar totalmente a relação geométrica do movimento entre os componentes unidos pela junta, o modelo matemático que define o modelo do sistema não fornecerá resultados corretos.

Condições de paralelismo e ortogonalidade de pares de vetores são definidos para gerar o conjunto de equações que caracterizam as restrições cinemáticas. As Equações de Restrição que definem as uniões entre os corpos no espaço, são deduzidas para se obter a fundamentação da análise cinemática espacial (HAUG, 1989).

RESTRIÇÃO BÁSICA:

Considerando o par de corpos rígidos, i e j , apresentados na FIG. 2.9, os pontos de referencia P_i e P_j e os vetores não nulos \mathbf{a}_i e \mathbf{a}_j são fixados nos corpos i e j , respectivamente.

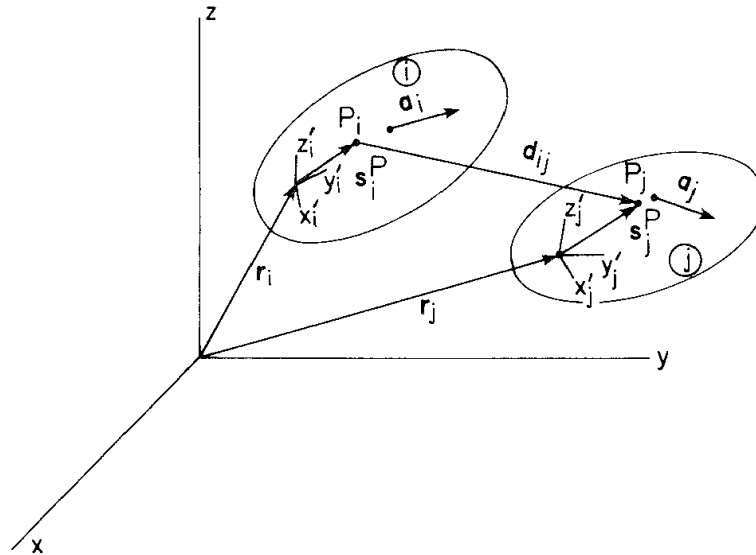


FIG. 2.9- Vetor que liga dois corpos.

A condição necessária e suficiente para que um par de vetores não nulos \mathbf{a}_i e \mathbf{a}_j , nos corpos i e j , respectivamente, sejam ortogonais entre si é que o produto escalar entre eles seja nulo, assim:

$$\Phi^{d1}(\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j) \equiv \mathbf{a}_i^T \mathbf{a}_j = 0 \quad (\text{EQ. 2.11})$$

Onde a notação $d1$, indica a primeira forma de produto escalar.

Escrevendo os vetores \mathbf{a}_i e \mathbf{a}_j , nos seus referenciais locais, ou seja, sabendo que:

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{a}'_i \quad \text{e} \quad (\text{EQ. 2.12})$$

$$\mathbf{a}_j = \mathbf{A}_j \mathbf{a}'_j \quad (\text{EQ. 2.13})$$

Onde:

\mathbf{a}'_i : Vetor não nulo fixado ao corpo i , no referencial local

\mathbf{a}'_j : Vetor não nulo fixado ao corpo j , no referencial local

\mathbf{a}_i : Vetor não nulo fixado ao corpo i , no referencial global

\mathbf{a}_j : Vetor não nulo fixado ao corpo j , no referencial global

\mathbf{A}_i : Matriz de orientação do corpo i

\mathbf{A}_j : Matriz de orientação do corpo j

Obtém-se:

$$\Phi^{d1}(\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j) = \mathbf{a}_i'^T \mathbf{A}_i^T \mathbf{A}_j \mathbf{a}_j' = 0 \quad (\text{EQ. 2.14})$$

A condição apresentada na EQ. 2.14 é conhecida como restrição *dot-1*, entre os vetores \mathbf{a}_i e \mathbf{a}_j .

O produto escalar também pode ser utilizado para descrever a ortogonalidade entre um vetor \mathbf{a}_i , fixo no corpo, e um vetor \mathbf{d}_{ij} ligando os dois corpos, como na FIG. 3.1, devendo \mathbf{d}_{ij} não ser nulo. Analiticamente, essa condição é definida utilizando-se o produto escalar abaixo:

$$\Phi^{d2}(\mathbf{a}_i, \mathbf{d}_{ij}) = \mathbf{a}_i'^T \mathbf{d}_{ij} = 0 \quad (\text{EQ. 2.15})$$

A notação $d2$, indica que é a segunda forma do produto escalar.

Definindo o vetor \mathbf{d}_{ij} como a diferença entre os pontos P_i e P_j , segundo a EQ. 2.16.

$$\mathbf{d}_{ij} = \mathbf{r}_j + \mathbf{A}_j \mathbf{s}_j^{P_j} - \mathbf{r}_i - \mathbf{A}_i \mathbf{s}_i^{P_i} \quad (\text{EQ. 2.16})$$

Conclui-se assim que:

$$\Phi^{d2}(\mathbf{a}_i, \mathbf{d}_{ij}) = \mathbf{a}_i'^T \mathbf{A}_i^T (\mathbf{r}_j + \mathbf{A}_j \mathbf{s}_j^{P_j} - \mathbf{r}_i) - \mathbf{a}_i'^T \mathbf{s}_i^{P_i} = 0 \quad (\text{EQ. 2.17})$$

Esta condição é chamada de restrição *dot-2*, entre os vetores \mathbf{a}_i e \mathbf{a}_j .

Observa-se que a restrição *dot-2* não é simétrica no que se diz respeito aos corpos i e j . Mas, para que o vetor \mathbf{a}_j , no corpo j , seja ortogonal ao \mathbf{d}_{ij} , basta utilizar a restrição *dot-2*, da EQ. 2.17. É importante atentar que, a condição de ortogonalidade da EQ. 2.17 deixa de existir se $\mathbf{d}_{ij} = 0$ (HAUG, 1989).

3 MODELO DO SISTEMA DE ATUAÇÃO HIDRÁULICO

Este capítulo apresenta como foi desenvolvido o modelo físico que descreve o comportamento do sistema de atuação hidráulico do conjunto torre-tubo. Sistema este que é o responsável em prover a direção (deriva) da torre e a elevação do tubo.

Os parâmetros utilizados no desenvolvimento dos modelos encontram-se no APÊNDICE I.

3.1 FORÇAS DE REAÇÃO NUM ESCOAMENTO EM REGIME PERMANENTE

Considerando uma variação na direção do escoamento dentro de um volume de controle, normalmente uma variação da quantidade de movimento é sofrida nas direções x e y ; por essa razão, é necessária uma força para causar a variação de quantidade de movimento. Conseqüentemente, o contorno rígido sofre uma força igual e oposta, chamada força de reação ao escoamento. Esta força é definida por: (WATTON, 2012, p.95)

$$\text{Força de aceleração do fluido} = \int_{A_{Saída}} \rho V_j V dA - \int_{A_{Entrada}} \rho V_j V dA \quad (\text{EQ. 3.1})$$

Força de reação ao escoamento de corpo rígido = - Força de aceleração do fluido

Onde:

dA : Diferencial de Área

V : Velocidade de escoamento absoluta do fluido

V_j : Velocidade de escoamento do fluido na direção de escoamento j

Nos problemas de componentes de sistemas fluidomecânicos, a força de reação ao escoamento dominante é, em geral, ao longo da direção do escoamento principal e ao longo da componente do eixo principal.

3.2 ESCOAMENTO NUMA VÁLVULA DE LEVANTAMENTO ELEMENTAR

A FIG. 3.1 ilustra o escoamento através de uma válvula de levantamento no qual o movimento de levantamento cria um orifício de área a e a porta de entrada possui uma área de seção transversal A . Assumindo que a velocidade média inicial é relativamente baixa na entrada e possui claramente seu valor aumentado no longo do eixo principal, conforme o fluido passa pela porta de saída, que normalmente possui uma área de escoamento significativamente menor. (WATTON, 2012, p.95)

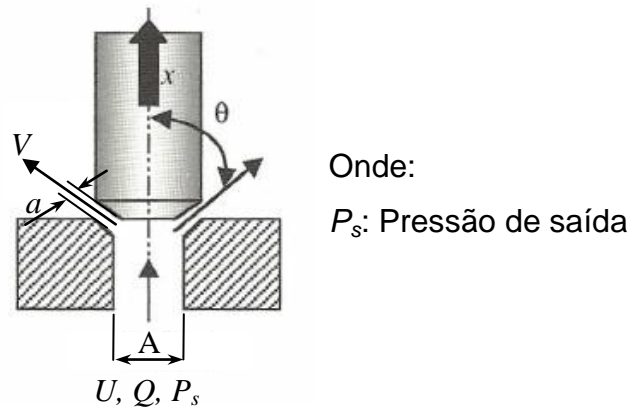


FIG. 3.1 - Escoamento através de uma válvula de levantamento elementar
 (WATTON, 2012, p. 96)

A força que causa a aceleração do fluido é:

$$F_x = \rho Q V \cos \theta - \rho Q U \quad (\text{EQ. 3.2})$$

$$F_x = \frac{\rho Q^2 \cos \theta}{a} - \frac{\rho Q^2}{A} \approx \frac{\rho Q^2 \cos \theta}{a} \quad (\text{EQ. 3.3})$$

A partir da equação do orifício (EQ. 3.5):

$$Q = C_q a \sqrt{\frac{2P_s}{\rho}} \quad (\text{EQ. 3.4})$$

Assim, combinando com a EQ.3.9, obtemos:

$$F_x \uparrow = (2C_q^2 \cos\theta) P_s a \quad (\text{EQ. 3.5})$$

Por esse motivo, a força de reação ao escoamento é:

$$F_{rx} \downarrow = (2C_q^2 \cos\theta) P_s a \quad (\text{EQ. 3.6})$$

Esta força age em direção oposta ao movimento do carretel. Como para este exemplo a área da porta de saída é proporcional à abertura da porta – isto é, ao deslocamento da peça de levantamento - pode-se deduzir que esta força de reação ao escoamento possui a característica de uma mola de resistência. Se d for o diâmetro da porta de entrada, então: (WATTON, 2012, p.96)

$$a = \pi dx \quad (\text{EQ. 3.7})$$

$$F_{rx} \downarrow = (2\pi C_q^2 \cos\theta P_s d)x = kx \quad (\text{EQ. 3.8})$$

Onde: k = Rigidez equivalente da mola

3.3 MODELAGEM DO SISTEMA DE ATUAÇÃO HIDRÁULICO

Nos carros de combate, o sistema de atuação é subdividido em dois subsistemas. Um subsistema de controle de direção (azimute) e um subsistema de controle de elevação, sendo estes responsáveis em prover o giro da torre e a inclinação do tubo, respectivamente.

Os sistemas de atuação dos atuais carros de combate são elétricos ou eletro-hidráulicos. Muitas vezes, os parâmetros destes sistemas não são difundidos pelos fabricantes ou são necessárias bancadas de testes específicas para sua obtenção. Por este motivo, será considerado neste trabalho o mesmo sistema de atuação hidráulico utilizado por LEITE (2002) e GOMES (2004).

Na modelagem do sistema de atuação hidráulico foram utilizadas as mesmas hipóteses utilizadas em LEITE (2002), para que os resultados obtidos através de

simulação numérica pudessem ser comparados com a referida Dissertação de Mestrado. Assim, foram assumidas as seguintes hipóteses:

- A bomba de deslocamento positivo é considerada ideal;
- O reservatório do fluido não afeta a dinâmica do sistema;
- A válvula direcional não apresenta vazamentos entre o carretel deslizante e seu alojamento; e
- Despreza-se o atrito entre o canhão e o munhão.

Serão apresentados a seguir os circuitos hidráulicos dos subsistemas de controle de elevação e de direção, e suas respectivas modelagens.

3.3.1 SUBSISTEMA DE ELEVAÇÃO

O Circuito hidráulico do Subsistema de Elevação é apresentado na FIG. 3.2.

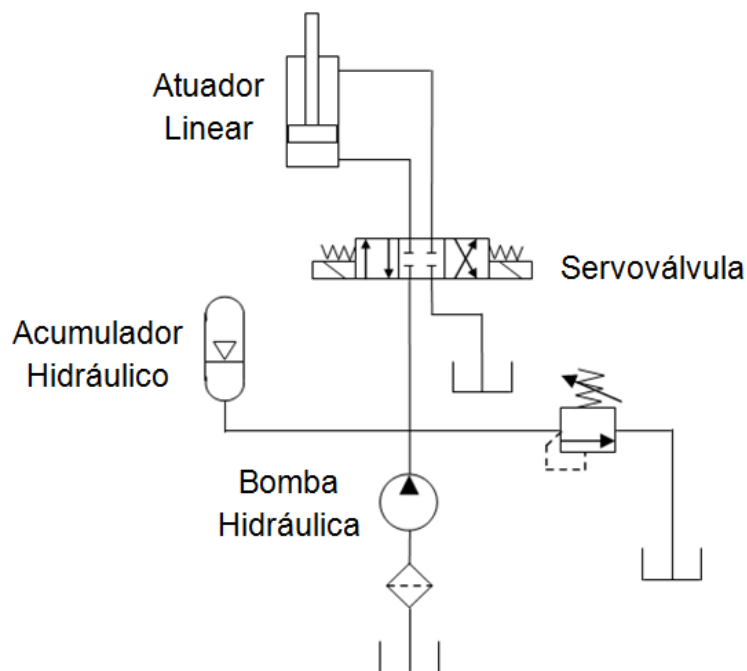


FIG. 3.2 - Circuito hidráulico do Subsistema de Elevação

a) Escoamento através da Válvula de Alívio de Pressão:

O princípio básico de uma Válvula de Alívio de Pressão é que a força gerada pela pressão do sistema atua contra uma força variável, geralmente por intermédio de um mecanismo de mola, conforme apresentado na FIG. 3.3. Qualquer aumento de pressão acima da pressão de “fratura” P_c causará a

abertura da peça principal de levantamento, permitindo o alívio do escoamento para regular a pressão do sistema. (WATTON, 2012, p.135)

Considerando que o escoamento obedeça à Equação de Bernoulli, e a área de escoamento é proporcional à abertura da peça de levantamento x , a vazão através da válvula de alívio de pressão é então dada por:

$$Q = K_f(P_S - P_C)\sqrt{P_S} \quad P_S > P_C \quad (\text{EQ. 3.9})$$

Onde:

K_f : Constante de escoamento da válvula

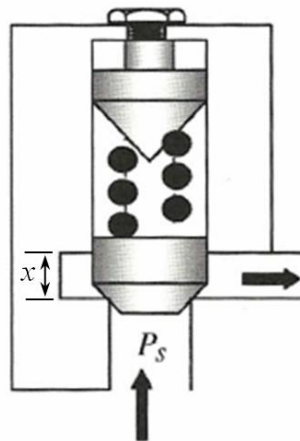


FIG. 3.3 - Esquema de funcionamento de uma Válvula de Alívio de Pressão
(WATTON, 2012, p.135)

b) Escoamento através da servoválvula

O escoamento na servoválvula ocorre conforme é apresentado esquematicamente na FIG. 3.4.

Esta válvula possui quatro vias e três posições. Deslocando-se o carretel da válvula, com um deslocamento Xy , seleciona-se a posição utilizada na válvula e conseqüentemente as vias pelas quais o fluido entra e sai desta. Assim, quando através da posição do carretel é selecionada a via 1 para a entrada do fluido, utiliza-se o retorno através da via 3. Quando é selecionada a posição do carretel onde utiliza-se a via 2 para a entrada do fluido, este sairá da válvula pela via 4. E ainda, há uma terceira posição onde não ocorre a passagem do fluido pela válvula.

O projeto de uma servoválvula prevê que ela seja uma válvula de controle proporcional, ou seja, que a vazão desta válvula seja proporcional ao deslocamento do carretel para um diferencial de pressão fixo.

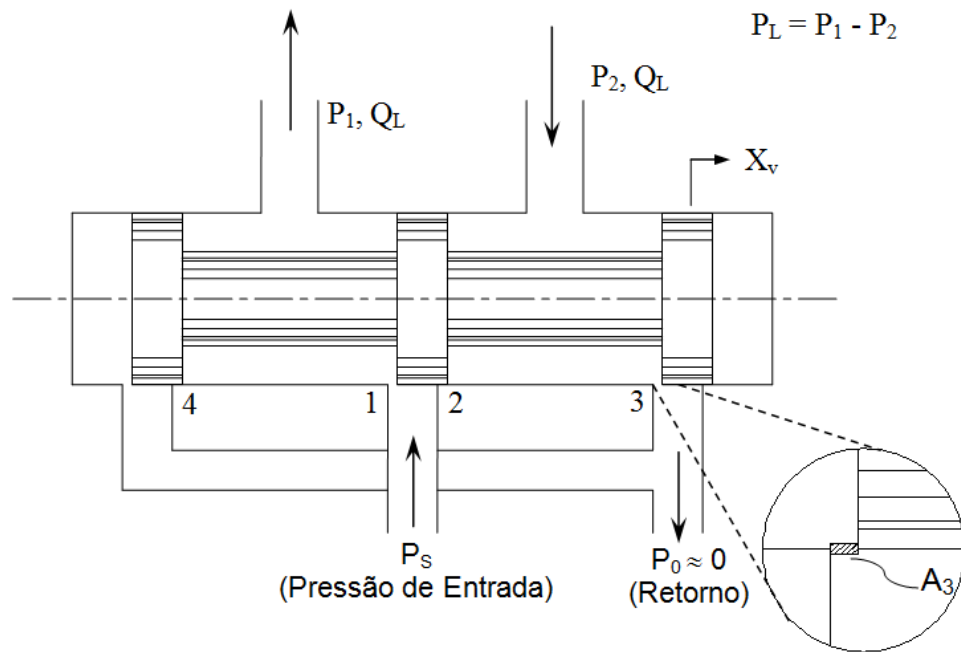


FIG. 3.4 - Esquema de funcionamento de uma servoválvula

Por esta razão, as portas de controle possuem formato retangular, nas servoválvulas direcionais de quatro vias e três posições.

Os orifícios ou passagens de fluido entre o carretel e o corpo da válvula são representados como resistências moduladas pelo valor da posição do carretel da válvula (X_v). A fórmula de escoamento através de cada orifício é aplicada conforme as equações abaixo, fornecendo as seguintes vazões nos orifícios:

$$Q_1 = C_d A_1 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_s - P_1)} \quad (\text{EQ. 3.10})$$

$$Q_2 = C_d A_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_s - P_2)} \quad (\text{EQ. 3.11})$$

$$Q_3 = C_d A_3 \sqrt{\frac{2}{\rho} P_2} \quad (\text{EQ. 3.12})$$

$$Q_4 = C_d A_4 \sqrt{\frac{2}{\rho} P_1} \quad (\text{EQ. 3.13})$$

Onde:

$A_1, A_2, A_3,$ e A_4 são as áreas dos orifícios geradas em cada via, entre a posição do carretel e a carcaça da válvula; e

C_d : Coeficiente de descarga

A vazão nos orifícios é uma função não-linear compreendendo a área de abertura, que é função da posição da válvula, e a diferença de pressão existente nos lados da válvula, então tem-se que:

$$Q_L = Q_L(X_V, P_L) \quad (\text{EQ. 3.14})$$

A equação acima, expressa as curvas de pressão versus vazão da válvula e é uma descrição completa do desempenho da válvula em regime permanente.

Na maioria dos casos as válvulas são projetadas de forma que os orifícios fiquem emparelhados e simétricos (MERRITT, 1966, p. 81), ou seja:

$$A_1 = A_2 \text{ e } A_3 = A_4 \quad (\text{EQ. 3.15})$$

e

$$A_1(X_V) = A_2(-X_V); \text{ e} \quad (\text{EQ. 3.16})$$

$$A_3(X_V) = A_4(-X_V) \quad (\text{EQ. 3.17})$$

Com estas hipóteses, é necessário definir somente umas das áreas. De fato se as áreas dos orifícios são lineares com a abertura da válvula, o que é usualmente o caso, somente deve-se definir um parâmetro: a largura do corpo da válvula.

A área de cada orifício pode ser calculada como:

$$A = X_V K_V \quad (\text{EQ. 3.18})$$

Onde K_V é a largura do corpo da válvula.

c) Acumulador Hidráulico:

O acumulador é modelado como uma mola hidráulica, onde sua rigidez (k_{Acum}) é função do volume e da pressão iniciais do gás e do calor específico. Para condições dinâmicas o gás usualmente não tem tempo de trocar calor com a superfície, então para este caso a lei da isentropia é uma boa aproximação, podendo-se utilizar a equação abaixo para a capacitância do acumulador a gás (ROSENBERG, 1983, p.184).

$$\frac{1}{k_{Acum}} = \frac{V_o}{P_o \gamma_{pv}} \quad (\text{EQ. 3.19})$$

Onde:

P_o : Pressão inicial do gás no acumulador hidráulico (Pa)

V_o : Volume inicial do gás no acumulador (m^3)

γ_{pv} : Razão entre o calor específico do gás para pressão constante (c_p) e o calor específico do gás para volume constante (c_v) ($\gamma_{pv} = \frac{c_p}{c_v}$)

d) Linha de Fluxo

A linha de fluxo é modelada com características de inércia, de natureza dissipativa e natureza de rigidez (WATTON, 2012, p. 191)

A característica dissipativa representa a perda de carga na linha que normalmente é baseada em dados experimentais e simplificando para escoamento laminar, pode ser representado por (ROSENBERG, 1983, p. 177):

$$C_{LF} = \frac{128\mu L}{\pi d^4} \quad (\text{EQ. 3.20})$$

Onde:

μ : Viscosidade do óleo hidráulico

L : Comprimento da linha

d : Diâmetro da tubulação

A inércia do fluido na linha, conforme (ROSENBREG, 1983, p.184) é obtida através de:

$$M_{LF} = \frac{\rho L}{A} \quad (\text{EQ. 3.21})$$

Onde:

L : Comprimento da linha hidráulica

A : Área da seção transversal da tubulação

ρ : Densidade do óleo hidráulico.

A rigidez do volume do fluido (K_F) e devido a flexibilidade do tubo (K_T), compõem a rigidez equivalente (K_{LF}) para a linha de fluxo, que são definidas dado por:

$$K_F = \frac{V_T}{\beta} \quad (\text{EQ. 3.22})$$

Onde:

K_F : Rigidez do fluido

V_T : Volume da tubulação

β : Módulo de Compressibilidade do óleo hidráulico

$$K_{LF} = V_T \left(\frac{2r_T}{E t_p} \right) \quad (\text{EQ. 3.23})$$

Onde:

K_{LF} : Rigidez relativa à flexibilidade da tubulação

r_T : Raio nominal da tubulação

E : Módulo de Elasticidade do material

t_p : Espessura da parede da tubulação

Assim:

$$K_T = V_T \left(\frac{1}{\beta} + \frac{2 r_T}{E t_p} \right) \quad (\text{EQ. 3.24})$$

e) Atuador Hidráulico Linear

O atuador hidráulico linear (cilindro de elevação) basicamente transforma potência hidráulica em potência mecânica, que estão relacionados pelas áreas do pistão. (LEITE, 2002, p. 69)

$$P_{Trabalho} = \frac{F_{Trabalho}}{A_{\hat{E}mbolo}} \quad (\text{EQ. 3.25})$$

O atrito entre o êmbolo e a parede do cilindro também estão representadas no modelo.

$$F_{At} = F_u + K_{fcp}\dot{X}_e \quad (\text{EQ. 3.26})$$

Onde:

F_{At} : Força de Atrito no êmbolo

\dot{X}_e : Velocidade do êmbolo

F_u : Constante associada à componente de Coulomb em cilindros hidráulicos

K_{fcp} : Constante associada à componente viscosa de atrito

3.3.2 SUBSISTEMA DE DIREÇÃO

O Circuito hidráulico do Subsistema de Direção é apresentado na FIG. 3.5.

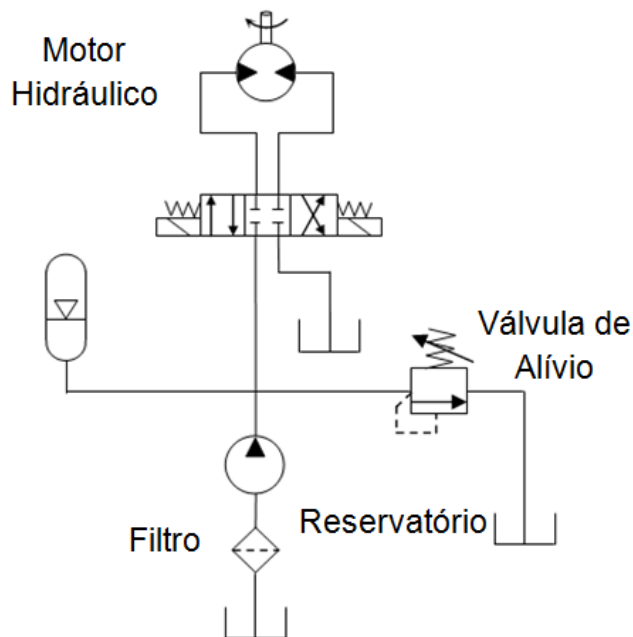


FIG. 3.5 - Circuito hidráulico do Subsistema de Direção

Conforme é possível verificar no circuito hidráulico do Subsistema de Elevação e no Subsistema de Direção, FIG. 3.2 e 3.5, respectivamente, a única diferença entre estes circuitos é o tipo de atuador.

No Subsistema de Direção, o atuador é um motor hidráulico, que é a responsável em prover o torque necessário para girar o conjunto torre-tubo, através a seguinte relação: (LEITE, 2002, p. 74)

O motor hidráulico representado na FIG. 3.6, é modelado através da EQ. 3.27 e EQ. 3.28.

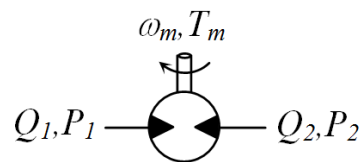


FIG. 3.6 - Representação gráfica do motor hidráulico

$$T_m = \frac{D_m}{2\pi} P \quad (\text{EQ. 3.27})$$

$$Q = D_m \omega_m \quad (\text{EQ. 3.28})$$

Onde:

ω_m : Velocidade de angular do motor hidráulico

T_m : Torque fornecido pelo motor hidráulico

D_m : Deslocamento Volumétrico do motor hidráulico

3.4 SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE ATUAÇÃO HIDRÁULICA

Para se analisar a resposta do sistema hidráulico modelado, foi utilizado o software MatLab[®] na realização de simulações numéricas.

Com o intuito de se comparar os resultados obtidos nas simulações, foram utilizadas os mesmos dados e configurações de LEITE, 2002, que são apresentados no APÊNDICE I.

3.4.1 CONFIGURAÇÃO DO CONJUNTO TORRE-TUBO

Para se analisar a resposta do subsistema de elevação, foi aplicado um deslocamento ao carretel da servoválvula e analisado o ângulo de arfagem do tubo.

A configuração do conjunto torre-tubo é apresentada na FIG. 3.7.

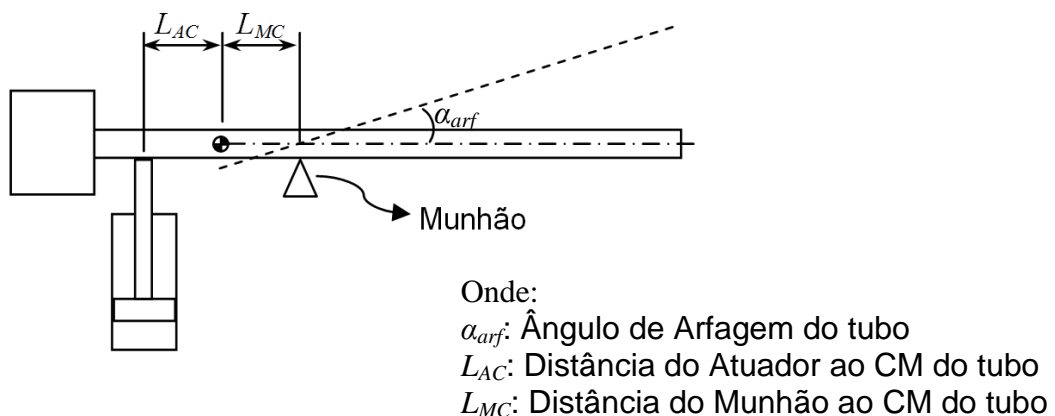
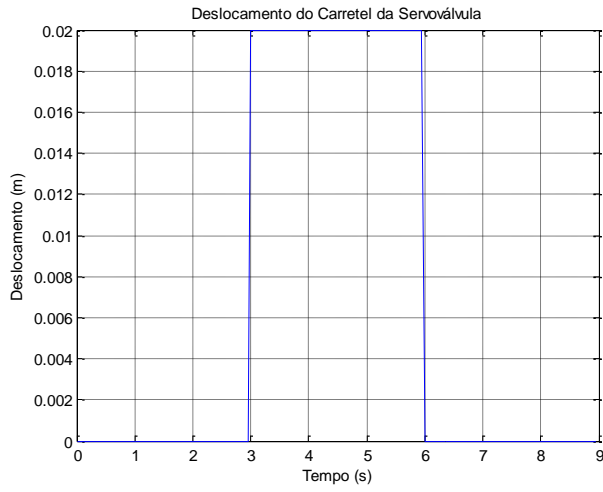
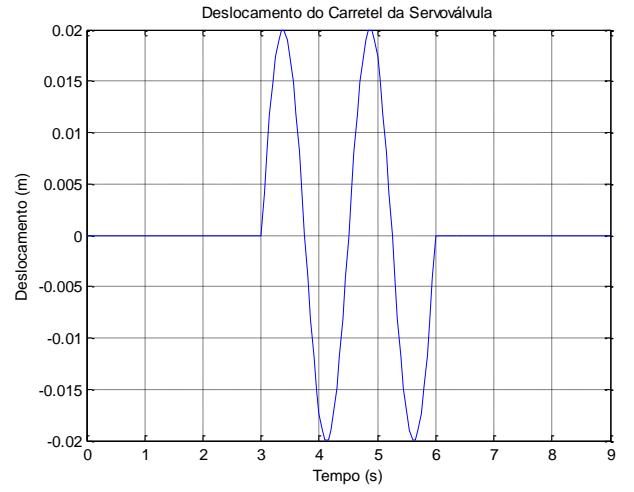


FIG. 3.7 - Configuração do conjunto torre-tubo

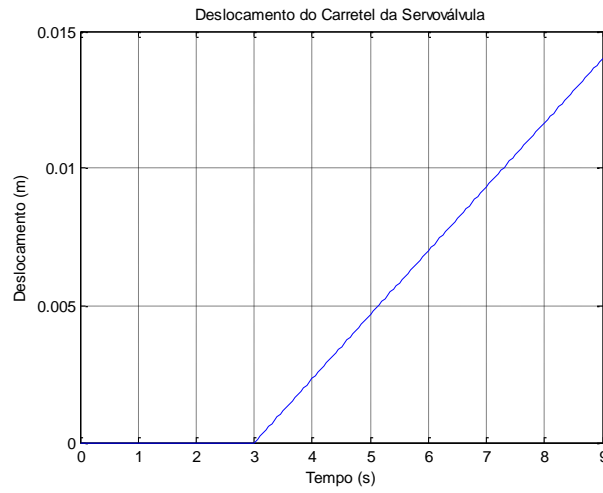
Os sinais de entrada utilizados, no deslocamento do carretel, em ambos os subsistemas são apresentados na FIG. 3.8.



