

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

CT GABRIEL FERREIRA DA VINHA

**MODELAGEM TRIDIMENSIONAL DA SUSPENSÃO DE EIXO
RÍGIDO DE UM VEÍCULO POR FLUXO DE POTÊNCIA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Ricardo Teixeira da Costa Neto– D.Sc.

Rio de Janeiro
2013

c2013

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro RJ CEP: 22290270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmar ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do autor e do orientador.

620.1
V784m Vinha, Gabriel Ferreira da.
Modelagem tridimensional da suspensão de eixo rígido de um veículo por fluxo de potência/ Gabriel Ferreira da Vinha; orientado por Ricardo Teixeira da Costa Neto. –Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2013.

122p. : Il.

Dissertação (mestrado). – Instituto Militar de Engenharia. – Rio de Janeiro, 2013.

1. Engenharia Mecânica. 2. Dinâmica Veicular. 3. Dinâmica Multicorpos. 4. Fluxo de Potência. 5. Suspensão por Eixo Rígido. I. Costa Neto, Ricardo Teixeira da II. Título III. Instituto Militar de Engenharia.

CDD 620.1

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

CT GABRIEL FERREIRA DA VINHA

**MODELAGEM TRIDIMENSIONAL DA SUSPENSÃO DE EIXO
RÍGIDO DE UM VEÍCULO POR FLUXO DE POTÊNCIA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Ricardo Teixeira da Costa Neto – D.Sc.

Aprovada em 07 de fevereiro de 2013 pela seguinte banca examinadora:

Prof. Ricardo Teixeira da Costa Neto – D.Sc. do IME – Presidente

Prof. Maurício Gruzman –D.Sc. do IME

Prof. Mauro Speranza Neto – D.Sc. da PUC

Rio de Janeiro
2013

A minha esposa Patrícia e meu filho João Gabriel

AGRADECIMENTOS

Em especial à minha esposa Patrícia e meu filho João Gabriel pelo apoio incondicional ao longo desses dois anos.

Aos meus pais Lucia e Carlos Alfredo por toda a paciência e compreensão.

Ao Comandante Arquimedes, pois sem o apoio dele seria impossível eu estar realizando esse mestrado.

Ao meu orientador, Maj. Ricardo pela paciência e orientações ao longo de todo esse trabalho.

Aos professores do Departamento de Engenharia, e a todos aqueles que de alguma forma contribuíram direta ou indiretamente na realização desse trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	9	
LISTA DE TABELAS	13	
LISTA DE SÍMBOLOS	14	
1	INTRODUÇÃO	23
1.1	Objetivo	23
1.2	Posicionamento	23
1.3	Motivação	24
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	26
2.1	Dinâmica Multicorpos	26
2.2	Transformadores Cinemáticos	27
2.3	Grafos de Ligação	29
2.4	Suspensão	30
3	METODOLOGIA	31
3.1	Equação Geral	31
3.2	Conservação de Potência	34
4	EQUACIONAMENTO DO MODELO COM SUSPENSÃO BIDIMENSIONAL	36
4.1	Pneu	38
4.2	Roda	40
4.3	Eixos Rígidos e Chassi	42
4.4	Suspensão	45
5	MODELO TRIDIMENSIONAL COMPLETO	49
5.1	Eixo Rígido	50
5.1.1	Sistema Composto pelo Eixo Rígido e Barras	51
5.1.2	Eixo Rígido Completo	56

5.2	Suspensão	58
6	SIMULAÇÕES	62
6.1	Modelo com Suspensão Bidimensional	62
6.2	Modelo com Suspensão Tridimensional	67
7	RESULTADOS	72
7.1	Comparação entre os Modelos de Suspensão sem Geometria, Bidimensional e Tridimensional	72
7.1.1	Veículo Sujeito Apenas a seu Próprio Peso	73
7.1.2	Veículo Sujeito à Excitação de Base	75
7.2	Análise do Comportamento do Modelo com Suspensão Tridimensional	78
7.2.1	Veículo Sujeito Apenas a seu Próprio Peso	78
7.2.2	Veículo Sujeito à Excitação de Base	83
7.2.3	Batentes	85
7.2.4	Veículo Utilizando Parâmetros de Suspensão de Viaturas Comerciais	87
8	CONCLUSÕES E SUGESTÕES	89
9	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	90
9.1	Bibliografia	91
10	APÊNDICES	93
10.1	APÊNDICE 1: Procedimento para teste das matrizes Teta	94
10.2	APÊNDICE 2: Funções MATLAB para o modelo tridimensional com suspensões bidimensionais apresentado no item 6.1	97
10.2.1	Matriz Teta Chassi	97
10.2.2	Transformação das Forças e Momentos em Acelerações e Acelerações Angulares.....	101
10.2.3	Transformação de Coordenadas das Velocidades Angulares	101
10.2.4	Matriz Teta Suspensão	102

10.2.5	Matriz Teta Eixo	104
10.2.6	Transformação das Forças e Momentos em Velocidades e Velocidades Angulares	107
10.2.7	Transformação das Coordenadas das Velocidades Angulares	108
10.2.8	Matriz Teta Pneu	108
10.2.9	Perfil da Pista	110
10.3	APÊNDICE 3: Funções MATLAB para o modelo tridimensional com suspensões tridimensionais apresentado no item 6.2	111
10.3.1	Matriz Teta Chassi	111
10.3.2	Matriz Teta Suspensão	116
10.3.3	Força da Suspensão e Rodas para o Centro de Massa da Barra	119
10.3.4	Obtenção da Aceleração do Centro de Massa e Acelerações Angulares do Eixo	121
10.3.5	Obtenção das Velocidades Angulares do Eixo no Referencial Fixo ..	122

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG.3.1	Modelo de fluxo de potência para um sistema de suspensão em um veículo	35
FIG.4.1	Modelo de carro completo com ângulos de rotação e pontos de ancoragem	36
FIG.4.2	Modelo de fluxo de potência para o chassi tridimensional com duas suspensões por eixo rígido bidimensionais	37
FIG.4.3	Orientação do conjunto roda-pneu segundo os referenciais fixo e da roda	38
FIG.4.4	Diagrama de blocos para o chassi e eixos rígidos	43
FIG.4.5	Visão frontal do veículo ao deslocar-se sobre uma lombada	45
FIG.4.6	Detalhe da geometria formada pelos amortecedores, eixo dianteiro e chassi	46
FIG.5.1	Modelo veicular tridimensional com barras transversais e longitudinais	49
FIG.5.2	Modelo de fluxo de potência para o modelo tridimensional completo	50
FIG.5.3	Detalhe do chassi, eixo rígido dianteiro e barras longitudinais e transversal	52
FIG.5.4	Modelo composto pelas barras longitudinais e transversal e eixo rígido	52
FIG.5.5	Suspensão tridimensional dianteira	58
FIG.5.6	Amortecedor dianteiro esquerdo para suspensão tridimensional	58
FIG.6.1	Modelo SIMULINK para o chassi tridimensional com suspensões bidimensionais	63
FIG.6.2	Bloco Chassi para o modelo tridimensional com suspensões bidimensionais	64
FIG.6.3	Bloco Suspensão Dianteira para o modelo tridimensional com suspensões bidimensionais	64
FIG.6.4	Bloco Eixo Dianteiro para o modelo tridimensional com suspensões bidimensionais	65

FIG.6.5	Bloco Roda Dianteira Esquerda para o modelo tridimensional com suspensões bidimensionais	65
FIG.6.6	Bloco Pneu Dianteiro Esquerdo para o modelo tridimensional com suspensões bidimensionais	66
FIG.6.7	Bloco Excitação de Base para o modelo tridimensional com suspensões bidimensionais	66
FIG.6.8	Modelo SIMULINK tridimensional completo	68
FIG.6.9	Bloco Chassi para o modelo tridimensional completo	69
FIG.6.10	Bloco Suspensão Dianteira Esquerda para o modelo tridimensional completo	69
FIG.6.11	Bloco Eixo Dianteiro para o modelo tridimensional completo	70
FIG.6.12	Bloco Pneu Dianteiro Esquerdo para o modelo tridimensional completo	70
FIG.6.13	Bloco Excitação de Base para o modelo tridimensional completo	71
FIG.7.1	Variação do deslocamento vertical do chassi para os três modelos sem variação nos parâmetros iniciais	73
FIG.7.2	Variação do deslocamento angular θ do chassi para os três modelos com a rigidez da mola da suspensão dianteira menor que a traseira ..	74
FIG.7.3	Variação do deslocamento angular φ do chassi para os três modelos com a rigidez da mola das suspensões à esquerda menor que à direita	74
FIG.7.4	Variação do deslocamento angular θ do chassi para os três modelos com a constante de amortecimento da suspensão dianteira menor que a traseira	75
FIG.7.5	Variação do deslocamento angular φ do chassi para os três modelos com a constante de amortecimento das suspensões à esquerda menor que à direita	75
FIG.7.6	Variação angular θ do chassi para diferentes perfis de excitação de base nos pneus dianteiros e traseiros	76
FIG.7.7	Variação angular φ do chassi para diferentes perfis de excitação de base nos pneus esquerdos e direitos	76
FIG.7.8	Variação angular φ e θ do chassi para diferentes perfis de excitação de base nos quatro pneus	77

FIG.7.9	Variação angular φ e θ do chassi para perfis de excitação de base senoidal nos quatro pneus	78
FIG.7.10	Variação no deslocamento angular θ do chassi em função da rigidez das molas da suspensão dianteira	79
FIG.7.11	Diferença entre as forças dos pneus e eixo rígido dianteiros em função da rigidez das molas da suspensão dianteira	79
FIG.7.12	Variação no deslocamento angular φ do chassi em função da rigidez das molas da suspensão à esquerda	80
FIG.7.13	Diferença entre as forças dos pneus e eixos rígidos em função da rigidez das molas da suspensão à esquerda	80
FIG.7.14	Variação no deslocamento angular θ do chassi em função da variação da constante de amortecimento da suspensão dianteira	81
FIG.7.15	Variação no deslocamento angular φ do chassi em função da variação da constante de amortecimento da suspensão à esquerda	81
FIG.7.16	Variação angular θ em função da posição do centro de massa do chassi	82
FIG.7.17	Diferença entre as forças dos pneus e eixos rígidos em função da posição do centro de massa do chassi	82
FIG.7.18	Variação angular θ para diferentes momentos de inércia do chassi em função de diferentes excitações de base à dianteira e traseira	83
FIG.7.19	Variação angular φ para diferentes momentos de inércia do chassi em função de diferentes excitações de base à esquerda e direita	83
FIG.7.20	Variação no deslocamento angular φ em função da variação dos ângulos β' dos amortecedores da suspensão para diferentes excitações de base à esquerda e direita	84
FIG.7.21	Variação no deslocamento angular θ em função da variação dos ângulos β dos amortecedores da suspensão para diferentes excitações de base à dianteira e traseira	84
FIG.7.22	Variação no deslocamento vertical do chassi e do eixo com e sem batente para um perfil de pista com lombadas	85
FIG.7.23	Variação no comprimento e força nas molas e pneus dianteiros para o modelo com batentes e perfil da pista com lombadas	85
FIG.7.24	Variação no deslocamento vertical do chassi e do eixo com e sem	

	batente para um perfil de pista com desnível	86
FIG.7.25	Variação no comprimento e força nas molas e pneus dianteiros para o modelo com batentes e perfil da pista com desnível	86
FIG.7.26	Variação vertical do chassi e dos eixos rígidos	88
FIG.7.27	Variação angular φ e θ do chassi para perfil da pista diferente nas 4 rodas	88
FIG.7.28	Diferença entre as forças dos pneus e eixos rígidos	88
FIG.10.1	Modelo simulink para testes da matriz teta para a suspensão	94
FIG.10.2	Variação no comprimento da mola e amortecedor da suspensão para o 1º teste	95
FIG.10.3	Variação angular para a mola e amortecedor da suspensão para o 1º teste	95
FIG.10.4	Variação no comprimento da mola e amortecedor da suspensão para o 2º teste	96
FIG.10.5	Variação angular para a mola e amortecedor da suspensão para o 2º teste	96

LISTA DE TABELAS

TAB.7.1	Parâmetros adotados para os modelos de suspensão do Capítulo 6	72
TAB.7.2	Parâmetros adotados para os modelos do item 7.2.1	87

LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLOS

- ${}^f \underline{F}_{b_{dd}}$ - forças do amortecedor dianteiro direito da suspensão dianteira no referencial fixo
- ${}^f \underline{F}_{b_{de}}$ - forças do amortecedor dianteiro esquerdo da suspensão dianteira no referencial fixo
- ${}^f \underline{F}_{b_{td}}$ - forças do amortecedor traseiro direito da suspensão traseira no referencial fixo
- ${}^r \underline{F}_{b_p}$ - força resultante de amortecimento do pneu no referencial da roda
- ${}^f \underline{F}_{b_{te}}$ - forças do amortecedor traseiro esquerdo da suspensão traseira no referencial fixo
- ${}^f \underline{F}_G$ - força aplicada ao ponto G
- ${}^f \underline{F}_{G_{ze}}$ - força vertical do eixo aplicada ao centro da roda no referencial fixo
- ${}^f \underline{F}_{G_{zp}}$ - força vertical do pneu aplicada ao centro da roda no referencial fixo
- ${}^f \underline{F}_{HPi}$ - forças aplicadas aos pontos de ancoragem i da suspensão no referencial fixo
- ${}^f \underline{F}_{k_{dd}}$ - forças da mola dianteira direita da suspensão dianteira no referencial fixo
- ${}^f \underline{F}_{k_{de}}$ - forças da mola dianteira esquerda da suspensão dianteira no referencial fixo
- ${}^r \underline{F}_{k_p}$ - força resultante da rigidez do pneu no referencial da roda
- ${}^f \underline{F}_{k_{td}}$ - forças da mola traseira direita da suspensão traseira no referencial fixo
- ${}^f \underline{F}_{k_{te}}$ - forças da mola traseira esquerda da suspensão traseira no referencial fixo
- ${}^f \underline{F}_P$ - força do pneu no referencial fixo
- ${}^f \underline{F}_{p_{dd}}$ - forças do pneu dianteiro direito no referencial fixo
- ${}^f \underline{F}_{p_{de}}$ - forças do pneu dianteiro esquerdo no referencial fixo

${}^f \underline{F}_{Pd}$	- forças do pneu traseiro direito no referencial fixo
${}^f \underline{F}_{Pe}$	- forças do pneu traseiro esquerdo no referencial fixo
${}^f \underline{F}_{P_i}, 1 < i < n$	- Forças aplicadas do ponto 1 ao ponto n em um corpo
${}^f \underline{F}_R$	- força resultante do pneu aplicada a roda no referencial fixo
${}^f \underline{F}_0$	- força resultante do pneu aplicada ao solo no referencial fixo
G	- centro da roda
I_{xx}	- momento de inércia em relação ao eixo x
I_{yy}	- momento de inércia em relação ao eixo y
I_{zz}	- momento de inércia em relação ao eixo z
L_{bde}	- comprimento do amortecedor dianteiro esquerdo
M_{G_x}	- momento resultante no ponto G
R	- extremidade da roda
\mathbf{R}_{bde}	- matriz que relaciona ${}^f \mathbf{T}^{bde}$ com sua derivada
${}^f \mathbf{T}^{bde}$	- matriz transformação de coordenadas do referencial do amortecedor dianteiro esquerdo para o fixo
${}^f \mathbf{T}^c$	- matriz transformação de coordenadas do referencial c do corpo para o referencial fixo
${}^f \mathbf{T}^{ed}$	- matriz transformação de coordenadas do referencial do eixo rígido para o fixo
${}^r \mathbf{T}^f$	- matriz transformação de coordenadas do referencial fixo para o referencial a roda
${}^f \mathbf{T}^r$	- matriz transformação de coordenadas do referencial da roda para o fixo
b_{ddch}	- ponto de ancoragem do amortecedor dianteiro direito da suspensão no chassi
b_{ddeb}	- ponto de ancoragem do amortecedor dianteiro direito da suspensão no eixo dianteiro
b_{dech}	- ponto de ancoragem do amortecedor dianteiro esquerdo da suspensão no chassi
b_{deeb}	- ponto de ancoragem do amortecedor dianteiro esquerdo da suspensão no eixo dianteiro

b_p	- constante de amortecimento para o pneu
b_{idch}	- ponto de ancoragem do amortecedor traseiro direito da suspensão no chassi
b_{idet}	- ponto de ancoragem do amortecedor traseiro direito da suspensão no eixo traseiro
b_{tech}	- ponto de ancoragem do amortecedor traseiro esquerdo da suspensão no chassi
b_{teet}	- ponto de ancoragem do amortecedor traseiro esquerdo da suspensão no eixo traseiro
b_{ddch}	- ponto de ancoragem da barra longitudinal dianteira direita no chassi
b_{dech}	- ponto de ancoragem da barra longitudinal dianteira esquerda no chassi
b_{tdch}	- ponto de ancoragem da barra longitudinal traseira direita no chassi
b_{ttech}	- ponto de ancoragem da barra longitudinal traseira esquerda no chassi
b_{trdch}	- ponto de ancoragem da barra transversal dianteira no chassi
b_{trtch}	- ponto de ancoragem da barra transversal traseira no chassi
$cgch$	- centro de massa do eixo rígido dianteiro
g	- aceleração da gravidade
k_{ddch}	- ponto de ancoragem da mola dianteira direita da suspensão no chassi
k_{dted}	- ponto de ancoragem da mola dianteira direita da suspensão no eixo dianteiro
k_{dech}	- ponto de ancoragem da mola dianteira esquerda da suspensão no chassi
k_{deed}	- ponto de ancoragem da mola dianteira esquerda da suspensão no eixo dianteiro
k_p	- constante de rigidez para o pneu
k_{idch}	- ponto de ancoragem da mola traseira direita da suspensão no chassi
k_{idet}	- ponto de ancoragem da mola traseira direita da suspensão no eixo traseiro
k_{tech}	- ponto de ancoragem da mola traseira esquerda da suspensão no chassi
k_{teet}	- ponto de ancoragem da mola traseira esquerda da suspensão no eixo traseiro
$l_{b_{dd}}$	- comprimento do amortecedor dianteiro direito

$l_{b_{de}}$	- comprimento do amortecedor dianteiro esquerdo
m	- massa do corpo rígido
m_r	- massa da roda
${}^f \underline{r}_P$	- posição de um ponto P qualquer de um corpo rígido
${}^f \underline{r}_c$	- posição de origem do referencial do corpo escrita no referencial fixo
${}^c \underline{r}_P$	- vetor posição do ponto P do corpo em relação a origem do referencial do corpo escrita no referencial do corpo
${}^{ed} \tilde{\mathbf{I}}_{b_{deed}}$	- matriz relacionada ao vetor distância entre o ponto b_{deed} e o centro de massa do eixo rígido em seu referencial
${}^{b_{de}} \underline{r}_{b_{dech}}$	- distância entre os pontos de ancoragem do amortecedor dianteiro esquerdo no eixo rígido dianteiro e chassi no referencial do amortecedor dianteiro
${}^r \underline{r}_R$	- distância entre o extremo e o centro da roda no referencial da roda
r_{de}	- centro da roda dianteira esquerda
r_{dd}	- centro da roda dianteira direita
r_r	- raio da roda
${}^f \underline{v}_{b_{dech}}$	- velocidade do ponto de ancoragem do amortecedor dianteiro direito no chassi no referencial fixo
${}^f \underline{v}_{b_{ded}}$	- velocidade do ponto de ancoragem do amortecedor dianteiro direito no eixo dianteiro no referencial fixo
${}^f \underline{v}_{b_{dech}}$	- velocidade do ponto de ancoragem do amortecedor dianteiro esquerdo no chassi no referencial fixo
${}^f \underline{v}_{b_{deed}}$	- velocidade do ponto de ancoragem do amortecedor dianteiro esquerdo no eixo dianteiro no referencial fixo
${}^f \underline{v}_{b_{dech}}$	- velocidade do ponto de ancoragem da barra longitudinal dianteira esquerda no chassi no referencial fixo
${}^f \underline{v}_{b_{delch}}$	- velocidade do ponto de ancoragem do amortecedor traseiro direito no chassi no referencial fixo
${}^f \underline{v}_{b_{delr}}$	- velocidade do ponto de ancoragem do amortecedor traseiro direito no eixo traseiro no referencial fixo
${}^f \underline{v}_{b_{ech}}$	- velocidade do ponto de ancoragem do amortecedor traseiro esquerdo no

chassi no referencial fixo

- ${}^f \underline{v}_{b_{\text{teer}}}$ - velocidade do ponto de ancoragem do amortecedor traseiro esquerdo no eixo traseiro no referencial fixo
- ${}^f \underline{v}_C$ - velocidade da origem do referencial do corpo escrita no referencial fixo
- ${}^f \underline{v}_{c_{\text{ged}}}$ - velocidade do centro de massa do eixo rígido dianteiro no referencial fixo
- ${}^f \underline{v}_G$ - velocidades no extremo da roda no referencial fixo
- ${}^f v_{G_z}$ - velocidade vertical do centro da roda no referencial fixo
- ${}^f \underline{v}_{k_{\text{ddech}}}$ - velocidade do ponto de ancoragem da mola dianteira direita no chassi no referencial fixo
- ${}^f \underline{v}_{k_{\text{ddee}}}$ - velocidade do ponto de ancoragem da mola dianteira direita no eixo dianteiro no referencial fixo
- ${}^f \underline{v}_{k_{\text{deech}}}$ - velocidade do ponto de ancoragem da mola dianteira esquerda no chassi no referencial fixo
- ${}^f \underline{v}_{k_{\text{deee}}}$ - velocidade do ponto de ancoragem da mola dianteira esquerda no eixo dianteiro no referencial fixo
- ${}^f \underline{v}_{k_{\text{deich}}}$ - velocidade do ponto de ancoragem da mola traseira direita no chassi no referencial fixo
- ${}^f \underline{v}_{k_{\text{deet}}}$ - velocidade do ponto de ancoragem da mola traseira direita no eixo traseiro no referencial fixo
- ${}^f \underline{v}_{k_{\text{eech}}}$ - velocidade do ponto de ancoragem da mola traseira esquerda no chassi no referencial fixo
- ${}^f \underline{v}_{k_{\text{teer}}}$ - velocidade do ponto de ancoragem da mola traseira esquerda no eixo traseiro no referencial fixo
- ${}^f \underline{v}_P$ - velocidade do pneu no referencial fixo (coordenadas y e z)
- ${}^r \underline{v}_P$ - velocidade do pneu no referencial da roda
- ${}^f \underline{v}_R$ - velocidade da extremidade da roda no referencial fixo (coordenadas y e z)
- ${}^f \underline{v}_0$ - velocidade da excitação de base no referencial fixo (coordenadas y e z)
- ${}^f \underline{v}_{0_{\text{dd}}}$ - velocidade da excitação de base dianteira direita no referencial fixo

${}^f \underline{v}_{0_{de}}$	- velocidade da excitação de base dianteira esquerda no referencial fixo
${}^f \underline{v}_{0_{dd}}$	- velocidade da excitação de base traseira direita no referencial fixo
${}^f \underline{v}_{0_{de}}$	- velocidade da excitação de base traseira esquerda no referencial fixo
$y_{b_{de}}$	- eixo coordenado y no referencial do amortecedor dianteiro esquerdo
$y_{c_{gedbldeed}}$	- distância em y entre o centro de massa e o ponto de ancoragem da barra longitudinal dianteira no eixo rígido dianteiro
y_{ch}	- eixo coordenado y no referencial do chassi
y_{ed}	- eixo coordenado y no referencial do eixo rígido dianteiro
$z_{b_{dd}}$	- eixo coordenado z no referencial do amortecedor dianteiro direito
$z_{b_{de}}$	- eixo coordenado z no referencial do amortecedor dianteiro esquerdo
z_{ch}	- eixo coordenado z no referencial do chassi
z_{ed}	- eixo coordenado z no referencial do eixo rígido dianteiro
$\beta_{b_{dd}}$	- ângulo formado pelo amortecedor dianteiro direito e o eixo rígido dianteiro no plano yz
$\beta_{b_{de}}$	- ângulo formado pelo amortecedor dianteiro esquerdo e o eixo rígido dianteiro no plano yz
$\beta'_{b_{de}}$	- ângulo entre o amortecedor dianteiro esquerdo e o eixo coordenado x no plano zx
${}^c \underline{\Omega}$	- taxa de variação angular da origem do referencial do corpo escrita no referencial do corpo
${}^{ed} \underline{\Omega}$	- vetor velocidade angular no referencial do eixo rígido dianteiro
$\sum {}^f \underline{F}_c$	- somatório das forças aplicadas ao centro de massa no referencial fixo
$\sum {}^f {}_c \underline{F}_P$	- vetor força resultante no referencial fixo aplicada ao centro de massa do corpo
$\sum {}^c \underline{M}_C$	- somatório dos momentos aplicados ao centro de massa no referencial do corpo
$\sum {}^c \underline{M}_{ext_c}$	- somatório dos momentos externos aplicados ao centro de massa no referencial do corpo
$\sum {}^c {}_C \underline{M}_P$	- momento resultante no referencial do corpo aplicado ao centro de massa do corpo

γ_c	- ângulo de câmber
φ	- ângulo entre o corpo e o eixo x no referencial fixo no plano yz
$\dot{\varphi}_{ch}$	- velocidade angular do chassi em relação ao eixo coordenado y no referencial fixo no plano zx
φ_e	- ângulo de câmber
$\dot{\varphi}_{ed}$	- velocidade angular do eixo rígido dianteiro em relação ao eixo coordenado y no referencial fixo no plano zx
$\dot{\varphi}_{et}$	- velocidade angular do eixo rígido traseiro em relação ao eixo coordenado y no referencial fixo no plano zx
θ	- ângulo entre o corpo e o eixo y no referencial fixo no plano zx
ψ	- ângulo entre o corpo e o eixo z no referencial fixo no plano xy
ω_{ed_x}	- velocidade angular do eixo rígido dianteiro no plano yz no referencial do eixo rígido

RESUMO

O presente trabalho, utilizando a metodologia de dinâmica multicorpos por fluxo de potência apresenta um modelo de suspensão com modelagem computacional composta por blocos intercambiáveis, para um veículo tridimensional de dois eixos com suspensão por eixo rígido. Para que haja a substituição de blocos, é necessário que os parâmetros que relacionam um bloco com os demais sejam obedecidos e sejam variáveis de fluxo de potência (velocidades e esforços).

Blocos simples vão sendo substituídos progressivamente por outros mais complexos sem que haja a necessidade do reequacionamento de todo o modelo, apenas sendo alterados os parâmetros que permitam o acoplamento do novo bloco ao sistema, até a obtenção do modelo final.

O modelo tridimensional final apresentado é composto de chassi, suspensões dianteira e traseira por eixo rígido e dois eixos rígidos com suas rodas e pneus. Este modelo é comparado a dois modelos mais simples, ambos por eixo rígido, sendo um deles sem considerar os vínculos das peças nas suspensões e o outro com modelo plano das suspensões.

Os objetivos desse trabalho são tanto a construção do modelo final e análise dos resultados como ainda demonstrar a eficiência, praticidade e modularidade da metodologia por fluxo de potência aplicada a sistemas multicorpos para a resolução de modelos de dinâmica veicular.

ABSTRACT

This work using the methodology of multibody dynamics of power flow, presents a model of suspension with a computational model composed of interchangeable blocks in a three-dimensional vehicle with two axles with rigid axle suspension. To do the replacement of blocks, it is necessary that parameters that relate a block with the others are to be obeyed and are variables of power flow (speed and effort).

Simple blocks are progressively replaced by others more complex without the need of redesigning the entire model, only changing those parameters that allow coupling of the new block to the system, until obtaining the final model.

The presented final three-dimensional model consists of chassis, front and rear suspension by rigid axle and two rigid axles with wheels and tires. This model is compared with two simple models, both by rigid axle, one without considering the bonds of the suspensions parts and the other model with flat suspensions.

The objectives of this work are both the construction of the final model and analyze the results as to demonstrate the efficiency, practicality and modularity of the methodology of power flow applied to multibody systems for solving models of vehicle dynamics.

1. INTRODUÇÃO

1.1. OBJETIVO

Esse trabalho propõe-se a cumprir os seguintes objetivos:

- Demonstrar a viabilidade da utilização da metodologia por fluxo de potência para um sistema multicorpos;
- Demonstrar a intercambialidade de subsistemas por outros análogos, a exemplo da suspensão caso os parâmetros que o relacionam com os demais (forças, velocidade e velocidades angulares) sejam mantidos; e
- Modelagem bi e tri dimensional de uma suspensão por eixo rígido para um veículo com dois eixos.

Para atingir os objetivos propostos nesse trabalho, é utilizada a metodologia de fluxo de potência aplicada a sistemas multicorpos na área veicular conforme **COSTA NETO, R. T., 2008**.

O modelo tridimensional final é composto de um chassi rígido, duas suspensões por eixo rígido independentes, dois eixos rígidos, quatro rodas e seus pneus. Esse modelo final é obtido a partir de progressivo desenvolvimento de cada subsistema, partindo de um modelo inicial bidimensional de ½ carro simétrico com vista frontal, sem geometria de suspensão ou ângulo de câmbor, passando por diversos outros modelos, sendo esses implementados bloco a bloco e alterados nos demais subsistemas apenas os parâmetros relevantes para compatibilizá-lo com o restante do sistema. Como ferramenta computacional para a modelagem do sistema, utiliza-se os softwares Simulink/MatLab®.

1.2 POSICIONAMENTO

Na modelagem clássica veicular, o veículo é modelado por meio de um equacionamento complexo que não permite acoplar e desacoplar blocos de sistemas e subsistemas. Com isso, tanto a dificuldade na modelagem quanto o tempo despendido para uma alteração simples de configuração é grande (**JAZAR, R., 2008**).

Com a modelagem de sistemas multicorpos por Transformadores Cinemáticos, já é possível ser visto um maior grau de modularidade que na modelagem clássica, pois essa metodologia faz uso de um menor número de equações para interligar os corpos, embora não fique bem definida a noção de subsistemas, resultando na necessidade de reequacionar todo o conjunto caso algum dos corpos sofra alterações (**GOIS, J. A. M., 2000, COSTA NETO, R. T., 2001, NEVES, M. R. R., 2002 e CHAGAS, C. F. M., 2006**).

A modelagem por Grafos de Ligação pode ser relacionada à abordagem por sistemas multicorpos, o que facilita significativamente o equacionamento quando comparado com a abordagem clássica, pois por meio de uma análise gráfica é possível visualizar, qualificar e quantificar a interação entre sistemas e subsistemas, fazendo-a por meio de transferência de fluxos e esforços (**FERREIRA, F. M., 2006, LEITE, I. C., 2007, GUEDES, G. D., 2010 e ABREU, Y. F. M., 2012**).

Nesse trabalho a modelagem apresentada utiliza tanto conceitos da abordagem multicorpos como por grafos de ligação, por meio da metodologia de fluxo de potência.

A metodologia por fluxo de potência subdivide o sistema multicorpos em vários subsistemas. Cada um dos subsistemas tem um equacionamento próprio cinemático e dinâmico, onde a relação entre eles é feita exclusivamente por meio de fluxos (velocidade e velocidade angular) e esforços (forças). Caso sejam obedecidas as condições de entrada e saída de um subsistema, ou seja, mantidas as relações de causa e efeito entre suas variáveis de entrada e saída, este pode ser substituído por outro de mesma natureza.

Portanto, a abordagem por fluxo de potência permite a intercambialidade entre subsistemas, o que reduz significativamente a dificuldade na modelagem computacional, pois permite que sejam alterados parâmetros internos a um subsistema ou até mesmo substituí-lo por outro sem modificar os demais subsistemas a este acoplados. Outra facilidade encontrada nessa metodologia é ser possível testar individualmente cada componente e avaliar seu comportamento, com isso garantindo o seu correto funcionamento antes de conectá-lo aos demais (**COSTA NETO, R. T., 2008**).

1.3 MOTIVAÇÃO

Os programas existentes para simulação de veículos não possuem uma transparência que permita ao usuário pleno conhecimento dos parâmetros internos e equacionamentos dos subsistemas. Essa falta de flexibilidade reduz a aplicação para o meio acadêmico.

Com a construção de um programa de código aberto, torna-se possível visualizar o sistema dinâmico na íntegra, podendo ser atribuído o grau de complexidade que o usuário desejar para obtenção de resultados, ampliando ou reduzindo a complexidade do modelo conforme a sua conveniência, ou mesmo avaliar o comportamento de parâmetros internos muitas vezes inacessíveis em programas comerciais.

Outro aspecto importante neste trabalho é que devido à modularidade proposta, é possível construir progressivamente uma biblioteca acadêmica de subsistemas dinâmicos, por meio da realização de trabalhos futuros nessa linha de pesquisa, tais como obter um modelo mais refinado, outros subsistemas que substituam os apresentados nesse trabalho, ou ainda avaliar o conforto veicular de um passageiro por meio de análise de vibrações.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para facilitar o entendimento desse capítulo, o mesmo será subdividido em quatro seções, sendo que a primeira analisará a dinâmica para sistema multicorpos, a segunda o conceito de transformadores cinemáticos, a terceira o conceito de grafos de ligação e a quarta abrange autores que desenvolveram trabalhos de modelagem de suspensões veiculares.

2.1 DINÂMICA MULTICORPOS

HAUG, E. J., 1989, utiliza o conceito clássico de dinâmica multicorpos, trabalhando com o número máximo de parâmetros. Considera que a complexidade analítica de equacionamento para equações algébricas não lineares, resultantes de equações cinemáticas e diferenciais não lineares dinâmicas, faz com que seja impossível obter soluções fechadas em muitos casos. Apresenta uma metodologia em que a análise vetorial e o cálculo permitem a análise de sistemas cinemáticos e dinâmicos, planares e espaciais para um grande número de sistemas mecânicos. Utilizando um conceito de “juntas” o autor equaciona os vínculos entre os corpos, ou seja, como um corpo influencia o comportamento dos demais por meio dos pontos de conexão entre eles (“juntas”), sem levar em conta para isso, o comportamento interno do corpo. Enfatiza também a metodologia a ser empregada para resolução computacional de equações de governo cinemáticas e dinâmica.

REIMPELL, J., STOLL, H., BETZLER, J. W., 2001, apresentam diagramas e analisam o comportamento isolado de diversas configurações de suspensão, tipos de rodas e pneus, amortecedores e molas e seus efeitos dinâmicos para o conjunto composto por chassi, suspensão e roda.

