

**MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

MARCUS VINICIUS COSTA DE SOUZA

**OTIMIZAÇÃO DE TERMOS FONTES EM PROBLEMAS DE
BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR**

Rio de Janeiro

2009

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

MARCUS VINICIUS COSTA DE SOUZA

**OTIMIZAÇÃO DE TERMOS FONTES EM PROBLEMAS DE
BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Cap. Aldélio Bueno Caldeira – D. C.

Orientador: Prof. Marcelo José Colaço – D. C.

Co-orientador: Prof. Francesco Scofano Neto – D. C.

Rio de Janeiro

2009

c2009

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

São permitida a menção, a reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e do(s) orientador(es).

S7290 Souza, Marcus Vinicius Costa de

Otimização de termos fontes em problemas de biotransferência de calor / Marcus Vinicius Costa de Souza – Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2009.

169 p.: il.

Dissertação (mestrado) – Instituto Militar de Engenharia – Rio de Janeiro, 2009.

1. Biotransferência de calor – equação. 2. Otimização de parâmetro – laser. 3. Técnicas de otimização – método heurístico. 4. Técnicas de otimização – método determinísticos. I. Instituto Militar de Engenharia. II. Título

CDD 621.4022

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

MARCUS VINICIUS COSTA DE SOUZA

**OTIMIZAÇÃO DE TERMOS FONTES EM PROBLEMAS DE
BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Cap. Aldélio Bueno Caldeira – D. C.

Orientador: Prof. Marcelo José Colaço – D. C.

Co-orientador: Prof. Francesco Scofano Neto – D. C.

Aprovada em 18 de agosto de 2009 pela seguinte Banca Examinadora:

Cap. Aldélio Bueno Caldeira – D. C. do IME

Prof. Marcelo José Colaço – D. C. do IME

Prof. Francesco Scofano Neto – D. C. do IME

Prof. Helcio Rangel Barreto Orlande – Ph. D. da UFRJ

Rio de Janeiro

2009

Aos meus pais, Vânia Maria Costa de Souza e Luiz Carlos Alves de Souza, pelo amor e por proporcionarem um valioso tesouro - a educação.

Às minhas avós Iraci (*in memoriam*), Nina e Jacira pelo amor e zelo em minha criação.

À minha Dinda Neide (*in memoriam*), que por meio de seu carinho e afeto ensinou-me o significado do verbo “viver”.

Ao meu mestre da vida Daisaku Ikeda (Fundador da Soka Gakkai Internacional e da Escola Soka do Brasil), pelas sábias orientações repletas de sabedoria.

À minha noiva, Carolina Ferreira Lopes, por me incentivar a percorrer este caminho, compartilhando as dificuldades e estendendo sua mão amiga em momentos de adversidade.

A todos àqueles que de alguma forma colaboraram para que este objetivo fosse realizado.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais Vânia Maria Costa de Souza e Luiz Carlos Alvez de Souza, que nunca mediram qualquer sacrifício para que eu pudesse estudar e por haverem transformado esta vida em uma existência digna, próspera e frutífera, preparando-me para conviver com o mundo.

À minha irmã Fernanda, pelo carinho e apoio.

À minha dinda Neide (*in memoriam*), por ter me feito sempre tão feliz e por me ensinar as coisas simples da vida.

Às minhas avós Iraci (*in memoriam*), Nina e Jacira, pelas lembranças que trago da infância e por toda paixão pela nossa família.

Ao Daisaku Ikeda por personificar o verdadeiro significado da vida.

À minha, amada, noiva Carolina Ferreira Lopes, por sua existência em minha vida, pelo que pude aprender com seu convívio através de sua sabedoria e companheirismo.

Aos meus orientadores e co-orientador Aldélio Bueno Caldeira, José Marcelo Colaço e Fransesco Scofano Neto, que contribuíram para que a minha formação acadêmica caminhasse no sentido de superar as fronteiras dos saberes, pelas observações e orientações precisas ao longo da formulação deste trabalho.

Aos membros da Banca um agradecimento especial pela oportunidade e pelas orientações.

A CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), pelo suporte financeiro durante o mestrado.

A todos que contribuíram para o meu aprendizado e para que fosse possível a realização deste trabalho

“...Onde estou
é de onde me lanço.
Hoje, este momento,
É sempre o começo
de novos desafios.
Quando penso no meu futuro
coragem e força ilimitadas
surgem em meu coração...”

DAISAKU IKEDA

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	9
LISTA DE TABELAS	17
LISTA DE SÍMBOLOS	21
1 INTRODUÇÃO	26
1.1 Justificativa e objetivos do trabalho.....	30
1.2 Estrutura do trabalho	31
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	33
3 DESCRIÇÃO DO MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO.....	39
4 SOLUÇÃO NUMÉRICA.....	48
4.1 Método dos volumes finitos aplicado ao problema de biotransferência de calor	48
5 VALIDAÇÃO DA SOLUÇÃO NUMÉRICA	53
5.1 Problema em regime permanente com meio heterogêneo	53
5.1.1 Discretização do problema em regime permanente com meio heterogêneo	54
5.2.2 Resultados para a condução de calor em regime permanente com meio heterogêneo ...	56
5.2 Problema em regime transiente com meio homogêneo	58
5.2.1 Solução analítica do problema em regime transiente com meio homogêneo	59
5.2.2 Resultados para a condução de calor em regime transiente com meio homogêneo	63
5.3 Problema em regime transiente com meio heterogêneo.....	70
6 ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DA SOLUÇÃO NUMÉRICA	72

7	OTIMIZAÇÃO DOS PARÂMETROS DO LASER.....	78
7.1	Métodos de otimização.....	78
7.2	Resultados para otimização do laser na forma funcional constante.....	83
7.2.1	Métodos heurísticos.....	83
7.2.2	Métodos determinísticos	102
7.3	Resultados para otimização do laser na forma funcional com variação temporal	120
7.3.1	Métodos heurísticos.....	120
7.3.2	Métodos determinísticos	140
8	CONCLUSÃO	163
9	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	166

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG.3.1	Seção do globo ocular humano (INMETRO, 2008)	39
FIG.3.2	Perfil do globo ocular humano (ON, 2009)	40
FIG. 3.3	Esquema das camadas da córnea (LASIK MD, 2009)	40
FIG. 3.4	Diagrama esquemático do olho humano	41
FIG. 3.5	Perfil ideal D_1	45
FIG. 3.6	Perfil ideal D_2	46
FIG. 3.7	Perfil ideal D_3	46
FIG. 3.8	Perfil ideal D_4, D_5 e D_6	47
FIG. 4.1	Volume de controle e volumes vizinhos	50
FIG. 4.2	Interface entre volumes P e E fora do ponto médio entre ambos.....	50
FIG. 5.1	Campo de temperatura intra-ocular em regime permanente	57
FIG. 5.2	Comparação da solução analítica com a numérica (malha uniforme) sem termo fonte, com radiação e convecção.....	65
FIG. 5.3	Comparação da solução analítica com a numérica (malha uniforme) com termo fonte, com radiação e convecção.....	65
FIG. 5.4	Comparação da solução analítica com a numérica (malha uniforme) com termo fonte, com radiação, convecção e evaporação.....	66

FIG. 5.5	Comparação da solução numérica proveniente da malha uniforme e não-uniforme com termo fonte, com radiação, convecção e evaporação.....	66
FIG. 5.6	Comparação da solução analítica com a numérica (malha não-uniforme)	69
FIG. 5.7	Comparação da solução numérica com resultado disponível na literatura (MAINSTER, 1979)	71
FIG. 7.1	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_1 com fonte constante em 10 s	83
FIG. 7.2	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_1 com fonte constante em 10s	83
FIG. 7.3	Função dano para a curva D_1 com fonte constante após 10, 20 e 60 s.....	84
FIG. 7.4	Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_1)	84
FIG. 7.5	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_2 com fonte constante em 60 s.....	86
FIG. 7.6	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_2 com fonte constante em 60 s.....	86
FIG. 7.7	Função dano para a curva D_2 com fonte constante após 10, 20 e 60 s.....	87
FIG. 7.8	Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_2)	87
FIG. 7.9	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_3 com fonte constante em 60 s.....	89
FIG. 7.10	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_3 com fonte constante em 60 s.....	90
FIG. 7.11	Função dano para a curva D_3 com fonte constante após 10, 20 e 60 s.....	90

FIG. 7.12	Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_3)	90
FIG. 7.13	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_4 com fonte constante em 10 s	92
FIG. 7.14	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_4 com fonte constante em 10 s.....	92
FIG. 7.15	Função dano para a curva D_4 com fonte constante após 10, 20 e 60 s.....	93
FIG. 7.16	Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_4)	93
FIG. 7.17	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_5 com fonte constante em 10 s	95
FIG. 7.18	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_5 com fonte constante em 10 s.....	95
FIG. 7.19	Função dano para a curva D_5 com fonte constante após 10, 20 e 60 s.....	96
FIG. 7.20	Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_5)	96
FIG. 7.21	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_6 com fonte constante em 20 s.....	98
FIG. 7.22	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_6 com fonte constante em 20 s.....	98
FIG. 7.23	Função dano para a curva D_6 com fonte constante após 10, 20 e 60 s.....	99
FIG. 7.24	Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_6)	99
FIG. 7.25	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_1 com fonte constante em 10 s.....	102