(a) Sinal Degrau



(b) Sinal Senoidal

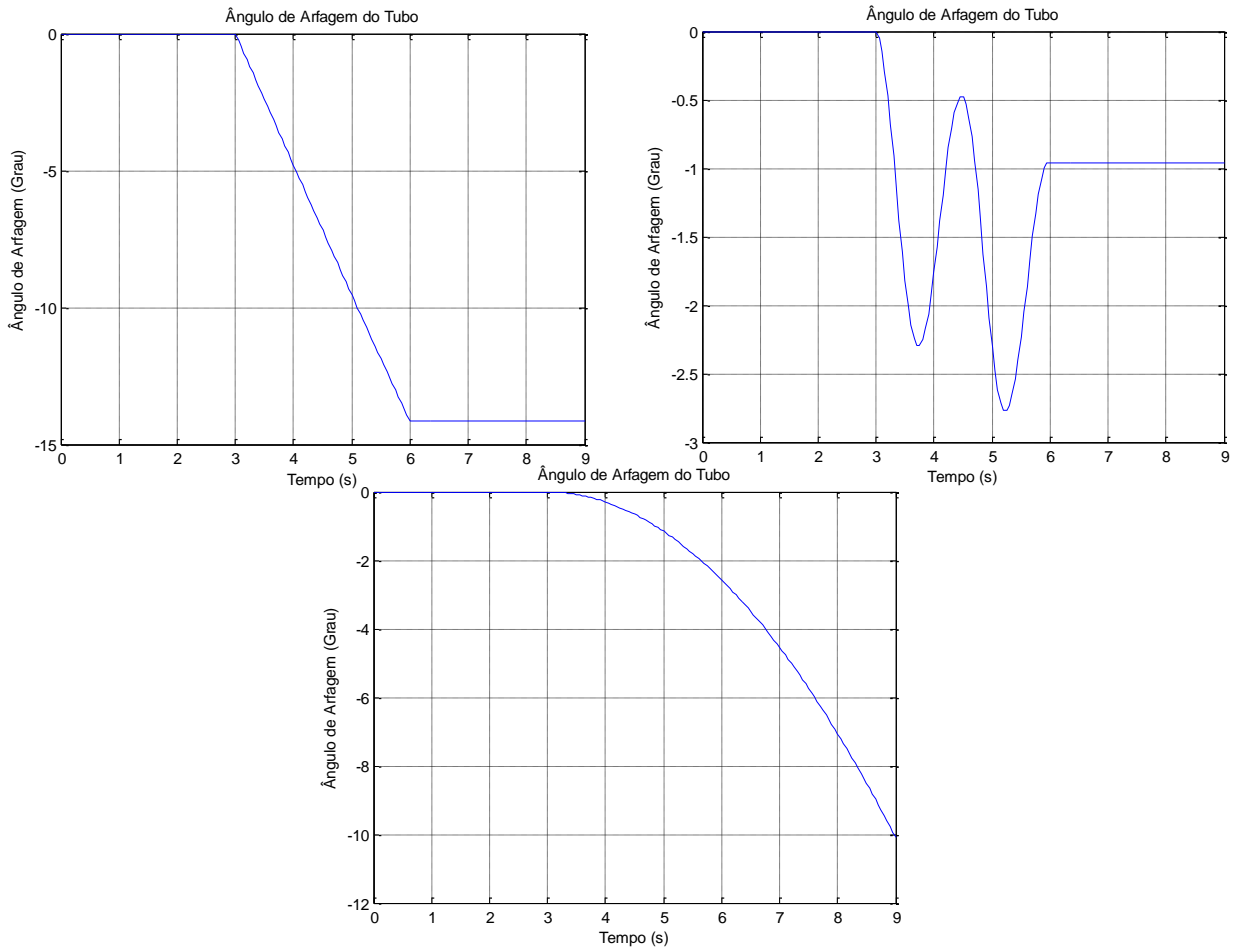


(c) Sinal Rampa

FIG. 3.8 - Sinais utilizados como entrada para análise do modelo

3.5 RESPOSTA DO SUBSISTEMA DE ELEVAÇÃO

Na FIG. 3.9, são apresentadas as respostas do tubo ao deslocamento do carretel da servoválvula.



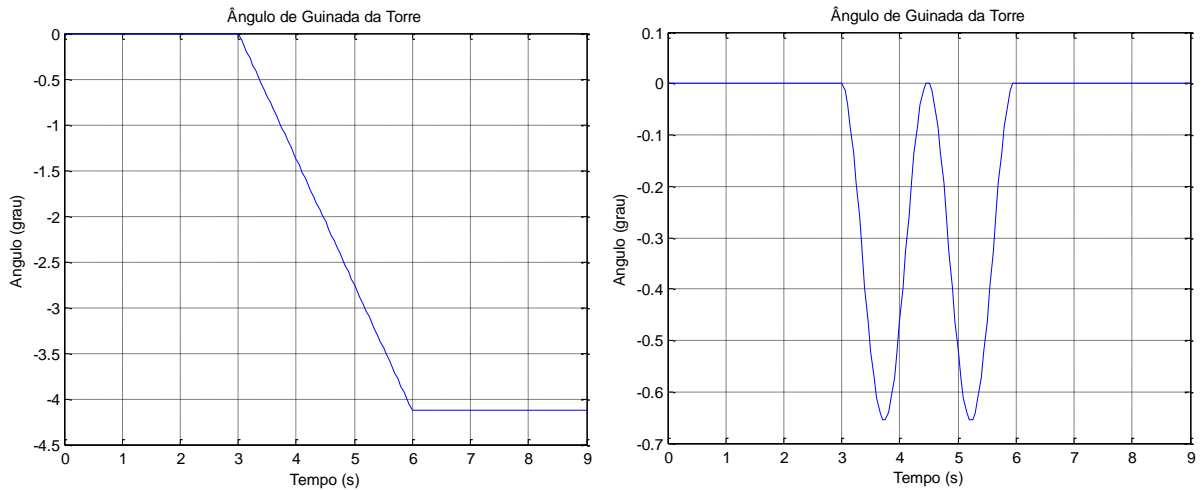
(c) Resposta ao Sinal Rampa

FIG. 3.9 - Resposta do Subsystema de Elevação aos sinais de entrada

No resultado obtido na simulação que tem como entrada o sinal senoidal, é possível observar a diferença entre o ângulo de arfagem inicial e final do tubo, pelo motivo das câmaras do cilindro hidráulico possuírem área da seção transversal diferentes. Assim, para uma mesma pressão imposta às câmaras do cilindro, devido ao movimento do carretel da servoválvula, diferentes deslocamentos angulares do tubo serão gerados.

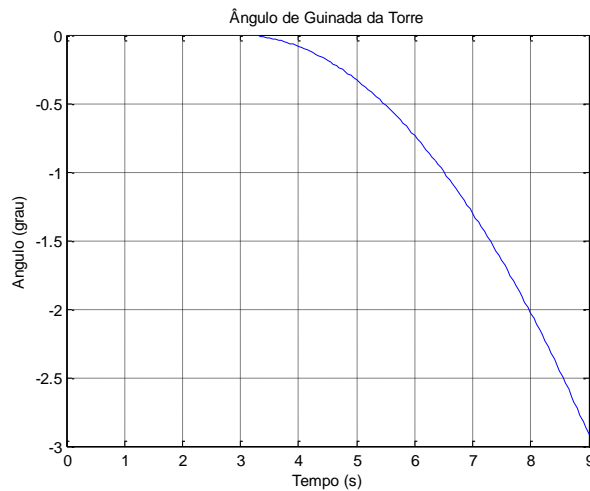
3.6 RESPOSTA DO SUBSISTEMA DE DIREÇÃO

Na FIG. 3.10, são apresentadas as respostas da torre ao deslocamento do carretel da servoválvula.



(a) Resposta ao Sinal Degrau

(b) Resposta ao Sinal Senoidal



(c) Resposta ao Sinal Rampa

FIG. 3.10 - Resposta do Subsistema de Direção aos sinais de entrada

Como as câmaras do motor hidráulico possuem mesma área, o ângulo de arfagem final e inicial do tubo são os mesmos, quando é imposto um sinal de entrada senoidal.

A resposta de ambos os subsistemas demonstraram ser equivalentes aos resultados apresentados em LEITE, 2002.

4 MODELO DINÂMICO DO MECANISMO

Este capítulo apresenta como foi desenvolvido o modelo que descreve o comportamento dinâmico da munição no interior do tubo e do sistema de elevação do conjunto canhão-torre.

Os parâmetros utilizados no desenvolvimento destes modelos encontram-se no APÊNDICE I.

Na FIG. 4.1 é exibido o sistema de coordenadas utilizado no desenvolvimento do modelo dinâmico. Foi utilizada a seqüência de rotação dos eixos z - x - z , do sistema de coordenadas generalizadas, para definir a orientação de cada corpo. Assim, é definida a seqüência de rotações de cada corpo, como $\phi_z - \theta_x - \psi_z$.

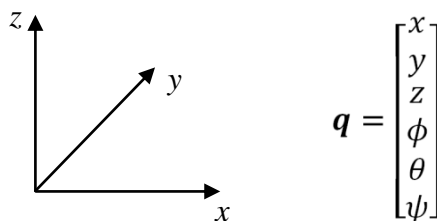


FIG. 4.1 - Sistema de coordenadas utilizado

No desenvolvimento do modelo utilizado para a análise do comportamento dinâmico de todo o sistema, foi utilizada a abordagem de Dinâmica de Multicorpos.

Nesta abordagem, destaca-se a utilização de métodos que facilitam a implementação computacional da Mecânica Clássica. São utilizadas as equações do movimento de Newton-Euler com a introdução dos Multiplicadores de Lagrange para se obter um sistema de equações diferencial-algébrico (HAUG, 1989), conforme abaixo:

$$M\ddot{q} + \lambda\Phi_q^T = Q^A \quad (\text{EQ. 4.1})$$

Sendo apresentada da seguinte forma, em notação matricial:

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^A \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 4.2})$$

Sabendo que:

$$\Phi_q \ddot{q} = -(\Phi_q \dot{q})_q \dot{q} - 2\Phi_{qt} \dot{q} - \Phi_{tt} \equiv \gamma \quad (\text{EQ. 4.3})$$

Onde:

M : Matriz de Massa

q : Vetor de coordenadas generalizadas

Q^A : Vetor de Forças Generalizadas

λ : Vetor dos Multiplicadores de Lagrange

Φ : Vetor de Restrições

Φ_q : Matriz Jacobiana do Vetor de Restrições em função das coordenadas generalizadas

Na solução utilizada por intermédio desta metodologia, são equacionadas as restrições de cada corpo. Para tal, é analisado o grau de liberdade de cada corpo e quais são restringidos em cada junta (interação) com outros corpos.

Como a modelagem de todo o sistema foi desenvolvida no espaço, também foi necessário considerar a equação da aceleração do sistema, além das equações do movimento de Newton-Euler com a introdução dos Multiplicadores de Lagrange, para se obter o sistema de equações diferencial-algébrico, conforme a EQ. 4.4.

$$\begin{bmatrix} M & 0 & \Phi_r^T \\ 0 & J' & \Phi_{\pi'}^T \\ \Phi_r & \Phi_{\pi'} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \dot{\omega}' \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^A \\ n'^A - \tilde{\omega}' J' \omega' \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 4.4})$$

Onde:

J' : Matriz de Inércia

r : Vetor das coordenadas dos deslocamentos lineares

F^A : Vetor das Forças Externas

\mathbf{n}^A : Vetor dos Momentos Externos

Φ_r : Matriz Jacobiana do Vetor de Restrições em função dos deslocamentos lineares

$\Phi_{\pi'}$: Matriz Jacobiana do Vetor de Restrições em função dos deslocamentos angulares

4.1 MODELAGEM DOS VÍNCULOS ENTRE OS CORPOS DO SISTEMA

O sistema estudado foi modelado considerando-se o carro de combate estacionário, dividido em 6 corpos rígidos, que são listados abaixo e apresentados na FIG. 4.2.

Corpo 1: Munição APFSDS

Corpo 2: Tubo

Corpo 3: Berço

Corpo 4: Torre

Corpo 5: Corpo do cilindro hidráulico

Corpo 6: Haste do cilindro hidráulico

Como a abordagem do desenvolvimento do modelo é tridimensional, cada corpo apresenta 6 graus de liberdade e conseqüentemente todo o sistema 36 graus de liberdade.



FIG. 4.2 - Carro de Combate Modelado

4.1.1 RESTRIÇÕES ENTRE PARES DE CORPOS

O vínculo existente entre cada um dos corpos foi modelado por intermédio de juntas. Estas juntas impõem uma ou mais restrições cinemáticas entre os corpos os quais ela conecta.

A dedução das equações que regem o comportamento das restrições cinemáticas básicas, que compõem as juntas, será apresentada a seguir. E posteriormente, a partir destas equações serão definidas as juntas utilizadas no modelo.

a) Restrição Esférica (Φ^s):

A restrição esférica é a restrição existente quando dois corpos, no espaço, possuem um ponto coincidente. A condição necessária e suficiente para que os pontos P_i e P_j , da FIG. 4.3, sejam coincidentes é que $d_{ij}=0$.

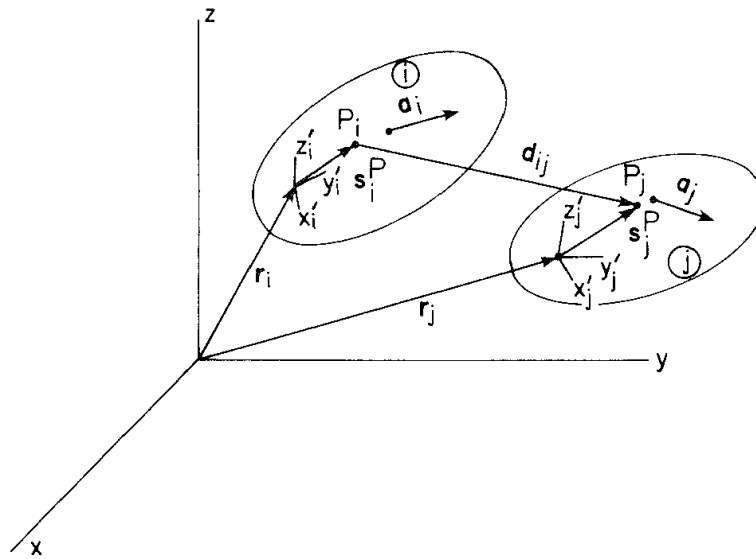


FIG. 4.3 - Vetor que liga dois corpos (HAUG, 1989, p. 350)

Assim:

$$\Phi^S(P_i, P_j) = \mathbf{r}_j + \mathbf{A}_j \mathbf{s}'_j^P - \mathbf{r}_i + \mathbf{A}_i \mathbf{s}'_i^P \quad (\text{EQ. 4.5})$$

Desta forma, a restrição esférica (Φ^S) fornece três equações escalares.

b) Restrição Paralela-1 (Φ^{p1}):

Considera-se os dois corpos apresentados na FIG. 4.4, com seus sistemas de coordenadas locais fixados nos pontos P_i e P_j , nos corpos i e j , respectivamente. Para que os eixos z_i'' e z_j'' sejam paralelos, os vetores \mathbf{h}_i e \mathbf{h}_j também devem ser paralelos. Assim, o vetor \mathbf{h}_j será paralelo ao vetor \mathbf{h}_i se e apenas se ele for ortogonal aos vetores \mathbf{f}_i e \mathbf{g}_i . Com isso, obtém-se a restrição paralela-1 (Φ^{p1}), definida abaixo (HAUG, 1989):

$$\Phi^{p1}(\mathbf{h}_i, \mathbf{h}_j) = \begin{bmatrix} \Phi^{d1}(\mathbf{f}_i, \mathbf{h}_j) \\ \Phi^{d1}(\mathbf{g}_i, \mathbf{h}_j) \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 4.6})$$

A restrição *dot-1* (Φ^{d1}) é apresentada na EQ. 2.8. Como na restrição *dot-1* (Φ^{d1}) têm-se uma equação escalar, na restrição paralela-1 (Φ^{p1}) são obtidas duas equações escalares.

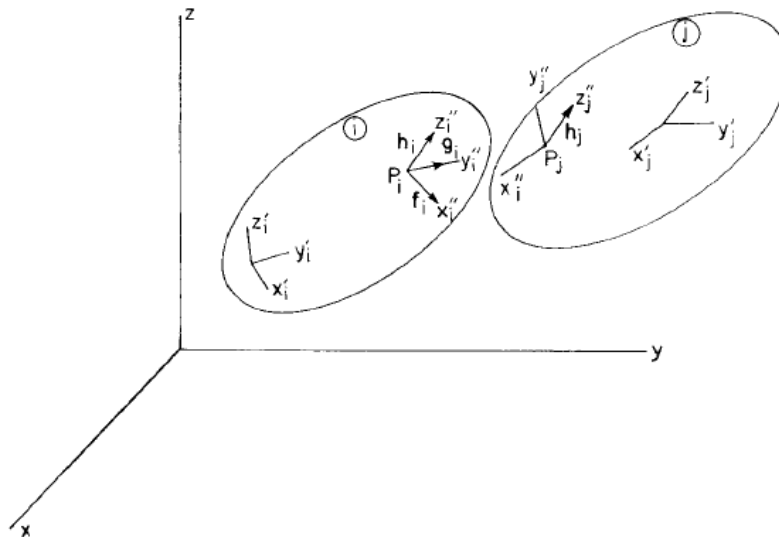


FIG. 4.4 - Vetores paralelos em corpos adjacentes (HAUG, 1989, p. 354)

c) Restrição Paralela-2 (Φ^{p2}):

A restrição paralela-2, é a que considera que um vetor h_i , que está no eixo z_i'' , será paralelo ao vetor d_{ij} , como é apresentado na FIG. 4.5, se e somente se ele for perpendicular aos vetores f_{ij} e g_{ij} (HAUG, 1989).

$$\Phi^{p2}(h_i, d_{ij}) = \begin{bmatrix} \Phi^{d2}(f_i, d_{ij}) \\ \Phi^{d2}(g_i, d_{ij}) \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 4.7})$$

A restrição *dot-2* (Φ^{d2}) é apresentada na EQ. 2.11. Da mesma forma que ocorre na restrição paralela-1 (Φ^{p1}), a restrição paralela-2 (Φ^{p2}) também é definida por duas equações escalares.

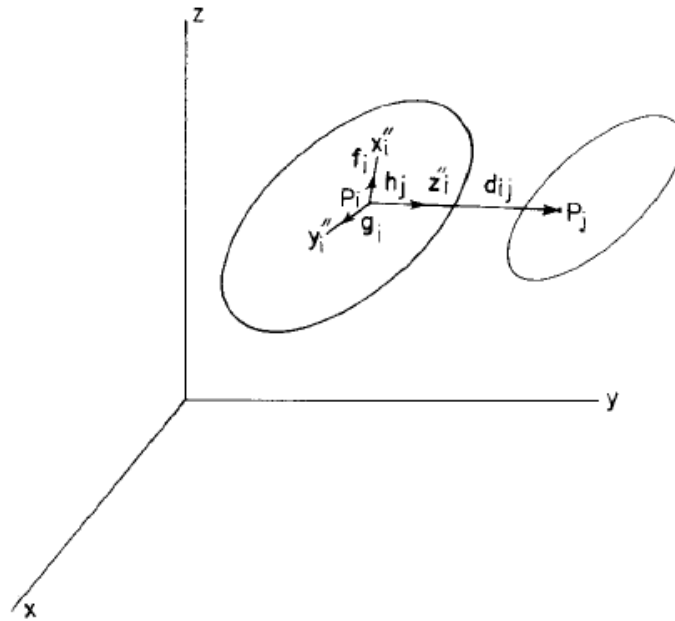


FIG. 4.5- Vetor paralelo entre dois corpos adjacentes (HAUG, 1989, p. 355)

d) Restrições Absolutas de um corpo:

A restrição absoluta é aquela que não permite nenhum tipo de movimento do corpo.

Posicionando-se a restrição absoluta no ponto P_i , como na FIG. 4.6, na mesma orientação do sistema de coordenada local do corpo i , obtém-se cada uma das seis equações de restrição, no sistema de coordenada local do corpo i , conforme abaixo (HAUG, 1989):

$$\Phi^1 = x_i^P - x_i^0 = 0 \quad (\text{EQ. 4.8})$$

$$\Phi^2 = y_i^P - y_i^0 = 0 \quad (\text{EQ. 4.9})$$

$$\Phi^3 = z_i^P - z_i^0 = 0 \quad (\text{EQ. 4.10})$$

$$\Phi^4 = e_{1i} - e_{1i}^0 = 0 \quad (\text{EQ. 4.11})$$

$$\Phi^5 = e_{2i} - e_{2i}^0 = 0 \quad (\text{EQ. 4.12})$$

$$\Phi^6 = e_{3i} - e_{3i}^0 = 0 \quad (\text{EQ. 4.13})$$

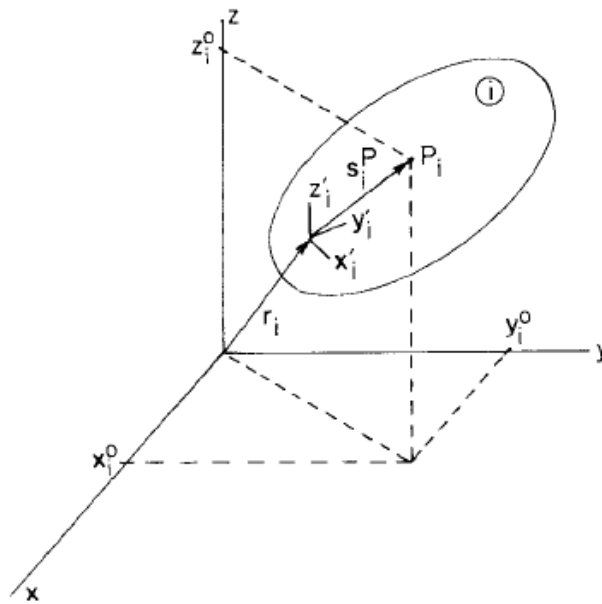


FIG. 4.6 - Restrições das coordenadas absolutas (HAUG, 1989, p. 358)

4.1.2 JUNTAS ENTRE DOIS CORPOS

Variações das juntas espaciais entre pares dos corpos, do sistema estudado, são empregadas na modelagem do mecanismo. As equações de restrição que definem a variedade das juntas existentes serão apresentadas a seguir.

a) Junta Esférica:

A junta esférica, também conhecida com junta esfera e soquete, é definida pela condição que o centro da esfera, ponto P_i no corpo i , coincide com o centro do soquete, ponto P_j no corpo j , com apresentado na FIG. 4.7 (HAUG, 1989). Essa condição é definida, simplesmente, pela equação de restrição esférica, que foi apresentada através da EQ. 4.5, assim temos:

$$\Phi^s(P_i, P_j) = 0 \quad (\text{EQ. 4.14})$$

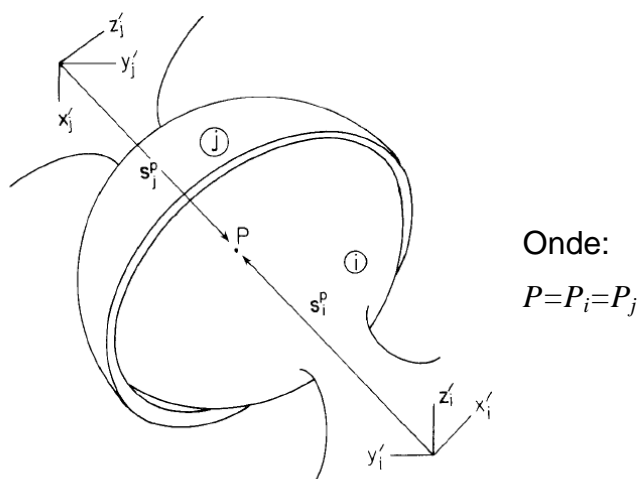


FIG. 4.7 – Junta Esférica (HAUG, 1989, p. 362)

Estas três equações escalares, restringem apenas a posição relativa dos pontos P_i e P_j , deixando assim os três graus de liberdade atinentes à orientação livres.

b) Junta Universal:

A Junta Universal entre os corpos i e j , apresentada na FIG. 4.8, é construída através de um corpo intermediário, ou uma cruzeta, que é pivoteada nos corpos i e j . O centro da cruzeta, da junta universal, é fixada nos corpos i e j , definidos pelos pontos P_i e P_j , nos seus respectivos corpos. Os pontos Q_i e Q_j nos braços da cruzeta, entre os corpos i e j , respectivamente, são definidos para se determinar o eixo z'' da junta, como demonstrado na FIG. 4.8. Os eixos a serem utilizados como o sistema de coordenada local da junta, devem ser escolhidos de acordo com a conveniência do projeto (HAUG, 1989).

As equações de restrição que caracterizam a junta universal são as da coincidência dos pontos P_i e P_j (EQ. 4.15) e a ortogonalidade entre os vetores h_i e h_j (EQ. 4.16), conforme abaixo:

$$\Phi^s(P_i, P_j) = 0 \quad (\text{EQ. 4.15})$$

$$\Phi^{d1}(h_i, h_j) = 0 \quad (\text{EQ. 4.16})$$

Estas quatro equações de restrição restringem a posição dos corpos e a rotação do eixo da cruzeta. Com isso, essa junta permite apenas duas rotações entres os corpos ligados por ela.

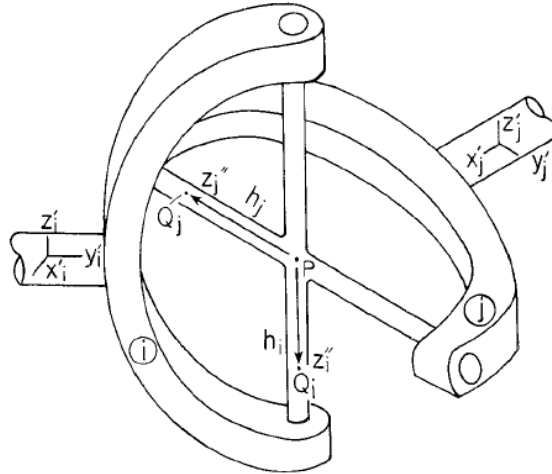


FIG. 4.8 – Junta Universal (HAUG, 1989, p. 363).

c) Junta de Revolução:

Uma junta de revolução (ou junta rotacional), entre os corpos i e j é construída utilizando-se um rolamento que permite a rotação em um único eixo, mas opõe-se a translação deste junta, como apresentado na Fig. 4.9. Para definir a junta de revolução, o centro da junta é posicionado nos corpos i e j , por intermédio dos pontos Q_i e Q_j , e a partir deles os vetores unitários h_i e h_j ao longo do eixo z'' do sistema de coordenadas local da junta (HAUG, 1989).

A formulação analítica da junta de revolução é a coincidência dos pontos P_i e P_j e o paralelismo dos vetores h_i e h_j , fixos aos corpos, levando as seguintes equações de restrição:

$$\Phi^s(P_i, P_j) = 0 \quad (\text{EQ. 4.17})$$

$$\Phi^{p1}(h_i, h_j) = 0 \quad (\text{EQ. 4.18})$$

Assim, a junta de revolução possui cinco equações de restrição escalares que permitem apenas o movimento um grau de liberdade entre os corpos, o de rotação, no eixo do rolamento.

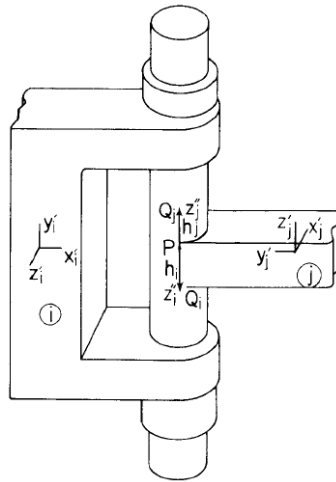


FIG. 4.9 – Junta de Revolução (HAUG, 1989, p. 365)

d) Junta Cilíndrica:

A junta cilíndrica é similar à junta de revolução, já que ambas permitem a rotação relativa ao eixo comum aos dois corpos. No entanto, a junta cilíndrica não impede a translação relativa ao longo do eixo comum entre os dois corpos, conforme observa-se na FIG. 4.10. Nesta junta, os pontos P_i e P_j são posicionados no eixo comum de rotação e os pontos Q_i e Q_j são definidos ao longo do eixo de rotação relativa, para estabelecer no eixo z'' os vetores unitários h_i e h_j , nos corpos i e j , respectivamente (HAUG, 1989). Os demais eixos do sistema de coordenadas local devem ser definidos de acordo com a conveniência do projeto.