JAZAR, R., 2008, analisa diversos sistemas veiculares, sendo que especificamente na área de suspensões automotivas faz uma abordagem dos modelos de $\frac{1}{4}$ de carro, $\frac{1}{2}$ carro, modelo bicicleta assim como modelos tridimensionais. A modelagem do autor é feita utilizando o número máximo de parâmetros. Mesmo não sendo esta a modelagem similar ao proposto nesse trabalho, os resultados obtidos são fundamentais para verificar se a metodologia proposta aqui obtém resultados coerentes.

GARCIA VALLEJO, D., MAYO, J., ESCALONA, J. L., DOMINGUEZ, J., 2008, analisam juntas bi e tridimensionais e modelos multicorpos com corpos deformáveis utilizando tanto referenciais globais como variáveis inerciais. Avaliam também a consequência de utilizarem-se velocidades e pontos comuns aos corpos para reduzir o número de equações de vínculos cinemáticos.

ILLA, D., SINATRA, R., 2008, realizam um estudo sobre o mecanismo cinco barras e uma simplificação do equacionamento para se obter a dinâmica do sistema. Realizam também simulações numéricas e com a análise dos resultados obtidos. A análise apresentada nesse trabalho é de significativa importância para o equacionamento do modelo de suspensão tridimensional, na estrutura dinâmica composta por um eixo rígido e as barras longitudinais e transversal a ele acopladas.

2.2 TRANSFORMADORES CINEMÁTICOS

HILLER, M., KECSKEMÉTHI, A. e WOERNLE, C., 1986, fazem uma abordagem do assunto dividindo um sistema global em subsistemas, sendo esses subdivididos pelos mecanismos componentes. São obtidas as relações cinemáticas entre os corpos de cada mecanismo e com isso o modelo cinemático dos subsistemas, que passam a ser transformadores cinemáticos. É feita a acoplagem analítica dos subsistemas e com isso as equações de movimento do sistema global. Utilizaram em seu equacionamento, uma quantidade de equações de movimento igual ao número de graus de liberdade do sistema.

GOIS, J. A. M., 2000, modela uma suspensão MacPherson tridimensional em um modelo de $\frac{1}{4}$ de carro. Enfatiza a simplicidade de equacionamento quando comparado com a modelagem dinâmica clássica.

Para o equacionamento do seu modelo, utiliza cadeias cinemáticas empregando o mínimo possível de variáveis onde, por meio das condições geométricas de fechamento do sistema, obtém as equações de restrição dos vínculos cinemáticos. Para obter as equações de movimento emprega as equações de Newton-Euler e aplica os princípios de D'Alembert e dos trabalhos virtuais. Utiliza a abordagem de **HILLER, M., 1986** para transformadores cinemáticos.

COSTA NETO, R. T., 2001, desenvolve na mesma linha de pesquisa de **GOIS, J. A. M., 2000**, um modelo veicular mais detalhado, neste caso um veículo 4WS com dois eixos, quatro suspensões MacPherson e chassi com seis graus de liberdade. O chassi apresenta oito pontos de ancoragem (dois para cada uma das quatro suspensões MacPherson). O equacionamento dos pneus desconsidera a dinâmica lateral e longitudinal.

Emprega de forma similar a **GOIS, J. A. M., 2000**, o número mínimo de variáveis para equacionamento das cadeias cinemáticas, condições geométricas de fechamento para obter as equações de restrição dos vínculos cinemáticos e equações de movimento obtidas por meio das equações de Newton-Euler e princípios de D'Alembert e dos trabalhos virtuais.

NEVES, M. R. R., 2002, prossegue na mesma linha de pesquisa de **GOIS, J. A. M., 2000** e **COSTA NETO, R. T., 2001**, e desenvolve um modelo de veículo tridimensional 4WS com quatro suspensões independentes MacPherson. Em seu trabalho a ênfase é dada na análise do comportamento veicular quando observada a não linearidade do comportamento dos pneus submetidos a variações em seu estado, tais como variação de sua pressão interna, temperatura, velocidade de deslocamento do veículo e rugosidade da pista, abrangendo ainda a dinâmica lateral do veículo.

CHAGAS, C. F. M., 2006, desenvolve seu trabalho com pneus modelados de forma similar a **NEVES, M. R. R., 2002**. Apresenta uma modelagem de chassi também similar os desse autor e de **COSTA NETO, R. T., 2001**, diferindo basicamente desses pelo posicionamento dos pontos de ancoragem do chassi, pois emprega ao contrário dos dois autores citados, quatro suspensões independentes tipo duplo A, para as quais desenvolve a modelagem.

COSTA NETO, R. T., 2008, aborda por meio da metodologia de fluxo de potência a interação multicorpos de sistemas veiculares, apresentando modelos por grafos de ligação para obter as relações cinemáticas entre os subsistemas. A metodologia por fluxo de potência é empregada dentro dos subsistemas e entre subsistemas, utilizando como variáveis interativas entre blocos, esforços (forças e momentos) e fluxos (velocidades lineares e angulares), sem usar as equações analíticas nesses acoplamentos. Dentro de cada subsistema, o autor utiliza matrizes onde relaciona as variáveis de entrada de forma cinemática para obter com isso, outras variáveis, e por meio dessas equacionar o subsistema na forma dinâmica e obter as

variáveis de saída. Além disso, segundo o autor, subdividir-se um veículo em módulos e subsistemas é muito útil, pois há uma maior visualização de como as variáveis inerentes a um sistema interagem com os demais, com melhor visualização das relações de causa e efeito entre os subsistemas.

HANZAKI, A. R., SAHA, S. K., RAO, P. V. M., 2009, equacionam a substituição de juntas esféricas por três juntas unidimensionais ortogonais de revolução, apresentando o equacionamento aplicado ao mecanismo de quatro barras. Fazem simulações do modelo e comparam os resultados obtidos com o software Adams, obtendo resultados bastante compatíveis.

2.3 GRAFOS DE LIGAÇÃO

FERREIRA, F. M., 2006, modela sistemas mecânicos em geral, utilizando diagramas de blocos, de forma que cada bloco mantenha as propriedades dos grafos, sem comprometer com isso o significado físico dos elementos do sistema.

LEITE, I. C., 2007, modela e simula a dinâmica vertical de dois veículos automotores terrestres, um com chassi rígido e o outro com chassi flexível, usando modelos desenvolvidos por **FERREIRA, F. M., 2006**, que, segundo o autor, são muito úteis na representação de sistemas discretos, onde ocorrem interações entre subsistemas de naturezas físicas distintas. Desse modo é possível modelar as partes de sistemas de forma independente e em seguida conectá-los sem prejuízo a sua funcionalidade. O autor, ainda analisa a abordagem clássica de modelagem onde a cada projeto novo, ainda que baseado em desenvolvimentos anteriores, com a alteração de apenas um único parâmetro, impõe que sejam refeitas todas as equações referentes ao modelo.

GUEDES, G. D., 2010, modela e simula a dinâmica vertical de um veículo leve de 4 WS, empregando uma metralhadora calibre .50 acoplada ao vínculo. A modelagem é feita subdividindo o veículo em subsistemas, analisando-os individualmente, permitindo que seja visto todo o comportamento veicular quando se efetua o disparo, ao contrário da abordagem

clássica onde o corpo do veículo seria tratado como um bloco maciço, incapaz de demonstrar na íntegra o comportamento do conjunto roda-suspensão-armamento.

ABREU, Y. F. M., 2012, modela e simula o comportamento de um veículo com chassi flexível, característico de veículos longos (tais como caminhões), por meio de um modelo de ½ carro com vista lateral submetido a diversos tipos de excitação de base para avaliar o comportamento da suspensão e do chassi. O autor utiliza também análise modal e método dos elementos finitos para o desenvolvimento do equacionamento em seu trabalho.

2.4 SUSPENSÃO

CARREIRÃO, C., 2003 analisa o sistema completo dinâmico de suspensão por eixo rígido para ônibus, mostrando por meio de diversas simulações a variação do comportamento dessas a nível de estabilidade, deslocamento, e conforto. Ele analisa também os efeitos das barras transversais em relação ao deslocamento lateral do chassi em curvas e as barras longitudinais em frenagens

UHLMANN, C. E., 2009 por meio de modelos analíticos e numéricos avalia a influência da barra estabilizadora no ângulo de rolagem em ônibus tipo “Low Entry”. Embora o modelo numérico utilizando o software Adams apresente grande precisão, o modelo analítico torna-se bastante simples. Com isso há visível discrepância nos resultados obtidos pelo autor quando comparando os dois modelos.

CRONJÉ, P. H., ELS, P. S., 2009, analisam o efeito de uma barra estabilizadora para um veículo off road com suspensão por eixo rígido, barras transversais e barra panhard. Comparam resultados obtidos experimentalmente com simulações no software Adams.

THORESSON, M. J., ULYS, P. E., ELS, P.S. SNYMAN, J. A., 2009, comparam um modelo veicular não linear com o propósito de maximizar o conforto simulado por meio do software Adams com dados de teste obtidos a partir de uma Lard Rover Defender 110 (Esta viatura possui suspensão por eixo rígido com molas helicoidais perpendiculares aos eixos, barras transversais e panhard).

3. METODOLOGIA

O veículo é subdividido nos subsistemas pneu, roda, eixo rígido, chassi e suspensão. Para que esses subsistemas sejam conectados, utiliza-se a metodologia de fluxo de potência, onde as variáveis que realizam essas conexões restringem-se a esforços e velocidades. Em cada bloco são utilizadas as equações de Newton e Euler, em uma modelagem cinemática e dinâmica.

Em virtude de a interação ser dada conforme dito anteriormente, apenas por esforços e velocidades, cada bloco depois de construído é testado em separado. Com isso, é possível ter certeza do seu correto comportamento antes de adicioná-lo ao restante do sistema. Também é possível substituir um bloco por um análogo, desde que os vínculos cinemáticos e causalidades sejam mantidos.

3.1 EQUAÇÃO GERAL

A equação geral apresentada nesse capítulo é empregada em todos os blocos do sistema. Como esta relaciona um ponto com outro apenas, é utilizada entre todos os pontos de interesse desse corpo (pontos de ancoragem que vinculam um corpo a outro) e o centro de massa, de forma que as velocidades nos pontos de ancoragem possam ser obtidas a partir da velocidade do centro de massa e das velocidades angulares do corpo. Para aumento de eficiência dessa interação, é utilizada a matriz Teta (Θ), que é a composição das diversas equações entre os pontos de ancoragem e o centro de massa do corpo.

Segundo **HAUG, E. J., 1989**, a posição de um ponto qualquer de um corpo escrito no referencial fixo é dada por:

$${}^f r_P = {}^f r_C + {}^f T^c {}^c r_P \quad (3.1)$$

Onde:

${}^f r_P$ é a posição de um ponto P qualquer de um corpo rígido;

${}^f r_C$ é a posição de origem do referencial do corpo escrita no referencial fixo;

${}^f T^c$ é a matriz transformação de coordenadas do referencial c do corpo para o referencial fixo; e

${}^c \underline{r}_P$ é o vetor posição do ponto P do corpo em relação a origem do referencial do corpo escrita no referencial do corpo.

A matriz transformação de coordenadas é composta pelas matrizes:

$${}^f \mathbf{T}' = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\text{sen} \psi & 0 \\ \text{sen} \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$${}^f \mathbf{T}'' = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \text{sen} \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen} \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$${}^f \mathbf{T}^c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\text{sen} \varphi \\ 0 & \text{sen} \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Ou seja:

$${}^f \mathbf{T}^c = {}^f \mathbf{T}' \cdot {}^f \mathbf{T}'' \cdot {}^f \mathbf{T}^c \quad (3.5)$$

Onde:

φ - ângulo entre o corpo e o eixo x no referencial fixo no plano yz;

θ - ângulo entre o corpo e o eixo y no referencial fixo no plano zx; e

ψ - ângulo entre o corpo e o eixo z no referencial fixo no plano xy.

A velocidade absoluta desse ponto é dada por:

$${}^f \underline{v}_P = {}^f \underline{v}_C + {}^f \dot{\mathbf{T}}^c {}^c \underline{r}_P + {}^f \mathbf{T}^c {}^c \dot{\underline{r}}_P \quad (3.6)$$

Onde:

${}^f \underline{v}_C$ é a velocidade da origem do referencial do corpo escrita no referencial fixo; e

${}^f \underline{v}_P$ é o vetor velocidade de um ponto qualquer no referencial fixo.

Para corpos rígidos:

$${}^c \dot{\underline{r}}_P = 0 \quad (3.7)$$

Sendo:

$${}^f \dot{\mathbf{T}}^c = {}^f \mathbf{T}^c \tilde{\Omega} \quad (3.8)$$

Então

$${}^f \underline{v}_P = {}^f \underline{v}_C + {}^f \mathbf{T}^c \tilde{\underline{\Omega}}^c \tilde{\underline{r}}_P \quad (3.9)$$

ou

$${}^f \underline{v}_P = {}^f \underline{v}_C - {}^f \mathbf{T}^c \tilde{\underline{r}}_P \tilde{\underline{\Omega}}^c \quad (3.10)$$

ou ainda

$${}^f \underline{v}_P = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & -({}^f \mathbf{T}^c \tilde{\underline{r}}_P) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^f \underline{v}_C \\ \tilde{\underline{\Omega}}^c \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Fazendo

$$\Theta_P = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & -({}^f \mathbf{T}^c \tilde{\underline{r}}_P) \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

então

$${}^f \underline{v}_P = \Theta_P \begin{bmatrix} {}^f \underline{v}_C \\ \tilde{\underline{\Omega}}^c \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Onde $\tilde{\underline{\Omega}}^c$ é a taxa de variação angular da origem do referencial do corpo escrita no referencial do corpo.

A importância da matriz Θ pode ser verificada por relacionar as velocidades angulares de um corpo e as velocidades em um ponto organizadas em um vetor de entrada com tantos pontos quanto necessários organizados em um vetor de saída. Com isso, o sistema está estruturado de uma forma organizada em um vetor onde há exclusivamente parâmetros de entrada e outro de saída e uma matriz que os relacionam. Há uma facilidade em expandir o sistema para tantos pontos quanto forem necessários, acrescentando-se as linhas na matriz que relacionam o vetor de entrada as novas velocidades de saída.

Para um conjunto de n pontos de um corpo:

$$\Theta_{\text{corpo}} = \begin{bmatrix} \Theta_{P_1} \\ \Theta_{P_2} \\ \vdots \\ \Theta_{P_n} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Então:

$$\begin{bmatrix} {}^f \underline{v}_{P_1} \\ {}^f \underline{v}_{P_2} \\ \vdots \\ {}^f \underline{v}_{P_n} \end{bmatrix} = \mathbf{\Theta}_{\text{corpo}} \begin{bmatrix} {}^f \underline{v}_C \\ {}^c \underline{\Omega} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

3.2 CONSERVAÇÃO DE POTÊNCIA

Segundo **COSTA NETO, R. T., 2008**, em um modelo dinâmico mecânico pode-se sempre definir como variáveis de saída esforços e velocidades. Se além das variáveis de saída, as variáveis de entrada também são esforços e velocidades, este modelo pode ser acoplado a outros representados da mesma forma, desde que as condições de compatibilidade entre as entradas e saídas sejam respeitadas.

Consegue-se assim obter modelos de sistemas complexos a partir de seus subsistemas, sem que seja necessário determinar as equações analíticas resultantes do acoplamento entre eles.

Uma das formas de definir as equações de causa e efeito de um módulo é por meio de Grafos de Ligação, que é uma técnica gráfica e permite visualizar as relações entre velocidades absolutas e esforços no sistema dinâmico sem que seja preciso formular previamente todo o seu equacionamento.

Ainda segundo **COSTA NETO, R. T., 2008**, a condição de conservação de potência permite que as relações cinemáticas definam o comportamento dinâmico do sistema analisado, uma vez que por onde flui a velocidade, flui o esforço. Ou seja, para descobrir o efeito que um esforço de entrada produz em pontos do mecanismo, basta seguir o caminho que as velocidades destes mesmos pontos percorrem, acompanhando a combinação entre elas e as transformações que se dão, até chegar ao ponto em que esse esforço entra. Nesse ponto a vantagem da técnica dos Grafos de Ligação é bastante significativa, uma vez que permite visualizar os caminhos, já que se trata de uma abordagem gráfica. Um exemplo simples aplicável ao modelo proposto nesse trabalho pode ser visto na FIG. 3.1.

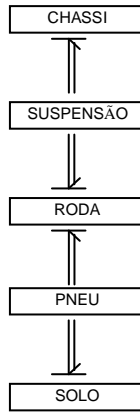


FIG 3.1 – Modelo de fluxo de potência para um sistema de suspensão em um veículo

Portanto, a solução dinâmica para as forças aplicadas a n pontos de um corpo, segue o caminho inverso da cinemática, desde que haja conservação de potência. Ou seja, usando a mesma matriz que representa os vínculos cinemáticos chega-se à relação entre esforços de saída e de entrada. Dessa forma, mais uma vez se verifica a importância da matriz Θ , pois apenas com o seu equacionamento cinemático, é obtido o resultado dinâmico por meio de sua transposta.

Dessa forma a equação para o somatório das forças e momentos no centro de massa pode ser escrita da forma:

$$\begin{bmatrix} \sum_C^f \underline{F}_P \\ \sum_C^c \underline{M}_P \end{bmatrix} = \Theta_{\text{corpo}}^T \begin{bmatrix} {}^f \underline{F}_{P_1} \\ {}^f \underline{F}_{P_2} \\ \vdots \\ {}^f \underline{F}_{P_n} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Onde:

$\sum_C^f \underline{F}_P$ é o vetor força resultante no referencial fixo aplicada ao centro de massa do corpo;

$\sum_C^c \underline{M}_P$ é o momento resultante no referencial do corpo aplicado ao centro de massa do corpo; e

${}^f \underline{F}_{P_i}$, $1 < i < n$ - Forças aplicadas do ponto 1 ao ponto n em um corpo.

4. EQUACIONAMENTO DO MODELO COM SUSPENSÃO BIDIMENSIONAL

A partir do modelo de carro completo apresentado na FIG. 4.1, com seus respectivos pontos de ancoragem e ângulos de rotação, foi construído o modelo de fluxo de potência apresentado na FIG. 4.2. Na modelagem feita tanto no Capítulo 4 quanto no Capítulo 5 não é considerado o atrito seco para amortecimento, apenas o atrito viscoso.

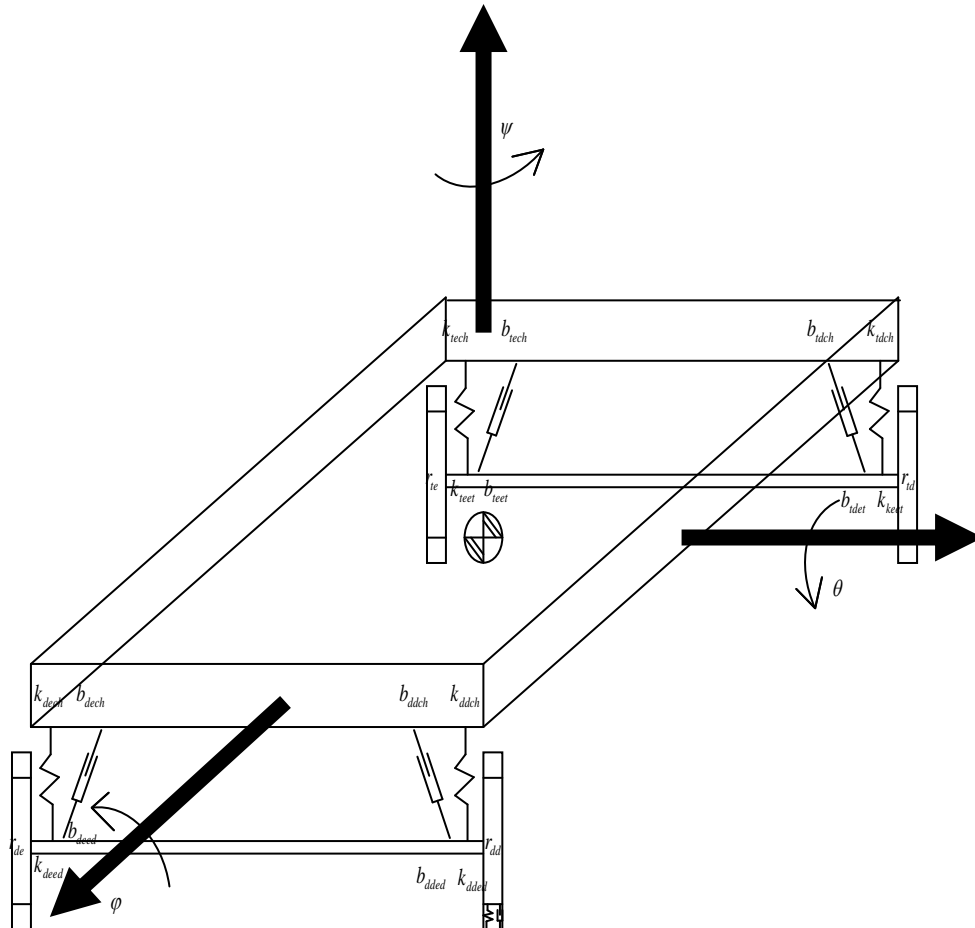


FIG. 4.1 - Modelo de carro completo com ângulos de rotação e pontos de ancoragem

Onde para a FIG. 4.1:

b_{deed} - ponto de ancoragem do amortecedor esquerdo da suspensão no eixo dianteiro;

k_{deed} - ponto de ancoragem da mola esquerda da suspensão no eixo dianteiro; e

r_{de} - centro da roda dianteira esquerda.

Para os demais pontos, substituir “de” por “dd” (dianteira direita), “te” (traseira esquerda) e “td” (traseira direita) e “ed” por “et” (eixo traseiro) ou “ch” (chassi).

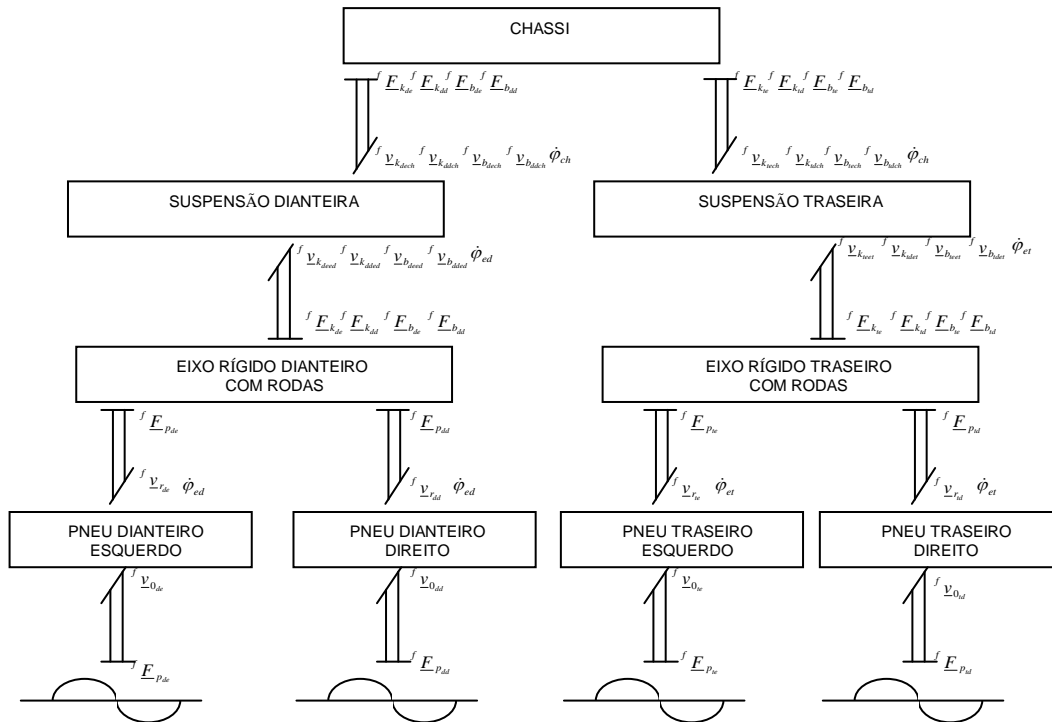


FIG. 4.2 – Modelo de fluxo de potência para o chassi tridimensional com duas suspensões por eixo rígido bidimensionais.

Onde para a FIG. 4.2:

${}^f \underline{F}_{b_{de}}$ - forças do amortecedor dianteiro esquerdo da suspensão dianteira no referencial fixo;

${}^f \underline{F}_{k_{de}}$ - forças da mola dianteira esquerda da suspensão dianteira no referencial fixo;

${}^f \underline{F}_{p_{de}}$ - forças do pneu dianteiro esquerdo no referencial fixo;

${}^f \underline{v}_{b_{deed}}$ - velocidade do ponto de ancoragem do amortecedor dianteiro esquerdo no eixo dianteiro no referencial fixo;

${}^f \underline{v}_{k_{deed}}$ - velocidade do ponto de ancoragem da mola dianteira esquerda no eixo dianteiro no referencial fixo;

${}^f \underline{v}_{0_{de}}$ - velocidade da excitação de base dianteira esquerda no referencial fixo;

$\dot{\varphi}_{ed}$ - velocidade angular do eixo rígido em relação ao eixo coordenado y no referencial fixo no plano zx .

Para as demais forças e velocidades, substituir “de” por “dd” (dianteira direita), “te” (traseira esquerda) e “td” (traseira direita) e “ed” por “et” (eixo traseiro) ou “ch” (chassi).

4.1 PNEU

O bloco do pneu utiliza o mesmo equacionamento apresentado no item 3.1, contudo, devido a excitação de base ser vertical e o pneu apresentar apenas a rotação de eixos referente ao ângulo de câamber (JAZAR, R. N., 2008), proveniente do eixo rígido (FIG. 4.3), o pneu apresenta parâmetros de entrada e saída não nulos apenas no plano yz . Assim, a modelagem desse bloco pode ser simplificada para uma modelagem bidimensional. A importância do ângulo de câamber é que este determina não só os esforços verticais e transversais realizados pelo pneu como ainda, a área de contato do pneu com o solo e o desgaste do mesmo (não considerados nesse trabalho).

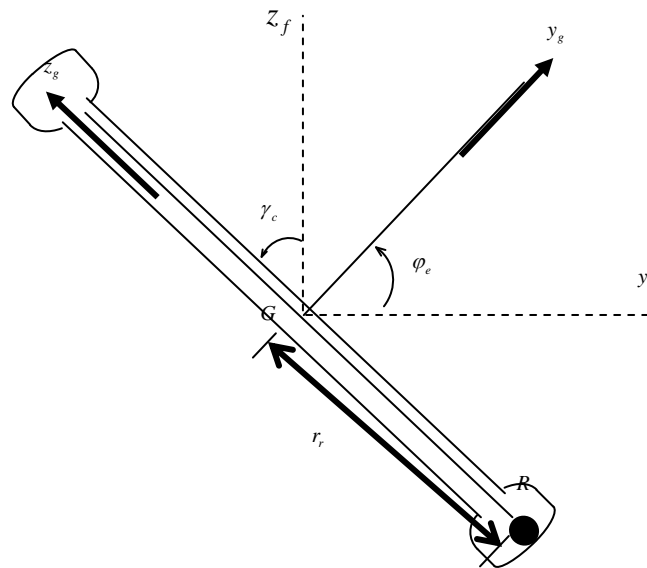


FIG. 4.3 – Orientação do conjunto roda-pneu segundo os referenciais fixo e da roda

Para a FIG. 4.3:

R - extremidade da roda;

G - centro da roda;

r_r - raio da roda;

φ_e - ângulo entre o eixo rígido e o eixo coordenado y no referencial fixo no plano yz ; e

γ_c - ângulo de câamber.

Portanto para o equacionamento do pneu:

$${}^f \underline{v}_P = [{}^f v_0 - {}^f v_R] \quad (4.1)$$

Onde:

${}^f \underline{v}_P$ - velocidade do pneu no referencial fixo (coordenadas y e z);

${}^f \underline{v}_0$ - velocidade da excitação de base no referencial fixo (coordenadas y e z); e

${}^f \underline{v}_R$ - velocidade da extremidade da roda no referencial fixo (coordenadas y e z).

Para simplificar o equacionamento, rotaciona-se o referencial do pneu do referencial fixo para o referencial do corpo. Dessa forma, apenas as velocidades que incidam perpendiculares a esse realizem esforços, podendo o mesmo ser considerado como um conjunto mola-amortecedor unidimensional. Portanto a EQ 4.1, tendo sido rotacionada para o referencial da roda é:

$${}^r \underline{v}_P = {}^r \mathbf{T}^f [{}^f \underline{v}_0 - {}^f \underline{v}_R] \quad (4.2)$$

Onde:

${}^r \underline{v}_P$ - velocidade do pneu no referencial da roda; e

${}^r \mathbf{T}^f$ - matriz transformação de coordenadas do referencial fixo para o referencial a roda.

Podendo ser equacionada ${}^r \mathbf{T}^f$ por meio de apenas uma rotação:

$${}^f \mathbf{T}^r = \begin{bmatrix} \cos \varphi_e & -\sin \varphi_e \\ \sin \varphi_e & \cos \varphi_e \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Onde :

φ_e - ângulo de câmbor; e

${}^f \mathbf{T}^r$ - matriz transformação de coordenadas do referencial da roda para o fixo.

Reescrevendo a EQ 4.1 na forma matricial no referencial da roda e considerando I_2 como a matriz identidade 2x2:

$${}^r \underline{v}_P = {}^r \mathbf{T}^f [I_2 \quad -I_2] \begin{bmatrix} {}^f \underline{v}_0 \\ {}^f \underline{v}_R \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

No que resulta na matriz Θ para o pneu:

$$\Theta_{\text{pneu}} = {}^r \mathbf{T}^f [I_2 \quad -I_2] \quad (4.5)$$

Para o cálculo das forças resultantes sobre a roda e sobre o solo utilizam-se as equações unidimensionais para força de rigidez (EQ 4.6) e força de amortecimento (EQ 4.7) no referencial da roda:

$${}^r F_{k_p} = \int {}^r v_p \cdot k_p \quad (4.6)$$

$${}^r F_{b_p} = {}^r v_p \cdot b_p \quad (4.7)$$

Onde:

${}^r F_{k_p}$ - força resultante da rigidez do pneu no referencial da roda;

${}^r F_{b_p}$ - forças resultantes de amortecimento do pneu no referencial da roda;

${}^r v_p$ - velocidade do pneu no referencial da roda;

k_p - constante de rigidez para o pneu; e

b_p - constante de amortecimento para o pneu.

Portanto, a força resultante no referencial da roda ${}^r F_p$, com a equação escrita na forma vetorial é dada por:

$${}^r \underline{F}_p = {}^r \underline{F}_{k_p} + {}^r \underline{F}_{b_p} \quad (4.8)$$

Para que os esforços de saída do bloco do pneu apresentem-se compatíveis com a modelagem proposta nesse trabalho, devem estar equacionados no referencial fixo e não da roda, ou seja:

$$\begin{bmatrix} {}^f \underline{F}_0 \\ {}^f \underline{F}_R \end{bmatrix} = \mathbf{\Theta}_{\text{Pneu}}^T \cdot {}^r \underline{F}_p \quad (4.9)$$

Onde:

${}^f \underline{F}_R$ - força resultante do pneu aplicada a roda no referencial fixo; e

${}^f \underline{F}_0$ - força resultante do pneu aplicada ao solo no referencial fixo.

4.2 RODA

Para uma suspensão por eixo rígido, considera-se a roda como sendo um prolongamento do próprio eixo rígido. A fim de que haja a interação entre o bloco da roda e

os blocos do pneu e do eixo rígido, deve-se transferir para a extremidade da roda a velocidade do centro dessa, obtida por meio do deslocamento do eixo rígido, e ainda, transferir para o centro da roda a força resultante do pneu, dessa forma mantendo o equacionamento por fluxo de potência.

O equacionamento da roda assim como foi feito com o pneu no ítem 4.1, recai em uma transferência do referencial fixo para o referencial da roda, sendo feita apenas uma rotação de coordenadas.

Portanto, para determinar a velocidade na extremidade da roda, aplica-se a EQ. 3.6:

$${}^f \underline{v}_R = {}^f \underline{v}_G + {}^f \mathbf{T}^r {}_G^r \underline{L}_R + {}^f \mathbf{T}^r {}_G^r \dot{\underline{L}}_R \quad (4.10)$$

Onde:

${}^r {}_G \underline{L}_R$ - distância entre o extremo e o centro da roda no referencial da roda;

${}^f \underline{v}_G$ - velocidades no extremo da roda no referencial fixo; e

${}^f \mathbf{T}^r$ - matriz transformação de coordenadas do referencial da roda para o fixo.

Substituindo-se ${}^f \mathbf{T}^r$ e ${}^r {}_G \underline{L}_R$ na EQ 4.10:

$${}^f \underline{v}_R = {}^f \underline{v}_G + \begin{bmatrix} -\text{sen} \varphi_e & -\text{cos} \varphi_e \\ \text{cos} \varphi_e & -\text{sen} \varphi_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -r_r \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\varphi}_e \quad (4.11)$$

Escrevendo a EQ 4.11 na forma matricial:

$${}^f \underline{v}_R = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & \begin{bmatrix} r_r \text{sen} \varphi_e \\ -r_r \text{cos} \varphi_e \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^f \underline{v}_G \\ \dot{\varphi}_e \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Então para a roda, a matriz Θ é dada por:

$$\Theta_{\text{Roda}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & \begin{bmatrix} r_r \text{sen} \varphi_e \\ -r_r \text{cos} \varphi_e \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Para a determinação velocidade no centro da roda no referencial fixo, aplica-se a equação de Newton apenas na direção vertical, pois para a direção horizontal, as forças atuantes se anulam.

Então:

$$m_r {}^f \dot{v}_{G_z} = {}^f F_{G_{ze}} + {}^f F_{G_{zp}} - m_r g \quad (4.14)$$

Ou ainda:

$${}^f v_{G_z} = \int \frac{1}{m_r} [{}^f F_{G_{ze}} + {}^f F_{G_{zp}} - m_r g] \quad (4.15)$$

Onde:

- ${}^f F_{G_{ze}}$ - força vertical do eixo aplicada ao centro da roda no referencial fixo;
- ${}^f F_{G_{zp}}$ - força vertical do pneu aplicada ao centro da roda no referencial fixo;
- ${}^f v_{G_z}$ - velocidade vertical do centro da roda no referencial fixo;
- m_r - massa da roda; e
- g - aceleração da gravidade.

