

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

CAP MILBERT DAMIÁN BELTRÁN SALAZAR

DETERMINAÇÃO DE PERFIS TÉRMICOS EM TUBOS DE ARMAS

Dissertação de Mestrado apresentada ao curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Rodrigo Otávio de Castro Guedes – Ph. D.
Co-orientador: Prof. Francesco Scofano Neto – D. Sc.

Rio de Janeiro

2011

c2011

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro - RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do autor e dos orientadores.

621.4022 Salazar, Milbert Damián Beltrán
S161d Determinação de perfis térmicos em tubos de armas /
Milbert Damián Beltrán Salazar; orientado por Rodrigo
Otávio de Castro Guedes; Francesco Scofano Neto.- Rio
de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2011.

105 p.: il.

Dissertação (mestrado). - Instituto Militar de Engenharia.-
Rio de Janeiro, 2011.

1. Engenharia mecânica. 2. Ciências dos materiais.
3. Transferência de calor. 4. Armamento. I. Guedes, Rodrigo
Otávio de Castro. II. Scofano Neto, Francesco. III. Título.
IV. Instituto Militar de Engenharia

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

CAP MILBERT DAMIÁN BELTRÁN SALAZAR

DETERMINAÇÃO DE PERFIS TÉRMICOS EM TUBOS DE ARMAS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Rodrigo Otávio de Castro Guedes – Ph. D.

Co-orientador: Prof. Francesco Scofano Neto – D. Sc.

Aprovada em 20 de dezembro de 2011 pela seguinte Banca Examinadora:

Prof. Rodrigo Otávio de Castro Guedes - Ph. D. - Presidente

Prof. Francesco Scofano Neto – D. Sc. do IME

Maj. Aldélio Bueno Caldeira – D. Sc. do IME

Prof. Marcelo José Colaço – D. Sc. da UFRJ

Rio de Janeiro

2011

A Deus, minha esposa Araceli e os meus três queridos
filhos, Andrés, Valeria e Ariel, aqueles que dão sentido
e felicidade aos meus dias.

AGRADECIMENTOS

A Deus pelo amor incondicional, fidelidade e força sempre presentes durante esse período.

Aos meus orientadores, Professor Guedes e Professor Francesco, pela atenção e disponibilidade.

A minha esposa Araceli e os meus filhos Andrés, Valeria e Ariel, pela paciência e porque acreditaram sempre no meu potencial de lutar pelos meus sonhos.

Aos meus pais, Wilson e Bertha, pelas orações e bênçãos ao longo de minha vida.

Aos meus sogros, Guido e Fabiola, pelo apoio incondicional e por sempre estarem prontos e bem dispostos a nos auxiliar.

À Escola Politécnica do Exército do Equador, por ter me escolhido para cumprir com o Mestrado no Instituto Militar de Engenharia.

Aos amigos CAP Henry Córdova e CAP Daniel Chamorro, pelo incentivo nos momentos de dificuldade.

Aos colegas de pós-graduação: MAJ Eduardo, CAP Alexandre, Renán, Oberdam, Vanessa, Flavio, Picoli e Fernando, pela partilha dos mesmos ideais e incentivo constante.

Aos professores da Seção de Engenharia Mecânica pelos ensinamentos fornecidos ao longo do curso.

Aos funcionários da secretaria de SE4: Heloisa e Sandra por sempre estarem bem dispostas a me ajudar.

E, a todos que me auxiliaram na execução deste trabalho e que me incentivaram, apoiaram e possibilitaram esta oportunidade de ampliar meus horizontes.

“É muito mais fácil reconhecer o erro do que encontrar a verdade, o erro está na superfície e por isso, é mais fácil erradicá-lo. A verdade repousa no fundo e não é qualquer um que consegue chegar até ela.”

GOETHE.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES.....	9
LISTA DE TABELAS.....	11
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS.....	12
1 INTRODUÇÃO.....	16
1.1 Motivação e Revisão de Literatura.....	16
1.2 Objetivos.....	24
2 DETERMINAÇÃO DO PERFIL DE TEMPERATURA EM UM TUBO DE OBUSEIRO DE CALIBRE 155 MM SUBMETIDO A RESFRIAMENTO CONVECTIVO.....	26
2.1 Introdução	26
2.2 Formulação matemática.....	27
2.3 Solução para o problema unidimensional com resfriamento convectivo de ar natural e líquido forçado para um único disparo.....	38
2.3.1 Validação da análise.....	46
2.4 Solução para o problema unidimensional com resfriamento convectivo de ar natural e líquido forçado para múltiplos disparos.....	47
3 DETERMINAÇÃO DO PERFIL DE TEMPERATURA EM UM TUBO DE OBUSEIRO DE CALIBRE 155 MM COM CANAIS DE RESFRIAMENTO.....	53
3.1 Introdução.....	53
3.2 Formulação matemática.....	54
3.3 Solução para o problema unidimensional com termo sumidouro para um único disparo.....	62
3.4 Solução para o problema unidimensional com termo sumidouro para múltiplos disparos.....	67

4	DETERMINAÇÃO DO DESGASTE NO INTERIOR DO TUBO DE UM OBUSEIRO DE CALIBRE 155 MM.....	80
4.1	Introdução.....	80
4.2	Desgaste da superfície interna do tubo do obuseiro ARM 198.....	81
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....	93
5.1	Conclusões.....	93
5.2	Trabalhos Futuros.....	95
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97
7	APÊNDICES	100
7.1	APÊNDICE 1: DETERMINAÇÃO DOS AUTOVALORES.....	101
7.2	APÊNDICE 2: CONSIDERAÇÕES PARA A GERAÇÃO DOS GRÁFICOS.....	105

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG.1.1	Canhão Crusader XM297 (BAE SYSTEMS, 1999).....	18
FIG.1.2	Micrografia interna de um cano de aço após 10 disparos (LAWTON, 2001).....	22
FIG.2.1	Disposição física do problema.....	27
FIG.2.2	Distribuição de temperatura no raio interno, médio e externo em função do tempo, para resfriamento a ar natural e radiação combinados.....	40
FIG.2.3	Distribuição de temperatura no raio interno, médio e externo para resfriamento a ar natural e radiação combinados no período de tempo desde o disparo até 6 segundos.....	41
FIG.2.4	Distribuição de temperatura no raio interno, médio e externo em função do tempo, para resfriamento com líquido forçado.....	43
FIG.2.5	Distribuição de temperatura no raio interno, médio e externo do tubo para resfriamento com líquido forçado nos primeiros 6 segundos após o disparo.....	44
FIG.2.6	Temperatura no raio interno, médio e externo no tubo com resfriamento a ar natural e radiação combinados no período de 180 segundos.....	51
FIG.2.7	Temperatura no raio interno, médio e externo no tubo com resfriamento por líquido forçado no período de 180 segundos.....	52
FIG.3.1	Tubo com canais de resfriamento (WU et al., 2008).....	53
FIG.3.2	Perfil de temperatura transiente no raio interno do tubo considerando a formulação com e sem termo sumidouro.....	63
FIG.3.3	Perfil de temperatura para um tubo com 6 canais e diversos comprimentos do tubo.....	64
FIG.3.4	Distribuição de temperatura no raio interno do tubo de 9 m de comprimento com canais de resfriamento em função do número de canais	66
FIG.3.5	Perfil de temperatura no raio interno do tubo de 155 mm com resfriamento a ar natural e radiação combinados considerando a ausência de canais de resfriamento.....	71

FIG.3.6	Perfil de temperatura no raio interno do tubo de 155 mm com resfriamento a ar natural e radiação combinados considerando dois canais de resfriamento.....	72
FIG.3.7	Perfil de temperatura no raio interno do tubo de 155 mm com resfriamento a ar natural e radiação combinados considerando quatro canais de resfriamento.....	73
FIG.3.8	Perfil de temperatura no raio interno do tubo de 155 mm com resfriamento a ar natural e radiação combinados considerando seis canais de resfriamento.....	74
FIG.3.9	Perfil de temperatura no raio interno do tubo de 155 mm com resfriamento por convecção forçada de líquido considerando seis canais de resfriamento.....	76
FIG.3.10	Perfil de temperatura no raio interno do tubo de 155 mm com resfriamento externo por convecção supondo $h=150 \text{ W/m}^2\text{K}$ e sem canais de resfriamento.....	77
FIG.3.11	Perfil de temperatura no raio interno do tubo de 155 mm com resfriamento externo por convecção supondo $h=150 \text{ W/m}^2\text{K}$ e com seis canais de resfriamento.	78
FIG.4.1	Perfil de temperatura do tubo ARM198 sem canais de resfriamento e sem considerações de desgaste.....	82
FIG.4.2.	Perfil de temperatura do tubo ARM198 sem canais de resfriamento considerando-se o desgaste.....	83
FIG.4.3	Variação do comprimento do raio interno em função da temperatura máxima na superfície interna do tubo.....	86
FIG.4.4	Relação linear entre a variação do comprimento do raio interno e a temperatura máxima na superfície interna do tubo.....	87
FIG.4.5	Relação quadrática entre a variação do comprimento do raio interno e a temperatura máxima na superfície interna do tubo.....	88
FIG.4.6	Variação do comprimento do raio interno em função do número de disparos.....	89
FIG.7.1.1	Erro absoluto em função da tolerância e do número de autovalores.....	104
FIG.7.2.1	Temperatura no raio interno durante a fase de aquecimento.....	105

LISTA DE TABELAS

TAB.2.1	Propriedades geométricas e termofísicas de um tubo de aço para um obuseiro 155 mm (WU et al, 2008).....	39
TAB.2.2	Temperaturas no raio interno, médio e externo variando o coeficiente convectivo em função do tempo após o disparo.....	45
TAB.3.1	Características do tubo com canais de resfriamento (HOLMAN, 1983 e WU et al.,2008).....	65
TAB.3.2	Valores de temperatura máxima e final no raio interno para um único disparo. Tubo resfriado por canais na parede e por convecção natural de ar no exterior.....	66
TAB.3.3	Valores de temperatura máxima e final no raio interno para um único disparo. Tubo resfriado por canais na parede e por convecção forçada de líquido no exterior.....	67
TAB.3.4	Valor limite da temperatura no raio interno do tubo e número permissível de disparos em função da quantidade de canais de resfriamento.....	75
TAB.4.1	Dados técnicos do obuseiro calibre 155 mm disponível no Exército do Equador (MANUAL TECNICO DO OBUSEIRO ARM198, 1998).....	81
TAB.4.2	Coefficientes para determinação do desgaste do tubo ARM198 (LAWTON, 2001).....	84
TAB.4.3	Resultados para o desgaste do tubo do obuseiro calibre 155 mm disponível no Exército do Equador.....	84
TAB.4.4	Resultados obtidos para o obuseiro 155 mm descrito por WU et al.(2008) e para o obuseiro ARM198.....	89

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

ABREVIATURAS

A	Erosividade do propelente
b	Constante de tempo
CC	Condições de contorno
CI	Condição inicial
c_p	Calor específico
ΔE	Energia de ativação do propelente
ΔT	Variação da temperatura
ΔV	Volume do cano
E	Módulo de elasticidade
EA_x	Erro absoluto
ER_x	Erro relativo
FEA	Análise por elementos finitos
g_o	Energia por unidade do volume
h	Coefficiente de transferência de calor do material
H	Transferência de calor total
H_{co}	Transferência de calor por unidade de área por disparo.
k	Condutividade térmica
l	Comprimento do cano
ṁ	Vazão em massa
N	Número de canais de refrigeração do tubo.
q_o	Fluxo de calor na superfície interna do cano
r	Raio
r_i	Raio interno do cano da arma
r_e	Raio externo do cano da arma
R_o	Constante universal dos gases

SCC	Sistemas de Coordenadas Cilíndricas
SCR	Sistema de Coordenadas Retangulares
T	Temperatura
TD	Temperatura de auto-ignição
t	Tempo
t_o	Constante de tempo.
T_{aux}	Temperatura no problema auxiliar
T_h	Temperatura no problema homogêneo
T_i	Temperatura final do ultimo disparo
T_j	Temperatura no problema tipo sumidouro
T_{max}	Temperatura máxima na superfície do cano
T₀	Temperatura inicial da superfície do cilindro de aço antes do primeiro disparo.
T_{oo}	Temperatura ambiente

SÍMBOLOS

α	Difusividade térmica
\bar{x}	Valor aproximado
τ	Constante de tempo
ρ	Massa específica
Ψ_i	Autofunções
μ_i	Autovalores
C_i	Coefficientes
N_i	Norma
J_0	Função de Bessel
Y_0	Função de Bessel

SUBSCRITO

i	Índice relativo a autovalores
----------	-------------------------------

RESUMO

Ao se executar vários disparos com uma arma, aquela seqüência vai produzir uma grande quantidade de calor na superfície interna do cano até comprometer a segurança do usuário e a vida útil da arma. Baseado nesse fato, foi desenvolvida esta pesquisa com o objetivo de encontrar uma solução analítica para um problema de transferência de calor unidimensional transiente determinando, assim, o perfil de temperatura produzido em um tubo de um obuseiro calibre 155 mm, o qual é submetido a um fluxo de calor na superfície interna do tubo, visando obter informações que ajudem a reduzir o desgaste, a erosão da arma e o risco para o usuário. Os resultados obtidos permitiram validar a solução encontrada no estudo de WU et al.(2008) feita pelo método dos elementos finitos e fornecer informações importantes para a estimativa do número máximo possível de disparos antes de se atingir a temperatura de auto-ignição da munição, considerando as situações de refrigeração por convecção natural a ar e por convecção forçada de um líquido. A seqüência de estudos desenvolvida ao longo da dissertação iniciou com o caso de um tubo de obuseiro de calibre 155 mm submetido a um único disparo e com resfriamento convectivo por ar e líquido forçado, para em seguida aumentar o número de disparos e introduzirem canais de resfriamento na superfície interna do tubo, modelados como termos sumidouros da equação diferencial que rege o problema. Finalmente foi incluído o efeito do desgaste estudado por LAWTON (2001) usando o Obus ARM198 disponível no Exército do Equador para determinar o número de disparos possíveis em condições reais.

ABSTRACT

When firing artillery rounds, the large amount of heat that flows into the gun inner surface results in wear and erosion of the gun bore. This reduces the accuracy of the projectile and diminishes the life of the gun. Moreover, the chamber surface temperature could reach the cook-off temperature of the propellant causing the next round to self-ignite, jeopardizing the safety of the gun crew. Based on this fact, this dissertation performs a theoretical analysis of the one dimensional heat transfer in a 155 mm gun barrel and the resulting model is analytically solved thus furnishing the transient temperature distribution for the situation of convective cooling at the walls. Results obtained with the technique here advanced enabled the validation of the numerical solution by WU et al. (2008) which employs the finite elements method, and allowed for an estimate of the maximum number of rounds that could be fired before attaining the cook off temperature, under air and forced liquid convective cooling situations. The sequence of studies here developed begins with the case of a 155 mm gun barrel subject to a single shot and external convective cooling with natural air and forced liquid. Next, the number of rounds fired is increased and midwall cooling channels are taken into account in the analysis by introducing a sink term in the partial differential equation that governs the problem. Finally, the wear effect studied by LAWTON (2001) is also considered and available data for the ARM198 howitzer from the Equatorian Army is used in the simulations to determine the limiting number of rounds that could be fired in real-world applications.

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO E REVISÃO DE LITERATURA

O estudo da transferência de calor em tubos de armas é importante para o projeto de canhões e obuseiros porque fornece uma previsão do comportamento desses em face de certo número de fenômenos relacionados ao elevado campo de temperaturas normalmente encontrado nessas armas.

A superfície interna do tubo de uma arma de qualquer calibre costuma receber grandes quantidades de calor resultantes da combustão do propelente da munição e do atrito que ocorre entre essa superfície e o projétil durante um disparo. Quando outro disparo é efetuado num curto espaço de tempo, o tubo tem pouco tempo para resfriar, uma vez que apenas uma pequena quantidade de calor é transferida para o meio ambiente por convecção e radiação, o que resulta em um incremento na temperatura do tubo. Em uma situação de disparos contínuos, o calor acumulado pode elevar a temperatura da superfície interna do tubo até um valor próximo da temperatura de auto-ignição da munição, e essa, ao ser introduzido na câmara da arma por ocasião de um novo disparo, detonará prematuramente colocando o usuário em uma situação de risco.

Outro fenômeno estreitamente relacionado com a transferência de calor para a superfície interna do cano é o aumento das taxas de erosão e desgaste dessa superfície. Segundo COTE e RICKARD (2000) a maioria dos danos ocasionados por erosão deve-se aos efeitos térmicos, ao ataque químico dos gases do propelente, ao desgaste mecânico produzido pela passagem do projétil e à carga mecânica causada pela pressurização dos gases.

O desgaste e a erosão reduzem a precisão do projétil no momento de atingir o alvo e também diminuem a vida útil da arma.

As missões de combate nos atuais e futuros cenários de guerra exigem cada vez mais o desenvolvimento de novas gerações de armas de grande calibre capazes de fornecer um maior alcance, uma maior cadência de disparo, uma maior precisão e disparar projetis de maior energia. Assim, atualmente podem ser encontrados propelentes de alta energia com temperaturas de chama de até 3700 K sendo utilizados para melhorar o desempenho de canhões automáticos. Porém, quanto maior a energia do projétil maior a troca de energia

térmica entre a combustão do propelente da munição e a superfície interna do tubo e, conseqüentemente, maior o risco de se atingir a temperatura de auto-ignição, além da ocorrência de uma erosão inaceitável.

As armas modernas de grande calibre disparam de 8 a 10 disparos por minuto e geralmente precisam de 12 horas para se resfriar da temperatura de auto-ignição até a temperatura ambiente em condições de resfriamento com convecção natural. Assim, métodos de resfriamento mais eficientes são necessários para preservar a vida útil do tubo e permitir que as armas de artilharia possam aumentar a duração da sua missão e reduzir o seu tempo de recuperação entre as missões.

WU (2005) fez uma breve revisão das tecnologias de refrigeração para tubos de armas, que podem ser passivas ou ativas. Como exemplo de refrigeração passiva citou o revestimento da superfície interna do tubo com uma camada de cromo-tântalo e o uso de aditivos que reduzem o desgaste. Essas técnicas são adotadas com vistas a diminuir o fornecimento de energia térmica através da criação de uma barreira térmica entre o gás propelente quente e o aço do tubo.

LAWTON e KLINGENBERG (2003) mostraram que o uso de aditivos para redução de desgaste reduziu gradualmente as flutuações na temperatura da superfície interna de um canhão de 155mm de 950 °C para cerca de 600 °C, bem como reduziu a transferência de calor por disparo de 950 kJ/m² para cerca de 600 kJ/m², ao longo de uma salva de 50 disparos, o que pode levar a um aumento do número máximo de disparos até que a temperatura de auto-ignição seja atingida de cerca de 53 para até 90 disparos, a uma taxa de 3 disparos por minuto.

WU et al. (2008) comentam que é de conhecimento geral que o revestimento com cromo e o uso de aditivos para redução do desgaste efetivamente reduzem a erosão e o desgaste da superfície interna do cano, estendendo a vida útil do mesmo, porém essas técnicas passivas influenciam muito pouco na quantidade de calor que atinge a superfície interna do cano e a maior parte dessa energia térmica acaba sendo transferida para o tubo onde se acumula, aumentando com o número de disparos. Ainda de acordo com os autores, as tecnologias ativas de refrigeração, tais como o uso de aletas e usando ar ou líquido forçado reduzem o incremento de temperatura causado por cada disparo por meio do aumento da taxa de dissipação térmica.

Tubos e canos utilizando aletas longitudinais ou radiais têm sido empregados há vários anos, principalmente em armas de pequeno calibre tais como metralhadoras e canhões automáticos anti-aéreos e até mesmo em alguns morteiros de paredes finas.

A tecnologia ativa de resfriamento do cano usando líquido foi inicialmente empregada em metralhadoras que dispunham de um sistema de resfriamento externo com água através de jaquetas ao redor do cano, como era o caso da primeira metralhadora Maxim no final de 1880, e depois estendida para outros canos de pequeno calibre. Posteriormente, segundo BAE SYSTEMS (2011), em 1948 foi inventada a metralhadora Bofors com um sistema de resfriamento interno. A tecnologia de resfriamento de tubos vem sendo largamente empregada em canhões navais tais como o italiano OTO Melara 76 mm, o francês Creusot-Loire 100 mm e o russo AK630.

O canhão Crusader XM297 de calibre 155 mm, representado na FIG.1.1, é o único que incorpora canais de resfriamento ativo dentro de sua estrutura, o que mantém a temperatura da câmara abaixo do limite de segurança. Isto permite efetuar vários disparos de projéteis pelo tubo da arma numa situação de combate.

Atualmente muitas pesquisas continuam sendo desenvolvidas visando a criação de novos sistemas de refrigeração de canos capazes de fornecer maiores taxas máximas de disparo e permitindo disparos contínuos.



FIG.1. 1 Canhão Crusader XM297 (BAE SYSTEMS, 1999)

O resfriamento de tubos com líquido pode ser realizado de três maneiras: resfriamento interno, resfriamento dentro da parede do tubo e resfriamento externo. Devido ao fato que o resfriamento interno só pode ser feito após a saída do projétil, e que o resfriamento rápido da superfície interna pode induzir tensões térmicas, essa modalidade de resfriamento dificilmente atende os requisitos para uma missão com uma cadência de disparos elevada. Por outro lado,

embora o resfriamento externo encontre grande aplicação em armamento naval, no caso específico de obuseiros autopropulsados de grande calibre, o peso, a resistência e o tamanho do tubo resultante quando esse é acrescido de uma jaqueta externa de resfriamento podem ser indesejáveis. Por esta razão, o resfriamento através de canais inseridos longitudinalmente na parede do tubo passou a ser cogitado para esse tipo de armamento.

BASS e SWARDT (2005) realizaram experimentos de transferência de calor em laboratório com um tubo de canhão com canais de resfriamento no meio da parede ao longo de toda a extensão do tubo. Os experimentos demonstraram que o resfriamento por convecção natural é muito mais lento do que o obtido com convecção forçada através dos canais inseridos na parede. Eles também desenvolveram uma modelagem numérica e encontraram uma boa correlação entre os resultados experimentais e os obtidos numericamente.

WU et. al. (2008) analisaram, do ponto de vista teórico, a transferência de calor em um tubo de canhão de 155 mm de diâmetro dotado de canais de resfriamento semicirculares distribuídos longitudinalmente no meio da parede do tubo. Como padrão de comparação, discutiram também o caso do tubo monobloco resfriado por convecção natural. Uma análise por elementos finitos foi em seguida realizada de forma a validar os resultados teóricos e simular as características da transferência de calor sob a condição de disparo contínuo. Os resultados mostraram que o resfriamento a ar natural é muito pouco eficiente enquanto que o resfriamento forçado através dos canais possui uma grande capacidade para retirar calor do tubo. Um balanço de energia estimou a temperatura de auto-ignição do propelente como sendo em torno de 200 °C. Também foi discutida a vazão ótima de refrigerante que deve circular nos canais em função da capacidade de resfriamento e da perda de carga. A forma de fabricar esse tipo de tubo e o efeito causado pela presença dos canais nas tensões a que o tubo é submetido não foram discutido pelos autores.

MISHRA et al. (2010) realizaram uma análise térmica em tubos de canhões resfriados tanto externamente quanto através de canais longitudinais embutidos na parede. Eles apresentaram um esquema numérico para o cálculo do histórico de temperatura em tubos de armas de grande calibre que utiliza um código computacional de balística interna. Esse código simula a transferência total de calor por ciclo para uma dada munição e é utilizado em conjunto com um modelo do tubo em elementos finitos que foi obtido através do programa ANSYS 11.0. A transferência de calor do tubo foi aproximada por um fluxo de calor em forma de uma função exponencial decrescente.

Os resultados numéricos obtidos foram validados experimentalmente e mostraram que o resfriamento natural é insuficiente para evitar a temperatura de auto-ignição numa situação de 40 ciclos de 10 disparos por minuto. No entanto, o esquema de resfriamento com canais embutidos na parede e o esquema com resfriamento da parede externa foram suficientes para evitar a auto-ignição prematura da munição.

XIAOGANG et al. (2007) investigaram os efeitos térmicos durante o disparo em um cano calibre 5,56 mm fabricado em material cerâmico. O método dos elementos finitos foi empregado na análise bidimensional da resposta térmica a um único disparo fornecendo resultados para a elevação da temperatura na parede interna, a distribuição de temperatura ao longo do tubo e o gradiente de temperatura na superfície do tubo. A formulação contemplou propriedades termofísicas variáveis com a temperatura e para o resfriamento convectivo foi considerado um coeficiente de filme variável no tempo e no espaço. A situação de múltiplos disparos caracterizada por uma rajada de 200 disparos em um período de 2 minutos também foi analisada e os resultados obtidos foram utilizados para descrever o aquecimento transiente do cano da arma em material cerâmico com o objetivo de fornecer subsídios para uma futura análise das tensões térmicas envolvidas. A questão da possibilidade de se atingir a temperatura de auto-ignição do propelente não foi abordada.

A revisão da literatura sobre resfriamento de canos de armas também revela alguns trabalhos em problemas inversos de condução de calor com vistas a obter parâmetros de interesse nesse tipo de análise.

CHEN et al. (2007) empregaram um algoritmo recursivo baseado em filtros de Kalman e no método de mínimos quadrados em tempo real para determinar o fluxo de calor e a temperatura na superfície interna de rifles e metralhadoras em situação de disparo contínuo. O cano da arma foi modelado como um cilindro oco com duas camadas (cromo e aço) submetido a um processo de transferência de calor unidimensional transiente. Os resultados mostraram que a técnica proposta é capaz de reproduzir, com boa precisão, fluxos de calor na parede interna sob a forma de ondas triangulares e quadradas. Os autores afirmam que esses testes numéricos podem ser úteis para desenvolver estratégias que visem o prolongamento da vida útil do cano e a redução do custo de manutenção da arma.

CHEN e LIU (2008) conduziram o mesmo estudo porém considerando uma transferência de calor bidimensional transiente sem a presença da camada de cromo. Os autores usaram um esquema de elementos finitos para resolver o problema direto e utilizaram distribuições triangular, senoidal e de Weibull para simular o fluxo de calor na superfície interna do cano.

Novamente, foram obtidos padrões de reconstrução excelentes que validaram a estratégia numérica descrita em sua pesquisa.

LEE et al. (2009) descreveram um algoritmo inverso baseado no Método do Gradiente Conjugado para estimativa de um fluxo de calor desconhecido e variável no tempo na superfície interna do cano de uma metralhadora de 5,56 mm. O problema direto foi resolvido através de um eficiente procedimento híbrido analítico-numérico baseado em transformadas de Laplace e diferenças finitas. Da mesma forma que em outros trabalhos na área, o cano foi modelado como possuindo uma fina camada de cromo depositada na sua superfície interna e a resistência térmica de contato entre a camada de cromo e a de aço foi considerada na formulação do problema de transferência de calor. Um aspecto interessante dessa contribuição é que os autores também se preocuparam com a determinação das tensões térmicas que surgem com o disparo contínuo da arma. Uma avaliação crítica da metodologia proposta foi então efetuada pelos autores que reportaram estimativas bastante precisas do fluxo de calor transiente e da distribuição radial das tensões térmicas no cano da arma.

Uma outra vertente do problema de transferência de calor em tubos de armas de grande calibre é voltada para o estudo da erosão e do desgaste que ocorre na superfície interna do tubo após uma sequência de múltiplos disparos.

LAWTON (1984) investigou algumas influências térmicas e químicas sobre o desgaste em canos de armas e concluiu que o desgaste aumenta exponencialmente com a temperatura, de tal forma que uma redução de 10% na temperatura reduz o desgaste em aproximadamente 300%. Ele reportou uma relação simples entre a erosividade do propelente e sua composição química. O autor conclui que a quantidade de desgaste depende da profundidade da zona afetada quimicamente que por sua vez depende da composição química do propelente da munição e da temperatura na superfície interna do cano.

LAWTON (2001) obteve uma equação simples, baseada na equação de Arrhenius, que relaciona o desgaste causado por cada disparo com as temperaturas inicial e máxima da superfície interna do cano e a erosividade do propelente empregado. A teoria utilizada na dedução da equação restringe-se ao desgaste normal que ocorre na região do início do raiamento do cano, não tendo sido considerado o desgaste na boca da arma, situações de derretimento do metal ou a presença de um revestimento interno de cromo. Na região do raiamento, a transferência de calor entre o gás do propelente e a superfície interna do cano é máxima e, conseqüentemente, o desgaste é maior. A equação proposta foi validada com experimentos e com dados disponíveis acerca das taxas de desgaste de vários tipos de canos

de armas combinados com vários tipos de propelentes. A título de ilustração, uma micrografia da estrutura interna de um cano de aço após 10 disparos é mostrada na FIG.1.2 a qual apresenta três camadas distintas. A camada A é a estrutura original do cano, a camada B, com uma espessura de até 200 μm a partir da superfície, é denominada zona afetada termicamente devido à grande flutuação de temperatura que ocorre cada vez que um disparo é efetuado. Essa flutuação, que ocorre num período de tempo entre 5 ms e 50 ms, pode atingir 1000 °C na superfície mas a 1 mm da superfície a temperatura é cerca de 100°C. Finalmente, a camada C recebe a denominação de zona afetada quimicamente devido aos efeitos causados pelos elementos químicos presentes no propelente quando são submetidos a temperaturas elevadas.