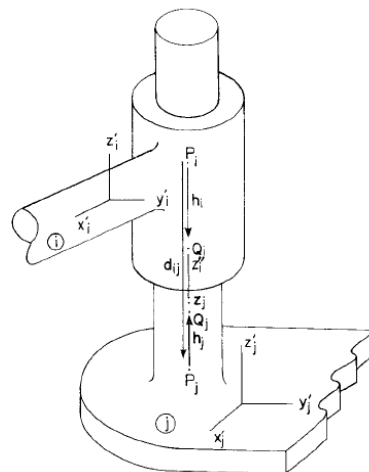


FIG. 4.10 - Junta Cilíndrica (HAUG, 1989, p. 368)

A definição analítica da junta cilíndrica é que os vetores h_i e h_j são colineares. Desde que estes vetores e d_{ij} tenham pontos em comum, a

coliniaridade é garantida pela condição que h_i seja paralela tanto a h_j e d_{ij} , se $d_{ij} \neq 0$. Assim, tem-se que:

$$\Phi^{p1}(h_i, h_j) = 0 \quad (\text{EQ. 4.19})$$

$$\Phi^{p2}(h_i, d_{ij}) = 0 \quad (\text{EQ. 4.20})$$

A junta cilíndrica é definida por quatro equações de restrição, permitindo assim dois graus de liberdade livres, entre os corpos conectados: a rotação no eixos $h_i = h_j$, e a translação ao longo destes eixos.

e) Junta Prismática:

A junta prismática (ou de translação), que é apresentada na FIG. 4.11, permite a translação relativa ao longo do eixo entre os dois corpos, no entanto esta junta impede a rotação relativa a este eixo. Esta junta é definida da mesma forma que a junta cilíndrica, definindo-se os pontos P_i , P_j , Q_i e Q_j , ao longo do eixo de translação. Da forma que é apresentado, na FIG. 4.11, o eixo x'' , que faz parte do sistema de coordenadas da junta entre os corpos i e j , é selecionado de forma a ser perpendicular aos vetores f_i e f_j (HAUG, 1989).

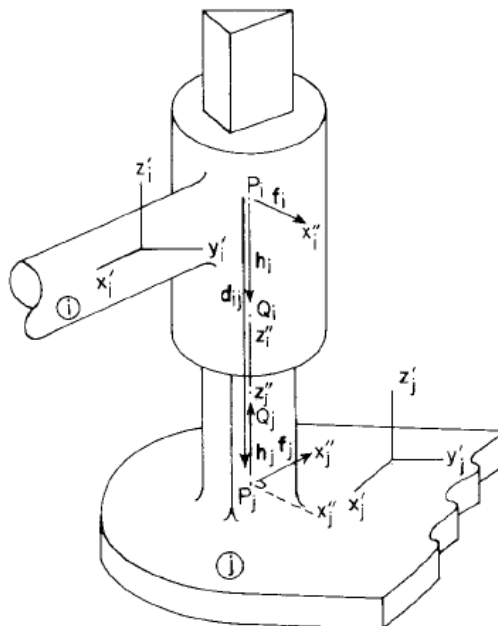


FIG. 4.11 – Junta Prismática (HAUG, 1989, p. 370).

A definição analítica da junta prismática pode ser feita através da equação de restrição da junta cilíndrica (EQ. 4.21 e 4.22) junto da condição *dot-1* (EQ. 4.23), para a ortogonalidade entre os vetores f_i e f_j , obtendo assim:

$$\Phi^{p1}(h_i, h_j) = 0 \quad (\text{EQ. 4.21})$$

$$\Phi^{p2}(h_i, d_{ij}) = 0 \quad (\text{EQ. 4.22})$$

$$\Phi^{d1}(f_i, f_j) = 0 \quad (\text{EQ. 4.23})$$

Esta junta fornece 5 equações de restrição. Permitindo assim apenas a translação, existente entre os corpos.

4.2 MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA MUNIÇÃO

A munição teve seu movimento modelado como de corpo rígido, conforme sugerido em DRYSDALE et al. (1978, p.9).

Na FIG. 4.12 é apresentada a origem das coordenadas locais da munição e seu posicionamento no interior do tubo.

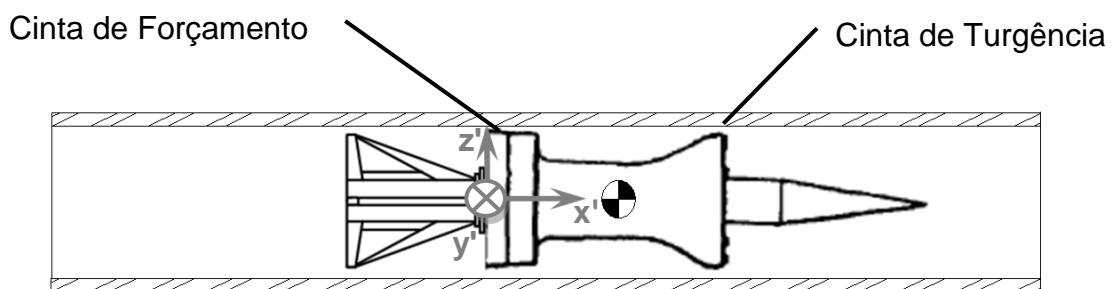


FIG. 4.12- Orientação da munição

Na FIG. 4.123 é apresentado o desenho esquemático que representa como a munição interage com as paredes do tubo. A Cinta de Forçamento atua como um apoio que restringe os deslocamentos lineares no plano da seção transversal do tubo (direções z' e y') e permite o deslocamento linear na direção longitudinal do tubo (direção x') e os deslocamentos angulares da munição. Portanto, pela munição possuir um pivotamento na Cinta de Turgência e existir um *gap* (espaço

entre a munição e a parede do tubo), ocorrerá um movimento oscilatório da munição, de forma com que esta tocará o tubo na região da Cinta de Turgência. Os materiais das cintas de Turgência e Forçamento são diferentes, já que ocorre uma considerada deformação plástica na Cinta de Forçamento para permitir a obturação dos gases. O fenômeno está sendo modelado, como se não ocorresse atrito seco, ente a Cinta de Turgência e as paredes do tubo, apenas impacto quando o deslocamento da Cinta de Turgência, nas direções z' e y' , for maior que o *gap* existente.

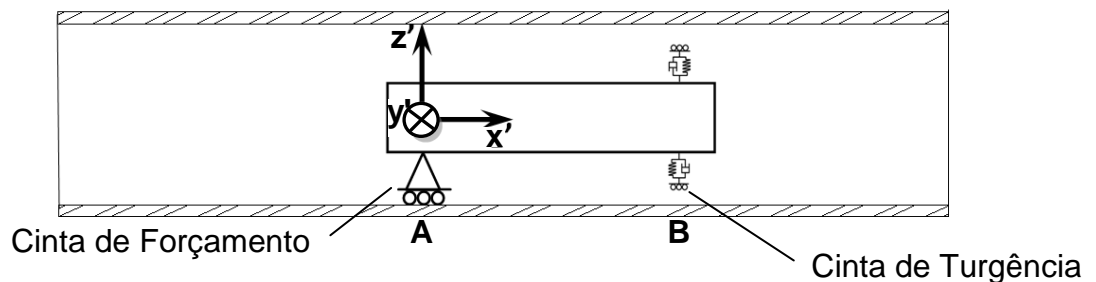


FIG. 4.13 - Modelagem da munição.

Assim, as restrições que o tubo exerce sobre a munição são os deslocamentos na direção z' e y' , no ponto A e a rotação no próprio eixo, imposta pelo raiamento do tubo, conjugada com a pressão gerada pela carga propelente.

Derivando-se as restrições de cada corpo, em função do vetor das coordenadas generalizadas, obtém-se a Matriz Jacobiana (Φ_q), do sistema.

Na formulação das Forças e Momentos Externos e Internos do Sistema, é importante atentar quando as forças externas são fixas no corpo, como por exemplo, num míssil que tem fixo a ele a sua propulsão. Quando isto ocorre é necessário considerar as componentes em todas as direções desta força no equacionamento (HAUG, 1989, p. 214). Tal fato também será observado na modelagem da pressão gerada pela Carga Propelente que irá impulsionar a munição, já que a pressão gerada sempre será perpendicular as paredes da câmara e assim também à base da munição.

As dimensões da Munição APFSDS 105 mm utilizadas na modelagem são apresentadas na FIG. 4.14, conforme UNITED STATES ARMY(2000).

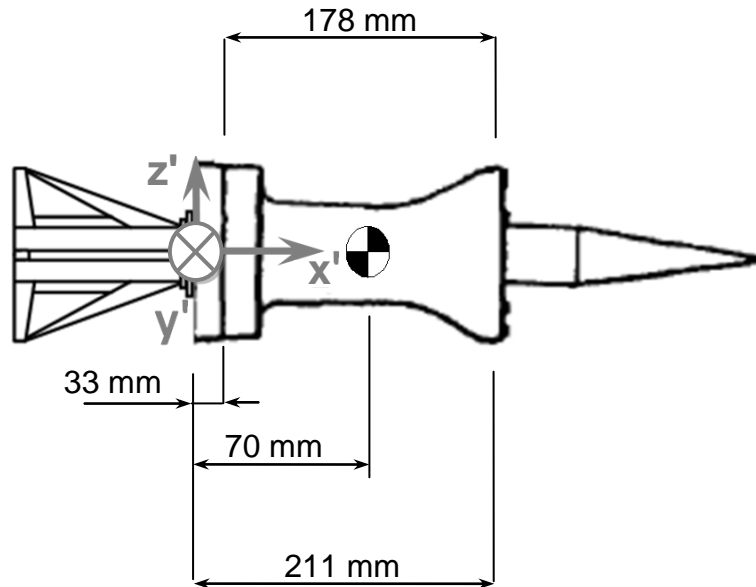


FIG. 4.14 - Dimensões da munição APFSDS 105 mm.

4.2.1 MODELAGEM DA INTERAÇÃO ENTRE A MUNIÇÃO E A PAREDE DO TUBO

Na FIG. 4.15 é apresentada a modelagem do contato da munição com a parede do tubo. Tal contato ocorrerá somente na seguinte condição:

$$z_{mun}^2 + y_{mun}^2 > (r_{mun} + gap)^2 \quad (\text{EQ. 4.24})$$

Sendo:

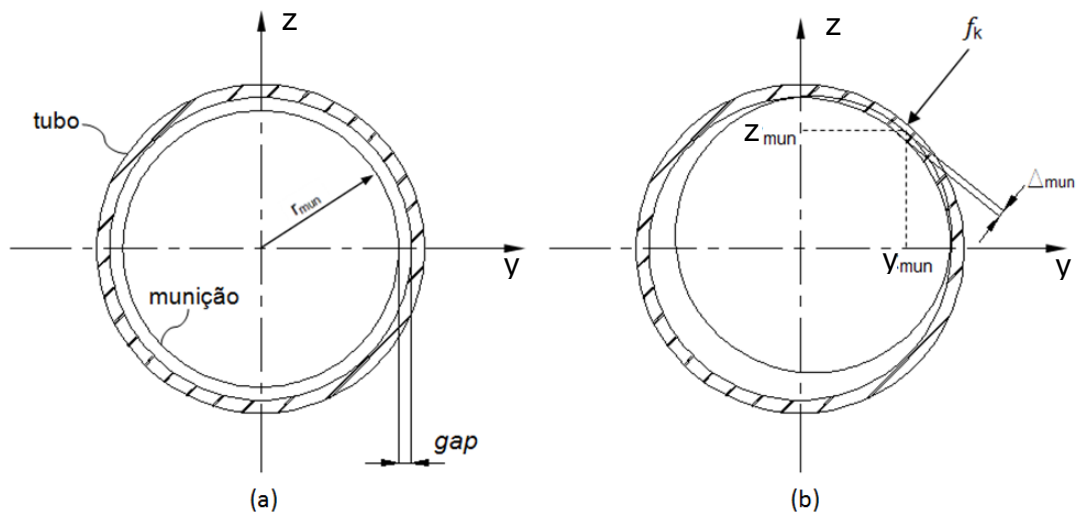
r_{mun} : Raio da munição

gap : Distância entre a munição e o tubo

z_{mun} : Componente da direção z, do ponto da Cinta de Turgência que toca o tubo, em coordenada global

y_{mun} : Componente da direção y, do ponto da Cinta de Turgência que toca o tubo, em coordenada global

Assim, quando ocorre o toque entre a munição e o tubo, a reação da parede do tubo foi modelada como uma força elástica, conforme apresentado na FIG. 4.15 (b):



Onde:

f_k : Força Elástica, devida à reação da deformação elástica da munição

gap : Distância entre a munição e o tubo.

Δ_{mun} : Deformação Elástica da Cinta de Turgência.

FIG. 4.15 - Representação do contato da munição com a parede do tubo.

A Força Elástica (f_k) é definida na EQ. 4.25.

$$f_k = -K_{CT} \Delta_{mun} \quad (\text{EQ. 4.25})$$

Sendo:

K_{CT} : Rigidez da Cinta de Turgência

A rigidez (K_{CT}) apresentada no contato entre a parede do tubo e a cinta de turgência, não deve ser considerada como a rigidez do material do tubo, já que este é fabricado de uma liga ferrosa e a Cinta de Turgência de material polimérico. Assim, foi utilizada na modelagem como rigidez da Cinta de Turgência $K_{CT} = 8,756 \times 10^9 \text{ N/m}$ (ANSARI et al., 1988, p.23).

4.2.2 DEFINIÇÃO DA DISTÂNCIA ENTRE A PAREDE DO TUBO E A MUNIÇÃO

A distância entre a parede do tubo e a munição, chamada de gap , é de extrema importância para o estudo da balística interna.

Ao se estudar o valor do gap a ser utilizado na modelagem, verifica-se que este parâmetro dependerá de diferentes fatores. Para um mesmo tipo de tubo e munição, quanto maior a quantidade de tiros que este tubo tiver realizado, maior

será o *gap* existente, pois haverá ocorrido um maior desgaste deste tubo em função do atrito entre a Cinta de Forçamento e a parede do tubo. O desgaste gerado por diferentes tipos de munição também poderão ser diferentes, já que o desgaste gerado pela Cinta de Forçamento dependerá do material desta. Segundo MING-NA et al.(2007, p.8), utilizando-se um *gap* médio de 0,25 mm e havendo uma pequena variação do seu valor, a velocidade inicial do projétil poderá ter uma variação de $\pm 1,2\%$ e a variação da pressão da câmara de $\pm 1,3\%$. Como estas variações são consideradas aceitáveis para o objetivo do presente trabalho, foi utilizado o valor de *gap* de 0,25 mm nas simulações.

4.2.3 PASSO DO TUBO DO ARMAMENTO

O raiamento interno do tubo, que é apresentado na FIG. 4.16, impõe o movimento de rotação da munição no eixo x , combinado com o deslocamento linear no mesmo eixo. Esta é uma das restrições impostas à munição.

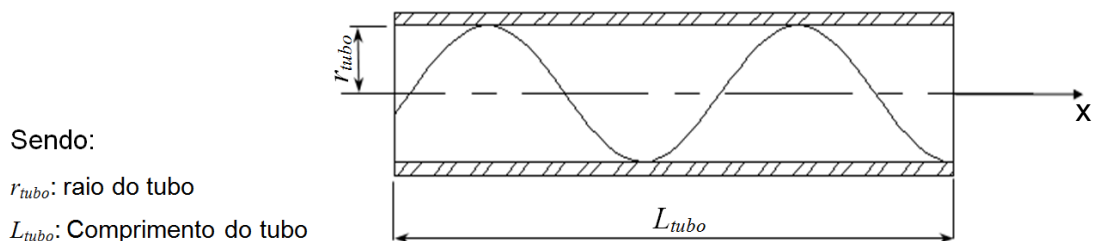


FIG. 4.16 - Raiamento interno do tubo

Na FIG. 4.16 é apresentado ângulo do passo do raiamento, que é necessário na formulação da restrição imposta pelo raiamento do tubo.

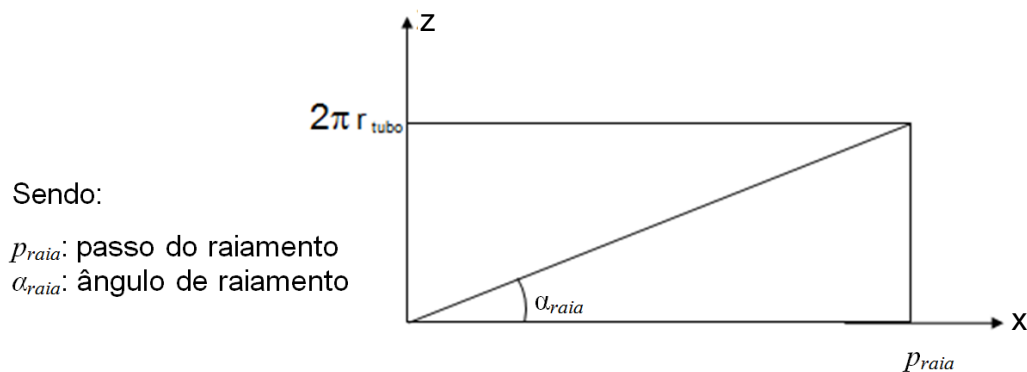


FIG. 4.17 - Passo do raiamento interno do tubo

Assim, através da EQ. 4.26, é obtido o passo do raiamento:

$$p_{raia} = \frac{2\pi r_{tubo}}{\tan \alpha_{raia}} \quad (\text{EQ. 4.26})$$

4.2.4 A PRESSÃO GERADA PELA CARGA PROPELENTE

A carga propelente gera pressão tanto na base da munição como na culatra. O conhecimento destas duas pressões faz-se necessário para a modelagem da dinâmica do mecanismo.

Em LIU et al. (2012) são realizados experimentos em diferentes cargas propelentes para a munição APFSDS 105 mm, tendo como resultado diferentes curvas de pressão no interior do tubo em função do tempo. Como em LIU et al. (2012) também são divulgados parâmetros como massa do projétil, massa da carga propelente, pressão máxima e velocidade de bocal desta munição, foi possível empregar o Método de Vallier-Heydenreich, para obtenção do perfil de pressão gerada pela munição APFSDS 105 mm.

Entretanto, como no desenvolvimento dos modelos também foi necessário conhecer a pressão gerada pela carga propelente na culatra, utilizou-se o programa PRODAS 2000 (*Projectile Rocket Ordnance Design and Analysis System - Versão 2000*), para obtenção de ambas as curvas relativas à munição APFSDS 105 mm M735, que são apresentadas na FIG. 4.18.

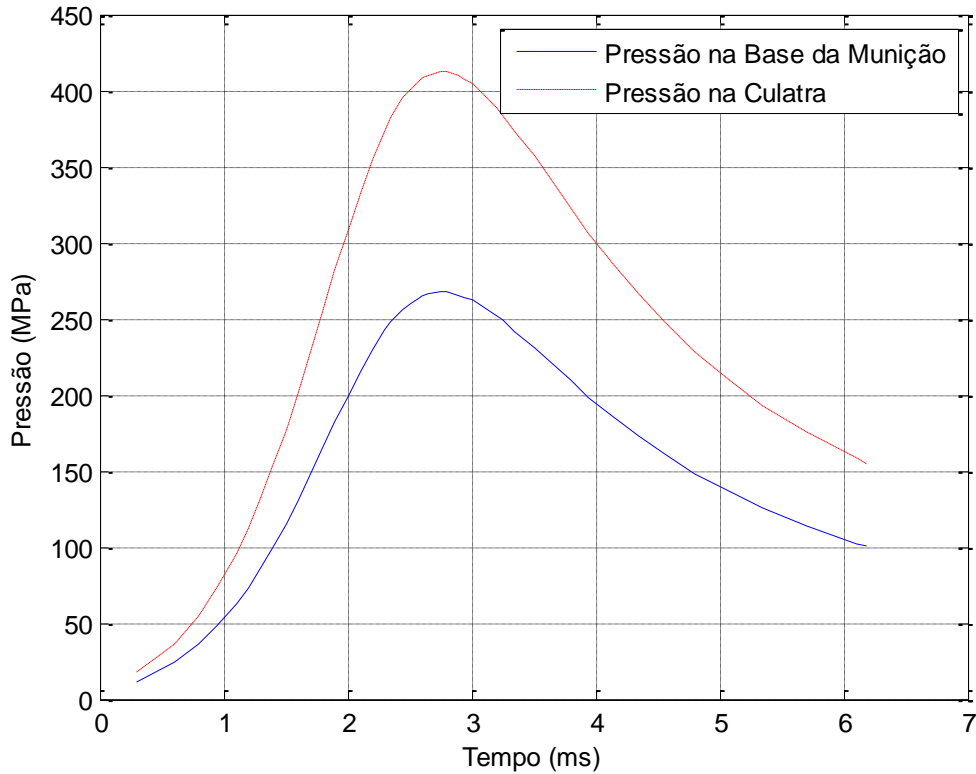


FIG. 4.18 - Curva de pressão gerada pela munição APFSDS 105 mm.

4.2.5 JUNTA ENTRE A MUNIÇÃO E O TUBO

A interação entre as paredes do tubo (tu) e a munição (mu), apresentada na FIG. 4.13, foi modelada de forma que a Cinta de Forçamento atue como um apoio que restrinja os deslocamentos lineares no plano da seção transversal do tubo (direções z'_{tu} e y'_{tu}), mas permita o deslocamento linear na direção longitudinal do tubo (direção x'_{tu}) e os deslocamentos angulares da munição.

Assim, com o intuito de representar os graus de liberdade restringidos por esta junta, foram conectadas uma junta prismática (EQ. 4.21 a 4.23), uma junta esférica (EQ. 4.6) e uma junta circular. Esta última, apenas para prover a rotação da munição no eixo z , combinada com o deslocamento linear no mesmo eixo, em função do raiamento do tubo, como apresentado na EQ. 4.27. Totalizando assim 9 graus de liberdades restritos entre a munição e o tubo.

$$\Phi^{cir}(x_{mu}, \theta_{mu}) = \theta_{mu} - x_{mu} \alpha_{raia} = 0 \quad (\text{EQ. 4.27})$$

Assim, obtém-se:

$$\Phi_{junta\ 1} = \begin{bmatrix} \Phi^{p1}(h_{tu}, h_{mu}) \\ \Phi^{p2}(h_{tu}, d_{mu}) \\ \Phi^{d1}(f_{tu}, f_{mu}) \\ \Phi^s(P_{tu}, P_{mu}) \\ \Phi^{cir}(z_{mu}, \theta_{mu}) \end{bmatrix} \quad (EQ. 4.28)$$

4.2.6 JUNTA ENTRE O TUBO E O BERÇO

Esta junta foi modelada como uma junta prismática que permite apenas o movimento linear entre o eixo x'_{tu} do tubo (*tu*) e o eixo x'_{sr} do berço (*be*), conforme apresentado na FIG. 4.19.

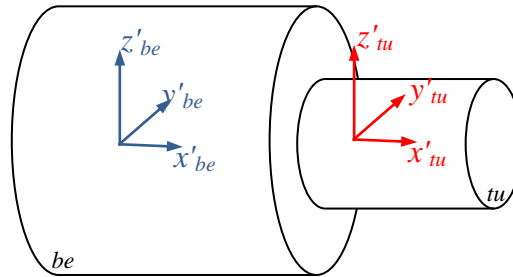


FIG. 4.19 - Junta entre o berço e o tubo

A partir das EQ. 4.21 a 4.23, que definem a junta prismática, foi equacionada a presente junta. Ela apresenta cinco equações escalares e é apresentada a seguir:

$$\Phi_{junta\ 2} = \begin{bmatrix} \Phi^{p1}(h_{tu}, h_{sr}) \\ \Phi^{p2}(h_{tu}, d_{tu\ sr}) \\ \Phi^{d1}(f_{tu}, f_{sr}) \end{bmatrix} \quad (EQ. 4.29)$$

Também foi considerada nesta junta um conjunto mola-amortecedor para representar a rigidez e o amortecimento equivalentes do sistema de recuperação.

4.2.7 ANÁLISE DA RESPOSTA DA INTERAÇÃO ENTRE A MUNIÇÃO E O TUBO

Nesta seção serão analisadas a resposta da munição, para um modelo com um tubo fixo FIG. 4.20 (a), e para um modelo com o tubo montado num berço fixo, dotado de um sistema de recuperação FIG. 4.20 (b). Para cada uma destes dois modelos, serão impostas as mesmas condições iniciais e os resultados obtidos serão comparados.

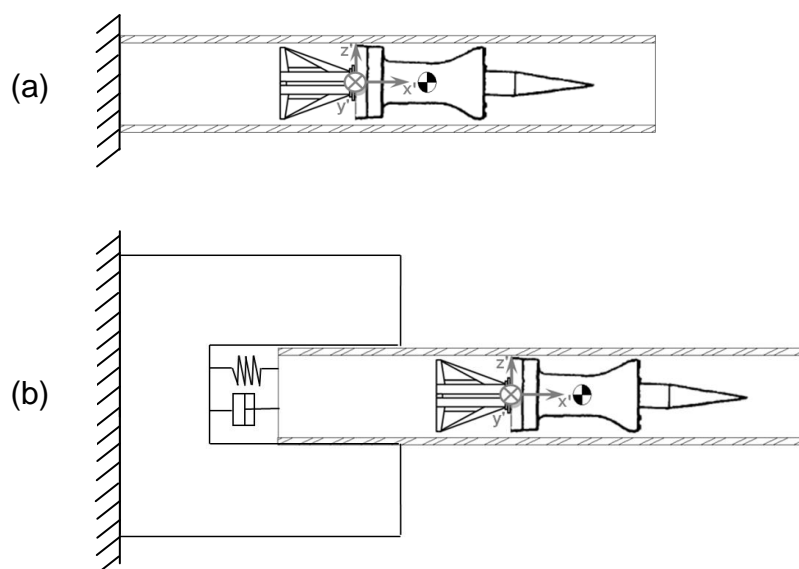


FIG. 4.20 - Desenho Esquemático do modelo com tubo fixo (a) e do modelo com tubo montado num berço fixo, dotado de um sistema de recuperação (b)

O Vetor de coordenadas generalizadas (q), o Vetor das restrições cinemáticas (Φ) e a Matriz de Inércia (M), de ambos os modelos estudados nesta seção, são apresentados no APÊNDICE II.

As simulações foram realizadas em 6,7 ms, já que este é o tempo despendido pela munição para atravessar o tubo, correspondendo ao desenvolvimento da balística interna.

Nas análises realizadas a seguir, quando forem citados os deslocamentos horizontal, vertical e lateral da munição, entende-se o deslocamento da munição na direção x' (direção longitudinal ao tubo), direção z' e direção y' , respectivamente, de acordo com o sistema de coordenada da munição, apresentado na FIG. 4.20.

a) Análise do deslocamento da munição em um tubo fixo:

Condição Inicial 01:

Inclinação vertical da munição= 0°

Inclinação horizontal da munição= 0°

Posição Vertical do CM da munição= 0 mm

Posição Lateral do CM da munição= 0 mm

gap= 0,25 mm

Através da Condição Inicial 01, é definida a condição de alinhamento ideal entre a munição e o tubo.

Na FIG. 4.21 observa-se o deslocamento horizontal da munição, ao longo do tubo, onde verifica-se que esta atravessa o tubo (4.620 m) em 6,7 ms. Este resultado é o esperado, já que a pressão gerada pela carga propelente na base da munição, proporcionou o deslocamento desta por todo o tubo, no período previsto.

Na FIG. 4.22 identifica-se que a munição descreve uma trajetória vertical negativa, devido ao efeito da gravidade.

Conforme é apresentado na FIG. 4.23, a munição apresenta deslocamento lateral em virtude do efeito giroscópico, já que é imposta o movimento de rotação a ela pelo raiamento interno do tubo.

É observado na FIG. 4.24 a trajetória descrita pela munição no interior do tubo.