Para a determinação da força e momento atuantes no centro da roda:

$$\begin{bmatrix} {}^f \underline{F}_G \\ M_{G_x} \end{bmatrix} = \Theta_{\text{Roda}}^T \cdot {}^f \underline{F}_P \quad (4.16)$$

Onde:

- ${}^f \underline{F}_P$ - força do pneu no referencial fixo;
- ${}^f \underline{F}_G$ - força aplicada ao ponto G; e
- M_{G_x} - momento resultante no ponto G.

Para obter ${}^f \underline{F}_P$, é necessário realizar a transformação de coordenadas do referencial da roda para o referencial fixo à força obtida na EQ 4.8:

$${}^f \underline{F}_P = {}^r T^f \cdot {}^r \underline{F}_P \quad (4.17)$$

4.3 EIXOS RÍGIDOS E CHASSI

Na FIG. 4.4 pode ser visto o modelo adotado tanto para os eixos rígidos como para o chassi, onde o equacionamento apresentado no item 3.1 é aplicado a esses por meio das matrizes Θ , considerando os pontos de ancoragem apresentados na FIG. 4.1 como os pontos de aplicação das forças.

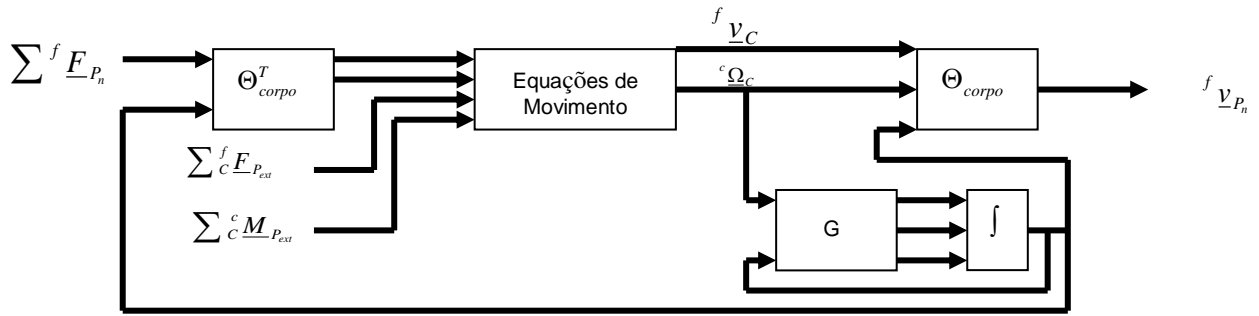


FIG. 4.4 - Diagrama de blocos para o chassi e eixos rígidos

A partir da EQ 3.16, tem-se as forças e momentos no referencial do corpo aplicadas ao centro de massa do corpo ($\sum^f \underline{F}_P$ e $\sum^c \underline{M}_P$), acrescentando a esses as forças e momentos externos aplicados a este ponto ($\sum^c \underline{F}_{P_{ext}}$ e $\sum^c \underline{M}_{P_{ext}}$). Portanto, das equações de Newton e Euler:

$${}^f \underline{v}_C = \int M^{-1} (\sum^f \underline{F}_P + \sum^c \underline{F}_{P_{ext}}) \quad (4.18)$$

$${}^c \underline{\Omega} = \int {}^c J^{-1} (\sum^c \underline{M}_P + \sum^c \underline{M}_{P_{ext}}) \quad (4.19)$$

Sendo:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$${}^c \mathbf{J} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Onde:

$\sum^f \underline{F}_c$ - somatório das forças aplicadas ao centro de massa no referencial fixo;

$\sum^c \underline{M}_c$ - somatório dos momentos aplicados ao centro de massa no referencial do corpo;

$\sum^c \underline{M}_{ext_c}$ - somatório dos momentos externos aplicados ao centro de massa no referencial do corpo;

${}^f \underline{F}_{HPi}$ - forças aplicadas aos pontos de ancoragem i da suspensão no referencial fixo;

m - massa do corpo rígido;

I_{xx} - momento de inércia em relação ao eixo x ;

I_{yy} - momento de inércia em relação ao eixo y ; e

I_{zz} - momento de inércia em relação ao eixo z .

As saídas do bloco de Equações de Movimento são as velocidades absolutas do centro de massa de corpo e velocidades angulares relativas. Como a matriz Θ_{corpo} e sua transposta utilizam os ângulos φ_c , θ_c e ψ_c (φ , θ e ψ para o corpo) e ${}^c \underline{\Omega}_c$ devem ser convertidas as velocidades angulares do referencial do corpo para o referencial fixo $\dot{\varphi}_c$, $\dot{\theta}_c$ e $\dot{\psi}_c$ antes de ser integrado, para isso utiliza-se a matriz G_c da forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_c \\ \dot{\theta}_c \\ \dot{\psi}_c \end{bmatrix} = \mathbf{G}_c \begin{bmatrix} \omega_{c_x} \\ \omega_{c_y} \\ \omega_{c_z} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Onde:

$$G_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\text{sen}\theta_c \\ 0 & \cos\varphi_c & \cos\varphi_c \cos\theta_c \\ 0 & -\text{sen}\varphi_c & \cos\varphi_c \cos\theta_c \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Aplicando a EQ 3.15 as saídas do bloco de Equações de Movimento e G_c , são obtidas as velocidades de todos os pontos de ancoragem (${}^f \underline{v}_{P_n}$).

Para compatibilizar os pontos de ancoragem com as EQ 3.15 e 3.16, são considerados para o eixo dianteiro os pontos b_{deed} , b_{dded} , k_{deed} , k_{dded} , r_{de} e r_{dd} , para o eixo traseiro os pontos b_{teet} , b_{tdet} , k_{teet} , k_{tdet} , r_{te} e r_{td} , e para o chassi os pontos b_{dech} , b_{ddch} , b_{tech} , b_{tdch} , k_{dech} , k_{ddch} , k_{tech} e k_{tdch} (FIG 4.5).

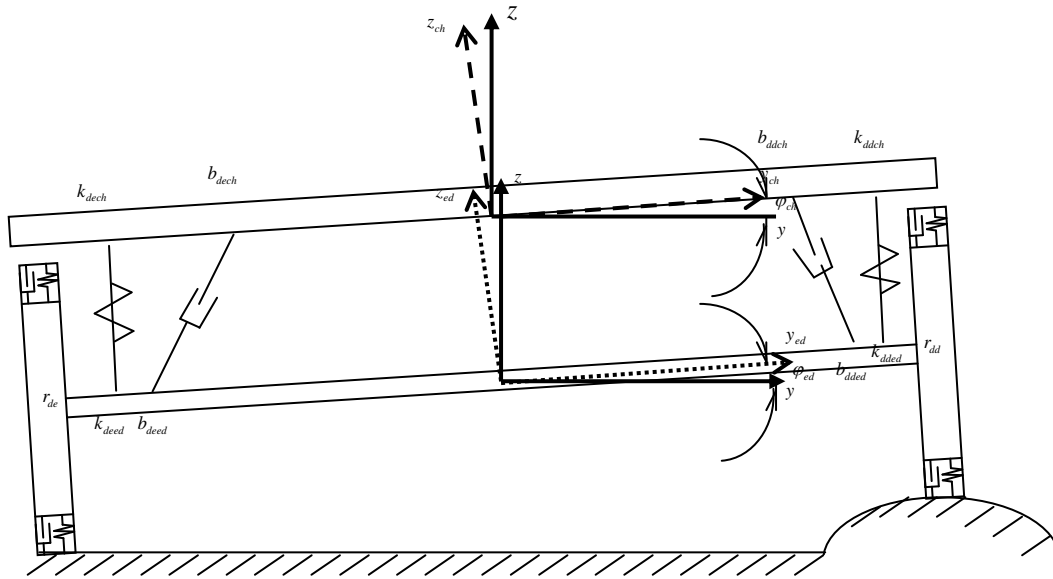


FIG. 4.5 - Visão frontal do veículo ao deslocar-se sobre uma lombada

Onde para a FIG. 4.5:

y_{ch} - eixo coordenado y no referencial do chassi;

y_{ed} - eixo coordenado y no referencial do eixo rígido dianteiro;

z_{ch} - eixo coordenado z no referencial do chassi; e

z_{ed} - eixo coordenado z no referencial do eixo rígido dianteiro.

4.4 SUSPENSÃO

Devido à grande diferença nas constantes de amortecimento e rigidez do pneu e da suspensão, há diferente variação angular no chassi e eixos rígidos, conforme pode ser visto na FIG. 4.5. Com isso, há variação na geometria formada pelos amortecedores, chassi e eixo (FIG. 4.6), não havendo variação dentro de cada corpo rígido da posição dos pontos de ancoragem.

Para simplificação no equacionamento da força resultante do amortecimento dos amortecedores, de forma análoga ao item 4.1, é adotada uma rotação nos eixos coordenados do referencial fixo para outro referencial onde um dos eixos coincida com o eixo do amortecedor, ou seja, mudança de coordenada para o referencial do corpo.

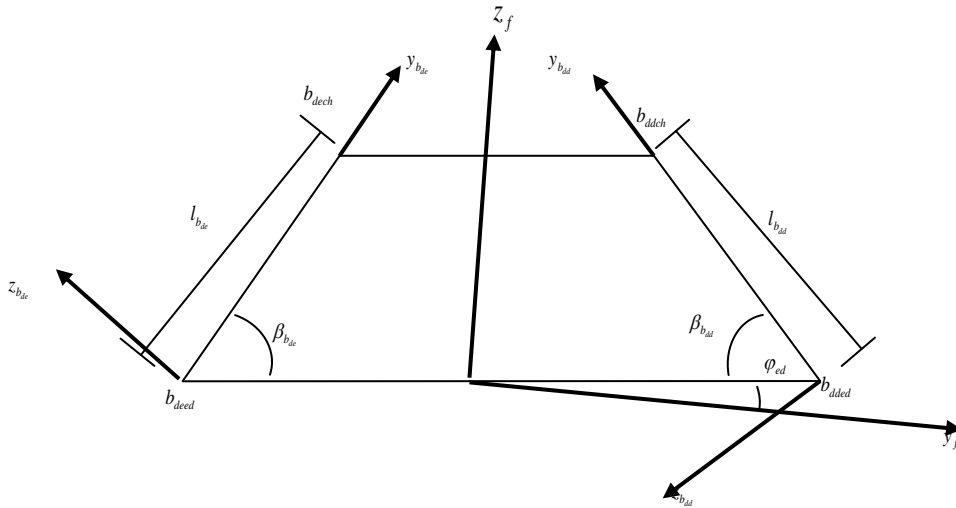


FIG. 4.6 - Detalhe da geometria formada pelos amortecedores, eixo dianteiro e chassi

Onde para a FIG. 4.6:

$l_{b_{de}}$ - comprimento do amortecedor dianteiro esquerdo;

$l_{b_{dd}}$ - comprimento do amortecedor dianteiro direito;

$y_{b_{de}}$ - eixo coordenado y no referencial do amortecedor dianteiro esquerdo;

$y_{b_{dd}}$ - eixo coordenado y no referencial do amortecedor dianteiro direito;

$z_{b_{de}}$ - eixo coordenado z no referencial do amortecedor dianteiro esquerdo;

$z_{b_{dd}}$ - eixo coordenado z no referencial do amortecedor dianteiro direito;

$\beta_{b_{de}}$ - ângulo formado pelo amortecedor dianteiro esquerdo e o eixo rígido dianteiro no plano yz; e

$\beta_{b_{dd}}$ - ângulo formado pelo amortecedor dianteiro direito e o eixo rígido dianteiro no plano yz.

Para o equacionamento do amortecedor com pontos de ancoragem em b_{dech} e b_{deed} , aplicando a EQ 3.6:

$${}^f \underline{v}_{b_{dech}} = {}^f \underline{v}_{b_{deed}} + {}^f \mathbf{T}^{b_{de}}_{b_{dech}} \underline{r}_{b_{deed}} + {}^f \mathbf{T}^{b_{de}}_{b_{dech}} \dot{\underline{r}}_{b_{deed}} \quad (4.24)$$

Fazendo:

$${}^f \dot{\mathbf{T}}^{b_{de}} = {}^f \mathbf{T}^{b_{de}} \mathbf{R}_{b_{de}} \dot{\gamma}_{b_{de}} \quad (4.25)$$

Sendo:

$$\gamma_{b_{de}} = \varphi_{ed} + \beta_{b_{de}} \quad (4.26)$$

$${}_{b_{dech}}^{b_{de}} \mathbf{r}_{b_{decd}} = \begin{bmatrix} 0 \\ l_{b_{de}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$${}^f \mathbf{T}^{b_{de}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma_{b_{de}} & -\text{sen} \gamma_{b_{de}} \\ 0 & \text{sen} \gamma_{b_{de}} & \cos \gamma_{b_{de}} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$$\mathbf{R}_{b_{de}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Onde:

${}_{b_{dech}}^{b_{de}} r_{b_{decd}}$ - distância entre os pontos de ancoragem do amortecedor dianteiro esquerdo no eixo rígido dianteiro e chassi no referencial do amortecedor dianteiro;

$\mathbf{R}_{b_{de}}$ - matriz que relaciona ${}^f \mathbf{T}^{b_{de}}$ com sua derivada; e

${}^f \mathbf{T}^{b_{de}}$ - matriz transformação de coordenadas do referencial do amortecedor dianteiro esquerdo para o fixo.

Portanto:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{b_{ed}} \\ \dot{\gamma}_{b_{ed}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \cos \gamma_{b_{ed}} & \text{sen} \gamma_{b_{ed}} \\ 0 & -\frac{\text{sen} \gamma_{b_{ed}}}{l_{b_{ed}}} & \frac{\cos \gamma_{b_{ed}}}{l_{b_{ed}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & -\mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^f v_{b_{dech}} \\ {}^f v_{b_{decd}} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \dot{l}_{b_{de}} \\ \dot{\gamma}_{b_{de}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \cos \gamma_{b_{de}} & \frac{\text{sen} \gamma_{b_{de}}}{l_{b_{de}}} & 0 & -\cos \gamma_{b_{de}} & -\frac{\text{sen} \gamma_{b_{de}}}{l_{b_{de}}} \\ 0 & -\frac{\text{sen} \gamma_{b_{de}}}{l_{b_{de}}} & \frac{\cos \gamma_{b_{de}}}{l_{b_{de}}} & 0 & \frac{\text{sen} \gamma_{b_{de}}}{l_{b_{de}}} & -\frac{\cos \gamma_{b_{de}}}{l_{b_{de}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^f \underline{v}_{b_{dech}} \\ {}^f \underline{v}_{b_{deed}} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Portanto a matriz Θ para os pontos b_{dech} e b_{deed} será:

$$\Theta_{b_{de}} = \begin{bmatrix} 0 & \cos \gamma_{b_{de}} & \frac{\text{sen} \gamma_{b_{de}}}{l_{b_{de}}} & 0 & -\cos \gamma_{b_{de}} & -\frac{\text{sen} \gamma_{b_{de}}}{l_{b_{de}}} \\ 0 & -\frac{\text{sen} \gamma_{b_{de}}}{l_{b_{de}}} & \frac{\cos \gamma_{b_{de}}}{l_{b_{de}}} & 0 & \frac{\text{sen} \gamma_{b_{de}}}{l_{b_{de}}} & -\frac{\cos \gamma_{b_{de}}}{l_{b_{de}}} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Para os demais amortecedores das suspensões dianteiras e traseiras, substituir respectivamente “de” por “dd” (dianteiro direito), “te” (traseiro esquerdo) ou “td” (traseiro direito) e “ed” por “et” (eixo traseiro).

Para as molas da suspensão, substituir “b” por “k” nas EQ 4.24 a 4.32, sendo que, por serem helicoidais, são instaladas perpendiculares ao eixo rígido, com isso, o ângulo β_{k_n} (n sendo dianteiro esquerdo, dianteiro direito, traseiro esquerdo ou traseiro direito) formado entre a mola e o eixo rígido dianteiro no plano yz é $\pi/2$.

A força de cada da suspensão é calculada pela EQ 4.7, e projetada para os eixos y e z segundo seu respectivo ângulo γ e a força da mola calculada pela EQ 4.6.

5. MODELO TRIDIMENSIONAL COMPLETO

Para o modelo tridimensional de suspensão por eixo rígido são consideradas duas barras longitudinais e uma transversal (barra panhard) para cada suspensão, conforme pode ser visto em vermelho na FIG. 5.1. Desse modo, há alterações na estrutura dos blocos quando comparado com o modelo com suspensão bidimensional, e um novo modelo de fluxo de potência apresentado na FIG. 5.2.

O efeito das barras no veículo real é a redução dos movimentos de guinada (yaw) e arfagem (pitch) do chassi, uma vez que na suspensão por eixo rígido há um deslocamento significativo do chassi em relação aos eixos rígidos, afetando dessa forma a estabilidade e o conforto (CARREIRÃO, C., 2003). Para veículos que possuem feixes de mola, não existe a necessidade de serem instaladas as barras, pois o próprio feixe de molas realiza as tarefas.

No modelo adotado nesse capítulo, as barras transmitem velocidades lineares e angulares diretamente do chassi para os eixos rígidos, e desses recebem esforços.

Para o pneu, o equacionamento apresentado no item 4.1 não foi alterado, devido à excitação de base adotada ser apenas no sentido vertical, não sendo considerado o veículo fazendo curvas. As rodas foram incorporadas diretamente aos eixos rígidos, portanto o equacionamento do item 4.2 foi suprimido. O chassi não apresenta mudanças no equacionamento do item 4.3. Contudo, devido a presença das barras transversais e longitudinais no modelo, é adicionado ao equacionamento 6 novos pontos de ancoragem (4 para as barras longitudinais e 2 para as transversais).

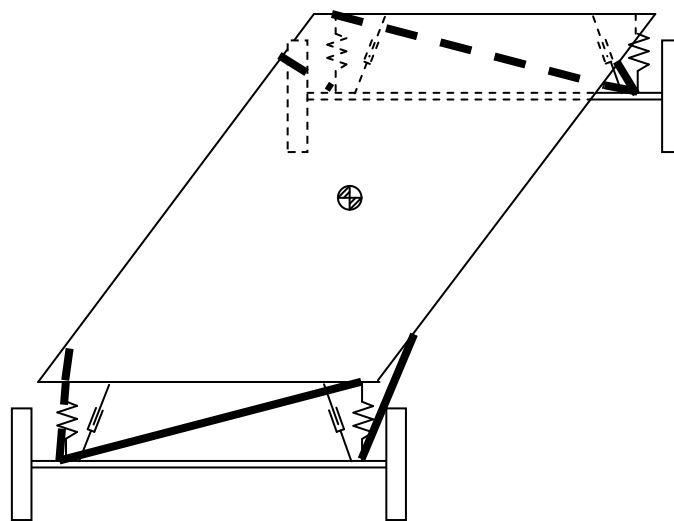


FIG. 5.1 – Modelo veicular tridimensional com barras transversais e longitudinais

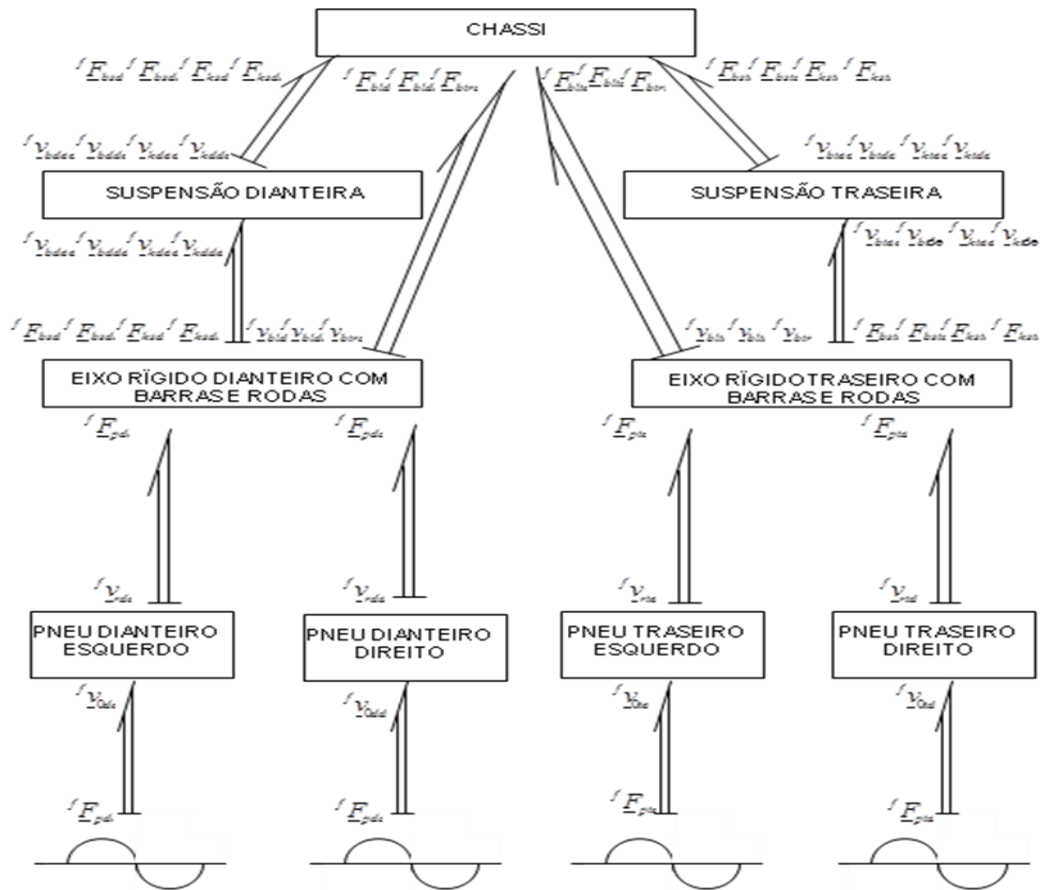


FIG. 5.2 – Modelo de fluxo de potência para o modelo tridimensional completo

Onde, para a Fig. 5.2:

${}^f v_{btrd}$ - velocidade da barra transversal dianteira; e

${}^f F_{btrd}$ - força aplicada a barra transversal dianteira no referencial fixo.

Para as demais forças e velocidades, substituir “btrd” por “btrt” (barra transversal traseira), “blde” (barra longitudinal dianteira esquerda), “btdd” (barra longitudinal dianteira direita), “blte” (barra longitudinal traseira esquerda) e “bltd” (barra longitudinal traseira direita).

5.1 EIXO RÍGIDO

Devido à complexidade da modelagem do eixo rígido, a mesma será dividida em duas etapas, sendo que a primeira abrange apenas o sistema composto pelo eixo e barras

longitudinal e transversal, e o segundo é expandido para abranger os pontos de ancoragem dos amortecedores e eixos, e centro das rodas.

5.1.1 SISTEMA COMPOSTO PELO EIXO RÍGIDO E BARRAS

A metodologia encontrada em **COSTA NETO, R. T.**, 2008 é empregada no modelo apresentado na FIG. 5.3, composto pelo conjunto chassi, eixo rígido dianteiro, barras longitudinais e barra transversal, e no modelo resumido ao da FIG. 5.4. Para esse modelo, as velocidades lineares do centro de massa do eixo e dos pontos de ancoragem das barras no chassi e eixo e as velocidades angulares do eixo e das barras foram distribuídas como variáveis de entrada, intermediárias e de saída. As variáveis de entrada vêm das saídas de outros blocos do modelo. As variáveis intermediárias são aquelas obtidas por meio das equações para os vínculos cinemáticos do sistema multicorpos e são eliminadas ao longo do equacionamento. As variáveis de saída são as respostas do bloco às suas entradas, sendo essas saídas de outros blocos que compõem o sistema, dessa forma, mantendo-se a cadeia fechada no sistema. Portanto:

- Variáveis de entrada:

$${}^f v_{cged_z}, \omega_{ed_x}, {}^f v_{bldech}, {}^f v_{btrdch} \text{ e } {}^f v_{blddch}.$$

- Variáveis intermediárias:

$${}^f v_{bldeed}, {}^f v_{btrded} \text{ e } {}^f v_{bldded}.$$

- Variáveis de saída:

$${}^f v_{cged_x}, {}^f v_{cged_y}, \omega_{ed_z}, \omega_{bled_x}, \omega_{blde_z}, \omega_{btrd_x}, \omega_{btrd_z}, \omega_{bldd_x} \text{ e } \omega_{bldd_z}.$$

Onde:

${}^f v_{cged}$ - velocidade do centro de massa do eixo rígido dianteiro no referencial fixo;

${}^f v_{bldech}$ - velocidade do ponto de ancoragem da barra longitudinal dianteira esquerda no chassi no referencial fixo; e

ω_{ed_x} - velocidade angular do eixo rígido dianteiro no plano yz no referencial do eixo rígido.

Para as demais velocidades, substituir “blde” por “bldd” (barra longitudinal dianteira direita), “btrd” (barra transversal dianteira).

Para as demais velocidades angulares substituir “x” por “z” (plano xy) e “ed” por “blde” (barra longitudinal dianteira esquerda no referencial da barra), “bldd” (barra longitudinal dianteira direita no referencial da barra) e “btrd” (barra transversal dianteira no referencial da barra).

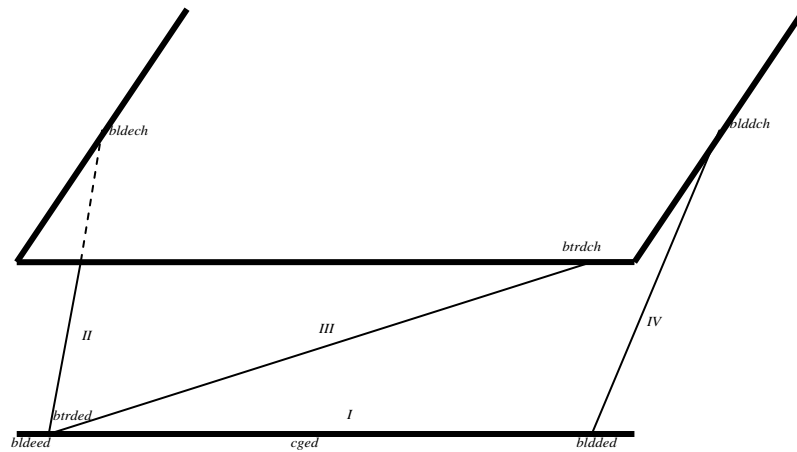


FIG. 5.3 – Detalhe do chassi, eixo rígido dianteiro e barras longitudinais e transversal

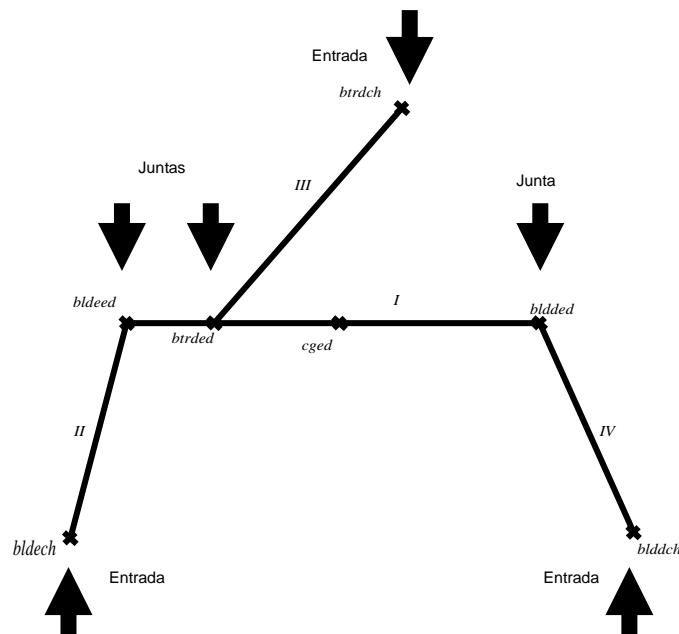


FIG. 5.4 – Modelo composto pelas barras longitudinais e transversais e eixo rígido

Onde, para as FIG. 5.3 e 5.4:

cgch – centro de massa do chassi;

btrdch – ponto de ancoragem da barra transversal dianteira no chassi;

bldech – ponto de ancoragem da barra longitudinal dianteira esquerda no chassi;

I – eixo rígido;

II – barra longitudinal dianteira esquerda;

III – barra transversal dianteira; e

IV – barra longitudinal dianteira direita.

Para os demais pontos, substituir “ch” por “ed” (eixo rígido dianteiro), “de” por “dd” (dianteiro direito).

Utilizando-se a EQ 3.6 para o equacionamento para o ponto bldeed em função do cged:

$${}^f \underline{v}_{bldeed} = {}^f \underline{v}_{cged} - ({}^f \mathbf{T}_{cged}^{ed} \mathbf{\tilde{r}}_{cged}^{ed,bldeed})^{ed} \underline{\Omega} \quad (5.1)$$

Onde:

$\mathbf{\tilde{r}}_{cged}^{ed,bldeed}$ - matriz relacionada ao vetor distância entre o ponto bldeed e o centro de massa do eixo rígido em seu referencial;

${}^f \mathbf{T}^{ed}$ - matriz transformação de coordenadas do referencial do eixo rígido para o fixo; e

${}^{ed} \underline{\Omega}$ - vetor velocidade angular no referencial do eixo rígido dianteiro.

Fazendo:

$${}^f \mathbf{T}^{ed} = \begin{bmatrix} a_{ed_1} & b_{ed_1} & c_{ed_1} \\ a_{ed_2} & b_{ed_2} & c_{ed_2} \\ a_{ed_3} & b_{ed_3} & c_{ed_3} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$\mathbf{\tilde{r}}_{cged}^{ed,bldeed} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & y_{cgedbldeed} \\ 0 & 0 & 0 \\ -y_{cgcebldeed} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$${}^{ed} \underline{\Omega} = \begin{bmatrix} \omega_{ed_x} \\ \omega_{ed_y} \\ \omega_{ed_z} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Onde:

a_{ed_1} - termo (1,1) da matriz ${}^f\mathbf{T}^{ed}$ (substituindo o termo real para simplificar o desenvolvimento da equação)

$y_{cgedbldeed}$ - distância em y entre o centro de massa e o ponto de ancoragem da barra longitudinal dianteira no eixo rígido dianteiro.

ω_{ed_x} - velocidade angular do eixo rígido dianteiro no plano yz no referencial do eixo rígido.

Para os demais termos da ${}^f\mathbf{T}^{ed}$, substituir “a” por “b” (2ª coluna da matriz) ou “c” (3ª coluna da matriz) e “1” por “2” (2ª linha da matriz) ou “3” (3ª linha da matriz).

Para os demais ω_{ed} , substituir “x” por “y” (velocidade angular no plano zx) ou “z” (velocidade angular no plano xy).

Substituindo as EQ 5.2 a 5.4 na EQ 5.1:

$$\begin{cases} {}^f v_{bldeed_x} = {}^f v_{cged_x} + (c_{ed_1} y_{cgedbldeed}) \omega_{ed_x} - (a_{ed_1} y_{cgedbldeed}) \omega_{ed_z} \\ {}^f v_{bldeed_y} = {}^f v_{cged_y} + (c_{ed_2} y_{cgedbldeed}) \omega_{ed_x} - (a_{ed_2} y_{cgedbldeed}) \omega_{ed_z} \\ {}^f v_{bldeed_z} = {}^f v_{cged_z} + (c_{ed_3} y_{cgedbldeed}) \omega_{ed_x} - (a_{ed_3} y_{cgedbldeed}) \omega_{ed_z} \end{cases} \quad (5.5)$$

Para ser obtida a relação entre os pontos de ancoragem da barra transversal dianteira e da barra longitudinal dianteira esquerda em relação ao centro de massa do eixo rígido, substituir na EQ 5.5 “bldeed” por “btrded” (ponto de ancoragem da barra transversal dianteira no eixo rígido) e “bldded” (ponto de ancoragem da barra longitudinal dianteira no eixo rígido).

Para ser obtida a relação entre os pontos de ancoragem das barras transversal e longitudinais entre eixo rígido dianteiro e chassi, substituir na EQ 5.5 “cged” no termo ${}^f v_{cged}$ por “bldech” (ponto de ancoragem da barra longitudinal dianteira esquerda no chassi), “btrdch” (ponto de ancoragem da barra transversal dianteira no chassi) ou “blddch” (ponto de ancoragem da barra longitudinal dianteira direita no chassi), “ed” no termo ω_{ed} por “lde” (barra longitudinal dianteira esquerda), “trd” (barra transversal dianteira) ou “lde” (barra longitudinal dianteira direita), e “bldeed” no termo ${}^f v_{bldeed}$ por “btrded” (ponto de ancoragem da barra transversal dianteira no eixo rígido) e “bldded” (ponto de ancoragem da barra longitudinal dianteira no eixo rígido).

Igualando a EQ 5.5 e a equação análoga obtida que relaciona os pontos de ancoragem da barra longitudinal dianteira no eixo rígido e chassi para eliminar os termos da equação referentes ao ponto bldeed:

$$\begin{cases} {}^f v_{cged_x} + (c_{ed_1} y_{cgedbldeed}) \omega_{ed_x} - (a_{ed_1} y_{cgedbldeed}) \omega_{ed_z} = {}^f v_{bldech_x} + (c_{ld_{e_1}} y_{bldeched}) \omega_{ld_{e_x}} - (a_{ld_{e_1}} y_{bldeched}) \omega_{ld_{e_z}} \\ {}^f v_{cged_y} + (c_{ed_2} y_{cgedbldeed}) \omega_{ed_x} - (a_{ed_2} y_{cgedbldeed}) \omega_{ed_z} = {}^f v_{bldech_y} + (c_{ld_{e_2}} y_{bldeched}) \omega_{ld_{e_x}} - (a_{ld_{e_2}} y_{bldeched}) \omega_{ld_{e_z}} \\ {}^f v_{cged_z} + (c_{ed_3} y_{cgedbldeed}) \omega_{ed_x} - (a_{ed_3} y_{cgedbldeed}) \omega_{ed_z} = {}^f v_{bldech_z} + (c_{ld_{e_3}} y_{bldeched}) \omega_{ld_{e_x}} - (a_{ld_{e_3}} y_{bldeched}) \omega_{ld_{e_z}} \end{cases} \quad (5.6)$$

De forma análoga a EQ 5.6 para as barras transversal dianteira e longitudinal dianteira direita, são igualados as equações referentes ao centro de massa do eixo rígido dianteiro e os pontos de ancoragem das barras no chassi para eliminar respectivamente termos da equação referentes aos pontos btrd e bldd.