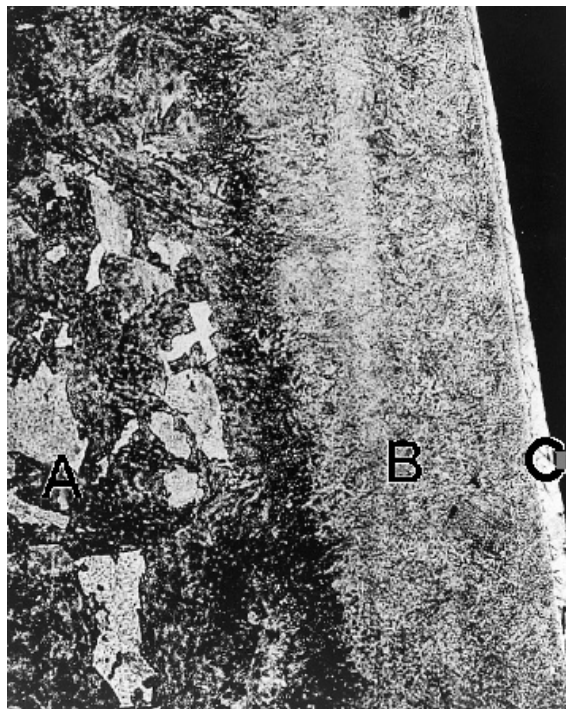


FIG.1.2 Micrografia interna de um cano de aço após 10 disparos (LAWTON, 2001)

CHUNG et. al. (2007) deduziram uma equação empírica para a taxa de desgaste para o tubo de um canhão de 40 mm como função do aporte de calor recebido pelo tubo. A quantidade de calor recebida foi calculada a partir da lei de Fourier utilizando-se temperaturas medidas na superfície interna do tubo ao longo do tempo. As medições foram efetuadas para dois tipos de munição com o auxílio de termopares de resposta rápida do tipo K e de um gravador de sinais de alta velocidade. Através de um ajuste entre os dados de desgaste medidos e o cálculo da quantidade de calor recebida para as duas situações estudadas, os

autores deduziram, então, a equação empírica para a taxa de desgaste. Simulações feitas a partir dessa equação mostraram uma boa concordância com dados experimentais e um padrão de desgaste similar ao observado em tubos de canhões de 105 mm.

A análise dos artigos supracitados revela uma predominância de soluções numéricas na determinação de perfis térmicos em tubos de armas, principalmente para as situações envolvendo múltiplos disparos. Porém, esquemas de solução puramente analíticas são sempre desejáveis, especialmente no contexto desse problema em particular onde são esperados gradientes de temperatura com inclinações elevadas devido ao rápido e complexo fenômeno relacionado a combustão dos gases do propelente e o deslizamento do projétil no cano da arma.

Segundo COTTA (1993), os métodos analíticos continuam a ser desenvolvidos porque possuem as seguintes características: fornecem resultados exatos e mais rápidos para problemas mais simples, permitindo a validação de códigos computacionais; permitem descrever o comportamento assintótico através da inspeção de parâmetros e o conhecimento básico de técnicas analíticas permite que se forme uma interface para o desenvolvimento de novos métodos numéricos mais poderosos.

A revisão de literatura também aponta para uma modelagem matemática quase sempre unidimensional, com as trocas térmicas ocorrendo na direção radial do tubo, e alguns autores, tais como LAWTON (2001), WU et. al. (2008) e MISHRA et al. (2010), modelam o fluxo de calor na superfície interna do tubo como sendo uma função exponencial decrescente. As propriedades termofísicas presentes nesses problemas térmicos são consideradas constantes na maioria dos trabalhos. Essas simplificações comumente encontradas na literatura conduzem a formulação de um problema de transferência de calor unidimensional, transiente e não homogêneo em coordenadas cilíndricas. A solução analítica para esse tipo de problema é discutida por OZISIK (1980) ao abordar o método da separação de variáveis aplicado a problemas não homogêneos. Nesse caso, divide-se o problema transiente não homogêneo em problemas mais simples, formando um conjunto de problemas em regime permanente que, combinados com um problema transiente homogêneo, fornecem a solução do problema original.

Assim, a principal motivação para essa dissertação é a possibilidade de se determinar analiticamente a distribuição transiente de temperatura no tubo de uma arma de grande calibre submetida a resfriamento externo. O conjunto de resultados que se busca obter pode ser de grande valia para futuros projetos de dispositivos de resfriamento de canos de armas que

visem o aumento da vida útil da mesma e a maior segurança do usuário. Essa é uma situação típica com que se deparam os engenheiros militares encarregados do projeto e da manutenção de armamento pesado. Além disso, resultados obtidos através de uma solução analítica são uma alternativa para aqueles obtidos através de soluções puramente numéricas, muitas das quais provenientes de códigos computacionais fechados, que nem sempre oferecem uma interface amigável. Mais ainda, soluções analíticas podem servir como resultados de referência para problemas com geometrias mais simples.

Finalmente, do ponto de vista tecnológico, o MANUAL TÉCNICO DO OBUS 155 MM (1998) ao apresentar dados reais do obuseiro ARM198 do Exército do Equador e fornecer informações relevantes como cadência de disparo, tempo de disparo, vida útil, dentre outras, permite a validação dos resultados obtidos a partir da solução analítica do problema de transferência de calor em tubos de armas de grande calibre.

1.2 OBJETIVOS

Essa dissertação propõe-se a aplicar a técnica de expansão em autofunções a problemas de resfriamento convectivo de tubos de armas de grande calibre numa situação de múltiplos disparos e avaliar teoricamente o desgaste ao qual o tubo é submetido. Com isso, preenche-se uma lacuna na literatura apresentada acima onde há uma nítida preferência pelos métodos puramente numéricos ou experimentais. Especificamente, pretende-se determinar de forma analítica o perfil transiente de temperatura na direção radial de um tubo de obuseiro de calibre 155 mm submetido a condições de resfriamento convectivo com ar natural e líquido forçado externamente. Pretende-se também analisar a situação do resfriamento do tubo realizado através de canais inseridos na parede do tubo, simulando a presença dos canais através de um termo sumidouro na equação diferencial parcial que rege o problema. Em seguida, de posse do campo transiente de temperaturas, pretende-se calcular o desgaste do tubo através da equação proposta por LAWTON (2001). Como resultado, espera-se estimar o número de disparos possíveis de serem efetuados antes que o tubo atinja a temperatura de auto-ignição do propelente da munição e comparar os resultados com aqueles obtidos pela solução numérica de WU et. al. (2008). Muito embora a extensão da análise para o caso bidimensional seja relativamente simples do ponto de vista matemático, ela não será contemplada nesse estudo devido a ausência de resultados para comparação na literatura.

De forma a atingir esses objetivos, o texto dessa dissertação foi estruturado da seguinte forma:

No Capítulo 2, o trabalho de WU et. al. (2008) é tomado como base para o desenvolvimento de uma solução por expansão em autofunções visando a determinação do perfil radial de temperatura de um tubo de obuseiro 155 mm submetido a resfriamento convectivo por ar natural e líquido forçado, nas situações de um único disparo e de múltiplos disparos. O fluxo de calor adotado na superfície interna do tubo é uma função exponencial decrescente. Os resultados obtidos são então comparados com os daqueles autores.

O Capítulo 3 estende a metodologia desenvolvida no Capítulo 2 de forma a incluir o efeito de canais de resfriamento no tubo do obuseiro. Diferentemente de WU et al. (2008) que analisaram através do método dos elementos finitos um tubo dotado de canais de resfriamento semicirculares dentro de sua parede, a abordagem aqui proposta é a de simular o efeito dos múltiplos canais de resfriamento ou até mesmo de uma jaqueta externa através de um termo sumidouro na equação de governo. A relação entre o número máximo de disparos que podem ser efetuados com segurança e a quantidade de canais de resfriamento é então discutida.

No Capítulo 4, a equação proposta por LAWTON (2001) é utilizada juntamente com os resultados de temperatura máxima obtidos nos capítulos anteriores e com dados do obuseiro ARM198 para estimar o desgaste do tubo em função do número de disparos efetuados e do propelente da munição empregada.

Finalmente, o Capítulo 5 apresenta as conclusões gerais desse estudo e algumas sugestões para trabalhos futuros.

2 DETERMINAÇÃO DO PERFIL DE TEMPERATURA EM UM TUBO DE OBUSEIRO DE CALIBRE 155 MM SUBMETIDO A RESFRIAMENTO CONVECTIVO

2.1 INTRODUÇÃO

O advento da arma de fogo automática revolucionou a arte da guerra, mas ao mesmo tempo criou novos desafios para os projetistas e preocupações adicionais para o usuário. Logo nas primeiras experiências ficou patente que o tubo de uma arma submetida a uma cadência elevada de disparos aquece-se rapidamente podendo levá-la a uma falha por desgaste excessivo do raiamento do tubo ou, o que é pior, a ignitar prematuramente a munição inserida na câmara.

Embora muitas armas de grande calibre, como canhões, morteiros e obuseiros, continuem até os dias de hoje a serem projetados sem um sistema de resfriamento dedicado, as exigências da guerra moderna estão rapidamente mudando esse panorama. Assim, há uma necessidade premente de modelos matemáticos e/ou numéricos de transferência de calor para tubos de armas.

Normalmente, esses modelos estabelecem uma condição de contorno na superfície externa do cano que descreve o mecanismo de transferência de calor considerado. Usualmente, esse mecanismo é a convecção ou radiação térmica ou uma combinação de ambos.

Existem algumas formas de transferência de calor por convecção e dentro delas: A convecção livre ou natural, quando o movimento do fluido é causado por forças de empurre que resultam das variações de massa específica oriundas das variações de temperatura no fluido, e a convecção forçada, quando o fluido é forçado a escoar sobre a superfície por uma fonte externa de energia, como bombas e ventiladores, criando uma corrente de convecção induzida artificialmente.

A convecção térmica é descrita pela lei do resfriamento de Newton, a qual estabelece que a taxa de transferência de calor de um corpo é proporcional à diferença entre as temperaturas do corpo e do ambiente que o cerca. O parâmetro que fornece a relação de proporcionalidade nessa lei é o coeficiente de transferência de calor por convecção ou

coeficiente de filme, cujo valor numérico pode variar desde valores muito baixos (convecção natural) até mais elevados (convecção forçada). Esses valores normalmente encontram-se tabelados em livros de transferência de calor.

Por outro lado, o fluxo de calor que decai exponencialmente é o modelo mais simples de transferência de calor para um evento onde ocorre uma combustão, como no caso do interior do tubo de uma arma. Nesse tipo de evento, o fluxo de calor aumenta rapidamente até atingir um valor máximo para em seguida declinar vagarosamente de tal forma que a quantidade de energia que atinge a superfície em questão pode ser modelada matematicamente através de uma função exponencial decrescente.

Muito embora a espessura do tubo de uma arma possa variar desde a culatra até a boca, na formulação matemática a seguir o tubo do obuseiro de 155 mm que se pretende estudar será considerado como sendo um cilindro vazado, conforme representado na FIG. 2.1

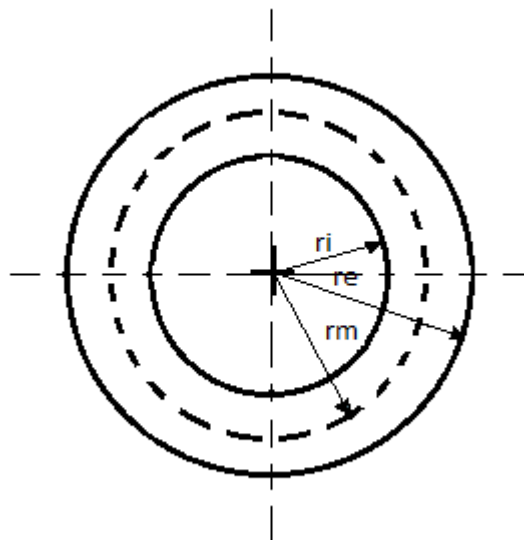


FIG.2.1 Disposição física do problema

Onde r_i corresponde ao valor do raio interno, r_m ao do raio médio e r_e ao do raio externo.

2.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O equacionamento do problema a seguir acompanha aquele sugerido pela formulação original de WU et al. (2008), exceto pela ausência de uma jaqueta externa ao tubo e, conseqüentemente, de duas condições de contorno adicionais que representam a transferência de calor da superfície externa do tubo para a jaqueta e desta para o meio exterior. O tubo é representado por um cilindro vazado, conforme já mencionado, e, portanto o problema é formulado em geometria cilíndrica. Assim como na formulação original, considera-se a transferência de calor apenas na direção radial, de forma que o problema térmico é unidimensional transiente e supõem-se propriedades termofísicas constantes, além da ausência de fontes sumidouros de calor.

Com essas hipóteses, a equação de difusão de calor assume a seguinte forma:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T}{\partial r} \right] = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad r_i < r < r_e ; \quad t > 0 \quad (2.1)$$

Onde $\alpha = k/\rho C_p$, é a difusividade térmica do tubo de aço.

A condição inicial para o problema é considerada como sendo uma temperatura constante T_0 igual à temperatura ambiente T_∞ :

$$T(r, 0) = T_0 = T_\infty, \text{ para } r_i \leq r \leq r_e ; \quad t = 0 \quad (2.2)$$

As condições de contorno para o tubo da arma são:

Na superfície interna do tubo: $r = r_i$, $t > 0$

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} = q_0 e^{-bt} \quad (2.3)$$

Na superfície externa do tubo: $r = r_e$, $t > 0$

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} = h[T(r_e, t) - T_\infty] \quad (2.4)$$

Os valores para q_0 e b na Eq. (2.3) são os mesmos adotados por WU et al. (2008), e originam-se do trabalho de LAWTON (2001). Segundo esse autor, a transferência de calor

(H) dos gases do propelente para a superfície interna do tubo pode ser representada pela a seguinte função exponencial:

$$H = H_{\infty} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \quad (2.5)$$

Onde τ é uma constante de tempo e H_{∞} é a transferência de calor total por unidade de área e por disparo. Para um obuseiro de 155 mm, LAWTON (2001) determinou, através do ajuste de uma equação empírica a uma curva experimental de temperatura contra tempo, um valor de 4,74 ms para a constante de tempo e um valor de 0,9136 MJ/m² para a transferência de calor por disparo. Isso fornece o valor do fluxo (q_{10}) de $1,927 \times 10^8$ (W/m²) e da constante de tempo (b) de $1 / 4,74$ (ms) na EQ. 2.3.

As equações 2.1, 2.2, 2.3 e 2.4 acima definem um problema de condução de calor não homogêneo. Segundo ÖZISIK (1980), uma solução analítica para esse problema é possível através da técnica da expansão em autofunções. O problema original é dividido em um problema auxiliar em regime permanente, cuja solução é $T_{aux}(r)$, e em um problema transiente homogêneo, cuja solução é $T_h(r, t)$. A solução para o problema original é dada então pela seguinte expressão:

$$T(r, t) = T_{\infty} + T_{aux}(r)e^{-bt} + T_h(r, t) \quad (2.6)$$

O problema auxiliar e o problema homogêneo são obtidos da seguinte forma:

Derivando-se a EQ.2.6 com respeito a t e r obtém-se:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -be^{-bt}T_{aux}(r) + \frac{\partial T_h}{\partial t} \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = e^{-bt} \frac{dT_{aux}}{dr} + \frac{\partial T_h}{\partial r} \quad (2.8)$$

Substituindo-se a EQ.2.7 e a EQ.2.8 na equação de governo EQ.2.1, tem-se:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T_h}{\partial r} + re^{-bt} \frac{dT_{aux}}{dr} \right] = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T_h}{\partial t} - \frac{b}{\alpha} e^{-bt} T_{aux}(r) \quad (2.9)$$

E a condição inicial fica:

$$\mathbf{T}(r, 0) = \mathbf{T}_i = \mathbf{T}_\infty + \mathbf{T}_{aux}(r) + \mathbf{T}_h(r, 0) \quad \text{para } r_1 \leq r \leq r_e ; \quad t = 0 \quad (2.10)$$

As condições de contorno podem ser reescritas como:

$$q_0 e^{-bt} = -k \frac{\partial \mathbf{T}_h}{\partial r} - k e^{-bt} \frac{d\mathbf{T}_{aux}}{dr} \quad ; \quad r = r_1 \quad (2.11)$$

$$-k \frac{\partial \mathbf{T}_h}{\partial r} - k e^{-bt} \frac{d\mathbf{T}_{aux}}{dr} = h [\mathbf{T}_{aux}(r) e^{-bt} + \mathbf{T}_h(r, t)] \quad ; \quad r = r_e \quad (2.12)$$

Das equações 2.9, 2.10, 2.11 e 2.12 acima obtém-se o problema homogêneo que é descrito por:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial \mathbf{T}_h}{\partial r} \right] = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \mathbf{T}_h}{\partial t} \quad ; \quad r_1 < r < r_e \quad ; \quad t > 0 \quad (2.13)$$

Com condição inicial:

$$\mathbf{T}_h(r, 0) = \mathbf{T}_i - \mathbf{T}_\infty - \mathbf{T}_{aux}(r) \quad ; \quad r_1 < r < r_e \quad ; \quad t = 0 \quad (2.14)$$

E condições de contorno:

$$\frac{\partial \mathbf{T}_h}{\partial r} = 0 \quad ; \quad r = r_1 \quad ; \quad t > 0 \quad (2.15)$$

$$-k \frac{\partial \mathbf{T}_h}{\partial r} = h \mathbf{T}_h(r, t) \quad ; \quad r = r_e \quad ; \quad t > 0 \quad (2.16)$$

E o problema auxiliar que é descrito por:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r \frac{dT_{aux}}{dr} \right] + \frac{b}{\alpha} T_{aux}(r) = 0$$

(2.17)

Com condições de contorno:

$$q_0 = -k \frac{dT_{aux}}{dr} \quad ; \quad r = r_i$$

(2.18)

$$-k \frac{dT_{aux}}{dr} = h T_{aux} \quad ; \quad r = r_e$$

(2.19)

A solução do problema homogêneo é dada pela seguinte expansão em autofunções:

$$T_h(r, t) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i \Psi_i(r) e^{-\alpha \mu_i^2 t}$$

(2.20)

Onde os autovalores μ_i^2 e as autofunções Ψ_i são obtidas a partir da solução do seguinte problema de autovalor (BOYCE, 1990; ÖZISIK, 1980):

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r \frac{d\Psi_i}{dr} \right] + \mu_i^2 \Psi_i(r) = 0$$

(2.21)

Com condições de contorno:

$$\frac{d\Psi_i}{dr} = 0 \quad , \quad r = r_i$$

(2.22)

$$h \Psi_i(r) + k \frac{d\Psi_i}{dr} = 0 \quad , \quad r = r_e$$

(2.23)

Substituindo-se a condição inicial na EQ. 2.20 e fazendo-se uso da propriedade de ortogonalidade das autofunções do problema de autovalor, os coeficientes c_i da solução ficam:

$$C_i = \frac{1}{N_i} \int_{r_i}^{r_e} r [T_i - T_\infty - T_{aux}(r)] \Psi_i(r) dr \quad (2.24)$$

Onde a norma é definida por:

$$N_i = \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i^2(r) dr \quad (2.25)$$

A EQ. 2.24 pode ser reescrita como:

$$C_i = (T_i - T_\infty) \frac{1}{N_i} \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) dr - \frac{1}{N_i} \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) T_{aux}(r) dr \quad (2.26)$$

Definindo-se um parâmetro auxiliar I_{1i} :

$$I_{1i} = \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) dr \quad (2.27)$$

E integrando-se a EQ. 2.21, obtém-se:

$$\int_{r_i}^{r_e} d \left[r \frac{d\Psi_i}{dr} \right] = -\mu_i^2 \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) dr = -\mu_i^2 I_{1i} \quad (2.28)$$

Resolvendo-se a integral na EQ.2.28, tem-se:

$$r_e \frac{d\Psi_i}{dr} \Big|_{r=r_e} - r_i \frac{d\Psi_i}{dr} \Big|_{r=r_i} = -\mu_i^2 I_{1i} \quad (2.29)$$

Mas, da EQ. 2.22, $r_i \frac{d\Psi_i}{dr} \Big|_{r=r_i} = 0$, logo,

$$I_{1i} = \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) dr = -\frac{1}{\mu_i^2} r_e \frac{d\Psi_i}{dr} \Big|_{r=r_e} = \frac{1}{\mu_i^2} r_e \frac{h}{k} \Psi_i(r_e) \quad (2.30)$$

Definindo-se um segundo parâmetro auxiliar \mathbf{I}_{2i} :

$$\mathbf{I}_{2i} = \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) T_{aux}(r) dr \quad (2.31)$$

E multiplicando-se a EQ. 2.21 por $T_{aux}(r)$, e em seguida integrando-se a equação resultante desde $r = r_i$ até $r = r_e$, encontra-se:

$$\int_{r_i}^{r_e} T_{aux}(r) \frac{d}{dr} \left[r \frac{d\Psi_i}{dr} \right] dr = -\mu_i^2 \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) T_{aux}(r) dr = -\mu_i^2 \mathbf{I}_{2i} \quad (2.32)$$

O lado esquerdo dessa equação é integrado por partes, fornecendo:

$$r T_{aux}(r) \frac{d\Psi_i}{dr} \Big|_{r_i}^{r_e} - \int_{r_i}^{r_e} r \frac{d\Psi_i}{dr} \frac{dT_{aux}}{dr} dr = -\mu_i^2 \mathbf{I}_{2i} \quad (2.33)$$

Uma segunda integração por partes fornece:

$$r T_{aux}(r) \frac{d\Psi_i}{dr} \Big|_{r_i}^{r_e} - r \Psi_i(r) \frac{dT_{aux}}{dr} \Big|_{r_i}^{r_e} + \int_{r_i}^{r_e} \Psi_i(r) \frac{d}{dr} \left[r \frac{dT_{aux}}{dr} \right] dr = -\mu_i^2 \mathbf{I}_{2i} \quad (2.34)$$

O termo $\frac{d}{dr} \left[r \frac{dT_{aux}}{dr} \right]$ na expressão acima pode ser substituído com o auxílio da EQ. 2.17 para fornecer:

$$r \left[T_{aux}(r) \frac{d\Psi_i}{dr} - \Psi_i(r) \frac{dT_{aux}}{dr} \right] \Big|_{r_i}^{r_e} - \frac{b}{\alpha} \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) T_{aux} dr = -\mu_i^2 \mathbf{I}_{2i} \quad (2.35)$$

Utilizando-se a definição de \mathbf{I}_{2i} , reescreve-se a EQ. 2.35 acima como:

$$r \left[T_{\text{aux}}(r) \frac{d\Psi_i}{dr} - \Psi_i(r) \frac{dT_{\text{aux}}}{dr} \right] \Big|_{r_i} = \left(\frac{b}{\alpha} - \mu_i^2 \right) I_{2i}$$

(2.36)

Desenvolvendo o lado esquerdo da expressão acima, tem-se:

$$\begin{aligned} & r_e \left[T_{\text{aux}}(r_e) \frac{d\Psi_i}{dr} \Big|_{r_e} - \Psi_i(r_e) \frac{dT_{\text{aux}}}{dr} \Big|_{r_e} \right] - r_i \left[T_{\text{aux}}(r_i) \frac{d\Psi_i}{dr} \Big|_{r_i} - \Psi_i(r_i) \frac{dT_{\text{aux}}}{dr} \Big|_{r_i} \right] = \\ & = r_i \Psi_i(r_i) \frac{dT_{\text{aux}}}{dr} \Big|_{r_i} = \left[\frac{b}{\alpha} - \mu_i^2 \right] I_{2i} \end{aligned}$$

(2.37)

Assim:

$$I_{2i} = \frac{r_i \Psi_i(r_i) \frac{dT_{\text{aux}}}{dr} \Big|_{r_i}}{\left[\frac{b}{\alpha} - \mu_i^2 \right]}$$

(2.38)

Ou, substituindo-se a condição de contorno dada pela EQ. 2.18:

$$I_{2i} = \frac{-r_i \Psi_i(r_i) \frac{q_0}{k}}{\left[\frac{b}{\alpha} - \mu_i^2 \right]}$$

(2.39)

Os coeficientes C_i da EQ. 2.26 são então descritos por:

$$C_i = \frac{1}{N_i} \left\{ (T_i - T_\infty) \frac{r_e h}{\mu_i^2 k} \Psi_i(r_e) + \frac{r_i \Psi_i(r_i) \frac{q_0}{k}}{\frac{b}{\alpha} - \mu_i^2} \right\}$$

(2.40)

A solução da EQ. 2.17 é dada em termos de funções de Bessel de primeiro e segundo tipo de ordem zero por:

$$\mathbf{T}_{aux}(r) = c_1 J_0[mr] + c_2 Y_0[mr] \quad (2.41)$$

Onde definiu-se o parâmetro auxiliar $m^2=b/a$. Derivando-se a EQ. 2.41 em relação à variável r obtém-se:

$$\frac{dT_{aux}}{dr} = c_1 m J_0'[mr] + c_2 m Y_0'[mr] \quad (2.42)$$

Substituindo-se a EQ. 2.42 na condição de contorno em $r = r_i$ para o problema auxiliar resulta:

$$-\frac{q_0}{km} = c_1 J_0'[mr_i] + c_2 Y_0'[mr_i] \quad (2.43)$$

Substituindo-se a EQ. 2.41 e a EQ. 2.42 na condição de contorno em $r = r_e$ para o problema auxiliar tem-se:

$$\frac{h}{K} [c_1 J_0[mr_e] + c_2 Y_0[mr_e]] + m [c_1 J_0'[mr_e] + c_2 Y_0'[mr_e]] = 0 \quad (2.44)$$

Definindo-se o parâmetro auxiliar $H_2=h/k$, a EQ. 2.44 pode ser reescrita como:

$$c_1 \{H_2 J_0[mr_e] + m J_0'[mr_e]\} + c_2 \{H_2 Y_0[mr_e] + m Y_0'[mr_e]\} = 0 \quad (2.45)$$

Novos parâmetro auxiliares são definidos como:

$$\mathbf{S}_{om} = \{H_2 Y_0[mr_e] + m Y_0'[mr_e]\} \quad (2.46)$$

e,

$$\mathbf{V}_{om} = H_2 J_0[mr_e] + m J_0'[mr_e] \quad (2.47)$$

Agora, as EQS. 2.44 e 2.45 podem ser reescritas na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} J_0'[\text{mr}_i] & Y_0'[\text{mr}_i] \\ V_{\text{om}} & S_{\text{om}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{q_0}{\text{km}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Resolvendo-se para \mathbf{C}_1 :

$$\mathbf{C}_1 = \frac{\begin{vmatrix} -\frac{q_0}{\text{km}} & Y_0'[\text{mr}_i] \\ 0 & S_{\text{om}} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} J_0'[\text{mr}_i] & Y_0'[\text{mr}_i] \\ V_{\text{om}} & S_{\text{om}} \end{vmatrix}} \quad (2.49)$$

ou,

$$\mathbf{C}_1 = \frac{-\frac{q_0 S_{\text{om}}}{\text{km}}}{S_{\text{om}} J_0'[\text{mr}_i] - V_{\text{om}} Y_0'[\text{mr}_i]} \quad (2.50)$$

E resolvendo-se para \mathbf{C}_2 :

$$\mathbf{C}_2 = \frac{\begin{vmatrix} J_0'[\text{mr}_i] & -\frac{q_0}{\text{km}} \\ V_{\text{om}} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} J_0'[\text{mr}_i] & Y_0'[\text{mr}_i] \\ V_{\text{om}} & S_{\text{om}} \end{vmatrix}} \quad (2.51)$$

ou,

$$\mathbf{C}_2 = \frac{\frac{q_0 V_{\text{om}}}{\text{km}}}{S_{\text{om}} J_0'[\text{mr}_i] - V_{\text{om}} Y_0'[\text{mr}_i]} \quad (2.52)$$

De forma análoga, o problema de autovalor pode ser resolvido como se segue:

As autofunções $\Psi_i(\mathbf{r})$ são combinações de funções de Bessel de primeiro e segundo tipo de ordem zero. Assim tem-se:

$$\Psi_i(\mathbf{r}) = C_{1i}J_0(\mu_i r) + C_{2i}Y_0(\mu_i r) \quad (2.53)$$

Derivando-se a EQ. 2.53 em relação à variável r obtém-se:

$$\frac{d\Psi_i}{dr} = \mu_i C_{1i}J'_0(\mu_i r) + \mu_i C_{2i}Y'_0(\mu_i r) \quad (2.54)$$

Substituindo-se a EQ. 2.54 na condição de contorno em $r = r_i$ para o problema de autovalor resulta:

$$0 = C_{1i}J'_0(\mu_i r_i) + C_{2i}Y'_0(\mu_i r_i) \quad (2.55)$$

Substituindo-se a EQ. 2.53 e a EQ. 2.54 na condição de contorno em $r = r_e$ para o problema de autovalor tem-se:

$$0 = H_2[C_{1i}J_0(\mu_i r_e) + C_{2i}Y_0(\mu_i r_e)] + C_{1i}\mu_i J'_0(\mu_i r_e) + C_{2i}\mu_i Y'_0(\mu_i r_e) \quad (2.56)$$

ou,

$$0 = C_{1i}[H_2 J_0(\mu_i r_e) + \mu_i J'_0(\mu_i r_e)] + C_{2i}[H_2 Y_0(\mu_i r_e) + \mu_i Y'_0(\mu_i r_e)] \quad (2.57)$$

Agora, as EQS. 2.56 e 2.57 podem ser reescritas na seguinte forma matricial:

$$\begin{vmatrix} J'_0(\mu_i r_i) & Y'_0(\mu_i r_i) \\ H_2 J_0(\mu_i r_e) + \mu_i J'_0(\mu_i r_e) & H_2 Y_0(\mu_i r_e) + \mu_i Y'_0(\mu_i r_e) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} C_{1i} \\ C_{2i} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (2.58)$$

Novos parâmetro auxiliares são definidos como:

$$S_0 = H_2 Y_0(\mu_i r_e) + \mu_i Y'_0(\mu_i r_e) \quad (2.59)$$

e,

$$V_0 = H_2 J_0(\mu_1 r_e) + \mu_1 J_0'(\mu_1 r_e) \quad (2.60)$$

A Eq. 2.58 é então reescrita como:

$$\begin{vmatrix} J_0'(\mu_1 r_i) & Y_0'(\mu_1 r_i) \\ V_0 & S_0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} C_{1i} \\ C_{2i} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (2.61)$$

Assim:

$$C_{1i} = S_0 \quad (2.62)$$

e,

$$C_{2i} = -V_0 \quad (2.63)$$

Finalmente, tem-se que $\psi_i(r)$ é dado por:

$$\psi_i(r) = S_0 J_0(\mu_1 r) + V_0 Y_0(\mu_1 r) \quad (2.64)$$

A norma N_i , definida pela EQ. 2.25, pode ser avaliada da seguinte maneira:

Determina-se $\psi_i^2(r)$ a partir da EQ. 2.64:

$$\psi_i^2(r) = S_0^2 J_0^2(\mu_1 r) + V_0^2 Y_0^2(\mu_1 r) - 2S_0 V_0 J_0(\mu_1 r) Y_0(\mu_1 r) \quad (2.65)$$

E substitui-se a EQ.2.65 na EQ.2.25 para se obter:

$$N_i = S_0^2 \int_{r_i}^{r_e} r J_0^2(\mu_1 r) dr + V_0^2 \int_{r_i}^{r_e} r Y_0^2(\mu_1 r) dr - 2S_0 V_0 \int_{r_i}^{r_e} r (J_0(\mu_1 r) Y_0(\mu_1 r)) dr \quad (2.66)$$

De acordo com OZISIK (1980), após serem efetuadas as integrações das funções de Bessel, a expressão acima para a norma N_i pode ser reescrita como:

$$N_i = \left(\frac{2}{\pi^2} \right) \left\{ \frac{\left[(H_i^2 + \mu_i^2) (J_0'(\mu_i r_i))^2 - V_0^2 \right]}{\left[\mu_i^2 (J_0'(\mu_i r_i))^2 \right]} \right\}$$

(2.67)

Muito embora todos os elementos de cada um dos termos da EQ.2.6 tenham sido encontrados, é necessária ainda a determinação numérica dos autovalores μ_i para gerar a solução analítica do problema.