FIG. 7.26	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_1 com fonte constante em 10 s.....	102
FIG. 7.27	Função dano para a curva D_1 com fonte constante após 10, 20 e 60 s.....	103
FIG. 7.28	Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_1)	103
FIG. 7.29	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_2 com fonte constante em 60 s.....	105
FIG. 7.30	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_2 com fonte constante em 60 s.....	106
FIG. 7.31	Função dano para a curva D_2 com fonte constante após 10, 20 e 60 s.....	106
FIG. 7.32	Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_2)	107
FIG. 7.33	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_3 com fonte constante em 60 s.....	109
FIG. 7.34	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_3 com fonte constante em 60 s.....	109
FIG. 7.35	Função dano para a curva D_3 com fonte constante após 10, 20 e 60 s.....	110
FIG. 7.36	Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_3)	110
FIG. 7.37	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_4 com fonte constante em 10 s.....	112
FIG. 7.38	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_4 com fonte constante em 10 s.....	112
FIG. 7.39	Função dano para a curva D_4 com fonte constante após 10, 20 e 60 s.....	113

FIG. 7.40	Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_4)	113
FIG. 7.41	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_5 com fonte constante em 10 s.....	115
FIG. 7.42	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_5 com fonte constante em 10 s.....	115
FIG. 7.43	Função dano para a curva D_5 com fonte constante após 10, 20 e 60 s.....	117
FIG. 7.44	Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_5)	117
FIG. 7.45	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_6 com fonte constante em 60 s	118
FIG. 7.46	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_6 com fonte constante em 60 s.....	119
FIG. 7.47	Função dano para a curva D_6 com fonte constante após 10, 20 e 60 s.....	119
FIG. 7.48	Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_6)	120
FIG. 7.49	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_1 com fonte senoidal em 10s.....	123
FIG. 7.50	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_1 com fonte senoidal em 10 s	123
FIG. 7.51	Função dano para a curva D_1 com fonte senoidal após 10, 20 e 60 s.....	124
FIG. 7.52	Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_1)	124
FIG. 7.53	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_2 com fonte senoidal em 60s.....	126

FIG. 7.54	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_2 com fonte senoidal em 60 s	127
FIG. 7.55	Função dano para a curva D_2 com fonte senoidal após 10, 20 e 60 s.....	127
FIG. 7.56	Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_2)	128
FIG. 7.57	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_3 com fonte senoidal em 60s.....	129
FIG. 7.58	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_3 com fonte senoidal em 60 s	130
FIG. 7.59	Função dano para a curva D_3 com fonte senoidal após 10, 20 e 60 s.....	130
FIG. 7.60	Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_3)	131
FIG. 7.61	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_4 com fonte senoidal em 20s.....	132
FIG. 7.62	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_4 com fonte senoidal em 20 s	133
FIG. 7.63	Função dano para a curva D_4 com fonte senoidal após 10, 20 e 60 s.....	133
FIG. 7.64	Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_4)	134
FIG. 7.65	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_5 com fonte senoidal em 60s.....	135
FIG. 7.66	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_5 com fonte senoidal em 60 s	136
FIG. 7.67	Função dano para a curva D_5 com fonte senoidal após 10, 20 e 60 s.....	136

FIG. 7.68	Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_5)	137
FIG. 7.69	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_6 com fonte senoidal em 20s.....	138
FIG. 7.70	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_6 com fonte senoidal em 20 s	139
FIG. 7.71	Função dano para a curva D_6 com fonte senoidal após 10, 20 e 60 s.....	139
FIG. 7.72	Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_6)	140
FIG. 7.73	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_1 com fonte senoidal via BFGS em 10 s.....	141
FIG. 7.74	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_1 com fonte senoidal via BFGS em 10 s	142
FIG. 7.75	Funcional para a curva D_1 com fonte senoidal via BFGS nos intervalos de tempo 10, 20 e 60 s.....	143
FIG. 7.76	Função dano para a curva D_1 com fonte senoidal via BFGS após 10, 20 e 60 s	144
FIG. 7.77	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_2 com fonte senoidal via BFGS em 60 s.....	145
FIG. 7.78	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_2 com fonte senoidal via BFGS em 60 s	146
FIG. 7.79	Funcional para a curva D_2 com fonte senoidal via BFGS nos intervalos de tempo 10, 20 e 60 s.....	147
FIG. 7.80	Função dano para a curva D_2 com fonte senoidal via BFGS após 10, 20 e 60s.....	147

FIG. 7.81	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_3 com fonte senoidal via BFGS em 60 s.....	149
FIG. 7.82	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_3 com fonte senoidal via BFGS em 60 s	149
FIG. 7.83	Função dano para a curva D_3 com fonte senoidal via BFGS após 10, 20 e 60 s	150
FIG. 7.84	Função dano para a curva D_3 com fonte senoidal via BFGS após 10, 20 e 60 s	151
FIG. 7.85	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_4 com fonte senoidal via BFGS em 10 s.....	152
FIG. 7.86	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_4 com fonte senoidal via BFGS em 10 s	153
FIG. 7.87	Funcional para a curva D_4 com fonte senoidal via BFGS após 10, 20 e 60 s ...	153
FIG. 7.88	Função dano para a curva D_4 com fonte senoidal via BFGS após 10, 20 e 60 s.....	154
FIG. 7.89	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_5 com fonte senoidal via BFGS em 10 s.....	155
FIG. 7.90	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_5 com fonte senoidal via BFGS em 10.....	156
FIG. 7.91	Funcional para a curva D_5 com fonte senoidal via BFGS nos intervalos de tempo 10, 20 e 60 s.....	156
FIG. 7.92	Função dano para a curva D_5 com fonte senoidal via BFGS após 10, 20 e 60 s	157
FIG. 7.93	Temperatura em pontos da córnea para a curva D_6 com fonte senoidal via BFGS em 10 s.....	158

FIG. 7.94	Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_6 com fonte senoidal via BFGS em 10 s	159
FIG. 7.95	Funcional para a curva D_6 com fonte senoidal via BFGS nos intervalos de tempo 10, 20 e 60 s.....	159
FIG. 7.96	Função dano para a curva D_6 com fonte senoidal via BFGS após 10, 20 e 60 s	160

LISTA DE TABELAS

TAB. 3.1	Propriedades térmicas de cada camada do olho (OOI et al., 2008)	41
TAB. 3.2	Parâmetros do modelo matemático (OOI, 2008)	43
TAB. 3.3	Parâmetros da função dano (WELCH, 1984)	44
TAB.5.1	Temperatura em cada interface para regime permanente com meio heterogêneo	56
TAB. 5.2	Análise de convergência da malha para problema em regime permanente.....	57
TAB. 5.3	Quantidade de volumes por camada.....	57
TAB. 5.4	Propriedades térmicas e do laser	58
TAB. 5.5	Quantidade de volumes para malha não-uniforme e uniforme	64
TAB. 5.6	Quantidade de volumes por camada e respectivo custo computacional conforme Δt empregado	67
TAB. 5.7	Análise de convergência de malha e intervalo de tempo em $x = 0$ mm.....	67
TAB. 5.8	Análise de convergência de malha e intervalo de tempo em $x = 0.6$ mm.....	68
TAB. 5.9	Análise de convergência de malha e intervalo de tempo em $x = 3.6$ mm.....	68
TAB. 5.10	Análise de convergência de malha e intervalo de tempo em $x = 7.6$ mm	68
TAB. 5.11	Análise de convergência de malha e intervalo de tempo em $x = 22.6$ mm	69

TAB. 5.12	Análise de convergência de malha e intervalo de tempo em $x = 22.7$ mm.....	69
TAB. 5.13	Parâmetro do laser de CO_2 (Mainster,1979)	70
TAB. 6.1	Temperatura [$^{\circ}C$] para $t = 0$ s em cada interface.	72
TAB. 6.2	Quantidade de volumes por camada.....	72
TAB. 6.3	Tempo computacional [min] do problema em meio heterogêneo.....	73
TAB. 6.4	Temperatura [$^{\circ}C$] para $t = 0.1$ s e $\Delta t = 0.1$	73
TAB. 6.5	Temperatura [$^{\circ}C$] para $t = 1$ s e $\Delta t = 0.1$	74
TAB. 6.6	Temperatura [$^{\circ}C$] para $t = 10$ s e $\Delta t = 0.1$	74
TAB. 6.7	Temperatura [$^{\circ}C$] para $t = 0.1$ s e $\Delta t = 0.01$	74
TAB. 6.8	Temperatura [$^{\circ}C$] para $t = 1$ s e $\Delta t = 0.01$	75
TAB. 6.9	Temperatura [$^{\circ}C$] para $t = 10$ s e $\Delta t = 0.01$	75
TAB. 6.10	Temperatura [$^{\circ}C$] para $t = 0.1$ s e $\Delta t = 0.001$	76
TAB. 6.11	Temperatura [$^{\circ}C$] para $t = 1$ s e $\Delta t = 0.001$	76
TAB. 6.12	Temperatura [$^{\circ}C$] para $t = 10$ s e $\Delta t = 0.001$	76
TAB. 7.1	Parâmetros da função dano.....	79
TAB. 7.2	Solução ótima para a curva D_1 com fonte constante via métodos heurísticos.....	82