Organizando-se a EQ 5.6 e suas análogas para as barra transversal dianteira e longitudinal dianteira direita na forma matricial de forma a separar à esquerda da equação as variáveis de saída e à direita as variáveis de entrada:

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} {}^f v_{cged_x} \\ {}^f v_{cged_y} \\ \omega_{ed_z} \\ \omega_{ld_x} \\ \omega_{ld_z} \\ \omega_{trd_x} \\ \omega_{trd_z} \\ \omega_{ldd_x} \\ \omega_{ldd_z} \end{bmatrix} = \mathbf{B} \begin{bmatrix} {}^f v_{cged_z} \\ \omega_{ed_x} \\ {}^f v_{bldech_x} \\ {}^f v_{bldech_y} \\ {}^f v_{bldech_z} \\ {}^f v_{btrdch_x} \\ {}^f v_{btrdch_y} \\ {}^f v_{btrdch_z} \\ {}^f v_{blddch_x} \\ {}^f v_{blddch_y} \\ {}^f v_{blddch_z} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Onde:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(a_{ed_1} y_{cgedbldeed}) & -(c_{ld_{e_1}} y_{bldeched}) & (a_{ld_{e_1}} y_{bldeched}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -(a_{ed_2} y_{cgedbldeed}) & -(c_{ld_{e_2}} y_{bldeched}) & (a_{ld_{e_2}} y_{bldeched}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(a_{ed_3} y_{cgedbldeed}) & -(c_{ld_{e_3}} y_{bldeched}) & (a_{ld_{e_3}} y_{bldeched}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -(a_{ed_1} y_{cgedbtrd}) & 0 & 0 & -(c_{trd_1} y_{btrdched}) & (a_{trd_1} y_{btrdched}) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -(a_{ed_2} y_{cgedbtrd}) & 0 & 0 & -(c_{trd_2} y_{btrdched}) & (a_{trd_2} y_{btrdched}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(a_{ed_3} y_{cgedbtrd}) & 0 & 0 & -(c_{trd_3} y_{btrdched}) & (a_{trd_3} y_{btrdched}) & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -(a_{ed_1} y_{cgedbldd}) & 0 & 0 & 0 & 0 & -(c_{ldd_1} y_{blddched}) & (a_{ldd_1} y_{blddched}) \\ 0 & 1 & -(a_{ed_2} y_{cgedbldd}) & 0 & 0 & 0 & 0 & -(c_{ldd_2} y_{blddched}) & (a_{ldd_2} y_{blddched}) \\ 0 & 0 & -(a_{ed_3} y_{cgedbldd}) & 0 & 0 & 0 & 0 & -(c_{ldd_3} y_{blddched}) & (a_{ldd_3} y_{blddched}) \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & -(C_{ed_1} y_{cgedbldeed}) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(C_{ed_2} y_{cgedbldeed}) & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -(C_{ed_3} y_{cgedbldeed}) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(C_{ed_1} y_{cgedbtrded}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -(C_{ed_2} y_{cgedbtrded}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -(C_{ed_3} y_{cgedbtrded}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -(C_{ed_1} y_{cgedbldded}) & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(C_{ed_2} y_{cgedbldded}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -(C_{ed_3} y_{cgedbldded}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Para obter como saída do sistema um vetor, a matriz \mathbf{A} precisa ser inversível e multiplicada pela matriz \mathbf{B} , para o sistema apresentar-se da forma:

$$\begin{bmatrix} {}^f v_{cged_x} \\ {}^f v_{cged_y} \\ \omega_{ed_z} \\ \omega_{lde_x} \\ \omega_{lde_z} \\ \omega_{rdr_x} \\ \omega_{rdr_z} \\ \omega_{ldd_x} \\ \omega_{ldd_z} \end{bmatrix} = \mathbf{\Theta} \begin{bmatrix} {}^f v_{cged_z} \\ \omega_{ed_x} \\ {}^f v_{bldech_x} \\ {}^f v_{bldech_y} \\ {}^f v_{bldech_z} \\ {}^f v_{btrdch_x} \\ {}^f v_{btrdch_y} \\ {}^f v_{btrdch_z} \\ {}^f v_{blddch_x} \\ {}^f v_{blddch_y} \\ {}^f v_{blddch_z} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Onde:

$$\mathbf{\Theta} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \quad (5.11)$$

5.1.2 EIXO RÍGIDO COMPLETO

Conforme pode ser visto na FIG. 5.2, o chassi transmite para a suspensão e eixo rígido velocidades, a suspensão transmite para o chassi e eixo rígido esforços e o eixo rígido transmite para o chassi esforços e para a suspensão velocidade. Aplicando a EQ 3.15 do centro de massa do eixo rígido para os pontos de ancoragem dos amortecedores e molas e para o centro das rodas, obtêm-se as velocidades transmitidas para a suspensão e pneus. Portanto, para os pontos rde, rdd, bsde, bsdd, ksde e ksdd aplica-se a EQ 5.5.

Portanto, para o equacionamento completo do eixo rígido dianteiro, adota-se como variáveis de entrada ${}^f v_{cged_z}$, ω_{ed_x} , ${}^f \underline{v}_{bldech}$, ${}^f \underline{v}_{bddch}$ e ${}^f \underline{v}_{btrdch}$, e como variáveis de saída ${}^f v_{cged_x}$, ${}^f v_{cged_y}$, ω_{ed_z} , ω_{lde_x} , ω_{lde_z} , ω_{ird_x} , ω_{ird_z} , ω_{ldd_x} , ω_{ldd_z} , ${}^f \underline{v}_{rde}$, ${}^f \underline{v}_{rdd}$, ${}^f \underline{v}_{bsdeed}$, ${}^f \underline{v}_{bsddee}$, ${}^f \underline{v}_{ksdeed}$ e ${}^f \underline{v}_{ksddee}$. Estruturando-se à esquerda da igualdade os termos resultantes das equações em função exclusivamente das variáveis de saída e a direita os termos em função das variáveis de entrada, da forma:

$$\mathbf{A}_{27 \times 27} \begin{bmatrix} {}^f v_{cged_z} \\ {}^f v_{cged_y} \\ \omega_{ed_z} \\ \omega_{lde_x} \\ \omega_{lde_z} \\ \omega_{ird_x} \\ \omega_{ird_z} \\ \omega_{ldd_x} \\ \omega_{ldd_z} \\ {}^f \underline{v}_{rde} \\ {}^f \underline{v}_{rdd} \\ {}^f \underline{v}_{bsdeed} \\ {}^f \underline{v}_{ksdeed} \\ {}^f \underline{v}_{bsddee} \\ {}^f \underline{v}_{ksddee} \end{bmatrix} = \mathbf{B}_{27 \times 11} \begin{bmatrix} {}^f v_{cged_z} \\ \omega_{ed_x} \\ {}^f \underline{v}_{bldech} \\ {}^f \underline{v}_{btrdch} \\ {}^f \underline{v}_{bddch} \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Ou ainda, para obter-se as variáveis de saída como um vetor:

$$\begin{bmatrix} {}^f v_{cged_z} \\ {}^f v_{cged_y} \\ \omega_{ed_z} \\ \omega_{lde_x} \\ \omega_{lde_z} \\ \omega_{ird_x} \\ \omega_{ird_z} \\ \omega_{ldd_x} \\ \omega_{ldd_z} \\ {}^f \underline{v}_{rde} \\ {}^f \underline{v}_{rdd} \\ {}^f \underline{v}_{bsdeed} \\ {}^f \underline{v}_{ksdeed} \\ {}^f \underline{v}_{bsddee} \\ {}^f \underline{v}_{ksddee} \end{bmatrix} = \mathbf{G}_{eixo} \begin{bmatrix} {}^f v_{cged_z} \\ \omega_{ed_x} \\ {}^f \underline{v}_{bldech} \\ {}^f \underline{v}_{btrdch} \\ {}^f \underline{v}_{bddch} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Onde

$$\Theta_{\text{eixo}} = \mathbf{A}_{27 \times 27}^{-1} \mathbf{B}_{27 \times 11} \quad (5.14)$$

Para o equacionamento do eixo traseiro, substituir nos termos das EQ. 5.5, 5.6 e 5.13 “d” (dianteiro) por “t” (traseiro).

5.2 SUSPENSÃO

No modelo mostrado no Capítulo 4 na Fig. 4.1, os amortecedores apresentavam variação angular apenas no plano yz , ao contrário da Fig. 5.5 onde é visto que o amortecedor apresenta variação angular nos planos yz e zx . Na Fig. 5.6, é mostrado o amortecedor dianteiro esquerdo e os ângulos formados com os planos zx e yz .

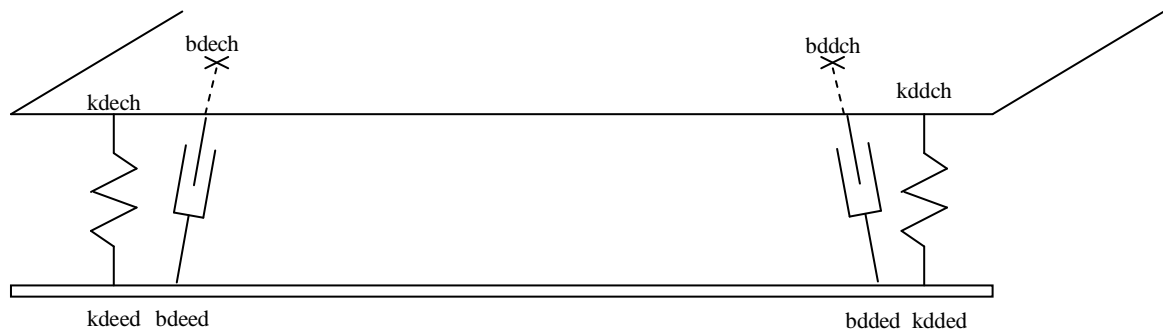


FIG. 5.5 – Suspensão tridimensional dianteira

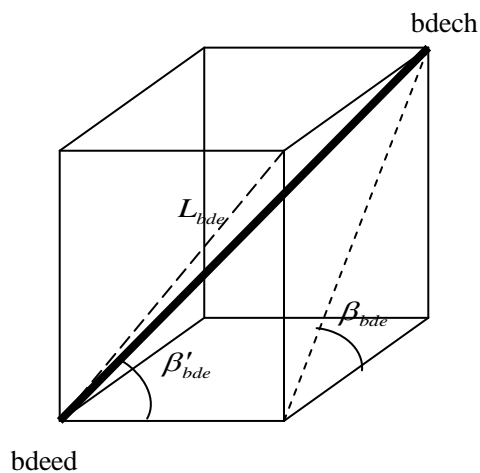


FIG. 5.6 – Amortecedor dianteiro esquerdo para a suspensão tridimensional

Para a FIG. 5.6:

β'_{bde} - ângulo do amortecedor no plano zx

β_{bde} - ângulo do amortecedor no plano yz

L_{bde} - comprimento do amortecedor

A partir da EQ 3.6:

$${}^f \underline{v}_{bdeed} = {}^f \underline{v}_{bdeech} + {}^f \mathbf{T}^{bde} {}^{bde} \underline{r}_{bdeed} + {}^f \mathbf{T}^{bde} \dot{{}^{bde} \underline{r}_{bdeed}} \quad (5.15)$$

Onde:

$${}^{bde} \underline{r}_{bdeed} = \begin{bmatrix} 0 \\ L_{bde} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

$${}^f \mathbf{T}^{bde} = {}^f \mathbf{T}' \cdot \mathbf{T}^{bde} \quad (5.17)$$

$${}^f \dot{\mathbf{T}}^{bde} = {}^f \mathbf{T}' \dot{\mathbf{T}}^{bde} \mathbf{R}_2 \dot{\beta}'_{bde} + {}^f \mathbf{T}' \mathbf{R}_1 \dot{\mathbf{T}}^{bde} \dot{\beta}_{bde} \quad (5.18)$$

Sendo:

$${}^f \mathbf{T}' = \begin{bmatrix} \cos \beta_{bde} & 0 & \text{sen} \beta_{bde} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen} \beta_{bde} & 0 & \cos \beta_{bde} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

$$\mathbf{T}^{bde} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta'_{bde} & -\text{sen} \beta'_{bde} \\ 0 & \text{sen} \beta'_{bde} & \cos \beta'_{bde} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

$$\mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

$$\mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

Portanto:

$${}^f\mathbf{T}^f({}^f\underline{v}_{bdeed} - {}^f\underline{v}_{bdech}) = {}^f\mathbf{T}^s \mathbf{R}_2 \dot{\beta}'_{bdebdech} \underline{r}_{bdeed} + \mathbf{R}_1 {}^f\mathbf{T}^{bde} \dot{\beta}'_{bdebdech} \underline{r}_{bdeed} + {}^f\mathbf{T}^{bde} \dot{\beta}'_{bdech} \underline{r}_{bdeed} \quad (5.23)$$

Ou ainda:

$$\begin{bmatrix} \cos \beta_{bde} & 0 & -\text{sen} \beta_{bde} \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen} \beta_{bde} & 0 & \cos \beta_{bde} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^f v_{bdeed_x} \\ {}^f v_{bdeed_y} \\ {}^f v_{bdeed_z} \\ {}^f v_{bdech_x} \\ {}^f v_{bdech_y} \\ {}^f v_{bdech_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -L_{bde} \text{sen} \beta'_{bde} \\ L_{bde} \cos \beta'_{bde} \end{bmatrix} \dot{\alpha}_b + \begin{bmatrix} L_{bde} \text{sen} \beta'_{bde} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\beta}'_{bde} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{L}_{bde} \cos \beta'_{bde} \\ \dot{L}_{bde} \text{sen} \beta'_{bde} \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

Da EQ 5.24 tem-se as equações:

$${}^f v_{bdeed_x} \cos \beta_{bde} - {}^f v_{bdeed_z} \text{sen} \beta_{bde} - {}^f v_{bdech_x} \cos \beta_{bde} + {}^f v_{bdech_z} \text{sen} \beta_{bde} = L_{bde} \text{sen} \beta'_{bde} \dot{\beta}'_{bde} \quad (5.25)$$

$$v_{bdeed_y} - v_{bdech_y} = -L_{bde} \text{sen} \beta'_{bde} \dot{\beta}'_{bde} + \dot{L}_{bde} \cos \beta'_{bde} \quad (5.26)$$

$${}^f v_{bdeed_x} \text{sen} \beta_{bde} + {}^f v_{bdeed_z} \cos \beta_{bde} - {}^f v_{bdech_x} \text{sen} \beta_{bde} - {}^f v_{bdech_z} \cos \beta_{bde} = L_{bd} \cos \beta'_{bde} \dot{\beta}'_{bde} + \dot{L}_{bde} \text{sen} \beta'_{bde} \quad (5.27)$$

Resolvendo o sistema de equações das EQ 5.25 a 5.27 em função de $\dot{\beta}'_{bde}$, $\dot{\beta}'_{bde}$ e \dot{L}_{bde} , pondo em evidência ${}^f \underline{v}_{bdeed}$ e ${}^f \underline{v}_{bdech}$ e simplificando:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta}'_{bde} \\ \dot{\beta}'_{bde} \\ \dot{L}_{bde} \end{bmatrix} = \Theta_{bde} \begin{bmatrix} {}^f v_{bdeed_x} \\ {}^f v_{bdeed_y} \\ {}^f v_{bdeed_z} \\ {}^f v_{bdech_x} \\ {}^f v_{bdech_y} \\ {}^f v_{bdech_z} \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

Onde:

$$\Theta_{bde} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{bde}} \cos \beta'_{bde} \text{sen} \beta_{bde} & -\frac{1}{L_{bde}} \text{sen} \beta'_{bde} & \frac{1}{L_{bde}} \cos \beta'_{bde} \cos \beta_{bde} & -\frac{1}{L_{bde}} \cos \beta'_{bde} \text{sen} \beta_{bde} & \frac{1}{L_{bde}} \text{sen} \beta'_{bde} & -\frac{1}{L_{bde}} \cos \beta'_{bde} \cos \beta_{bde} \\ \frac{1}{L_{bde}} \left(\frac{\cos \beta_{bde}}{\text{sen} \beta'_{bde}} \right) & 0 & -\frac{1}{L_{bde}} \left(\frac{\text{sen} \beta_{bde}}{\text{sen} \beta'_{bde}} \right) & -\frac{1}{L_{bde}} \left(\frac{\cos \beta_{bde}}{\text{sen} \beta'_{bde}} \right) & 0 & \frac{1}{L_{bde}} \left(\frac{\text{sen} \beta_{bde}}{\text{sen} \beta'_{bde}} \right) \\ \text{sen} \beta'_{bde} \text{sen} \beta_{bde} & \cos \beta'_{bde} & \text{sen} \beta'_{bde} \cos \beta_{bde} & -\text{sen} \beta'_{bde} \text{sen} \beta_{bde} & -\cos \beta'_{bde} & -\text{sen} \beta'_{bde} \cos \beta_{bde} \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

De forma análoga a Θ_{bde} obtém-se Θ_{kde} , substituindo-se os pontos de ancoragem por kdeed e kdech e β'_{bde} , β_{bde} e L_{bde} por β'_{kde} , β_{kde} e L_{kde} e portanto para a suspensão dianteira esquerda:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta}'_{bde} \\ \dot{\beta}_{bde} \\ \dot{L}_{bde} \\ \dot{\beta}'_{kde} \\ \dot{\beta}_{kde} \\ \dot{L}_{kde} \end{bmatrix} = \Theta_{\text{suspde}} \begin{bmatrix} {}^f \underline{v}_{bdeed} \\ {}^f \underline{v}_{bdech} \\ {}^f \underline{v}_{kdeed} \\ {}^f \underline{v}_{kdech} \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

Onde:

$$\Theta_{\text{suspde}} = \begin{bmatrix} \Theta_{bde} & [0]_{3 \times 6} \\ [0]_{3 \times 6} & \Theta_{kde} \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

Para as demais suspensões o equacionamento é idêntico, devendo ser substituídos nas EQ 5.29 a 5.31 “de” (dianteiro esquerdo) por “dd” (dianteiro direito), “te” (traseiro esquerdo) ou “td” traseiro direito.

6. SIMULAÇÕES

Para as simulações dos modelos apresentados nos Capítulos 4 e 5, foram construídos modelos em MATLAB/Simulink, sendo um tridimensional com suspensões bidimensionais, construído de acordo com o modelo de fluxo de potência (FIG. 4.2), e outro com suspensões tridimensionais, de acordo com o modelo de fluxo de potência da FIG. 5.2. O modelo desenvolvido em 6.1 foi apresentado por **VINHA, G. F., 2012** em seu segundo trabalho, sendo que, o modelo apresentado no primeiro trabalho apresenta apenas como diferenças ao modelo do item 6.1 o chassi ser bidimensional e ausência dos blocos traseiros, com isso apresentando algumas limitações quanto aos resultados possíveis de serem obtidos.

6.1 MODELO COM SUSPENSÃO BIDIMENSIONAL

O modelo computacional da FIG 6.1, obedece rigorosamente o modelo de fluxo de potência da FIG. 4.2, sendo subdividido nos blocos chassi, suspensões (dianteira e traseira), eixos rígidos (dianteiro e traseiro), rodas (dianteira esquerda, dianteira direita, traseira esquerda e traseira direita) e pneus (dianteiro esquerdo, dianteiro direito, traseiro esquerdo e traseiro direito). A excitação de base, embora não apareça como um bloco no modelo da FIG. 4.2, atua sobre os pneus. Portanto, a construção do modelo computacional fica mais bem estruturada considerando-o como um bloco independente. As FIG. 6.2 a 6.7 mostram como estão estruturados cada um dos blocos, e embora uma grande parte desses apresentem-se duplicados ou quadruplicados, por serem os mesmos construtivamente muito semelhantes, apenas um de cada é apresentado.

Na FIG. 6.1, o bloco “Chassi” tem como variáveis de entrada as forças provenientes das suspensões (forças dos amortecedores e molas) nos pontos de ancoragem dessas, e como variáveis de saída as velocidades nos pontos de ancoragem da suspensão. As suspensões têm com entrada as velocidades dos pontos de ancoragem do chassi e dos eixos rígidos, e como saída as forças nos pontos de ancoragem da suspensão no chassi e nos eixos rígidos. Os blocos “Eixo Rígido” tem como variáveis de entrada as forças provenientes dos pontos de ancoragem da suspensão e do centro das rodas, e como variáveis de saída as velocidades nos pontos de ancoragem da suspensão e nos centros das rodas, e a velocidade angular $\dot{\phi}_e$ do eixo. Os blocos “Roda” têm como entradas as velocidades do centro das rodas, velocidades

angulares $\dot{\varphi}_e$ do eixo e forças provenientes do pneu, e como saídas as forças resultantes do pneu transmitidas para o centro da roda e velocidades do centro da roda transmitidas para o ponto de contato da roda com o pneu (ponto R na FIG. 4.3). Os blocos “Pneu” têm como variáveis de entrada as velocidades provenientes do ponto de contato das rodas com os pneus e provenientes da excitação de base, e a velocidade angular $\dot{\varphi}_e$ do eixo, e como variáveis de saída as forças para o solo e no ponto de contato das rodas com os pneus.

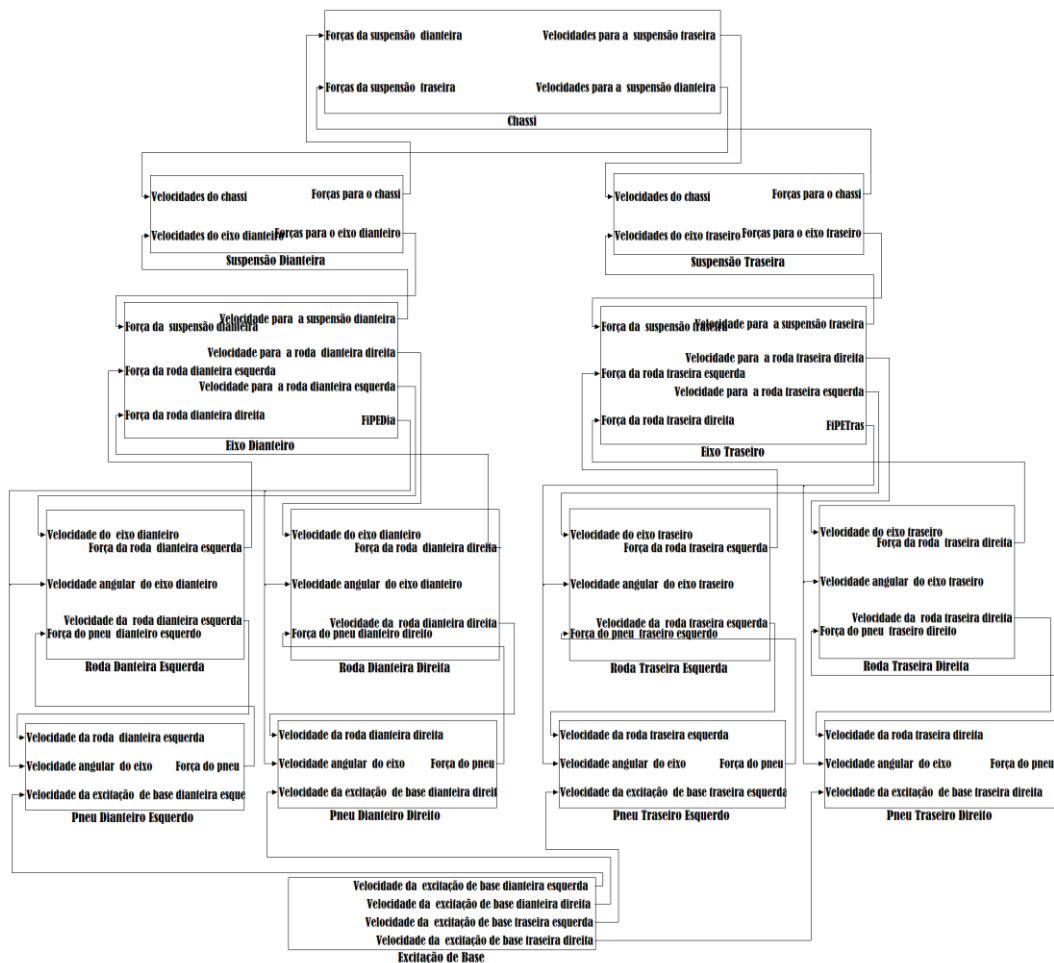


FIG. 6.1 – Modelo SIMULINK para chassi tridimensional e suspensões bidimensionais

No bloco “Chassi” (FIG. 6.2), a função “Matriz Teta Chassi” tem como entradas as forças provenientes da suspensão nos pontos de ancoragem, as velocidades angulares no referencial do corpo, as velocidades do centro de massa no referencial fixo e os ângulos φ_c , θ_c e ψ_c do corpo (em relação ao referencial fixo), e tem como saída as velocidades nos pontos de ancoragem da suspensão no chassi, o somatório das forças provenientes dos pontos de

ancoragem das suspensões e forças externas no referencial fixo e o somatório dos momentos provenientes dos pontos de ancoragem da suspensão e momentos externos no referencial do corpo, é nessa função que são empregadas as EQ 3.15 e 3.16. A função “Transformação das Forças e Momentos em Acelerações e Acelerações Angulares” tem como entrada o somatório das forças e momentos provenientes do bloco “Matriz Teta” e tem como saída a aceleração do centro de massa no referencial fixo e as acelerações angulares no referencial do corpo, empregando nesse bloco as EQ 4.18 e 4.19. A função “Transformação de Coordenadas das Velocidades Angulares” tem como entrada as velocidades angulares no referencial do corpo e os ângulos φ_c , θ_c e ψ_c do corpo, tendo como saída as velocidades angulares $\dot{\varphi}_c$, $\dot{\theta}_c$ e $\dot{\psi}_c$ do corpo, empregando a EQ 4.22.

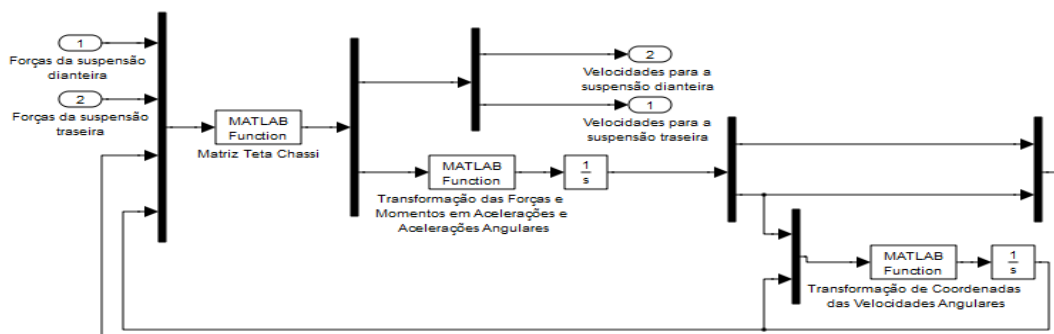


FIG. 6.2 – Bloco Chassi para o modelo tridimensional com suspensões bidimensionais

No bloco “Suspensão Dianteira” (e seu análogo “Suspensão Traseira”) apresentado na FIG. 6.3, A função “Matriz Teta Suspensão” tem com entrada as velocidades provenientes dos pontos de ancoragem do chassi e do eixo rígido e a variação angular dos amortecedores da suspensão em relação ao eixo rígido (β_b) e como saída as forças aplicadas aos pontos de ancoragem do chassi e eixo rígido e a velocidade angular do amortecedor em relação ao eixo rígido ($\dot{\beta}_b$). Essa função emprega as EQ. 4.31 (para amortecedores e molas), 4.6 e 4.7.

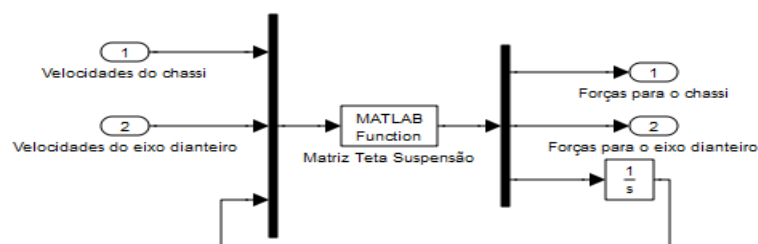


FIG. 6.3 – Bloco Suspensão Dianteira para o modelo tridimensional com suspensões bidimensionais

O bloco “Eixo Dianteiro” (e seu análogo “Eixo Traseiro”), na FIG. 6.4, apresenta características muito similares ao bloco “Chassi” (FIG. 6.2), sendo que para a função “Matriz Teta Eixo”, quando comparada à função “Matriz Teta Chassi”, as diferenças encontradas são que, além das forças nos pontos de ancoragem da suspensão, há como entrada as forças provenientes das rodas. Como saída, além das velocidades para os pontos de ancoragem da suspensão, há as velocidades para as rodas. As funções “Transformação de Forças e Momentos em Acelerações e Acelerações Angulares” e “Transformação de Coordenadas das Velocidades Angulares” apresentam características idênticas às suas funções análogas para o chassi.

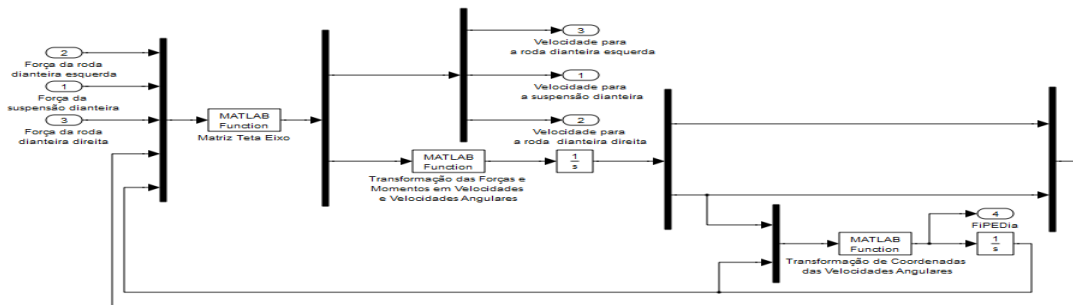


FIG. 6.4 – Bloco Eixo Dianteiro para o modelo tridimensional com suspensões bidimensionais

No bloco “Roda Dianteira Esquerda” (e seus análogos “Roda Dianteira Direita”, “Roda Traseira Esquerda” e “Roda Traseira Direita”), na FIG. 6.5, a função “Matriz Teta Roda” tem como entradas a velocidade proveniente do centro da roda, força proveniente do ponto de contato da roda com o pneu, velocidade angular $\dot{\varphi}_e$ e variação angular φ_e proveniente do eixo rígido e como saída a velocidade para o ponto de contato das rodas com os pneu e as forças dos pneus no centro das rodas. Essa função utiliza as EQ. 4.12 e 4.16.

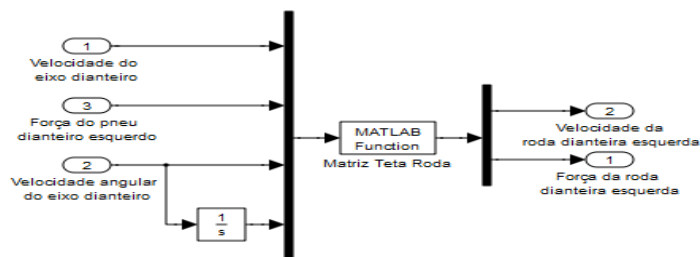


FIG. 6.5 – Bloco Roda Dianteira Esquerda para o modelo tridimensional com suspensões bidimensionais

No bloco “Pneu Dianteiro Esquerdo” (e seus análogos “Pneu Dianteiro Direito”, “Pneu Traseiro Esquerdo” e “Pneu Traseiro Direito”) na FIG.6.6, a função “Matriz Teta Pneu” tem como entradas a velocidade de excitação de base, velocidade do ponto de contato da roda com os pneu e variação angular φ_e proveniente do eixo rígido, e com saída a força para o pneu (a força para o solo foi omitida devido a não influenciar no comportamento do modelo, embora em módulo seja idêntica a força para o pneu). A função utiliza as EQ 4.4, 4.6, 4.7 e 4.9.

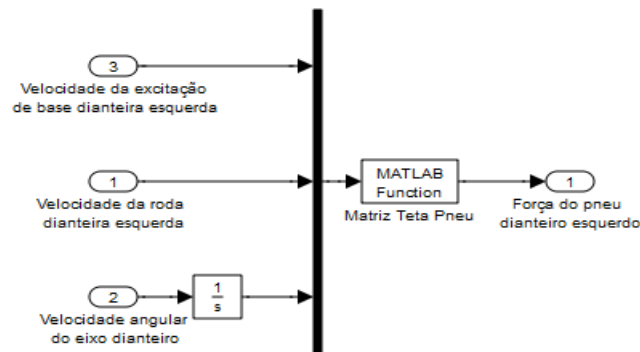


FIG. 6.6 – Bloco Pneu Dianteiro Esquerdo para o modelo tridimensional com suspensões bidimensionais

No bloco “Excitação de Base” (FIG. 6.7), a função “Perfil da Pista” é responsável por gerar os sinais dos deslocamentos em x, y e z no referencial fixo, simulando o deslocamento do carro. O sinal de saída dessa função é derivado para obter-se a velocidade de excitação de base no ponto de contato de todos os pneus com o solo.