A geração dos autovalores está descrita em detalhes no Apêndice 1.

Uma vez determinados os autovalores, as autofunções $\Psi_i(\mathbf{r})$ e os coeficientes C_i podem ser obtidos das EQS. 2.64 e 2.40, respectivamente, e a solução do problema homogêneo $T_H(\mathbf{r}, t)$ calculada a partir da EQ. 2.20.

2.3 SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA UNIDIMENSIONAL COM RESFRIAMENTO CONVECTIVO DE AR NATURAL E LIQUIDO FORÇADO PARA UM ÚNICO DISPARO.

A partir da análise teórica desenvolvida na Seção 2.2 é possível extrair alguns resultados para a situação de interesse. Primeiramente, de forma a validar a análise, optou-se por simular a situação em que a arma produz um único disparo ou o primeiro de uma salva de vários disparos. Isso permite uma estimativa da temperatura máxima que o tubo atinge e do intervalo de tempo necessário para se atingir essa temperatura, também conhecida como a fase de aquecimento do tubo da arma. A partir desse máximo, a temperatura declina monotonamente ao longo do tempo.

Duas formas de resfriamento convectivo podem ser analisadas a partir da condição de contorno dada pela EQ. 2.4:

Considerando a situação mais encontrada na prática, o resfriamento do tubo ocorreria por convecção natural e por radiação térmica para o ambiente. Aproximando-se a condição de contorno de radiação tipicamente não linear por uma função linear, esse caso pode ser representado pela EQ. 2.5 se o coeficiente convectivo h for a combinação do coeficiente de

transferência de calor por convecção a ar natural com o coeficiente linearizado de transferência de calor por radiação.

Por outro lado, um resfriamento convectivo mais eficiente seria alcançado aumentando-se o valor do coeficiente h através da utilização de convecção forçada a ar ou líquido. Quando se analisa as diferenças entre as propriedades térmicas do ar e dos líquidos em geral, fica claro que a convecção forçada empregando ar é menos eficiente do que a empregando líquido.

Assim, utilizando-se os mesmos valores para o coeficiente de transferência de calor h adotados por WU et al. (2008), tem-se $40 \text{ W/m}^2\text{K}$ para o resfriamento por ar natural combinado com radiação térmica e $2523,5 \text{ W/m}^2\text{K}$ para o resfriamento por líquido forçado.

Esses valores se mantêm constantes durante todo o período de tempo considerado. A temperatura ambiente foi considerada 27°C em todas as simulações.

Finalmente para a solução desse problema foram usadas as seguintes propriedades térmicas de um aço com módulo de elasticidade (E) de 201 GPa. , apresentadas na TAB.2.1:

TAB 2.1 Propriedades geométricas e termofísicas de um tubo de aço para um obuseiro 155 mm (WU et al, 2008)

Raio interno	Raio externo	Massa específica	Calor específico	Condutividade térmica	Difusividade térmica
r_i (mm)	r_e (mm)	ρ (Kg/m^3)	c_p (J/Kg-K)	k (W/m-K)	α (m^2/s)
77,5	107,5	7833	460	40	$1,11 \times 10^{-5}$

Inicialmente, determinou-se o perfil de temperatura para o caso de resfriamento a ar natural e radiação combinados conforme discutido acima. Na FIG.2.2 pode ser observada a distribuição de temperatura no raio interno (77,5 mm), no raio médio (92,5 mm) e no raio externo (107,5 mm) durante a fase de aquecimento e no início da fase de resfriamento do tubo de calibre 155 mm. A solução analítica para esse caso indica que a fase de aquecimento tem seu máximo em 4,02 milissegundos após a deflagração da munição. Da mesma forma, a FIG.2.3 ilustra o perfil de temperatura nas mesmas posições radiais ao longo dos primeiros 6 segundos. O valor de 6 segundos foi escolhido porque esse é o intervalo de tempo típico após o qual se dá o segundo disparo nas armas de grande calibre com recarregamento automático ou assistido.

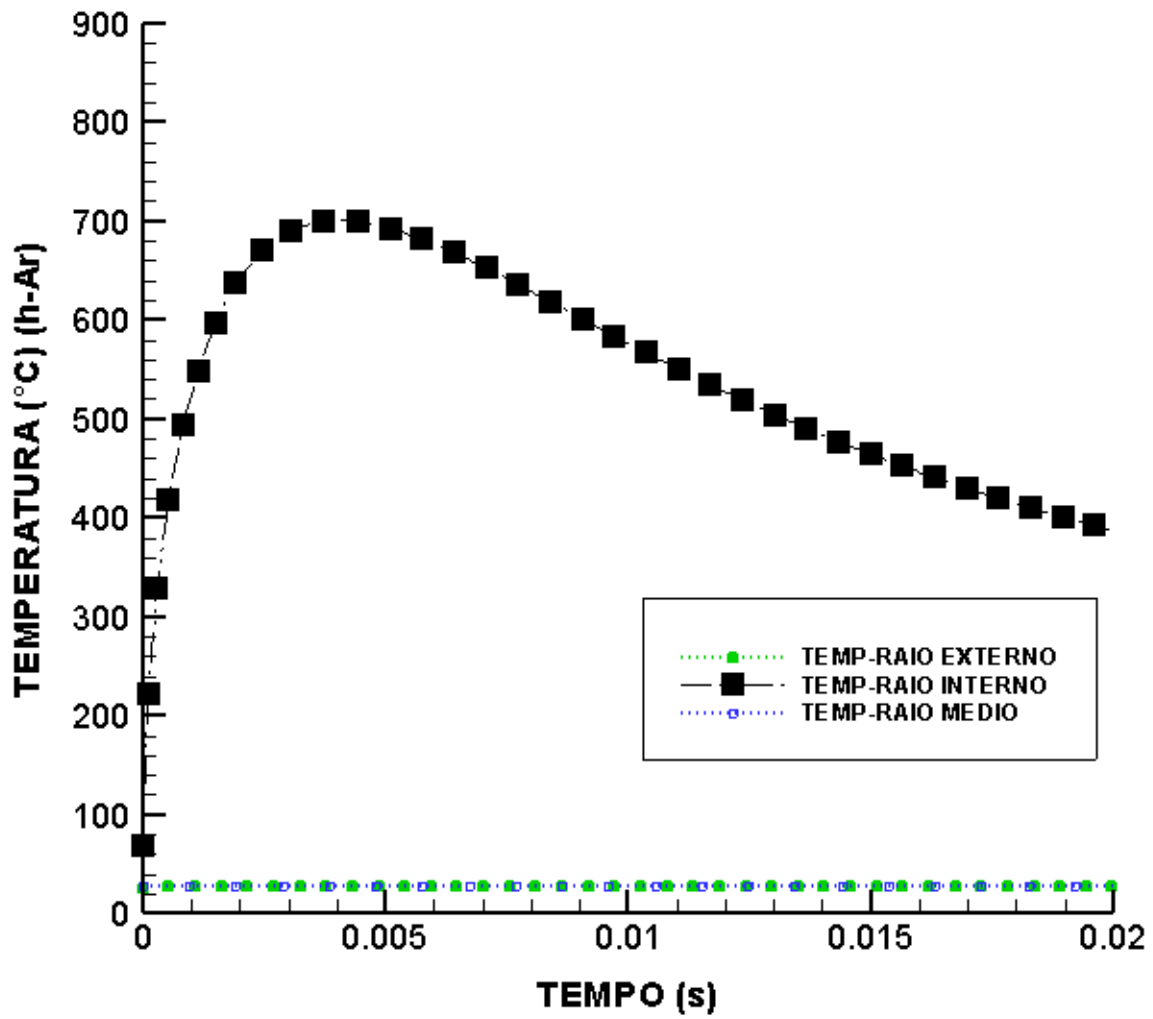


FIG.2.2 Distribuição de temperatura no raio interno, médio e externo em função do tempo, para resfriamento a ar natural e radiação combinados.

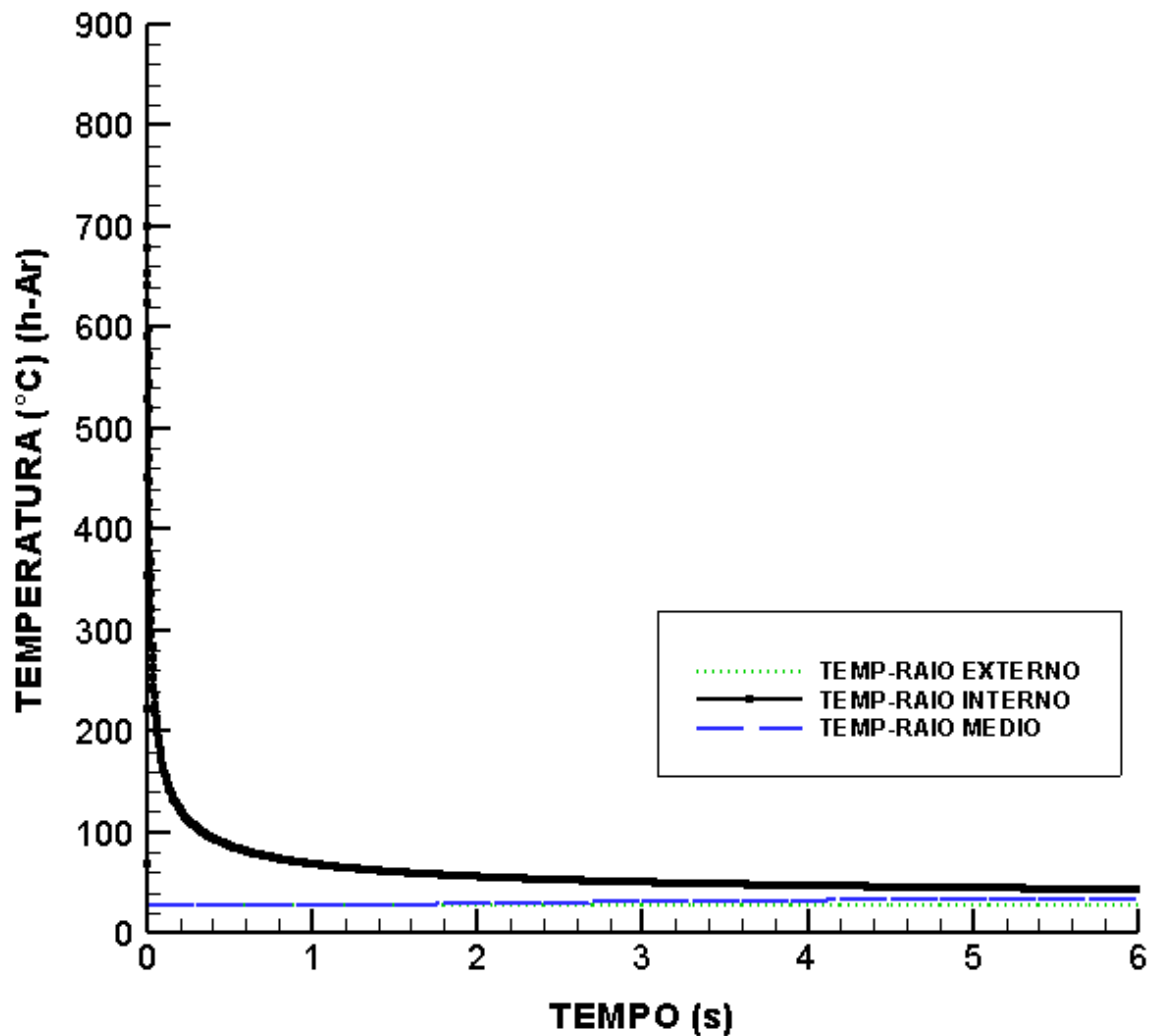


FIG.2.3 Distribuição de temperatura no raio interno, médio e externo para resfriamento a ar natural e radiação combinados no período de tempo desde o disparo até 6 segundos.

A análise da distribuição radial de temperatura revela que a superfície interna do tubo atinge uma temperatura máxima de 700,682 °C em 4,02 ms, seguida de um rápido declínio, enquanto que as temperaturas no raio médio e no raio externo permanecem virtualmente inalteradas. Como é de conhecimento geral, cada vez que uma arma é disparada, o aço no interior do cano sofre uma grande flutuação de temperatura. Devido a curta duração da fase de aquecimento, da ordem de milissegundos, essa flutuação de temperatura não é suficiente para que a propagação de calor na direção radial atinja uma espessura muito além da superfície interna do tubo. WU et al (2008) afirmam que a superfície interna do tubo pode apresentar uma temperatura da ordem de 1000 °C enquanto a 1 mm de distância para dentro da parede a

temperatura está na faixa de 50°C a 100°C. LAWTON (2001) corrobora essa afirmação, reportando que a posição correspondente ao início do raiamento do tubo é o ponto onde a transferência de calor do gás propelente para a superfície do tubo é máxima. Tipicamente, a temperatura nesse ponto atinge 600°C a 1200°C dentro de alguns milissegundos após a exposição aos gases quentes e a transferência de calor pode ser da ordem de 500 MW/m². A chamada zona termicamente afetada estende-se por cerca de 200µm a partir da superfície interna do tubo e após 1 mm os efeitos da propagação do calor são bastante reduzidos. Isso sugere que a energia térmica é inicialmente armazenada numa fina camada e então transferida por condução até a superfície externa durante a fase de resfriamento. Esse comportamento é observado na FIG 2.2 onde fica evidente que o calor não pode ser transferido até a distância correspondente ao raio médio e ao raio externo em tão curto espaço de tempo. A FIG. 2.3 permite observar o gradiente de temperatura de elevada inclinação que resulta da quantidade de energia sob a forma de calor que é transferida para a superfície interna do tubo a partir dos gases quentes do propelente durante a fase de aquecimento.

Em seguida, determinou-se o perfil de temperatura para a situação do tubo submetido a resfriamento por convecção forçada com líquido, e, para isso, empregou-se o valor de $h=2523,5 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ adotado no estudo de WU et al.(2008). A FIG.2.4 apresenta o perfil de temperatura na fase de aquecimento e no início da fase de resfriamento que ocorre nos primeiros milissegundos após o disparo enquanto a FIG.2.5 ilustra o perfil de temperatura ao longo dos primeiros 6 segundos.

O valor máximo para a temperatura alcançado no caso de resfriamento externo do tubo com líquido forçado é de 700,673 °C no tempo correspondente a 4,02 ms.

A TAB. 2.2 mostra uma comparação entre as temperaturas no raio interno, médio e externo calculadas durante os primeiros 10 minutos após o disparo, para as duas condições de resfriamento.

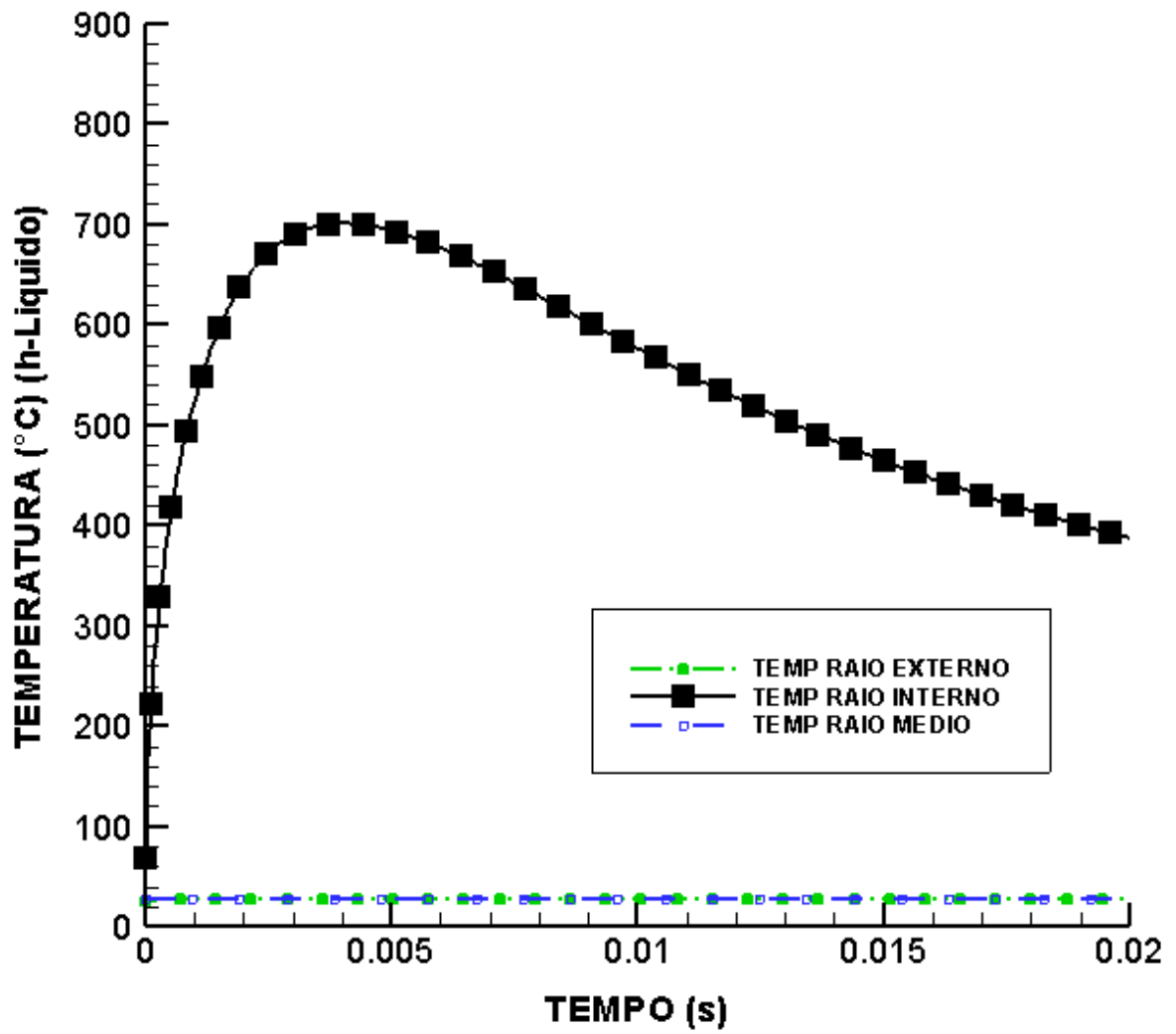


FIG.2.4 Distribuição de temperatura no raio interno, médio e externo em função do tempo, para resfriamento com líquido forçado.

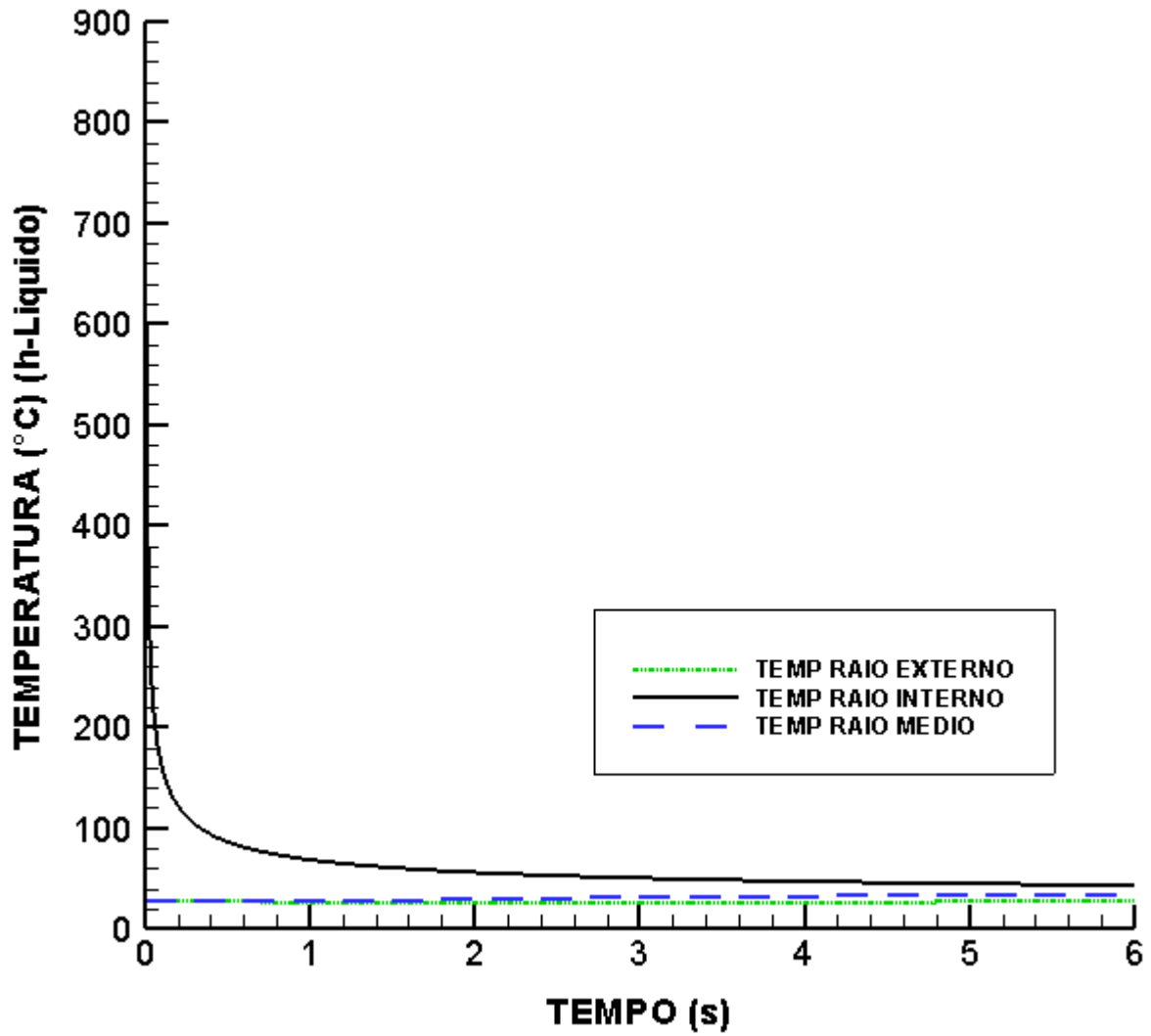


FIG.2.5 Distribuição de temperatura no raio interno, médio e externo do tubo para resfriamento com líquido forçado nos primeiros 6 segundos após o disparo

TAB 2.2 Temperaturas no raio interno, médio e externo variando o coeficiente convectivo em função do tempo após o disparo

Tempo em segundos	h = 40 W/(m ² K)			h = 2523,5 W/(m ² K)		
	r _i	r _m	r _e	r _i	r _m	r _e
1	68,447	27,240	27,000	68,447	27,240	27,000
6	43,028	33,634	28,003	43,028	33,631	27,800
10	39,117	34,194	29,994	39,114	34,137	29,121
20	35,514	34,131	32,787	35,322	33,484	30,226
30	34,480	34,058	33,609	33,709	32,589	30,034
60	33,989	33,951	33,862	31,072	30,461	28,924
90	33,891	33,863	33,784	29,512	29,136	28,188
120	33,803	33,775	33,698	28,550	28,318	27,733
150	33,717	33,689	33,613	27,956	27,813	27,452
180	33,632	33,605	33,529	27,590	27,502	27,279
210	33,547	33,521	33,446	27,364	27,309	27,172
240	33,464	33,438	33,364	27,224	27,191	27,106
270	33,382	33,356	33,283	27,138	27,117	27,065
300	33,301	33,276	33,204	27,085	27,072	27,040
360	33,142	33,117	33,047	27,032	27,027	27,015
420	32,987	32,963	32,895	27,012	27,010	27,005
480	32,836	32,813	32,746	27,004	27,004	27,002
540	32,689	32,666	32,601	27,001	27,001	27,001
600	32,546	32,523	32,460	27,000	27,000	27,000

Embora o tempo total decorrido desde a deflagração da munição seja ainda pequeno para que haja uma maior dissipação de calor para o exterior, pode-se observar na TAB. 2.2 que já existe uma tendência para que as temperaturas no tubo submetido à convecção forçada sejam inferiores a aquelas no tubo submetido ao resfriamento natural, o que permite inferir que quanto maior o valor do coeficiente convectivo adotado, menores serão os níveis de temperatura no tubo. Novamente, evidencia-se a forte inclinação do gradiente de temperatura

na direção radial do tubo nos primeiros instantes após o disparo. À medida que o tempo avança, se não ocorrer um novo disparo, a temperatura gradativamente retorna ao seu valor inicial, conforme esperado.

A análise do perfil de temperatura apenas no raio interno permitirá, mais adiante, uma estimativa do número máximo de disparos que uma arma pode efetuar sob uma determinada condição de resfriamento, tendo em vista que os valores de temperatura no raio médio e no raio externo não têm influência direta na ativação prematura da munição e, conseqüentemente, na segurança do usuário.

2.3.1 VALIDAÇÃO DA ANÁLISE

LAWTON (2001) deduziu que, para a condição de contorno dada pela EQ. 2.3, a relação entre a temperatura máxima na superfície interna do tubo da arma, T_{max} , e a transferência de calor por disparo pode ser calculada a partir da seguinte expressão empírica:

$$T_{max} - T_i = 1,082 \times \frac{H_{\infty}}{k} \sqrt{\frac{\alpha}{\pi \tau}} \quad (2.68)$$

Onde T_i é a temperatura inicial do tubo da arma. Em geral, quando um valor de tempo t iguala-se a constante de tempo τ , a temperatura no raio interno alcança o seu valor máximo. Assim, segundo a EQ. 2.68, o valor da temperatura máxima teórica é de 759,651 °C para um tempo de 4,02 ms. Este valor será considerado como sendo a temperatura máxima real para fins de comparação com os valores obtidos nas simulações, 700,682 °C e 700,673°C para ar e líquido respectivamente.

Assim, pode-se estimar um desvio relativo de 7,763 % para o problema de resfriamento do tubo por ar natural combinado com radiação térmica para o ambiente, e um desvio relativo de 7,764% para o caso do tubo resfriado com líquido forçado. Como pode ser observado, o desvio entre o resultado previsto pelo modelo empírico de LAWTON (2001) e o obtido através da solução analítica aqui proposta é inferior a 10 %, o que indica que as estimativas fornecidas pela solução analítica são válidas.

A simulação numérica de WU et al. (2008) obteve um valor de pico para a temperatura no raio interno de 672,8 °C em 4,4 ms para o caso de resfriamento do tubo com ar natural e

radiação térmica combinados, o que resulta num desvio de 7,493% em relação ao valor teórico de 727,299 °C previsto pela equação de LAWTON (2001) para esse valor de constante de tempo .

2.4 SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA UNIDIMENSIONAL COM RESFRIAMENTO CONVECTIVO DE AR NATURAL E LIQUIDO FORÇADO PARA MÚLTIPLOS DISPAROS.

Nessa seção, a análise do problema térmico é estendida de forma a incorporar a situação de uma seqüência de disparos efetuados a uma taxa constante. Conseqüentemente, a condição inicial do problema para o segundo disparo e para os próximos será diferente da temperatura ambiente dada pela EQ.2.2. A nova condição inicial será dada pela distribuição de temperatura ao longo do raio no momento do disparo seguinte, ou seja, ao final de um disparo anterior. Como a taxa na qual os disparos são efetuados é considerada constante, essa função do raio pode ser calculada em intervalos de tempo fixos, o que fornece uma expressão recursiva como mostrado a seguir.