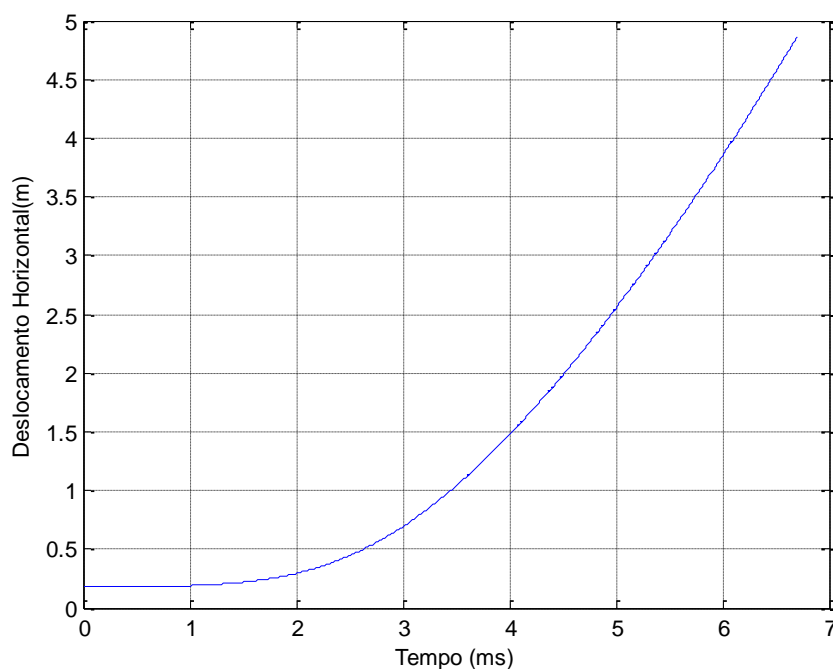


FIG. 4.21 - Deslocamento horizontal do CM da munição - Condição Inicial 01

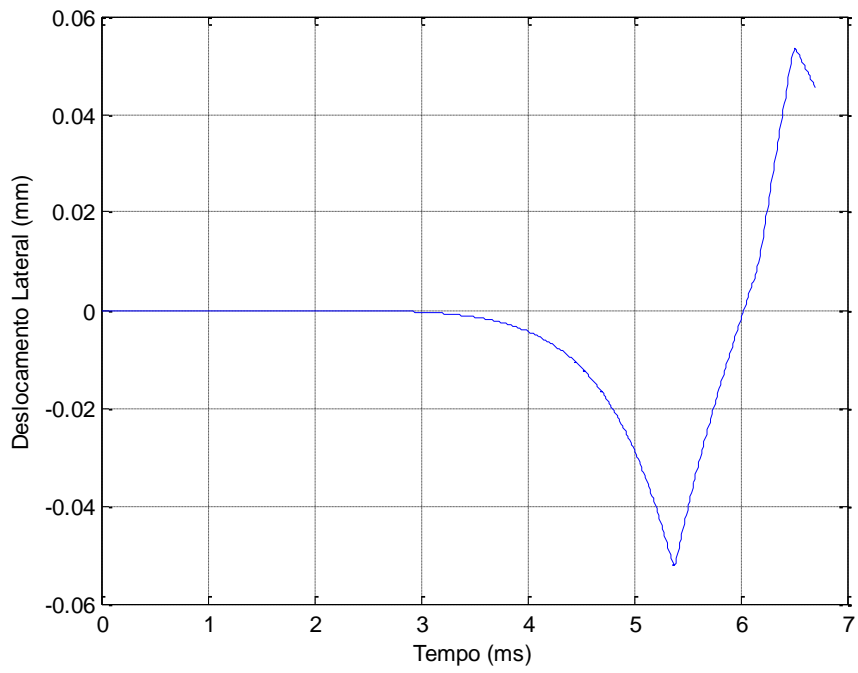


FIG. 4.22 - Deslocamento vertical da munição - Condição Inicial 01

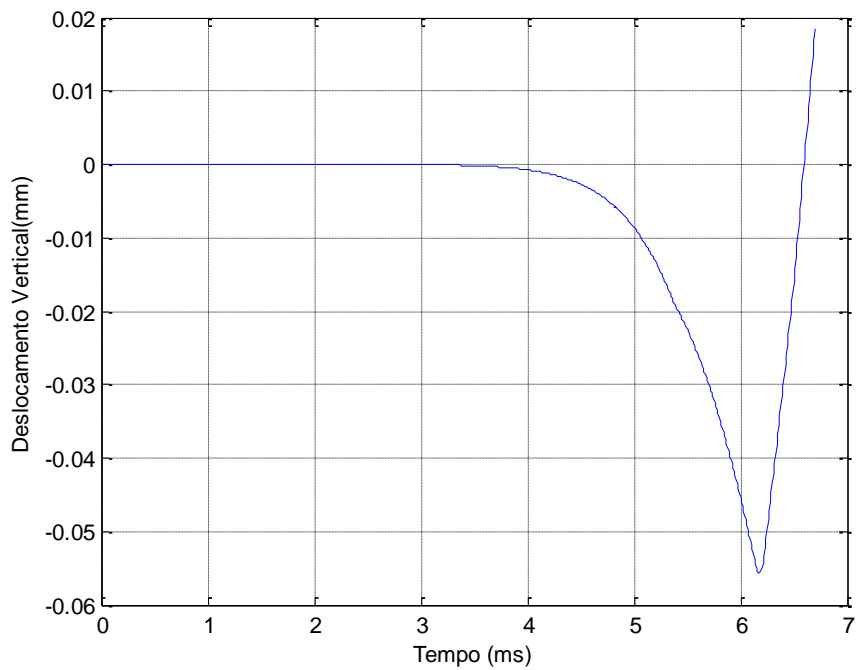


FIG. 4.23 - Deslocamento lateral do CM da munição - Condição Inicial 01

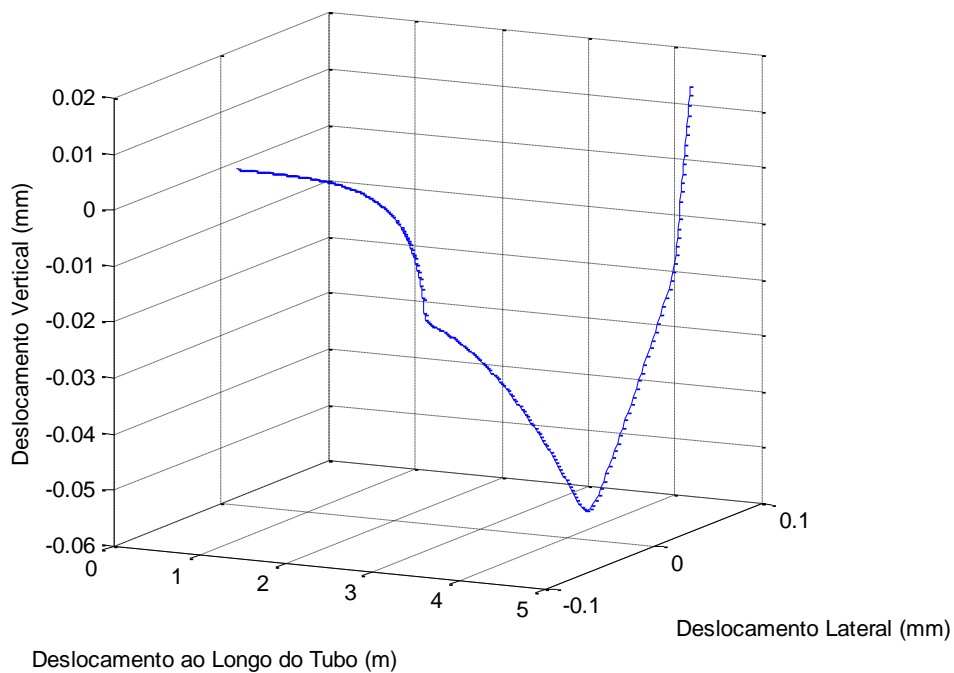


FIG. 4.24 - Deslocamento do CM da munição no interior do Tubo
- Condição Inicial 01

Condição Inicial 02:

Inclinação vertical da munição= $0,08^\circ$ Inclinação horizontal da munição: 0°
 Posição Vertical do CM da munição= 0 mm Posição Lateral do CM da munição= 0 mm
gap= 0,25 mm

Na Condição Inicial 02 é imposta a inclinação máxima possível para a munição no interior do tubo, em virtude das suas dimensões e do *gap* utilizado.

Mesmo com a inclinação que foi imposta, não há alteração no deslocamento horizontal da munição, de acordo com a FIG. 4.25.

No entanto, na FIG. 4.26, é possível identificar o aumento da freqüência no movimento de batimento na direção vertical. E ainda, como na posição inicial da munição ela já apresentava o ângulo máximo a ser assumido, a munição apresenta apenas deslocamento negativo.

Na FIG. 4.27 observa-se que, devido ao efeito giroscópico, a munição também apresenta o movimento de batimento na direção lateral. E, com o aumento da pressão na base da munição a amplitude deste movimento também aumenta.

Na FIG. 4.28 é apresentada a composição destes deslocamentos para se obter a trajetória da munição no interior do tubo.

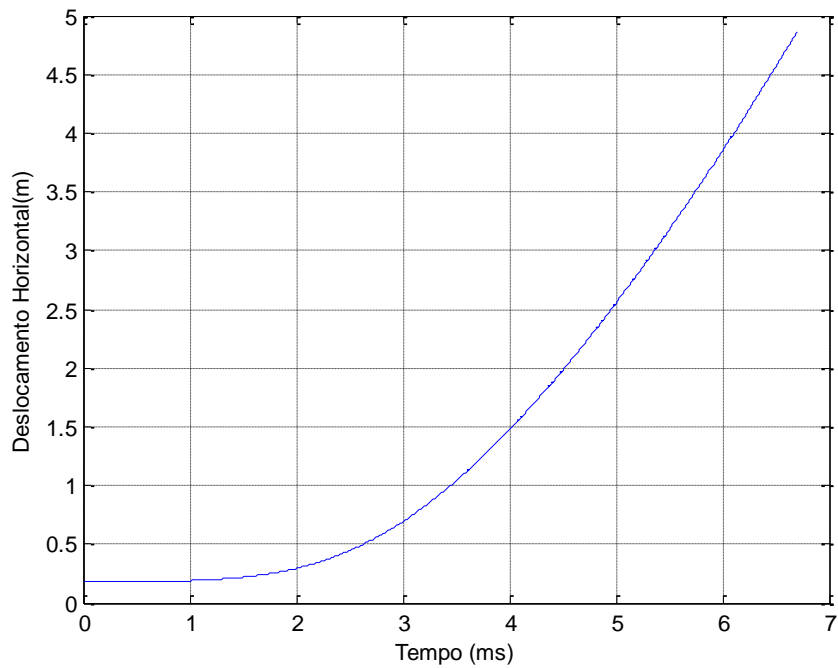


FIG. 4.25 - Deslocamento horizontal do CM da munição - Condição Inicial 02

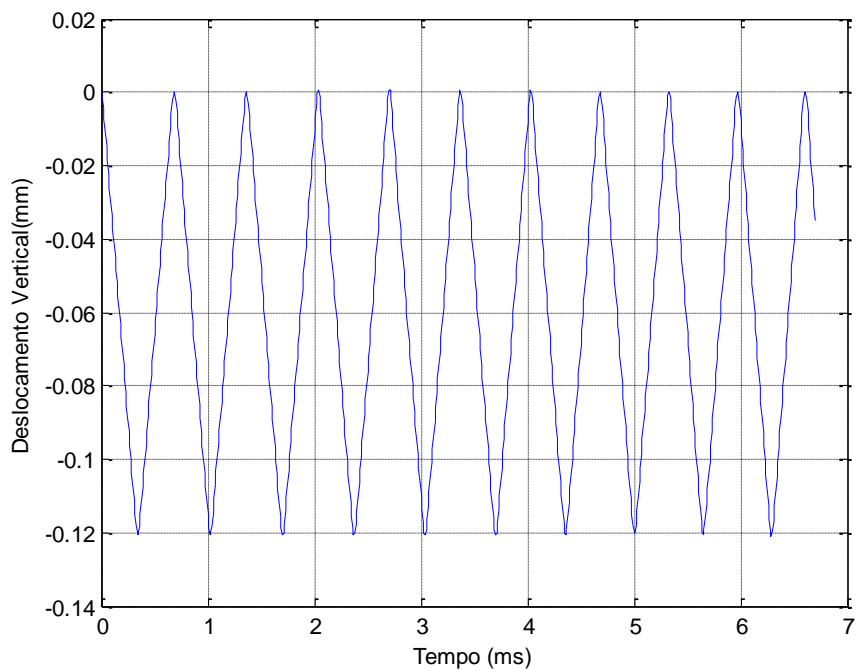


FIG. 4.26 - Deslocamento vertical da munição - Condição Inicial 02

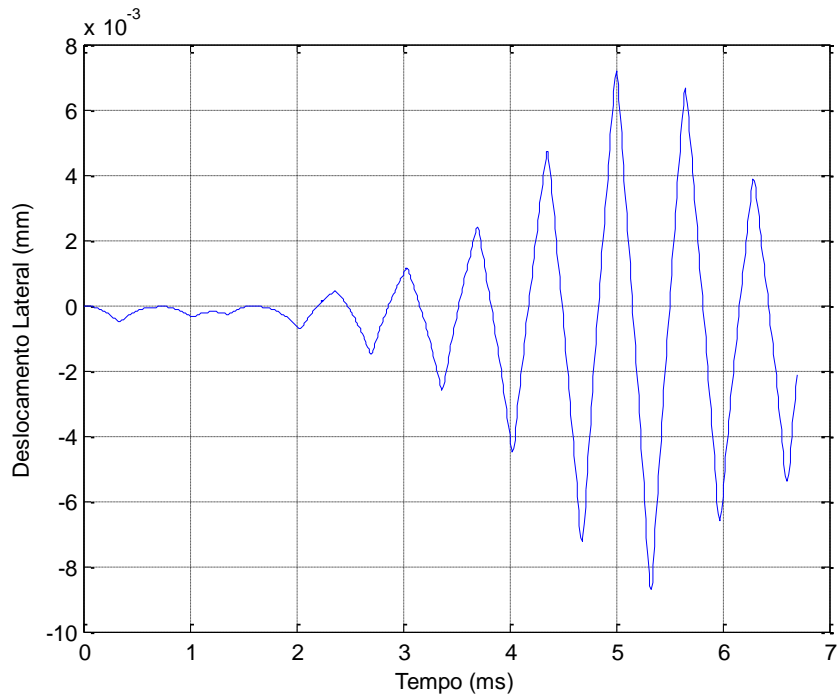


FIG. 4.27 - Deslocamento lateral do CM da munição - Condição Inicial 02

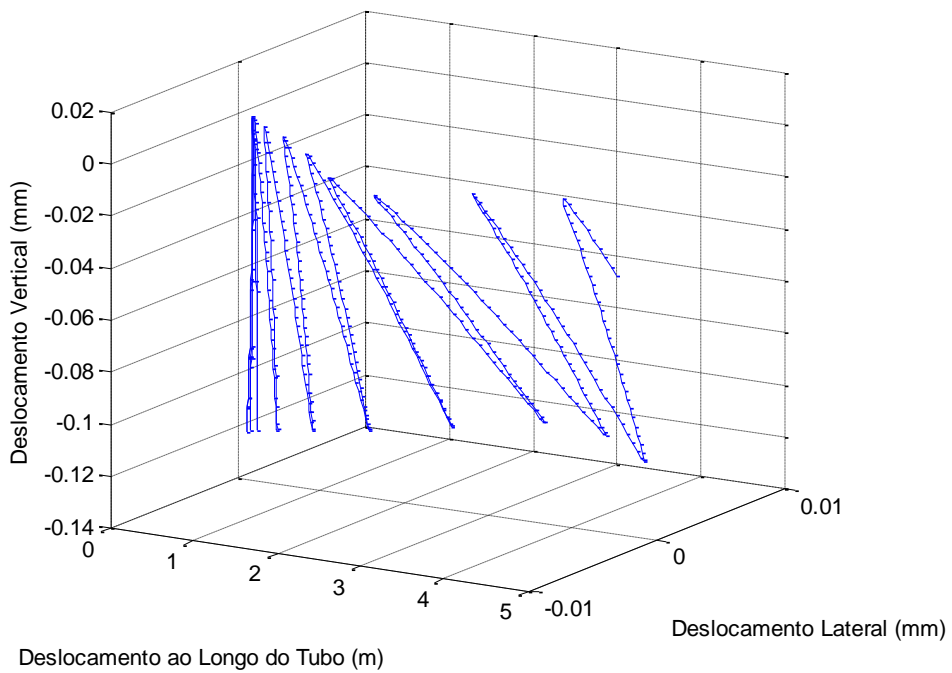


FIG. 4.28 - Deslocamento do CM da munição no interior do Tubo
- Condição Inicial 02

Condição Inicial 03:

Inclinação vertical da munição= $0,054^\circ$ Inclinação horizontal da munição: 0°
Posição Vertical do CM da munição= 0 mm Posição Lateral do CM da munição= 0 mm
gap= 0,25 mm

Na Condição Inicial 03 é imposto um desalinhamento de $0,054^\circ$ na direção vertical da munição em relação ao tubo. Com isso, é possível comparar o resultado obtido com os de ANSARI et al. (1988), que realizou o estudo do movimento da munição APFSDS 120 mm com a mesma inclinação, através de simulação numérica.

Na FIG. 4.29 identifica-se que mesmo a munição apresentando um desalinhamento de $0,054^\circ$, não há alteração ao ser descrita a sua trajetória horizontal.

No entanto, observa-se na FIG. 4.30 que o pequeno desalinhamento imposto foi suficiente pra gerar um grande batimento. Em ANSARI et al. (1988), não são estudados os deslocamentos horizontais e laterais da munição, apenas o vertical. Analisando-se a FIG. 4.31, é possível concluir que, mesmo sendo munições de calibres diferentes e conseqüentemente apresentarem massa, inércia, centro de massa e pressão gerada na base da munição diferentes, apresentam um perfil de trajetória vertical similar.

Não foi possível parametrizar o modelo desenvolvido neste trabalho para o estudado em ANSARI et al. (1988) por falta de dados disponíveis naquele artigo.

Ao examinar a FIG. 4.32 identifica-se novamente o efeito giroscópico no deslocamento lateral da munição.

Na FIG. 4.33 é apresentado o deslocamento da munição no interior do tubo, para a Condição Inicial 03.

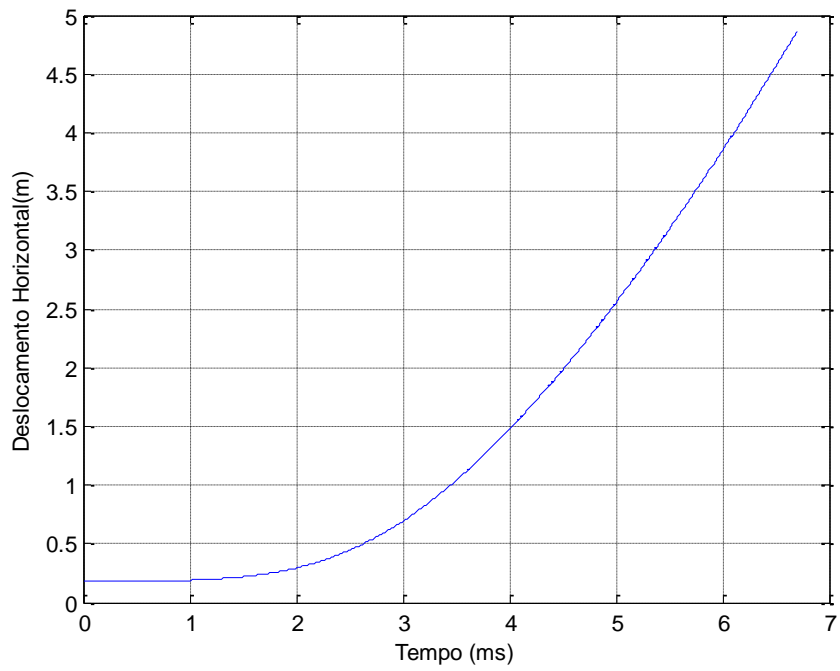


FIG. 4.29 - Deslocamento horizontal do CM da munição - Condição Inicial 03

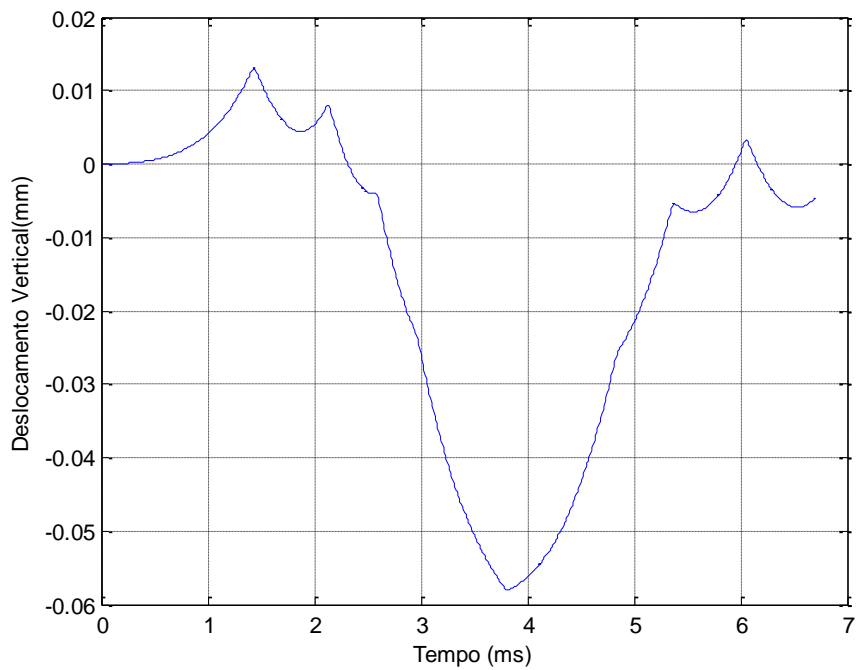


FIG. 4.30 - Deslocamento vertical do CM da munição - Condição Inicial 03

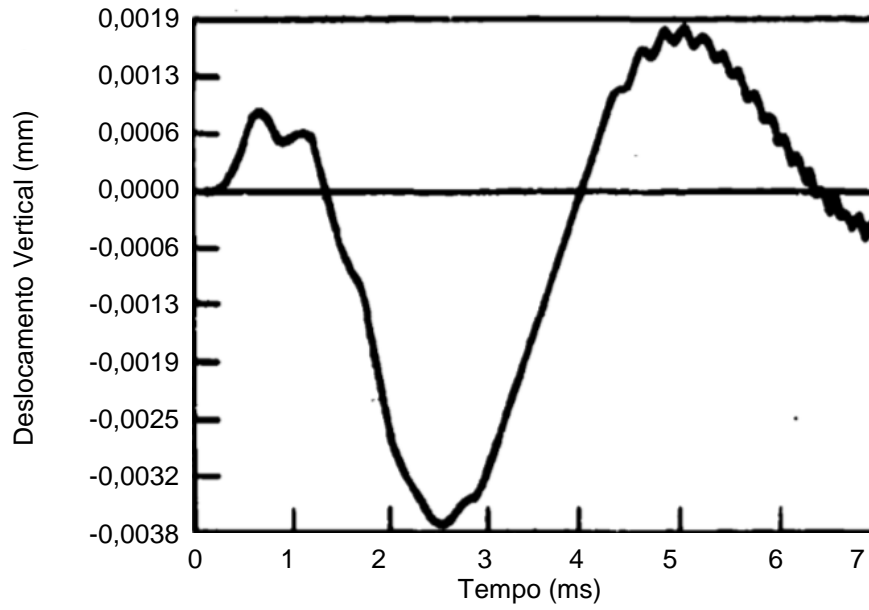


FIG. 4.31 - Deslocamento vertical do CM da munição APFSDS 120 mm - Condição Inicial 03, (ANSARI et al., 1988, p. 28)

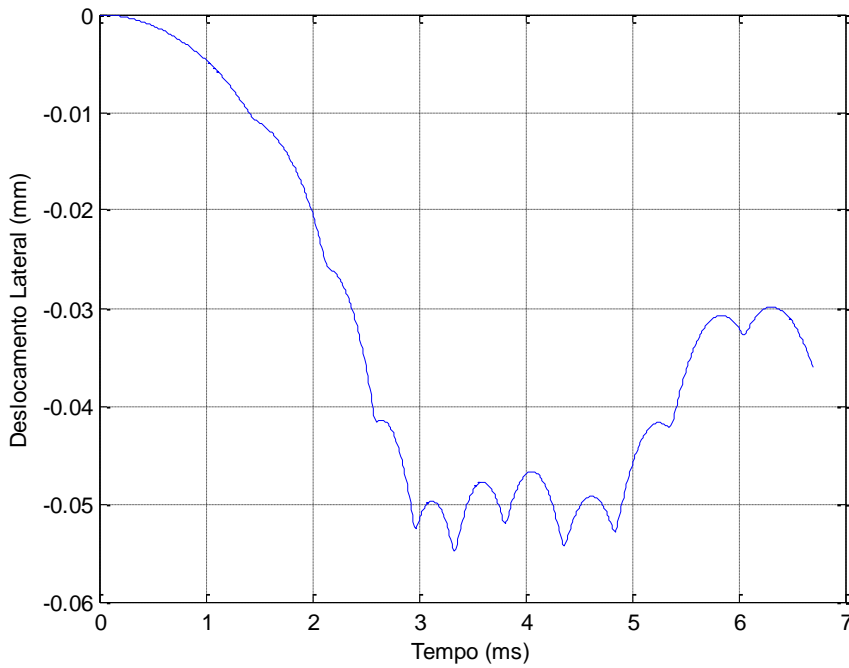


FIG. 4.32 - Deslocamento lateral do CM da munição - Condição Inicial 03

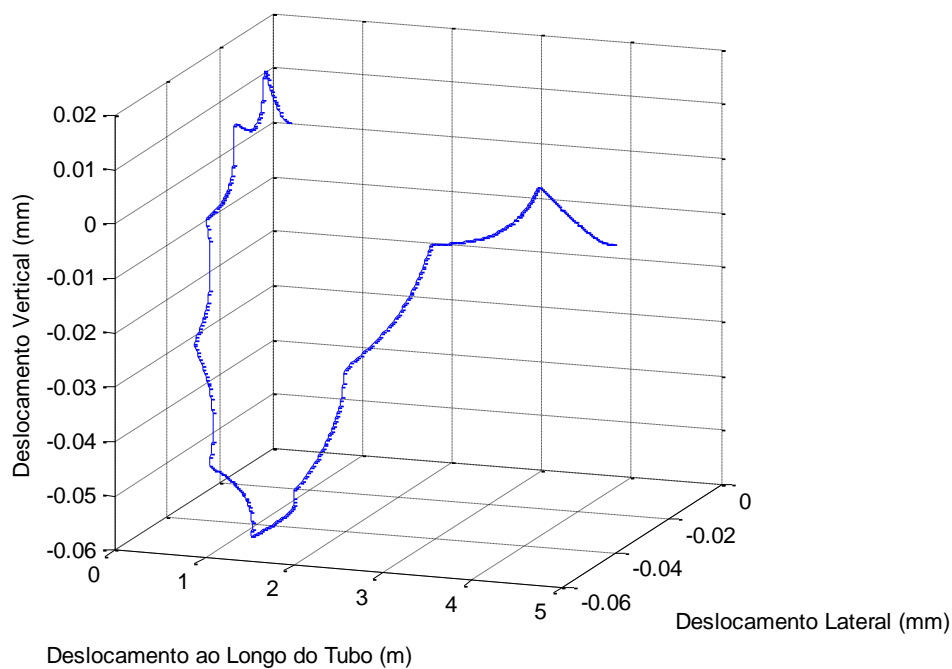


FIG. 4.33 - Deslocamento do CM da munição no interior do Tubo
- Condição Inicial 03

Condição Inicial 04:

Inclinação vertical da munição= $0,08^\circ$

Inclinação horizontal da munição: 0°

Posição Vertical do CM da munição= 0,25 mm

Posição Lateral do CM da munição= 0mm

gap= 0,25 mm

Na Condição Inicial 04 é imposta à munição a inclinação vertical máxima possível em relação ao tubo e o deslocamento vertical ao Centro de Massa da munição de 0,25 mm. Esse pequeno deslocamento vertical pode ser interpretado como um pequeno desbalanceamento na munição.

Na FIG. 4.34 observa-se que na mesma forma que nas outras condições iniciais, não ocorre alteração no deslocamento horizontal da munição.

No entanto, nas FIG. 4.35 e 4.36 observa-se que a condição inicial imposta gera um movimento vertical e lateral, de alta frequência na munição.

Na FIG. 4.37 é apresentada o deslocamento da munição no interior do tubo.