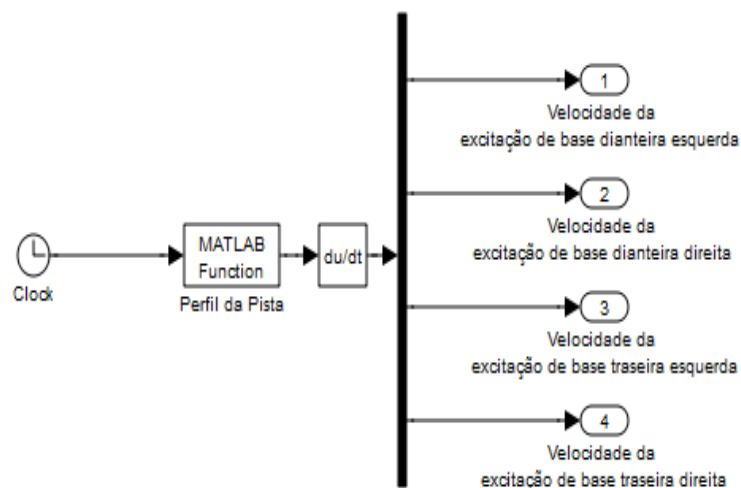


FIG. 6.7 – Bloco Excitação de Base para o modelo tridimensional com suspensões bidimensionais

6.2 MODELO COM SUSPENSÃO TRIDIMENSIONAL

O modelo computacional da FIG 6.8, obedece rigorosamente o modelo de fluxo de potência da FIG. 5.2, apresentando como diferenças na estruturação dos blocos quando comparado com o modelo computacional apresentado na FIG. 6.1:

- no bloco “Chassi” há a como entradas adicionais as forças nos pontos de ancoragem das barras longitudinais e transversais provenientes dos eixos rígidos e como saída as velocidades nos pontos de ancoragem das barras;

- no bloco “Eixo Rígido” foi incorporado os blocos “Roda”, sendo que as forças provenientes do pneu atuam diretamente no extremo das rodas e conseqüentemente a velocidade para os pneus é a velocidade do extremo das rodas e ainda, o bloco tem como entradas adicionais as velocidades nos pontos de ancoragem das barras longitudinais e transversais e como saída as forças que atuam nesses pontos.

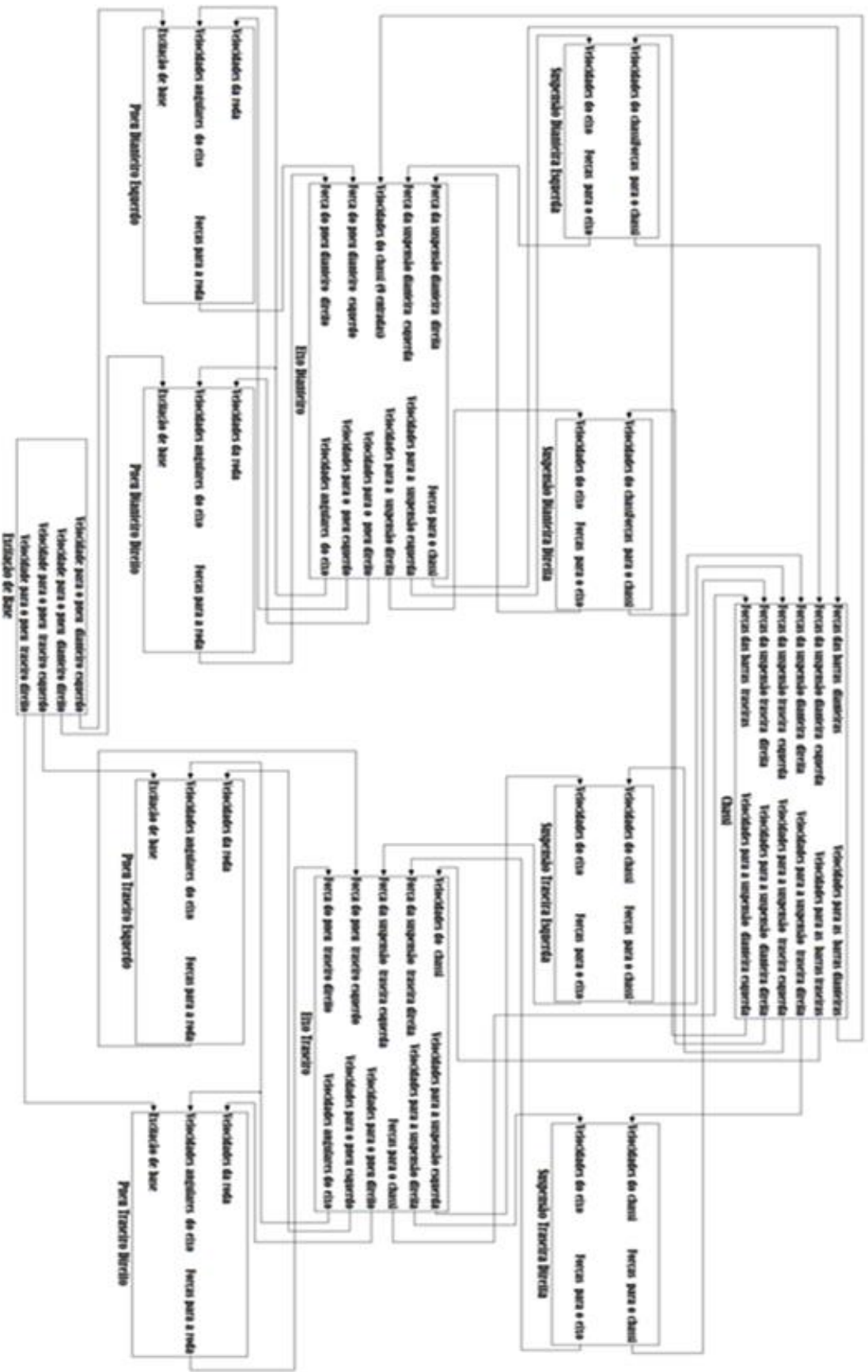


FIG. 6.8 – Modelo SIMULINK tridim ensional com plete

O bloco “Chassi” (FIG. 6.9), apresenta pequenas diferenças em relação ao bloco “Chassi” da FIG. 6.2, apenas sendo acrescentado como entradas na “Matriz Teta Chassi” as forças nos pontos de ancoragem das barras longitudinais e transversais, e como saídas as velocidades nos pontos de ancoragem dessas barras.

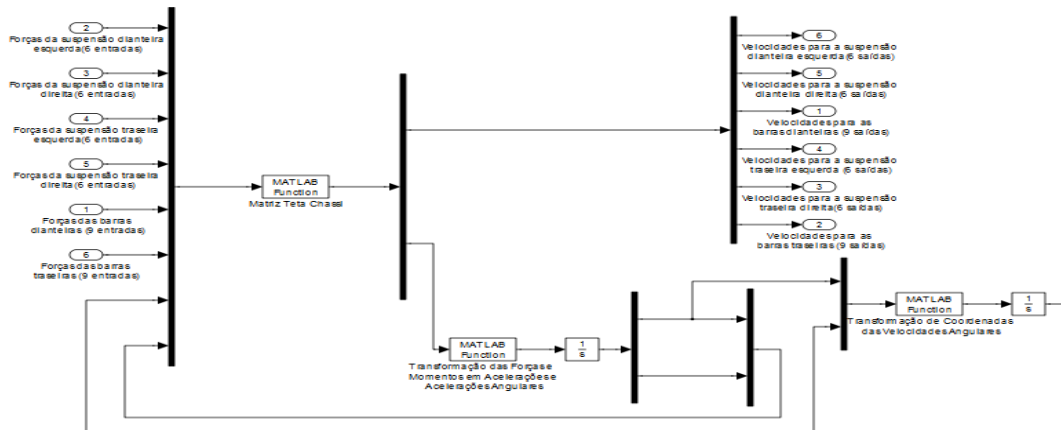


Figura 6.9 – Bloco Chassi para o modelo tridimensional completo

O bloco “Suspensão Dianteira Esquerda” (e seus análogos “Suspensão Dianteira Direita”, “Suspensão Traseira Esquerda” e “Suspensão Traseira Direita”) é muito semelhante ao bloco “Suspensão Dianteira” (FIG. 6.3), sendo que as diferenças entre eles é que para o modelo desse item cada suspensão foi dividida em esquerda e direita, sendo estruturadas da mesma forma que o bloco da FIG. 6.3, apresentando como saída da função além da velocidade angular do amortecedor em relação ao eixo rígido β_b , também a velocidade angular β'_b . A EQ 5.29 substitui a EQ 4.31.

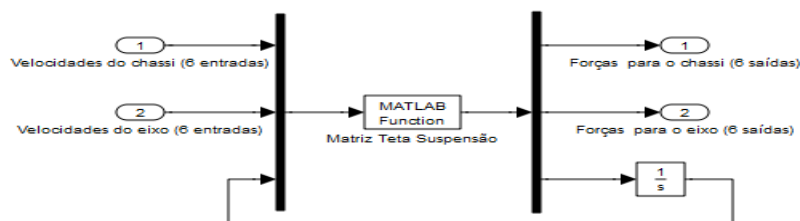


FIG. 6.10 – Bloco Suspensão Dianteira Esquerda para o modelo tridimensional completo

No bloco “Eixo Rígido Dianteiro” (e seu análogo “Eixo Rígido Traseiro”) na FIG. 6.11, a função “Forças da Suspensão e Rodas para o Centro de Massa da Barra” tem como entradas as forças provenientes dos pontos de ancoragem da suspensão e dos pneus, e deslocamentos

angulares φ_e , θ_e e ψ_e para o eixo. Como saída, as velocidade do centro de massa do eixo no referencial fixo e as velocidades angulares do eixo no referencial do corpo, utilizando a EQ. 3.16. A função “Obtenção da Aceleração do Centro de Massa e Acelerações Angulares de Eixo” tem como entrada a saída da função anterior e tem como saídas a aceleração do eixo no referencial fixo e aceleração angular no referencial do eixo, utilizando as EQ 4.18 e 4.19. A função “Matriz Teta Eixo” tem como entradas as forças provenientes dos pneus e dos pontos de ancoragem da suspensão, velocidades nos pontos de ancoragem das barras longitudinais e transversal no chassi, velocidade vertical do centro de massa do eixo rígido e velocidade angular do eixo rígido no plano yz no referencial do corpo, tendo como saída as velocidades para os pneus, pontos de ancoragem da suspensão e forças que atuam nos pontos de ancoragem das barras longitudinais e transversal na suspensão, utilizando para isso a EQ. 5.27. A função “Obtenção das Velocidades Angulares do Eixo no Referencial Fixo” é idêntica a função “Transformação de Coordenadas das Velocidades Angulares” da FIG. 6.2.

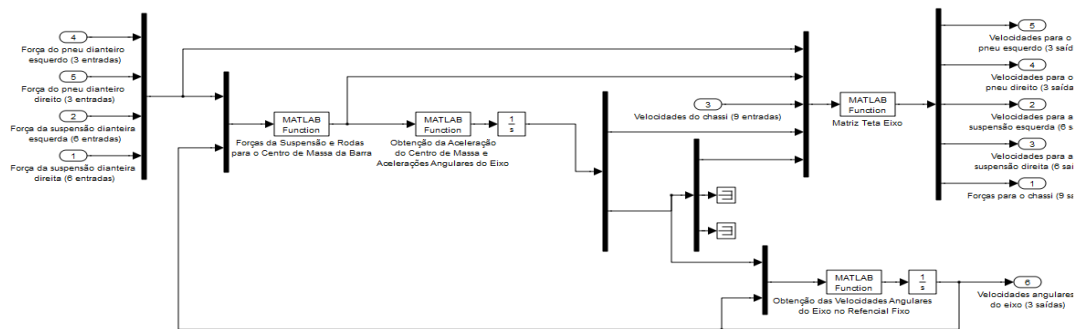


FIG. 6.11 – Bloco Eixo Dianteiro para o modelo tridimensional completo

Os blocos “Pneu Dianteiro Esquerdo” (e seus análogos “Pneu Dianteiro Direito”, “Pneu Traseiro Esquerdo” e “Pneu Traseiro Direito”) na FIG. 6.12 e “Excitação de Base” (FIG. 6.13) são idênticos aos blocos das FIG.6.6 e 6.7.

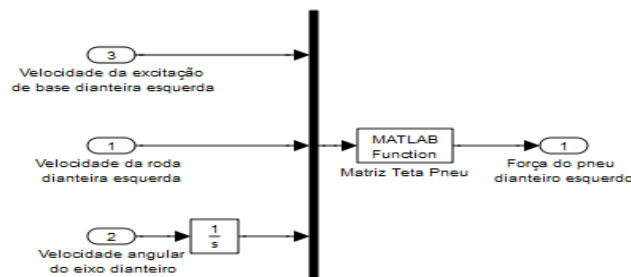


FIG 6.12 – Bloco Pneu Dianteiro Esquerdo para o modelo tridimensional completo

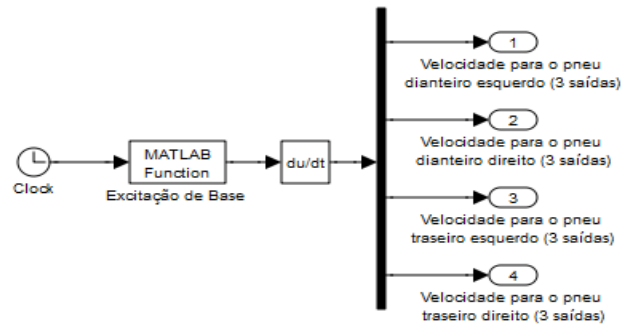


FIG. 6.13 – Bloco Excitação de Base para o modelo tridimensional completo

7. RESULTADOS

Os resultados obtidos nos modelos apresentados por **VINHA, G. F. 2012** em seus trabalhos serviram como referência para a construção do modelo tridimensional completo, sendo esse comparado neste Capítulo com modelos com suspensão por eixo rígido sem geometria e bidimensional, e ainda, feitas comparações no modelo com suspensão por eixo rígido tridimensional entre simulações com os valores de referência e com parâmetros alterados.

7.1. COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE SUSPENSÃO SEM GEOMETRIA, BIDIMENSIONAL E TRIDIMENSIONAL.

As três suspensões analisadas apresentam características muito similares, sendo que o modelo de suspensão tridimensional pode ser simplificado para o modelo bidimensional ou até mesmo ao modelo sem geometria apenas alterando os pontos de ancoragem da suspensão e o ângulo formado entre os amortecedores e os planos yz e zx .

Os parâmetros adotados para amortecimento e rigidez da suspensão e pneus, o comprimento inicial dos amortecedores e ainda dimensões e pesos do chassi e eixos são idênticos nos três modelos, e encontram-se presentes na tabela 7.1.

TAB. 7.1 – Parâmetros adotados para os modelos de suspensão do Capítulo 6

Distância entre eixos	3,0 m
Bitola	1,6 m
Peso do chassi	1.800 kg
Comprimento inicial de cada amortecedor da suspensão	0.5 m
Comprimento de cada eixo rígido	1,7 m
Raio da roda	0,3 m
Peso de cada eixo rígido e suas rodas	250 kg
Largura inicial do pneu	0.12 m
Constante de rigidez de cada pneu	220.000 N/m
Constante de amortecimento de cada pneu	180 Ns/m
Constante de rigidez de cada mola da suspensão	45.000 N/m
Constante de amortecimento de cada amortecedor da suspensão	2.500 Ns/m

7.1.1 VEÍCULO SUJEITO APENAS A SEU PRÓPRIO PESO

Nesse item é feita a análise do comportamento dos modelos apenas no que se refere aos mesmos sendo liberados do ponto onde as molas da suspensão e os pneus não sofreram compressão até o ponto onde param de oscilar e atingem o regime permanente.

Na FIG. 7.1, para os modelos sofrendo o efeito apenas do seu peso, apresentando todos os seus parâmetros de acordo com a Tabela 7.1, há uma pequena diferença nas alturas iniciais do chassi em cada um dos casos em função do ângulo formado entre os amortecedores da suspensão e o eixo vertical. Nessa figura pode ser visto ainda que o perfil do deslocamento e a altura do chassi quando o mesmo atinge o regime permanente permanecem constantes.

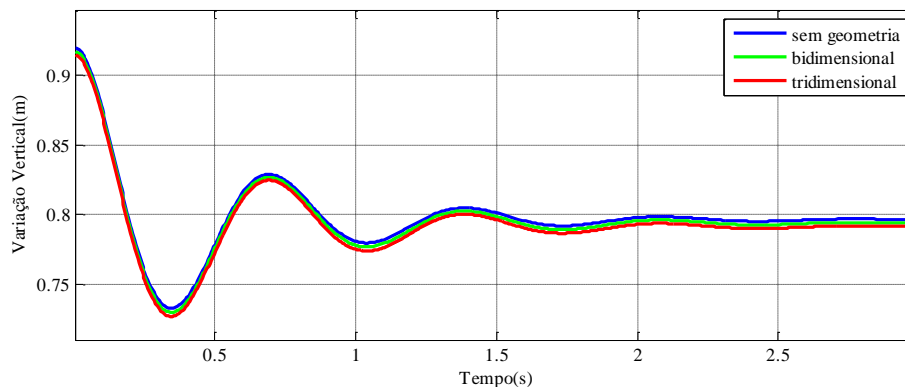


FIG. 7.1- Variação no deslocamento vertical do chassi para os três modelos sem variação nos parâmetros iniciais.

Quando é reduzida a rigidez da mola da suspensão dianteira pode-se verificar que o chassi oscila até estabilizar-se no regime permanente apresentando uma angulação θ em relação ao referencial fixo devido à maior compressão das molas dianteiras em relação às traseiras, de forma análoga ocorre com o ângulo φ quando há diferença na rigidez das molas à esquerda e a direita da suspensão. Embora ambas as simulações sejam similares, a variação de θ é muito menor que a variação de φ devido à compressão das molas serem muito semelhantes enquanto a distância entre os centros de massa e os pontos de ancoragem apresentam uma variação considerável sendo para o primeiro caso 1,5 m e para o segundo 0,8 m. A diferença encontrada para os três modelos na variação de θ e φ em cada caso deve-se a geometria da suspensão, por apresentar diferenças nos ângulos formados entre os amortecedores e os planos yz e zx e devido às diferenças em seus pontos de ancoragem. A variação angular θ pode ser vista na Fig. 7.2 quando apenas a constante de rigidez das molas dianteiras é reduzida para

30.000 N/m, e a variação angular φ pode ser vista na Fig. 7.3 quando apenas a constante de rigidez das molas à esquerda é reduzida a 30.000 N/m.

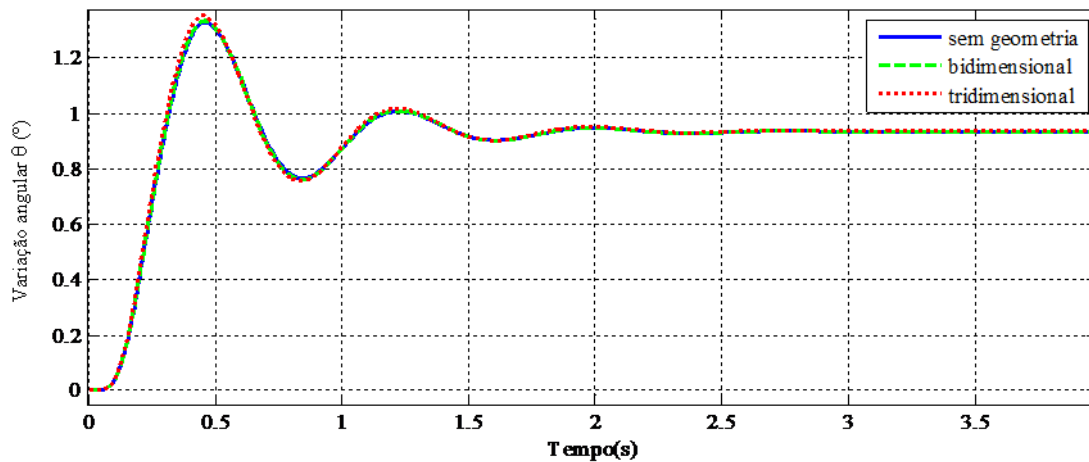


FIG. 7.2 – Variação do deslocamento angular θ do chassi para os três modelos com a rigidez da mola da suspensão dianteira menor que a traseira

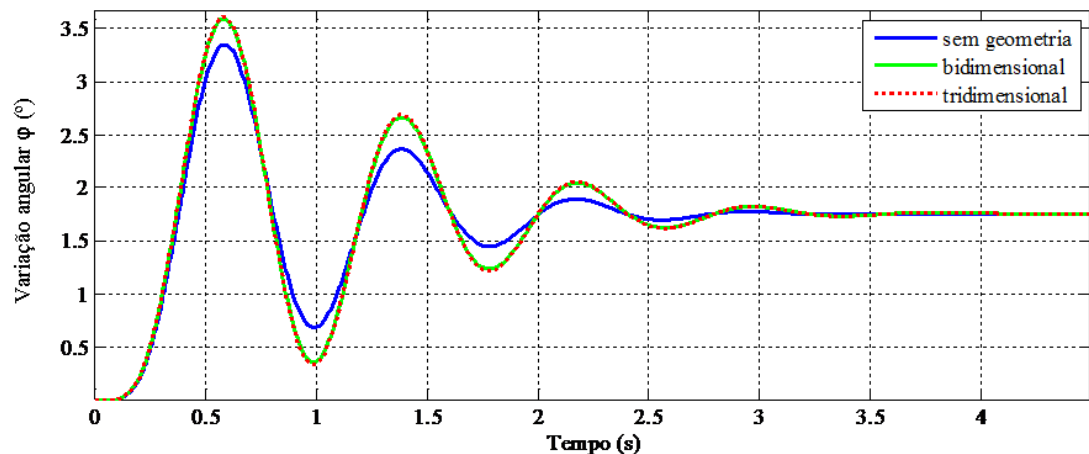


FIG. 7.3 – Variação do deslocamento angular φ do chassi para os três modelos com a rigidez da mola das suspensões à esquerda menor que a direita

Quando há diminuição na constante de amortecimento da suspensão o chassi apresenta uma variação angular transitória que retorna a zero em relação ao referencial fixo devido à compressão final das molas da suspensão ser a mesma. De forma análoga às FIG. 7.2 e 7.3, a geometria da suspensão e a distância entre os pontos de ancoragem e o centro de massa influenciam na variação angular para os três modelos. A variação angular θ pode ser vista na FIG. 7.4 quando apenas a constante de amortecimento dos amortecedores dianteiros é

reduzida para 1.800 Ns/m, e a variação angular φ pode ser vista na FIG. 7.5 quando apenas a constante de amortecimento dos amortecedores à esquerda é reduzida à 1.800 Ns/m.

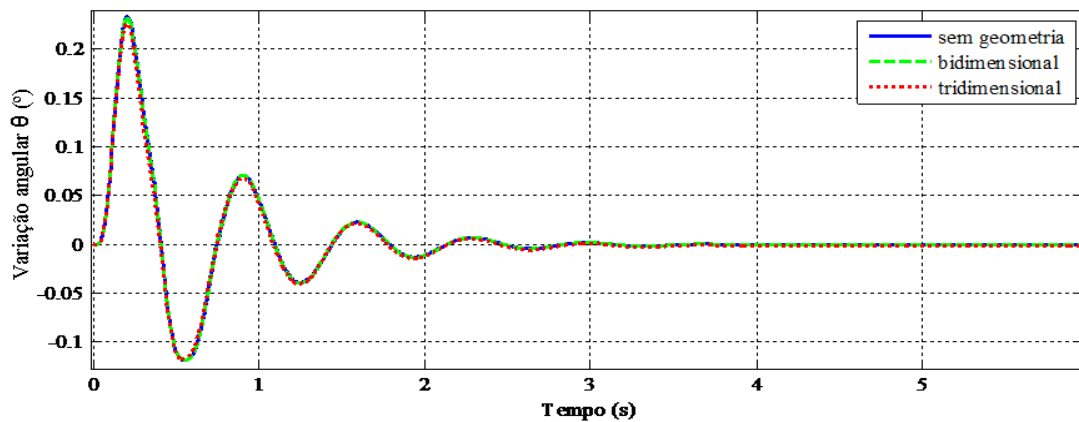


FIG. 7.4 – Variação do deslocamento angular θ do chassi para os três modelos com a constante de amortecimento da suspensão dianteira menor que a traseira

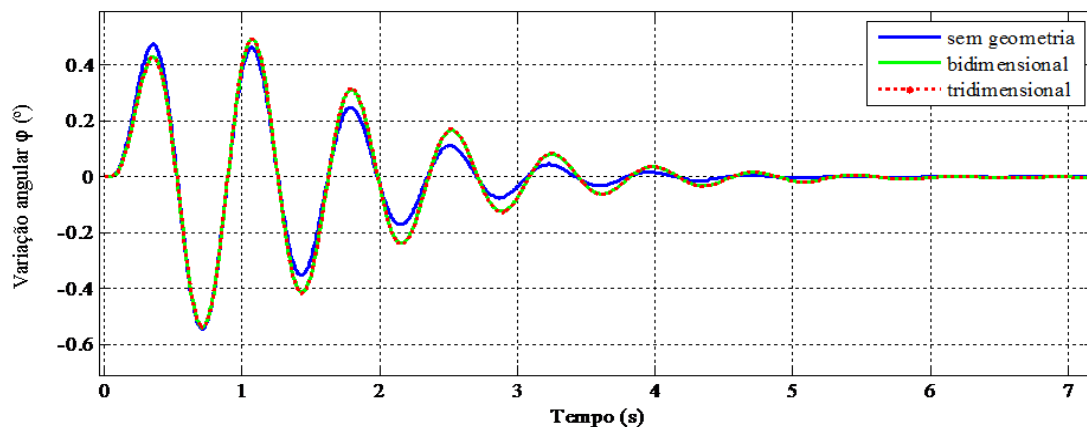


FIG. 7.5 – Variação do deslocamento angular φ do chassi para os três modelos com a constante de amortecimento das suspensões à esquerda menor que a direita

7.1.2 VEÍCULO SUJEITO A EXCITAÇÃO DE BASE

Quando os modelos são submetidos a uma excitação de base diferente nas rodas dianteiras e traseiras, o chassi oscila, apresentando um deslocamento angular transitório θ , que retorna a zero quando o sistema alcança o regime permanente. De forma análoga ocorre uma variação angular φ quando as excitações de base à esquerda e à direita são diferentes. Conforme pode ser visto no item 7.1.1, a diferença na geometria da suspensão e distância entre os pontos de

ancoragem dos amortecedores e molas, resultam em uma pequena diferença nos comportamentos angulares dos modelos. A variação angular em θ para diferentes excitações de base dianteiras e traseiras pode ser visto na FIG. 7.6 e a variação em φ para diferentes excitações de base à esquerda e direita na FIG. 7.7. Nessas simulações, a excitação de mola simula a transposição de uma lombada de 0.08 m de altura por 1,5 m de largura para um veículo a 10 km/h, iniciando a transposição do primeiro par de rodas aos 5 segundos e o segundo par de rodas aos 7 segundos.

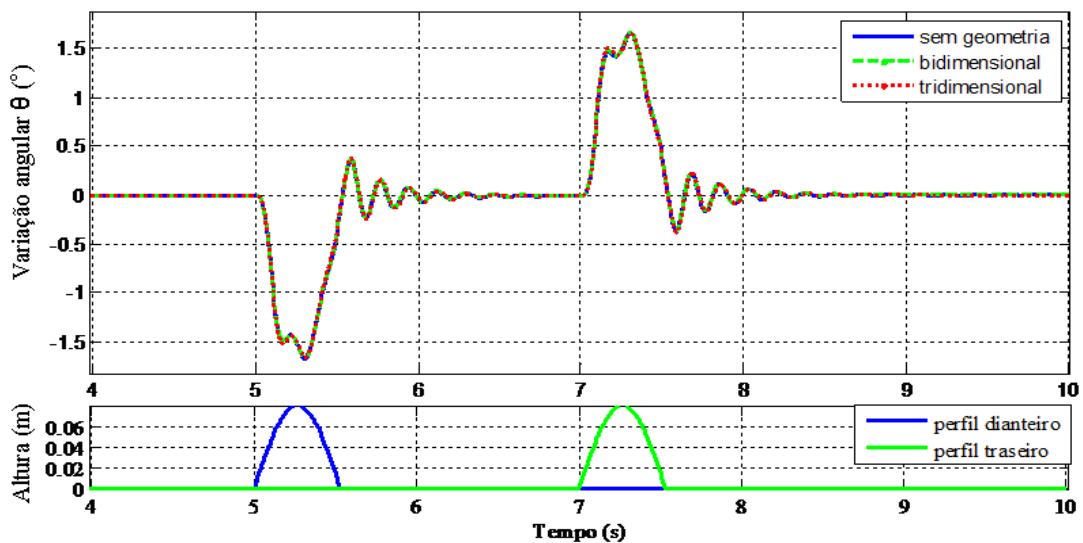


FIG. 7.6 – Variação angular θ do chassi para diferentes perfis de excitação de base nos pneus dianteiros e traseiros

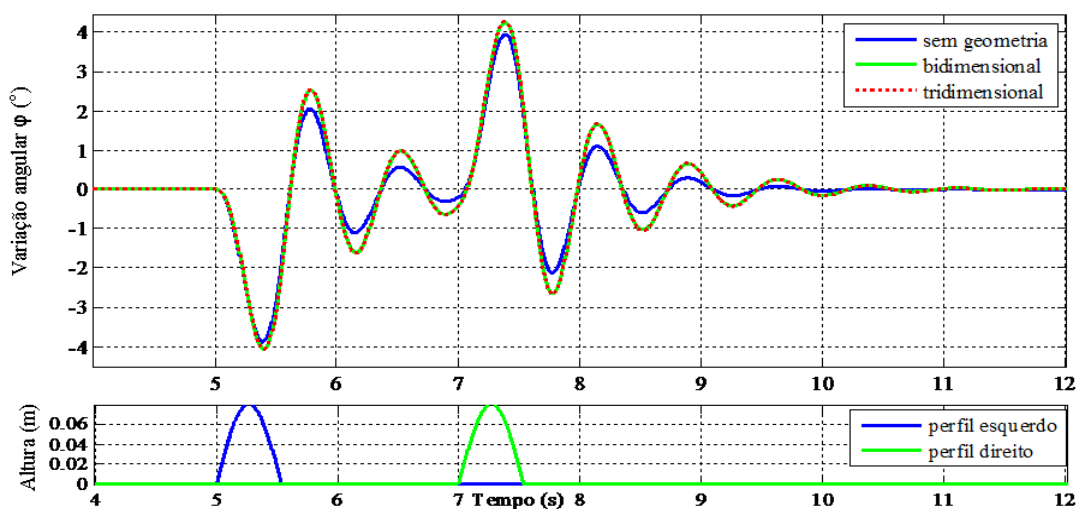


FIG. 7.7 – Variação angular φ do chassi para diferentes perfis de excitação de base nos pneus esquerdos e direitos

Quando submetido à excitação de base de igual intensidade nas quatro rodas em tempo diferente, cada conjunto mola amortecedor se comporta de forma idêntica quanto à atuação da excitação de base, mas o chassi apresenta oscilações em φ e θ simultaneamente devido à oscilação diferenciada. Na FIG. 7.8 pode ser visto os comportamentos angulares em φ e θ para uma excitação de base de mesma intensidade que a aplicada nas FIG. 7.6 e 7.7, contudo em um tempo diferente para cada roda.

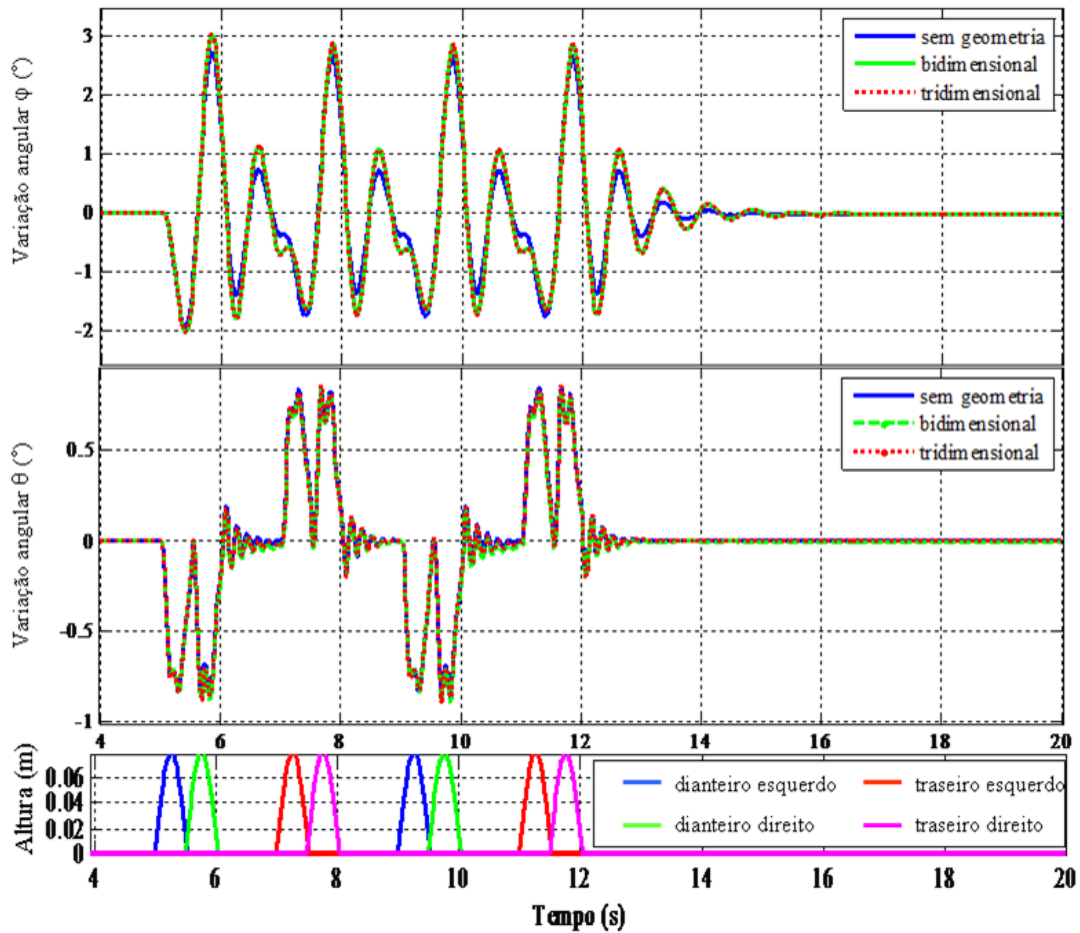


FIG.7.8 – Variação angular φ e θ do chassi para diferentes perfis de excitação de base nos quatro pneus

Para um perfil de base senoidal, caso a frequência do pulso seja inferior ao tempo necessário para o seu amortecimento completo, a amplitude do deslocamento angular do chassi aumenta progressivamente, conforme pode ser visto na FIG. 7.9 para um pulso senoidal alternado com amplitude de 0.08 m e ciclo de 1.06 s.