Considera-se que o segundo disparo ocorre no instante de tempo dado por $t = t^*$, de forma que a distribuição de temperatura fornecida pela EQ.2.6 para t^* segundos fica:

$$T(r, t^*) = T_{\infty} + T_{aux}(r)e^{-bt^*} + T_h(r, t^*) \quad , \quad r_i \leq r \leq r_e \quad (2.69)$$

Essa expressão define uma função do raio, $F(r)$, que passa a ser a condição inicial para o problema referente ao segundo disparo:

$$T(r, t^*) = F(r) \quad , \quad r_i \leq r \leq r_e \quad (2.70)$$

Prosseguindo-se com a análise, as condições de contorno para o tubo da arma, EQ. 2.3 e EQ. 2.4, o problema auxiliar, EQS. 2.17, 2.18 e 2.19, e o problema de autovalor, EQS. 2.21, 2.22 e 2.23, permanecem os mesmos utilizados para calcular o primeiro disparo. A condição inicial está relacionada diretamente com o problema homogêneo, mais especificamente com a determinação dos coeficientes C_i dados pela EQ. 2.24. Assim, a EQ.2.24 para o segundo disparo será:

$$C_i^{\text{New}} = \frac{1}{N_i} \int_{r_i}^{r_e} r [T(r, t^*) - T_\infty - T_{\text{aux}}(r)] \Psi_i(r) dr \quad (2.71)$$

Onde o sobrescrito “new” refere-se ao segundo disparo. Substituindo a EQ. 2.69 na EQ. 2.71, obtém-se:

$$C_i^{\text{New}} = \frac{1}{N_i} \int_{r_i}^{r_e} r [T_\infty + T_{\text{aux}}(r) e^{-bt^*} + T_h(r, t^*) - T_\infty - T_{\text{aux}}(r)] \Psi_i(r) dr \quad (2.72)$$

Essa equação pode ser reescrita como:

$$C_i^{\text{New}} = \frac{1}{N_i} \int_{r_i}^{r_e} r [T_{\text{aux}}(r) (e^{-bt^*} - 1) + T_h(r, t^*)] \Psi_i(r) dr \quad (2.73)$$

ou ainda,

$$C_i^{\text{New}} = (e^{-bt^*} - 1) \frac{1}{N_i} \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) T_{\text{aux}}(r) dr + \frac{1}{N_i} \int_{r_i}^{r_e} r T_h(r, t^*) \Psi_i(r) dr \quad (2.74)$$

A primeira integral da EQ. 2.74 foi avaliada através da EQ. 2.39. Assim, tem-se:

$$C_i^{\text{New}} = -\frac{1}{N_i} \left[\frac{r_i \Psi_i(r_i) \frac{q_0}{k}}{\frac{b}{\alpha} - \mu_i^2} \right] (e^{-bt^*} - 1) + \frac{1}{N_i} \int_{r_i}^{r_e} r T_h(r, t^*) \Psi_i(r) dr \quad (2.75)$$

Por outro lado, a solução do problema homogêneo para o tempo $t = t^*$ é dada por:

$$T_h(r, t^*) = \sum_{j=1}^{\infty} c_j^{\text{old}} \Psi_j(r) e^{-\alpha \mu_j^2 t^*} \quad (2.76)$$

Onde o sobrescrito “old” refere-se ao primeiro disparo. Definindo-se um parâmetro auxiliar I_{1i}^* para o cálculo da integral na EQ. 2.75, tem-se

$$I_{1i}^* = \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) T_h(r, t^*) dr = \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) \left[\sum_{j=1}^{\infty} c_j^{\text{old}} \Psi_j(r) e^{-\alpha \mu_j^2 t^*} \right] dr \quad (2.77)$$

ou,

$$I_{1i}^* = \sum_{j=1}^{\infty} c_j^{\text{old}} e^{-\alpha \mu_j^2 t^*} \int_{r_i}^{r_e} \Psi_i(r) \Psi_j(r) dr \quad (2.78)$$

Aplicando-se a propriedade da ortogonalidade das autofunções do problema de autovalor na EQ. 2.78, resulta em:

$$I_{1i}^* = c_j^{\text{old}} e^{-\alpha \mu_j^2 t^*} N_j = c_i^{\text{old}} e^{-\alpha \mu_i^2 t^*} N_i \quad (2.79)$$

Logo, a EQ. 2.75 assume a seguinte forma para o segundo disparo:

$$C_i^{\text{New}} = e^{-\alpha \mu_i^2 t^*} C_i^{\text{old}} - \frac{1}{N_i} \left[\frac{r_i \Psi_i(r_i) \frac{q_0}{k}}{\frac{b}{\alpha} - \mu_i^2} \right] (e^{-bt^*} - 1) \quad (2.80)$$

Onde C_i^{old} , fornecido pela expressão para C_i oriunda do primeiro disparo, é:

$$C_i^{\text{old}} = \frac{1}{N_i} \left[\frac{r_i \Psi_i(r_i) \frac{q_0}{k}}{\frac{b}{\alpha} - \mu_i^2} \right] + \frac{1}{N_i} \left[(T_i - T_{\infty}) \frac{r_e h}{\mu_i^2 k} \Psi_i(r_e) \right] \quad (2.81)$$

Para o próximo disparo, os mesmos passos que, partindo da EQ.2.69 levaram à EQ. 2.80, se repetem, e a expressão de C_i^{old} para o disparo atual passa a ser dado pela expressão de C_i^{New} do disparo anterior.

Generalizando esse procedimento para um número j de disparos, obtém-se a seguinte expressão:

$$C_i^{(j)} = (1 - e^{-bt^{(j)}})A_i + e^{-\alpha\mu_i^2 t^{(j)}} C_i^{(j-1)} \quad , j = 2, 3, 4, \dots \quad (2.82)$$

$$C_i^{(1)} = A_i + B_i \quad (2.83)$$

Onde:

$$A_i = \frac{1}{N_i} \left[\frac{r_i \Psi_i(r_i) \frac{q_0}{k}}{\frac{b}{\alpha} - \mu_i^2} \right]$$

(2.84)

$$B_i = \frac{1}{N_i} \left[(T_i - T_\infty) \frac{r_e h}{\mu_i^2 k} \Psi_i(r_e) \right] \quad (2.85)$$

E $t^{(j)}$ é o tempo decorrido após o j -ésimo disparo.

Logo, a distribuição de temperatura transiente após o j - **ésimo** disparo torna-se:

$$T^{(j)}(r, t) = T_\infty + T_{aux}(r) e^{-bt} + \sum_{i=1}^{\infty} C_i^{(j)} \Psi_i(r) e^{-\alpha\mu_i^2 t} \quad , \quad j = 1, 2, 3, 4, \dots$$

(2.86)

Para as simulações numéricas que se seguem, adotou-se um intervalo de tempo de 6 segundos entre os disparos, o que resulta numa cadência de 10 disparos por minuto, compatível com a taxa de disparo de um obuseiro com carregamento automático de munição.

As FIGS. 2.6 e 2.7 mostram o resultado da simulação numérica para o perfil térmico do tubo submetido a resfriamento a ar natural e resfriamento a líquido forçado, respectivamente, na situação de dez disparos por minuto durante três minutos. Observa-se que a temperatura da

superfície interna sofre flutuações acentuadas, ao passo que as temperaturas no meio da parede e na superfície externa variam de forma suave. O acúmulo de energia no contorno causado pelos múltiplos disparos causa um incremento de temperatura ao longo do tempo. Devido à diferença entre os valores dos coeficientes convectivos para as duas situações estudadas, percebe-se que esse incremento de temperatura mantém-se aproximadamente constante para o caso de resfriamento natural, mas reduz-se gradativamente para o resfriamento com líquido forçado. Assim, após certo número de disparos, o constante incremento na temperatura causado pelo acúmulo de energia na superfície interna do tubo fará com que o limite de segurança para a temperatura seja atingido no caso do resfriamento por ar natural. Como pode ser observado na FIG. 2.6, a temperatura inicial para o 23º disparo está acima de 200 °C, que é o valor da temperatura de auto-ignição da munição.

Conseqüentemente, nesse caso, o obuseiro só poderia disparar 22 disparos com essa cadência de 10 disparos por minuto, e os oito disparos seguintes nessa missão de três minutos teriam que ser abortados. Observa-se ainda que, no disparo 22 a temperatura no raio médio é de 179,153°C e a temperatura no raio externo é de 165,460°C, acrescentando a importância de fazer as medições de temperatura no raio interno.

Porém o mesmo não ocorre na situação de resfriamento por líquido forçado. A FIG. 2.7 indica que o processo de transferência de calor nesse caso é suficiente para controlar o incremento de temperatura a cada disparo, que vai se reduzindo até atingir um comportamento assintótico. Nessa situação, a temperatura limite de 200 °C não é atingida e o obuseiro consegue disparar todos os 30 disparos previstos na missão.

A simulação por elementos finitos de WU et al (2008) indica que a temperatura no raio interno do tubo atinge 200°C no 26º disparo, na situação de resfriamento por convecção natural ($h = 40 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$). Para o resfriamento convectivo com líquido forçado, aqueles autores também reportam que a temperatura de 200°C não é atingida.

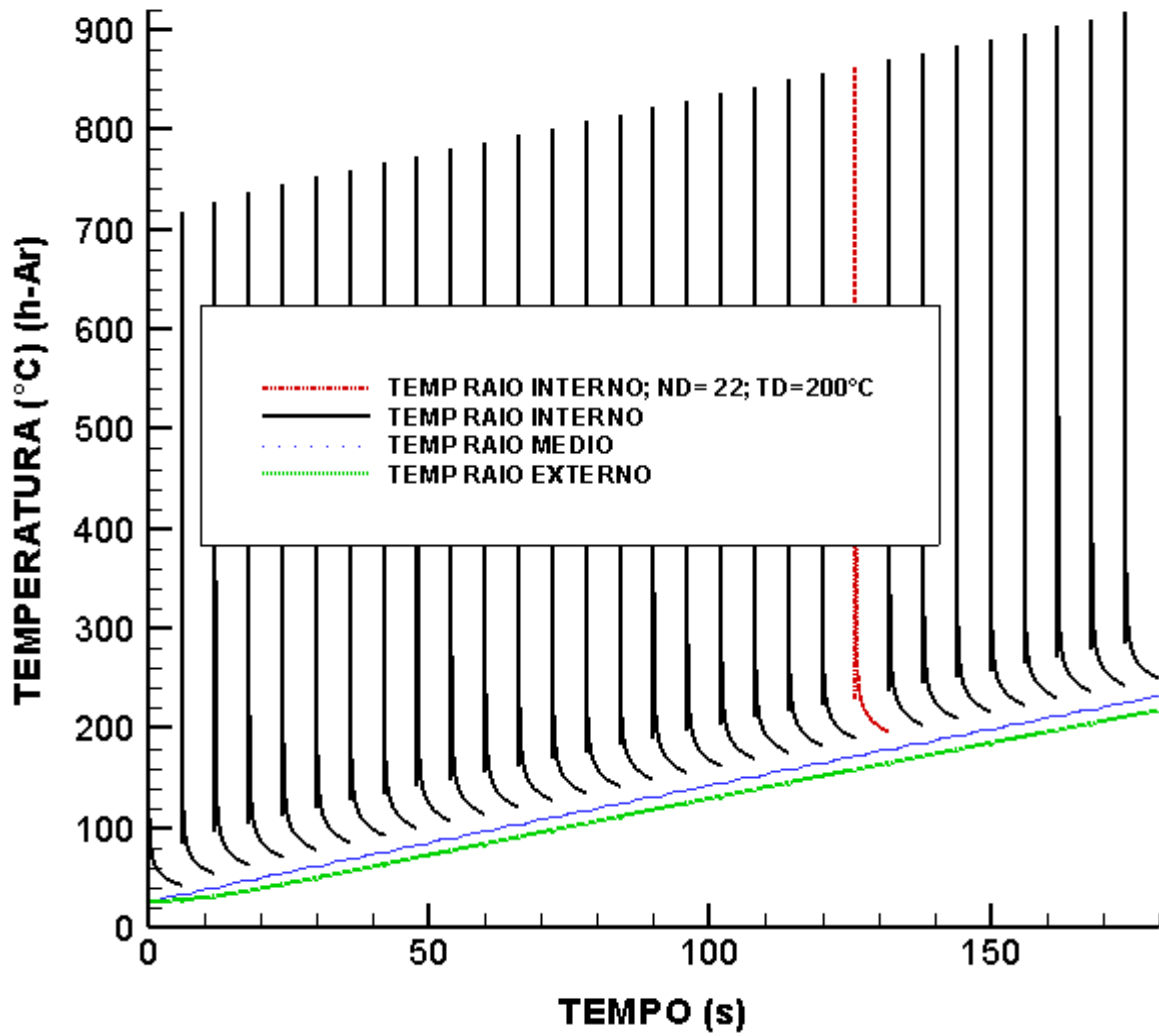


FIG.2.6 Temperatura no raio interno, médio e externo no tubo com resfriamento a ar natural e radiação combinados no período de 180 segundos.

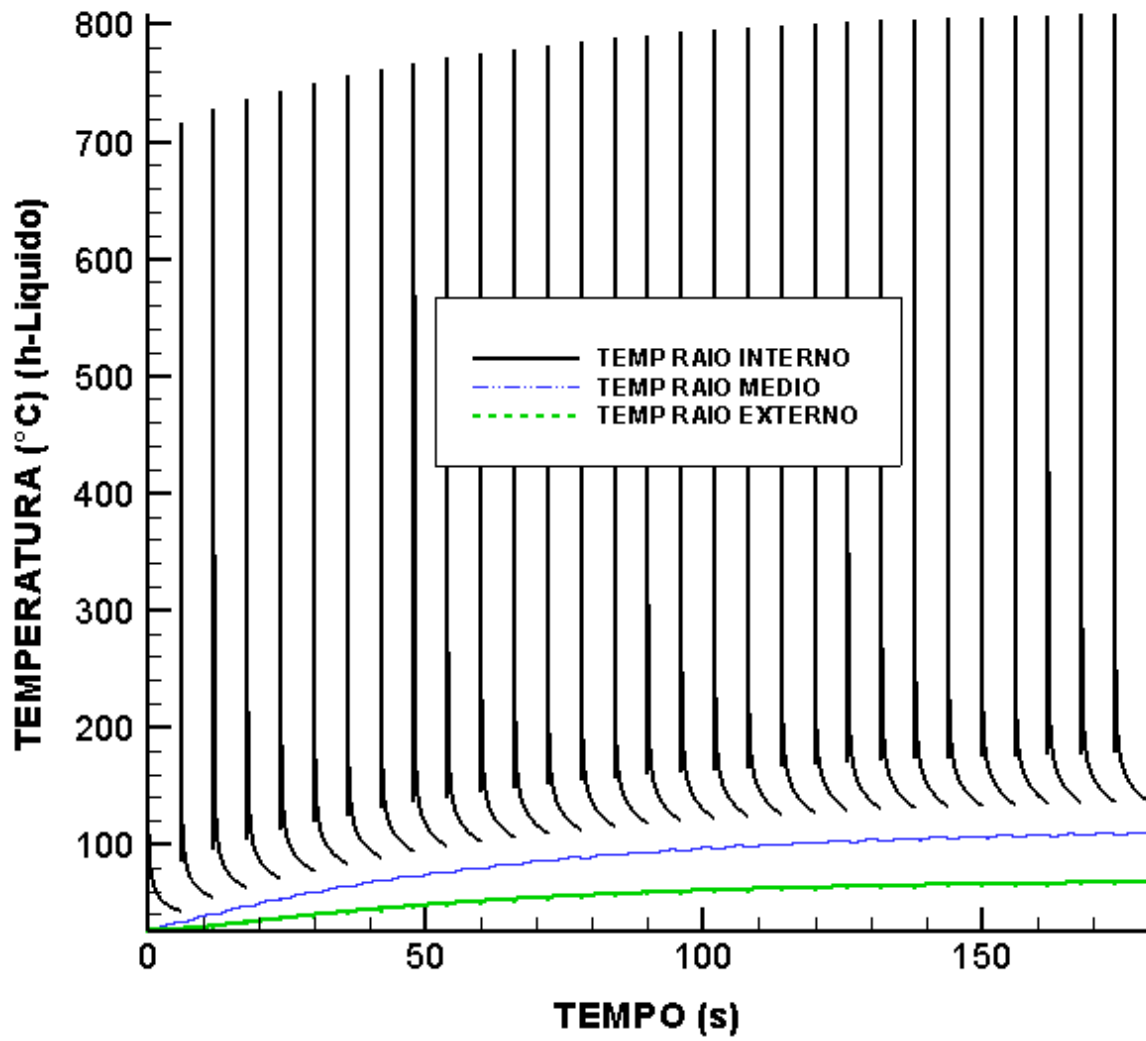


FIG.2.7 Temperatura no raio interno, médio e externo no tubo com resfriamento por líquido forçado no período de 180 segundos.

3 DETERMINAÇÃO DO PERFIL DE TEMPERATURA EM UM TUBO DE OBUSEIRO DE CALIBRE 155 MM COM CANAIS DE RESFRIAMENTO.

3.1 INTRODUÇÃO

O estudo de WU et al.(2008) analisa teoricamente o processo de transferência de calor em um tubo de 155 mm., resfriado externamente por convecção e também por um conjunto de canais semicirculares no interior de sua parede, representado na FIG. 3.1, pelos quais atravessa um líquido refrigerante. O perfil de temperatura na superfície interna e externa do tubo é obtido através de uma simulação numérica que emprega o método dos elementos finitos.

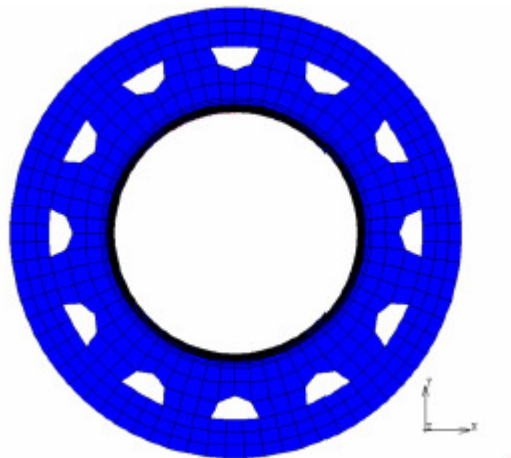


FIG.3.1 Tubo com canais de resfriamento (WU et al., 2008)

A solução analítica do problema de resfriamento do tubo com tal arranjo geométrico, se não impossível, é extremamente difícil. De forma a contornar essa dificuldade, propõe-se nesse Capítulo uma solução alternativa que simula o efeito dos múltiplos canais de resfriamento ou até mesmo de uma jaqueta de resfriamento externa, através da presença de um termo sumidouro na equação de governo do problema de transferência de calor. Fisicamente, o termo sumidouro representa a perda de calor pela parede do cano, como se existisse um líquido refrigerante que escoasse por canais que se encontram entre o raio interno e o raio externo do tubo. Esse termo sumidouro, representado por g_0/k , onde k é o coeficiente

de condutividade térmica do material do tubo e g_0 é a energia retirada por unidade de volume do tubo, tem sua expressão dada pela EQ. 3.1 a seguir:

$$g_0 = N \times \frac{\dot{m} C_p \Delta T}{\Delta V} \quad (3.1)$$

Nesta expressão, N é o número de canais de resfriamento do tubo, ΔV representa o volume do tubo (m^3) calculado como sendo um cilindro vazado, \dot{m} significa a vazão em massa (Kg/s), C_p é o calor específico a pressão constante (J/Kg°C) e ΔT é a variação da temperatura (°C) do refrigerante entre a entrada e a saída do canal.

Na formulação e análise do problema com termo sumidouro a seguir considera-se a transferência de calor apenas na direção radial, de forma que o problema térmico é unidimensional transiente e supõem-se propriedades termofísicas constantes, tal qual no Capítulo 2.

3.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Com as hipóteses acima, a equação de governo para o problema térmico aqui proposto assume a seguinte forma:

$$\frac{g_0}{k} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T}{\partial r} \right] = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad r_i < r < r_e ; \quad t > 0 \quad (3.2)$$

Onde a condição inicial do problema é dada por:

$$T(r, 0) = T_i \quad r_i < r < r_e \quad (3.3)$$

E as condições de contorno são:

1. Na superfície interna do cano: $r = r_i$, $t > 0$

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} = q_0 e^{-bt}$$

(3.4)

2. Na superfície externa do cano: $r = r_e$, $t > 0$

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} = h[T(r_e, t) - T_\infty] \quad (3.5)$$

O problema térmico definido acima é não homogêneo. Novamente, a técnica da expansão em autofunções (OZISIK, 1980) pode ser utilizada na obtenção de uma solução analítica. Seguindo o mesmo procedimento adotado no Capítulo 2, o problema original é dividido em um problema auxiliar em regime permanente, cuja solução é $T_{aux}(r)$, em um problema em regime permanente relacionado ao termo sumidouro, cuja solução é $T_j(r)$, e em um problema transiente homogêneo, cuja solução é $T_h(r, t)$. A solução para o problema original é dada então pela seguinte expressão:

$$T(r, t) = T_\infty + T_j(r) + T_{aux}(r)e^{-bt} + T_h(r, t) \quad (3.6)$$

O problema homogêneo, o problema auxiliar e o problema relacionado ao termo sumidouro são obtidos da seguinte forma:

Derivando-se a expressão anterior com respeito a t e r obtém-se:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{dT_j}{dr} + e^{-bt} \frac{dT_{aux}}{dr} + \frac{\partial T_h}{\partial r}$$

(3.7)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -be^{-bt}T_{aux}(r) + \frac{\partial T_h}{\partial t} \quad (3.8)$$

Substituindo-se a EQ. 3.7 e a EQ.3.8 na equação de governo EQ.3.2, obtém-se:

$$\frac{q_0}{k} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{dT_j}{dr} + r e^{-bt} \frac{dT_{aux}}{dr} + r \frac{\partial T_h}{\partial r} \right] = -\frac{1}{\alpha} b e^{-bt} T_{aux}(r) + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T_h}{\partial t}$$

(3.9)

E a condição inicial fica:

$$\mathbf{T}(\mathbf{r}, \mathbf{0}) = \mathbf{T}_i = \mathbf{T}_w + \mathbf{T}_j(\mathbf{r}) + \mathbf{T}_{aux}(\mathbf{r}) + \mathbf{T}_h(\mathbf{r}, \mathbf{0})$$

(3.10)

Inserindo novamente as equações EQ. 3.7 e EQ.3.8 nas condições de contorno EQ.3.4 e EQ.3.5 obtêm-se:

1. Na superfície interna do cano: $\mathbf{r} = \mathbf{r}_i, \quad \mathbf{t} > \mathbf{0}$

$$\left(-k \frac{dT_j}{dr} - k e^{-bt} \frac{dT_{aux}}{dr} - k \frac{\partial T_h}{\partial r} \right) = q_0 e^{-bt}$$

(3.11)

2. Na superfície externa do cano: $\mathbf{r} = \mathbf{r}_e, \quad \mathbf{t} > \mathbf{0}$

$$\left(-k \frac{dT_j}{dr} - k e^{-bt} \frac{dT_{aux}}{dr} - k \frac{\partial T_h}{\partial r} \right) = [h T_j(r_e) + h e^{-bt} T_{aux}(r_e) + h T_h(r_e, t)]$$

(3.12)

Das equações EQ.3.9, EQ.3.10, EQ.3.11 e EQ.3.12 acima se obtém o problema homogêneo para $\mathbf{T}_h(\mathbf{r}, \mathbf{t})$ que é descrito por:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T_h}{\partial r} \right] = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T_h}{\partial t} \quad \mathbf{r}_i < \mathbf{r} < \mathbf{r}_e ; \quad \mathbf{t} > \mathbf{0}$$

(3.13)

Com condição inicial:

$$\mathbf{T}_h(\mathbf{r}, \mathbf{0}) = (\mathbf{T}_i - \mathbf{T}_w) - \mathbf{T}_j(\mathbf{r}) - \mathbf{T}_{aux}(\mathbf{r}) \quad \mathbf{r}_i < \mathbf{r} < \mathbf{r}_e ; \quad \mathbf{t} = \mathbf{0}$$

(3.14)

E condições de contorno:

$$\frac{\partial T_h}{\partial r} = 0 \quad ; \quad r = r_i \quad , \quad t > 0$$

(3.15)

$$H_2 T_h(r_e, t) + \frac{\partial T_h}{\partial r} = 0 \quad ; \quad r = r_e \quad , \quad t > 0$$

(3.16)

Onde se define $H_2 = h/k$.

Obtém-se também o problema auxiliar para $T_{aux}(r)$ que é descrito por:

$$\frac{d}{dr} \left[r \frac{dT_{aux}}{dr} \right] + r m^2 T_{aux}(r) = 0 \tag{3.17}$$

Onde $m^2 = b/\alpha$.

Com condições de contorno:

$$q_0 = -k \frac{dT_{aux}}{dr} \quad ; \quad r = r_i \quad , \quad t > 0$$

(3.18)

$$H_2 T_{aux}(r_e) + \frac{dT_{aux}}{dr} = 0 \quad ; \quad r = r_e \quad , \quad t > 0$$

(3.19)

E, finalmente, o problema relacionado ao termo sumidouro, cuja solução é a temperatura $T_j(r)$, é descrito por:

$$\frac{d}{dr} \left[r \frac{dT_j}{dr} \right] + \frac{rg_0}{k} = 0 \quad ; \quad r_i < r < r_e \quad ; \quad t > 0 \tag{3.20}$$

Com condições de contorno:

$$\frac{dT_j}{dr} = 0 \quad ; \quad r = r_1, \quad t > 0$$

(3.21)

$$H_2 T_j(r_e) + \frac{dT_j}{dr} = 0 \quad ; \quad r = r_e, \quad t > 0$$

(3.22)

Conforme visto no Capítulo 2, a solução do problema homogêneo é dada pela seguinte expansão em autofunções:

$$T_h(r, t) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i \Psi_i(r) e^{-\alpha \mu_i^2 t}$$

(3.23)

Onde os autovalores μ_i e as autofunções Ψ_i são obtidas a partir da solução do seguinte problema de autovalor:

$$\frac{d}{dr} \left[r \frac{d\Psi_i}{dr} \right] + \mu_i^2 r \Psi_i(r) = 0$$

(3.24)

$$\frac{d\Psi_i}{dr} = 0, \quad r = r_1$$

(3.25)

$$H_2 \Psi_i(r_e) + \frac{d\Psi_i}{dr} = 0, \quad r = r_e$$

(3.26)

Substituindo-se a condição inicial do problema homogêneo, EQ. 3.14, na expressão para $T_h(r, t)$ e fazendo-se uso da propriedade de ortogonalidade das autofunções do problema de autovalor, Os coeficientes C_i da solução são descritos por:

$$C_i = \frac{1}{N_i} \int_{r_1}^{r_e} r [T_1 - T_\infty - T_j(r) - T_{aux}(r)] \Psi_i(r) dr$$

(3.27)

Onde a norma é definida por:

$$N_i = \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i^2(r) dr \quad (3.28)$$

A EQ. 3.27 pode ser reescrita como:

$$C_i = (T_i - T_{\infty}) \frac{1}{N_i} \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) dr - \frac{1}{N_i} \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) T_{aux}(r) dr - \frac{1}{N_i} \int_{r_i}^{r_e} r T_1(r) \Psi_i(r) dr \quad (3.29)$$

Definindo-se os parâmetros auxiliares I_{1i} , I_{2i} e I_{3i} como:

$$I_{1i} = \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) dr \quad (3.30)$$

$$I_{2i} = \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) T_{aux}(r) dr \quad (3.31)$$

$$I_{3i} = \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) T_1(r) dr \quad (3.32)$$

E substituindo esses parâmetros na EQ.3.29, tem-se:

$$C_i = (T_i - T_{\infty}) \frac{1}{N_i} I_{1i} - \frac{1}{N_i} I_{2i} - \frac{1}{N_i} I_{3i} \quad (3.33)$$

Integrando-se a EQ. 3.24, obtém-se:

$$\int_{r_i}^{r_e} d \left[r \frac{d\Psi_i}{dr} \right] = -\mu_i^2 \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) dr = -\mu_i^2 I_{1i} \quad (3.34)$$

ou

$$r_e \frac{d\Psi_i}{dr} \Big|_{r=r_e} - r_i \frac{d\Psi_i}{dr} \Big|_{r=r_i} = -\mu_i^2 I_{1i} \quad (3.35)$$

Mas, da condição de contorno do problema de autovalor em $r = r_i$, tem-se:

$$r_i \frac{d\Psi_i}{dr} \Big|_{r=r_i} = 0, \text{ assim:}$$

$$-\frac{1}{\mu_1^2} r_e \frac{d\Psi_i}{dr} \Big|_{r=r_e} = I_{11} \quad (3.36)$$

ou seja,

$$\frac{1}{\mu_1^2} r_e H_2 \Psi_i(r_e) = I_{11} \quad (3.37)$$

Multiplicando-se a EQ. 3.24 por $T_{aux}(r)$, e em seguida integrando-se a equação resultante desde $r = r_i$ até $r = r_e$, encontra-se

$$\int_{r_i}^{r_e} T_{aux}(r) \frac{d}{dr} \left[r \frac{d\Psi_i}{dr} \right] dr = -\mu_1^2 \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) T_{aux}(r) dr = -\mu_1^2 I_{21} \quad (3.38)$$

O lado esquerdo dessa equação é integrado por partes, fornecendo:

$$r T_{aux}(r) \frac{d\Psi_i}{dr} \Big|_{r_i}^{r_e} - \int_{r_i}^{r_e} r \frac{d\Psi_i}{dr} \frac{dT_{aux}}{dr} dr = -\mu_1^2 I_{21} \quad (3.39)$$

Uma segunda integração por partes fornece:

$$r T_{aux}(r) \frac{d\Psi_i}{dr} \Big|_{r_i}^{r_e} - r \Psi_i(r) \frac{dT_{aux}}{dr} \Big|_{r_i}^{r_e} + \int_{r_i}^{r_e} \Psi_i(r) \frac{d}{dr} \left[r \frac{dT_{aux}}{dr} \right] dr = -\mu_1^2 I_{21} \quad (3.40)$$

O termo $\frac{d}{dr} \left[r \frac{dT_{aux}}{dr} \right]$ na expressão acima pode ser substituído pela EQ. 3.17 para fornecer:

$$r \left[T_{aux}(r) \frac{d\Psi_i}{dr} - \Psi_i(r) \frac{dT_{aux}}{dr} \right] \Big|_{r_i}^{r_e} - m^2 \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) T_{aux}(r) dr = -\mu_i^2 I_{2i} \quad (3.41)$$

e, aplicando-se a definição de I_{2i} , se obtém

$$r \left[T_{aux}(r) \frac{d\Psi_i}{dr} - \Psi_i(r) \frac{dT_{aux}}{dr} \right] \Big|_{r_i}^{r_e} = (m^2 - \mu_i^2) I_{2i} \quad (3.42)$$

A substituição das condições de contorno do problema de autovalor e do problema auxiliar na expressão acima fornece:

$$r_i \Psi_i(r_i) \frac{dT_{aux}}{dr} \Big|_{r_i} = (m^2 - \mu_i^2) I_{2i} \quad (3.43)$$

Logo,

$$I_{2i} = -r_i \Psi_i(r_i) \frac{q_0}{k} \frac{1}{(m^2 - \mu_i^2)} \quad (3.44)$$

O parâmetro auxiliar I_{3i} é avaliado da seguinte forma:

Multiplicando-se a EQ. 3.24 por $T_j(r)$, e em seguida integrando-se a equação resultante desde $r = r_i$ até $r = r_e$, encontra-se

$$\int_{r_i}^{r_e} T_j(r) \frac{d}{dr} \left[r \frac{d\Psi_i}{dr} \right] dr = -\mu_i^2 \int_{r_i}^{r_e} r \Psi_i(r) T_j(r) dr = -\mu_i^2 I_{3i} \quad (3.45)$$

O primeiro membro dessa equação é avaliado através de uma integração por partes, fornecendo:

$$rT_j(r) \frac{d\Psi_i}{dr} \Big|_{r_i}^{r_e} - \int_{r_i}^{r_e} r \frac{d\Psi_i}{dr} \frac{dT_j}{dr} dr = -\mu_i^2 I_{3i} \quad (3.46)$$

Uma segunda integração por partes conduz a:

$$rT_j(r) \frac{d\Psi_i}{dr} \Big|_{r_i}^{r_e} - r\Psi_i(r) \frac{dT_j}{dr} \Big|_{r_i}^{r_e} + \int_{r_i}^{r_e} r\Psi_i(r) \frac{d}{dr} \left[r \frac{dT_j}{dr} \right] dr = -\mu_i^2 I_{3i} \quad (3.47)$$

O termo $\frac{d}{dr} \left[r \frac{dT_j}{dr} \right]$ na expressão acima pode ser substituído pela EQ. 3.20 para fornecer:

$$r \left[T_j(r) \frac{d\Psi_i}{dr} - \Psi_i(r) \frac{dT_j}{dr} \right] \Big|_{r_i}^{r_e} - \int_{r_i}^{r_e} r\Psi_i(r) \frac{g_o}{k} dr = -\mu_i^2 I_{3i} \quad (3.48)$$

A substituição das condições de contorno do problema de autovalor e do problema relacionado ao termo sumidouro na expressão acima fornece:

$$\frac{1}{\mu_i^2} \frac{g_o}{k} \int_{r_i}^{r_e} r\Psi_i(r) dr = I_{3i} \quad (3.49)$$

Utilizando, agora, a EQ.3.37 junto com a definição do parâmetro I_{1i} , se obtém:

$$\frac{1}{\mu_i^2} \frac{g_o}{k} I_{1i} = I_{3i} \quad (3.50)$$

ou, alternativamente

$$\frac{g_o}{k} \frac{1}{\mu_i^4} r_e H_2 \Psi_1(r_e) = I_{3i} \quad (3.51)$$

Uma vez determinados os parâmetros auxiliares I_{1i} , I_{2i} , I_{3i} , pode-se, finalmente, determinar C_i a partir da EQ. 3.33:

$$C_i = \frac{1}{N_i} \left\{ \left(T_i - T_\infty - \frac{1}{\mu_i^2} \frac{g_0}{k} \right) \frac{1}{\mu_i^2} r_e H_2 \Psi_i(r_e) + r_i \Psi_i(r_i) \frac{q_0}{k} \frac{1}{(m^2 - \mu_i^2)} \right\} \quad (3.52)$$

O próximo passo é a solução do problema relacionado ao termo sumidouro. Integrando-se a EQ.3.20, tem-se:

$$T_j(r) = -\frac{r^2 g_0}{4k} + D_1 \ln r + D_2 \quad (3.53)$$

Onde D_1 foi determinada através da EQ. 3.21, fornecendo:

$$D_1 = \frac{r_i^2 g_0}{2k} \quad (3.54)$$

A constante D_2 é obtida pela substituição da EQ. 3.22 e da EQ. 3.54 na EQ. 3.53, o que resulta em:

$$D_2 = \frac{g_0}{2k} \left[r_e \left(\frac{r_e}{2} + \frac{1}{H_2} \right) - r_i^2 \left(\frac{1}{H_2 r_e} + \ln r_e \right) \right] \quad (3.55)$$

Assim, a EQ. 3.53 pode ser reescrita como:

$$T_j(r) = \frac{g_0}{2k} \left[r_e \left(\frac{r_e}{2} - \frac{1}{H_2} \right) - r_i^2 \left(\frac{1}{H_2 r_e} + \ln r_e \right) \right] + \frac{r_i^2 g_0}{2k} \ln r - \frac{g_0}{4k} r^2 \quad (3.56)$$

Por outro lado, a expressão para a temperatura $T_{aux}(r)$ é a mesma que foi obtida no desenvolvimento do problema térmico sem termo sumidouro apresentado no Capítulo 2:

$$T_{aux}(r) = \frac{-\frac{q_0 S_{om}}{km}}{S_{om} J_0' [mr_i] - V_{om} Y_0' [mr_i]} J_0 [mr] + \frac{\frac{q_0 V_{om}}{km}}{S_{om} J_0' [mr_i] - V_{om} Y_0' [mr_i]} Y_0 [mr]$$

(3.57)

Finalmente, substituindo a EQ.3.56, a EQ.3.57 e a EQ. 3.23 na EQ.3.6 obtém-se a expressão analítica para determinar o perfil de temperatura no tubo de calibre 155 mm com canais de refrigeração.