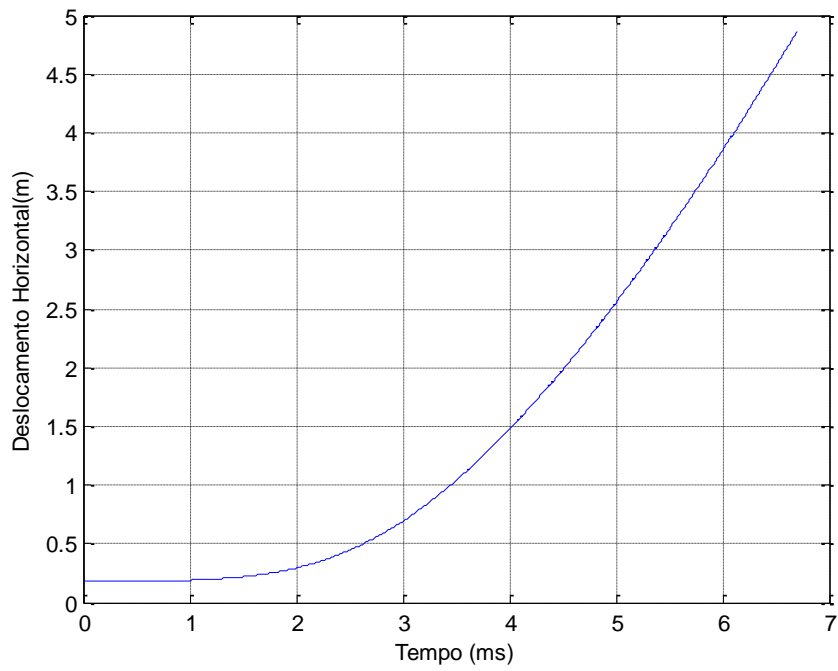


FIG. 4.34 - Deslocamento horizontal do CM da munição - Condição Inicial 04

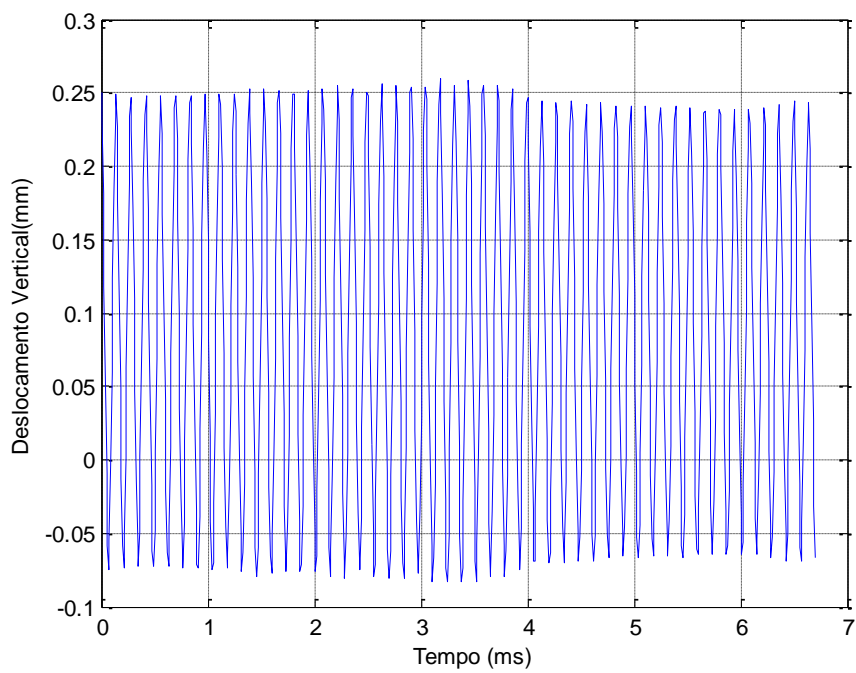


FIG. 4.35 - Deslocamento vertical do CM da munição - Condição Inicial 04

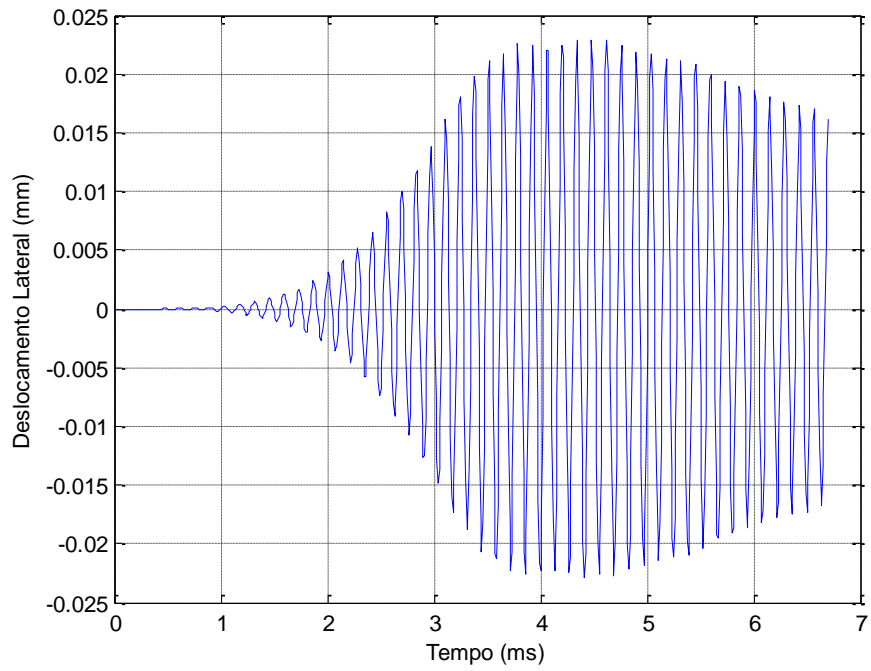


FIG. 4.36 - Deslocamento lateral do CM da munição - Condição Inicial 04

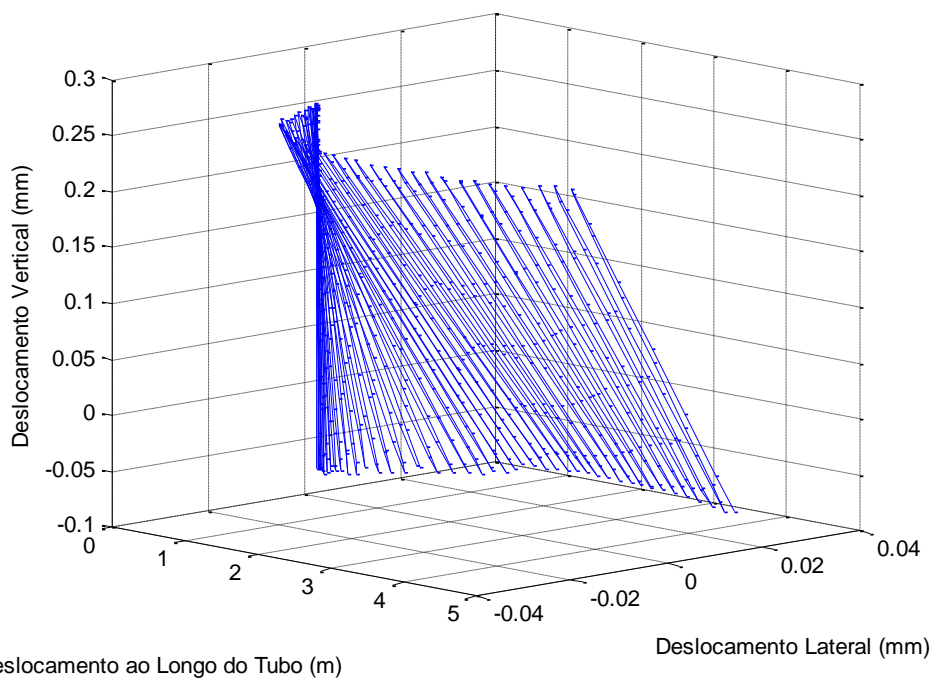


FIG. 4.37 - Deslocamento do CM da munição no interior do Tubo - Condição Inicial 04

b) Análise do deslocamento da munição em um tubo acoplado a um berço:

Nesta seção serão apresentadas as respostas do sistema que foi modelado com o tubo montado em um berço, por intermédio de um sistema de recuperação. Serão utilizadas as mesmas condições iniciais utilizadas no modelo com o tubo fixo.

Condição Inicial 01:

Conforme esperado, observa-se nas FIG. 4.38 a 4.40 que não ocorre o deslocamento do berço em nenhuma das direções, durante o tiro.

Quanto ao deslocamento do tubo, observa-se nas FIG. 4.41 a FIG. 4.43 que ocorre apenas o deslocamento horizontal do tubo, durante o tiro.

Sobre o deslocamento da munição, na FIG. 4.44 identifica-se que não há diferença no deslocamento horizontal entre o modelo que possui o berço (com sistema de recuperação) e o modelo de tubo fixo.

No entanto, nas FIG. 4.45 e FIG. 4.46, observa-se que para esta condição inicial, o modelo com o berço apresenta uma maior amplitude nos deslocamentos vertical e lateral da munição e um pequeno atraso ao término destes deslocamentos.

Na FIG. 4.47 são comparadas as trajetórias descritas pela munição, no interior do tubo, nos dois modelos estudados.

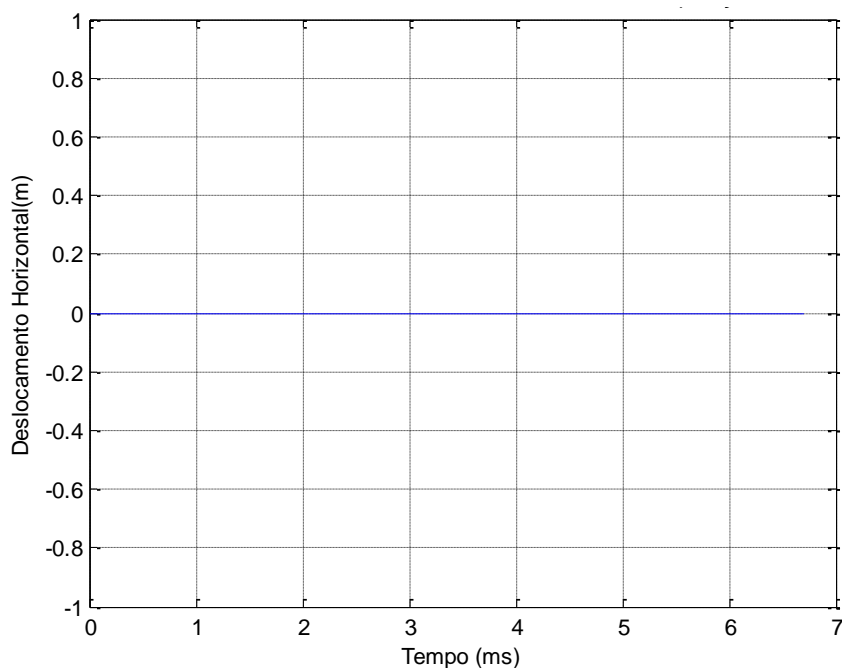


FIG. 4.38 - Deslocamento horizontal do CM do berço - Condição Inicial 01

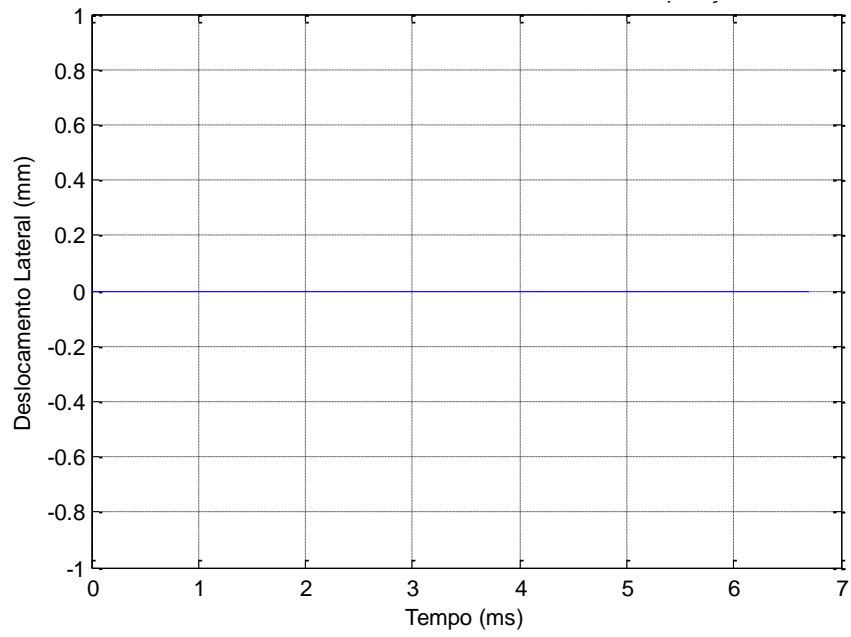


FIG. 4.39 - Deslocamento lateral do CM do berço - Condição Inicial 01

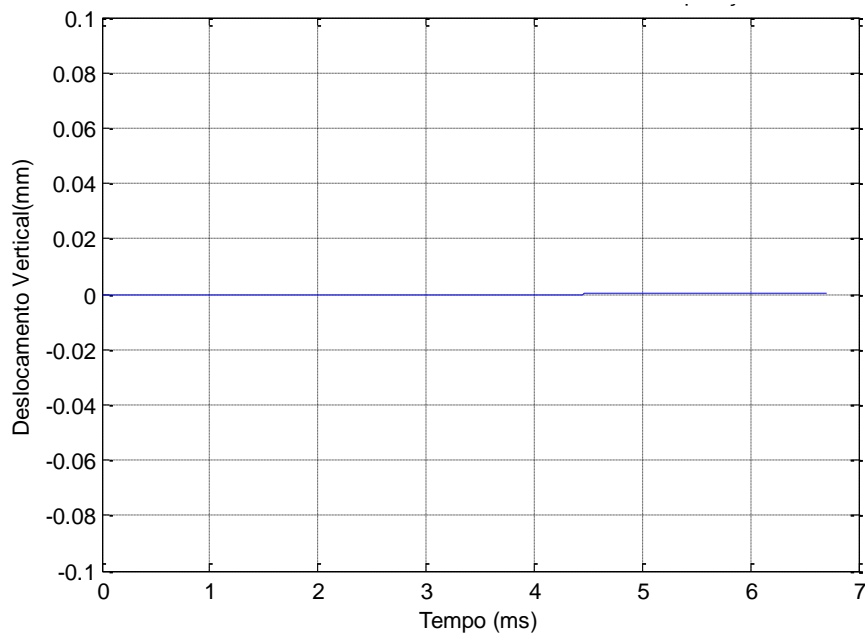


FIG. 4.40 - Deslocamento vertical do CM do berço - Condição Inicial 01

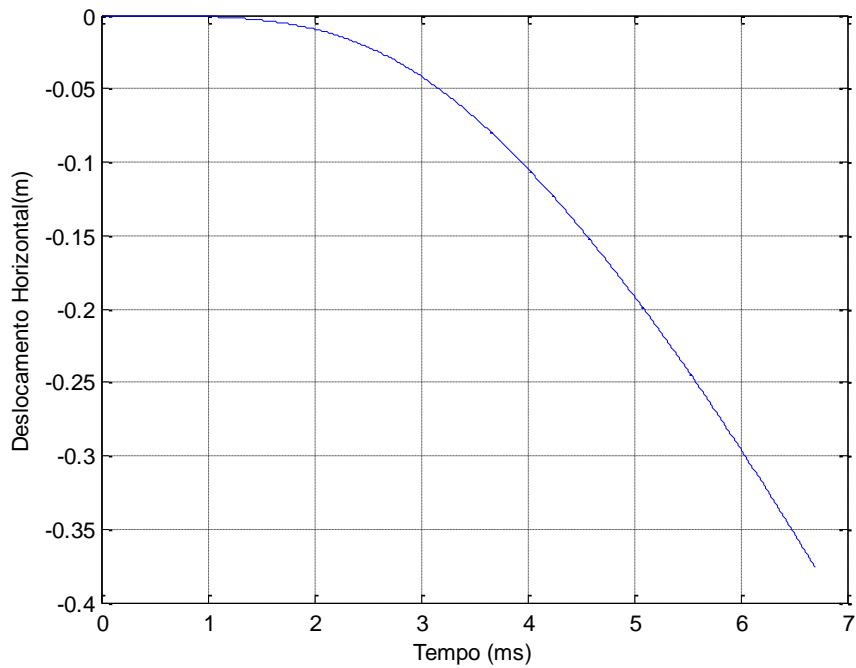


FIG. 4.41 - Deslocamento horizontal do CM do tubo, no modelo com o berço, com sistema de recuperação - Condição Inicial 01

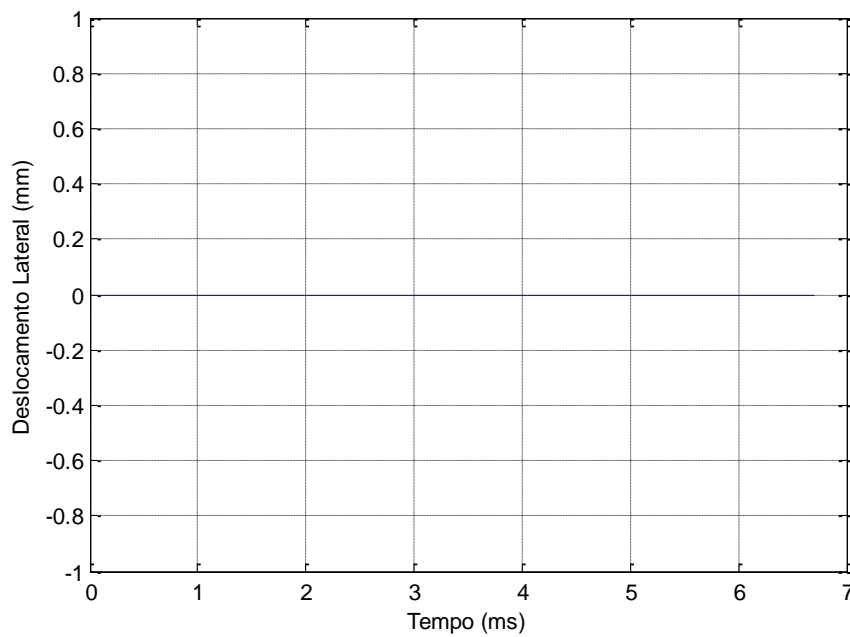


FIG. 4.42 - Deslocamento lateral do CM do tubo, no modelo com berço, com sistema de recuperação - Condição Inicial 01

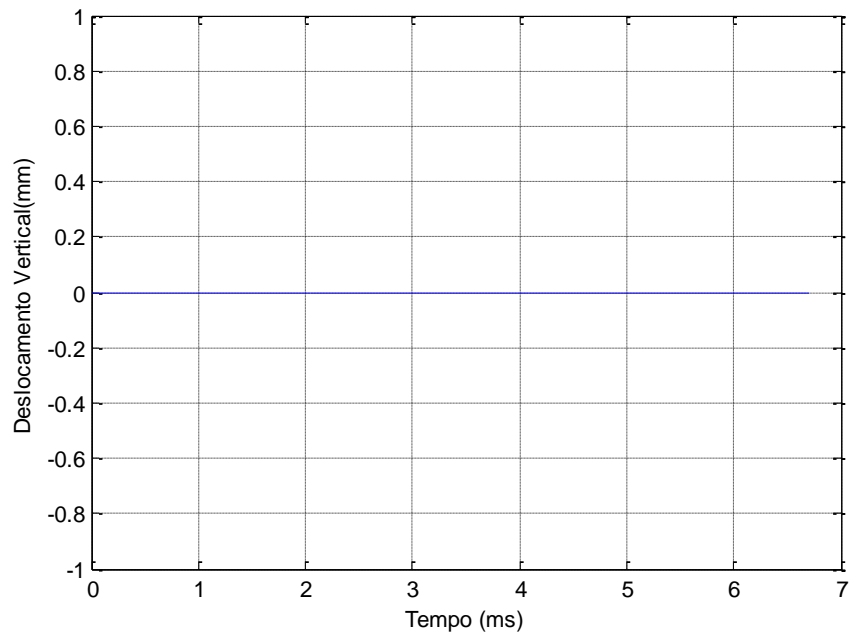


FIG. 4.43 - Deslocamento vertical do CM do tubo, no modelo com berço, com sistema de recuperação - Condição Inicial 01

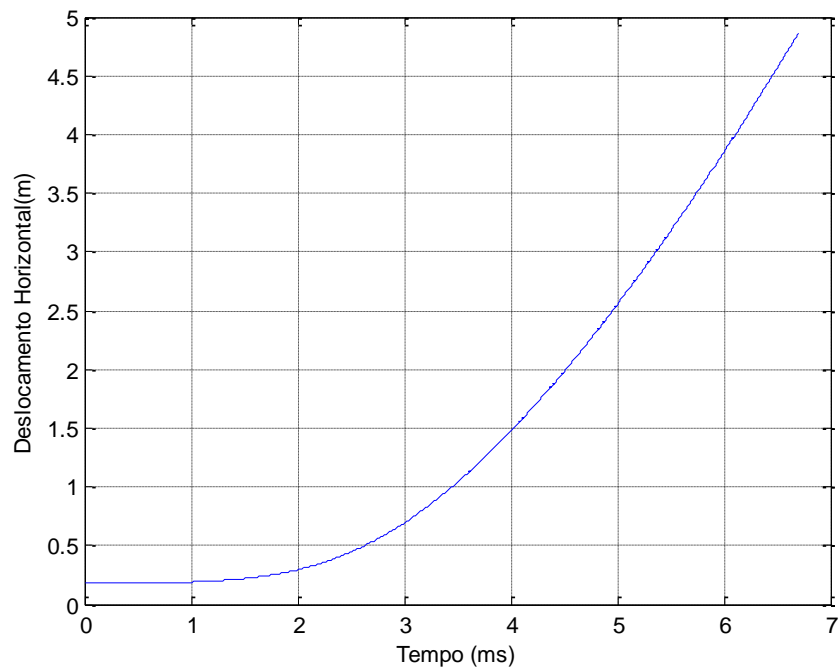


FIG. 4.44 - Deslocamento horizontal do CM da munição, no modelo com berço, com sistema de recuperação - Condição Inicial 01

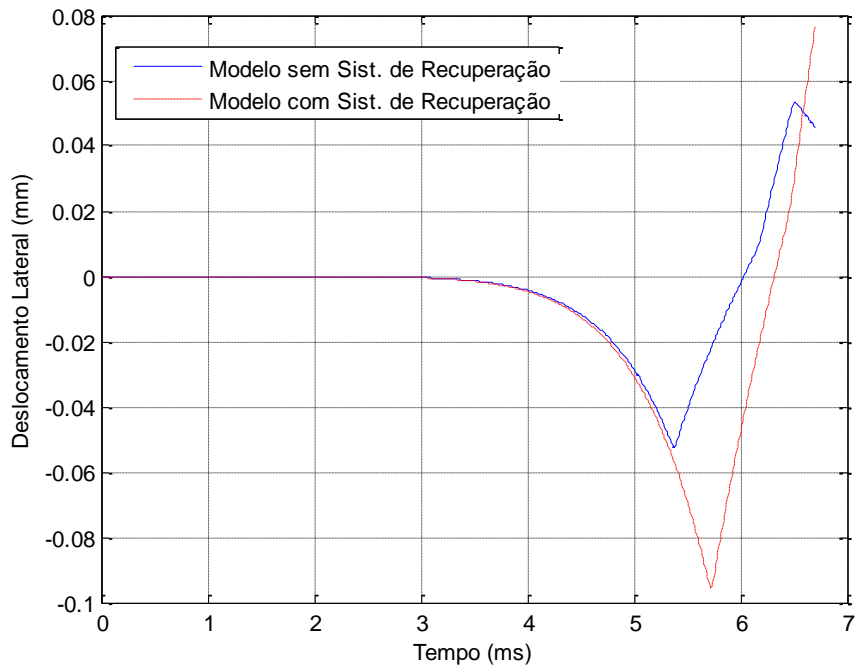


FIG. 4.45 - Comparação do deslocamento lateral do CM da munição, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação - Condição Inicial 01

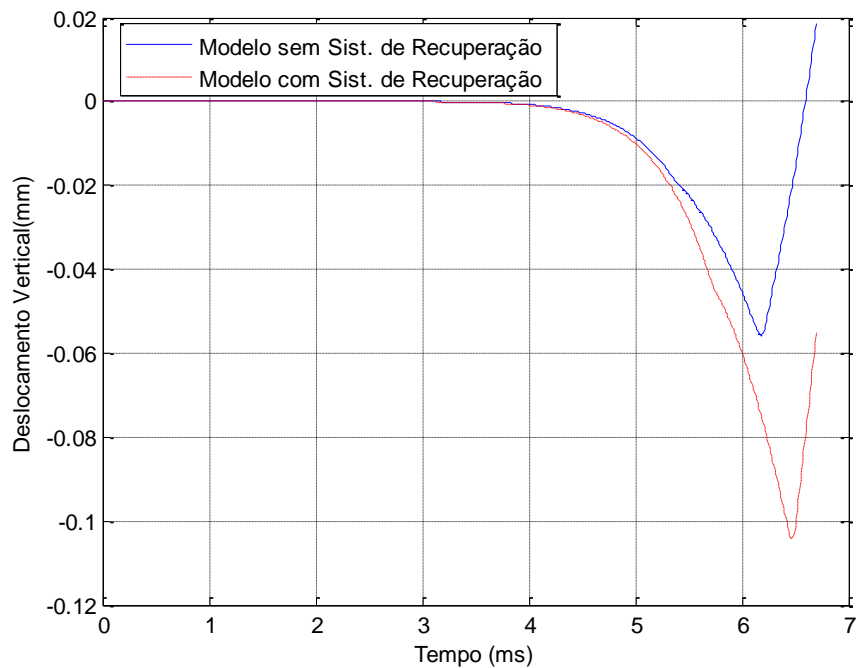


FIG. 4.46 - Comparação do deslocamento vertical do CM da munição, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação - Condição Inicial 01

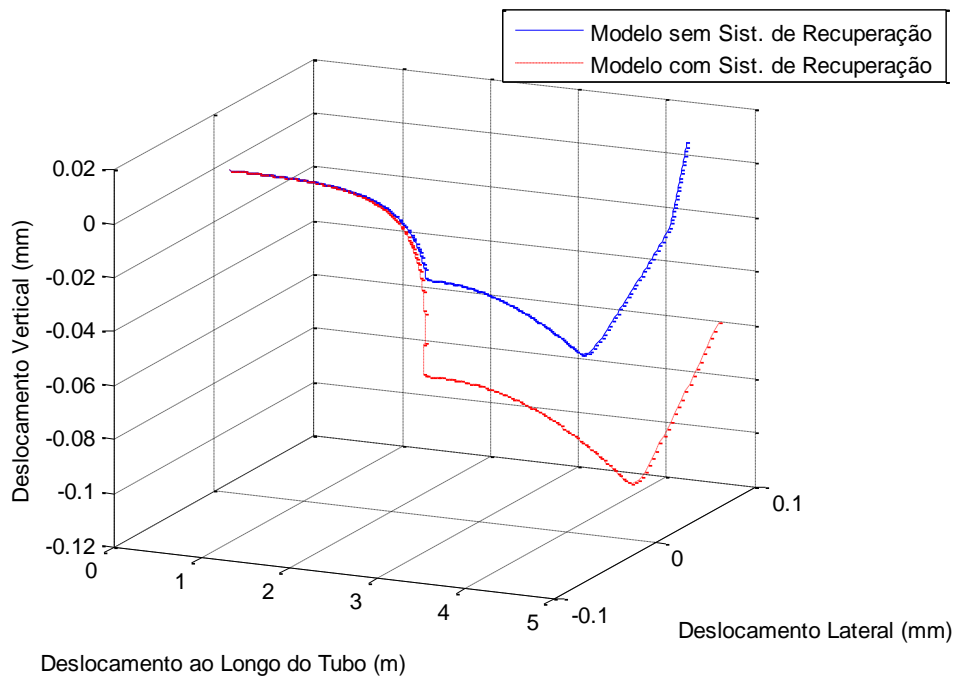


FIG. 4.47 - Comparação do deslocamento do CM da munição, no interior do tubo, entre os modelos com e sem o Sistema de Recuperação - Condição Inicial 01

Condição Inicial 02:

Nas FIG. 4.48 e 4.49 são comparados os deslocamentos lateral e vertical, respectivamente, do CM da munição, dos sistemas com e sem o berço, para a Condição Inicial 02. Nestas figuras é possível identificar que, para esta condição inicial, a inclusão do berço no modelo, ou seja, a inserção do sistema de recuperação, altera consideravelmente os deslocamentos lateral e vertical do CM da munição, aumentando inclusive a amplitude destes movimentos.

Através da composição destes deslocamentos, são comparados na FIG. 4.50 o deslocamento do CM da munição no interior do tubo, para a Condição Inicial 02, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação.

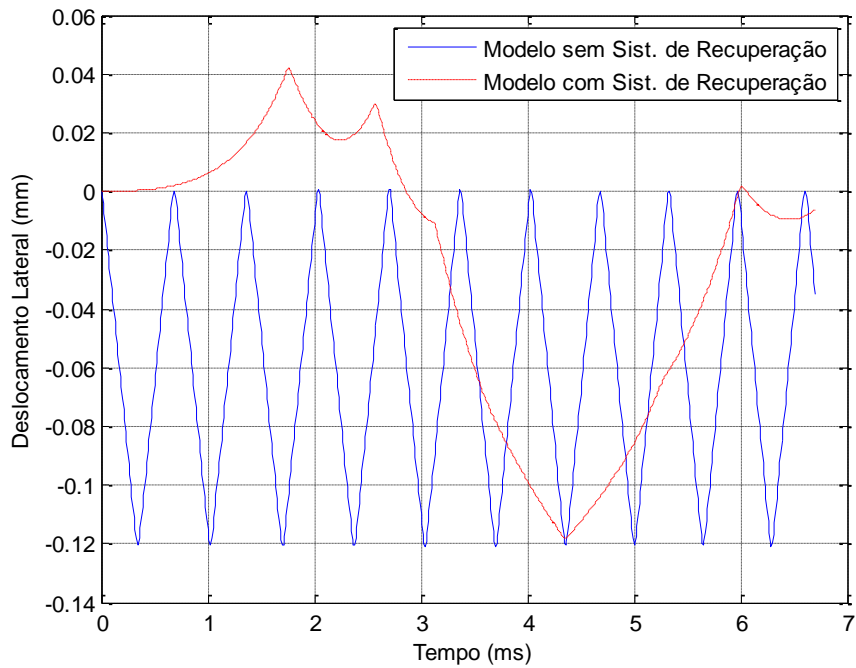


FIG. 4.48 - Comparação do deslocamento lateral do CM da munição, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação - Condição Inicial 02

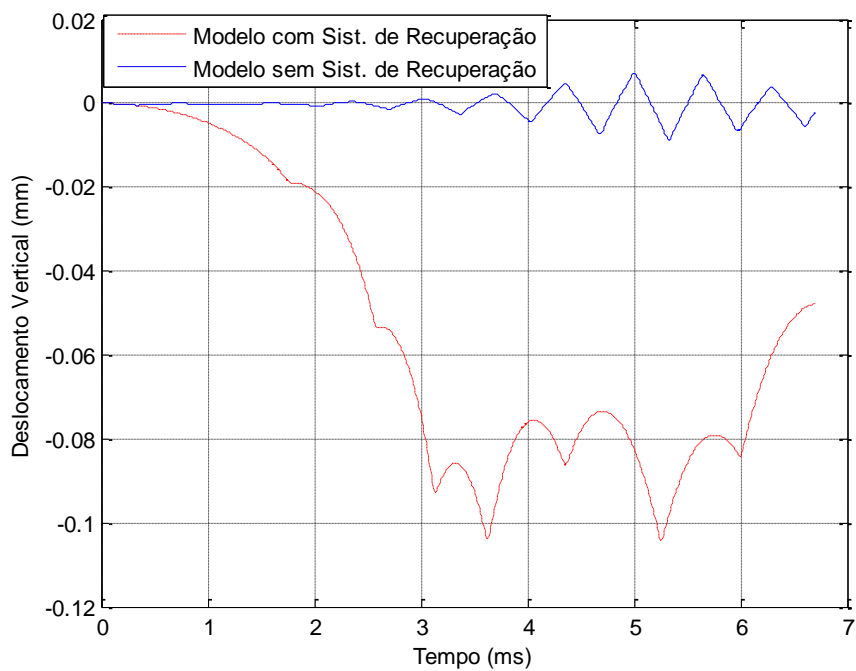


FIG. 4.49 - Comparação do deslocamento vertical do CM da munição, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação - Condição Inicial 02

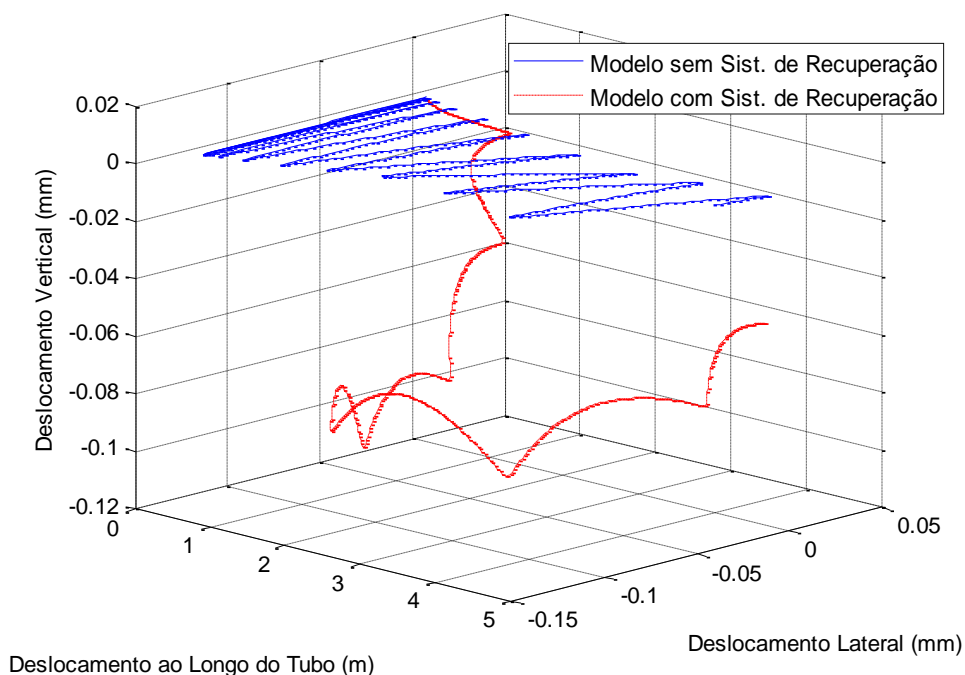


FIG. 4.50 - Comparação do deslocamento do CM da munição, no interior do tubo, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação - Condição Inicial 02

Condição Inicial 03:

Para esta condição inicial, observa-se, diferentemente da Condição Inicial 02, que os modelos com e sem o berço apresentam perfis de deslocamento do CM da munição similares.