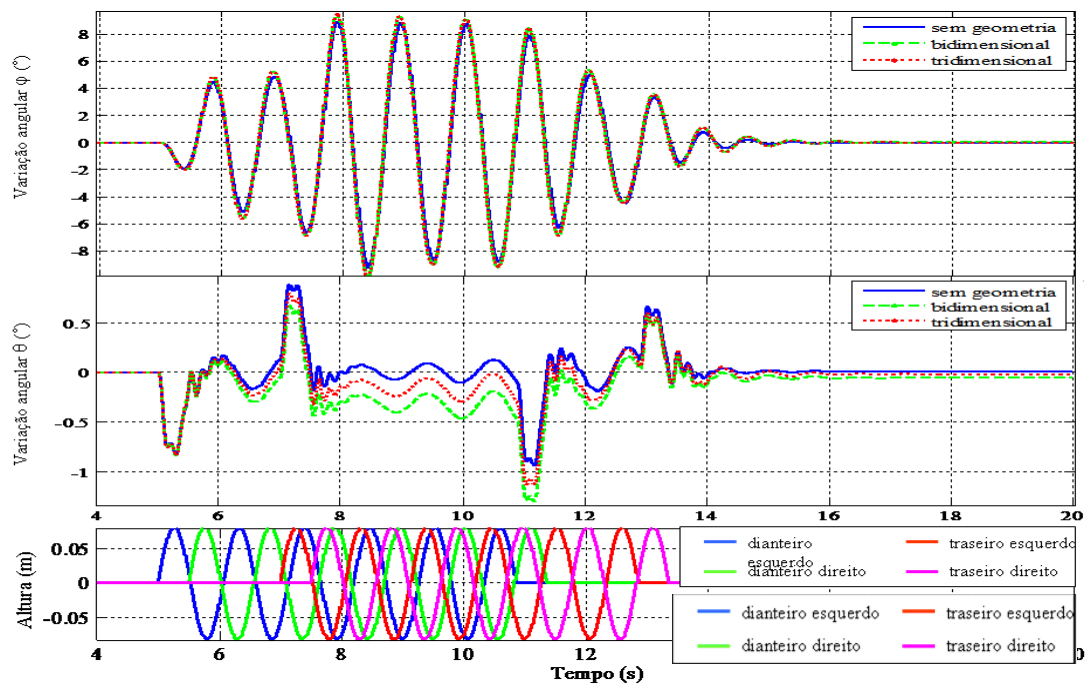


FIG. 7.9 – Variação angular φ e θ do chassi para perfis de excitação de base senoidal nos quatro pneus

7.2 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO MODELO COM SUSPENSÃO TRIDIMENSIONAL

Nesse item será analisado o comportamento do modelo com suspensão tridimensional alterando-se os parâmetros de rigidez e amortecimento da suspensão, o momento de inércia do chassi e a variação nos pontos de ancoragem da suspensão no chassi e eixos rígidos. Serão analisados também o comportamento de um veículo com parâmetros similares aos reais e também os efeitos de batentes para o deslocamento vertical do chassi.

7.2.1 VEÍCULO SUJEITO APENAS A SEU PRÓPRIO PESO

Considerando-se como referência a rigidez das molas da suspensão em 45.000 N/m, valores inferiores a esse na suspensão dianteira, resultam na dianteira do chassi ficar mais baixa que a traseira, e o oposto para valores superiores ao de referência. Com isso, o ângulo θ do chassi se apresentará positivo para uma dianteira mais baixa, nulo para a rigidez idêntica em todas as molas e negativo para uma dianteira mais alta. Isso pode ser verificado na FIG. 7.10.

A FIG. 7.11 apresenta a diferença entre os pneus dianteiros e a suspensão dianteira. Pode ser visto que o valor obtido após o regime permanente é exatamente o peso do eixo rígido (como tanto os pneus quanto a suspensão estão sujeitos ao peso do chassi, esse se anula na diferença entre forças dos pneus e suspensão).

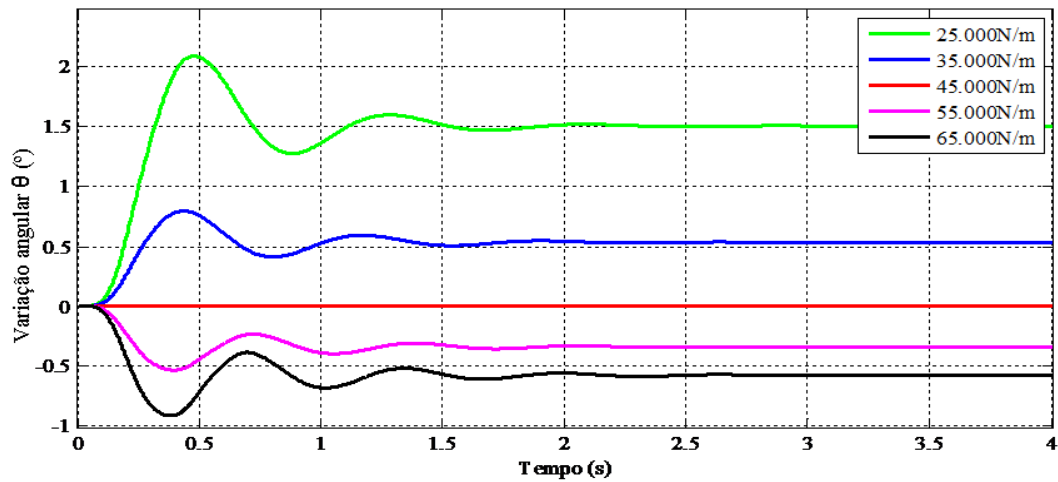


FIG. 7.10 – Variação no deslocamento angular θ do chassi em função da rigidez das molas da suspensão dianteira

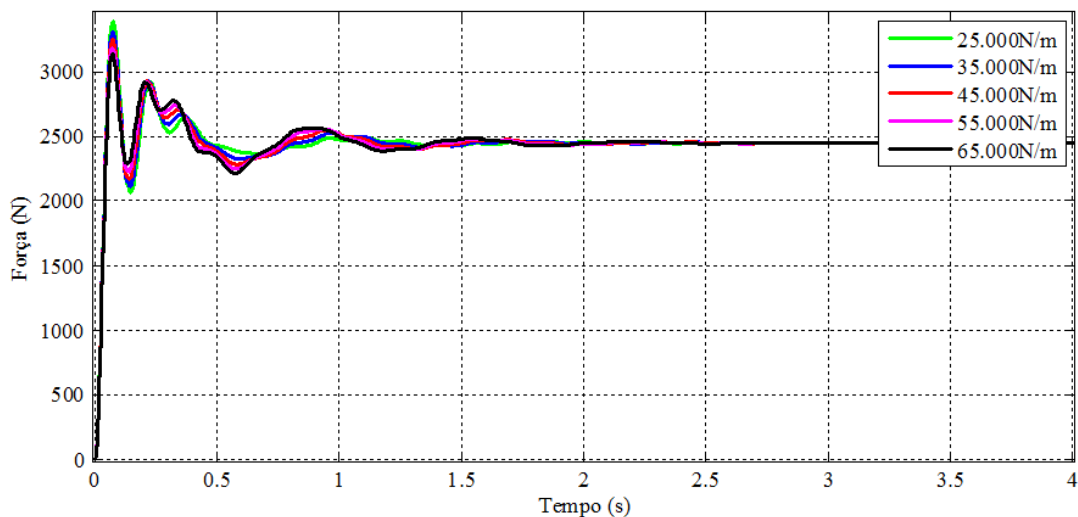


FIG. 7.11 – Diferença entre as forças dos pneus e eixo rígidos dianteiros em função da rigidez das molas da suspensão dianteira

De forma análoga a FIG. 7.10, na FIG. 7.12 ao variar-se a rigidez das molas da suspensão à esquerda, a variação do ângulo φ é positiva para valores inferiores a rigidez de referência (45.000 N/m) e negativa para valores superiores.

A FIG. 7.13 apresenta de forma similar a FIG. 7.11 a diferença entre as forças dos pneus e suspensão, só que, nesse caso, a comparação é feita entre os quatro pneus e as duas suspensões.

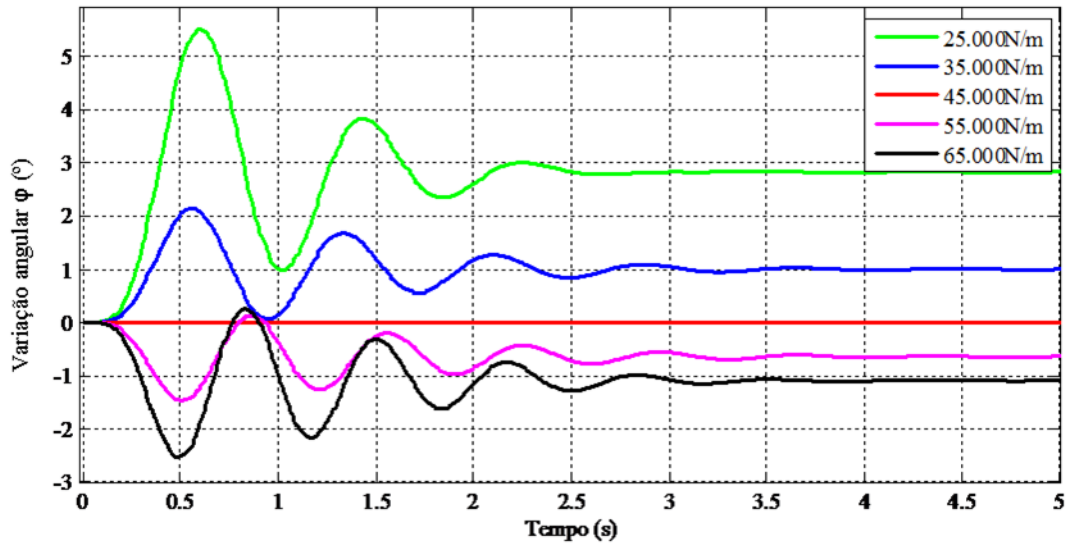


FIG. 7.12 – Variação no deslocamento angular ϕ do chassi em função da rigidez das molas da suspensão à esquerda

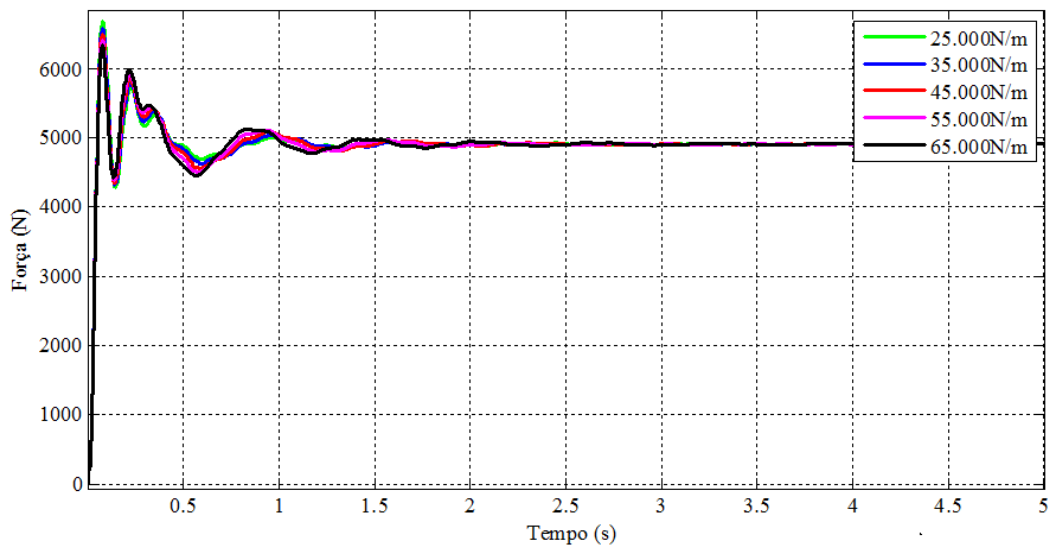


FIG. 7.13 – Diferença entre as forças dos pneus e eixos rígidos em função da rigidez das molas da suspensão à esquerda

Quando há diferenças na constante de amortecimento dos amortecedores da suspensão dianteira, o veículo oscila apresentando uma variação angular temporária θ que retorna a zero

no regime permanente caso a constante de rigidez das molas da suspensão, centro de massa seja centralizado no veículo e ângulo θ inicial sejam nulos. A FIG. 7.14 apresenta essa variação para valores de amortecimento dos amortecedores da suspensão tanto inferior ao de referência (θ inicial positivo) como superior (θ inicial negativo). De forma análoga a FIG. 7.14, a FIG. 7.15 apresenta a variação angular φ para variação de amortecimento à esquerda e direita das suspensões.

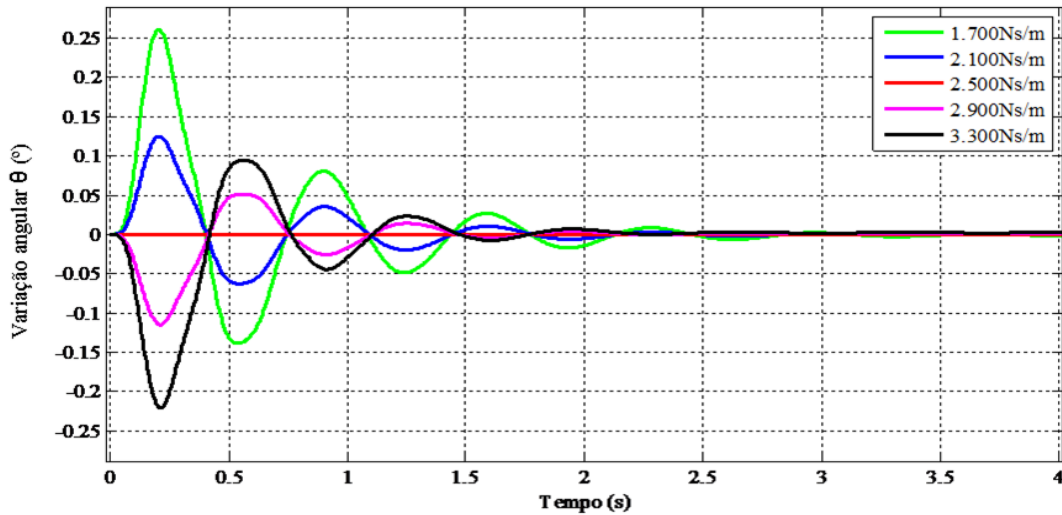


FIG. 7.14 – Variação no deslocamento angular θ do chassi em função da variação da constante de amortecimento da suspensão dianteira

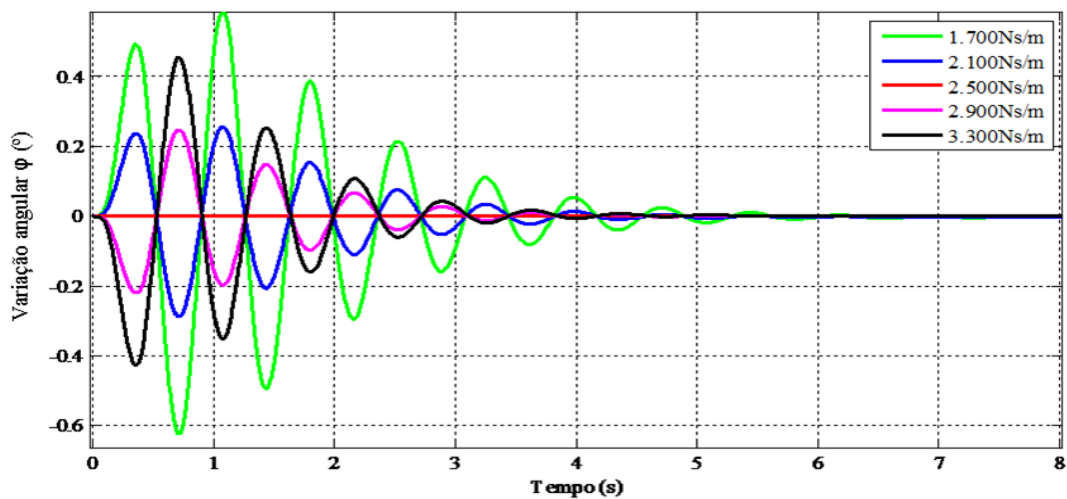


FIG. 7.15 – Variação no deslocamento angular φ do chassi em função da variação da constante de amortecimento da suspensão à esquerda

Ao ser alterada a posição do centro de massa do chassi para a dianteira ou traseira mantendo a distância lateral idêntica, a carga sobre o eixo dianteiro e traseiro varia e com isso há uma variação no regime permanente para o ângulo θ caso os demais parâmetros mantenham-se inalterados. A variação angular θ pode ser vista na FIG. 7.16 sendo a mesma positiva para o centro de massa à dianteira e negativa para o centro de massa à traseira do veículo. A diferença entre as forças da suspensão e pneus dianteiros para a mesma variação no centro de massa pode ser vista na FIG. 7.17 (comportamento análogo ao da FIG. 7.11 para variação de carga sobre o eixo dianteiro).

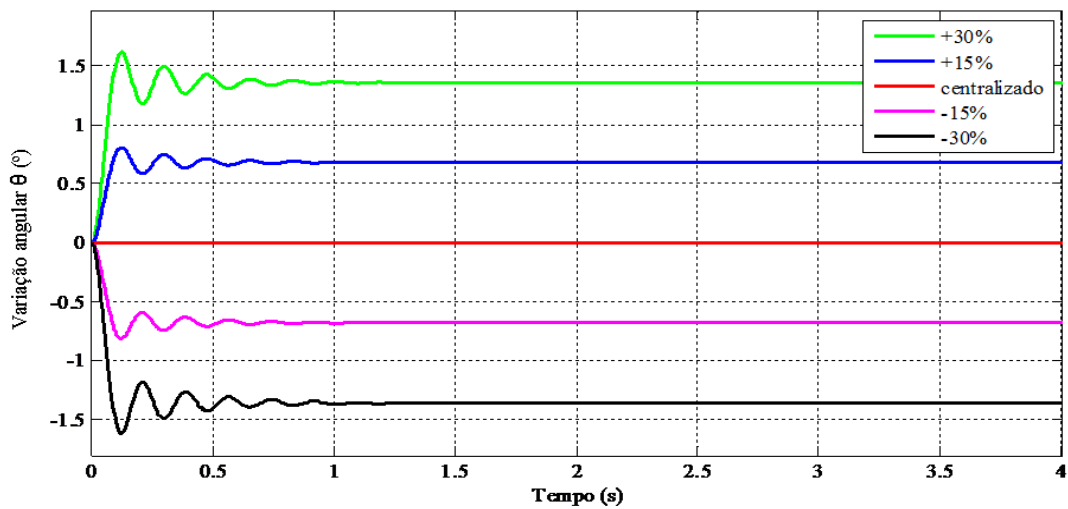


FIG 7.16 – Variação angular θ em função da posição do centro de massa do chassi

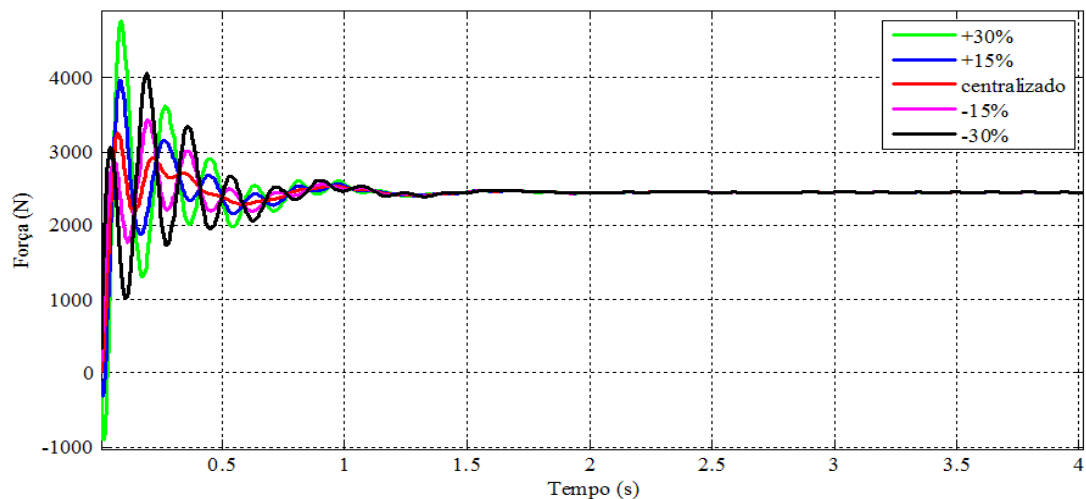


FIG. 7.17 – Diferença entre as forças dos pneus e eixos rígidos em função da posição do centro de massa do chassi

7.2.2 VEÍCULO SUJEITO A EXCITAÇÃO DE BASE

Com o aumento do momento de inércia do chassi, seu deslocamento angular e número de oscilações aumentam, e ainda há uma defasagem em relação ao início do deslocamento. Na FIG. 7.18 pode ser visto a variação do deslocamento angular θ em função de diferentes excitações de base a dianteira e traseira e na Fig. 7.19 o deslocamento angular φ em função de diferentes excitações de base à esquerda e direita.

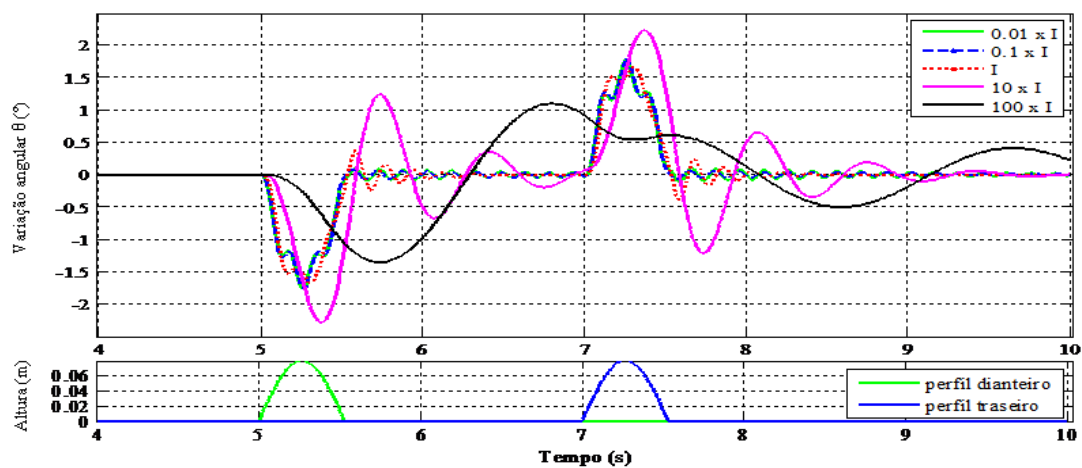


FIG 7.18 – Variação angular θ para diferentes momentos de inércia do chassi em função de diferentes excitações de base à dianteira e traseira

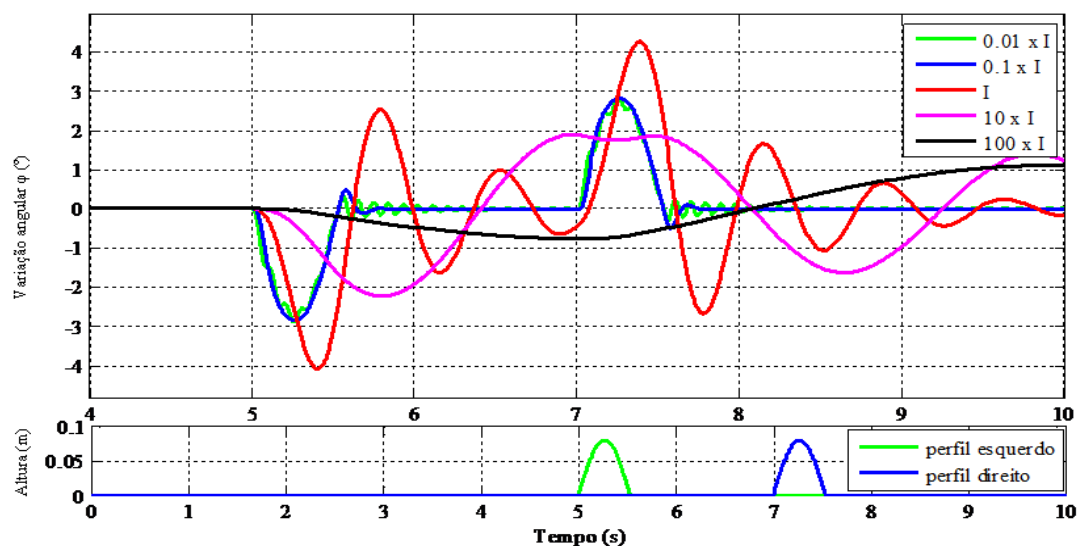


FIG. 7.19 – Variação angular φ para diferentes momentos de inércia do chassi em função de diferentes excitações de base à esquerda e direita

Com a diminuição da distância entre a origem do eixo Y no referencial do chassi e o ponto de ancoragem do amortecedor no chassi há também a diminuição do ângulo formado entre o amortecedor da suspensão e o eixo rígido (β'), com isso, a eficiência do amortecedor é reduzida em relação à dinâmica vertical do modelo, pois a componente da força de amortecimento vertical é menor. Esse comportamento pode ser observado na variação angular φ na FIG. 7.20, onde quanto menor o ângulo β' maior a amplitude do deslocamento angular φ , maior a defasagem do deslocamento angular e maior o tempo até o veículo atingir o regime permanente. De forma análoga, contudo menos notável em função da grande diferença entre a distância do ponto de ancoragem do amortecedor em relação às origens dos eixos X e Y, na FIG. 7.21 é apresentada a variação angular θ em função do ângulo β .

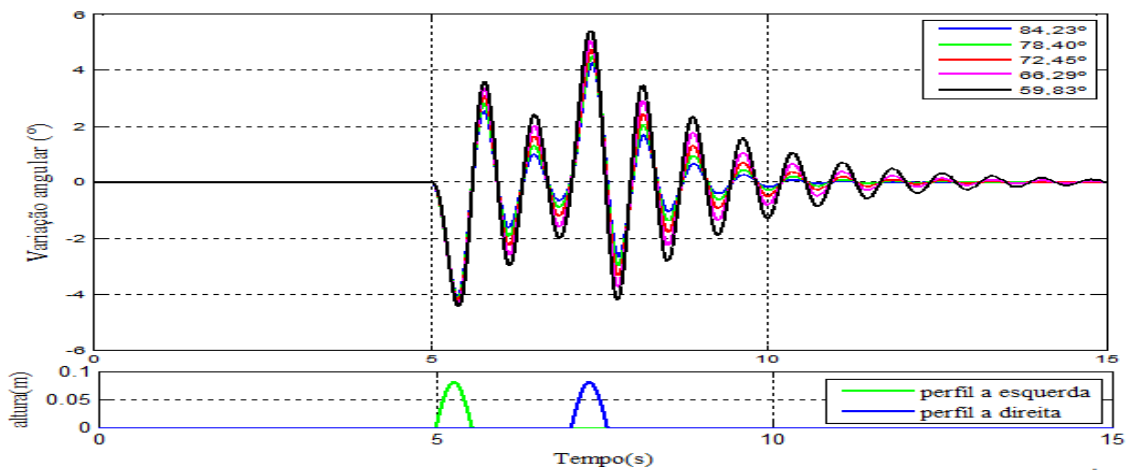


FIG. 7.20 -Variação no deslocamento angular φ em função da variação dos ângulos β' dos amortecedores da suspensão para diferentes excitações de base à esquerda e direita

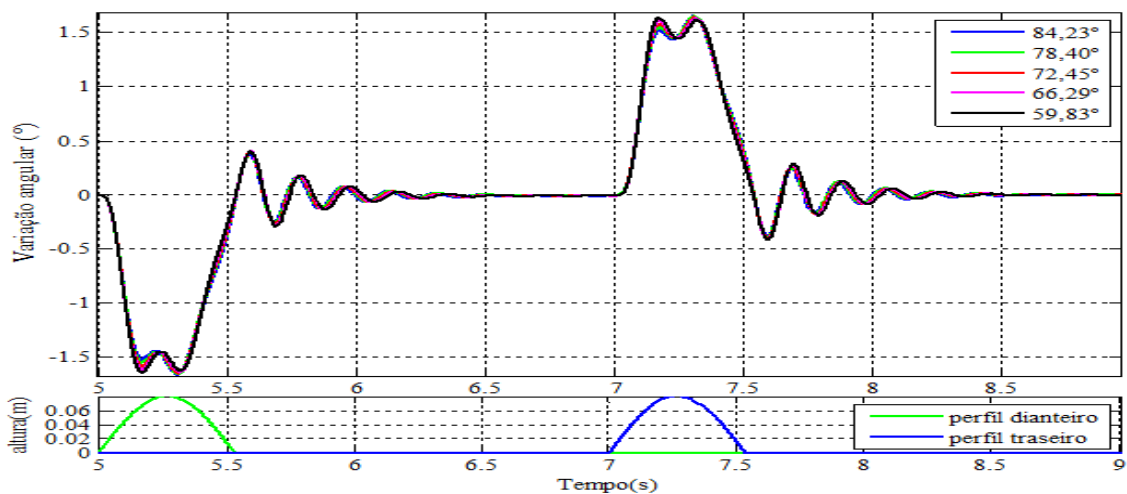


FIG. 7.21 - Variação no deslocamento angular θ em função da variação dos ângulos β dos amortecedores da suspensão para diferentes excitações de base à dianteira e traseira

7.2.3 BATENTES

O efeito dos batentes é limitar o comprimento das molas e amortecedores da suspensão e do chassi, de forma que nem as molas nem amortecedores possam ser comprimidos além do valor de compressão máxima ou alongar-se além do comprimento inicial.

Quando atingida a compressão máxima, o deslocamento passa a ser próximo a zero, contudo a força permanece sendo transmitida como se não houvesse qualquer tipo de limitação ao deslocamento. O deslocamento do chassi e dos eixos pode ser observado na FIG. 7.22 e o comportamento da força transmitida pode ser observado na FIG 7.23.

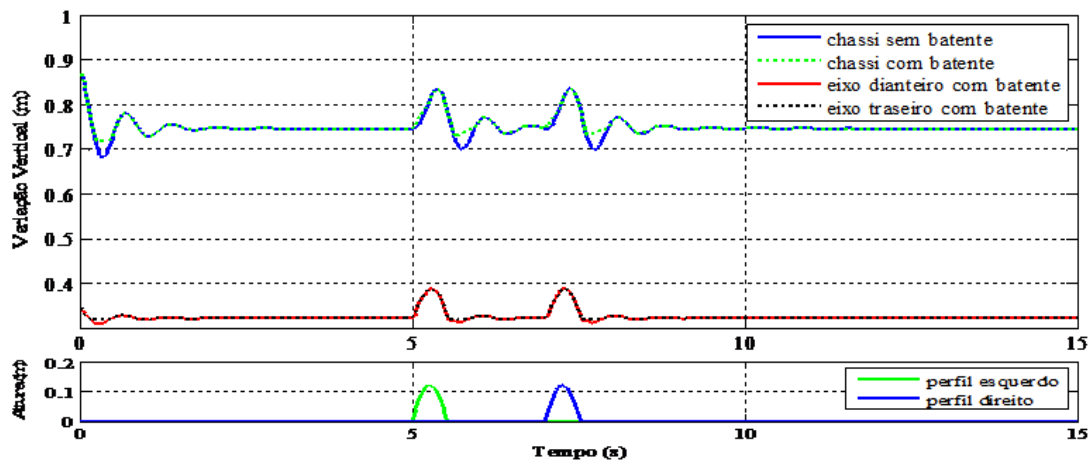


FIG. 7.22 - Variação no deslocamento vertical do chassi e do eixo com e sem batente para um perfil de pista com lombadas

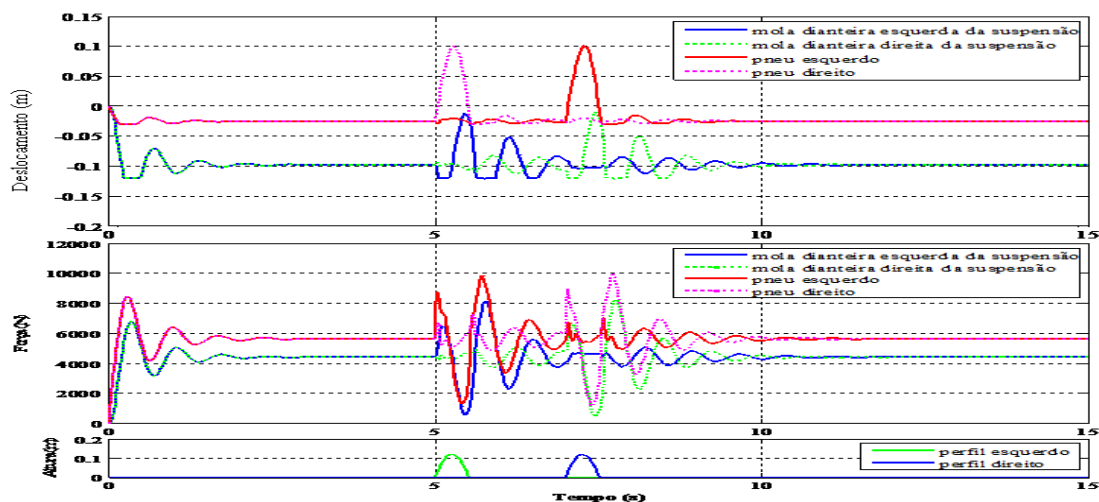


FIG. 7.23 - Variação no comprimento e força nas molas e pneus dianteiros para o modelo com batentes e perfil da pista com lombadas

O segundo batente é empregado quando os deslocamentos dos pneus ou da suspensão vão além do comprimento inicial das molas e amortecedores. Ao contrário do batente de compressão máxima, ao ser alcançado esse limitador, simula-se a perda de contato do veículo com o solo, de modo que o conjunto continuará se deslocando como um todo, contudo não há transferência de força entre os blocos do modelo. O deslocamento do chassi e dos eixos pode ser observado na FIG. 7.24 e o comportamento da força transmitida na FIG. 7.25.