3.3 SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA UNIDIMENSIONAL COM TERMO SUMIDOURO PARA UM ÚNICO DISPARO

A partir da expressão analítica para o perfil de temperatura desenvolvida na Seção 3.2 é possível obter resultados para a distribuição transiente de temperatura no tubo do obuseiro 155 mm com canais de resfriamento após um único disparo.

Antes de se proceder a análise do tubo com canais de resfriamento, foram realizados alguns testes de validação do código numérico. Inicialmente foi simulada a situação com um número de canais de resfriamento igual a zero de forma a testar se o programa de computador reproduz a situação do Capítulo 2, ou seja, o problema térmico sem termo sumidouro. Essa solução servirá, mais adiante, para comparar o desempenho do tubo com e sem canais de resfriamento. O resultado do teste, mostrado na FIG. 3.2 para a distribuição de temperatura mais crítica, ou seja, a do raio interno do tubo, valida a simulação numérica. Atentando-se para o fato que existem diferentes modelos de obuseiros de 155 mm, com diferentes comprimentos de tubo, também foi realizado um teste, para a situação de 6 canais de resfriamento, cujo resultado é mostrado na FIG. 3.3, onde se observa a distribuição de temperatura transiente no raio interno de vários tubos de comprimentos diferentes. Para o cálculo do valor do termo sumidouro foram utilizados os dados da TAB 3.1.

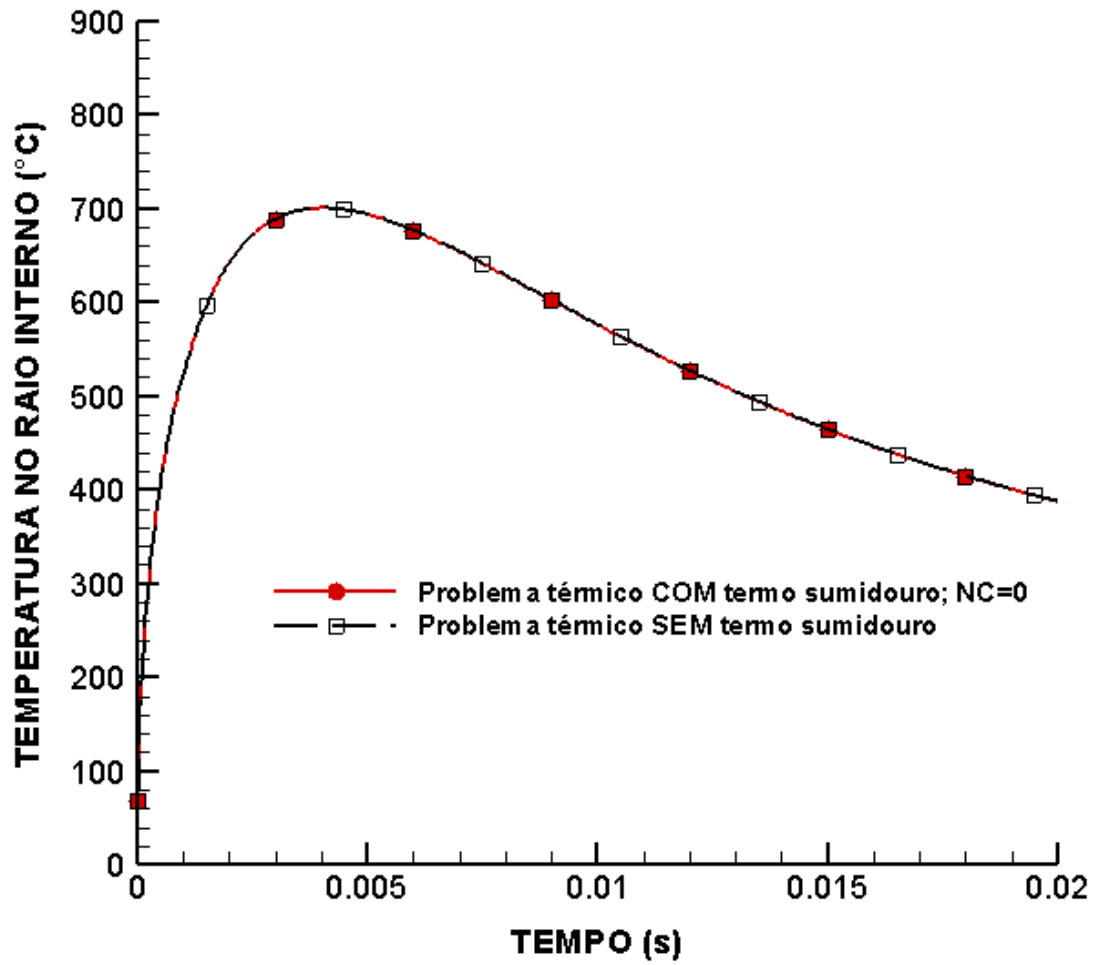


FIG.3.2 Perfil de temperatura transiente no raio interno do tubo considerando a formulação com e sem termo sumidouro

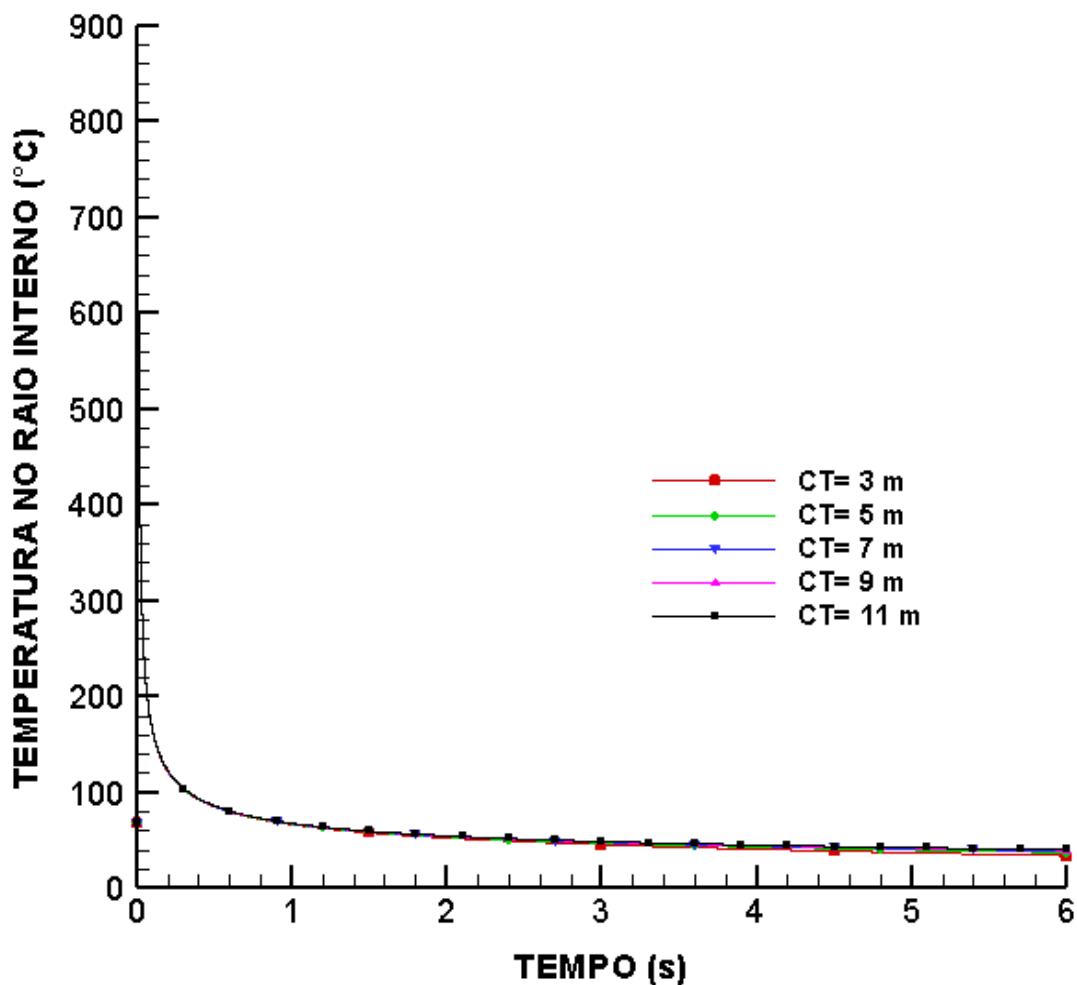


FIG.3.3 Perfil de temperatura para um tubo com 6 canais e diversos comprimentos do tubo

Para essa simulação, foi considerado um comprimento mínimo de três metros e um máximo de onze metros, o que representa a faixa usual de comprimentos de tubo adotada pelos fabricantes de peças de artilharia de 155 mm que se estende desde 20 calibres (3,10 m) até 70 calibres (10,85 m). Essencialmente, o que se observa é que, para um instante de tempo fixo, à medida que o comprimento do tubo aumenta, a temperatura da parede interna do tubo aumenta. A variação do comprimento do tubo influencia diretamente o valor do volume na expressão para o termo sumidouro (g_o). Assim, mantidas a vazão mássica e o calor específico a pressão constante do refrigerante, bem como o diferencial de temperatura entre a saída e a entrada do refrigerante e o número de canais de resfriamento, inalterados, um maior comprimento do tubo implica num valor menor para o termo sumidouro, e, conseqüentemente, numa temperatura maior para o mesmo instante de tempo. Como a

diferença entre os perfis de temperatura para vários comprimentos de tubo não foi significativa, cerca de 6 °C após 6 segundos, considera-se, nas análises subseqüentes para um disparo apenas, um comprimento fixo para o tubo do obuseiro.

Os perfis obtidos a partir dessa simulação serão utilizados, na Seção 3.4, nas comparações de desempenho com tubos de vários comprimentos resfriados por canais submetidos a múltiplos disparos.

Nas simulações que se seguem, são utilizados os valores que constam na TAB. 3.1. Para o cálculo do volume foi considerado um comprimento do tubo de 9000 mm (aproximadamente 58 calibres), um raio externo de 107,5 mm e um raio interno de 77,5 mm.

TAB.3.1 Características do tubo com canais de resfriamento (HOLMAN, 1983 e WU et al.,2008).

Descrição	Valores
Número de canais	0,2,4 ou 6
Vazão mássica do refrigerante	0,166 Kg/s
Calor específico do refrigerante	$4,179 \times 10^3 \text{ J/Kg } ^\circ\text{C}$
Variação de temperatura entre a saída e a entrada do canal	-66 °C
Volume do tubo	1,569 m ³

A FIG. 3.4 ilustra a distribuição de temperaturas na superfície interna do tubo para um número crescente de até seis canais de resfriamento. A superfície externa do tubo é resfriada por convecção natural combinada com radiação térmica. Da mesma forma que no Capítulo 2, é observado o comportamento nos primeiros seis segundos a partir dos quais, normalmente, um segundo disparo seria efetuado. A TAB 3.2 mostra os valores das temperaturas máximas e finais atingidas nessa situação.

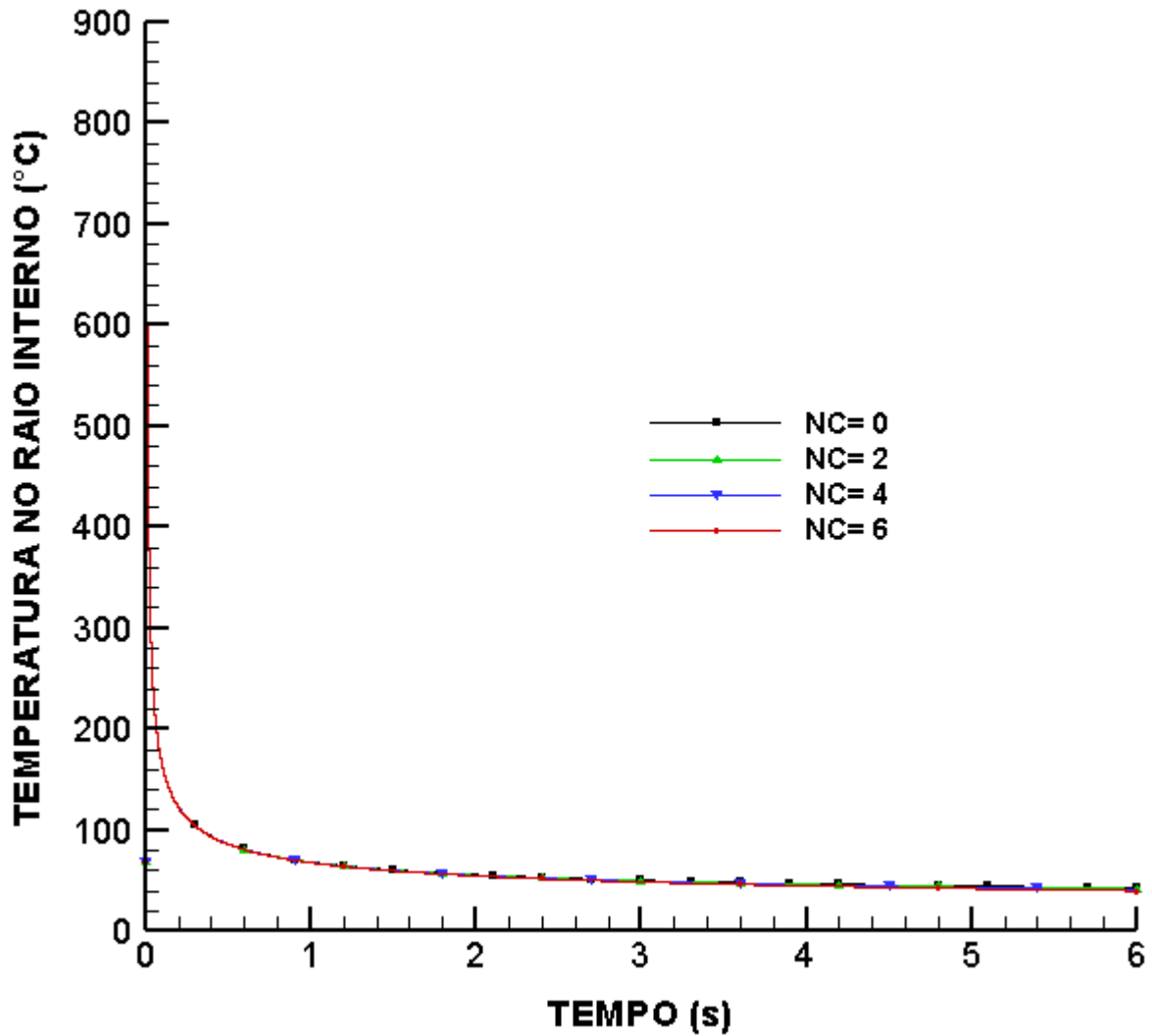


FIG.3.4 Distribuição de temperatura no raio interno do tubo de 9 m de comprimento com canais de resfriamento em função do número de canais.

TAB.3.2 Valores de temperatura máxima e final no raio interno para um único disparo. Tubo resfriado por canais na parede e por convecção natural de ar no exterior.

Número de canais	Temperatura Máxima (°C)	Temperatura após 6 segundos (°C)
0	700,683	43,028
2	700,682	42,057
4	700,681	41,085
6	700,680	40,114

A mesma situação foi analisada para o caso de resfriamento externo por convecção forçada de líquido. Os resultados para as temperaturas máximas e finais alcançadas ao longo do tempo estão reportadas na TAB. 3.3.

TAB.3.3 Valores de temperatura máxima e final no raio interno para um único disparo. Tubo resfriado por canais na parede e por convecção forçada de líquido no exterior.

Número de canais	Temperatura Máxima (°C)	Temperatura após 6 segundos (°C)
0	700.6733	43.028
2	700.6727	42.057
4	700.6720	41.087
6	700.6714	40.116

A comparação dos valores mostrados nas tabelas 3.2 e 3.3 revelam que o pico de temperatura que ocorre nos primeiros milissegundos após o disparo apresenta essencialmente o mesmo valor nas duas situações de resfriamento externo analisadas, independentemente do número de canais de resfriamento. Após seis segundos, a temperatura no raio interno tende a diminuir até cerca de três graus quando comparada com a situação sem canais de resfriamento. A influência do coeficiente convectivo nessas simulações ainda não pode ser apreciada devido ao curto espaço de tempo considerado.

3.4 SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA UNIDIMENSIONAL COM TERMO SUMIDOURO PARA MÚLTIPLOS DISPAROS.

Nessa seção, a análise do problema térmico com termo sumidouro é estendida de forma a incorporar a situação de uma seqüência de disparos efetuados a uma taxa constante. Conforme discutido no Capítulo 2, a condição inicial do problema para o segundo disparo e para os próximos será diferente da temperatura ambiente inicialmente adotada como sendo essa condição.

Considera-se novamente que o segundo disparo ocorre no instante de tempo dado por $t = t^*$, de forma que a distribuição de temperatura fornecida pela EQ.3.6 para t^* segundos fica:

$$\mathbf{T(r, t^*)} = \mathbf{T_{\infty}} + \mathbf{T_j(r)} + \mathbf{T_{aux}(r)e^{-bt^*}} + \mathbf{T_h(r, t^*)} \quad , \quad \mathbf{r_i \leq r \leq r_e} \quad (3.58)$$

Essa expressão define uma função do raio, $F(r)$, que passa a ser a condição inicial para o problema referente ao segundo disparo:

$$\mathbf{T(r, t^*)} = \mathbf{F(r)} \quad , \quad \mathbf{r_i \leq r \leq r_e} \quad (3.59)$$

As condições de contorno para o tubo da arma, EQ. 3.4 e EQ. 3.5, o problema auxiliar, EQS. 3.17, 3.18 e 3.19, o problema relacionado ao termo sumidouro, EQS. 3.20, 3.21 e 3.22 e o problema de autovalor, EQS. 3.24, 3.25 e 3.26, permanecem os mesmos utilizados na Seção 3.2. Como, a condição inicial está relacionada diretamente com o problema homogêneo, mais especificamente com a determinação dos coeficientes C_i dados pela EQ. 3.27, essa equação para o segundo disparo será:

$$C_i^{New} = \frac{1}{N_i} \int_{r_1}^{r_2} r [T(r, t^*) - T_\infty - T_j(r) - T_{aux}(r)] \Psi_1(r) dr \quad (3.60)$$

Onde, conforme definido no Capítulo 2, o sobrescrito “new” refere-se ao segundo disparo. Substituindo a EQ. 3.58 na EQ. 3.60, obtém-se:

$$C_i^{New} = \frac{1}{N_i} \int_{r_1}^{r_2} r [T_\infty + T_j(r) + T_{aux}(r) e^{-bt^*} + T_h(r, t^*) - T_\infty - T_j(r) - T_{aux}(r)] \Psi_1(r) dr \quad (3.61)$$

Essa equação pode ser reescrita como:

$$C_i^{New} = \frac{1}{N_i} \int_{r_1}^{r_2} r [T_{aux}(r) (e^{-bt^*} - 1) + T_h(r, t^*)] \Psi_1(r) dr \quad (3.62)$$

ou ainda,

$$C_i^{New} = (e^{-bt^*} - 1) \frac{1}{N_i} \int_{r_1}^{r_2} r \Psi_1(r) T_{aux}(r) dr + \frac{1}{N_i} \int_{r_1}^{r_2} r T_h(r, t^*) \Psi_1(r) dr \quad (3.63)$$

A primeira integral da EQ. 3.63 foi avaliada através da EQ. 3.44. Assim, tem-se:

$$C_i^{New} = -\frac{1}{N_i} \left[\frac{r_1 \Psi_1(r_1) \frac{q_0}{K}}{\frac{b}{\alpha} - \mu_i^2} \right] (e^{-bt^*} - 1) + \frac{1}{N_i} \int_{r_1}^{r_2} r T_h(r, t^*) \Psi_1(r) dr \quad (3.64)$$

Por outro lado, a solução do problema homogêneo para o tempo $t = t^*$ é dada por:

$$\mathbf{T}_h(\mathbf{r}, t^*) = \sum_{j=1}^{\infty} \mathbf{c}_j^{\text{old}} \Psi_j(\mathbf{r}) e^{-\alpha \mu_j^2 t^*} \quad (3.65)$$

Onde o sobrescrito “old” refere-se ao primeiro disparo. Definindo-se um parâmetro auxiliar I_{1i}^* para o cálculo da integral na EQ. 3.64, tem-se

$$I_{1i}^* = \int_{r_1}^{r_e} r \Psi_1(r) \mathbf{T}_h(\mathbf{r}, t^*) dr = \int_{r_1}^{r_e} r \Psi_1(r) \left[\sum_{j=1}^{\infty} \mathbf{c}_j^{\text{old}} \Psi_j(r) e^{-\alpha \mu_j^2 t^*} \right] dr \quad (3.66)$$

Ou

$$I_{1i}^* = \sum_{j=1}^{\infty} \mathbf{c}_j^{\text{old}} e^{-\alpha \mu_j^2 t^*} \int_{r_1}^{r_e} \Psi_1(r) \Psi_j(r) dr \quad (3.67)$$

Aplicando-se a propriedade da ortogonalidade das autofunções do problema de autovalor na EQ. 3.67, resulta em:

$$I_{1i}^* = \sum_{j=1}^{\infty} \mathbf{c}_j^{\text{old}} e^{-\alpha \mu_j^2 t^*} N_j = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{c}_i^{\text{old}} e^{-\alpha \mu_i^2 t^*} N_i \quad (3.68)$$

Logo, a EQ. 3.64 assume a seguinte forma para o segundo disparo:

$$\mathbf{C}_i^{\text{New}} = e^{-\alpha \mu_i^2 t^*} \mathbf{C}_i^{\text{old}} - \frac{1}{N_i} \left[\frac{r_1 \Psi_1(r_1) \frac{q_0}{k}}{\frac{b}{\alpha} - \mu_i^2} \right] (e^{-bt^*} - 1) \quad (3.69)$$

Onde $\mathbf{C}_i^{\text{old}}$, fornecido pela expressão para \mathbf{C}_i oriunda do primeiro disparo, é:

$$C_i^{\text{old}} = \frac{1}{N_i} \left[\frac{r_i \Psi_i(r_i) \frac{q_0}{k}}{\frac{b}{\alpha} - \mu_i^2} \right] + \frac{1}{N_i} \left[\left(T_i - T_\infty - \frac{1}{\mu_i^2} \frac{g_0}{k} \right) \frac{r_e h}{\mu_i^2 k} \Psi_i(r_e) \right]$$

(3.70)

Para o disparo seguinte, os mesmos passos que, partindo da EQ.3.58 levaram à EQ. 3.69, se repetem, e a expressão de C_i^{old} para o disparo atual passa a ser dado pela expressão de C_i^{New} do disparo anterior.

Generalizando esse procedimento para um número j de disparos, obtém-se a seguinte expressão:

$$C_i^{(1)} = A_i + B_i \quad (3.71)$$

Onde:

$$A_i = \frac{1}{N_i} \left[\frac{r_i \Psi_i(r_i) \frac{q_0}{k}}{\frac{b}{\alpha} - \mu_i^2} \right]$$

(3.72)

$$B_i = \frac{1}{N_i} \left[\left(T_i - T_\infty - \frac{1}{\mu_i^2} \frac{g_0}{k} \right) \frac{r_e h}{\mu_i^2 k} \Psi_i(r_e) \right] \quad (3.73)$$

e

$$C_i^{(j)} = (1 - e^{-bt^{(j)}}) A_i + e^{-\alpha \mu_i^2 t^{(j)}} C_i^{(j-1)} \quad , j = 2, 3, 4 \dots \quad (3.74)$$

Onde $t^{(j)}$ é o tempo decorrido após o j -ésimo disparo.

Logo, a distribuição de temperatura transiente após o j - **ésimo** disparo torna-se:

$$T^{(j)}(r, t) = T_\infty + T_j(r) + T_{\text{aux}}(r) e^{-bt} + \sum_{i=1}^{\infty} C_i^{(j)} \Psi_i(r) e^{-\alpha \mu_i^2 t}; j = 1, 2, 3, 4 \dots \quad (3.75)$$

As simulações numéricas a seguir ilustram o procedimento desenvolvido para múltiplos disparos na situação em que existem canais de resfriamento no interior da parede do tubo. A cadência de disparo foi fixada em 10 disparos por minuto, ou seja, um disparo a cada 6 segundos. As características do tubo com canais de resfriamento são aquelas descritas na TAB. 3.1.

A FIG. 3.5, FIG. 3.6, FIG. 3.7 e FIG. 3.8, mostram a distribuição de temperatura transiente na superfície interna do tubo quando submetido a resfriamento externo por ar natural combinado com radiação térmica, e a resfriamento na parede com 0, 2, 4 e 6 canais, respectivamente. Nas figuras, destaca-se o número do disparo ao final do qual a temperatura supera ou se aproxima do valor de 200°C, o que exige o fim dos disparos com vistas a proteger o usuário de uma provável auto-ignição prematura quando for inserido um novo projétil na culatra.

A FIG. 3.5 reproduz os resultados ilustrados na FIG. 2.6 e serve como padrão de comparação para as situações onde há a presença de canais de resfriamento na parede. Observa-se nessas figuras o acúmulo de energia que ocorre na superfície interna do tubo causado pelos múltiplos disparos resultando em um incremento de temperatura ao longo do tempo. Esse aumento gradativo da temperatura no interior do tubo faz com que o limite de 200°C seja atingido após certo número de disparos que varia conforme a quantidade de canais de resfriamento presentes na parede do tubo.