TAB. 7.3	Solução ótima para a curva D_2 com fonte constante via métodos heurísticos.....	85
TAB. 7.4	Solução ótima para a curva D_3 com fonte constante via métodos heurísticos.....	88
TAB. 7.5	Solução ótima para a curva D_4 com fonte constante via métodos heurísticos.....	91
TAB. 7.6	Solução ótima para a curva D_5 com fonte constante via métodos heurísticos.....	94
TAB. 7.7	Solução ótima para a curva D_6 com fonte constante via métodos heurísticos.....	97
TAB. 7.8	Solução ótima para a curva D_1 com fonte constante via métodos determinísticos.....	100
TAB. 7.9	Solução ótima para a curva D_1 com fonte constante via métodos determinísticos.....	101
TAB. 7.10	Solução ótima para a curva D_2 com fonte constante via métodos determinísticos.....	104
TAB. 7.11	Solução ótima para a curva D_2 com fonte constante via métodos determinísticos.....	102
TAB. 7.12	Solução ótima para a curva D_3 com fonte constante via métodos determinísticos.....	108
TAB. 7.13	Solução ótima para a curva D_3 com fonte constante via métodos determinísticos.....	108
TAB. 7.14	Solução ótima para a curva D_4 com fonte constante via métodos determinísticos	111
TAB. 7.15	Solução ótima para a curva D_4 com fonte constante via métodos determinísticos.....	111

TAB. 7.16	Solução ótima para a curva D_5 com fonte constante via métodos determinísticos	114
TAB. 7.17	Solução ótima para a curva D_5 com fonte constante via métodos determinísticos	114
TAB. 7.18	Solução ótima para a curva D_6 com fonte constante via métodos determinísticos	118
TAB. 7.19	Solução ótima para a curva D_6 com fonte constante via métodos determinísticos	118
TAB. 7.20	Intervalos de busca	121
TAB. 7.21	Solução ótima para a curva D_1 com fonte senoidal via métodos heurísticos.....	122
TAB. 7.22	Solução ótima para a curva D_2 com fonte senoidal via métodos heurísticos	125
TAB. 7.23	Solução ótima para a curva D_3 com fonte senoidal via métodos heurísticos.....	129
TAB. 7.24	Solução ótima para a curva D_4 com fonte senoidal via métodos heurísticos	132
TAB. 7.25	Solução ótima para a curva D_5 com fonte senoidal via métodos heurísticos.....	135
TAB. 7.26	Solução ótima para a curva D_6 com fonte senoidal via métodos heurísticos.....	137
TAB. 7.27	Solução ótima para a curva D_1 com fonte senoidal via métodos determinísticos	141
TAB. 7.28	Solução ótima para a curva D_2 com fonte senoidal via métodos determinísticos	144

TAB. 7.29	Solução ótima para a curva D_3 com fonte senoidal via métodos determinísticos.....	148
TAB. 7.30	Solução ótima para a curva D_3 com fonte senoidal via métodos determinísticos	151
TAB. 7.31	Solução ótima para a curva D_5 com fonte senoidal via métodos determinísticos	154
TAB. 7.32	Solução ótima para a curva D_6 com fonte senoidal via métodos determinísticos	157

LISTA DE SÍMBOLOS

B	_	Fator pré-exponencial (s^{-1})
c	_	Calor Específico ($J Kg^{-1} K^{-1}$)
ΔE	_	Energia de ativação para a reação ($J mol^{-1}$)
E_0	_	Pico de irradiação ($W m^{-2}$)
E_{vap}	_	Taxa de evaporação ($W m^{-2}$)
\bar{F}	_	Funcional
F	_	Refletância de Fresnel, adimensional
h_{cr}	_	Coefficiente de convecção do ambiente associado a radiação ($W m^{-2}K^{-1}$)
h_{∞}	_	Coefficiente de convecção do ambiente ($W m^{-2}K^{-1}$)
h_{bl}	_	Coefficiente de convecção do sangue ($W m^{-2}K^{-1}$)
k	_	Condutividade térmica ($W m^{-1} K^{-1}$)
L	_	Espessura do tecido (m)
N	_	Norma relativa a autofunção
P	_	Potência do laser (W)
R	_	Constante universal dos gases ($J mol^{-1} k^{-1}$)
S	_	Fonte de calor ($W m^{-3}$)
T	_	Temperatura no tecido ($^{\circ}C$)
T_0	_	Temperatura inicial no tecido ($^{\circ}C$)
T_{bl}	_	Temperatura arterial ($^{\circ}C$)
T_{∞}	_	Temperatura do ambiente ($^{\circ}C$)
t	_	Tempo (s)
x	_	Abscissa do tecido (m)
γ	_	Autovalor (s^{-2})
ε	_	Emissividade da córnea, adimensional
μ	_	Coefficiente de absorção do laser (m^{-1})
ρ	_	Massa específica ($kg m^{-3}$)
σ	_	Constante de Stefan-Boltzman ($W m^{-2} K^{-4}$)
δx	_	Distância entre as faces do volume de controle
(δx)	_	Distância do centro do volume controle ao centro do volume adjacente

SUBSCRITO

- bl _ índices relativos ao sangue
- i _ índices relativos a autovalores
- m _ índices relativos a iteração
- w _ índices relativos a face oeste do volume de controle
- W _ índices relativos ao centro do volume de controle oeste
- e _ índices relativos a face leste do volume de controle
- e^- _ índices relativos a distância entre o centro do volume de controle e a face leste
- e^+ _ índices relativos a distância entre o centro do volume leste e a face oeste
- E _ índices relativos ao centro do volume de controle leste

LISTA DE SIGLAS

ADI	Método Implícito de Direções Alternadas
BFGS	Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno
BHTE	Equação da Biotransferência de Calor
DE	Evolução Diferenciada
DFP	Método Quase-Newton de Davidon-Fletcher-Powell
EDP	Equações Diferenciais Parciais
GA	Algoritmo Genético
LMA	Algoritmo de Levenberg-Marquadt
MDF	Método das Diferenças Finitas
MEC	Método de Elemento do Contorno
MMC	Método de Monte Carlo
MGC	Método do Gradiente Conjugado
MSF	Método de Soluções Fundamentais
MVF	Método dos Volumes Finitos
NM	Método Simplex de Nelder-Mead
SQP	Programação Quadrática Seqüencial

RESUMO

O processo de biotransferência de calor em tecidos orgânicos é um fenômeno complexo. Por isso, as ferramentas numéricas e computacionais são cada vez mais empregadas nas simulações de procedimentos médicos, tal como a utilização do laser em tratamentos terapêuticos ou como instrumento em cirurgias oftalmológicas refrativas.

Este procedimento consiste na exposição do olho humano a uma fonte de laser, onde a temperatura não deve superar 65 °C no endotélio na superfície da córnea deve permanecer entre 65 e 85 °C, para obter o encolhimento desta. No entanto, as estruturas oculares humanas são altamente sensíveis ao laser. Assim, a fim de minimizar o dano térmico irreversível no tecido, é importante prever os campos térmicos gerados pelo dispositivo externo, responsável pelo aumento da temperatura local.

Diante disso, o presente trabalho visa otimizar os parâmetros do laser. O modelo físico-matemático que representa a transferência de calor no olho é governado pela equação de Pennes em conjunto com a função dano proposta por Henriques e Moritz.

A equação de biotransferência de calor de Pennes é uma equação de difusão de calor, a qual são agregados dois termos que representam os efeitos da perfusão sanguínea e da combinação da geração de calor metabólica do tecido com a irradiação emitida por um dispositivo externo. Por outro lado, a função de dano térmico quantifica a lesão no tecido ao ser exposto a altas taxas de temperatura. No entanto, na modelagem adotada, os termos associados ao efeito convectivo do sangue e do metabolismo são desprezados, pois a geração de calor dentro do tecido é determinada pelo laser e pelas propriedades ópticas do tecido. O perfil do feixe de laser é do tipo Gaussiano e sua atenuação no meio intra-ocular segue a Lei de Beer-Lambert.

Apresentam-se os resultados para a otimização do laser, inicialmente na forma constante, e em seguida, com variação temporal. Em ambos os casos são utilizadas técnicas de otimização de caráter heurístico (Evolução Diferenciada e Enxame de partículas) e determinístico (Levenberg-Marquardt, Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno e Método do Gradiente Conjugado). O desempenho de cada método é analisado para seis perfis propostos para a função dano agregada a três intervalos de tempo distintos para exposição do tecido ao laser.

ABSTRACT

The process of bioheat transfer in organic tissues is a complex phenomenon. Hence the numerical and computational tools are increasingly applied in simulation of medical procedures. For example, use laser in therapeutic treatment or as instrument in ophthalmic refractive surgery.

This kind of surgery expose the human eye to a heat source that delivery energy. The temperature at the surface of the eye (cornea) do not reach 85°C and at the endothelium's temperature must be between 65° and 85°C , to realize a shrinkage. However, the eye's structures are high sensitive to laser irradiation. In order to minimize the irreversible thermal damage in tissue, it is important to know the thermal field after exposing the tissue to irradiation.

The present work aims to optimize the parameters of the laser. The physical and mathematical model that represents the heat transfer in the eye is governed by the Pennes' equation together with the damage function proposed by Henriques and Moritz.

The bioheat equation of Pennes represents a heat diffusion, which are aggregated two terms representing the effects of blood perfusion and the combination of metabolic heat generation of the tissue to the radiation emitted by an external device. Moreover, the function of thermal damage quantifies the tissue lesion when exposed to high temperature. However, the model adopted, the term associated with the convective effect of blood and metabolism are neglected, because the heat generation within the tissue is determined by the laser and the optical properties of tissue. The profile of the laser beam is a Gaussian and its mitigation in the intra-ocular following the Law of Beer-Lambert.