Nas FIG. 4.51 e 4.52, são apresentados os deslocamentos vertical e horizontal do CM da munição, em ambos modelos estudados, para a Condição Inicial 03. Nestas figuras identifica-se que o perfil dos deslocamentos são similares, no entanto, nota-se uma maior amplitude de deslocamento no modelo com o berço, com o sistema de recuperação.

Na FIG. 4.53 são comparadas as trajetórias descritas pelo CM da munição no interior do tubo, para cada um dos modelos estudados, a partir da composição dos deslocamentos horizontal, vertical e lateral do CM da munição.

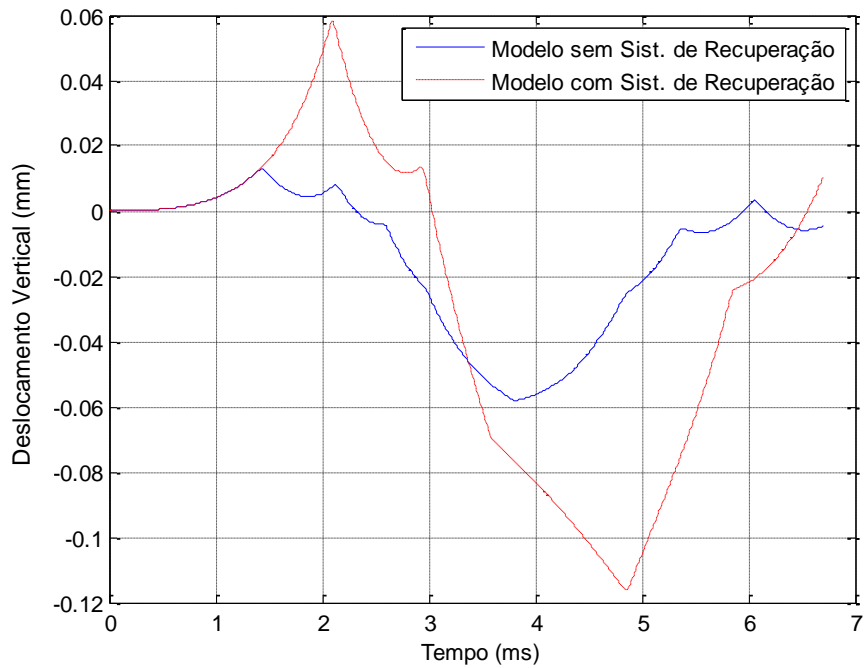


FIG. 4.51 - Comparação do deslocamento vertical do CM da munição, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação - Condição Inicial 03

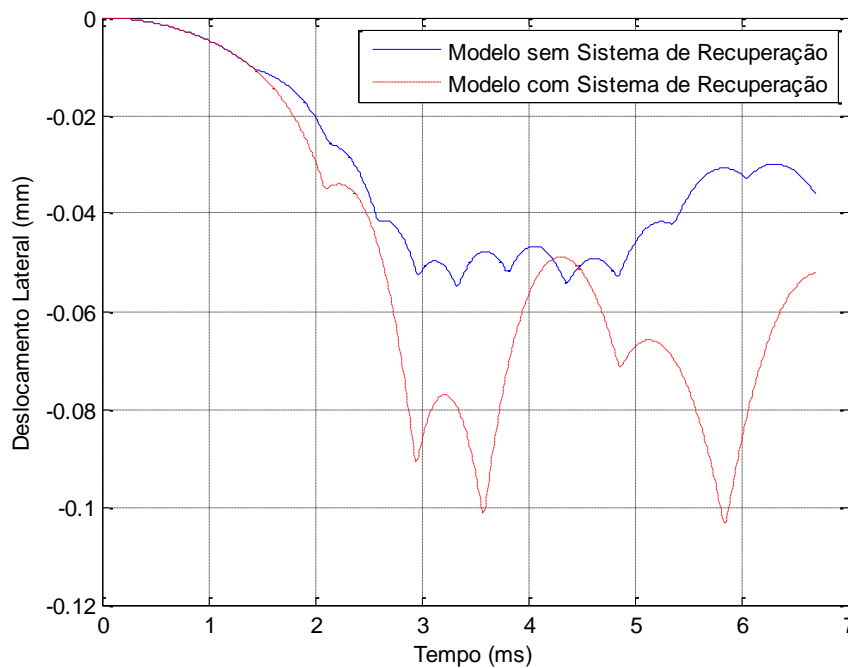


FIG. 4.52 - Comparação do deslocamento lateral do CM da munição, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação - Condição Inicial 03

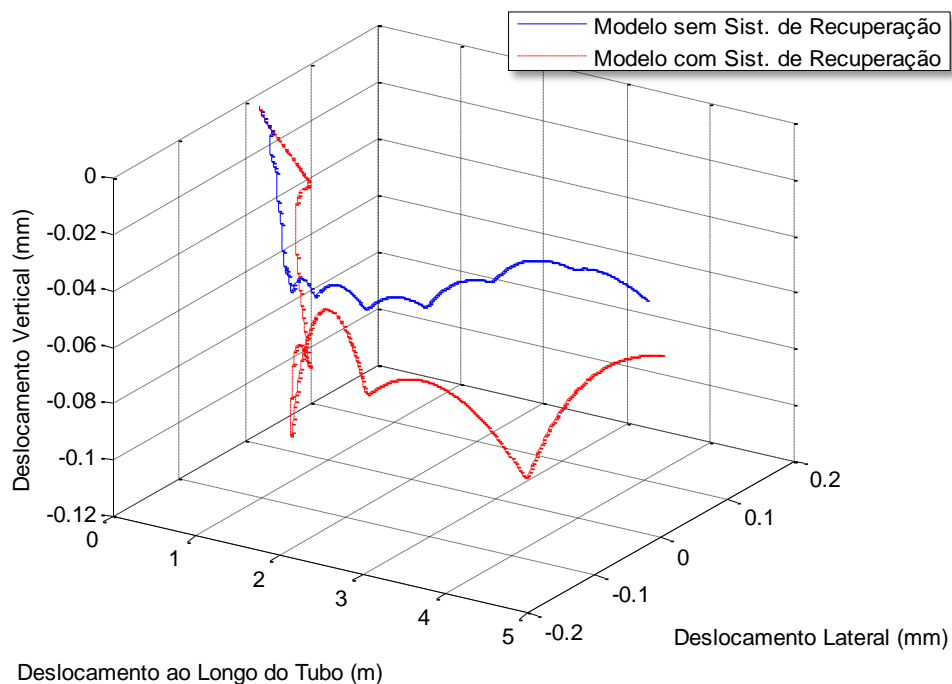


FIG. 4.53 - Comparação do deslocamento do CM da munição, no interior do tubo, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação - Condição Inicial 03

Condição Inicial 04:

Nesta condição inicial é imposta à munição uma inclinação em relação ao tubo de $0,08^\circ$ e um deslocamento do CM da munição em 0,25 mm.

Assim, para esta condição inicial, analisa-se nas FIG. 4.54 e 4.55, que os perfis de deslocamento lateral e vertical do CM da munição são muito próximos, nos dois modelos estudados. Observa-se apenas um atraso mínimo dos deslocamentos do modelo com berço, com sistema de recuperação.

O mesmo será observado na FIG. 4.56 que compara o deslocamento do CM da munição no interior do tubo, para os dois modelos estudados.

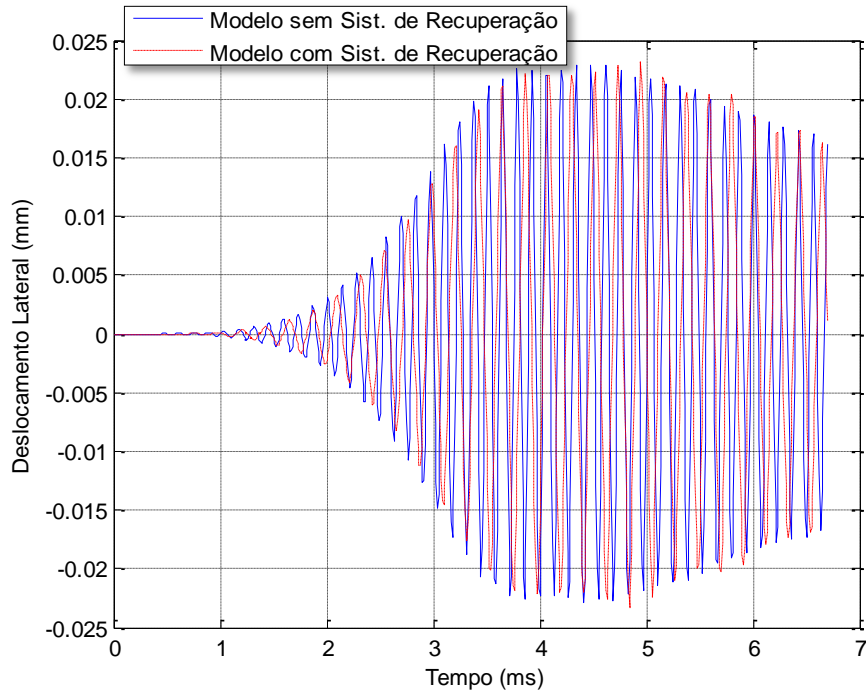


FIG. 4.54 - Comparação do deslocamento Lateral do CM da munição, entre os modelos com e sem o Sistema de Recuperação - Condição Inicial 04

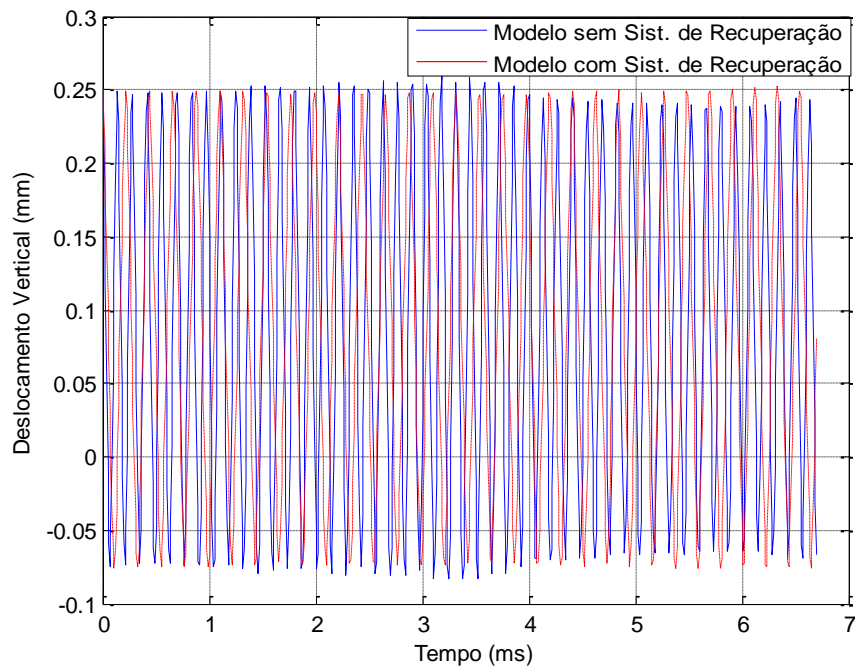


FIG. 4.55 - Comparação do deslocamento vertical do CM da munição, entre os modelos com e sem o Sistema de Recuperação - Condição Inicial 04

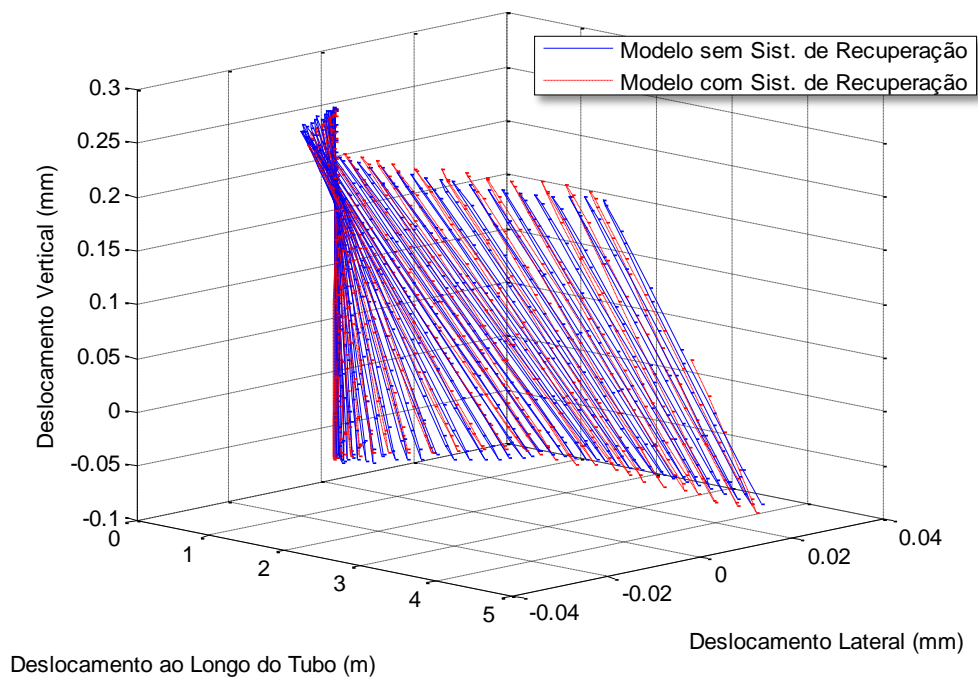


FIG. 4.56 - Comparação do deslocamento do CM da munição, no interior do tubo, entre os modelos com e sem o berço, com o sistema de recuperação - Condição Inicial 04

4.3 MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DO SISTEMA DE ELEVAÇÃO

Utilizando a metodologia apresentada anteriormente, ou seja, utilizando as juntas já citadas e suas combinações, foi modelado o sistema de elevação do conjunto torre-canhão, do carro de combate apresentado na FIG. 4.2, com 6 corpos rígidos.

O Vetor de coordenadas generalizadas (q), o Vetor das restrições cinemáticas (Φ) e a Matriz de Inércia (M), deste modelo, são apresentados no APÊNDICE II.

O desenho esquemático simplificado deste sistema, é apresentado na FIG. 4.57. Nele são identificadas as juntas utilizadas (em números romanos), os pontos utilizados para definir a ortogonalidade e paralelismo entre os corpos (em letras maiúsculas), os corpos do sistema (em números cardinais) e os seus respectivos sistemas de orientação local.

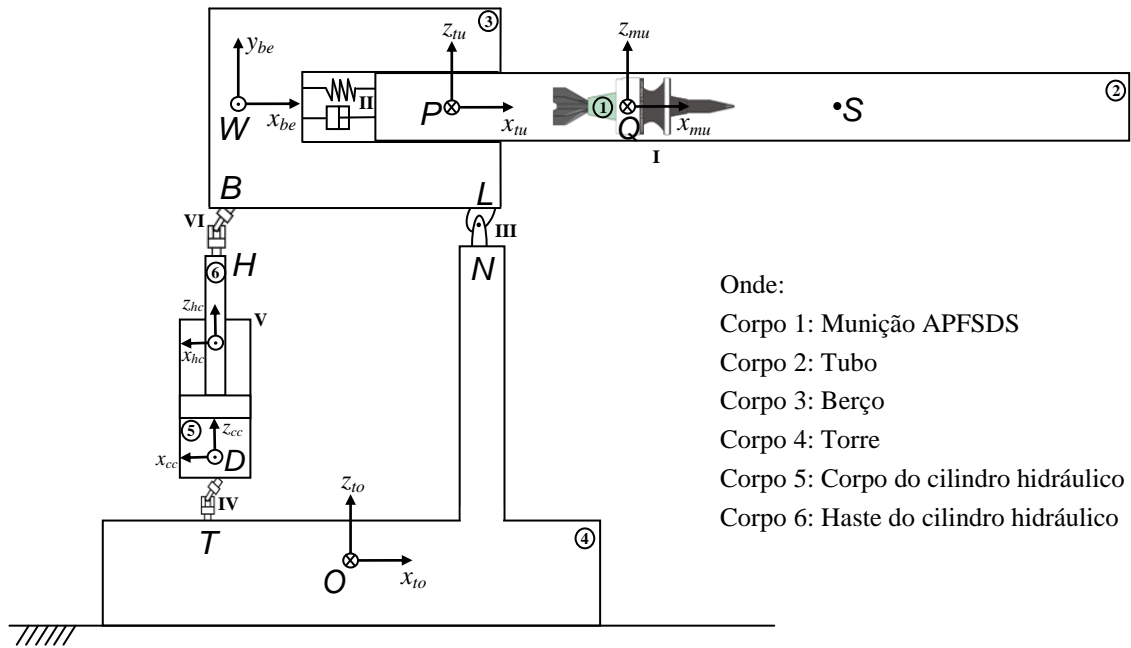


FIG. 4.57 - Desenho Esquemático do Sistema de elevação do conjunto canhão-torre

A seguir serão apresentadas as juntas que compõem o sistema de elevação.

Junta entre o berço e a torre (Junta III):

Esta junta foi modelada como uma junta de revolução que liga o berço (*be*) à torre (*to*), conforme apresentado na FIG. 4.58. A formulação analítica desta junta prevê que ambos os corpos possuem um ponto coincidente e que possuem um mesmo eixo de rotação. Assim, esta junta restringe cinco graus de liberdade, os três graus de liberdade relacionados à translação e dois de rotação, como apresentado nas EQ. 4.30.

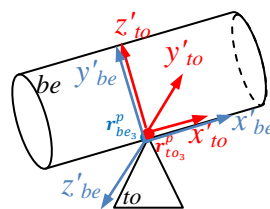


FIG. 4.58 – Junta entre o berço e o torre

$$\Phi_{III} = \begin{bmatrix} \Phi^s(L_{be}, V_{to}) \\ \Phi^{p1}(g_{be}, g_{to}) \end{bmatrix} \tag{EQ. 4.30}$$

Onde:

Φ_{III} : Vetor com as restrições da Junta III (junta que une o berço à torre);

V_{toIII}^p : Ponto a torre pertencente à Junta III, no sistema de coordenadas global;

L_{beIII}^p : Ponto do berço pertencente à Junta III, no sistema de coordenadas global.

Junta entre a torre e a camisa do cilindro (Junta IV) :

Esta junta foi modelada como uma junta universal (EQ. 4.15 e 4.16), entre a torre (to) e a camisa do cilindro (cc), como mostrado na FIG. 4.59. Esta junta permite apenas a rotação no eixo de cada corpo, restringindo um grau de liberdade relativo à rotação e os três graus de liberdade atinentes à translação, como apresentado na EQ. 4.31.

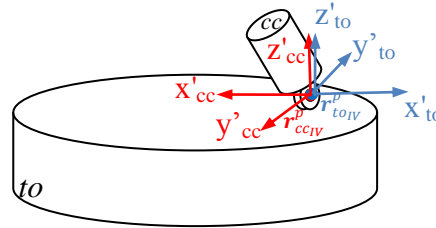


FIG. 4.59 - Junta entre a torre e a camisa do cilindro

$$\Phi_{IV} = \begin{bmatrix} r_{toIV}^p - r_{ccIV}^p \\ \mathbf{f}'_{toIV}{}^T \mathbf{A}_{to}{}^T \mathbf{A}_{cc} \mathbf{g}'_{ccIV} \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 4.31})$$

Onde:

Φ_{IV} : Vetor com as restrições da Junta IV (junta que une a camisa do cilindro à torre)

r_{toIV}^p : Coordenada global do ponto da torre, pertencente à Junta IV;

r_{ccIV}^p : Coordenada global do ponto da camisa do cilindro, pertencente à Junta IV;

\mathbf{f}'_{toIV} : Vetor unitário na direção do eixo x'_{toIV} , no sistema de coordenada local;

\mathbf{g}'_{ccIV} : Vetor unitário na direção do eixo y'_{ccIV} , no sistema de coordenada local;

\mathbf{A}_{to} : Matriz de rotação da torre;

\mathbf{A}_{cc} : Matriz de rotação da camisa do cilindro;

Junta entre a haste do cilindro e a camisa do cilindro (Junta V):

Esta junta foi modelada como uma junta cilíndrica (EQ. 4.19 e 4.20), que une a haste do cilindro (*hc*) à camisa do cilindro (*cc*), como mostrado na FIG. 4.60. Nesta junta há a restrição de quatro graus de liberdade, dois relacionados à rotação e os outros dois relacionados à translação. Permitindo assim apenas a translação no eixo da junta e a rotação entorno deste eixo, como citado na EQ. 4.32.

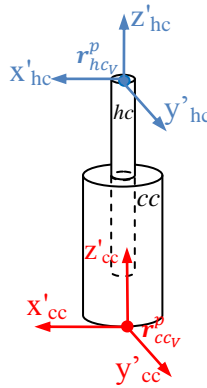


FIG. 4.60 - Junta entre a haste do cilindro e a camisa do cilindro

$$\Phi_V = \begin{bmatrix} \mathbf{f}'_{hcV}{}^T \mathbf{A}_{hc}^T \mathbf{A}_{cc} \mathbf{h}'_{ccV} \\ \mathbf{g}'_{hcV}{}^T \mathbf{A}_{hc}^T \mathbf{A}_{cc} \mathbf{h}'_{ccV} \\ \mathbf{f}'_{hcV}{}^T \mathbf{A}_{hc}^T d_{hc-cc} \\ \mathbf{g}'_{hcV}{}^T \mathbf{A}_{hc}^T d_{hc-cc} \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 4.32})$$

Onde:

Φ_V : Vetor com as restrições da Junta V (junta que une a haste à camisa do cilindro);

\mathbf{f}'_{hcV} : Vetor unitário na direção do eixo x'_{hcV} , no sistema de coordenada local;

\mathbf{g}'_{hcV} : Vetor unitário na direção do eixo y'_{hcV} , no sistema de coordenada local;

\mathbf{h}'_{ccV} : Vetor unitário na direção do eixo z'_{ccV} , no sistema de coordenada local;

\mathbf{A}_{hc} : Matriz de rotação da haste do cilindro;

\mathbf{A}_{cc} : Matriz de rotação da camisa do cilindro; e

d_{hc-cc} : Distância entre os pontos da origem do sistema de coordenada local dos dois corpos.

Junta entre a haste do cilindro e o berço (Junta VI):

Esta junta foi modelada como uma junta universal (EQ. 4.15 e 4.16), unindo a haste do cilindro (*hc*) ao berço (*be*), como apresentado na FIG 4.61. Este tipo de junta restringe os três graus de liberdade atinentes à translação e dois graus de liberdade referentes à rotação, permitindo apenas um grau de liberdade de rotação, como apresentado na EQ. 4.33.

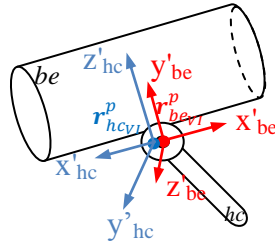


FIG. 4.61 - Junta entre a haste do cilindro e o berço

$$\Phi_{VI} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{beVI}^p - \mathbf{r}_{hcVI}^p \\ \mathbf{f}'_{beVI}{}^T \mathbf{A}_{be}{}^T \mathbf{A}_{hc} \mathbf{g}'_{hcVI} \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 4.33})$$

Onde:

Φ_{VI} : Vetor com as restrições da Junta VI (junta que une a haste do cilindro ao berço);

\mathbf{r}_{beVI}^p : Coordenada global do ponto do berço, pertencente à Junta VI;

\mathbf{r}_{hcVI}^p : Coordenada global do ponto da haste do cilindro, pertencente à Junta VI;

\mathbf{f}'_{beVI} : Vetor unitário na direção do eixo x'_{beVI} , no sistema de coordenada local;

\mathbf{g}'_{hc3} : Vetor unitário na direção do eixo y'_{hcVI} , no sistema de coordenada local;

\mathbf{A}_{be} : Matriz de rotação do berço;

\mathbf{A}_{hc} : Matriz de rotação da haste do cilindro;

Junta entre a torre e o chassi da viatura

Como não foi previsto no modelo estudado o grau de liberdade que permite definir a direção da torre, a junta entre a torre e o chassi da viatura foi modelada como uma junta absoluta (EQ.4.8 a 4.13). Assim, admiti-se que esta junta restringe os seis graus de liberdade atinentes à torre.

4.3.1 ANÁLISE DOS GRAUS DE LIBERDADE E DAS RESTRIÇÕES

Conforme citado anteriormente, o sistema possui seis corpos rígidos, totalizando 36 graus de liberdade.

De acordo com o modelo desenvolvido, foram restringidos 31 graus de liberdade, conforme descrito na TAB. 4.1.

TAB. 4.1 – Graus de liberdade restritos do sistema

Junta	Nº de Graus de Liberdade Restritos
Junta I - Junta entre o tubo e a munição	3
Junta II - Junta entre o tubo e o berço (Prismática)	5
Junta III - Junta entre o berço e a torre (Revolução)	5
Junta IV - Junta entre a torre e a camisa do cilindro (Universal)	4
Junta V - Junta entre a camisa e a haste do cilindro (Cilíndrica)	4
Junta VI - Junta entre a haste do cilindro e o berço (Universal)	4
Junta VII – Junta entre a torre e o chassi da viatura (Absoluta)	6
Total de Graus de Liberdade Restritos	31

4.3.2 ANÁLISE CINEMÁTICA DO SISTEMA

Cálculo da Velocidade:

Sabendo que o vetor de restrições (Φ) é uma função do vetor das coordenadas generalizadas (q) e do tempo (t), temos:

$$\Phi = (q, t) \quad (\text{EQ. 4.34})$$

Assim, empregando-se as equações analíticas de cada uma das juntas do sistema, deduzidas anteriormente, obtém-se a EQ. 4.35.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \\ \Phi_5 \\ \Phi_6 \\ \Phi_7 \\ \Phi_8 \\ \Phi_9 \\ \Phi_{10} \\ \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \\ \Phi_{13} \\ \Phi_{14} \\ \Phi_{15} \\ \Phi_{16} \\ \Phi_{17} \\ \Phi_{18} \\ \Phi_{19} \\ \Phi_{20} \\ \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \\ \Phi_{23} \\ \Phi_{24} \\ \Phi_{25} \\ \Phi_{26} \\ \Phi_{27} \\ \Phi_{28} \\ \Phi_{29} \\ \Phi_{30} \\ \Phi_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{PQ}^T \mathbf{A}_{tu} \mathbf{v}_{tu} \\ \overline{PQ}^T \mathbf{A}_{tu} \mathbf{w}_{tu} \\ \lambda \overline{PQ}^T \mathbf{A}_{tu} \mathbf{u}_{tu} - \phi_{mu} \\ \overline{WS}^T \mathbf{A}_{be} \mathbf{v}_{be} \\ \overline{WS}^T \mathbf{A}_{be} \mathbf{w}_{be} \\ \mathbf{v}_{tu}^T \mathbf{A}_{tu}^T \mathbf{A}_{be} \mathbf{u}_{be} \\ \mathbf{w}_{tu}^T \mathbf{A}_{tu}^T \mathbf{A}_{be} \mathbf{u}_{be} \\ \mathbf{u}_{tu}^T \mathbf{A}_{tu}^T \mathbf{A}_{be} \mathbf{v}_{be} \\ L_x - N_x \\ L_y - N_y \\ L_z - N_z \\ \mathbf{v}_{be}^T \mathbf{A}_{be}^T \mathbf{A}_{to} \mathbf{u}_{to} \\ \mathbf{v}_{be}^T \mathbf{A}_{be}^T \mathbf{A}_{to} \mathbf{w}_{to} \\ D_x - T_x \\ D_y - T_y \\ D_z - T_z \\ \mathbf{u}_{to}^T \mathbf{A}_{to}^T \mathbf{A}_{cc} \mathbf{u}_{cc} \\ \overline{DH}^T \mathbf{A}_{cc} \mathbf{v}_{cc} \\ \overline{DH}^T \mathbf{A}_{cc} \mathbf{u}_{cc} \\ \mathbf{w}_{cc}^T \mathbf{A}_{cc}^T \mathbf{A}_{hc} \mathbf{v}_{hc} \\ \mathbf{w}_{cc}^T \mathbf{A}_{cc}^T \mathbf{A}_{hc} \mathbf{u}_{hc} \\ B_x - H_x \\ B_y - H_y \\ B_z - H_z \\ \mathbf{u}_{be}^T \mathbf{A}_{be}^T \mathbf{A}_{hc} \mathbf{v}_{hc} \\ x_{to} \\ y_{to} \\ z_{to} \\ \phi_{to} \\ \theta_{to} \\ \psi_{to} \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 4.35})$$

Derivando o vetor de restrições em relação ao tempo, é obtida a EQ. 4.36:

$$\frac{D\Phi}{Dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}} \frac{d\mathbf{q}}{dt} + \frac{d\Phi}{dt} = \mathbf{0} \quad (\text{EQ. 4.36})$$

Fazendo:

$$\Phi_{\mathbf{q}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}} \quad (\text{EQ. 4.37})$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{dt} \quad (\text{EQ. 4.38})$$

$$\Phi_t = \frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{EQ. 4.39})$$

Substituindo as EQ. 4.37 a 4.39 na EQ. 4.36, é obtida a EQ. 4.40:

$$\frac{D\Phi}{Dt} = \Phi_q \dot{q} + \Phi_t = \mathbf{0} \quad (\text{EQ. 4.40})$$

Assim, conclui-se que para o cálculo da velocidade das coordenadas generalizadas:

$$\Phi_q \dot{q} = -\Phi_t = \mathbf{v} \quad (\text{EQ. 4.41})$$

Cálculo da Aceleração:

Para se obter a aceleração, realiza-se a segunda derivada em relação ao tempo do vetor de restrições. Assim, derivando a EQ. 4.36, em função do tempo:

$$\frac{D^2\Phi}{Dt^2} = \frac{D}{Dt} \left(\frac{\partial\Phi}{\partial q} \frac{dq}{dt} + \frac{d\Phi}{dt} \right) = \mathbf{0} \quad (\text{EQ. 4.42})$$

$$\frac{D^2\Phi}{Dt^2} = \frac{\partial}{\partial q} \left(\frac{\partial\Phi}{\partial q} \frac{dq}{dt} \right) \frac{dq}{dt} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial\Phi}{\partial q} \frac{dq}{dt} \right) + \frac{\partial}{\partial q} \left(\frac{d\Phi}{dt} \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{d\Phi}{dt} \right) = \mathbf{0} \quad (\text{EQ. 4.43})$$

$$\frac{D^2\Phi}{Dt^2} = \left(\Phi_q \dot{q} \right)_q \dot{q} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial\Phi}{\partial q} \right) \frac{dq}{dt} + \frac{\partial\Phi}{\partial q} \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial\Phi}{\partial q} \right) \frac{dq}{dt} + \frac{d^2\Phi}{dt^2} = \mathbf{0} \quad (\text{EQ. 4.44})$$

Fazendo:

$$\Phi_{qt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial\Phi}{\partial q} \right) \quad (\text{EQ. 4.45})$$

$$\Phi_{tt} = \frac{d^2\Phi}{dt^2} \quad (\text{EQ. 4.46})$$

E substituindo as EQ. 4.45 e 4.46 na EQ. 4.44:

$$\left(\Phi_q \dot{q} \right)_q \dot{q} + 2\Phi_{qt} \dot{q} + \Phi_q \ddot{q} + \Phi_{tt} = \mathbf{0} \quad (\text{EQ. 4.47})$$

Assim, para a obtenção da aceleração das coordenadas generalizadas:

$$\Phi_q \ddot{q} = -\left(\Phi_q \dot{q} \right)_q \dot{q} - 2\Phi_{qt} \dot{q} - \Phi_{tt} = \mathbf{v} \quad (\text{EQ. 4.48})$$

$$\Phi_q \ddot{q} = \mathbf{v} \quad (\text{EQ. 4.49})$$

4.3.3 ANÁLISE DINÂMICA DO SISTEMA

A partir da EQ. 4.4, são obtidas as acelerações lineares, em coordenada global, (\ddot{r}) e as acelerações angulares do sistema ($\dot{\omega}'$), em coordenada local. Integrando-as no tempo, são adquiridas as velocidades lineares, em coordenada global, (\dot{r}) e as velocidades angulares do sistema (ω'), em coordenada local. Porém, não é possível obter o ângulo de rotação a partir da integração, no tempo, da velocidade angular.