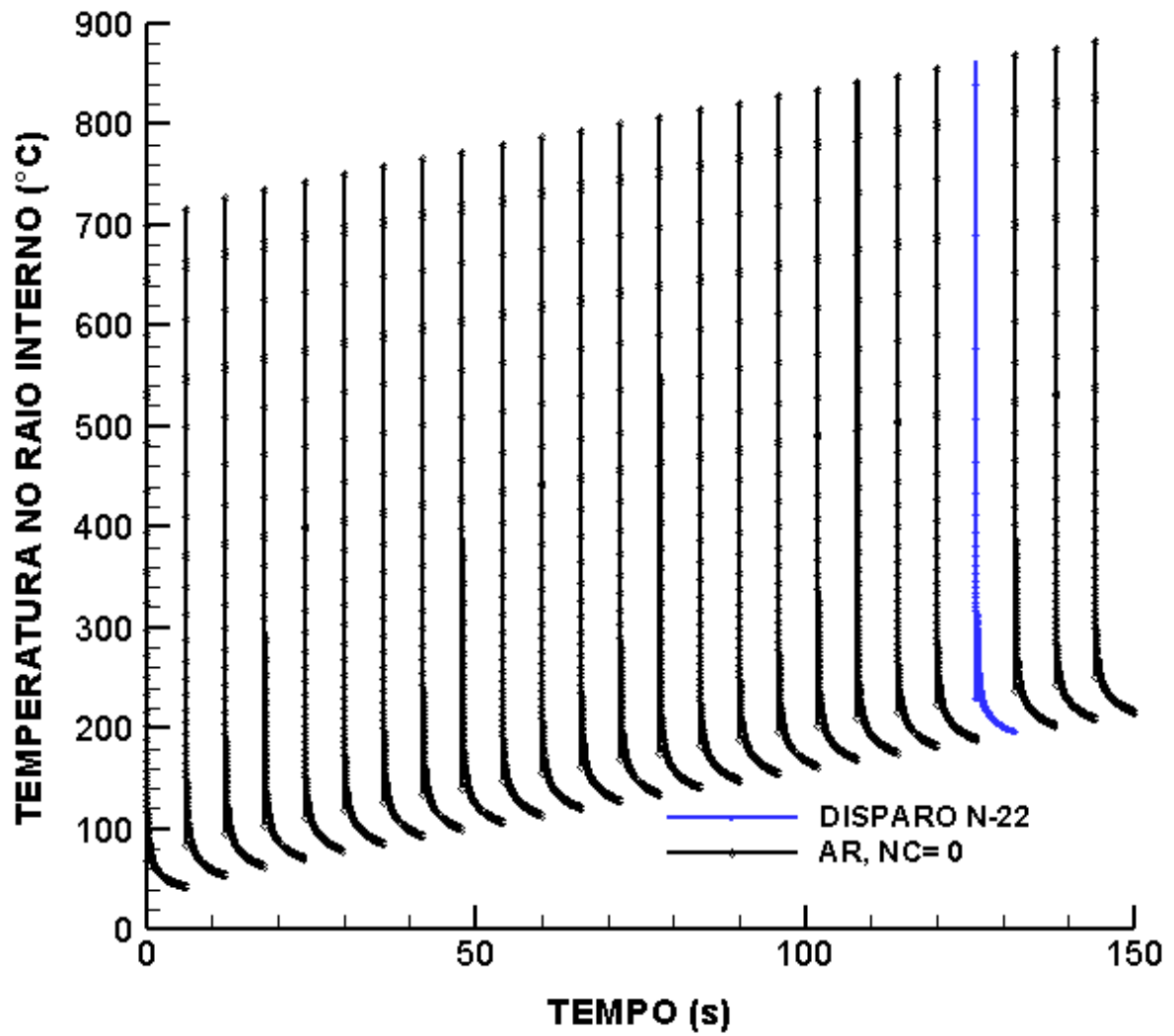


FIG.3.5 Perfil de temperatura no raio interno do tubo de 155 mm com resfriamento a ar natural e radiação combinados considerando a ausência de canais de resfriamento.

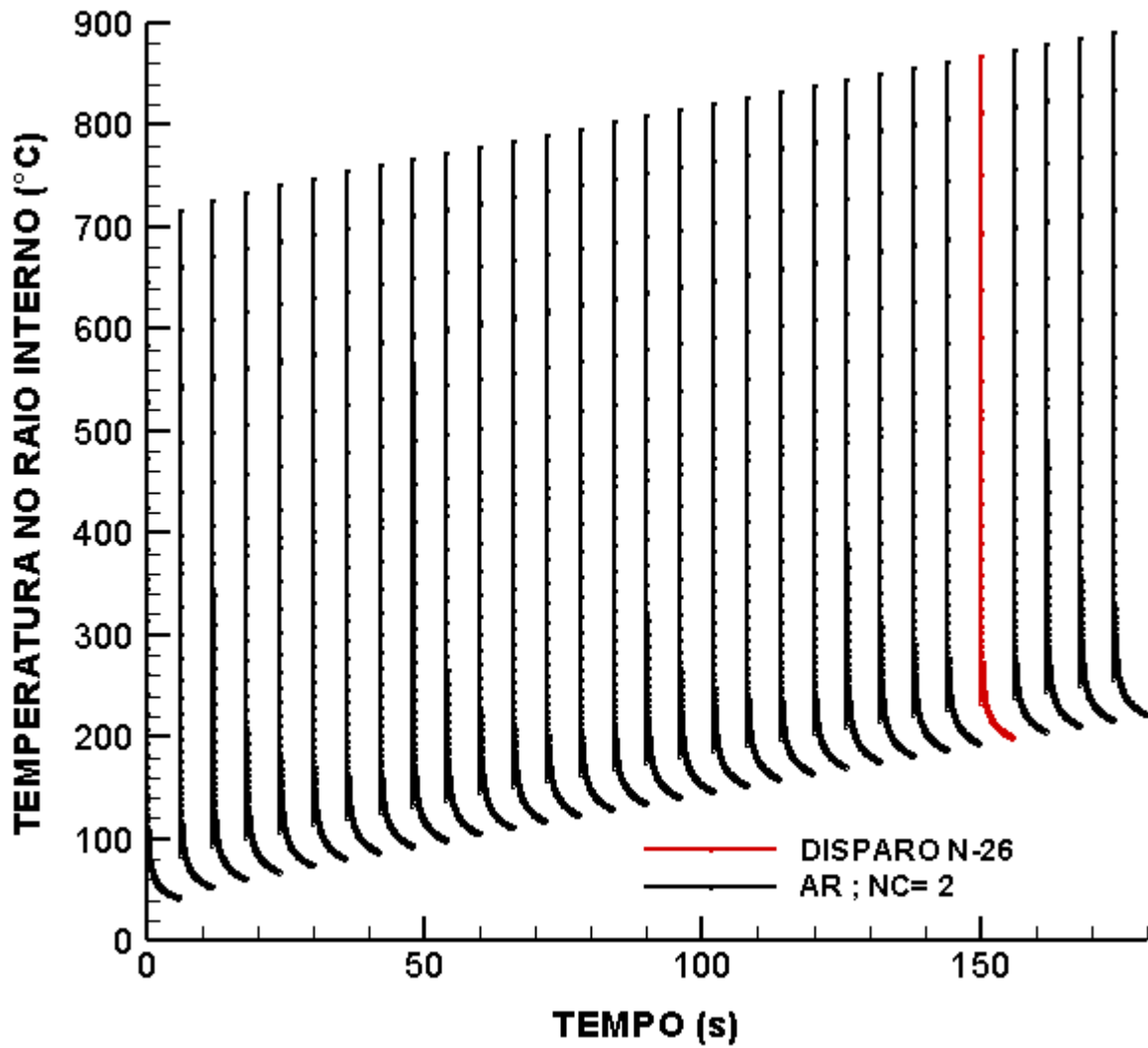


FIG.3.6 Perfil de temperatura no raio interno do tubo de 155 mm com resfriamento a ar natural e radiação combinados considerando dois canais de resfriamento.

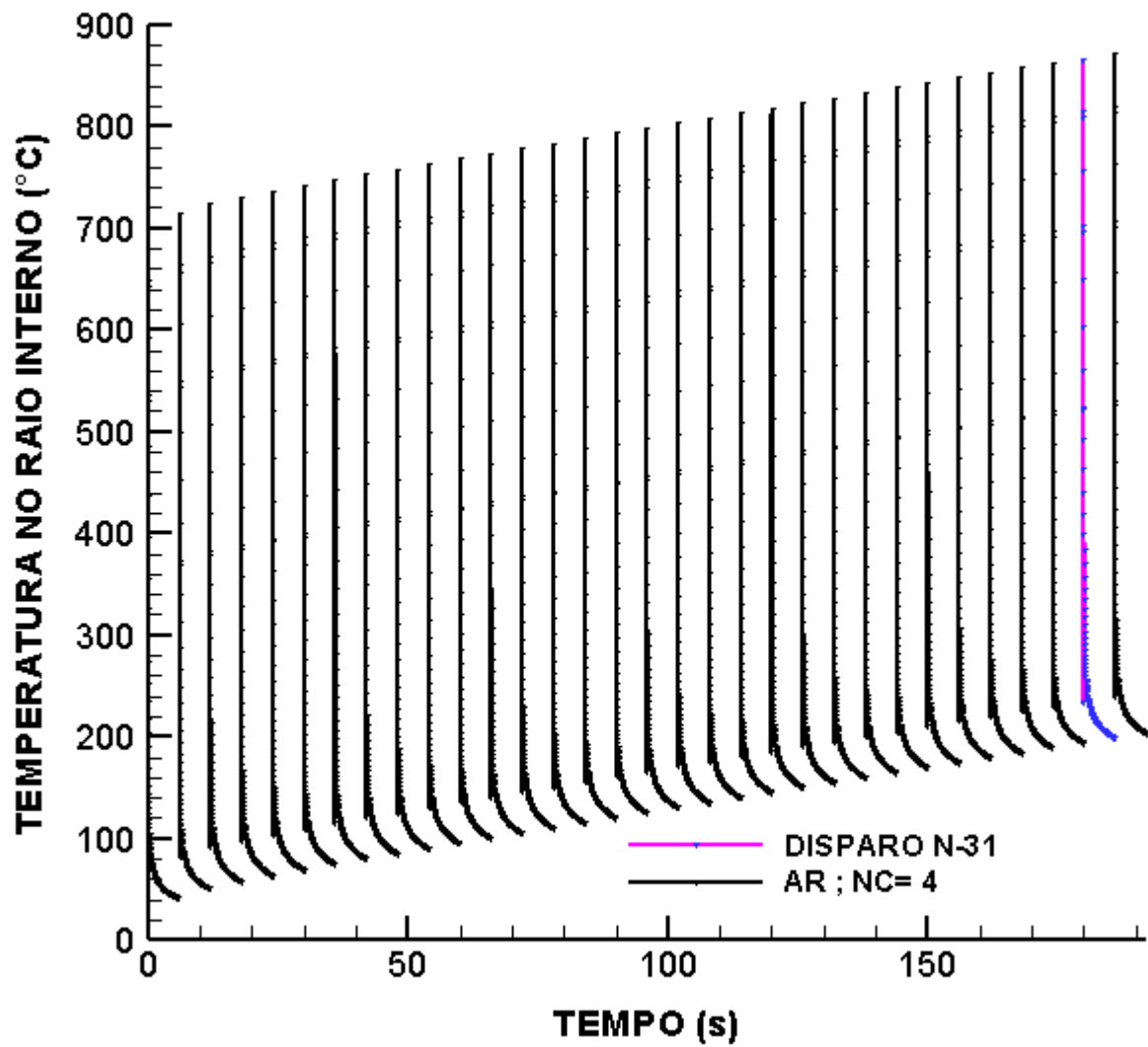


FIG.3.7 Perfil de temperatura no raio interno do tubo de 155 mm com resfriamento a ar natural e radiação combinados considerando quatro canais de resfriamento.

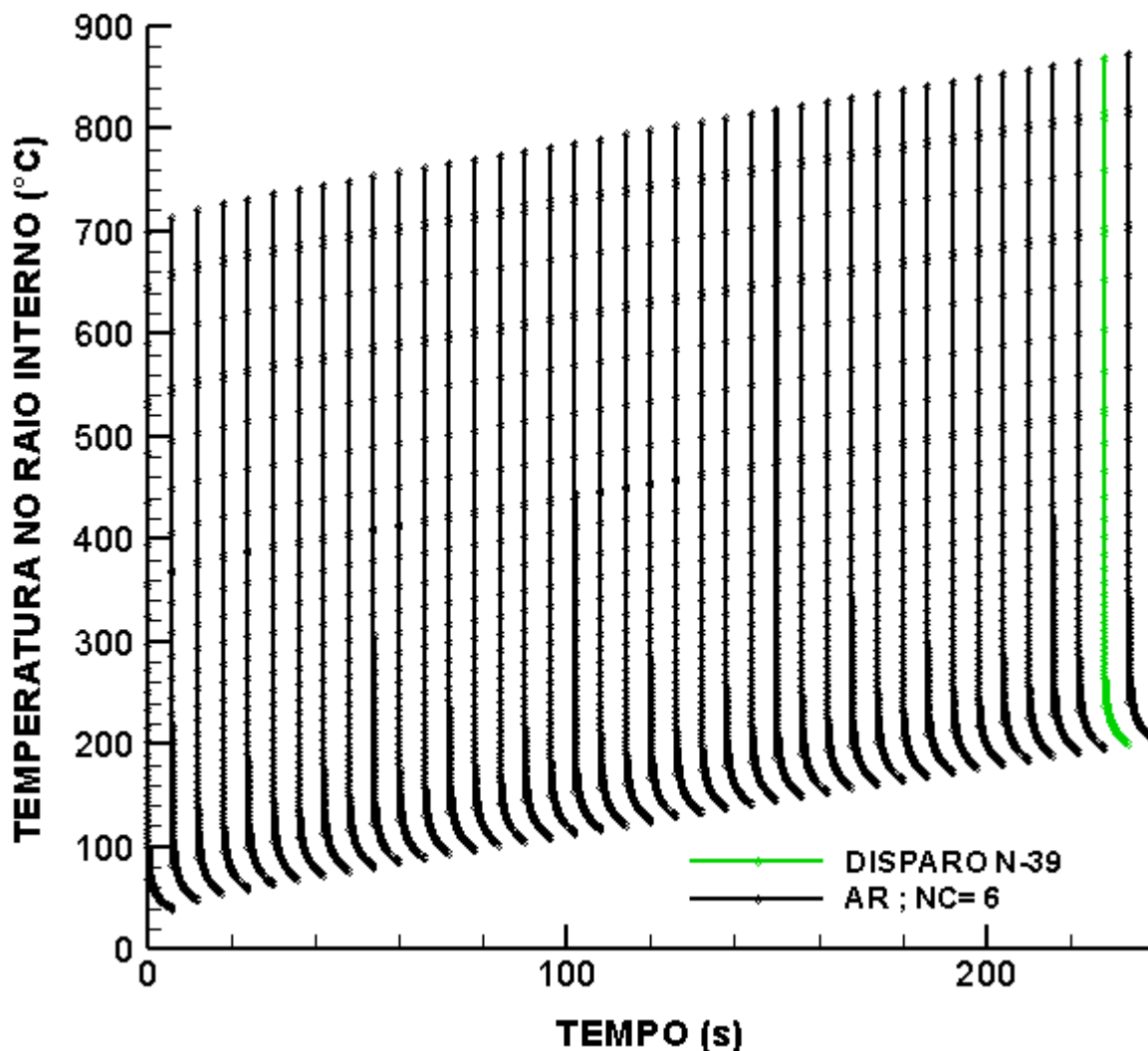


FIG.3.8 Perfil de temperatura no raio interno do tubo de 155 mm com resfriamento a ar natural e radiação combinados considerando seis canais de resfriamento.

A TAB. 3.4 a seguir resume as informações acerca do número máximo permissível de disparos em função da quantidade de canais de resfriamento que operam segundo as características descritas na TAB. 3.1. Essas informações permitem concluir que, para a situação de resfriamento externo a ar natural combinado com radiação, um número crescente de disparos pode ser efetuado à medida que se aumenta a quantidade de canais de resfriamento na parede do tubo. Para a hipótese de seis canais distribuídos uniformemente na parede do tubo, o termo sumidouro correspondente a esse arranjo físico na equação de governo é responsável por uma retirada de calor do tubo de tal ordem que o número de

disparos possíveis aumenta em 77% em relação à situação onde não existem canais de resfriamento, prolongando a missão de disparo em mais de um minuto e meio.

TAB.3.4 Valor limite da temperatura no raio interno do tubo e número permissível de disparos em função da quantidade de canais de resfriamento

No. de canais de resfriamento	Temperatura na superfície interna do tubo (°C)	No. máximo de disparos
0	196,179	22
2	198,516	26
4	198,110	31
6	199,876	39

A análise da taxa de resfriamento em função do número de canais não foi realizada por WU et al. (2008) que fixaram uma geometria composta de doze canais semicirculares. Assim, a situação aqui simulada para seis canais circulares de resfriamento pode ser aproximadamente comparada com o resultado obtido por aqueles autores. A simulação por elementos finitos de WU et al. (2008) indicou um número máximo de 43 disparos a uma taxa de 10 disparos por minuto para a situação onde o coeficiente de transferência de calor por convecção é 40 W/(m² K).

Para a situação de resfriamento externo por convecção forçada de líquido ($h = 2523,5$ W/(m² K)), percebe-se que a temperatura de auto-ignição da munição não é atingida conforme já discutido no Capítulo 2. A FIG. 3.9 ilustra essa situação para o caso de 6 canais de resfriamento. Assim, todos os disparos previstos na missão poderiam ser disparados a uma cadência de 10 disparos por minuto sem que houvesse o risco de auto-ignição prematura do projétil.

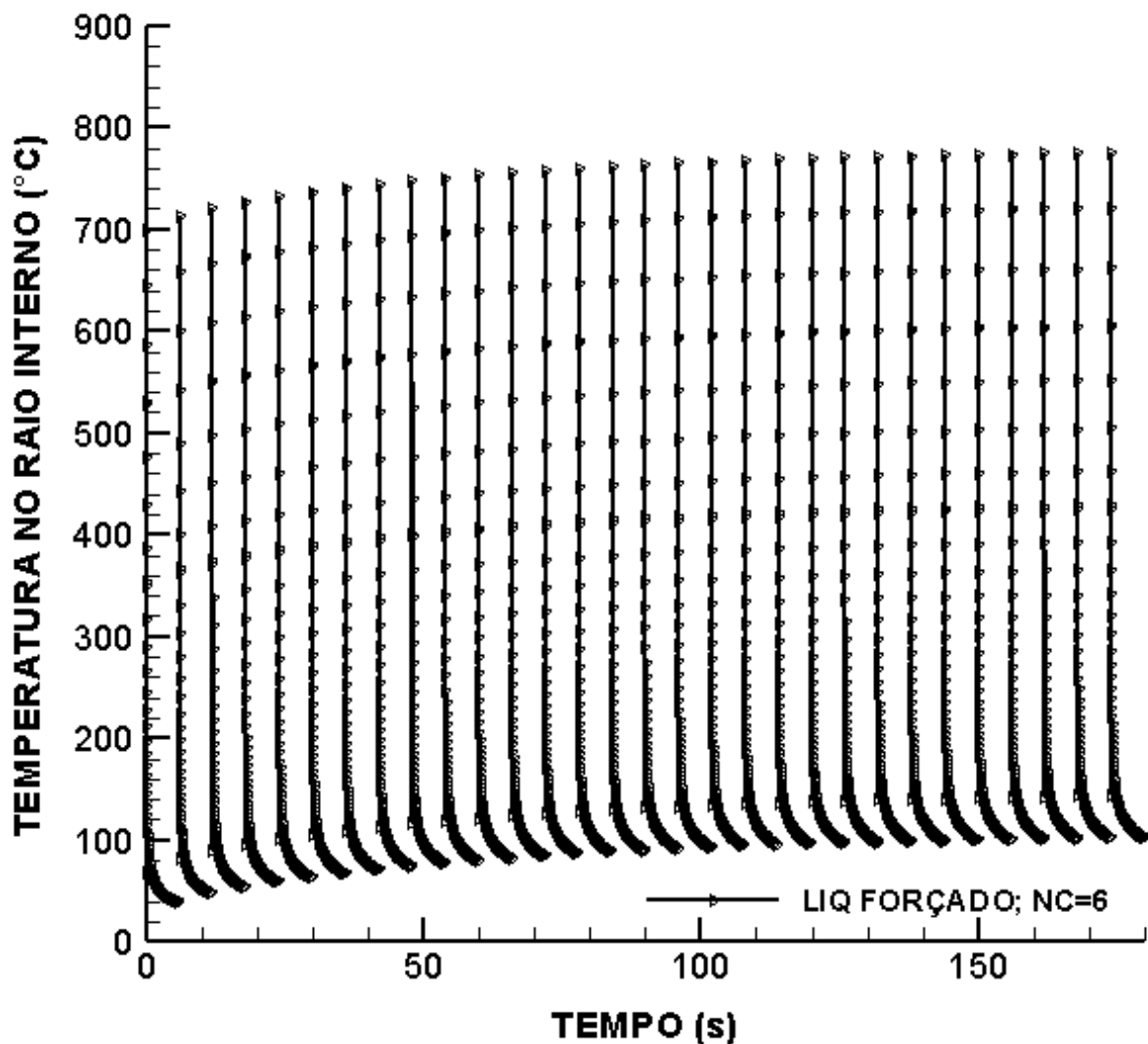


FIG.3.9 Perfil de temperatura no raio interno do tubo de 155 mm com resfriamento por convecção forçada de líquido considerando seis canais de resfriamento.

O valor do coeficiente de transferência de calor por convecção adotado por WU et al. (2523,5 W/(m² K) foi deduzido a partir de uma vazão de 132,2 litros de água por minuto que causasse um aumento de temperatura entre a entrada e a saída do dispositivo de resfriamento de 27°C a 93 °C. Esse valor mostra-se excessivamente alto para uma aplicação prática realística quando se compara com valores típicos para o coeficiente de filme para convecção forçada encontrados na literatura os quais se situam na faixa de 100 W/(m² K) a 300 W/(m² K). Do ponto de vista puramente matemático, o resfriamento através do contorno é mais eficiente do que aquele obtido com o termo sumidouro da equação diferencial parcial. Assim, a utilização de um valor elevado para o coeficiente convectivo acaba prejudicando a

apreciação do efeito de resfriamento causado pelos canais inseridos na parede do tubo. De forma a melhor visualizar esse efeito, a FIG. 3.10 e a FIG. 3.11 mostram o resultado da simulação para 0 e 6 canais de resfriamento, respectivamente, adotando-se um coeficiente convectivo de $150 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$.

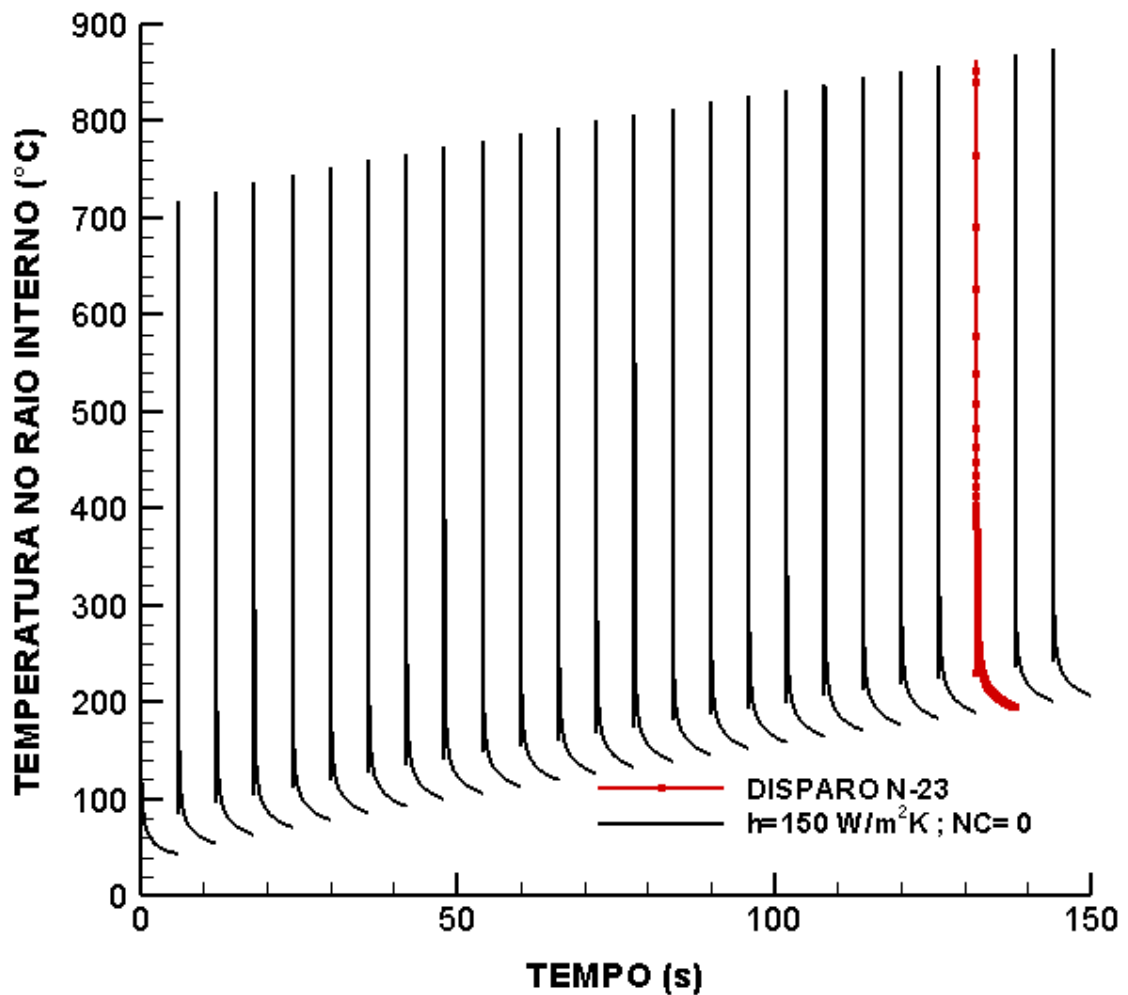


FIG.3.10 Perfil de temperatura no raio interno do tubo de 155 mm com resfriamento externo por convecção supondo $h=150 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}$ e sem canais de resfriamento.

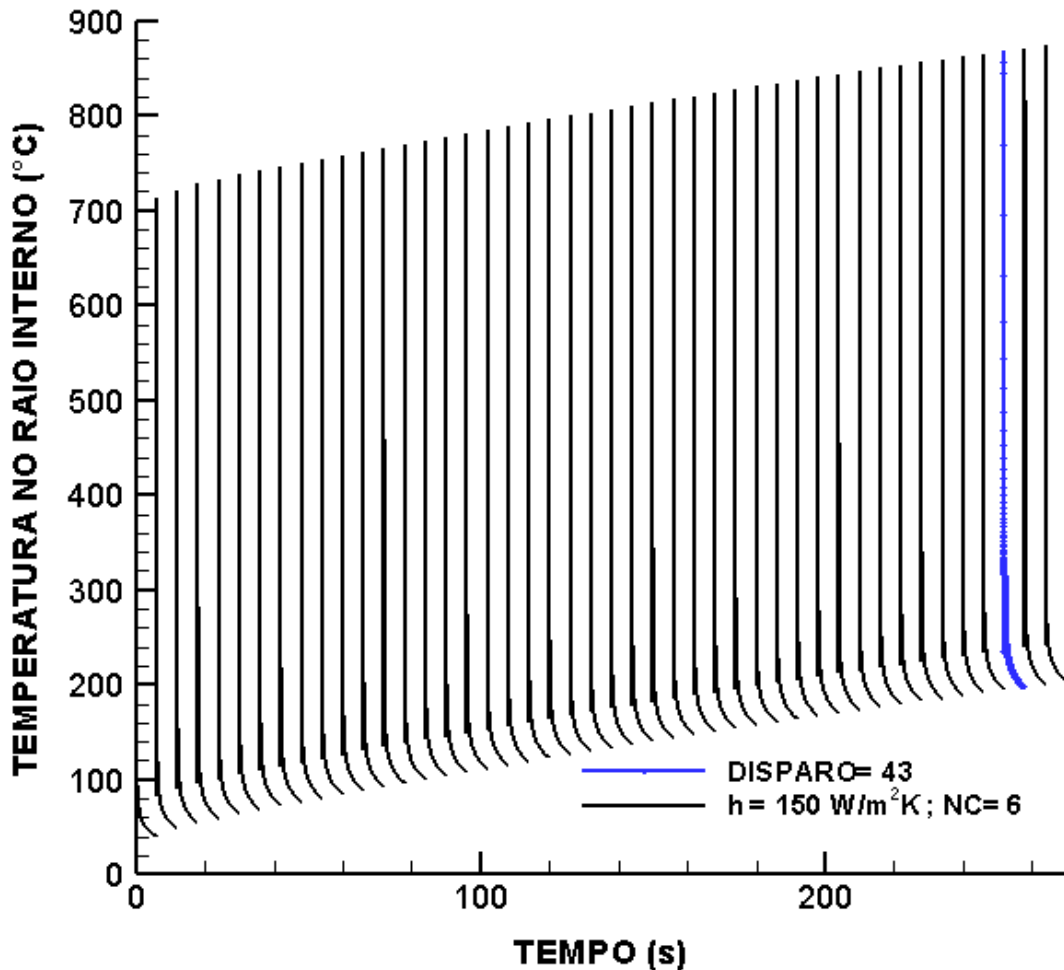


FIG.3.11 Perfil de temperatura no raio interno do tubo de 155 mm com resfriamento externo por convecção supondo $h=150 \text{ W/m}^2\text{K}$ e com seis canais de resfriamento.

Da análise dessas figuras percebe-se que a temperatura de auto-ignição da munição é atingida após o 23º disparo para o tubo sem canais de resfriamento na parede e após o 43º disparo para o tubo com 6 canais de resfriamento inseridos na parede, cujo refrigerante que flui nos canais segue as especificações dadas pela TAB. 3.1. Esse desempenho é superior àqueles obtidos com um coeficiente convectivo externo de $40 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$, conforme mostrado pelas FIG. 3.5 e FIG. 3.8, onde a temperatura de auto-ignição é atingida após o 22º disparo e o 39º disparo, respectivamente. Com um coeficiente convectivo moderado no contorno, a influência do termo sumidouro da equação de governo passa a ser relevante. O aumento do coeficiente convectivo externo permite o aumento do número de disparos efetuados com segurança, conforme já esperado, devido ao aumento da taxa de transferência de calor do tubo para o ambiente. No entanto, essa taxa de transferência de calor, a ser fornecida por um

dispositivo externo ao tubo da arma, está fisicamente limitada e, numa situação extrema, onde o valor do coeficiente convectivo fosse muito elevado, o que se obteria essencialmente é um comportamento assintótico para o perfil de temperatura, conforme visto na FIG. 3.9, compatível com o resultado esperado para uma condição de contorno de temperatura prescrita no raio externo. Nessa situação limite não haveria restrição ao número de disparos efetuados.

Por outro lado, o uso de canais de resfriamento inseridos na parede do tubo permite um ganho adicional na quantidade de disparos possíveis quando a transferência de calor por convecção promovida pelo dispositivo de resfriamento externo ao tubo for a máxima possível. Naturalmente, o número de canais de resfriamento é limitado pela integridade estrutural da parede do tubo que, submetido a pressões elevadas no momento do disparo, não deve conter áreas de vazio ou preenchidas com líquido apenas.