The results for the laser optimization are depicted, initially at a constant approach, and then, with temporal variation. In both cases the optimization techniques used are heuristic (Differential Evolution and Particle Swarm) and deterministic (Levenberg-Marquardt, Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno and Conjugated Gradient Method). The performance of each method is analyzed for six scenarios proposed for the damage function aggregate to three different intervals of time for exposure the tissue to laser.

1 INTRODUÇÃO

O processo de transferência de calor em tecidos orgânicos é um fenômeno complexo, o qual envolve diversos mecanismos, como a condução, convecção, radiação, evaporação, metabolismo e mudanças de fases. Este processo é regulado, dentre outros aspectos, pela perfusão sanguínea, pois esta é composta por uma rede vascular que influencia no perfil de temperatura do tecido. No entanto, esta grandeza pode variar de acordo com a anatomia do tecido e dos órgãos.

Dentre os órgãos mais perfundidos destacam-se o cérebro, coração, fígado, rim e estômago. Por outro lado, a pele, os ossos, ligamentos, cartilagens e o olho possuem baixa taxa de irrigação sanguínea (YUE et al., 2004).

Pennes, em 1948, foi o primeiro a propor um modelo matemático que representasse o processo de biotransferência de calor. Na modelagem, os efeitos da interação térmica entre o metabolismo, a geração de calor externa e a perfusão sanguínea são incorporados na equação de condução de calor clássica. A fonte de calor externa pode ser devida a uma radiação eletromagnética emitida por um laser e microondas.

Os lasers, por serem mais rápidos, menos invasivos e com uma alta precisão, têm sido empregados em diversos ramos da medicina, desde a metade do século XX. O laser, como uma ferramenta cirúrgica, desempenha três funções: cauterização profunda, incisão e vaporização. Uma das principais vantagens deste dispositivo na medicina consiste na diminuição dos riscos de infecção, fato que é considerado um agravante do pós-operatório (PENG et al., 2008).

Sua primeira aplicação na área médica foi na oftalmologia. Porém é necessário trabalhar com várias frequências de lasers, pois cada tipo de célula absorve melhor a radiação conforme a frequência. Os lasers são usados, por exemplo, na fotocoagulação de vasos sanguíneos em tratamentos de tumores, em cirurgias refrativas, em alguns tipos de cataratas, glaucomas, e úlceras da córnea (SOUZA et al., 1996).

Nos demais campos médicos, tal como na neurocirurgia, o laser é bastante empregado, pois promove a remoção dos tecidos sem sangramento e nenhum contato físico. Na urologia permite realizar cirurgias por meio de fibras ópticas, como a vaporização de pedras nos rins, desde que essas se encontrem em posição favorável. Na área dermatológica, o laser é aplicado

na eliminação das manchas de pele, verrugas, tumores benignos, rejuvenescimento cutâneo e no tratamento de cicatrizes (SOUZA et al., 1996).

Este dispositivo tem se mostrado um auxiliar fundamental na medicina, motivando várias pesquisas referentes às suas possíveis aplicações. Entretanto, o efeito terapêutico do laser depende da característica de absorção do tecido, do comprimento de onda da radiação emitida, da densidade de energia e do tempo de exposição do tecido.

Os lasers são classificados de acordo com a emissão temporal da luz: em pulsos (corantes pigmentado, pulsado corantes) e de emissão contínua (argônio, criptônio, diodo, Nd:YAG, dióxido de carbono). O laser pulsado gera uma energia de potência elevada em um curto intervalo de tempo. Por outro lado, o laser de emissão contínua emite energia com uma intensidade menor de forma gradual (CATÃO, 2004).

Os procedimentos médicos que utilizam laser têm como principal restrição o aumento de temperatura no tecido, fato que pode provocar danos irreversíveis ao mesmo, como a desnaturação das proteínas, a perda das funções biológicas das moléculas ou até sua evaporação.

O olho é o órgão de maior suscetibilidade a danos por radiação a laser. Um modo adequado de quantificar o efeito térmico da energia do laser absorvida pelo olho consiste em calcular a distribuição de temperatura intra-ocular, uma vez que é inviável conduzir experimentos *in vitro*. (AMARA, 1994).

Por exemplo, ao se realizar uma cirurgia refrativa com a finalidade de corrigir distúrbios de visão, é utilizado o laser de diodo. Este procedimento médico é adotado no tratamento de miopia, hipermetropia, astigmatismo, glaucoma, deslocamento da retina e melanoma na íris. Este tipo de laser tem comprimento de onda de 810 nm e é altamente absorvido pela melanina (GILMOUR, 2003).

Tendo em vista que a radiação proveniente de uma fonte de laser incide diretamente sobre a superfície da córnea, pode-se ocasionar aquecimentos inadequados, já que se trata de um tecido delgado, delicado e composto por água e colágeno, cuja espessura é equivalente a 0.6 mm no centro (OOI et al., 2008), é essencial ter o conhecimento acerca do perfil térmico desse tecido, bem como o aquecimento gerado pela irradiação gerada pela fonte externa durante a cirurgia.

A fim de controlar o dano térmico na superfície da córnea e evitar o mesmo no endotélio (camada mais interna da córnea), a temperatura não deve superar 65 °C nesta região e deve

manter-se na faixa de 65 a 85 °C na superfície da córnea, para obter o encolhimento máximo da mesma (LYRA, 2006). Diante disso, o presente trabalho pretende otimizar o laser.

O fenômeno físico é governado pela equação de PENNES (1948). No entanto, na modelagem adotada, o termo associado ao efeito convectivo da perfusão sanguínea é desprezado. O dano térmico acumulado no tecido exposto a elevadas temperaturas é quantificado pela função dano proposta por HENRIQUES e MORITZ (1946). O perfil do feixe de laser é do tipo Gaussiano e sua atenuação no meio intra-ocular segue a Lei de Beer-Lambert (OOI et al., 2008).

É conduzido um estudo em torno da melhor eficácia da potência do laser na forma constante e com variação temporal. Para ambas as funções são empregados métodos de otimização de caráter heurístico (Evolução Diferenciada e Enxame de partículas) e determinístico (Levenberg-Marquardt, Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno e Método do Gradiente Conjugado). A função objetivo empregada é dada pela função dano. Assim, o desempenho de cada método é analisado para seis perfis propostos para a solução da integral de Henriques e Moritz (1946) agregada a três intervalos de tempo para exposição do tecido ao laser.

1.1 JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS DO TRABALHO

O desenvolvimento constante de tecnologias tem impulsionado o estudo dos procedimentos de diagnósticos de disfunções e doenças oftalmológicas. Esta evolução tem se apresentado significativa nas cirurgias com laser, uma vez que são menos invasivas e traduzem melhores resultados pós-cirúrgicos, diminuindo as taxas de infecção.

Segundo a Organização de Assistência em Oftalmologia, o número de casos de cirurgias realizadas no Brasil, por exemplo, de catarata, calculavam em 450 mil por ano, no início da década de 90 e espera-se que este número seja de 3 a 5 vezes maior até 2020. (Zacharias et al., 2002)

Além do crescimento de outras cirurgias refrativas, surge a necessidade de estudos mais profundos acerca da utilização do laser em procedimentos cirúrgicos na correção de patologias visuais, visto que o olho é um órgão sensível ao aquecimento gerado por este dispositivo.

Portanto, o presente trabalho tem por objetivo contribuir na investigação da otimização do laser e assim, minimizar a possibilidade de um aquecimento inadequado na região ocular. O processo de biotransferência de calor no meio intra-ocular é modelado pela equação de Pennes. Primeiramente, é estudada a solução ótima para o laser com emissão contínua. Nas simulações seguintes o processo de otimização é realizado para o laser com variação temporal. Em ambas as situações deseja-se que a temperatura no endotélio seja inferior a 65°C e o aquecimento na superfície da córnea encontre-se entre 65 e 85°C, para que o encolhimento da córnea seja conseguido sem que o endotélio sofra um dano irreversível (LYRA, 2006).

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Nesta seção descreve-se como o presente trabalho de dissertação é dividido.

O Capítulo 1 aborda alguns fundamentos sobre a aplicabilidade dos problemas de biotransferência de calor na medicina, tais como: tratamento terapêutico induzidos a laser e cirurgia oftalmológica refrativa. Além disso, descreve-se brevemente a metodologia numérica adotada, os objetivos e justificativas da pesquisa.

No Capítulo 2 é conduzida uma revisão bibliográfica em torno de alguns conceitos relevantes para o estudo da transferência de calor em tecidos orgânicos, bem como alguns métodos de otimização encontrados na literatura.

No Capítulo 3 descreve-se o modelo físico-matemático utilizado, apresentando a Equação da Biotransferência de Calor, suas características e aplicações. Ainda, são apresentados e discutidos os perfis ideais utilizados para a função de dano térmico e os parâmetros físicos (propriedades termofísicas do tecido e condições de contorno) necessários para se efetuar uma simulação mais realista.

O Capítulo 4 apresenta a solução numérica do problema em estudo, descrevendo o procedimento de discretização das equações, via Método dos Volumes Finitos.

No capítulo 5, a validação do código computacional é realizada com uma análise comparativa de subcasos do problema proposto com resultados disponíveis na literatura ou solucionados analiticamente. Para tanto, o problema é subdividido em: regime permanente multicamada, regime transiente uma camada e regime transiente multicamadas.