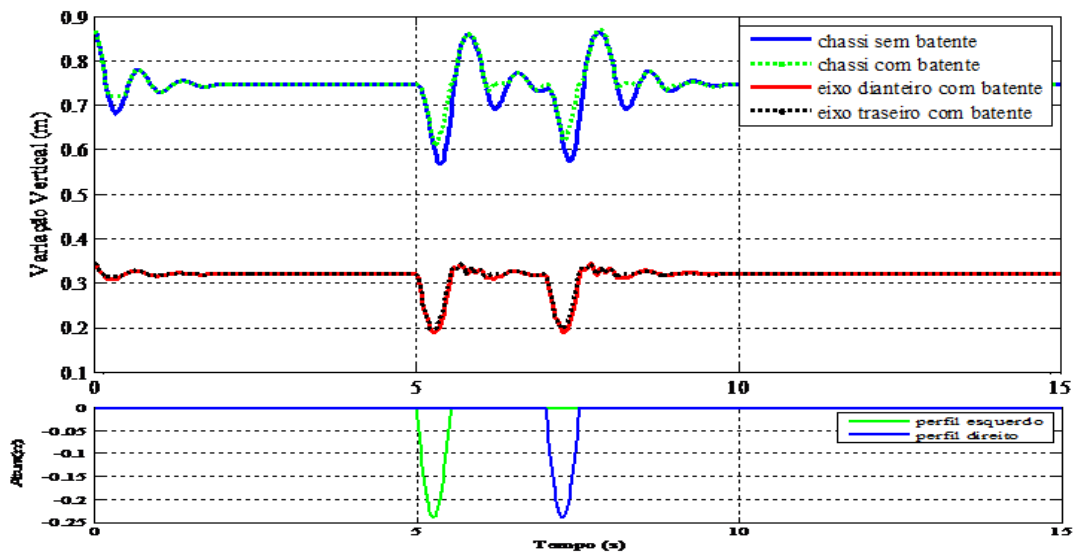


FIG. 7.24 - Variação no deslocamento vertical do chassi e do eixo com e sem batente para um perfil de pista com desnível

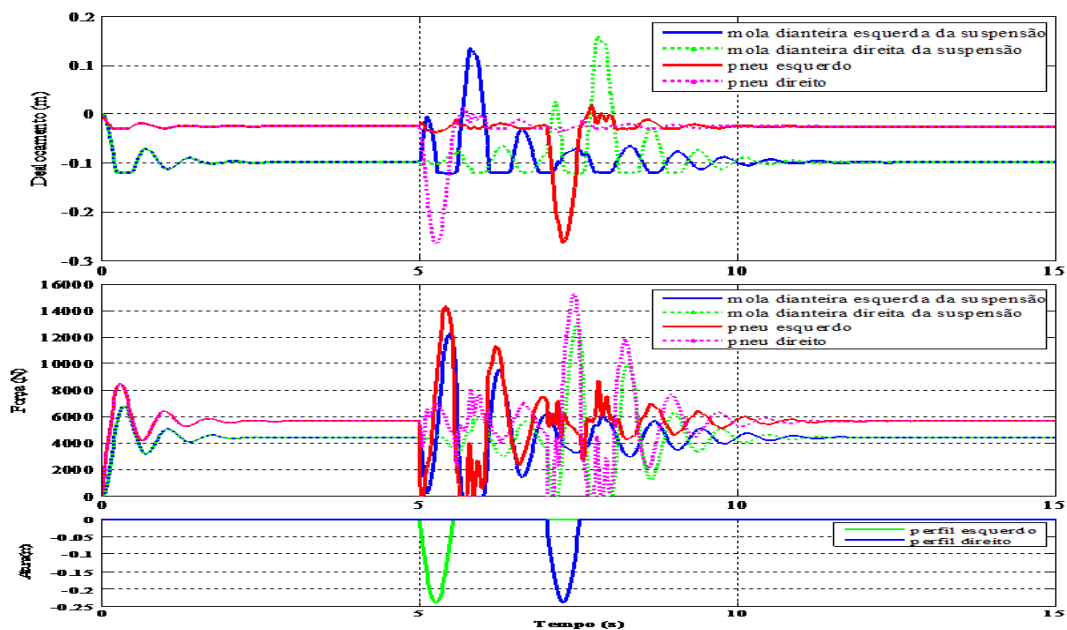


FIG. 7.25 - Variação no comprimento e força nas molas e pneus dianteiros para o modelo com batentes e perfil da pista com desnível

7.2.4 VEÍCULO UTILIZANDO PARÂMETROS DE SUSPENSÃO DE VIATURAS COMERCIAIS

TAB. 7.2 – Parâmetros adotados para os modelos do item 7.2.1

Distância entre eixos	2,3 m
Bitola dianteira	1,56 m
Bitola traseira	1,54 m
Peso do chassi	1.960 kg
Comprimento inicial do amortecedor dianteiro	0.58 m
Comprimento inicial do amortecedor traseiro	0,59 m
Comprimento inicial da mola dianteira	0,39 m
Comprimento inicial da mola traseira	0,38 m
Curso dos amortecedores	0,25 m
Raio da roda	0,22 m
Peso de cada eixo rígido e suas rodas	250 kg
Largura inicial do pneu	0.18 m
Constante de rigidez de cada pneu	220.000 N/m
Constante de amortecimento de cada pneu	180 Ns/m
Constante de rigidez de cada mola dianteira da suspensão	73.000 N/m
Constante de rigidez de cada mola traseira da suspensão	65.000 N/m
Constante de amortecimento de cada amortecedor da suspensão	2.500 Ns/m

Os ensaios realizados nesse item são ilustrativos de como o modelo computacional é compatível com parâmetros reais de um veículo ½ ton com suspensões por eixo rígido na dianteira e traseira com molas helicoidais perpendiculares aos eixos. Na FIG. 7.26 o veículo é liberado a partir do comprimento máximo dos amortecedores e molas e é demonstrado o deslocamento vertical do chassi e eixos rígidos. Na FIG 7.26 o veículo é liberado a partir do comprimento máximo dos amortecedores e molas e transpõe uma lombada com as 4 rodas em alternância, sendo apresentada as variações angulares φ e θ do chassi. Na FIG 7.28 é feita a comparação entre as forças dos pneus e eixos para as simulações das FIG 7.26 e 7.27. Em todas as três simulações podem ser verificadas a compatibilidade dos resultados obtidos com as simulações apresentadas respectivamente nas FIG. 7.1, 7.8 e 7.11.

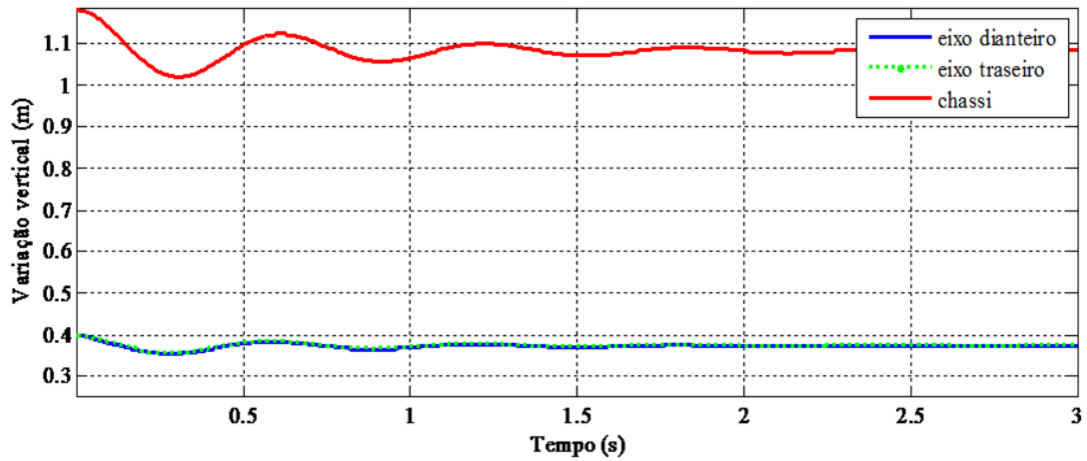


FIG. 7.26 – Variação vertical do chassi e dos eixos rígidos

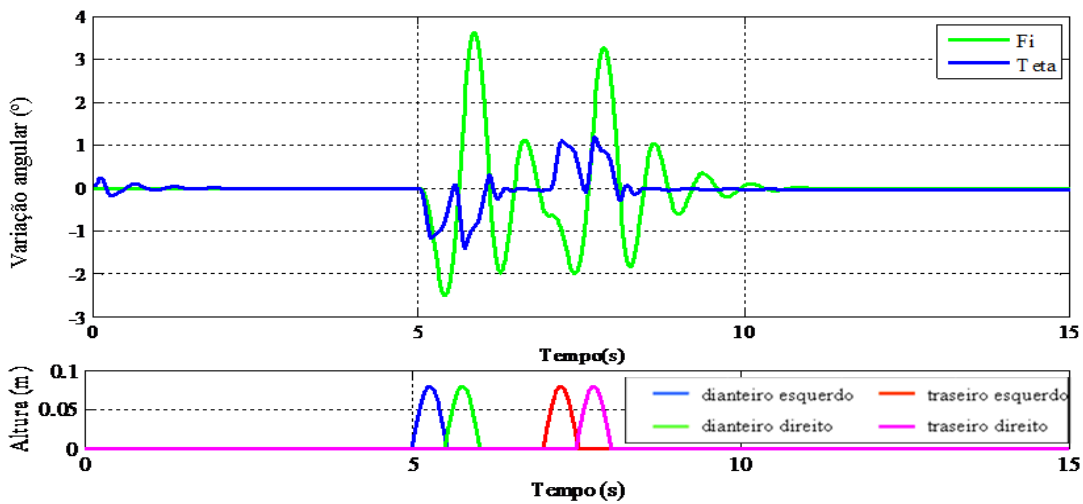


FIG. 7.27 – Variação angular ϕ e θ do chassi para perfil da pista diferente nas 4 rodas

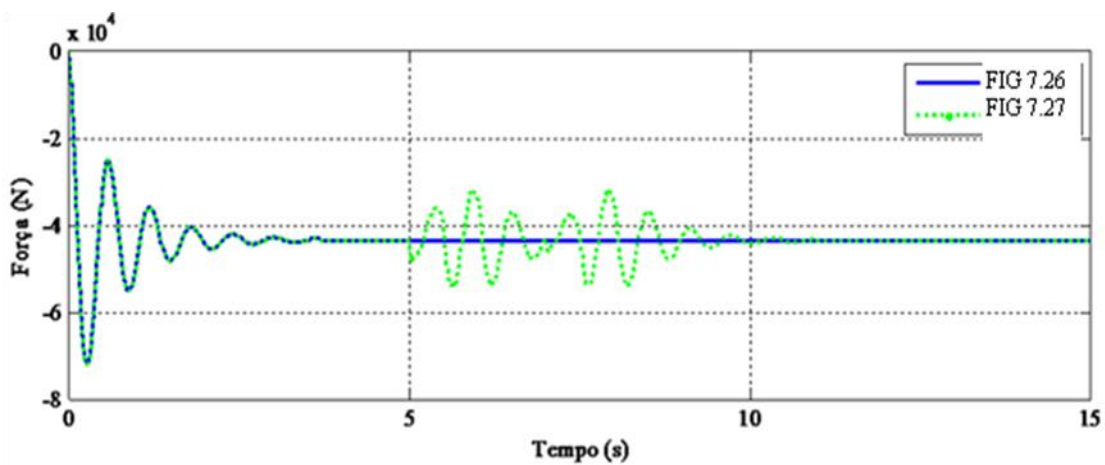


FIG. 7.28 – Diferença entre as forças dos pneus e eixos rígidos

8. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

O modelo final apresentado nesse trabalho foi obtido a partir de modelos com blocos simples, substituídos progressivamente por outros cada vez mais complexos, sem que esse processo ocasionasse o descarte do modelo anterior, e sim, apenas apresentasse alteração nos parâmetros que permitissem o correto acoplamento do novo bloco.

Os modelos iniciais construídos foram comparados com modelos existentes na bibliografia apresentando resultados coerentes. Conforme foram sendo desenvolvidos blocos mais complexos para o desenvolvimento do modelo, devido às características modulares da abordagem por fluxo de potência, foi possível testar esses blocos separadamente, analisando o comportamento estático e dinâmico de cada um de seus componentes, de forma a garantir o correto funcionamento do bloco antes de acoplá-lo ao sistema.

No emprego das matrizes Θ , é importante ressaltar a facilidade que esta apresenta para a elaboração de sistemas mais complexos, pois esta matriz facilita tanto o equacionamento do sistema quanto a análise de seu comportamento.

Além disso, acerca dos objetivos à serem alcançados nesse trabalho:

- A viabilidade da utilização da metodologia por fluxo de potência para um sistema multicorpos foi demonstrada ao longo desse trabalho, mais especificamente nos Capítulos 4 e 5;

- A intercambialidade de subsistemas por outros análogos pode ser observada ao longo do trabalho, onde o modelo final foi alcançado a partir da progressiva substituição de blocos mais simples por outros de maior complexidade, apenas sendo alterados nos blocos já existentes os parâmetros que permitam a acoplagem do novo bloco, tais como o aumento nos pontos de ancoragem ou novas saídas em velocidade ou força.

- O equacionamento de uma suspensão por eixo rígido bidimensional é encontrado no Capítulo 4, usando a metodologia apresentada no Capítulo 3.

- No Capítulo 5 onde é apresentado o modelo tridimensional completo, são apenas equacionados os blocos que apresentam diferenças para o modelo do Capítulo 4.

Para trabalhos futuros, o modelo pode ser desenvolvido de forma a ser possível simular o veículo fazendo curvas e analisar a aderência dos pneus ao solo e os pontos de derrapagem e capotagem. Pode ser feita ainda a análise de conforto, dispondo as estruturas internas e ocupantes no chassi. Alterando-se a suspensão por molas helicoidais por feixes de mola, pode-se simular também o comportamento dinâmico da maioria dos caminhões.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABREU, Y. F. M., **Análise Dinâmica de Estruturas de Veículos por Meio de Representação Modal em Grafos de Ligação**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2012.
- CARREIRÃO, C., **Estudo do Comportamento Dinâmico de Ônibus com Diferentes Arranjos de Eixos**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2003.
- CHAGAS, C. F. M., **Simulação da VTR Embarcada GE Aerotransportada**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2006.
- COSTA NETO, R. T., **Modelo de Veículo Tipo 4WS Utilizando Transformadores Cinemáticos**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2001.
- COSTA NETO, R. T., **Modelagem e Integração dos Mecanismos de Suspensão e Direção de Veículos Terrestres Através do Fluxo de Potência**, Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2008.
- CRONJÉ, P. H., ELS, P. S., **Improving off-road vehicle handling using an active anti-roll bar**, ScienceDirect outubro de 2009.
- FERREIRA, F. M., **Modelagem de Sistemas Mecânicos Utilizando Procedimentos Modulares**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2006.
- GARCIA VALLEJO, D., MAYO, J., ESCALONA, J. L., DOMINGUEZ, J., **Three-dimensional formulation of rigid-flexible multibody systems with flexible beam elements**, Multibody Systems Dynamics, março de 2008.
- GOIS, J. A. M., **Modelagem de Suspensão Ativa Utilizando Transformadores Cinemáticos**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2000.
- GUEDES D. G., **Modelagem e Simulação da Dinâmica do Sistema Viatura-Metralhadora Calibre .50**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2010.
- HANZAKI, A. R., SAHA, S. K., RAO, P. V. M., **An improved dynamic modeling of a multibody system with spherical joints**, Multibody Systems Dynamics, janeiro de 2009.

- HAUG, E. J., **Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems – Vol I Basic Methods**, 1ª ed., Allyn and Bacon, 1989.
- HILLER, M.; KECSKEMÉTHI, A.; WOERNLE, C., **A Loop-Based Kinematical Analysis of Complex Mechanisms**, ASME Transactions, New York, 1986.
- ILLA, D., SINATRA, R., **A novel formulation of the dynamic balancing of five-bar linkages with applications to link optimization**, Multibody Systems Dynamics, novembro de 2008.
- JAZAR, R. N., **Vehicle Dynamics – Theory and Application**, 1ª ed., Springer Science+Business Media, 2008.
- LEITE, I. C., **Análise Dinâmica de Veículos com Estrutura Flexível Através de Técnicas Modulares de Modelagem**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2007.
- NEVES, M. R. R., **Análise da Estabilidade Lateral de um Veículo Tridimensional**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2002.
- REIMPELL, J., STOLL, H., BETZLER, J. W., **The Automotive Chassis - Engineering Principles**, Reed Elsevier and Professional Publishing Ltd, 2001 (2ª edição)
- THORESSON, M. J., ULYS, P. E., ELS, P.S. SNYMAN, J. A., **Efficient optimization of a vehicle suspension system, using a gradient-based approximation method**, Elsevier junho de 2009.
- UHLMANN, C. E., **Análise da Influência da Barra Estabilizadora no Ângulo de Rolagem da Suspensão Dianteira de um Ônibus**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.
- VINHA, G. F., **Modelo de ½ Veículo Modular com Suspensão de Eixo Rígido Usando Fluxo de Potência**, Congresso Nacional de Engenharia Mecânica 2012
- VINHA, G. F., **Modelo Tridimensional de Veículo com Suspensões de Eixo Rígido Usando Fluxo de Potência**, Simpósio Internacional de Engenharia Automotiva 2012.

9.1 BIBLIOGRAFIA

- BEER, F. P, JOHNSTON JR; RUSSELL, E., **Mecânica Vetorial para Engenheiros – Cinemática e Dinâmica**, 5ª Edição, Editora Makron, 1991.
- RAO, S., **Vibrações Mecânicas**, 4ª ed., Pearson Prentice Hall, 2008.

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P., **Álgebra Linear**, 2ª Edição, Editora Makron, 1987.

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P., **Geometria Analítica**, 2ª Edição, Editora Makron, 1987.

10. APÊNDICES

10.1. APÊNDICE 1: PROCEDIMENTO PARA TESTE DAS MATRIZES TETA

Procedimento para teste das matrizes Teta:

Como exemplo do procedimento, é apresentada a matriz teta para a suspensão dianteira esquerda conforme a FIG. 10.1.

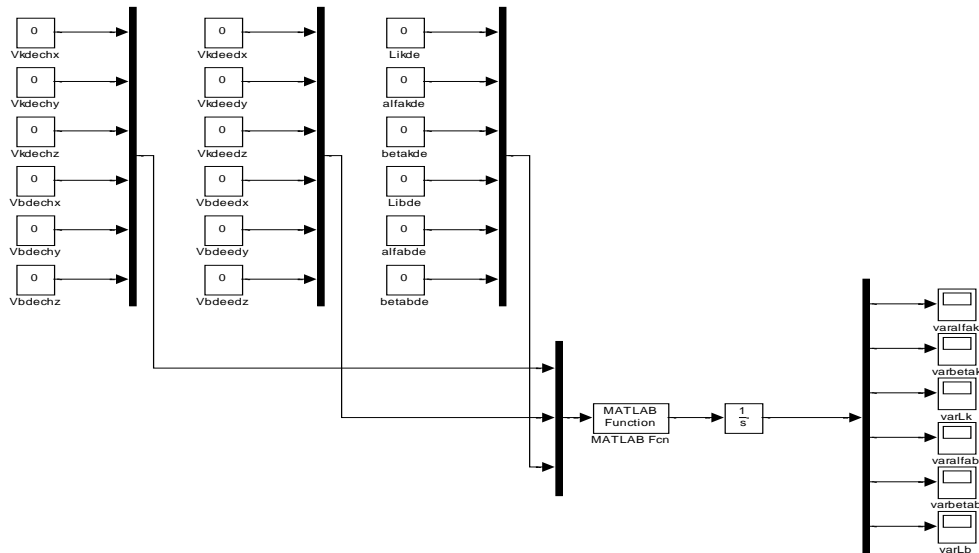


FIG. 10.1 – Modelo simulink para testes da matriz teta para a suspensão

As entradas são na seqüência as velocidades nos pontos de ancoragem do chassi para mola e amortecedor, velocidades nos pontos de ancoragem do eixo dianteiro para mola e amortecedor (todos no referencial fixo), comprimento inicial da mola, ângulo formado entre a mola e o plano ZX e o plano YZ (referencial fixo), comprimento inicial do amortecedor, ângulo formado entre o amortecedor e o plano ZX e o plano YZ (referencial fixo).

As saídas são as variações no comprimento da mola, variação angular entre a mola e os planos ZX e YZ, variações no comprimento do amortecedor, variação angular entre o amortecedor e os planos ZX e YZ.

Nesse procedimento a matriz não está vinculada a nenhum bloco do sistema, com isso, não é influenciada por nenhum fator externo exceto aos parâmetros de entrada. Ao ser inseridos valores diferentes de zero sucessivamente nesses parâmetros, é verificada a coerência do resultado obtido com o esperado. São apresentados abaixo dois testes como exemplo do procedimento, pois para ser possível garantir que a matriz está funcionando corretamente, devem ser realizados testes variando-se cada um dos parâmetros e analisando a coerência dos resultados obtidos.

1º Teste:

Como primeiro teste a ser feito, verifica-se a simetria, ou seja, com um comprimento inicial idêntico da mola e amortecedor, ambos perpendiculares ao chassi e eixo rígido, e velocidade vertical idêntica em todos os pontos de ancoragem da mola e amortecedor (negativa para os pontos de ancoragem no chassi e positiva para os pontos de ancoragem no eixo rígido). O resultado esperado para a simulação é o deslocamento idêntico para mola e amortecedor e as variações angulares nulas.

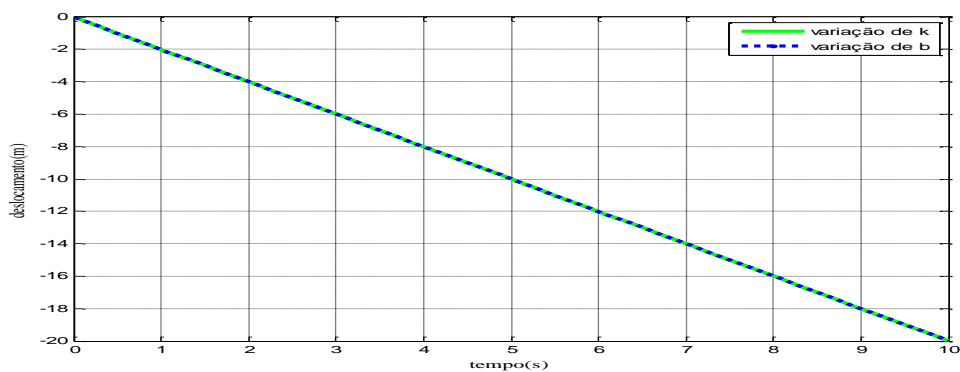


FIG. 10.2 – Variação no comprimento da mola e amortecedor da suspensão para o 1º teste

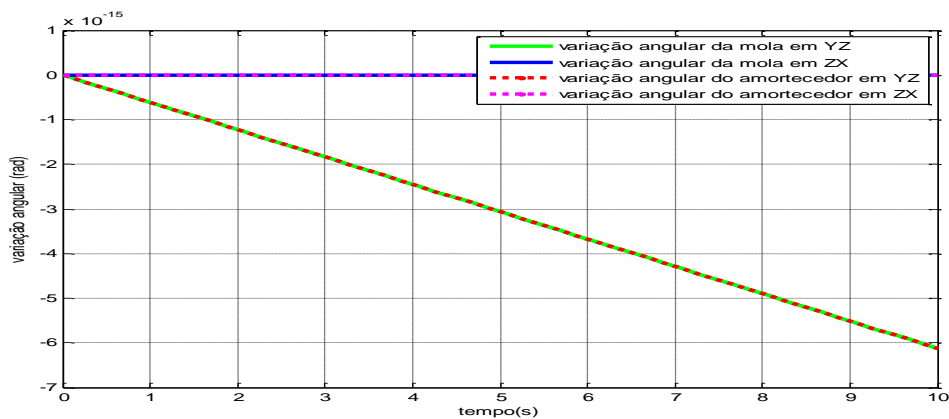


FIG. 10.3 – Variação angular para a mola e amortecedor da suspensão para o 1º teste

Na FIG. 10.2 pode ser verificado um comportamento linear na variação de comprimento da mola e amortecedor compatível com a diferença de velocidades verticais entre os pontos de ancoragem da mola e amortecedor respectivamente no chassi e eixo.

Na FIG. 10.3 pode ser verificado que tanto para a mola como o amortecedor a variação angular em relação ao plano ZX é nula enquanto a variação em relação ao plano YZ é muito

baixa. Embora em todos os casos o esperado devesse ser um resultado nulo, devido a precisão do programa adotado, o mesmo acumula um pequeno erro, que não influencia o resultado obtido por ser esse da ordem de 10^{-15} .

2º teste:

Como segundo teste verifica-se o comportamento angular em relação ao plano YZ, para isso, varia-se o ângulo entre o amortecedor e o plano YZ, mantendo os demais parâmetros idênticos ao 1º teste. Desse modo, haverá uma menor variação no deslocamento do amortecedor em relação a mola e o ângulo formado entre o amortecedor e o eixo rígido diminui. Conforme pode ser visto nas FIG. 10.4 e 10.5.

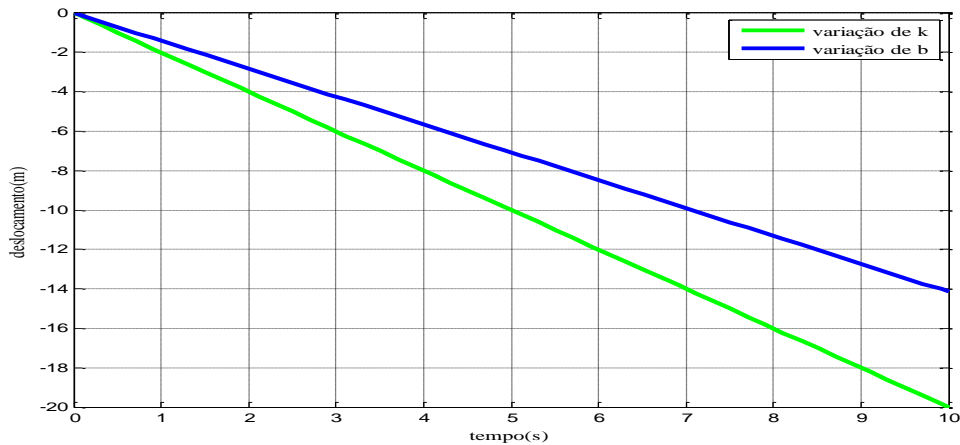


FIG. 10.4 – Variação no comprimento da mola e amortecedor da suspensão para o 2º teste

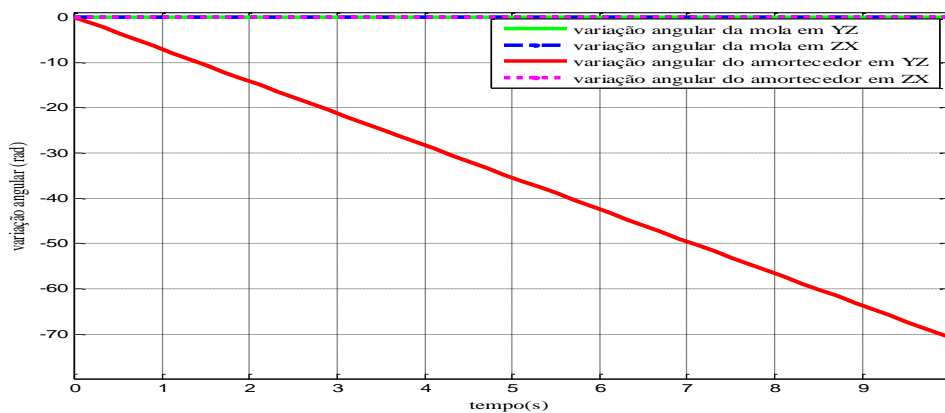


FIG. 10.5 – Variação angular para a mola e amortecedor da suspensão para o 2º teste

10.2 APÊNDICE 2: FUNÇÕES MATLAB PARA O MODELO TRIDIMENSIONAL COM SUSPENSÕES BIDIMENSIONAIS APRESENTADO NO ITEM 6.1

Devido a diversos blocos serem construtivamente idênticos, as funções apresentadas neste apêndice são de apenas de um dos blocos. Sendo os seguintes blocos de mesma natureza construtiva:

- suspensões dianteira e traseira;
- eixos dianteiros e traseiros;
- rodas dianteira esquerda e direita e rodas traseiras esquerda e direita; e
- pneus dianteiros esquerdo e direito e pneus traseiros esquerdo e direito.

10.2.1 Matriz Teta Chassi

```
function [MATRIZTETACHASSI2D]=matriztetachassi2d(u)

global kdech kddch bdech bddch
global ktech ktdch btech btdch
global cgch
global mch grav

% forças provenientes das suspensões

% suspensão dianteira esquerda
Fkdex=u(1);
Fkdey=u(2);
Fkdez=u(3);
Fbdex=u(4);
Fbdey=u(5);
Fbdez=u(6);

% suspensão dianteira direita
Fkddx=u(7);
Fkddy=u(8);
Fkddz=u(9);
Fbddx=u(10);
Fbddy=u(11);
Fbddz=u(12);

% suspensão traseira esquerda
Fktex=u(12);
Fktey=u(13);
Fktez=u(14);
Fbtex=u(15);
Fbtey=u(16);
Fbtez=u(17);

% suspensão traseira direita
Fktdx=u(18);
Fktdy=u(19);
Fktdz=u(20);
Fbtdx=u(21);
Fbtdy=u(22);
```

```

Fbtdz=u(23);

% velocidades do centro de massa do chassi
Vx=u(43);
Vy=u(44);
Vz=u(45);

% velocidades angulares do chassi no referencial do corpo
Wx=u(46);
Wy=u(47);
Wz=u(48);

% ângulos do chassi no referencial fixo
Fich=u(49);
Tetach=u(50);
Psich=u(51);

% peso do chassi
Pch=mch*grav;

% matriz transformação de coordenadas
T1=[ cos(Psich), -sin(Psich),      0;
      sin(Psich),  cos(Psich),      0;
           0,          0,          1];

T2=[ cos(Tetach),      0, sin(Tetach);
      0,          1,      0;
     -sin(Tetach),      0, cos(Tetach)];

T3=[ 1,      0,      0;
      0, cos(Fich), -sin(Fich);
      0, sin(Fich),  cos(Fich)];

T=T1*T2*T3;

% matriz teta
% suspensão dianteira
Til=kdech;
Rtilkde=[      0, -Til(3), Til(2);
           Til(3),      0, -Til(1);
          -Til(2), Til(1),      0];

Til=bdech;
Rtilbde=[      0, -Til(3), Til(2);
           Til(3),      0, -Til(1);
          -Til(2), Til(1),      0];

Til=kddch;
Rtilkdd=[      0, -Til(3), Til(2);
           Til(3),      0, -Til(1);
          -Til(2), Til(1),      0];

Til=bddch;
Rtilbdd=[      0, -Til(3), Til(2);
           Til(3),      0, -Til(1);
          -Til(2), Til(1),      0];

```

```

% suspensão traseira
Til=ktech;
Rtilkte=[      0,-Til(3), Til(2);
          Til(3),      0,-Til(1);
          -Til(2),Til(1),      0];

Til=btech;
Rtilbte=[      0,-Til(3), Til(2);
          Til(3),      0,-Til(1);
          -Til(2),Til(1),      0];

Til=ktcdh;
Rtilktd=[      0,-Til(3), Til(2);
          Til(3),      0,-Til(1);
          -Til(2),Til(1),      0];

Til=btdch;
Rtilbtd=[      0,-Til(3), Til(2);
          Til(3),      0,-Til(1);
          -Til(2),Til(1),      0];

% centro de massa
Til=cgch;
Rtilcmch=[      0,-Til(3), Til(2);
            Til(3),      0,-Til(1);
            -Til(2),Til(1),      0];

Prodkde=T*Rtilkde;
Prodbde=T*Rtilbde;
Prodkdd=T*Rtilkdd;
Prodbdd=T*Rtilbdd;

Prodkte=T*Rtilkte;
Prodbte=T*Rtilbte;
Prodktd=T*Rtilktd;
Prodbtd=T*Rtilbtd;

Prodcmh=T*Rtilcmch;

Teta=[eye(3,3),-Prodkde;
      eye(3,3),-Prodbde;
      eye(3,3),-Prodkdd;
      eye(3,3),-Prodbdd;
      eye(3,3),-Prodkte;
      eye(3,3),-Prodbte;
      eye(3,3),-Prodktd;
      eye(3,3),-Prodbtd;
      eye(3,3),-Prodcmh];

% velocidades nos pontos de ancoragem dos amortecedores, molas e barras no
referencial fixo
Vetor=[Vx;Vy;Vz;Wx;Wy;Wz];
sol=Teta*Vetor;

Vkdex=sol(1);
Vkdey=sol(2);
Vkdez=sol(3);
Vbdex=sol(4);

```

```

Vbdey=sol (5);
Vbdez=sol (6);

Vkddx=sol (7);
Vkddy=sol (8);
Vkddz=sol (9);
Vbddx=sol (10);
Vbddy=sol (11);
Vbddz=sol (12);

Vktex=sol (13);
Vktey=sol (14);
Vktez=sol (15);
Vbtex=sol (16);
Vbtey=sol (17);
Vbtez=sol (18);

Vktdx=sol (19);
Vktdy=sol (20);
Vktdz=sol (21);
Vbtdx=sol (22);
Vbtdy=sol (23);
Vbtdz=sol (24);

Vcgx=sol (25);
Vcgy=sol (26);
Vcgz=sol (27);

% cálculo das forças e momentos no centro de massa do chassi

TetaT=Teta.';

Vetor2=[
Fkdex;Fkdey;Fkdez;Fbdex;Fbdey;Fbdez;
Fkddx;Fkddy;Fkddz;Fbddx;Fbddy;Fbddz;
Fktex;Fktey;Fktez;Fbtex;Fbtey;Fbtez;
Fktdx;Fktdy;Fktdz;Fbtdx;Fbtdy;Fbtdz;
0;0;-Pch];

sol2=TetaT*Vetor2;

Fxch=sol2 (1);
Fych=sol2 (2);
Fzch=sol2 (3);
Mxch=sol2 (4);
Mych=sol2 (5);
Mzch=sol2 (6);

MATRIZTETACHASSI2D=[
Vkdex;Vkdey;Vkdez;Vbdex;Vbdey;Vbdez;
Vkddx;Vkddy;Vkddz;Vbddx;Vbddy;Vbddz;
Vktex;Vktey;Vktez;Vbtex;Vbtey;Vbtez;
Vktdx;Vktdy;Vktdz;Vbtdx;Vbtdy;Vbtdz;
Fxch;Fych;Fzch;
Mxch;Mych;Mzch];