Alguns autores, como HAUG (1991, p. 213), BEER et al. (1977, p. 860) e TRINDADE et al. (2000, p. 33) sugerem que não é apropriado a utilização da parametrização de Ângulos de Euler para o estudo de problemas de dinâmica espacial, devido à singularidade apresentada por esta parametrização quando o segundo ângulo de rotação, da parametrização, é igual a zero ou π , como apresentado em TRINDADE et al. (2000, p. 33).

No entanto, propõem a utilização da parametrização de Parâmetros de Euler, já que nesta parametrização não ocorre nenhum tipo de singularidade, para rotações, no intervalo de π a $-\pi$, (TRINDADE et al, 2000, p. 33). Assim, utilizando-se a última parametrização citada, o sistema de equações apresentado na EQ. 4.4, passa a ser definido como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} & \Phi_r^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 4\mathbf{G}^T\mathbf{J}'\mathbf{G} & \Phi_p^T & \Phi_p^{pT} \\ \Phi_r & \Phi_p & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Phi_p^p & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \ddot{p} \\ \lambda \\ \lambda^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^A \\ 2\mathbf{G}^T\mathbf{n}'^A + 8\dot{\mathbf{G}}^T\mathbf{J}'\dot{\mathbf{G}}\mathbf{p} \\ \gamma \\ \gamma^p \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 4.50})$$

Onde:

λ^p =Vetor dos Multiplicadores de Lagrange associado aos parâmetros de Euler

O vetor dos Parâmetros de Euler (\mathbf{p}) é definido na EQ. 4.51.

$$\mathbf{p} = [e_0 \ e_1 \ e_2 \ e_3]^T \quad (\text{EQ. 4.51})$$

Sendo \mathbf{A} , a matriz de rotação, e a_{ij} seus elementos, defini-se:

$$e_0^2 = \frac{\text{tr}\mathbf{A}+1}{4} \quad (\text{EQ. 4.52})$$

$$e_1^2 = \frac{1+2a_{11}-trA}{4} \quad (\text{EQ. 4.53})$$

$$e_2^2 = \frac{1+2a_{22}-trA}{4} \quad (\text{EQ. 4.54})$$

$$e_3^2 = \frac{1+2a_{33}-trA}{4} \quad (\text{EQ. 4.55})$$

As demais identidades relativas aos Parâmetros de Euler, da EQ. 4.50, são definidas da EQ. 4.56 a 4.61.

$$\mathbf{G} \equiv [-\mathbf{e}, -\check{\mathbf{e}} + e_o \mathbf{I}] = \begin{bmatrix} -e_1 & e_o & e_3 & -e_2 \\ -e_2 & -e_3 & e_o & e_1 \\ -e_3 & e_2 & -e_1 & e_o \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 4.56})$$

$$\mathbf{E} \equiv [-\mathbf{e}, \check{\mathbf{e}} + e_o \mathbf{I}] = \begin{bmatrix} -e_1 & e_o & -e_3 & e_2 \\ -e_2 & e_3 & e_o & -e_1 \\ -e_3 & -e_2 & e_1 & e_o \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 4.57})$$

$$\boldsymbol{\omega}' = 2\mathbf{G}\dot{\mathbf{p}} \quad (\text{EQ. 4.58})$$

$$\Phi_p \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1^T \mathbf{p}_1 - 1 \\ \vdots \\ \mathbf{p}_n^T \mathbf{p}_1 - 1 \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 4.59})$$

$$\Phi_p^p = 2 \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{p}_2^T & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & & & & \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{p}_n^T \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 4.60})$$

$$\gamma^p \equiv -2 \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_1^T \dot{\mathbf{p}}_1 \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{p}}_n^T \dot{\mathbf{p}}_n \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 4.61})$$

Ao se utilizar a parametrização de Parâmetros de Euler, no desenvolvimento do modelo, foi identificada maior complexidade na sua implementação numérica. Além de ocorrer o aumento da ordem de grandeza do sistema estudado. O que facilita a ocorrência do mal condicionamento da matriz a ser invertida para a solução do sistema apresentado na EQ. 4.50. Isso, porque a diferença das ordens de grandeza dos elementos dessa matriz podem fazer com que esta se torne singular.

A solução adotada foi a utilização de uma matriz de transformação que converte a taxa de variação de Ângulos de Euler em velocidade angular, em coordenada local, como enunciado na EQ. 4.62.

$$\begin{bmatrix} \omega'_x \\ \omega'_y \\ \omega'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\psi) \sin(\theta) & \cos(\psi) & 0 \\ \cos(\psi) \sin(\theta) & -\sin(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 4.62})$$

A dedução da Matriz de Transformação, utilizada na EQ. 4.62, é apresentada no Apêndice III.

Da mesma forma que na EQ. 4.62 é utilizada a Matriz de Transformação para se obter a velocidade angular, em coordenada local, na EQ. 4.63 a inversa desta matriz é utilizada para se obter a transformação contrária.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sin(\psi)}{\sin(\theta)} & \frac{\cos(\psi)}{\sin(\theta)} & 0 \\ \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \frac{-\cos(\theta)\sin(\psi)}{\sin(\theta)} & \frac{-\cos(\psi)\cos(\theta)}{\sin(\theta)} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega'_x \\ \omega'_y \\ \omega'_z \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 4.63})$$

Observa-se que quando o ângulo θ apresentar um valor igual a zero ou múltiplo de π ocorrerá uma indeterminação em quatro elementos da matriz da EQ. 4.63, não sendo possível, desta forma, realizar a transformação inversa. Mas como nenhum dos corpos do mecanismo estudado apresenta a rotação do ângulo θ para os valores citados, foi possível utilizar esta metodologia.

5 ACOPLAMENTO DO SISTEMA

Neste capítulo é desenvolvido um novo modelo com o intuito de analisar a interação entre a munição APFSDS, o mecanismo de elevação e o sistema hidráulico.

Para isso, o mecanismo que descreve o comportamento do Sistema de Elevação, considerando 6 corpos rígidos, desenvolvido no Capítulo 4 (FIG. 4.57), é acoplado ao Sistema Hidráulico de Elevação, desenvolvido no Capítulo 3 (FIG. 3.2). Este acoplamento permitiu que a câmara e a haste do cilindro hidráulico fossem compartilhados por estes dois sistemas, conforme apresentado na FIG. 5.1.

De acordo com esta configuração, a haste do cilindro resiste aos esforços gerados pelo peso dos corpos que ela suporta, aos efeitos do queima da carga propelente e ao movimento de batimento da munição, no interior do tubo.

Deste modo, o acoplamento entre o Sistema Hidráulico de Elevação e o Mecanismo de Elevação faz com que os esforços mencionados acima sejam transmitidos ao sistema hidráulico, pela haste do cilindro.

Como o óleo hidráulico foi considerado compressível na modelagem (EQ. 3.22), ao ser analisado o comportamento da haste do cilindro, são observados na FIG. 5.2 deslocamentos verticais do CM da haste (na direção do seu eixo longitudinal) de 2,8 mm. Estes deslocamentos irão impor um deslocamento angular ao tubo.

Este deslocamento imposto ao tubo provocará uma inclinação na munição, quando esta iniciar sua trajetória balística externa. Quanto maior for a distância da munição em relação ao tubo, maior será o desvio da trajetória descrita pela munição em relação à Linha de Tiro.

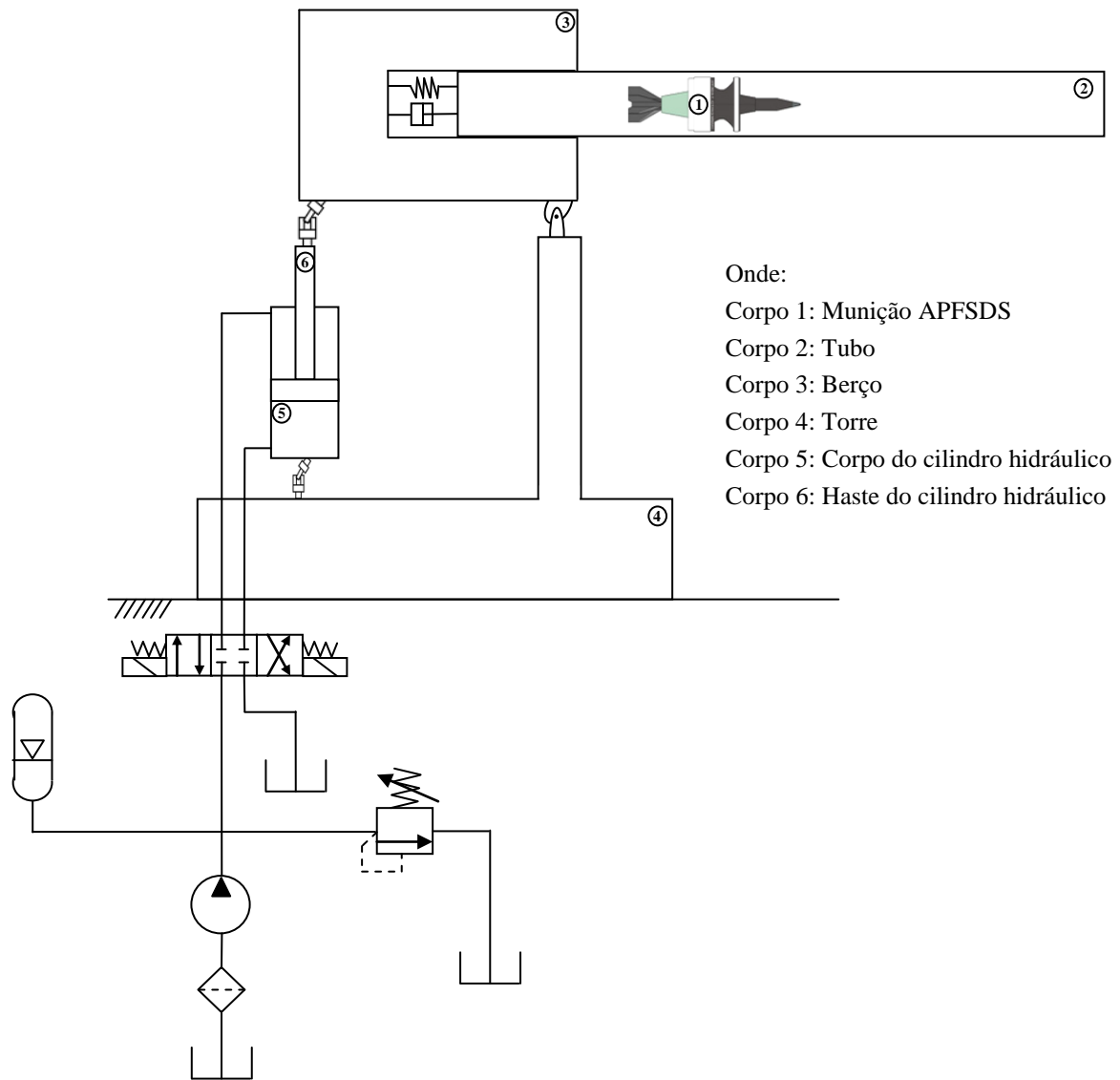


FIG. 5.1 - Desenho Esquemático do acoplamento entre o Subsistema Hidráulico de Elevação e o conjunto canhão-torre

Devido ao acima exposto, e sabendo que o alcance útil do armamento utilizando a munição APFSDS 105 mm é de 1.200 m, conclui-se que a inclinação imposta ao tubo, pela compressibilidade do óleo hidráulico, gera desvios na munição de 2,8 m, conforme demonstra a FIG. 5.3. Desta forma, este resultado esclarece o fato que motivou o desenvolvimento deste estudo.

Na FIG. 5.2 é apresentada o deslocamento do CM da haste do cilindro durante o tiro.

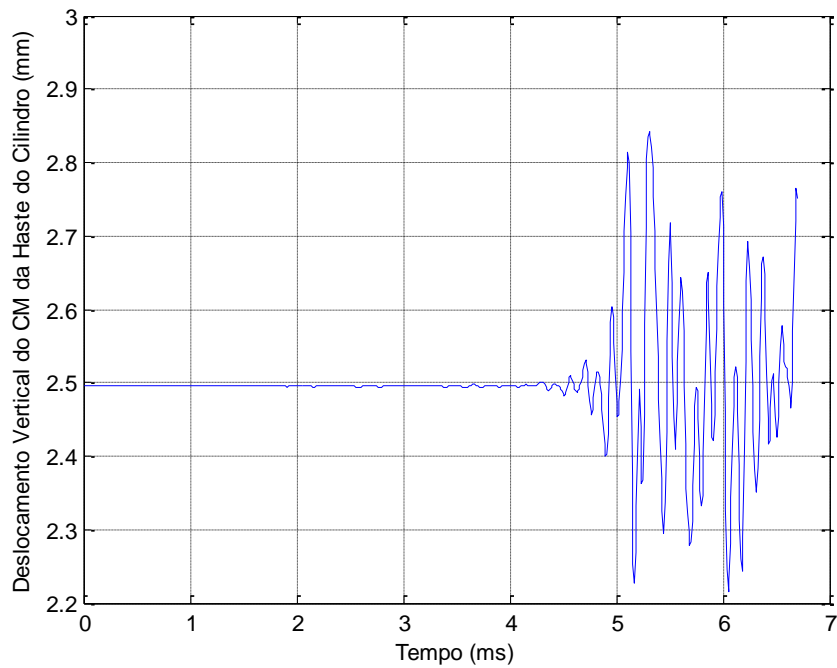
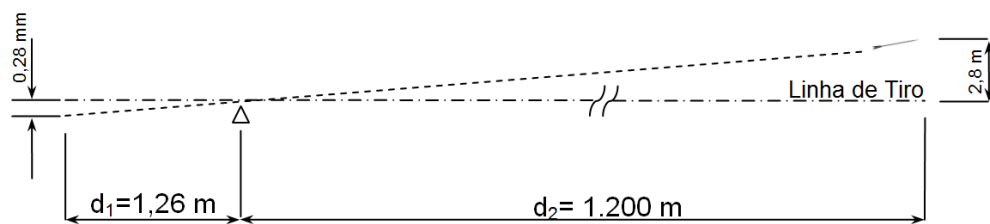


FIG. 5.2 - Deslocamento Vertical do CM da Haste do Cilindro durante o tiro

Através da utilização do modelo desenvolvido neste capítulo, será possível em estudos posteriores a realização de uma análise mais aprofundada dos efeitos da queima da carga propelente da munição e do batimento balístico no sistema hidráulico.



Onde:

d_1 : Distância entre o cilindro hidráulico e o munhão

d_2 : Distância entre o munhão e o alvo

FIG. 5.3 - Desvio da munição na balística externa.

6 CONCLUSÃO

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver o modelo dinâmico que descreva o comportamento espacial da munição, no interior do tubo, e o comportamento do canhão, na direção vertical, dando-se destaque à interação da munição com os sistemas envolvidos.

Dos diversos trabalhos estudados durante a revisão bibliográfica, poucos fizeram uma análise do movimento de batimento balístico (*balloting*). A maioria daqueles que abordaram este tema fizeram análises experimentais, utilizando bancadas específicas para testes. Foi encontrado apenas em ANSARI et al. (1988) o desenvolvimento de um modelo matemático para fazer a predição do movimento de batimento. No entanto, em ANSARI et al. (1988) uma outra abordagem foi utilizada no desenvolvimento do modelo, e como o tubo do armamento estudado não possuía raiamento, conseqüentemente a munição não apresentava rotação em torno de seu próprio eixo.

No modelo desenvolvido nesta dissertação, além da munição apresentar a rotação devido ao raiamento do tubo, também foi considerado todo o Mecanismo de Elevação e o sistema hidráulico responsável em prover a elevação do tubo.

A modelagem do sistema hidráulico foi realizada através do acoplamento das equações constitutivas que descrevem o comportamento físico de cada um dos seus componentes.

A modelagem da dinâmica da munição e do Mecanismo de Elevação, foi desenvolvida através da abordagem da dinâmica de multi-corpos. Durante o desenvolvimento destes modelos foi evidenciado sua dependência ao condicionamento da Matriz Jacobiana do Vetor de Restrições, em função das coordenadas generalizadas (EQ. 4.37).

A solução sugerida na literatura, para a Dinâmica Inversa do mecanismo estudado, é através da utilização da parametrização por Parâmetros de Euler. No entanto, por esta parametrização aumentar a ordem do problema e apresentar maior complexidade na implementação numérica, foi adotada a parametrização por Ângulos de Euler, com a utilização da Matriz de Transformação (EQ. 4.62).

A partir do estudo realizado, foi possível concluir que, a diferença que há entre a Linha de Tiro (ou Linha de Visada) e a trajetória descrita pela munição, é conhecida como salto (*jump*), conforme apresentado na FIG. 2.4. A ocorrência do salto pode ser atribuída pela combinação de diferentes fatores, como: o movimento da própria arma, as forças aerodinâmicas e o movimento de batimento. Embora, na maioria das vezes, o salto seja da ordem de milímetros, ele pode chegar a valores bem maiores, sobretudo, quando o armamento é utilizado próximo ao seu alcance útil. Assim, para que estas diferenças possam ser atenuadas, uma predição realística do batimento balístico faz-se necessária.

Com isso, é possível afirmar que o estudo do movimento de batimento é importante, pois este determinará a condição final da munição no tubo. Condição esta que irá impor a trajetória balística externa ao projétil e conseqüentemente suas características ao atingir o alvo.

Para se analisar a interação da munição com o tubo e o berço, do Mecanismo de Elevação, foram realizadas simulações numéricas, a partir de diferentes condições iniciais e comparados os resultados entre os diferentes modelos utilizados. Foram empregados dois modelos nesta análise, o primeiro considerando dois corpos (a munição APFSDS e o tubo fixo) e o segundo considerando três corpos (a munição APFSDS, o tubo e o berço fixo, dotado de um sistema de recuperação), de acordo com a FIG. 4.20. Analisando os resultados obtidos, para uma mesma condição inicial, os dois modelos apresentaram diferentes resultados. Foi constatado que a resposta da munição, no segundo modelo, sempre apresentará um atraso e maior amplitude nos deslocamentos vertical e lateral (FIG. 4.45 a FIG. 4.53). No entanto, caso a munição apresente desbalanceamento, a sua resposta em ambos os modelos será bem próxima (FIG. 4.54 a FIG. 4.56).

Foi evidenciado também que, devido às características de não-linearidade do sistema, pequenas mudanças na configuração do problema, geram respostas bem diferentes. Foi possível confirmar que desalinhamentos entre a munição e o tubo e desbalanceamentos na munição, da ordem de centésimos de milímetros, bem como inclinações da munição no tubo, da ordem do centésimo do grau, provocarão grandes diferenças do deslocamento da munição no interior do tubo, aumentando a amplitude e a freqüência do batimento balístico.

Um terceiro modelo foi desenvolvido neste trabalho, onde o mecanismo que descreve o comportamento do sistema de elevação, modelado através de 6 corpos rígidos (FIG. 4.57), foi acoplado ao sistema hidráulico de elevação, desenvolvido no Capítulo 3 (FIG. 3.2). Este acoplamento permitiu que a câmara e a haste do cilindro hidráulico fossem compartilhados por estes dois sistemas (FIG. 5.1). Devido aos vínculos previstos neste modelo, os esforços gerados no mecanismo de elevação são transferidos à haste do cilindro e, conseqüentemente, ao sistema hidráulico de elevação. Como o óleo hidráulico foi considerado compressível na modelagem (EQ. 3.22), ao ser analisado o comportamento da haste do cilindro, são observados na FIG. 5.2 deslocamentos verticais do CM da haste (na direção do seu eixo longitudinal) de 2,8 mm. Estes deslocamentos irão impor um deslocamento angular ao tubo.

Este deslocamento imposto ao tubo provocará uma inclinação na munição, quando esta iniciar sua trajetória balística externa. Quanto maior for a distância da munição em relação ao tubo, maior será o desvio da trajetória descrita pela munição em relação à Linha de Tiro. Levando isto em consideração, e sabendo que o alcance útil do armamento utilizando a munição APFSDS 105 mm é de 1.200 m, conclui-se que a inclinação imposta ao tubo, pela compressibilidade do óleo hidráulico, gera desvios na munição de 2,8 m, conforme demonstra a FIG. 5.3. Desta maneira, este resultado esclarece o fato que motivou o desenvolvimento desta Dissertação.

Propõe-se a continuação deste trabalho com o intuito de se explorar a interação entre o Sistema Hidráulico de Elevação e o Conjunto Canhão-Torre. Tal estudo possibilitaria, posteriormente, a análise de viabilidade da atenuação do batimento balístico, através da aplicação de técnicas de controle, para otimizar a eficiência do tiro e os efeitos da munição no alvo.

7 BIBLIOGRAFIA

ANSARI, K. A., BAUGH, J. W. J., **Dynamics of a balloting projectile in a moving gun tube**, US Army Ballistic Research Laboratory - Aberdeen Proving Ground, 1988. 90 p.

BEER, F. P. e JOHNSTON, E. R. Jr., **Vector mechanics for engineers - Dynamics**, McGraw- Hill, Inc., 3rd Edition, ISBN 0-07-004281-0, 1977. 976 p.

CARLUCCI, D. E. e JACOBSON S. S., **Ballistics: theory and design of guns and ammunition**, Taylor & Francis Group, LLC, ISBN-13: 978-1-4200-6618-0, 2008. 501 p.

CHEN, C.T., **Linear system theory and design**, Oxford University Press Inc., ISBN 0-19-51777-9, 1999. 334 p.

CHEN, M. M., **Projectile balloting attributable to gun tube curvature**, US Army Research Laboratory, AMSRD-ARL-WM-BC, Aberdeen Proving Ground, MD 21005. 2009, 16 p.

CHU. S. H., **Balloting Motion of SLEKE Launch Packages in EM Railguns**, IEEE Transactions on Magnetics 29,1993, 769–774, 1993, 6 p.

CROZIER, W. D., KUNLAP, H. F.; HABLUTSEL, C. B., LAPAZ, L. e MacROBERTS, D. T., **Sabot-Projectiles for cannon**, Carnegie Institution of Washington, Office of Scientific Research and Development, 1943, 110 p.

DRYSDALE, W. H., KIRKENDALL R. D. e KOKINAKI, L. D., **Sabot Design for a 105 mm APFSDS Kinetic Energy Projectile**, US Army Ballistic Research Laboratory - Aberdeen Proving Ground, 1978. 15 p.

ECHES, N., PAUGAIN e N., DOFFÉMONT, C., Giat Industries, **In bore behaviour of large calibre armour Piercing Fin Stabilised Discarding Sabot Projectiles**, Division des systèmes d'armes et de munitions, 3rd European LS-DYNA Conference, 2001. 11 p.

GOMES, M. S., **Controle Não-linear de Sistema Torre-Canhão de Carro de Combate**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Instituto Militar de Engenharia, 2004.

- HAUG, E. J., **Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanic Systems**, Allyn and Bacon Series of Engineering, ISBN 0-205-11669-8, 1989. 498 p.
- HAUG, E. J., **Intermediate Dynamics**, Prentice-Hall College Div, ISBN 0-134-78926-1, 1991. 416 p.
- JALON, J. G. e BAYO, E., **Kinematic and Dynamic simulation of multibody systems: the real-time challenge**, Springer-Verlag, ISBN - 1461276012, 2011. 440 p.
- KAILATH, T., **Linear Systems**, Prentice-Hall, ISBN 0-13-536961-4, 1980. 683 p.
- LEITE, A. R. C., **Influência do Comportamento Dinâmico de um Carro de Combate na Estabilização do Sistema Torre-Canhão**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Instituto Militar de Engenharia, 2002.
- LIN ,T. Y., PING, H. C., YANG, T. Y., CHAN, C. T. e YANG, C. C., **Dynamic simulation of the recoil mechanism on artillery weapons**, ICCES, vol.11, nº 4 - 2009. 7 p.
- LIU D.Y., ZHAO, Z.Y., YU, Y.G., ZHOU Y.H., LU, X., e ZHANG, L.K., **Experiments on the Combustion Characteristics of Deterrent-Coated Propellants and Their Application in Traveling Charge Propulsion**, Combustion Science and Technology, p. 177-185, 2012.
- LODGE, D.W., **Use of the SIMBAD Gun Dynamics Code for modeling the In-Bore Dynamics of EM Launchers**, Unite Kingdom Defense Evaluation and Research Agency Rept. ADP012473, 2001. 15 p.
- MERRITT, H. E., **Hydraulic control systems**, John Wiley & Sons, Inc., 1967.
- MING-AN, Z. , BING, L. , MIN-TAO, Y. , XIANG-MING, Z., **The academic study of the performance influence of the gap change between the barrel and projectile on the gun interior ballistic**, 23rd International Symposium on Ballistics, SPAIN, 2007, p. 9.
- PLOSTINS, P., **Launch Dynamics of APFSDS Ammunition**, Technical Report BRL-TR-2595 - Ballistic Research Laboratory - U.S. Army Laboratory Command, 1984. 53 p.

- PLOSTINS, P., CELMINS I., BORNSTEIN J. e DIEBLER J. E., **The effect of sabot front borerider stiffness on the launch dynamics of Fin-Stabilized Kinetic Energy Ammunition**, Technical Report BRL-TR-3047 - Ballistic Research Laboratory - U.S. Army Laboratory Command, 1989. 31 p.
- ROSENBERG, R. C., **Introduction to physical system dynamics**, McGraw-Hill, Inc., 1983. p. 177-185.
- TRINDADE, M. A. e R. SAMPAIO, M. A., **Uma revisão sobre a parametrização de rotações Finitas na Dinâmica de Corpos Rígidos**, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences , ISSN 0100-7386, Vol. 22, nº 2, 2000. 35 p.
- UNITED STATES ARMY, **Technical Manual: Army Ammunition Data Sheets – Artillery Ammunition, Guns, Howitzers, Mortars, Recoilless Rifles, Grenade Launchers and Artillery Fuzes** – Headquarters Department of the Army – 2000. 913 p.
- UNITED STATES ARMY, **Carriages and mounts series recoil systems** - 1963. 93 p.
- WALKER, E.H., **Yawing and Balloting Motion of a Projectile in the Bore of a Gun with Application to Gun Tube Damage**, Ballistic Research Laboratory Rept. MR-2411, 1974. 59 p.
- WATTON, J., **Fundamentos de controle em sistemas fluidodinâmicos**, 1 ed. Rio de Janeiro: LTC: 2012. 415 p. il. ISBN 978-85-216-2025-9, 2012.