No capítulo 6 é avaliada a análise de convergência da malha, bem como a distribuição das propriedades termofísicas no domínio computacional, fato que caracteriza o problema de condução de calor em meio heterogêneo.

São reportados no Capítulo 7 os resultados provenientes da otimização da potência do laser na forma constante e com variação temporal. A solução ótima é obtida ao expor o tecido à irradiação do laser de maneira contínua por intervalos de tempo equivalentes a 10s, 20s e 60s. Para cada intervalo de tempo são considerados seis perfis ideais para a função objetivo, apresentados no capítulo 3. Além disso, os métodos usados no processo de otimização são avaliados quanto ao desempenho.

No Capítulo 8 encontram-se as conclusões obtidas sobre o estudo efetuado e algumas perspectivas de trabalho a desenvolver no seguimento desta dissertação.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O presente capítulo conduz um estudo acerca dos principais trabalhos encontrados na literatura para o desenvolvimento desta pesquisa. Neste contexto, inicia-se a revisão pelos trabalhos referentes ao processo de biotransferência de calor em tecidos vivos por meio de diferentes modelagens. Posteriormente, são apresentados àqueles relacionados às técnicas de otimização determinísticas e heurísticas.

A transferência de calor em sistemas biológicos é uma área em crescente desenvolvimento, em virtude da sua aplicabilidade. O médico H. H. Pennes, em 1948, foi o pioneiro na modelagem do processo de biotransferência em tecidos orgânicos (PENNES, 1948).

CHAN (1992) aplicou o Método de Elemento de Contorno (MEC) para resolver a equação de biotransferência de calor (PENNES, 1948). Objetivou demonstrar sua aplicabilidade. Primeiramente apresentou a formulação em regime permanente e transiente. Desenvolveu a solução numérica para um problema bidimensional em regime permanente por meio do MEC e comparou com a solução analítica. Também aplicou a mesma abordagem numérica para solucionar um problema conjugado, caracterizado pela inclusão de uma artéria em um tecido perfundido aquecido. A técnica numérica adotada e a solução analítica apresentaram boa concordância.

O'BRIEN e MEKKAOUI (1993) apresentaram uma análise teórica de tratamento de câncer por meio de um procedimento cirúrgico que depositava calor por feixes duplos de microondas. Em outras palavras, foi considerado um tratamento terapêutico por hipertermia local. A simulação computacional empregou o Método Implícito de Direção Alternada (Método ADI) que é apropriado para o problema proposto, sendo este governado pela equação de PENNES (1948). Alcançaram resultados que demonstram a viabilidade de simular tal procedimento médico computacionalmente.

HUANG et al. (1994) estudaram um problema de transferência de calor dentro de um tecido perfundido na presença de um vaso sanguíneo. Tal problema possuía aplicação no

tratamento por hipertermia. A formulação matemática do fenômeno foi dada na forma adimensional da equação de biotransferência de calor de Pennes. Adicionaram-se as hipóteses de simetria angular, ausência de condução no sentido axial, transferência de calor constante e condução radial. Além disso, o tecido ao redor do vaso sanguíneo foi aquecido e perfundido uniformemente. Foram testados dois casos, para os quais uma solução analítica foi obtida. O primeiro considerava a temperatura sanguínea arterial, na equação de Pennes, igual à temperatura média do sangue que fluía pela veia principal, e sua solução pode ser expressa em termos da temperatura de parede, obtendo daí a temperatura de equilíbrio no vaso sanguíneo. O segundo caso considerou a temperatura do sangue arterial constante. Os resultados mostraram o resfriamento causado pela artéria a uma temperatura constante, a uma temperatura variável e o termo fonte gerado pelo aquecimento por hipertermia. A análise realizada mostrou que para o primeiro caso, o comprimento de equilíbrio e a temperatura de equilíbrio aumentaram quando a perfusão diminuía. Já no segundo caso, ambas aumentaram.

CHUA et al. (2005) apresentaram um modelo matemático para prever a distribuição de temperatura intra-ocular humana exposta a uma fonte de calor externa. Em um meio semi-infinito, consideraram quatro camadas: córnea, humor aquoso, lentes e humor vítreo. Na modelagem foi empregada a equação de Pennes. A pesquisa objetivou investigar o impacto de diferentes valores da condutividade térmica nas lentes, o desligamento do laser por curtos instantes de tempo e a variação da potência do laser durante a exposição. Na equação de biotransferência proposta por Pennes, o termo referente à taxa de calor metabólico foi omitido em virtude de sua magnitude ser muito inferior à da taxa de calor externo. Na superfície da córnea foi imposta uma troca de calor por convecção e radiação. Nas demais regiões o resfriamento ocorreu por convecção com a circulação sanguínea. O problema foi resolvido numericamente por meio do Método dos Volumes Finitos e a validação decorreu da comparação com dados experimentais. Com o aumento da condutividade térmica das lentes, ocorreram maiores variações na temperatura. Altos valores da potência do laser culminaram em elevadas temperaturas na córnea ao desligar o laser.

LIMA et al. (2006) desenvolveram uma ferramenta computacional por meio do Método dos Volumes Finitos (MVF) para resolver a equação de biotransferência de calor (PENNES, 1948). A malha empregada é não-estruturada e bidimensional. A validação do código computacional decorreu da simulação numérica de alguns problemas de transferência de calor

para que fosse possível solucionar o problema de interesse, um tratamento de câncer por hipertermia. Especificamente, foi estudado um tumor de duodeno de 2 cm de diâmetro aquecido por uma sonda de laser Nd:YAG, em três pontos distintos, em um intervalo de tempo equivalente a 120s com ciclos de 60s. Foram consideradas as propriedades de tumor hepático, considerou-se as condições de contorno para os vasos sanguíneos, a troca de calor por convecção (37°C), bem como para o ar (presente no estômago e nas bordas do tumor). Nos demais contornos a temperatura foi prescrita equivalente a 37°C. Os resultados obtidos da análise térmica dos tecidos confirmaram que houve um acúmulo de energia no tecido e que não houve dano térmico nos tecidos saudáveis.

AZEVEDO et al. (2006) empregaram a Técnica de Transformada Integral Clássica para obter a solução analítica da equação de biotransferência de calor (PENNES, 1948) cujas condições de contorno são de natureza convectiva. A pesquisa analisou a influência da perfusão sanguínea em alguns tecidos humanos expostos a uma fonte de calor externa. Especificamente, para a perfusão admitiu-se sete valores distintos, desde perfusão nula até valores altos. A análise dos gráficos revelou que à medida que a perfusão aumenta, os transientes diminuem. Além disso, a diferença entre os gradientes de temperatura final e inicial depende da razão de aspecto (relação entre largura e altura) do referido tecido orgânico. Os resultados do estudo visaram auxiliar no planejamento do tratamento por hipertermia.

CVETKOVIC et al. (2006) desenvolveram uma pesquisa acerca da distribuição de temperatura em regime permanente no olho humano. O fenômeno físico foi governado pela equação de biotransferência de Pennes. Foi adotada a modelagem empregada bidimensional, bem como a simetria radial. Não foi usada fonte de calor externa, somente a taxa volumétrica de calor metabólico. Foram consideradas seis regiões: humor vítreo, lentes, humor aquoso, córnea, corpo ciliar e esclera. A perfusão sanguínea foi considerada somente no corpo ciliar. Cada região era homogênea, em perfeito contato térmico com a adjacente e as propriedades termofísicas variaram de uma região para outra. O estudo investigou os efeitos de diferentes valores para a condutividade térmica das lentes, bem como as mudanças de temperatura no ambiente e no sangue. A motivação da pesquisa consistiu no fato da condutividade térmica das lentes variarem durante o processo de envelhecimento do ser humano. A variação térmica do ambiente foi significativa para a região mais externa do olho, porém não afetou o campo

térmico na retina. Por outro lado, a variação da temperatura do sangue não interferiu apenas no perfil térmico da córnea. A variação da condutividade térmica das lentes gerou alterações térmicas somente nas lentes, pois nas demais regiões as mudanças de temperatura não foram relevantes.

TRUCU et al. (2007) identificaram analiticamente e numericamente o parâmetro de perfusão sangüínea na equação de biotransferência de calor de Pennes. O interesse em estimar a perfusão surge da dificuldade existente na medição da mesma. A fim de realizar a identificação do parâmetro de interesse, resultados mensuráveis foram obtidos, tais como: fluxo de calor, temperatura interna e medições de massa em um único instante de tempo. A modelagem matemática admitiu as hipóteses de domínio unidimensional, transiente e sem o termo fonte. Consequentemente há uma condição inicial e duas de contorno de Dirichlet. O estudo seguiu com a análise de quatro casos de medição: (a) fluxo de calor no início do domínio, (b) fluxo de calor no final do domínio, (c) temperatura interna e (d) medição de massa num único instante de tempo. Um exemplo numérico foi discutido, onde a simulação computacional foi realizada pelo método de elementos de contorno (MEC) empregando minimização não-linear ordinária por mínimos quadrados. Todos os gráficos mostraram a variação da fonte de calor com a perfusão em diversos pontos do domínio e com ruídos de 2% a 4%. Os resultados numéricos gerados para os três casos de medida mostraram que estes foram precisos e estáveis com respeito ao ruído adicionado aos dados de entrada.