4 DETERMINAÇÃO DO DESGASTE NO INTERIOR DO TUBO DE UM OBUSEIRO DE CALIBRE 155 mm

4.1 INTRODUÇÃO

Foram determinados nos capítulos anteriores os perfis de temperatura para um tubo de obuseiro de calibre 155 mm., com e sem canais de resfriamento na parede do tubo, com o objetivo de se estabelecer um limite para o número de disparos baseado no critério de aquecimento cumulativo da superfície interna do obuseiro, o que poderia levar a uma auto-ignição prematura da munição. Outro critério a ser observado na limitação do número de disparos é o desgaste sofrido pela superfície interna do tubo, o que afeta a vida útil da arma e a precisão dos disparos. É de conhecimento geral que armas submetidas à situação de fogo contínuo sofrem um rápido desgaste do cano obrigando o usuário a substituir com frequência esse componente. A quantificação desse desgaste foi estudada por LAWTON (2001) que deduziu uma expressão matemática aproximada a qual relaciona o desgaste na superfície interna do tubo com a temperatura máxima alcançada na mesma superfície, dada por

$$w = A t_o \sqrt{\frac{T_i}{T_\infty}} \exp\left(\frac{-\Delta E}{R_o T_{\max}}\right) \quad (4.1)$$

Onde A é a erosividade do propelente (m/s), T_∞ é a temperatura ambiente (K), T_i é a temperatura na superfície interna do tubo ao final do disparo anterior (K), ΔE é a energia de ativação do propelente (J/Kg-mol), t_o é a constante de tempo (s), R_o é a constante universal dos gases (8314 J/(Kg-mol K)) e T_{\max} é a temperatura máxima na superfície interna do tubo (K).

Assim, de posse desses dados para uma determinada arma é possível estimar-se o desgaste total em metros que a superfície interna do tubo sofre em função do número de disparos efetuados. Na próxima Seção, os valores de temperatura obtidos da solução analítica dos problemas térmicos apresentados nos capítulos anteriores são empregados na EQ. 4.1 juntamente com as informações constantes no MANUAL DO OBUSEIRO DE 155 MM

(1998), que se encontra em uso no Exército do Equador, de forma a se calcular o desgaste para o tubo desse obuseiro e se estabelecer um valor máximo para o número de disparos que se pode efetuar com essa arma. As informações pertinentes contidas no manual do obuseiro 155 mm ARM 198 estão resumidas na TAB. 4.1 a seguir.

TAB.4.1 Dados técnicos do obuseiro calibre 155 mm disponível no Exército do Equador (MANUAL TECNICO DO OBUSEIRO ARM198, 1998).

Descrição	Variável	Valor	Unidades
Raio interno	r_i	$77,5 \times 10^{-3}$	m
Raio externo	r_e	$107,5 \times 10^{-3}$	m
Comprimento do tubo	Ct	5,080	m
Temperatura ambiente	Tamb	27 (300)	°C (K)
Temperatura inicial	Ti	27 (300)	°C (K)
Fluxo de calor	qo	$1,927 \times 10^{-8}$	W/m ²
Difusividade térmica	alfa	$1,11 \times 10^{-5}$	m ² /s
Coefficiente de transferência de calor (Ar)	h	5	W/m ² K
Coefficiente de condutividade térmica do aço	k	40	W/mK
Tempo de disparo	t disparo	15	s

O tempo de disparo segundo o MANUAL TECNICO DO OBUSEIRO ARM198 (1998) varia de 15 a 30 segundos para cada disparo e a temperatura de auto-ignição da munição é de 200°C (473K).

4.2 DESGASTE DA SUPERFÍCIE INTERNA DO TUBO DO OBUSEIRO ARM 198.

Considerando-se inicialmente a situação em que o único critério para a interrupção dos disparos é a temperatura de auto-ignição da munição, pode-se simular a distribuição de temperatura na superfície interna do tubo através do mesmo procedimento discutido nos capítulos anteriores uma vez que, ignorando-se o desgaste, o raio interno do tubo permanece constante ao longo de todos os disparos. Assim, a FIG. 4.2 mostra o perfil de temperatura

transiente na superfície interna do tubo do obuseiro ARM198 com resfriamento convectivo externo por ar natural ($h = 40 \text{ W/m}^2\text{K}$), sem a presença de canais de resfriamento. A análise da figura revela que essa arma pode efetuar 24 disparos com uma cadência de 4 disparos por minuto antes de sua superfície interna atingir a temperatura de auto-ignição da munição (200°C).

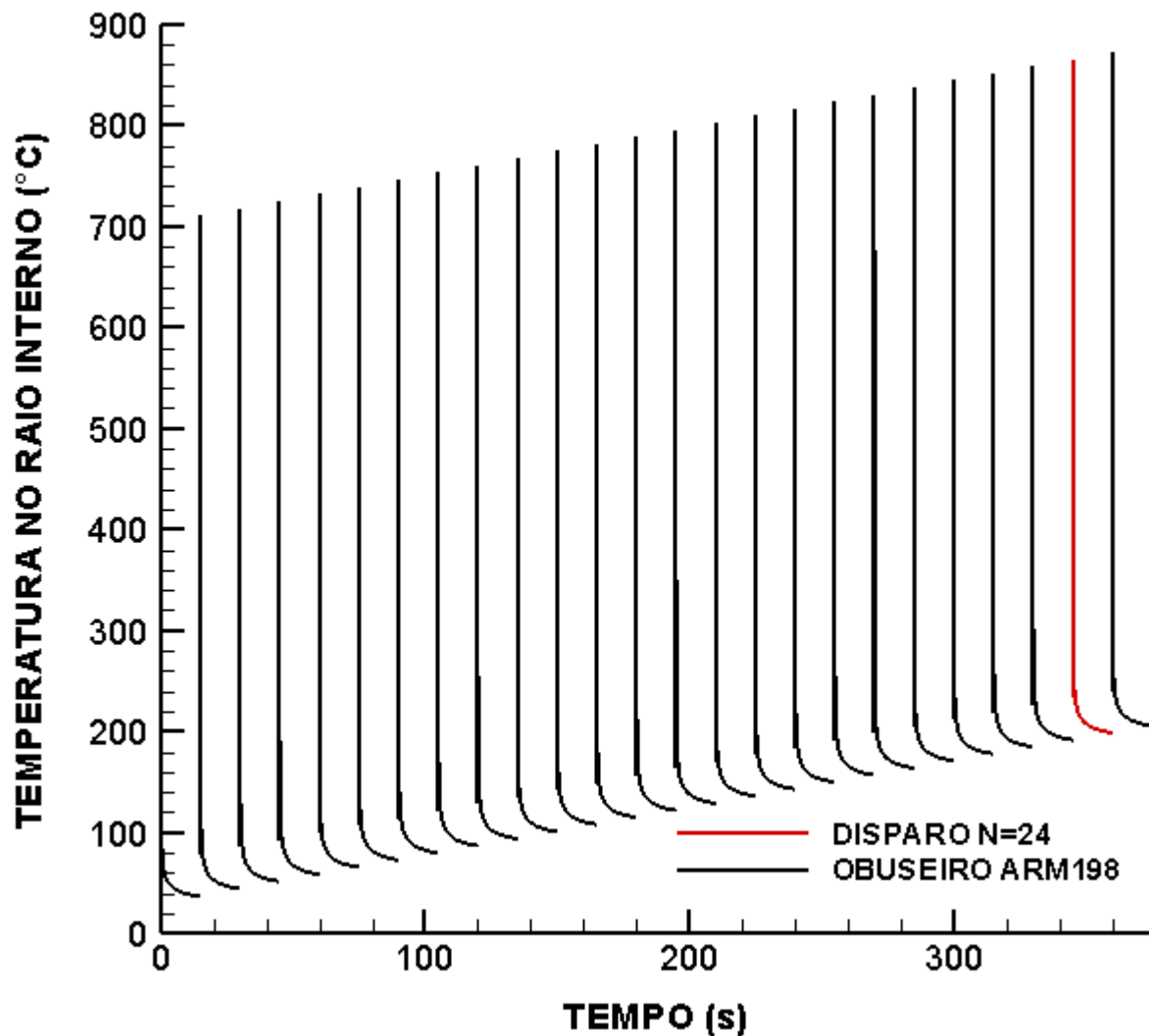


FIG.4.1 Perfil de temperatura do tubo ARM198 sem canais de resfriamento e sem considerações de desgaste.

Em seguida, a FIG. 4.2 mostra a simulação do perfil de temperatura transiente do tubo ARM198 para a mesma situação analisada na FIG. 4.1, porém em condições reais de

desgaste, ou seja, considerando-se, agora, a variação de diâmetro que o tubo sofre a cada 15 segundos devido ao incremento de temperatura produzido nos primeiros milissegundos após cada disparo efetuado, adotando-se uma cadência de 4 disparos por minuto. A análise da figura revela que essa arma pode efetuar 23 disparos antes que a sua superfície interna atinja a temperatura de 200 °C, ou seja, um disparo a menos em relação à situação idealística onde o raio interno permanece constante.

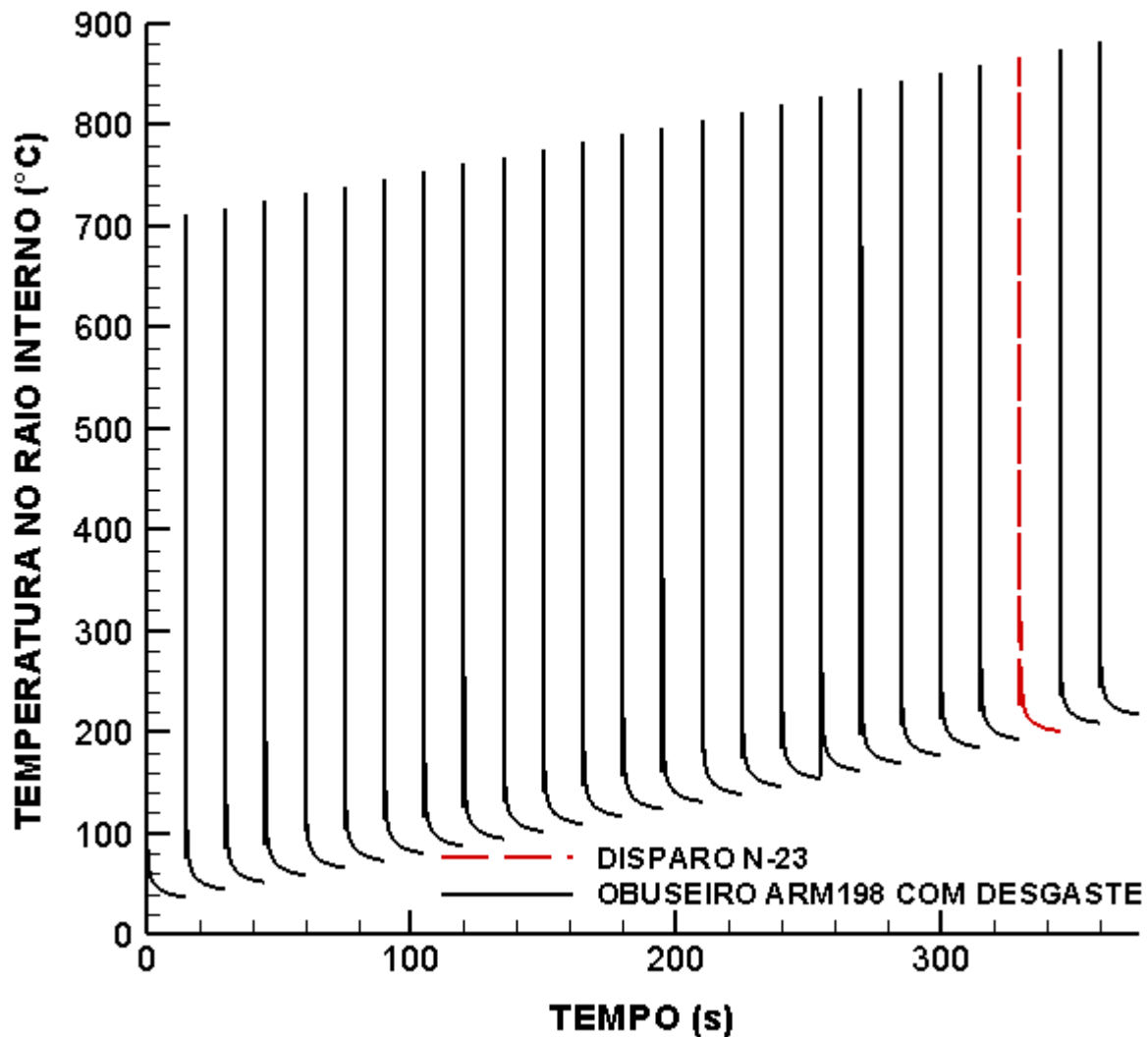


FIG.4.2.Perfil de temperatura do tubo ARM198 sem canais de resfriamento considerando-se o desgaste.

No que se refere ao desgaste, o estudo de LAWTON (2001) conclui que para armas de fogo indireto, como é o caso em estudo, é admissível um desgaste de 5% até 8% do valor do

diâmetro interno do cano antes que ele seja julgado inservível. Com esta informação pode-se determinar um raio interno máximo permitido em função do desgaste de até 83,7 mm., que seria o valor no qual o tubo seria excluído das missões de fogo.

Baseado nesse critério, é possível agora estimar o número máximo de disparos recomendável em função do desgaste admissível.

A TAB 4.2 apresenta os valores correspondentes a cada um dos coeficientes da EQ. 4.1 que foram utilizados no cálculo do desgaste do tubo do obuseiro calibre 155 mm sem canais de resfriamento disponível no Exército do Equador, mostrados na TAB. 4.3. Nessa simulação considerou-se que a munição é disparada a cada 15 segundos.

TAB.4.2 Coeficientes para determinação do desgaste do tubo ARM198 (LAWTON, 2001).

Erosividade do Propelente (m/s)	Constante de Tempo (s)	Temperatura ambiente (K)	Energia de ativação (J/kg-mol)	Constante dos Gases (J/kg-mol K)
80	0,00474	300	69000000	8314

TAB.4.3 Resultados para o desgaste do tubo do obuseiro calibre 155 mm disponível no Exército do Equador.

No Disparos	Raio (mm)	T inicial (°C)	T máxima (°C)	Desgaste (mm)	Desgaste (%)
1	77,500	27,000	700,685	0,075	0,10%
3	77,658	44,242	717,893	0,089	0,32%
5	77,845	58,513	732,156	0,103	0,58%
7	78,059	72,791	746,441	0,118	0,87%
9	78,304	87,165	760,779	0,135	1,21%
11	78,585	101,657	775,271	0,154	1,60%
13	78,904	116,291	789,928	0,175	2,04%
15	79,266	131,093	804,687	0,199	2,54%
17	79,677	146,094	819,725	0,225	3,10%
19	80,142	161,332	834,948	0,254	3,74%
21	80,668	176,852	850,473	0,287	4,46%
23	81,261	192,707	866,320	0,324	5,27%

24	81,585	200,779	874,399	0,344	5,72%
----	--------	---------	---------	-------	-------

Pode-se observar na TAB. 4.3 que a temperatura crítica de 200 °C (473K) é atingida logo após o 23º disparo, quando o raio interno do tubo apresenta um desgaste de 5,27% de seu valor original de 77,5 mm. Embora pelo critério do desgaste a arma pudesse continuar disparando mais alguns disparos, a segurança do usuário sempre prevalece e, assim, a missão de fogo seria encerrada devido ao risco de auto-ignição da carga de propelente.

Conforme observado por LAWTON (2001), a EQ. 4.1 pode ser aplicada a uma vasta gama de tubos de armas em uso desde que se reúnam dados suficientes acerca de canhões que utilizem o mesmo propelente e se um método confiável para se determinar a temperatura máxima no raio interno estiver disponível. O autor, então, conduziu experimentos na mesma linha adotada por THORNHILL (1947) que procurou estabelecer uma relação linear entre o desgaste por disparo observado e a temperatura máxima medida na superfície interna do tubo de canhões. Com base nessa idéia, pode-se adotar um procedimento semelhante, porém utilizando a solução analítica para o campo de temperatura ao invés de experimentos, e confeccionar um gráfico que apresente a variação do raio interno em função da temperatura máxima a cada disparo. A Fig. 4.3 apresenta essa relação para o caso do tubo do obuseiro ARM198 conforme os resultados dispostos na TAB. 4.3.

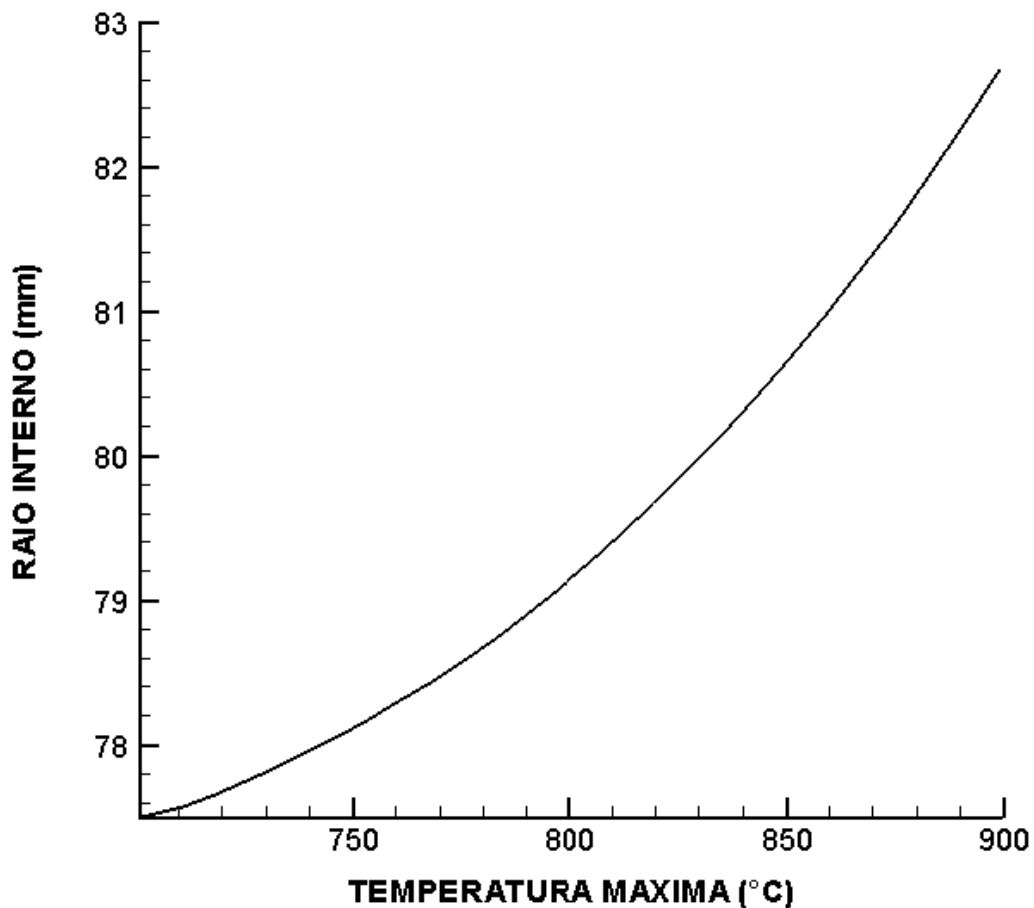


FIG.4.3 Variação do comprimento do raio interno em função da temperatura máxima na superfície interna do tubo

A partir da curva obtida na FIG. 4.3 é possível estabelecer uma expressão que permita simular a relação entre a variação do raio interno e a temperatura máxima a cada disparo. A FIG. 4.4 apresenta um ajuste linear entre os dados para a temperatura máxima produzida em cada disparo e o comprimento do raio interno, conforme proposto por THORNHILL (1947). Pode-se observar que a maioria dos pontos não é contemplada com o ajuste linear e, portanto, a expressão obtida é bastante aproximada.

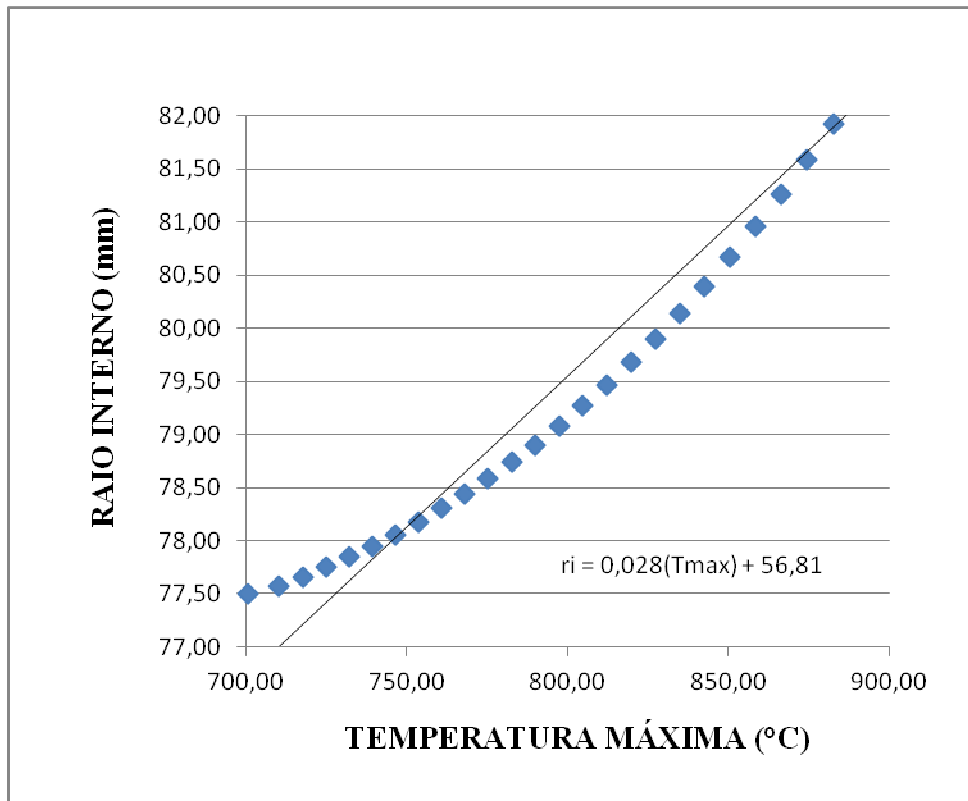


FIG.4.4 Relação linear entre a variação do comprimento do raio interno e a temperatura máxima na superfície interna do tubo

A FIG. 4.5 apresenta um ajuste quadrático para os mesmos dados e a respectiva expressão que o representa. Percebe-se que a relação quadrática ajusta-se melhor aos pontos da curva, fornecendo uma expressão mais precisa.

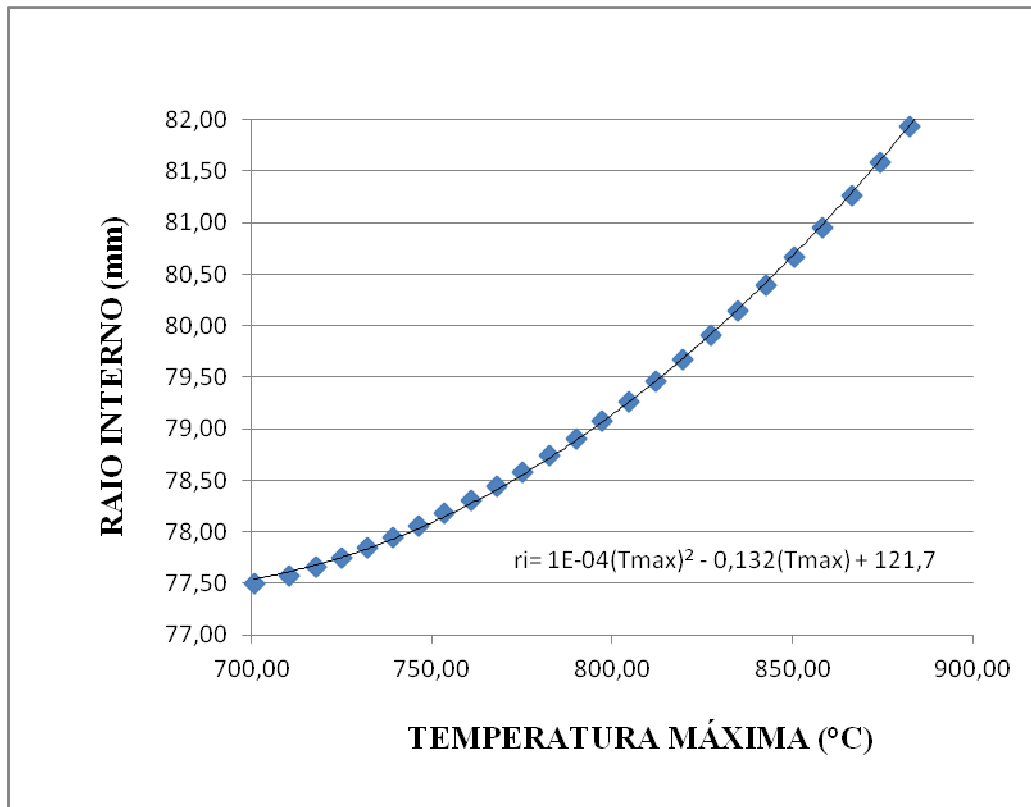


FIG.4.5 Relação quadrática entre a variação do comprimento do raio interno e a temperatura máxima na superfície interna do tubo

De maneira análoga, a FIG. 4.6 estabelece uma relação quadrática entre a variação do comprimento do raio interno com o número de disparos, que é a informação normalmente requisitada pelos artilheiros.

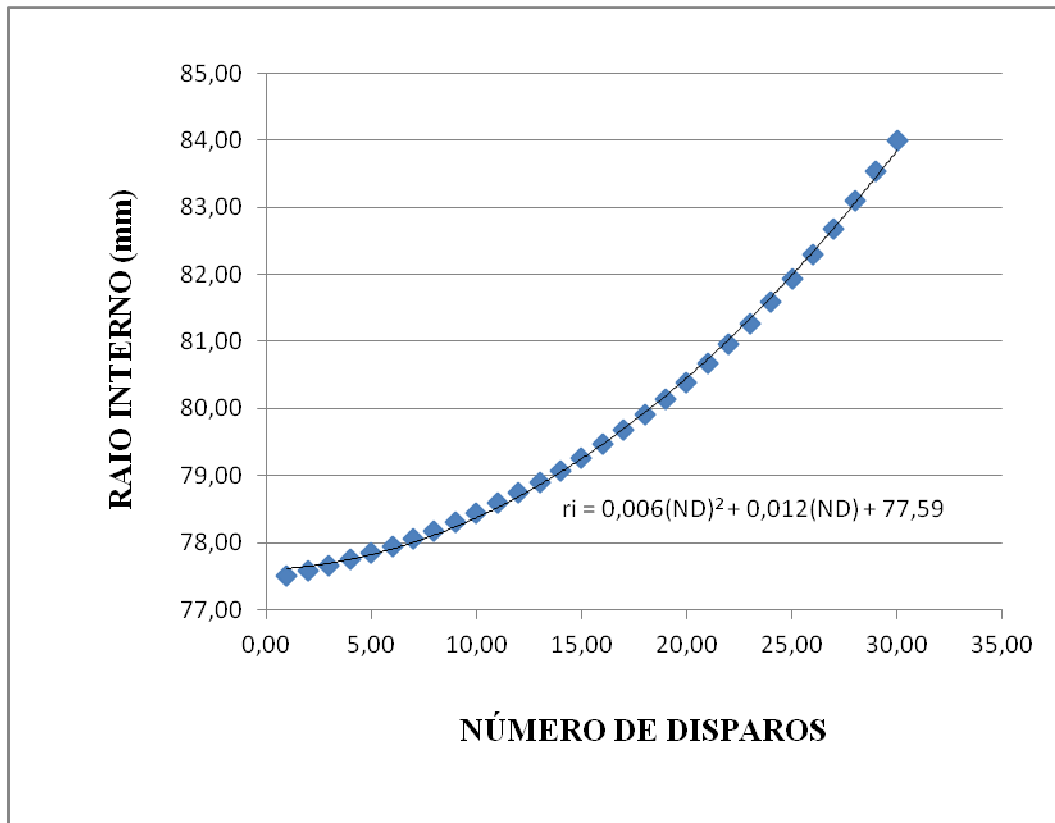


FIG.4.6 Variação do comprimento do raio interno em função do número de disparos.

Finalmente na TAB.4.4 é apresentada uma série de resultados interessantes no que se refere à variação do valor da erosividade do propelente e a variação do número de canais de resfriamento, incluindo a situação em que o tubo não possui esses canais.