```

10.2.2 Transformação das Forças e Momentos em Acelerações e Acelerações Angulares

```
function [TRANSFORMACAOCHASSI]=transformacaochassi(u)

global mch ach bch hch

Fx=u(1);
Fy=u(2);
Fz=u(3);
Mx=u(4);
My=u(5);
Mz=u(6);

M=[mch, 0, 0;
   0,mch, 0;
   0, 0,mch];

Ixx=(1/12)*1*mch*(bch^2+hch^2);
Iyy=(1/12)*1*mch*(ach^2+hch^2);
Izz=(1/12)*1*mch*(ach^2+bch^2);

J=[Ixx, 0, 0;
   0,Iyy, 0;
   0, 0,Izz];

IM=inv(M);
IJ=inv(J);
F=[Fx;Fy;Fz];
M=[Mx;My;Mz];

Acg=IM*F;
Ax=Acg(1);
Ay=Acg(2);
Az=Acg(3);

Wpcg=IJ*M;
Wpx=Wpcg(1);
Wpy=Wpcg(2);
Wpz=Wpcg(3);

TRANSFORMACAOCHASSI=[Ax;Ay;Az;Wpx;Wpy;Wpz];
```

10.2.3 Transformação de Coordenadas das Velocidades Angulares

```
function [GCHASSI]=gchassi(u)

Wx=u(1);
Wy=u(2);
Wz=u(3);

Fi=u(4);
Teta=u(5);
Psi=u(6);
```

```

M=[ cos(Psi)/cos(Teta), sin(Psi)/cos(Teta), 0;
    -sin(Psi),          cos(Psi), 0;
    cos(Psi)*tan(Teta), sin(Psi)*tan(Teta), 1];

Vetor=[Wx;Wy;Wz];
sol=M*Vetor;

Fip=sol(1);
Tetap=sol(2);
Psip=sol(3);

GCHASSI=[Fip;Tetap;Psip];

```

10.2.4 Matriz Teta Suspensão

```

function [TETASUSPDIAESQ2D]=tetasuspdiaesq2d(u)

global Likde
global betakde
global Libde
global betabde

global ksuspde
global bsuspde

% velocidades do chassi
Vkdechx=u(1);
Vkdechy=u(2);
Vkdechz=u(3);
Vbdechx=u(4);
Vbdechy=u(5);
Vbdechz=u(6);

% velocidades do eixo
Vkdeedx=u(7);
Vkdeedy=u(8);
Vkdeedz=u(9);
Vbdeedx=u(10);
Vbdeedy=u(11);
Vbdeedz=u(12);

%variação no comprimento da mola da suspensão
varLkde=u(13);

gamakde=betakde;
gamabde=betabde;

Matrizk=[
0,
cos(gamakde),
sin(gamakde),
0,
-cos(gamakde),
-sin(gamakde);

0,
-(sin(gamakde)/Likde),

```

```
(cos(gamakde)/Likde),
0,
(sin(gamakde)/Likde),
-(cos(gamakde)/Likde)];
```

```
Matrizb=[
0,
cos(gamabde),
sin(gamabde),
0,
-cos(gamabde),
-sin(gamabde);
```

```
0,
-(sin(gamabde)/Libde),
(cos(gamabde)/Libde),
0,
(sin(gamabde)/Libde),
-(cos(gamabde)/Libde)];
```

```
Matriz=[ Matrizk, zeros(2,6);
zeros(2,6), Matrizb];
```

```
vetor=[Vkdechx;Vkdechy;Vkdechz;
Vkdeedx;Vkdeedy;Vkdeedz;
Vbdechx;Vbdechy;Vbdechz;
Vbdeedx;Vbdeedy;Vbdeedz];
```

```
sol=Matriz*vetor;
```

```
varalfakp=sol(1);
varbetakp=sol(2);
varLkdep=sol(3);
varalfabp=sol(4);
varbetabp=sol(5);
varLbdep=sol(6);
```

```
% cálculo da força dos amortecedores e mola no referencial do corpo
```

```
Fk=varLkde*ksuspde;
Fb=varLbdep*bsuspde;
```

```
MatrizT=Matriz.';
```

```
vetor2=[0;0;Fk;0;0;Fb];
```

```
sol2=-MatrizT*vetor2;
```

```
Fkdechx=sol2(1);
Fkdechy=sol2(2);
Fkdechz=sol2(3);
Fkdeedx=sol2(4);
Fkdeedy=sol2(5);
Fkdeedz=sol2(6);
```

```
Fbdechx=sol2(7);
```

```

Fbdechy=sol2(8);
Fbdechz=sol2(9);
Fbdeedx=sol2(10);
Fbdeedy=sol2(11);
Fbdeedz=sol2(12);

TETASUSPDIAESQ2D=[Fkdechx;Fkdechy;Fkdechz;
                   Fbdechx;Fbdechy;Fbdechz;
                   Fkdeedx;Fkdeedy;Fkdeedz;
                   Fbdeedx;Fbdeedy;Fbdeedz;
                   varLkdep];

```

10.2.5 Matriz Teta Eixo

```

function [MATRIZTETAEDIA2D]=matriztetaedia2d(u)

global keed kded beed bded
global rdeed rdded
global cged
global med grav

% forças provenientes das suspensões

    %suspensão esquerda
    Fkex=u(1);
    Fkey=u(2);
    Fkez=u(3);
    Fbex=u(4);
    Fbey=u(5);
    Fbez=u(6);

    %suspensão direita
    Fkdx=u(7);
    Fkdy=u(8);
    Fkdz=u(9);
    Fbdx=u(10);
    Fbdy=u(11);
    Fbdz=u(12);

    %roda esquerda
    Frex=u(13);
    Frey=u(14);
    Frez=u(15);

    %roda direita
    Frdx=u(16);
    Frdy=u(17);
    Frdz=u(18);

% velocidades do centro de massa do eixo

Vx=u(19);
Vy=u(20);
Vz=u(21);

% velocidades angulares do eixo no referencial do corpo

```



```

Wx=u(22);
Wy=u(23);
Wz=u(24);

%ângulos do eixo no referencial fixo
Fi=u(25);
Teta=u(26);
Psi=u(27);

% peso do eixo
Ped=med*grav;

% matriz transformação de coordenadas
T1=[ cos(Psi), -sin(Psi),      0;
      sin(Psi),  cos(Psi),      0;
           0,         0,         1];

T2=[ cos(Teta),      0, sin(Teta);
      0,             1,  0;
     -sin(Teta),      0, cos(Teta)];

T3=[ 1,  0,  0;
      0, cos(Fi), -sin(Fi);
      0, sin(Fi),  cos(Fi)];

T=T1*T2*T3;

% matriz teta
% suspensão esquerda
Til=keed;
Rtilke=[      0, -Til(3), Til(2);
          Til(3),      0, -Til(1);
          -Til(2), Til(1),      0];

Til=beed;
Rtilbe=[      0, -Til(3), Til(2);
          Til(3),      0, -Til(1);
          -Til(2), Til(1),      0];

% suspensão direita
Til=kded;
Rtilkd=[      0, -Til(3), Til(2);
          Til(3),      0, -Til(1);
          -Til(2), Til(1),      0];

Til=bded;
Rtilbd=[      0, -Til(3), Til(2);
          Til(3),      0, -Til(1);
          -Til(2), Til(1),      0];

% rodas
Til=rdeed;
Rtilre=[      0, -Til(3), Til(2);
          Til(3),      0, -Til(1);
          -Til(2), Til(1),      0];

```

```

Til=rdded;
Rtilrd=[      0,-Til(3), Til(2);
        Til(3),      0,-Til(1);
        -Til(2),Til(1),      0];

% centro de massa
Til=cged;
Rtilcg=[      0,-Til(3), Til(2);
        Til(3),      0,-Til(1);
        -Til(2),Til(1),      0];

Prodke=T*Rtilke;
Prodbe=T*Rtilbe;
Prodkd=T*Rtilkd;
Prodbd=T*Rtilbd;

Prodre=T*Rtilre;
Prodrd=T*Rtilrd;

Prodcg=T*Rtilcg;

Teta=[eye(3,3),-Prodke;
      eye(3,3),-Prodbe;
      eye(3,3),-Prokd;
      eye(3,3),-Prodbd;
      eye(3,3),-Prodre;
      eye(3,3),-Prodrd;
      eye(3,3),-Prodcg];

% velocidades nos pontos de ancoragem dos amortecedores, molas e barras no
referencial fixo
Vetor=[Vx;Vy;Vz;Wx;Wy;Wz];
sol=Teta*Vetor;

Vkex=sol(1);
Vkey=sol(2);
Vkez=sol(3);
Vbex=sol(4);
Vbey=sol(5);
Vbez=sol(6);

Vkdx=sol(7);
Vkdy=sol(8);
Vkdz=sol(9);
Vbdx=sol(10);
Vbdy=sol(11);
Vbdz=sol(12);

Vrex=sol(13);
Vrey=sol(14);
Vrez=sol(15);
Vrdx=sol(16);
Vrdy=sol(17);
Vrdz=sol(18);

Vcgx=sol(19);
Vcgy=sol(20);

```

```

Vcgz=sol(21);

% cálculo das forças e momentos no centro de massa do chassi

TetaT=Teta.';

Vetor2=[Fkex;Fkey;Fkez;Fbex;Fbey;Fbez;
        Fkdx;Fkdy;Fkdz;Fbdx;Fbdy;Fbdz;
        Frex;Frey;Frez;
        Frdx;Frdy;Frdz;
        0;0;-Ped];

sol2=TetaT*Vetor2;

Fx=sol2(1);
Fy=sol2(2);
Fz=sol2(3);
Mx=sol2(4);
My=sol2(5);
Mz=sol2(6);

MATRIZTETAEDIA2D=[Vkex;Vkey;Vkez;Vbex;Vbey;Vbez;
                  Vkdx;Vkdy;Vkdz;Vbdx;Vbdy;Vbdz;
                  Vrex;Vrey;Vrez;
                  Vrdx;Vrdy;Vrdz;
                  Fx;Fy;Fz;
                  Mx;My;Mz];

```

10.2.6 Transformação das Forças e Momentos em Velocidades e Velocidades Angulares

```

function [TRANSFORMACAOEDIA]=transformacaoedia(u)

global med aed bed hed

Fx=u(1);
Fy=u(2);
Fz=u(3);
Mx=u(4);
My=u(5);
Mz=u(6);

M=[med, 0, 0;
   0, med, 0;
   0, 0, med];

Ixx=(1/12)*1*med*(bed^2+hed^2);
Iyy=(1/12)*1*med*(aed^2+hed^2);
Izz=(1/12)*1*med*(aed^2+bed^2);

J=[Ixx, 0, 0;
   0, Iyy, 0;
   0, 0, Izz];

IM=inv(M);
IJ=inv(J);

```

```

F=[Fx;Fy;Fz];
M=[Mx;My;Mz];

Acg=IM*F;
Ax=Acg(1);
Ay=Acg(2);
Az=Acg(3);

Wpcg=IJ*M;
Wpx=Wpcg(1);
Wpy=Wpcg(2);
Wpz=Wpcg(3);

TRANSFORMACAOEDIA=[Ax;Ay;Az;Wpx;Wpy;Wpz];

```

10.2.7 Transformação das Coordenadas das Velocidades Angulares

```

function [GEDIA]=gedia(u)

Wx=u(1);
Wy=u(2);
Wz=u(3);

Fi=u(4);
Teta=u(5);
Psi=u(6);

M=[ cos(Psi)/cos(Teta), sin(Psi)/cos(Teta), 0;
    -sin(Psi),          cos(Psi), 0;
    cos(Psi)*tan(Teta), sin(Psi)*tan(Teta), 1];

Vetor=[Wx;Wy;Wz];
sol=M*Vetor;

Fip=sol(1);
Tetap=sol(2);
Psip=sol(3);

GEDIA=[Fip;Tetap;Psip];

```

10.2.8 Matriz Teta Pneu

```

function [TETAPNEUDIAESQ]=tetapneudiaesq(u)

global kpde bpde

% velocidades da excitação de base
v0x=u(1);
v0y=u(2);
v0z=u(3);

% velocidades das rodas
vrx=u(4);
vry=u(5);
vrz=u(6);

```

```

% ângulos das rodas
fiedia=u(7);
tetaedia=u(8);
psiedia=u(9);

% variação de deslocamento do pneu no referencial do corpo
xc=u(10);
yc=u(11);
zc=u(12);

T1=[ cos(psiedia),-sin(psiedia),      0;
      sin(psiedia), cos(psiedia),      0;
      0,          0,          1];

T2=[ 1,      0,      0;
      0, cos(fiedia),-sin(fiedia);
      0, sin(fiedia), cos(fiedia)];

T=T1*T2;

Ttrans=T.';

Tetapneu=Ttrans*[eye(3,3),-eye(3,3)];

Vet=[v0x;v0y;v0z;vrx;vry;vrz];

Vc=Tetapneu*Vet;

Vcx=Vc(1);
Vcy=Vc(2);
Vcz=Vc(3);

V=[Vcx;
   Vcy;
   Vcz];

D=[xc;
   yc;
   zc];

Fc=D*kpde+V*bpde;

TetapneuT=Tetapneu.';

F=-TetapneuT*Fc;

F0x=F(1);
F0y=F(2);
F0z=F(3);
FrxF(4);
Fry=F(5);
Frz=F(6);

TETAPNEUDIAESQ=[F0x;F0y;F0z;FrxFry;Frz;Vcx;Vcy;Vcz];

```

10.2.9. Perfil da Pista

```
function [PERFILDAPISTA]=perfildapista(u)

global Tempo1 Tempo2 Tempo3 Tempo4

t=u(1);

F0=0.08;
W=1/0.17;

x0de=0;
y0de=0;
x0dd=0;
y0dd=0;
x0te=0;
y0te=0;
x0td=0;
y0td=0;

if t>=Tempo1 && t<=(Tempo1+(pi/W))
    t0=(t-Tempo1);
    z1=F0*sin(W*t0);
else
    z1=0;
end

if t>=Tempo2 && t<=(Tempo2+(pi/W))
    t0=(t-Tempo2);
    z2=F0*sin(W*t0);
else
    z2=0;
end

if t>=Tempo3 && t<=(Tempo3+(pi/W))
    t0=(t-Tempo3);
    z3=F0*sin(W*t0);
else
    z3=0;
end

if t>=Tempo4 && t<=(Tempo4+(pi/W))
    t0=(t-Tempo4);
    z4=F0*sin(W*t0);
else
    z4=0;
end

z0de=z1;
z0dd=z2;
z0te=z3;
z0td=z4;

PERFILDAPISTA=[x0de;y0de;z0de;x0dd;y0dd;z0dd;x0te;y0te;z0te;x0td;y0td;z0td]
;
```

10.3 APÊNDICE 3: FUNÇÕES MATLAB PARA O MODELO TRIDIMENSIONAL COM SUSPENSÕES TRIDIMENSIONAIS APRESENTADO NO ITEM 6.2

Da mesma forma que no apêndice 2, para o modelo tridimensional completo há blocos com mesma natureza construtiva, e portanto é apresentado nesse apêndice apenas as funções que compõem um dos blocos, sendo os blocos de mesma natureza construtiva:

- suspensões dianteira esquerda e direita e traseira esquerda e direita;
- eixos dianteiros e traseiros; e
- pneus dianteiros esquerdo e direito e pneus traseiros esquerdo e direito.

As funções comuns aos modelos com suspensão bi e tri dimensionais, podem ser encontradas essas funções no apêndice 2. São elas:

- Transformação das Forças e Momentos em Acelerações e Acelerações Angulares (chassi);
- Transformação de Coordenadas das Velocidades Angulares (chassi);
- Matriz Teta Pneu; e
- Excitação de Base.

10.3.1 Matriz Teta Chassi

```
function [MATRIZTETACHASSI3D]=matriztetachassi3d(u)

global kdech kddch bdech bddch
global bldech btrdch blddch
global ktech ktdch btech btdch
global bltech btrtch bltdch
global cgch
global mch grav

% forças provenientes das suspensões

% suspensão dianteira esquerda
Fkdex=u(1);
Fkdey=u(2);
Fkdez=u(3);
Fbdex=u(4);
Fbdey=u(5);
Fbdez=u(6);

% suspensão dianteira direita
Fkddx=u(7);
Fkddy=u(8);
Fkddz=u(9);
Fbddx=u(10);
Fbddy=u(11);
Fbddz=u(12);

% suspensão traseira esquerda
```

```

Fktex=u(12);
Fktey=u(13);
Fktez=u(14);
Fbtex=u(15);
Fbtey=u(16);
Fbtez=u(17);

% suspensão traseira direita
Fktdx=u(18);
Fktdy=u(19);
Fktdz=u(20);
Fbtdx=u(21);
Fbtdy=u(22);
Fbtdz=u(23);

%barras dianteiras
Fbldex=u(24);
Fbldey=u(25);
Fbldez=u(26);
Fbtrdx=u(27);
Fbtrdy=u(28);
Fbtrdz=u(29);
Fblddx=u(30);
Fblddy=u(31);
Fblddz=u(32);

%barras traseiras
Fbltex=u(34);
Fbltey=u(35);
Fbltez=u(36);
Fbtrtx=u(37);
Fbtrty=u(38);
Fbtrtz=u(39);
Fbltdx=u(40);
Fbltdy=u(41);
Fbltdz=u(42);

% velocidades do centro de massa do chassi

Vx=u(43);
Vy=u(44);
Vz=u(45);

% velocidades angulares do chassi no referencial do corpo
Wx=u(46);
Wy=u(47);
Wz=u(48);

%ângulos do chassi no referencial fixo
Fich=u(49);
Tetach=u(50);
Psich=u(51);

% peso do chassi
Pch=mch*grav;

% matriz transformação de coordenadas
T1=[ cos(Psich), -sin(Psich),          0;

```



```

        sin(Psich), cos(Psich),      0;
            0,          0,          1];

T2=[ cos(Tetach),      0,sin(Tetach);
      0,          1,          0;
     -sin(Tetach),      0,cos(Tetach)];

T3=[ 1,          0,          0;
      0,cos(Fich),-sin(Fich);
      0,sin(Fich), cos(Fich)];

T=T1*T2*T3;

% matriz teta
% suspensão dianteira
Til=kdech;
Rtilkde=[      0,-Til(3), Til(2);
          Til(3),      0,-Til(1);
          -Til(2),Til(1),      0];

Til=bdech;
Rtilbde=[      0,-Til(3), Til(2);
          Til(3),      0,-Til(1);
          -Til(2),Til(1),      0];

Til=kddch;
Rtilkdd=[      0,-Til(3), Til(2);
          Til(3),      0,-Til(1);
          -Til(2),Til(1),      0];

Til=bddch;
Rtilbdd=[      0,-Til(3), Til(2);
          Til(3),      0,-Til(1);
          -Til(2),Til(1),      0];

% suspensão traseira
Til=ktech;
Rtilkte=[      0,-Til(3), Til(2);
          Til(3),      0,-Til(1);
          -Til(2),Til(1),      0];

Til=btech;
Rtilbte=[      0,-Til(3), Til(2);
          Til(3),      0,-Til(1);
          -Til(2),Til(1),      0];

Til=ktch;
Rtilktd=[      0,-Til(3), Til(2);
          Til(3),      0,-Til(1);
          -Til(2),Til(1),      0];

Til=btdch;
Rtilbtd=[      0,-Til(3), Til(2);
          Til(3),      0,-Til(1);
          -Til(2),Til(1),      0];

% barras dianteiras
Til=bldech;

```

```

Rtilblde=[      0,-Til(3), Til(2);
            Til(3),      0,-Til(1);
            -Til(2),Til(1),      0];

Til=btrdch;
Rtilbtrd=[      0,-Til(3), Til(2);
            Til(3),      0,-Til(1);
            -Til(2),Til(1),      0];

Til=blddch;
Rtilbldd=[      0,-Til(3), Til(2);
            Til(3),      0,-Til(1);
            -Til(2),Til(1),      0];

% barras traseiras
Til=bltech;
Rtilblte=[      0,-Til(3), Til(2);
            Til(3),      0,-Til(1);
            -Til(2),Til(1),      0];

Til=btrtch;
Rtilbtrt=[      0,-Til(3), Til(2);
            Til(3),      0,-Til(1);
            -Til(2),Til(1),      0];

Til=bltdch;
Rtilbltd=[      0,-Til(3), Til(2);
            Til(3),      0,-Til(1);
            -Til(2),Til(1),      0];

% centro de massa
Til=cgch;
Rtilcmch=[      0,-Til(3), Til(2);
            Til(3),      0,-Til(1);
            -Til(2),Til(1),      0];

Prodkde=T*Rtilkde;
Prodbde=T*Rtilbde;
Prodkdd=T*Rtilkdd;
Prodbdd=T*Rtilbdd;

Prodkte=T*Rtilkte;
Prodbte=T*Rtilbte;
Prodktd=T*Rtilktd;
Prodbtd=T*Rtilbtd;

Prodblde=T*Rtilblde;
Prodbtrd=T*Rtilbtrd;
Prodbldd=T*Rtilbldd;

Prodblte=T*Rtilblte;
Prodbtrt=T*Rtilbtrt;
Prodbltd=T*Rtilbltd;

Prodcmmch=T*Rtilcmch;

Teta=[eye(3,3),-Prodkde;
      eye(3,3),-Prodbde;

```

```

eye(3,3),-Prodkdd;
eye(3,3),-Prodbdd;
eye(3,3),-Prodkte;
eye(3,3),-Prodbte;
eye(3,3),-Prodktd;
eye(3,3),-Prodbtd;
eye(3,3),-Prodblde;
eye(3,3),-Prodbtrd;
eye(3,3),-Prodbldd;
eye(3,3),-Prodblte;
eye(3,3),-Prodbtrt;
eye(3,3),-Prodbltd;
eye(3,3),-Prodcmh];

% velocidades nos pontos de ancoragem dos amortecedores, molas e barras no
referencial fixo
Vetor=[Vx;Vy;Vz;Wx;Wy;Wz];
sol=Teta*Vetor;

Vkdex=sol(1);
Vkdey=sol(2);
Vkdez=sol(3);
Vbdex=sol(4);
Vbdey=sol(5);
Vbdez=sol(6);

Vkddx=sol(7);
Vkddy=sol(8);
Vkddz=sol(9);
Vbddx=sol(10);
Vbddy=sol(11);
Vbddz=sol(12);

Vktex=sol(13);
Vktey=sol(14);
Vktez=sol(15);
Vbtex=sol(16);
Vbtety=sol(17);
Vbtez=sol(18);

Vktdx=sol(19);
Vktdy=sol(20);
Vktdz=sol(21);
Vbtdx=sol(22);
Vbtdy=sol(23);
Vbtdz=sol(24);

Vbldex=sol(25);
Vbldey=sol(26);
Vbldez=sol(27);
Vbtrdx=sol(28);
Vbtrdy=sol(29);
Vbtrdz=sol(30);
Vblddx=sol(31);
Vblddy=sol(32);
Vblddz=sol(33);

Vbltex=sol(34);
Vbltey=sol(35);

```

```

Vbltez=sol(36);
Vbtrtx=sol(37);
Vbtrty=sol(38);
Vbtrtz=sol(39);
Vbltdx=sol(40);
Vbltdy=sol(41);
Vbltdz=sol(42);

Vcgx=sol(43);
Vcgy=sol(44);
Vcgz=sol(45);

% cálculo das forças e momentos no centro de massa do chassi

TetaT=Teta.';

Vetor2=[
Fkdex;Fkdey;Fkdez;Fbdex;Fbdey;Fbdez;
Fkddx;Fkddy;Fkddz;Fbddx;Fbddy;Fbddz;
Fktex;Fktey;Fktez;Fbtex;Fbtey;Fbtez;
Fktdx;Fktdy;Fktdz;Fbtdx;Fbtdy;Fbtdz;
Fbldex;Fbldey;Fbldez;Fbtrdx;Fbtrdy;Fbtrdz;Fblddx;Fblddy;Fblddz;
Fbltex;Fbltey;Fbltez;Fbtrtx;Fbtrty;Fbtrtz;Fbltdx;Fbltdy;Fbltdz;
0;0;-Pch];

sol2=TetaT*Vetor2;

Fxch=sol2(1);
Fych=sol2(2);
Fzch=sol2(3);
Mxch=sol2(4);
Mych=sol2(5);
Mzch=sol2(6);

MATRIZTETACHASSI3D=[
Vkdex;Vkdey;Vkdez;Vbdex;Vbdey;Vbdez;
Vkddx;Vkddy;Vkddz;Vbddx;Vbddy;Vbddz;
Vktex;Vktey;Vktez;Vbtex;Vbtey;Vbtez;
Vktdx;Vktdy;Vktdz;Vbtdx;Vbtdy;Vbtdz;
Vbldex;Vbldey;Vbldez;Vbtrdx;Vbtrdy;Vbtrdz;Vblddx;Vblddy;Vblddz;
Vbltex;Vbltey;Vbltez;Vbtrtx;Vbtrty;Vbtrtz;Vbltdx;Vbltdy;Vbltdz;
Fxch;Fych;Fzch;
Mxch;Mych;Mzch];

```

10.3.2 Matriz Teta Suspensão

```

function [TETASUSPDIAESQ3D]=tetasuspdiaesq3d(u)

global Likde
global beta1kde beta2kde
global Libde
global beta1bde beta2bde

global ksuspde
global bsuspde

```

```

% velocidades do chassi
Vkdechx=u(1);
Vkdechy=u(2);
Vkdechz=u(3);
Vbdechx=u(4);
Vbdechy=u(5);
Vbdechz=u(6);

% velocidades do eixo
Vkdeedx=u(7);
Vkdeedy=u(8);
Vkdeedz=u(9);
Vbdeedx=u(10);
Vbdeedy=u(11);
Vbdeedz=u(12);

%variação no comprimento da mola da suspensão
varLkde=u(13);

Matrizk=[
(1/Likde)*cos(beta1kde)*sin(beta2kde),
-(1/Likde)*sin(beta1kde),
(1/Likde)*cos(beta1kde)*cos(beta2kde),
-(1/Likde)*cos(beta1kde)*sin(beta2kde),
(1/Likde)*sin(beta1kde),
-(1/Likde)*cos(beta1kde)*cos(beta2kde);

(1/Likde)*(cos(beta2kde)/sin(beta1kde)),
0,
-(1/Likde)*(sin(beta2kde)/sin(beta1kde)),
-(1/Likde)*(cos(beta2kde)/sin(beta1kde)),
0,
(1/Likde)*(sin(beta2kde)/sin(beta1kde));

sin(beta1kde)*sin(beta2kde),
cos(beta1kde),
sin(beta1kde)*cos(beta2kde),
-sin(beta1kde)*sin(beta2kde),
-cos(beta1kde),
-sin(beta1kde)*cos(beta2kde)];

Matrizb=[
(1/Libde)*cos(beta1bde)*sin(beta2bde),
-(1/Libde)*sin(beta1bde),
(1/Libde)*cos(beta1bde)*cos(beta2bde),
-(1/Libde)*cos(beta1bde)*sin(beta2bde),
(1/Libde)*sin(beta1bde),
-(1/Libde)*cos(beta1bde)*cos(beta2bde);

(1/Libde)*(cos(beta2bde)/sin(beta1bde)),
0,
-(1/Libde)*(sin(beta2bde)/sin(beta1bde)),
-(1/Libde)*(cos(beta2bde)/sin(beta1bde)),
0,
(1/Libde)*(sin(beta2bde)/sin(beta1bde));

sin(beta1bde)*sin(beta2bde),

```

```

cos(beta1bde),
sin(beta1bde)*cos(beta2bde),
-sin(beta1bde)*sin(beta2bde),
-cos(beta1bde),
-sin(beta1bde)*cos(beta2bde)];

Matriz=[ Matrizk, zeros(3,6);
         zeros(3,6), Matrizb];

vetor=[Vkdechx;Vkdechy;Vkdechz;
       Vkdeedx;Vkdeedy;Vkdeedz;
       Vbdechx;Vbdechy;Vbdechz;
       Vbdeedx;Vbdeedy;Vbdeedz];
sol=Matriz*vetor;

varalfakp=sol(1);
varbetakp=sol(2);
varLkdep=sol(3);

varalfabp=sol(4);
varbetabp=sol(5);
varLbdep=sol(6);

% cálculo da força dos amortecedores e mola no referencial do corpo

Fk=varLkde*ksuspde;
Fb=varLbdep*bsuspde;

MatrizT=Matriz.';

vetor2=[0;0;Fk;0;0;Fb];

sol2=-MatrizT*vetor2;

Fkdechx=sol2(1);
Fkdechy=sol2(2);
Fkdechz=sol2(3);
Fkdeedx=sol2(4);
Fkdeedy=sol2(5);
Fkdeedz=sol2(6);

Fbdechx=sol2(7);
Fbdechy=sol2(8);
Fbdechz=sol2(9);
Fbdeedx=sol2(10);
Fbdeedy=sol2(11);
Fbdeedz=sol2(12);

TETASUSPDIAESQ3D=[Fkdechx;Fkdechy;Fkdechz;
                  Fbdechx;Fbdechy;Fbdechz;
                  Fkdeedx;Fkdeedy;Fkdeedz;
                  Fbdeedx;Fbdeedy;Fbdeedz;
                  varLkdep];

```

10.3.3 Força da Suspensão e Rodas para o Centro de Massa da Barra

```
function [TRANSFCGEDIA3D]=transfcgedia3d(u)

global keed beed
global kded bded
global rdeed rdded
global cged
global med grav

% forças da suspensão esquerda
Fkex=u(1);
Fkey=u(2);
Fkez=u(3);
Fbex=u(4);
Fbey=u(5);
Fbez=u(6);

% forças da suspensão direita
Fkdx=u(7);
Fkdy=u(8);
Fkdz=u(9);
Fbdx=u(10);
Fbdy=u(11);
Fbdz=u(12);

% forças da roda esquerda
Frex=u(13);
Frey=u(14);
Frez=u(15);

% forças da roda direita
Frdx=u(16);
Frdy=u(17);
Frdz=u(18);

% deslocamentos angulares do eixo
fi=u(19);
teta=u(20);
psi=u(21);

Ped=med*grav;

% matriz transformação de coordenadas
T1=[ cos(psi), -sin(psi), 0;
     sin(psi),  cos(psi), 0;
     0,         0,        1];

T2=[ cos(teta), 0, sin(teta);
     0,         1, 0;
     -sin(teta), 0, cos(teta)];

T3=[ 1, 0, 0;
     0, cos(fi), -sin(fi);
     0, sin(fi),  cos(fi)];

T=T1*T2*T3;
```

```

% matriz teta
% suspensão
Til=keed;
Rtilkeed=[      0,-Til(3), Til(2);
           Til(3),      0,-Til(1);
          -Til(2),Til(1),      0];

Til=beed;
Rtilbeed=[      0,-Til(3), Til(2);
           Til(3),      0,-Til(1);
          -Til(2),Til(1),      0];

Til=kded;
Rtilkded=[      0,-Til(3), Til(2);
           Til(3),      0,-Til(1);
          -Til(2),Til(1),      0];

Til=bded;
Rtilbded=[      0,-Til(3), Til(2);
           Til(3),      0,-Til(1);
          -Til(2),Til(1),      0];

% rodas
Til=rdeed;
Rtilrdeed=[      0,-Til(3), Til(2);
            Til(3),      0,-Til(1);
           -Til(2),Til(1),      0];

Til=rdded;
Rtilrdded=[      0,-Til(3), Til(2);
            Til(3),      0,-Til(1);
           -Til(2),Til(1),      0];

% centro de massa
Til=cged;
Rtilcged=[      0,-Til(3), Til(2);
           Til(3),      0,-Til(1);
          -Til(2),Til(1),      0];

Prodke=T*Rtilkeed;
Prodbe=T*Rtilbeed;
Prodkd=T*Rtilkded;
Prodbd=T*Rtilbded;

Prodre=T*Rtilrdeed;
Prodrd=T*Rtilrdded;

Prodcg=T*Rtilcged;

Teta=[eye(3,3),-Prodke;
      eye(3,3),-Prodbe;
      eye(3,3),-Prodkd;
      eye(3,3),-Prodbd;
      eye(3,3),-Prodre;
      eye(3,3),-Prodrd;
      eye(3,3),-Prodcg];

```



```

TetaT=Teta.';

Vetor=[Fkex;Fkey;Fkez;Fbex;Fbey;Fbez;
        Fkdx;Fkdy;Fkdz;Fbdx;Fbdy;Fbdz;
        Frex;Frey;Frez;
        Frdx;Frdy;Frdz;
        0;0;-Ped];

sol=TetaT*Vetor;

Fx=sol(1);
Fy=sol(2);
Fz=sol(3);
Mx=sol(4);
My=sol(5);
Mz=sol(6);

TRANSFCGEDIA3D=[Fx;Fy;Fz;Mx;My;Mz];

```

10.3.4 Obtenção da Aceleração do Centro de Massa e Acelerações Angulares do Eixo

```

function [TRANSFORMACAOEDIA]=transformacaoedia(u)

global med aed bed hed

Fx=u(1);
Fy=u(2);
Fz=u(3);
Mx=u(4);
My=u(5);
Mz=u(6);

M=[med, 0, 0;
   0, med, 0;
   0, 0, med];

Ixx=(1/12)*1*med*(bed^2+hed^2);
Iyy=(1/12)*1*med*(aed^2+hed^2);
Izz=(1/12)*1*med*(aed^2+bed^2);

J=[Ixx, 0, 0;
   0, Iyy, 0;
   0, 0, Izz];

IM=inv(M);
IJ=inv(J);
F=[Fx;Fy;Fz];
M=[Mx;My;Mz];

Acg=IM*F;
Ax=Acg(1);
Ay=Acg(2);
Az=Acg(3);

Wpcg=IJ*M;

```

```

Wpx=Wpcg(1);
Wpy=Wpcg(2);
Wpz=Wpcg(3);

TRANSFORMACAOEDIA=[Ax;Ay;Az;Wpx;Wpy;Wpz];

```

10.3.5 Obtenção das Velocidades Angulares do Eixo no Referencial Fixo

```

function [GEDIA]=gedia(u)

Wx=u(1);
Wy=u(2);
Wz=u(3);

Fi=u(4);
Teta=u(5);
Psi=u(6);

M=[ cos(Psi)/cos(Teta), sin(Psi)/cos(Teta), 0;
    -sin(Psi),          cos(Psi), 0;
    cos(Psi)*tan(Teta), sin(Psi)*tan(Teta), 1];

Vetor=[Wx;Wy;Wz];
sol=M*Vetor;

Fip=sol(1);
Tetap=sol(2);
Psip=sol(3);

GEDIA=[Fip;Tetap;Psip];

```