SANTOS et al. (2007) estudaram o perfil térmico em tumores de próstata sujeito ao tratamento por hipertermia. Empregaram o Método de Volumes Finitos (MVF) e, a fim de validar a análise numérica, adotaram um esquema que faz uso de técnicas de Monte Carlo (MC). O modelo físico-matemático era composto pela equação de biotransferência de calor (BHTE) e pela função dano térmico. No equacionamento da condução de calor contabilizou-se a participação de geração de calor pela perfusão sangüínea, bem como outras fontes de calor. Porém, o calor gerado pelo metabolismo foi desprezado. A metodologia de estudo calculava as temperaturas pelo MVF e aplicava as técnicas de MC com o intuito de obter a distribuição de temperaturas já conhecidas. A malha adotada para o MVF foi não-estruturada e o seguinte esquema foi usado: (i) obtenção da imagem real por ressonância magnética, (ii) conversão do formato da imagem para TIFF, (iii) identificação do tumor e do domínio e (iv) extração do contorno e dos pontos usando MATLAB. A malha apresentava uma relevante

influência na precisão do cálculo da temperatura em detrimento de seu refinamento. Um algoritmo muito utilizado para amostragens da função densidade probabilidade gaussianas é do Box-Muller, que neste caso foi adaptado para a situação bidimensional. A metodologia para validar o método numérico via técnicas de MC procedeu inicialmente com o cálculo da média e desvio padrão das temperaturas. Obteve-se a temperatura máxima e normalizou-se a temperatura por meio do algoritmo de Box-Muller com amostragem uniforme para as duas dimensões. Na simulação computacional a fonte geradora de calor foi de radiofrequência com potência de 40 W, cuja aplicação variava de 18 a 62 s.

NG e OOI (2007) realizaram um estudo comparativo entre dois modelos para o olho humano, um bidimensional e outro tridimensional. Este último foi elaborado a partir do primeiro. As regiões do olho consideradas foram homogêneas e divididas em: córnea, humor aquoso, íris, lentes, humor vítreo e esclera. Adotou-se a equação de Pennes, cuja taxa de calor metabólico foi omitida, em função de o olho ser majoritariamente composto por líquido. Consideraram a evaporação das lágrimas, convecção com o meio ambiente e radiação como as formas de troca de calor na superfície da córnea. Na superfície restante do globo ocular houve troca de calor convectivo com o sangue. Por meio do Método de Elementos Finitos obtiveram a solução numérica do problema em uma malha não-estruturada. A validação foi realizada com dados numéricos fornecidos na literatura. A comparação foi realizada em vários pontos na região interna do globo ocular para distribuição térmica em regime permanente. Observou-se que no caso de simetria o modelo em duas dimensões foi suficiente, porém na distribuição de calor assimétrica o outro modelo demonstrou maior precisão, como esperado.

OOI et al. (2008) propuseram um modelo tridimensional com simetria radial cuja geometria se aproximou da anatomia do olho humano. A transferência de calor foi governada pela equação de difusão de calor clássica. O meio foi considerado com propriedades termofísicas variáveis e composto por cinco regiões homogêneas: córnea, humor aquoso, lentes, humor vítreo e esclera. Simularam as mudanças de temperatura na córnea durante um tratamento de cirurgia refrativa a laser. Não consideraram a influência da hidrodinâmica do humor aquoso e nem a perfusão sanguínea. A energia absorvida dentro da córnea foi modelada pela Lei de Beer-Lambert (MAINSTER, 1979). A perda de calor na superfície da córnea se deu por evaporação das lágrimas, radiação e convecção. Na região interna, a perda de calor ocorreu por convecção com os vasos sanguíneos. O problema foi resolvido

numericamente pelo Método de Elemento de Contorno com marcha no tempo. O campo de temperatura foi calculado para aquecimento a laser pulsado e laser contínuo. Os resultados obtidos foram comparados com outros modelos encontrados na literatura. O tratamento via laser contínuo apresentou melhor desempenho concordando com resultados experimentais encontrados na literatura.

A seguir são descritas algumas pesquisas que envolvem a utilização de métodos de otimização e que serão abordados de forma detalhada no capítulo 5.

COLAÇO et al. (2003) compararam duas técnicas de solução para problema inverso, onde o objetivo era estimar simultaneamente o coeficiente de difusão variável no espaço e o termo fonte, em um problema de difusão não-linear unidimensional. As técnicas aplicadas foram: método do gradiente conjugado (versão de Powell Beale, devido a sua robustez e taxa de convergência em problemas não-lineares) com problema adjunto e um algoritmo de otimização híbrido. Este último adotava os mais populares métodos de otimização: método gradiente de Davidon-Fletcher-Powell (DFP), algoritmo genético (GA), método simplex de Nelder-Mead (NM), algoritmo quase-newton de Pshenichny-Danilin (LM), evolução diferenciada (DE) e programação quadrática seqüencial (SQP). O problema direto considerado era governado por uma equação diferencial parcial de difusão não-linear. Porém empregou-se a forma adimensional, transiente e unidimensional da mesma. A atenção do artigo era focada no problema inverso, na estimativa de função para as duas quantidades de interesse simultaneamente, e através disso os passos básicos de cada técnica foram discutidos. Nas simulações foram inseridos erros aleatórios nas medidas. Os erros foram tomados com desvio padrão constantes, distribuição normal com média zero, erros aditivos e não relacionados. O método do gradiente conjugado com problema adjunto foi usado para minimizar a função objetivo, porém necessitou da solução de problemas auxiliares, conhecidos como problema adjunto e de sensibilidade, cuja dedução foi descrita. Vale salientar que o método iterativo foi interrompido de acordo com o princípio da discrepância. No método híbrido a estabilidade da solução foi assegurada pela regularização de primeira ordem de Tikhonov. Nas simulações foram usados 2 ou 10 sensores, sendo que o MGC foi mais eficiente para poucos sensores e, com maior quantidade, ambos os algoritmos apresentaram bom desempenho.

COLAÇO et al. (2006) empregaram uma versão do Método das Soluções Fundamentais (MSF) para identificar o termo fonte desconhecido em um problema de condução, onde as propriedades termofísicas eram constantes, em meio finito e com geometria quadrangular. Além disso, as paredes estavam sujeitas as condições de contorno de Dirichlet – temperatura prescrita. No procedimento de estimativa, as medidas não intrusivas de fluxo de calor foram obtidas por simulação computacional do problema direto, ao tomar como conhecido o termo fonte. Mais ainda, estas medidas simuladas possuíam erros experimentais. Duas metodologias foram adotadas nos problema direto e inverso, o Método de Diferenças Finitas (MDF) e Método das Soluções Fundamentais (MSF), respectivamente. Nas simulações numéricas foram propostas funções distintas para o termo fonte. O primeiro considerava uma função periódica e sem erros, cuja estimativa foi muito boa. O segundo caso consistia em uma função quadrática com valor de pico determinado e localizado no centro do domínio, onde a estimativa da função não foi satisfatória, pois não captou adequadamente o comportamento da função, embora tenha captado sua localização. O terceiro caso foi parecido com o segundo, diferindo por incluir erros nas medidas simuladas. A quarta situação tomou o termo fonte assimétrico nas direções x e y, quadrático e sem erros. Ainda, houve a tentativa de captar duas descontinuidades. Neste caso os valores de pico e localização foram bem capturados, porém o mesmo não foi verificado para o comportamento da função. O quinto caso diferiu do anterior por incluir falta de informação em algumas posições do contorno, caracterizando uma situação extrema. A estimativa foi pior que a do caso anterior. A última situação não especifica uma das condições de contorno. De uma maneira geral, o método MSF demonstrou rapidez e eficiência na recuperação os valores de pico e a localização da função desconhecida.

Perante os trabalhos apresentados é constatado o interesse no desenvolvimento de técnicas numéricas, que possam auxiliar no tratamento de patologias específicas. Dentre estes, destacam-se os estudos de problemas da visão. Mais especificamente, a análise do campo de temperatura no olho humano durante cirurgias que utilizem o laser como um instrumento cirúrgico, visando restaurar parcial ou totalmente a visão dos pacientes que apresentam algum distúrbio visual.

Não obstante, o tecido ocular exposto a altas taxas de temperatura pode ocasionar danos irreversíveis indesejados. Portanto, torna-se essencial avaliar os efeitos da potência do dispositivo externo durante a cirurgia. Tendo em vista a dificuldade de realizar este estudo em tecidos *in vivo*, é necessário utilizar métodos de simulação numérica e de otimização da

potência do laser. A solução ótima gera um campo de temperatura cuja integral de Henriques e Moritz (1946) será a mais próxima do dano térmico desejado na região da córnea. Deste modo, a metodologia de trabalho elaborada destaca-se pela abordagem dada aos métodos de otimização.

3 DESCRIÇÃO DO MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO

3.1 ANATOMIA DO OLHO HUMANO

O olho é um órgão par, situado em cada uma das órbitas, no nível que separa o crânio da face, cuja função básica é captar a luz. Esta por sua vez é focalizada no plano posterior do globo (retina), onde é convertida em impulsos eletromagnéticos, transmitidos pelo nervo óptico e vias ópticas, até os centros visuais cerebrais. Nestes centros, se dá a percepção visual, com o reconhecimento da imagem e a localização do objeto focalizado (SBO, 2009). A FIG. 3.1 mostra as estruturas envolvidas na percepção da luz pelo olho.