TAB.4.4 Resultados obtidos para o obuseiro 155 mm., descrito por WU et al.(2008) e para o obuseiro ARM198

(1) OBUS WU et al. (2008); T disparo= 6 s; h= 40 W/m ² K							
Disparos	No. Canais	Erosiv. (m/s)	Temp. Inicial (°C)	Temp. Máxim. (°C)	Desgaste (%)	Critério Temp. Auto-ignição	Critério Desgaste
22	0	0	189,410	863,082	0	NÃO DISPARE	DISPARE
24	1	0	192,023	865,696	0	NÃO DISPARE	DISPARE
26	2	0	192,730	866,402	0	NÃO DISPARE	DISPARE
28	3	0	191,545	865,217	0	NÃO DISPARE	DISPARE

(2) OBUS WU et al. (2008); T disparo= 6 s; h=40 W/m²K							
21	0	80	186,733	861,990	4,89%	NÃO DISPARE	DISPARE
23	1	80	190,737	864,099	5,46%	NÃO DISPARE	DISPARE
25	2	80	192,814	866,169	5,98%	NÃO DISPARE	DISPARE
27	3	80	192,938	866,285	6,46%	NÃO DISPARE	DISPARE
(3) OBUS WU et al. (2008); T disparo= 15 s; h= 40 W/m²K							
25	0	0	188,936	862,620	0	NÃO DISPARE	DISPARE
31	1	0	191,645	865,328	0	NÃO DISPARE	DISPARE
41	2	0	195,861	869,544	0	NÃO DISPARE	DISPARE
58	3	0	196,104	869,787	0	NÃO DISPARE	DISPARE
(4) OBUS WU et al. (2008); T disparo= 15 s; h=40 W/m²K							
24	0	80	190,534	864,112	5,51%	NÃO DISPARE	DISPARE
29	1	80	192,093	865,673	6,69%	NÃO DISPARE	DISPARE
35	2	80	186,579	860,164	7,84%	DISPARE	NÃO DISPARE
40	3	80	163,605	836,807	7,95%	DISPARE	NÃO DISPARE
(5) OBUS ARM 198; T disparo= 6 s; h= 5 W/m²K							
22	0	0	191,693	865,366	0	NÃO DISPARE	DISPARE
25	1	0	192,217	865,890	0	NÃO DISPARE	DISPARE
29	2	0	192,915	866,587	0	NÃO DISPARE	DISPARE
34	3	0	191,216	864,888	0	NÃO DISPARE	DISPARE
(6) OBUS ARM 198; T disparo= 6 s; h=5 W/m²K							
21	0	80	189,169	862,536	4,93%	NÃO DISPARE	DISPARE
24	1	80	191,847	865,231	5,69%	NÃO DISPARE	DISPARE
27	2	80	189,168	862,546	6,30%	NÃO DISPARE	DISPARE
32	3	80	191,818	865,183	7,53%	NÃO DISPARE	DISPARE
(7) OBUS ARM 198; T disparo= 15 s; h= 5 W/m²K							
24	0	0	191,647	865,331	0	NÃO DISPARE	DISPARE
34	1	0	190,824	864,507	0	NÃO DISPARE	DISPARE
62	2	0	195,688	869,370	0	NÃO DISPARE	DISPARE

305	3	0	199,478	873,160	0	NÃO DISPARE	DISPARE
(8) OBUS ARM 198; T disparo=15 s; h=5 W/m²K							
22	0	80	184,734	858,346	4,85%	NÃO DISPARE	DISPARE
31	1	80	188,385	861,990	6,89%	NÃO DISPARE	DISPARE
43	2	80	161,083	834,725	8,24%	DISPARE	NÃO DISPARE
63	3	80	85,455	759,126	8,13%	DISPARE	NÃO DISPARE

O primeiro resultado mostrado na TAB.4.4 refere-se ao teste do tubo do obuseiro 155 mm descrito por WU et al.(2008), que considera uma cadência automática de disparo de 6 segundos entre um disparo e outro, além de um coeficiente de transferência de calor para ar natural e radiação térmica combinados equivalente a 40 (W/m²K) e despreza qualquer tipo de desgaste. Nestas condições, variando-se o número de canais de resfriamento de 0 até 3, a solução analítica estabelece que o usuário pode efetuar entre 22 e 28 disparos, dependendo do número de canais de resfriamento adotado.

O segundo teste, cuja diferença em relação ao anterior é a consideração do efeito do desgaste, utiliza um coeficiente de erosividade do propelente de 80 m/s, e resulta em um número de disparos situando-se entre 21 e 27.

No terceiro teste, o tempo de disparo é aumentado de 6 segundos para 15 segundos, e novamente não é incluído o conceito de desgaste,. Assim o usuário consegue disparar entre 25 e 58 disparos.

No quarto teste adiciona-se ao terceiro o parâmetro de desgaste, o que resulta num número de disparos entre 24 e 40, dependendo da quantidade de canais. Nesse caso, percebe-se que o critério de desgaste sobrepõe-se ao critério da temperatura de auto-ignição para os tubos com 2 e 3 canais de resfriamento que passam a apresentar um desgaste do 8% permitido segundo LAWTON (2001).

Nos quatros últimos testes foi considerado o Obuseiro ARM198, cujo tubo possui um comprimento de 5,080 m, e que supõe-se resfriado externamente por ar natural com um coeficiente de transferência de calor de 5 (W/m²K).

No quinto teste, com um tempo de disparo de 6 segundos e desconsiderando-se o desgaste, o usuário poderá disparar no mínimo 22 e no máximo 34 disparos.

Para o sexto teste, mantém-se as condições anteriores, mas considera-se o desgaste, o que resulta num número de disparos permissíveis entre 21 e 32, dependendo da quantidade de canais de resfriamento.

O sétimo teste incrementa o tempo de disparo de 6 para a 15 segundos, e sem considerar o desgaste, o usuário poderá efetuar no mínimo 24 e no máximo 305 disparos.

Finalmente, no oitavo teste adiciona-se às condições do sétimo o parâmetro de desgaste. Essa restrição faz com que o número de disparos mínimo seja de 22 e o máximo de 63 disparos. Percebe-se que, nesse teste, o critério de desgaste sobrepõe-se ao critério da temperatura de auto-ignição para os tubos com 2 e 3 canais de resfriamento os quais passam a apresentar um desgaste do 8% permitido segundo LAWTON (2001), o que abortaria a missão.

Em conclusão, pode-se dizer que quando é incluído o conceito de desgaste na solução analítica do problema térmico para o tubo de obuseiro 155 mm ou para o obuseiro ARM198, o usuário pode simular o emprego de sua arma com mais realidade, tendo acesso a mais informações que levem a decisão de quando suspender os disparos com vistas a respeitar a sua segurança e a atender a precisão necessária para alcançar os alvos. Nesse aspecto, a TAB 4.4 é instrutiva ao revelar que em alguns casos a temperatura de auto-ignição é alcançada antes do desgaste máximo tolerável enquanto em outros casos ocorre o contrário. Percebe-se também que os resultados obtidos desprezando-se a influência do desgaste majoram o número de disparos máximos possíveis o que ameaça a integridade física do usuário.

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

5.1 CONCLUSÕES

Para determinar o perfil transiente de temperatura, na direção radial de um tubo de obuseiro de calibre 155 mm numa situação de múltiplos disparos e submetida a condições de resfriamento convectivo com ar natural e líquido forçado externamente, aplicou-se o método analítico da técnica de expansão em autofunções como uma alternativa aos métodos puramente numéricos ou experimentais que se encontram na literatura.

Determinou-se o perfil de temperatura do tubo em três posições radiais (r_i , r_m e r_e), durante a fase de aquecimento e no início da fase de resfriamento do tubo de calibre 155 mm, para o caso de resfriamento a ar natural e radiação combinados, e observou-se que a solução analítica, para esse caso, indica que na fase de aquecimento se obtém o valor máximo de temperatura que ocorre no raio interno e em 4,02 milissegundos após a deflagração da munição.

A análise do perfil de temperatura apenas no raio interno permitiu estimar o número máximo de disparos que uma arma pode efetuar sob uma determinada condição de resfriamento, tendo em vista que os valores de temperatura no raio médio e no raio externo não têm influência direta na ativação prematura da munição e, conseqüentemente, na segurança do usuário.

Determinadas as temperaturas máximas, estimou-se um desvio relativo de 7,763 % para o problema de resfriamento do tubo por ar natural combinado com radiação térmica para o ambiente, e um desvio relativo de 7,764% para o caso do tubo resfriado com líquido forçado. O desvio entre o resultado previsto pelo modelo empírico de LAWTON (2001) e o obtido através da solução analítica aqui proposta é inferior a 10 %, o que indica que as estimativas fornecidas pela solução analítica são válidas.

Para determinar o perfil de temperatura para vários disparos incorporou-se ao problema térmico uma situação de seqüência de disparos efetuados a uma taxa constante. A nova condição inicial é dada pela distribuição de temperatura ao longo do raio no momento do disparo seguinte, ou seja, ao final de um disparo anterior.

Verificou-se que o acúmulo de energia no contorno causado pelos múltiplos disparos causa um incremento de temperatura ao longo do tempo. Devido à diferença entre os valores dos coeficientes convectivos para as duas situações estudadas, percebe-se que esse incremento de temperatura mantém-se aproximadamente constante para o caso de resfriamento natural, mas reduz-se gradativamente para o resfriamento com líquido forçado. Assim, após certo número de disparos, o constante incremento na temperatura causado pelo acúmulo de energia na superfície interna do tubo fará com que o limite de segurança para a temperatura seja atingido no caso do resfriamento por ar natural.

Determinou-se que para o caso de resfriamento do tubo com ar natural ($h = 40 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$), o usuário só poderá efetuar 22 disparos antes do tubo atingir a temperatura de auto-ignição. E para o caso de resfriamento convectivo com líquido forçado ($h = 2523,5 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$), a temperatura de 200°C não é atingida.

Verificou-se que o resfriamento convectivo mais eficiente se alcança aumentando o valor do coeficiente de transferência de calor através da utilização de convecção forçada a ar ou líquido. Analisadas as diferenças entre as propriedades térmicas do ar e dos líquidos em geral, fica claro que a convecção forçada empregando ar é menos eficiente do que a empregando líquido.

Para simular a situação de resfriamento do tubo através de canais inseridos na parede do tubo foi adicionado um termo sumidouro na equação diferencial parcial que rege o problema de transferência de calor. Fisicamente, o termo sumidouro representa a perda de calor pela parede do tubo, como se existisse um líquido refrigerante que escoasse por canais que se encontram entre o raio interno e o raio externo do tubo.

A variação do comprimento do tubo influencia diretamente o valor do volume na expressão para o termo sumidouro. Assim, mantidas a vazão mássica e o calor específico a pressão constante do refrigerante, bem como o diferencial de temperatura entre a saída e a entrada do refrigerante e o número de canais de resfriamento, inalterados, um maior comprimento do tubo implica num valor menor para o termo sumidouro, e, conseqüentemente, numa temperatura maior para o mesmo instante de tempo.

Para a situação de resfriamento externo a ar natural combinado com radiação, um número crescente de disparos pode ser efetuado à medida que se aumenta a quantidade de canais de resfriamento na parede do tubo.

Para a situação de resfriamento externo por convecção forçada de líquido ($h = 2523,5 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$), percebe-se que a temperatura de auto-ignição da munição não é atingida.

Foi verificado que o resfriamento através do contorno é mais eficiente do que aquele obtido com o termo sumidouro da equação diferencial parcial. Assim, a utilização de um valor elevado para o coeficiente convectivo acaba prejudicando a apreciação do efeito de resfriamento causado pelos canais inseridos na parede do tubo.

O uso de canais de resfriamento inseridos na parede do tubo permite um ganho adicional na quantidade de disparos possíveis quando a transferência de calor por convecção promovida pelo dispositivo de resfriamento externo ao tubo for a máxima possível. Naturalmente, o número de canais de resfriamento é limitado pela integridade estrutural da parede do tubo que, submetido a pressões elevadas no momento do disparo, não deve conter áreas de vazio ou preenchidas com líquido apenas.

Finalmente, usando os resultados de temperatura dos capítulos 2 e 3, foi estimada a influência do desgaste, empregando a EQ. 4.1 dada por LAWTON (2001). A análise do obuseiro equatorial ARM198 calibre 155 mm, forneceu resultados que permitem concluir que para condições de resfriamento de ar sem a consideração do desgaste, o usuário poderia efetuar 24 disparos com cadência de disparo de 4 disparos por minuto, no entanto, considerando o fenômeno do desgaste, o número de disparos se reduz para 23. Assim, a variação do diâmetro interno do tubo a cada disparo devido ao fenômeno do desgaste deve ser considerada pelos futuros projetistas na análise de problemas térmicos em tubos de armas a fim de evitar acidentes com o usuário e prolongar a vida útil da arma.

5.2 TRABALHOS FUTUROS

Como uma motivação para trabalhos futuros, sugere-se investigar a influência do revestimento da superfície interna do tubo com uma camada de cromo sobre os resultados aqui obtidos para um único disparo e para múltiplos disparos. Isso requer uma modificação na formulação do problema de forma a incluir o efeito de resistência térmica causado por essa fina camada.

Outra sugestão para tornar a análise mais próxima da realidade é a alteração da condição de contorno no raio interno do tubo para uma condição convectiva, de forma a acomodar o efeito da troca de calor entre os gases do propelente e a superfície interna do tubo. Isso exigiria uma estimativa para o coeficiente de transferência de calor por convecção do gás do propelente e para a sua temperatura. A condição de contorno a ser implementada em $r = r_i$, seria dada por:

$$k \frac{\partial T}{\partial r} = h_g [T(r_i, t) - T_g] \quad (5.1)$$

A extensão da análise do problema térmico da dissertação para o caso bidimensional também poderia ser alvo de uma investigação futura devido a escassez de modelos para o fluxo de calor interno ao tubo e de resultados simulados na literatura.

Finalmente, a técnica de solução aqui explorada poderia servir como um problema direto para estimativas do fluxo de calor na superfície interna do tubo através de um problema inverso que utilizasse medidas experimentais de temperatura na superfície interna do tubo.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARMY TECHNOLOGY. **AS90 Braveheart 155mm**. Disponível: <<http://www.army-technology.com/projects/as90/>>[acessado em 18 nov. 2011].

ARMY TECHNOLOGY. **Crusader 155mm**. Disponível: <<http://www.army-technology.com/projects/crusader/>>[acessado em 18 nov. 2011]

BAE SYSTEMS. **Sweden Bofors 40 mm/70 Model 1948, Model 1958, Sea Trinity, Mark 3 and Mark 4**. 1997. Disponível: < [http://www.navweaps.com/ Weapons/70_m1948.htm](http://www.navweaps.com/Weapons/70_m1948.htm) >[acessado em 1 nov. 2011]

BASS, B., DE SWARDT, R.R. **Laboratory heat transfer experiments on a 155 mm compound gun tube with full length integral midwall cooling channels, S7/P30**, in: Gun Tubes Conference 2005, Keble College Oxford, 2005.

BOYCE, W.E.; DIPRIMA, R.C. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. 7.ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2002. pp. 336-364. il. ISBN 8521613121.

CHEN, T.-S., LIU, C. -C., **Inverse Estimation of Time - Varied Heat Flux and Temperature on 2-D Gun Barrel using Input Estimation Method with Finite-element Scheme**, Defense Science Journal, v. 58, pp. 57-76, 2008.

CHEN, T.-S., LIU, C.-C., JANG, H.-Y., TUAN, P.-C., **Inverse Estimation of Heat Flux and Temperature in Multi-Layer Gun Barrel**, International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 50, pp. 2060-2068, 2007.

CHUNG, D., SHIN, N., OH, M., YOO, S., NAM, S., **Prediction of erosion from heat transfer measurements of 40 mm gun tubes**, Wear, v. 263, pp. 246-250, 2007.

CONROY, P. J., WEINACHT, P., NUSCA, M. J. **Parametric Erosion Investigation: Propellant Adiabatic Flame Temperature**, Army Research Laboratory, v. 54, n. 1, pp. 77-85, 2002.

COTE, P. J., RICKARD, C. **Gas-metal reaction products in the erosion of chromium-**

- plated gun bores**, *Wear*, v. 241, pp. 17–25, 2000.
- COTTA, R. M. **Integral Transforms in Computacional Heat and Fluid Flow**, Florida: Boca Raton Crc Press, 1993. pp. 1-3. il. ISBN 0-8493-8665-9.
- HOLMAN, J. P. **Transferência de Calor**. 1.ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1983. pp 618-622.
- IMSL Library. International Mathematical & Statistical Libraries, Inc Houston, 1980
- LAWTON, B. in: **Proceedings of the 8th International Symposium on Ballistics**, Orlando, cap. 2, pp.28-36, 1984.
- LAWTON, B. **Thermo-chemical erosion in gun barrels**, *Wear*, v. 251, pp. 827–838, 2001.
- LAWTON, B. **The influence of additives on the temperature, heat transfer, wear, fatigue life, and self-ignition characteristics of a 155 mm gun**, *Journal of Pressure Vessel Technology*, v. 125, pp. 315–320, 2003.
- LAWTON, B.; KLINGENBERG, G. **Transient Temperature in Engineering and Science**. 2.ed. Oxford: Oxford University Pr on Demand, 1996. pp. 61-63;443–471. il. ISBN 13: 9780198562603
- LEE, H.-L., YANG, Y.-C., CHANG, W.-J., TSER, T.-S., **Estimation of the Heat Flux and Thermal Stresses in Multilayer Gun Barrel with Thermal Contact Resistance**, *Applied Mathematics and Computing*, v. 209, pp. 211-221, 2009.
- MANUAL TÉCNICO DO OBUS 155 MM, **Manual de Conocimiento y Servicio del OBUS 155 mm. A.R.M-198 “HOWITZER”**, Quito, pp. 11-15 1998.
- MISHRA, A., HAMEED, A., and LAWTON, B., **Transient Thermal Analyses of Midwall Cooling and External Cooling Methods for a Gun Barrel J**. *Heat Transfer*, v. 132, p. 8, 2010.
- ÖZISIK, M.N. **Heat Conduction**. 1. ed. New York: Wiley-Interscience Publication, 1980. pp. 1-143;335-396;653-674. il. ISBN 0-471-05481 X.
- RUGGIERO, M.; LOPES, V. **Aspectos Teóricos e Computacionais**, 2. ed. São Paulo:

Makron Books, 1996. pp 1-21 . il. ISBN 978-85-346-0204-4.

SMITH, D., WILDMAN, J. **XM297 Cannon System for the Crusader System “A Unique Government - Industry Team”**. 1999. 16 slides: color. Disponível:<
<http://www.tfd.chalmers.se/~valeri/Ajax/smith.pdf>>[acessado em 3 nov. 2011]

THORNHILL, C. K. **ARE Report 7/47, RARDE**, Fort Halstead, Sevenoaks, Kent, UK, 1947.

WU, B., **Barrel cooling: a key technology for improving gun performance**, Journal of Battlefield Technology, v. 8, n. 3, pp. 1-4, 2005.

WU, B., CHEN, G., CHEI, W. **Heat transfer in a 155 mm compound gun barrel with full length integral midwall cooling channels**, Applied Thermal Engineering, v. 28, pp. 881–888, 2008.

XIAOGANG, H., CONROY, P. e CARTER, R., **5.56 mm Ceramic Gun Barrel Thermal Analyses with Cycled Ammunition – 23 RD International Symposium on Ballistics**, Tarragona, pp.303-311, 2007.

7 APÊNDICES

7.1 APÊNDICE 1: DETERMINAÇÃO DOS AUTOVALORES

Para a determinação dos autovalores é preciso calculá-los através da biblioteca do IMSL (1980) que usa a rotina SLEIG/DSLEIG, a qual permite encontrar os autovalores e autofunções para a solução de problemas de Sturm-Liouville na forma:

$$-\frac{d}{dx} \left(p(x) \frac{du}{dx} \right) + q(x)u = \lambda r(x)u \quad , \quad a \leq x \leq b \quad (7.1.1)$$

Com condições de contorno:

$$a_1 u - a_2 (pu') = \lambda \left(a'_1 u - a'_2 (pu') \right) \quad , \quad x = a = r_i \quad (7.1.2)$$

$$b_1 u - b_2 (pu') = 0 \quad , \quad x = b = r_e \quad (7.1.3)$$

Os valores das variáveis acima dependerão das condições do problema térmico, que para nosso primeiro caso será sem termo fonte e com condições de contorno de fluxo prescrito quando $x = a = r_i$, e troca de calor por convecção quando $x = b = r_e$.

Assim, é necessário realizar a seguinte análise matemática lembrando que a EQ 7.1.1 para nosso problema térmico é:

$$-\frac{d}{dr} \left(r \frac{d\Psi_i}{dr} \right) + \mu_i^2 r \Psi_i(r) = 0 \quad , \quad r_i \leq r \leq r_e \quad (7.1.4)$$

Com condições de contorno:

$$\frac{d\Psi_i}{dr} = 0 \quad ; \quad r = r_i \quad (7.1.5)$$

$$h\Psi_i(r) + k \frac{d\Psi_i}{dr} = 0 \quad ; \quad r = r_e \quad (7.1.6)$$

De modo a colocar a EQ.7.1.4 na forma adimensional usamos a variável η definida por:

$$\eta = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_i}{\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_i} \quad (7.1.7)$$

Assim,

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_i \rightarrow \eta = 0$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_e \rightarrow \eta = 1$$

E define-se Δ :

$$\Delta = \frac{\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_i}{r_i} \quad (7.1.8)$$

Substituindo a EQ.7.1.8 na EQ.7.1.7, obtém-se:

$$\eta = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_i}{\Delta r_i}$$

Logo:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_i + \Delta r_i \eta$$

ou,

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_i(1 + \Delta\eta) \quad (7.1.9)$$

Derivando a EQ.7.1.9 obtemos $d\mathbf{r}$:

$$d\mathbf{r} = \mathbf{r}_i d\Delta\eta \quad (7.1.10)$$

Logo, usando a EQ.7.1.10 e a EQ.7.1.9 na EQ.7.1.4 obtemos a EQ.7.1.11 para o problema térmico em função de η :

$$\frac{d}{d\eta} \left((1 + \Delta\eta) \frac{d\Psi_i}{d\eta} \right) + (\mu_1^2 r_i \Delta)^2 (1 + \Delta\eta) \Psi_i(\eta) = 0 \quad , \quad 0 \leq \eta \leq 1 \quad (7.1.11)$$

Com condições de contorno:

$$\frac{d\Psi_i}{d\eta} = 0 \quad ; \quad \eta = 0 \quad (7.1.12)$$

$$\frac{h}{k} \Psi_i(\eta) + \frac{1}{\Delta r_i} \frac{d\Psi_i}{dr} = 0 \quad ; \quad \eta = 1 \quad (7.1.13)$$

Da definição do número de Biot:

$$\mathbf{Bi} = \frac{h\Delta r}{k} \quad (7.1.14)$$

Tem-se que a EQ.7.1.13 fica:

$$\mathbf{Bi} \Psi_i(\eta) + \frac{d\Psi_i}{dr} = 0 \quad ; \quad \eta = 1 \quad (7.1.15)$$

Finalmente, a EQ.7.1.11, EQ.7.1.12 e EQ.7.1.15 serão utilizadas na determinação dos autovalores através da biblioteca do IMSL (1980). Especificamente, através da rotina SLEIG/DSLEIG que permite determinar os autovalores e autofunções para a solução de problemas de Sturm-Liouville.

Para a representação da EQ 7.1.2 serão usadas as variáveis da rotina SLEIG/DSLEIG $\mathbf{a}_1 = \mathbf{0}$, $\mathbf{a}_1^* = \mathbf{0}$, $\mathbf{a}_2 = -\mathbf{1}$, $\mathbf{a}_2^* = \mathbf{0}$, e $\mathbf{a} = \mathbf{0}$, e para a representação da EQ.7.1.3 serão usadas as variáveis da rotina SLEIG/DSLEIG $\mathbf{b}_1 = \mathbf{Biot}$, $\mathbf{b}_2 = r_i/r_e$, e $\mathbf{b} = \mathbf{1}$.

Tendo em vista que a precisão dos autovalores é um fator muito importante na determinação dos valores de temperatura, é necessário determinar a máxima tolerância considerando o menor erro absoluto. Segundo RUGGIERO (1996), esta consideração permitirá gerar ótimos resultados. Assim, a FIG.7.1.1 fornece o erro absoluto para três diferentes tolerâncias: 1×10^{-6} , 1×10^{-10} e $0,5 \times 10^{-13}$. Deve-se enfatizar que o número de autovalores usado para a geração do gráfico foi igual a 750, o que foi o máximo que se conseguiu gerar para tolerâncias de até $0,5 \times 10^{-13}$.

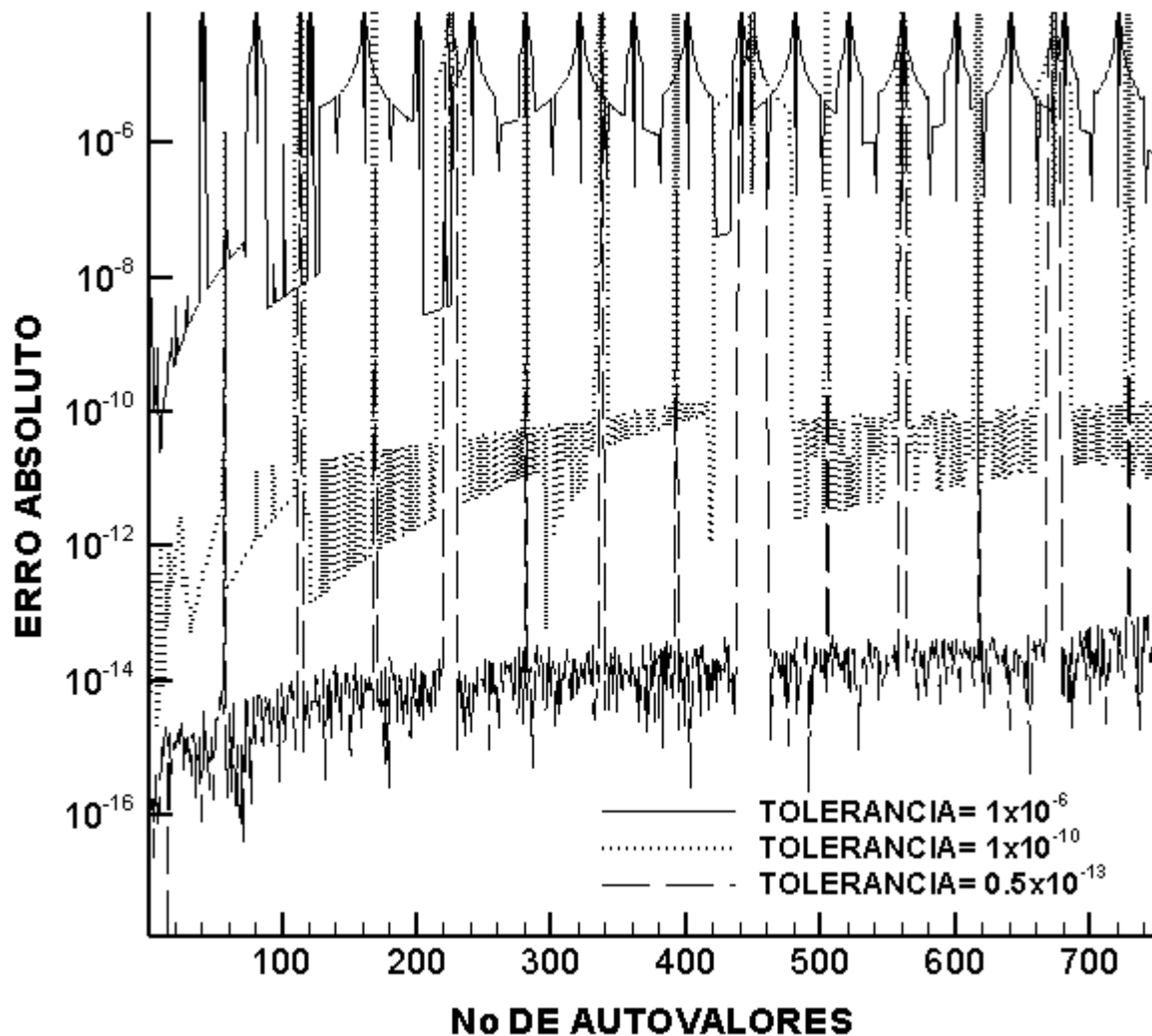


FIG 7.1.1 Erro absoluto em função da tolerância e do número de autovalores.

Na FIG.7.1.1 observa-se que com tolerâncias de $0,5 \times 10^{-13}$ obtemos o menor erro absoluto, o que permite obter resultados mais confiáveis na solução dos problemas térmicos.

7.2 APÊNDICE 2: CONSIDERAÇÕES PARA A GERAÇÃO DOS GRÁFICOS

Para uma melhor apreciação dos perfis de temperatura foram testados alguns valores de pontos para a malha do tempo no eixo x. Assim, trabalhou-se com valores de N igual a 60, 600, 6000, 60000, 100000 e 600000 para se determinar com qual deles se representaria a maioria dos pontos do perfil, especialmente para tempos muito menores do que 0,020 segundos nos quais acontece a fase de aquecimento do cano (WU et al.,2008).

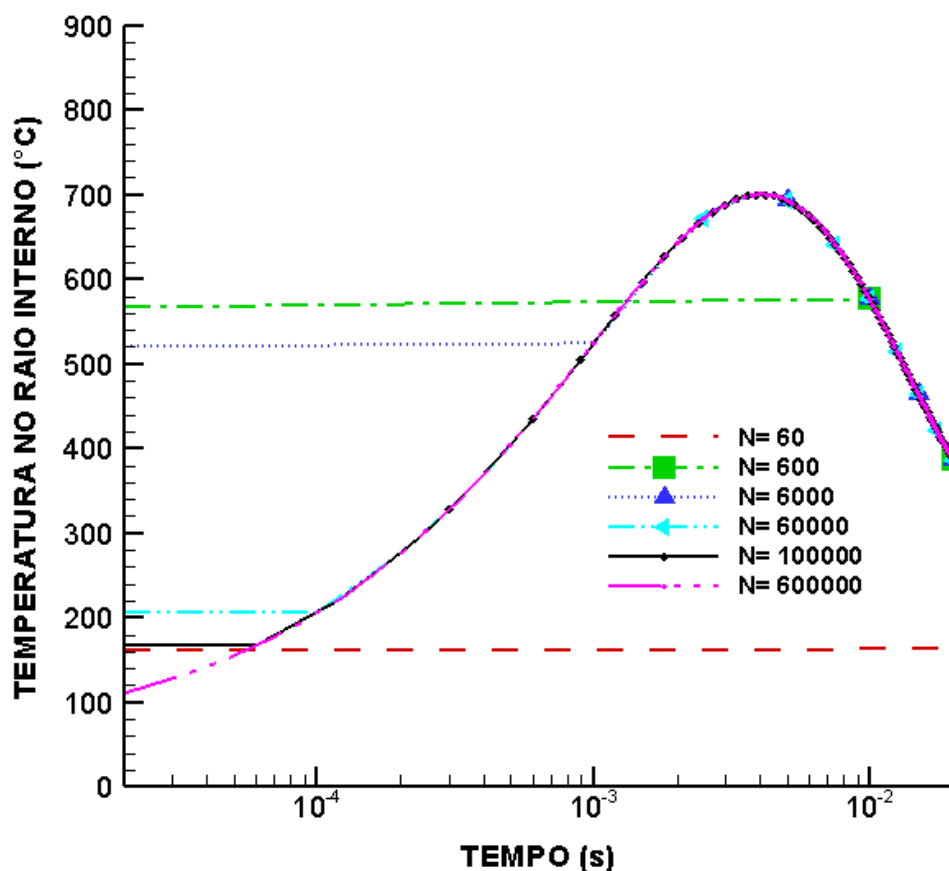


FIG 7.2.1 Temperatura no raio interno durante a fase de aquecimento

Na FIG 7.2.1 observa-se que para valores de N superiores a 60000 pontos, ou seja, com uma variação no tempo de 1×10^{-4} segundos, podemos capturar a maioria dos pontos do perfil de temperatura na fase de aquecimento. Assim, para cada um dos próximos resultados

apresentados nos capítulos anteriores empregamos o valor de $N=100000$ para conseguir uma melhor apreciação dos gráficos.