8 APÊNDICES

8.1 APÊNDICE I: PARÂMETROS UTILIZADOS NA MODELAGEM DOS SISTEMAS DESENVOLVIDOS

a) Parâmetros do sistema hidráulico:

Na TAB. 8.1 são apresentados os parâmetros utilizados para o desenvolvimento do modelo do sistema hidráulico, que tiveram como fonte LEITE (2002).

TAB. 0.1 – Parâmetros do sistema hidráulico

Parâmetros do Fluido Hidráulico		
Grandeza	Símbolo	Valor
Densidade do óleo hidráulico	ρ	881,1 kg/m ³
Viscosidade do óleo hidráulico	μ	0,025 Ns/m ²
Módulo de Compressibilidade do óleo hidráulico	β	15,4682 MPa
Parâmetros da Tubulação do Circuito Hidráulico		
Grandeza	Símbolo	Valor
Comprimento da Linha	L	1,5 m
Diâmetro da Tubulação	r_T	0,01 m
Espessura da Parede da Tubulação	t_p	0,002 m
Módulo de Elasticidade da Tubulação	E	71 GPa
Parâmetros da Válvula de Alívio		
Grandeza	Símbolo	Valor
Pressão Crítica da Válvula de Alívio	P_c	7,7 MPa
Parâmetros da Servoválvula		
Grandeza	Símbolo	Valor
Constante de Descarga da Servoválvula	C_d	0,61

Parâmetros do Acumulador Hidráulico		
Grandeza	Símbolo	Valor
Pressão Inicial do Acumulador	P_o	4,12 MPa
Volume Inicial do Acumulador	V_o	$8,8 \times 10^{-3} \text{ m}^3$
Razão entre o calor específico do gás para pressão constante (c_p) e o calor específico do gás para volume constante (c_v)	γ_{pv}	1,4
Parâmetros do Cilindro Hidráulico		
Grandeza	Símbolo	Valor
Constante associada à componente viscosa de atrito	K_{fcp}	1.570 Ns/m
Largura dos orifícios do carretel da servoválvula	$L_{orificio}$	$3 \times 10^{-4} \text{ m}$
Raio do cilindro	r_c	0,035 m
Raio da haste do cilindro	r_{hc}	0,016 m
Constante associada à componente de Coulomb em cilindros hidráulicos	F_u	120 N
Parâmetros da Motor Hidráulico		
Grandeza	Símbolo	Valor
Deslocamento Volumétrico	D_m	$4,3 \times 10^{-5} \text{ m}^3$
Parâmetros da Bomba Hidráulica		
Grandeza	Símbolo	Valor
Vazão da bomba	Q_b	$0,01 \text{ m}^3/\text{s}$
Pressão de serviço	P_b	7,7 MPa
Parâmetros Da Montagem Do Mecanismo		
Grandeza	Símbolo	Valor
Distância do Atuador ao CM do tubo	L_{AC}	1,06 m
Distância do Munhão ao CM do tubo	L_{MC}	0,2 m

b) Parâmetros do sistema multi-corpos:

Na TAB. 8.2 são apresentados os parâmetros utilizados no desenvolvimento do modelo que reproduz o comportamento dinâmico da munição e do mecanismo que provê a elevação do tubo.

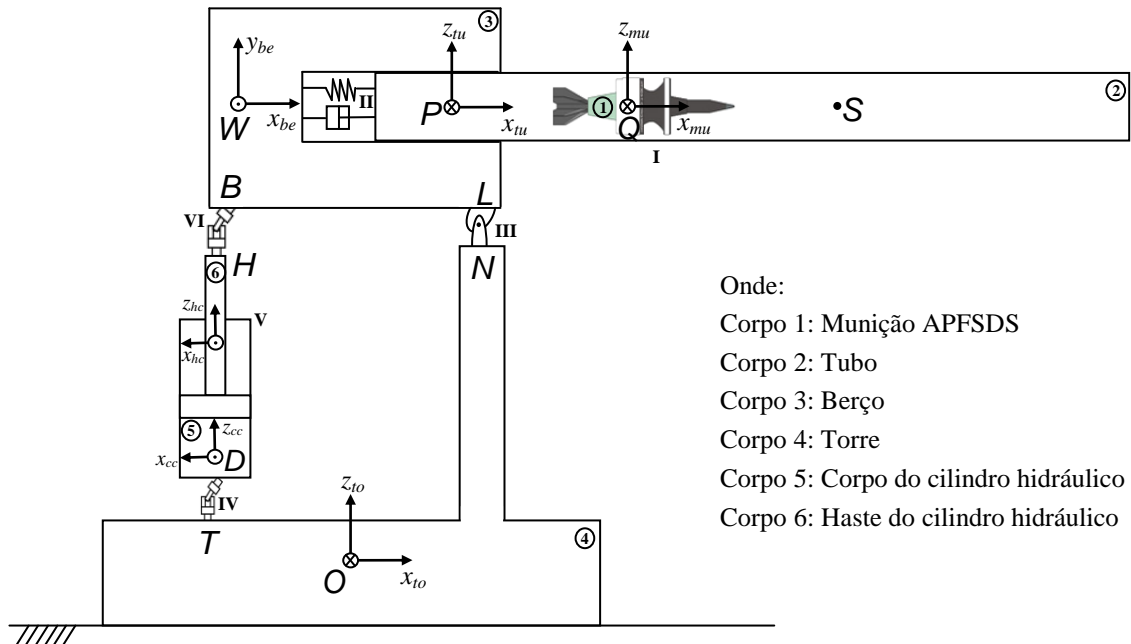
TAB. 0.2 – Parâmetros do sistema multi-corpos

Parâmetros da Munição APFSDS 105 mm M735		
Grandeza	Símbolo	Valor
Passo de raiamento	λ	7°
Diâmetro da munição	d_m	0,105 mm
Folga entre o tubo e a munição (fonte: MING-NA et al., 2007 p.8)	gap	0,25 x 10 ⁻³ m
Massa da munição (fonte: PRODAS 2000)	M_m	5,67204 kg
Coefficiente de Rigidez Estrutural da Cinta de Turgência (fonte: ANSARI et al(1988), pg.23)	K_m	8,756 x10 ⁹ N/m
Momento de Inércia da Munição na direção x (fonte: PRODAS 2000)	J_{xm}	0,0030909 kgm ²
Momento de Inércia da Munição na direção y (fonte: PRODAS 2000)	J_{ym}	0.0482886 kgm ²
Momento de Inércia da Munição na direção z (fonte: PRODAS 2000)	J_{zm}	0.0482886 kgm ²
Parâmetros do tubo		
Grandeza	Símbolo	Valor
Massa do tubo	M_t	500 kg
Momento de Inércia do tubo na direção x (fonte: LEITE, 2002)	J_{xt}	150 kgm ²
Momento de Inércia do tubo na direção y (fonte: LEITE, 2002)	J_{yt}	715 kgm ²
Momento de Inércia do tubo na direção z (fonte: LEITE, 2002)	J_{zt}	715 kgm ²

Parâmetros do berço		
Grandeza	Símbolo	Valor
Massa do berço	M_b	710 kg
Momento de Inércia do berço na direção x	J_{xb}	300 kgm ²
Momento de Inércia do berço na direção y	J_{yb}	1015 kgm ²
Momento de Inércia do berço na direção z	J_{zb}	1015 kgm ²
Curso do recuo do Sistema de Recuperação	x_{SR}	368 mm
Coeficiente de rigidez equivalente do Sistema de Recuperação	K_{SR}	80 x 10 ⁴ N/m
Coeficiente de amortecimento equivalente do Sistema de Recuperação	C_{SR}	7,1 x 10 ³ Ns/m
Parâmetros da câmara do cilindro		
Grandeza	Símbolo	Valor
Massa da câmara do cilindro	M_{cc}	1440 kg
Momento de Inércia da câmara do cilindro na direção x	J_{xcc}	44,34 kgm ²
Momento de Inércia da câmara do cilindro na direção y	J_{ycc}	44,34 kgm ²
Momento de Inércia da câmara do cilindro na direção z	J_{zcc}	45,21 kgm ²
Parâmetros da haste do cilindro		
Grandeza	Símbolo	Valor
Massa da haste do cilindro	M_{hc}	60 kg
Momento de Inércia da haste do cilindro na direção x	J_{xhc}	5,72 kgm ²
Momento de Inércia da haste do cilindro na direção y	J_{yhc}	5,72 kgm ²
Momento de Inércia da haste do cilindro na direção z	J_{zhc}	1,45 kgm ²
Parâmetros da torre		
Grandeza	Símbolo	Valor
Massa da torre	M_t	5000 kg
Momento de Inércia da torre na direção x	J_{xt}	2360 kgm ²
Momento de Inércia da torre na direção y	J_{yt}	8000 kgm ²
Momento de Inércia da torre na direção z	J_{zt}	8000 kgm ²

c) Parâmetros dimensionais do sistema multi-corpos:

A FIG 8.1, apresenta os pontos utilizados para o desenvolvimento do modelo do mecanismo estudado.



Onde:
 Corpo 1: Munição APFSDS
 Corpo 2: Tubo
 Corpo 3: Berço
 Corpo 4: Torre
 Corpo 5: Corpo do cilindro hidráulico
 Corpo 6: Haste do cilindro hidráulico

FIG. 0.1 - Desenho Esquemático do mecanismo modelado

c.1) Posição inicial da origem dos sistemas de coordenada local, de cada corpo do mecanismo, no sistema de coordenada global:

Na TAB. 8.3 são apresentadas a posições iniciais da origem dos sistemas de coordenada local, de cada corpo do mecanismo, no sistema de coordenada global.

TAB. 0.3 – Condição Inicial da origem dos sistemas de coordenada local

Corpo 1: Munição APFSDS		
Ponto	Componente	Coordenada
r_{mu}	r_{mux}	0,65 m
	r_{muy}	0 m
	r_{muz}	0,5 m
Orientação	ϕ_{mu}	0°
	ψ_{mu}	0°
	ϕ_{mu}	0°

Corpo 2: Tubo		
Ponto	Componente	Coordenada
r_{tu}	r_{tux}	0,565 m
	r_{tuy}	0 m
	r_{tuz}	0,5 m
Orientação	ϕ_{tu}	0°
	ψ_{tu}	0°
	ϕ_{tu}	0°
Corpo 3: Berço		
r_{be}	r_{bex}	0,15 m
	r_{bey}	0 m
	r_{bez}	0,5 m
Orientação	ϕ_{be}	0°
	ψ_{be}	-90°
	ϕ_{be}	0°
Corpo 4: Haste do Cilindro		
r_{hc}	r_{hcx}	-0,15 m
	r_{hcy}	0 m
	r_{hcz}	0,33495 m
Orientação	ϕ_{hc}	90°
	ψ_{hc}	0°
	ϕ_{hc}	90°
Corpo 5: Câmara do Cilindro		
r_{cc}	r_{ccx}	-0,15 m
	r_{ccy}	0 m
	r_{ccz}	0,11165 m
Orientação	ϕ_{cc}	90°
	ψ_{cc}	0°
	ϕ_{cc}	90°

Corpo 6: Torre		
Ponto	Componente	Coordenada
r_{to}	r_{tox}	0
	r_{toy}	0
	r_{toz}	0
Orientação	ϕ_{to}	0°
	ψ_{to}	0°
	ϕ_{to}	0°

c.2) Pontos utilizados em cada corpo, para a modelagem do mecanismo, no sistema de coordenada local:

Na TAB. 8.4 são apresentados os pontos utilizados na modelagem do mecanismo estudado, de acordo com a FIG. 8.1.

TAB. 0.4 – Coordenadas dos pontos utilizados para a modelagem do mecanismo

Pontos da munição em coordenada local		
Pontos	Componentes	Coordenada
R	R_x	0,1052 m
	R_y	0 m
	R_z	0m
Q	Q_x	0,0729 m
	Q_y	0 m
	Q_z	0 m
Pontos da munição em coordenada tubo		
P	P_x	0 m
	P_y	0 m
	P_z	0m
S	S_x	0,0729 m
	S_y	0 m
	S_z	0 m

Pontos do berço em coordenada local		
Pontos	Componentes	Coordenada
W	W_x	0 m
	W_y	0 m
	W_z	0 m
L	L_x	0 m
	L_y	0 m
	L_z	- 0,2 m
B	B_x	0,3 m
	B_y	0 m
	B_z	- 0,2 m
Pontos da haste do cilindro em coordenada local		
H	H_x	0 m
	H_y	0 m
	H_z	0,3 m
K	K_x	0 m
	K_y	0 m
	K_z	0,4 m
Pontos da câmara do cilindro em coordenada local		
C	C_x	0 m
	C_y	0 m
	C_z	0,125 m
D	D_x	0 m
	D_y	0 m
	D_z	- 0,125 m

Pontos da torre em coordenada local		
Pontos	Componentes	Coordenada
F	F_x	0,15 m
	F_y	0 m
	F_z	0,5 m
T	T_x	0,15 m
	T_y	0 m
	T_z	0 m
O*	O_x	0 m
	O_y	0 m
	O_z	0 m

* Ponto coincidente com a Origem do Sistema de Coordenadas Global.

8.2 APÊNDICE II: MATRIZES E VETORES UTILIZADOS NOS MODELOS DESENVOLVIDOS

Na FIG. 8.2 é exibido o sistema de coordenadas utilizado no desenvolvimento do modelo dinâmico. Foi utilizada a seqüência de rotação dos eixos $z - x - z$, do sistema de coordenadas generalizadas, para definir a orientação de cada corpo.

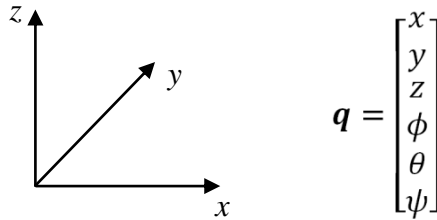


FIG. 0.2 - Sistema de coordenadas utilizado no desenvolvimento do modelo

Assumindo que a orientação de cada corpo i , do mecanismo modelado, é definida pela seqüência de rotação $\phi_z - \theta_x - \psi_z$, é apresentada a matriz de rotação A_i .

$$A_i = \begin{bmatrix} \cos(\phi_i)\cos(\psi_i) - \cos(\theta_i)\sin(\phi_i)\sin(\psi_i) & -\cos(\phi_i)\sin(\psi_i) - \cos(\psi_i)\cos(\theta_i)\sin(\phi_i) & \sin(\phi_i)\sin(\theta_i) \\ \cos(\psi_i)\sin(\phi_i) + \cos(\phi_i)\cos(\theta_i)\sin(\psi_i) & \cos(\phi_i)\cos(\psi_i)\cos(\theta_i) - \sin(\phi_i)\sin(\psi_i) & -\cos(\phi_i)\sin(\theta_i) \\ \sin(\psi_i)\sin(\theta_i) & \cos(\psi_i)\sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \end{bmatrix} \quad (\text{EQ.8.1})$$

Onde:

A_i : Matriz de rotação do corpo i

x_i : Componente na direção x , da origem do Sist. de Coord. Local do corpo i , em Coord. global

y_i : Componente na direção y , da origem do Sist. de Coord. Local do corpo i , em Coord. global

z_i : Componente na direção z , da origem do Sist. de Coord. Local do corpo i , em Coord. Global

ϕ_i : Primeiro ângulo de rotação no eixo z , do corpo i

θ_i : Ângulo de rotação no eixo x , do corpo i

ψ_i : Segundo ângulo de rotação no eixo z , do corpo i

Serão apresentados abaixo o Vetor de Coordenadas Generalizadas (q) e a Matriz de Inércia (M), de cada modelo estudado. Também serão apresentados os Vetores das Restrições Cinemáticas (Φ), onde foram utilizados os vetores unitários u , v e w em suas deduções.

Abaixo, são apresentados os vetores u , v e w .

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 8.2})$$

a) Modelo considerando dois corpos: o tubo fixo (tu) e a munição APFSDS (mu):

Vetor das coordenadas generalizadas:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x_{mu} \\ y_{mu} \\ z_{mu} \\ \phi_{mu} \\ \theta_{mu} \\ \psi_{mu} \\ x_{tu} \\ y_{tu} \\ z_{tu} \\ \phi_{tu} \\ \theta_{tu} \\ \psi_{tu} \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 8.3})$$

Vetor das Restrições Cinemáticas:

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \\ \Phi_5 \\ \Phi_6 \\ \Phi_7 \\ \Phi_8 \\ \Phi_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{PQ}^T \mathbf{A}_{tu} \mathbf{v}_{tu} \\ \overline{PQ}^T \mathbf{A}_{tu} \mathbf{w}_{tu} \\ \lambda \overline{PQ}^T \mathbf{A}_{tu} \mathbf{u}_{tu} - \phi_{mu} \\ x_{tu} \\ y_{tu} \\ z_{tu} \\ \phi_{tu} \\ \theta_{tu} \\ \psi_{tu} \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 8.4})$$

Matriz de Inércia:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix}
 M_{mu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & M_{mu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & M_{mu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & J_{x_{mu}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & J_{y_{mu}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{z_{mu}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{tu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{tu} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{tu} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{x_{tu}} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{y_{tu}} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{z_{tu}}
 \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 8.5})$$

b) Modelo considerando três corpos: o berço fixo (*be*), o tubo (*tu*) e a munição APFSDS (*mu*):

Vetor das coordenadas generalizadas:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix}
 x_{be} \\
 y_{be} \\
 z_{be} \\
 \phi_{be} \\
 \theta_{be} \\
 \psi_{be} \\
 x_{tu} \\
 y_{tu} \\
 z_{tu} \\
 \phi_{tu} \\
 \theta_{tu} \\
 \psi_{tu} \\
 x_{mu} \\
 y_{mu} \\
 z_{mu} \\
 \phi_{mu} \\
 \theta_{mu} \\
 \psi_{mu}
 \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 8.6})$$

Vetor das Restrições Cinemáticas:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \\ \Phi_5 \\ \Phi_6 \\ \Phi_7 \\ \Phi_8 \\ \Phi_9 \\ \Phi_{10} \\ \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \\ \Phi_{13} \\ \Phi_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{PQ}^T \mathbf{A}_{tu} \mathbf{v}_{tu} \\ \overline{PQ}^T \mathbf{A}_{tu} \mathbf{w}_{tu} \\ \lambda \overline{PQ}^T \mathbf{A}_{tu} \mathbf{u}_{tu} - \phi_{mu} \\ \overline{WS}^T \mathbf{A}_{be} \mathbf{v}_{be} \\ \overline{WS}^T \mathbf{A}_{be} \mathbf{w}_{be} \\ \mathbf{v}_{tu}^T \mathbf{A}_{tu}^T \mathbf{A}_{be} \mathbf{u}_{be} \\ \mathbf{w}_{tu}^T \mathbf{A}_{tu}^T \mathbf{A}_{be} \mathbf{u}_{be} \\ \mathbf{u}_{tu}^T \mathbf{A}_{tu}^T \mathbf{A}_{be} \mathbf{v}_{be} \\ x_{be} \\ y_{be} \\ z_{be} \\ \phi_{be} \\ \theta_{be} \\ \psi_{be} \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 8.7})$$

Matriz de Inércia:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{be} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{be} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{be} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{x_{be}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{y_{be}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{z_{be}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{tu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{tu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{tu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{x_{tu}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{y_{tu}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{z_{tu}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{mu} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{mu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{mu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{x_{mu}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{y_{mu}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{z_{mu}} \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 8.8})$$

c) Modelo considerando seis corpos: o berço (*be*), o tubo (*tu*), a munição APFSDS (*mu*), a torre fixa (*to*), a câmara do cilindro (*cc*) e a haste do cilindro (*hc*):

Vetor das coordenadas generalizadas:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x_{be} \\ y_{be} \\ z_{be} \\ \phi_{be} \\ \theta_{be} \\ \psi_{be} \\ x_{tu} \\ y_{tu} \\ z_{tu} \\ \phi_{tu} \\ \theta_{tu} \\ \psi_{tu} \\ x_{mu} \\ y_{mu} \\ z_{mu} \\ \phi_{mu} \\ \theta_{mu} \\ \psi_{mu} \\ x_{to} \\ y_{to} \\ z_{to} \\ \phi_{to} \\ \theta_{to} \\ \psi_{to} \\ x_{cc} \\ y_{cc} \\ z_{cc} \\ \phi_{cc} \\ \theta_{cc} \\ \psi_{cc} \\ x_{hc} \\ y_{hc} \\ z_{hc} \\ \phi_{hc} \\ \theta_{hc} \\ \psi_{hc} \end{bmatrix} \tag{EQ. 8.9}$$

Vetor das Restrições Cinemáticas:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \\ \Phi_5 \\ \Phi_6 \\ \Phi_7 \\ \Phi_8 \\ \Phi_9 \\ \Phi_{10} \\ \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \\ \Phi_{13} \\ \Phi_{14} \\ \Phi_{15} \\ \Phi_{16} \\ \Phi_{17} \\ \Phi_{18} \\ \Phi_{19} \\ \Phi_{20} \\ \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \\ \Phi_{23} \\ \Phi_{24} \\ \Phi_{25} \\ \Phi_{26} \\ \Phi_{27} \\ \Phi_{28} \\ \Phi_{29} \\ \Phi_{30} \\ \Phi_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{PQ}^T \mathbf{A}_{tu} \mathbf{v}_{tu} \\ \overline{PQ}^T \mathbf{A}_{tu} \mathbf{w}_{tu} \\ \lambda \overline{PQ}^T \mathbf{A}_{tu} \mathbf{u}_{tu} - \phi_{mu} \\ \overline{WS}^T \mathbf{A}_{be} \mathbf{v}_{be} \\ \overline{WS}^T \mathbf{A}_{be} \mathbf{w}_{be} \\ \mathbf{v}_{tu}^T \mathbf{A}_{tu}^T \mathbf{A}_{be} \mathbf{u}_{be} \\ \mathbf{w}_{tu}^T \mathbf{A}_{tu}^T \mathbf{A}_{be} \mathbf{u}_{be} \\ \mathbf{u}_{tu}^T \mathbf{A}_{tu}^T \mathbf{A}_{be} \mathbf{v}_{be} \\ L_x - N_x \\ L_y - N_y \\ L_z - N_z \\ \mathbf{v}_{be}^T \mathbf{A}_{be}^T \mathbf{A}_{to} \mathbf{u}_{to} \\ \mathbf{v}_{be}^T \mathbf{A}_{be}^T \mathbf{A}_{to} \mathbf{w}_{to} \\ D_x - T_x \\ D_y - T_y \\ D_z - T_z \\ \mathbf{u}_{to}^T \mathbf{A}_{to}^T \mathbf{A}_{cc} \mathbf{u}_{cc} \\ \overline{DH}^T \mathbf{A}_{cc} \mathbf{v}_{cc} \\ \overline{DH}^T \mathbf{A}_{cc} \mathbf{u}_{cc} \\ \mathbf{w}_{cc}^T \mathbf{A}_{cc}^T \mathbf{A}_{hc} \mathbf{v}_{hc} \\ \mathbf{w}_{cc}^T \mathbf{A}_{cc}^T \mathbf{A}_{hc} \mathbf{u}_{hc} \\ B_x - H_x \\ B_y - H_y \\ B_z - H_z \\ \mathbf{u}_{be}^T \mathbf{A}_{be}^T \mathbf{A}_{hc} \mathbf{v}_{hc} \\ x_{to} \\ y_{to} \\ z_{to} \\ \phi_{to} \\ \theta_{to} \\ \psi_{to} \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 8.10})$$

8.3 APÊNDICE III: MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO

Assumindo que a seqüência de rotação adotada para definir a orientação de cada corpo é $\phi - \theta - \psi$, sabendo que:

ϕ : Ângulo de rotação no eixo z , do corpo

θ : Ângulo de rotação no eixo x , do corpo

ψ : Ângulo de rotação no eixo z , do corpo

As matrizes de rotação que fazem a transformação da configuração inicial, do corpo, para sua configuração final são:

$$\mathbf{B}_{z\phi} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 8.12})$$

$$\mathbf{C}_{x\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 8.13})$$

$$\mathbf{D}_{z\psi} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 8.14})$$

Partindo de um sistema inicial de orientação Σ , existirão dois sistemas de orientação intermediários (Σ' e Σ'') até se chegar ao sistema de orientação final Σ''' , através das rotações definidas acima. Da seguinte forma:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Sistema de Orientação} & \Sigma & \xrightarrow{\mathbf{B}_{z\phi}} & \Sigma' & \xrightarrow{\mathbf{C}_{x\theta}} & \Sigma'' & \xrightarrow{\mathbf{D}_{z\psi}} & \Sigma''' \\ \text{(coordenadas)} & (x, y, z) & & (\zeta, \eta, \xi) & & (\zeta', \eta', \xi') & & (x', y', z') \end{array}$$

Abaixo são definidas as transformações que convertem as coordenadas da configuração final (Σ''') para cada um dos sistemas de orientação (Σ , Σ' e Σ'') previamente definidos:

a) Transformação do Sistema de Orientação Σ''' para o Sistema de Orientação Σ :

$$\mathbf{A}_{\phi,\theta,\psi}^{-1} = \mathbf{D}_{z_\psi}^{-1} \mathbf{C}_{x_\theta}^{-1} \mathbf{B}_{z_\phi}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\phi)\cos(\psi) - \cos(\theta)\sin(\phi)\sin(\psi) & \cos(\phi)\sin(\psi) + \cos(\phi)\cos(\theta)\sin(\psi) & \sin(\psi)\sin(\theta) \\ -\cos(\psi)\sin(\phi) - \cos(\phi)\cos(\theta)\sin(\psi) & \cos(\phi)\cos(\psi)\cos(\theta) - \sin(\phi)\sin(\psi) & \cos(\psi)\sin(\theta) \\ \sin(\phi)\sin(\theta) & -\cos(\phi)\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (\text{EQ.8.15})$$

b) Transformação do Sistema de Orientação Σ''' para o Sistema de Orientação Σ' :

$$\mathbf{A}_{\theta,\psi}^{-1} = \mathbf{D}_{z_\psi}^{-1} \mathbf{C}_{x_\theta}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \cos(\theta)\sin(\psi) & \sin(\psi)\sin(\theta) \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi)\cos(\theta) & \cos(\psi)\sin(\theta) \\ 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 8.16})$$

c) Transformação do Sistema de Orientação Σ''' para o Sistema de Orientação Σ'' :

$$\mathbf{A}_\psi^{-1} = \mathbf{D}_{z_\psi}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 8.17})$$

A VELOCIDADE ANGULAR:

A velocidade angular ($\boldsymbol{\omega}$) em termos dos Ângulos de Euler, pode ser definida como uma função linear de $\dot{\phi}$, $\dot{\theta}$ e $\dot{\psi}$. Então:

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_\phi + \boldsymbol{\omega}_\theta + \boldsymbol{\omega}_\psi \quad (\text{EQ. 8.18})$$

sendo:

$$\boldsymbol{\omega}_\phi = \boldsymbol{\omega}_\phi(\dot{\phi}) \quad (\text{EQ. 8.19})$$

$$\boldsymbol{\omega}_\theta = \boldsymbol{\omega}_\theta(\dot{\theta}) \quad (\text{EQ. 8.20})$$

$$\boldsymbol{\omega}_\psi = \boldsymbol{\omega}_\psi(\dot{\psi}) \quad (\text{EQ. 8.21})$$

Assim, é possível deduzir que:

$$\text{Como: } \boldsymbol{\omega}_\phi = \dot{\phi} \mathbf{k} = \boldsymbol{\omega}_\phi|_\Sigma = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\phi} \end{bmatrix},$$

para $\boldsymbol{\omega}_\phi|_{\Sigma'''} \text{ tem-se:}$

$$\boldsymbol{\omega}_\phi|_{\Sigma'''} = \mathbf{A}_{\phi,\theta,\psi}^{-1} \cdot \boldsymbol{\omega}_\phi|_\Sigma = \mathbf{A}_{\phi,\theta,\psi}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\psi) \cos(\theta) \dot{\phi} \\ \cos(\psi) \sin(\theta) \dot{\phi} \\ \cos(\theta) \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 8.22})$$

$$\text{Como } \boldsymbol{\omega}_\theta = \dot{\theta} \mathbf{i} = \boldsymbol{\omega}_\theta|_{\Sigma'} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

para $\boldsymbol{\omega}_\theta|_{\Sigma'''} \text{ tem-se:}$

$$\boldsymbol{\omega}_\theta|_{\Sigma'''} = \mathbf{A}_{\theta,\psi}^{-1} \cdot \boldsymbol{\omega}_\theta|_{\Sigma'} = \mathbf{A}_{\theta,\psi}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) \dot{\theta} \\ -\sin(\psi) \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 8.23})$$

$$\text{Como } \boldsymbol{\omega}_\psi = \dot{\psi} \mathbf{k} = \boldsymbol{\omega}_\psi|_{\Sigma''} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix},$$

para $\boldsymbol{\omega}_\psi|_{\Sigma'''} \text{ tem-se}$

$$\boldsymbol{\omega}_\psi|_{\Sigma'''} = \mathbf{A}_\psi^{-1} \cdot \boldsymbol{\omega}_\psi|_{\Sigma''} = \mathbf{A}_\psi^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 8.24})$$

Desta forma, aplicando as EQ. 8.22 a 8.24 na EQ. 8.18, obtém-se:

$$\boldsymbol{\omega}' = \begin{bmatrix} \omega'_x \\ \omega'_y \\ \omega'_z \end{bmatrix} = \boldsymbol{\omega}'_\psi + \boldsymbol{\omega}'_\theta + \boldsymbol{\omega}'_\phi = \begin{bmatrix} \sin(\psi) \sin(\theta) \dot{\phi} + \cos(\psi) \dot{\theta} \\ \cos(\psi) \sin(\theta) \dot{\phi} - \sin(\psi) \dot{\theta} \\ \cos(\theta) \dot{\phi} + \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 8.25})$$

Conclui-se então que, a Matriz de Transformação da taxa de variação dos Ângulos de Euler, para velocidade angular, pode ser definida por:

$$\begin{bmatrix} \omega'_x \\ \omega'_y \\ \omega'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\psi) \sin(\theta) & \cos(\psi) & 0 \\ \cos(\psi) \sin(\theta) & -\sin(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{EQ. 8.26})$$