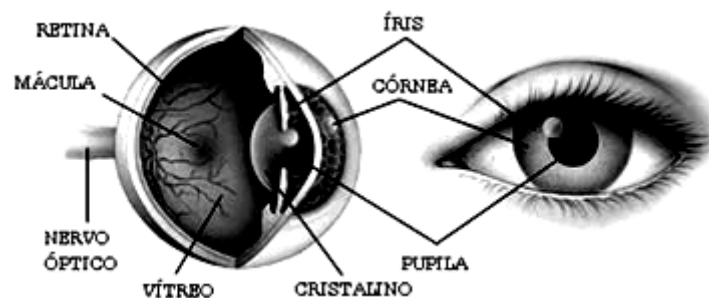


FIG 3.1 Seção do globo ocular humano (INMETRO, 2008)

A geometria do olho é aproximadamente esférica (em torno de 25 mm de diâmetro) e apresenta três túnicas (externa, média e interna), uma lente e dois fluidos. Especificamente, a túnica externa é composta pela Esclera (tecido conjuntivo, opaco, branco e pouco vascularizado) e Córnea (tecido resistente e transparente); a túnica média formada pela Coróide (tecido conjuntivo bem vascularizado que produz melanina) e Corpo Ciliar; a túnica interna que é a Retina (membrana mais interna do olho). A FIG. 3.2 exibe um esquema do perfil do olho humano.

A córnea é localizada na parte anterior do globo ocular, é transparente e, juntamente com a esclerótica, forma o envoltório externo do globo ocular. Sua curvatura é acentuada, aproximadamente 44.00 dioptrias (matematicamente, a dioptria é o inverso da distância focal, sendo este a metade do raio de curvatura). No eixo central possui espessura equivalente a

0.6 mm e na periferia 1.3 mm; diâmetro médio de 12 mm, podendo variar de 11 mm até 12.5 mm.

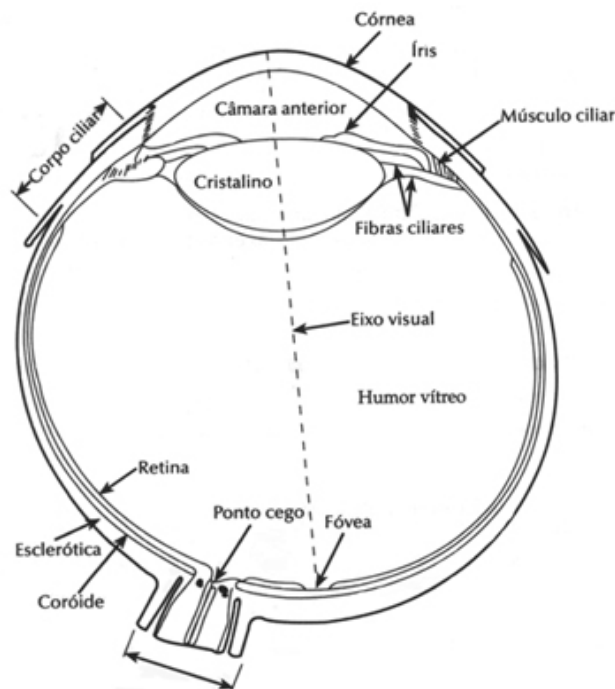


FIG. 3.2 Perfil do globo ocular humano (ON, 2009)

As cirurgias refrativas ocorrem majoritariamente na córnea por esta realizar a função de refratar os raios de luz e focá-los no plano da retina. Tais procedimentos médicos visam modificar a curvatura desta camada. Mesmo tendo uma espessura central muito pequena, apresenta seis camadas: Epitélio ($50 \mu\text{m}$), Membrana de Bowman ($15 \mu\text{m}$), Estroma ($500 \mu\text{m}$), membrana de Descemet (a meio interna) e Endotélio (camada interna). A FIG. 3.3 esquematiza as estruturas da córnea mencionadas.

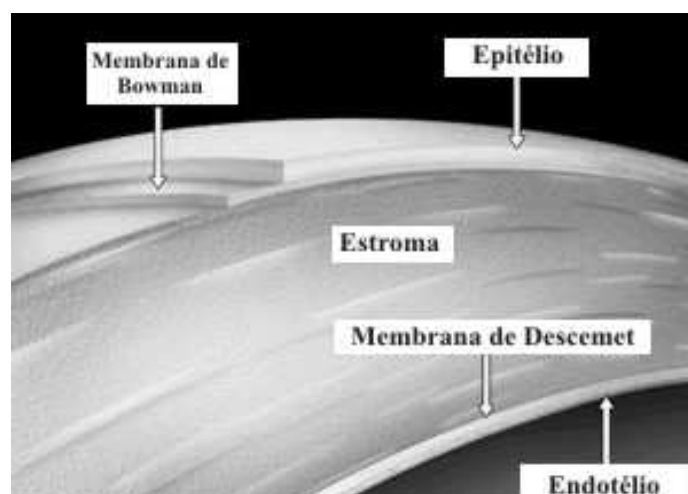


FIG. 3.3 Esquema das camadas da córnea (LASIK MD, 2009)

3.2 PROBLEMA FÍSICO E FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Para fins deste trabalho, a estrutura intra-ocular humana é modelada com cinco camadas: córnea, humor aquoso, lentes (pupila, cristalino e íris), humor vítreo e esclera (agrega coróide e retina). Além disso, o nervo óptico não será incluído na formulação física, pois este influencia minimamente a distribuição de temperatura interna do olho. Cada camada é suposta homogênea e termicamente isotrópica. A modelagem unidimensional do olho humano, cujas dimensões são próximas às de (OOI et al., 2008) é desenvolvida. A FIG. 3.4 exibe um diagrama esquemático do domínio físico do problema.



FIG. 3.4 Diagrama esquemático do olho humano

As propriedades termofísicas e as dimensões de cada camada são expostas na TAB. 3.1 e podem ser encontradas em (OOI et al., 2008).

TAB. 3.1 Propriedades térmicas de cada camada do olho (OOI et al., 2008)

Camada	Espessura [mm]	Condutividade térmica k [$\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$]	Massa específica ρ [kg m^{-3}]	Calor específico c [$\text{J Kg}^{-1} \text{K}^{-1}$]
1. Córnea	0.6	0.58	1050	4178
2. Humor aquoso	3	0.58	996	3997
3. Lentes	4	0.40	1050	3000
4. Humor vítreo	15	0.60	1000	4178
5. Esclera	0.1	1.00	1100	3180

Segundo a hipótese assumida, há um processo de difusão de calor unidimensional, em meio composto, regime transiente, em um globo ocular humano onde as coordenadas adotadas são retangulares. Além disso, as camadas estão em perfeito contato térmico.

O calor fornecido pela energia do laser é absorvido somente na córnea, onde mais de 95% desta energia é absorvida. O percentual restante é refletido pela superfície da córnea. Além disso, o feixe de laser é suposto ser do tipo Gaussiano. Tal afirmação não acarretará em nenhum efeito significativo no perfil térmico dentro da córnea.

A perda de calor na córnea decorre da associação da evaporação da lágrima, convecção com o ar e radiação, enquanto na extremidade oposta, na camada exterior da esclera, o calor

proveniente do fluxo sanguíneo adjacente atravessa a esclera e difunde via condução para a córnea.

De acordo com o mencionado acima, o processo físico é modelado pela equação diferencial parcial, apresentada na forma dimensional, onde a equação governante é a de Pennes (1948) assumindo a perfusão sanguínea desprezível.

$$\rho_i c_i \frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (k_i \frac{\partial T_i}{\partial x}) + S_i \quad 0 < x < x_i \quad t > 0 \quad (3.1)$$

$$-k_1 \frac{\partial T_1}{\partial \vec{n}} = h_\infty (T_1 - T_\infty) + \epsilon \sigma (T_1^4 - T_\infty^4) + E_{\text{vap}} \quad x = 0 \quad t > 0 \quad (3.2)$$

$$-k_5 \frac{\partial T_5}{\partial \vec{n}} = h_{bl} (T_5 - T_{bl}) \quad x = L \quad t > 0 \quad (3.3)$$

Nas EQs. 3.1, 3.2 e 3.3, \vec{n} representa o vetor unitário normal às superfícies externas.

O termo fonte com decaimento exponencial, de acordo com o comprimento de onda adotado, é dado por

$$S_i = \begin{cases} \phi(t) \mu (1 - F) E_0 e^{-\mu x} & i = 1 \\ 0 & i = 2, 3, 4 \text{ e } 5 \end{cases} \quad (3.4)$$

e

$$\phi(t) = \begin{cases} 1 & , \text{ se o laser está ligado,} \\ 0 & , \text{ se o laser está desligado.} \end{cases} \quad (3.5)$$

A condição inicial é dada pelas EQs. 3.1, 3.2 e 3.3 em regime permanente e sem termo fonte,

$$\frac{d}{dx} (k_i \frac{dT_i}{dx}) = 0 \quad 0 < x < L \quad (3.6)$$

$$-k_1 \frac{dT_1}{dx} = h_\infty (T_1 - T_\infty) + \epsilon \sigma (T_1^4 - T_\infty^4) + E \quad x = 0 \quad (3.7)$$

$$-k_5 \frac{dT_5}{dx} = h_{bl} (T_5 - T_{bl}) \quad x = L \quad (3.8)$$

Nas interfaces entre as camadas é aplicado o princípio da continuidade da temperatura e do fluxo de calor.

$$T_i = T_{i+1} \quad i = 2, 3, 4 \quad (3.9)$$

$$k_i \frac{dT_i}{dx} = k_{i+1} \frac{dT_{i+1}}{dx} \quad i = 2,3,4 \quad (3.10)$$

Os parâmetros adotados neste modelo estão presentes na TAB. 3.2.

TAB. 3.2 Parâmetros do modelo matemático (OOI, 2008)

Parâmetro	Símbolo	Valor	Dimensão
Temperatura do sangue	T_{bl}	37	$^{\circ}\text{C}$
Temperatura do ambiente	T_{∞}	25	$^{\circ}\text{C}$
Coefficiente de convecção do sangue	h_{bl}	65	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$
Coefficiente de convecção do ambiente	h_{∞}	10	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$
Taxa de evaporação	E_{vap}	40	W m^{-2}
Emissividade da córnea	ϵ	0.975	---
Constante de Stefan-Boltzman	σ	5.67×10^{-8}	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$
Refletância de Fresnel	F	0.024	---
Coefficiente de absorção do laser	μ	1900	---

O coeficiente de absorção do laser escolhido é o da água, como em (OOI et al., 2008).

3.3 FUNÇÃO DANO

O tecido orgânico ao ser exposto a elevadas temperaturas é danificado termicamente. Este fenômeno ocasiona a desnaturação das células. A desnaturação é um processo que ocorre em moléculas biológicas, principalmente proteínas, expostas a condições diferentes daquelas em que foram produzidas. Além disso, pode haver perda das funções biológicas ou a evaporação de parte do tecido afetado.

HENRIQUES e MORITZ (1946) foram os pioneiros em quantificar a lesão em tecido orgânico causada por uma fonte externa geradora de calor. Pesquisaram a queimadura em epiderme de suíno e assumiram que as queimaduras em tecidos orgânicos resultam na desnaturação térmica das proteínas. Postularam e testaram uma equação adimensional, baseada na equação de Arrhenius, para quantificar o dano térmico acumulado, como em (ZHOU et al., 2009), da seguinte forma:

$$\Omega(x) = \int_{t_i}^{t_f} B \exp\left(-\frac{\Delta E}{RT(x,t)}\right) dt \quad (3.11)$$

onde B é um fator pré-exponencial (mede a frequência de colisão molecular); E é a energia de ativação para a reação, R é a constante universal dos gases; T é a temperatura absoluta; t_i é o tempo inicial de exposição ao laser; t_f é o tempo no quando o dano térmico é avaliado; T é a temperatura do tecido na posição em que Ω é calculado (WELCH, 1984).

Os valores da constante pré-exponencial e da energia de ativação para aquecimento da pele a baixas temperaturas determinados por Henriques e Moritz (1946) têm sido amplamente empregados na literatura. Pesquisas recentes reportam o estudo de outras fontes externas de calor que danificam a epiderme, tal como lesionar o tecido orgânico durante a irradiação a laser. (PENG et al., 2008)

Os valores adotados neste trabalho para os parâmetros da EQ. 3.11 são expostos na TAB. 3.3.

TAB. 3.3 Parâmetros da função dano (WELCH, 1984)

B [s^{-1}]	E [$Jmol^{-1}$]	R [$Jmol^{-1}K^{-1}$]
1.0×10^{44}	7.0×10^4	2.0

Para queimaduras na pele os valores da função dano equivalentes a 0.53, 1 e 1×10^4 são referentes a queimaduras de primeiro, segundo e terceiro grau respectivamente (WELCH, 1984). As definições médicas para queimadura são menos quantitativas estabelecendo primeiro grau para epiderme, segundo grau para derme e terceiro grau para tecidos subcutâneos.

3.4 PERFIS IDEAIS PARA A FUNÇÃO DANO

Esta seção apresenta as curvas para a função dano ideal que são empregadas na otimização do laser com forma funcional constante e com variação temporal. São considerados seis perfis distintos que procuram avaliar o desempenho dos métodos de otimização ao serem aplicados na otimização de parâmetros. É válido ressaltar que a função dano é calculada somente na córnea, pois o laser, nesta pesquisa, atua exclusivamente nesta camada.

A EQ. 3.12 é a representação matemática do perfil ideal (elaborado com base nos valores que caracterizam dano irreversível) para dano térmico no epitélio após o tempo de exposição ao laser, enquanto as demais camadas da córnea estão isentas de dano.

$$D_1(x) = 1.5 \exp\left(-\frac{1250016743}{5 \times 10^4} x\right), \quad 0 \leq x \leq 6 \times 10^{-4} \quad (3.12)$$

O gráfico da curva D_1 é apresentado na FIG. 3.5, onde a linha pontilhada vertical ilustra a posição em que termina o epitélio ($50\mu\text{m}$ de profundidade). O tracejado horizontal destaca o valor mínimo para o qual há dano ao tecido.

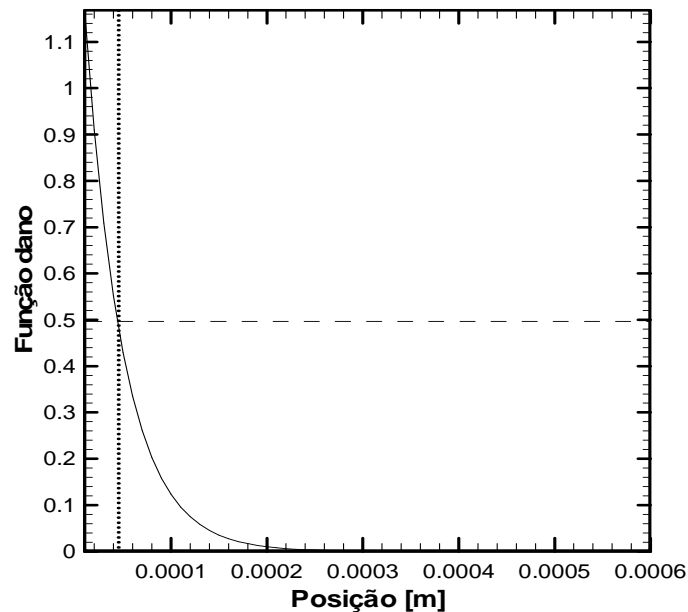


FIG. 3.5 Perfil ideal D_1

As EQs. 3.13 e 3.14 pretendem testar a robustez dos métodos numéricos de otimização, uma vez que a solução da função dano é suposta ter decaimento exponencial nesta pesquisa.

A curva D_2 , conforme exposta na EQ. 3.13, idealiza o dano térmico constante no epitélio e mínimo nas demais camadas da córnea. A representação gráfica da mesma encontra-se na FIG. 3.6.

$$D_2(x) = \begin{cases} 1.5 & , \quad 0 \leq x \leq 5 \times 10^{-5} \\ 0.5 & , \quad 5 \times 10^{-5} < x \leq 6 \times 10^{-4} \end{cases} \quad (3.13)$$

Na EQ. 3.14 elabora-se matematicamente o dano térmico ideal onde, no epitélio, há decaimento linear do mesmo e, nas demais camadas da córnea, o dano é mínimo. Da mesma maneira que a curva D_2 , a meta é testar o método quanto à eficiência.

Na FIG. 3.7 a posição em que a curva muda de inclinação coincide com a camada mais interna do epitélio. Tal como na equação anterior, as demais camadas da córnea são mantidas com dano mínimo e constante.

Os três comportamentos ideais que seguem representam um dano térmico irreversível em 25%, 50% e 75% a partir da superfície da córnea, que correspondem a 0.15 mm, 0.3 mm e 0.45 mm. Nestes casos o comportamento das funções é exponencial, tal como a solução da função objetivo. Os índices indicam a profundidade do dano; o menor corresponde a 25% enquanto o maior 75%. A formulação matemática é apresentada nas EQs. 3.15-17.

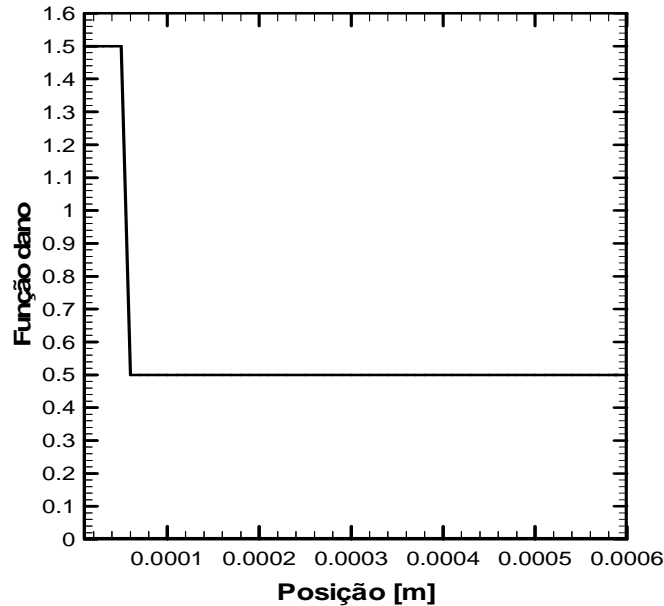


FIG. 3.6 Perfil ideal D₂

$$D_3(x) = \begin{cases} -10^4 x + 1 & , \quad 0 \leq x \leq 5 \times 10^{-5} \\ 0.5 & , \quad 5 \times 10^{-5} < x \leq 6 \times 10^{-4} \end{cases} \quad (3.14)$$

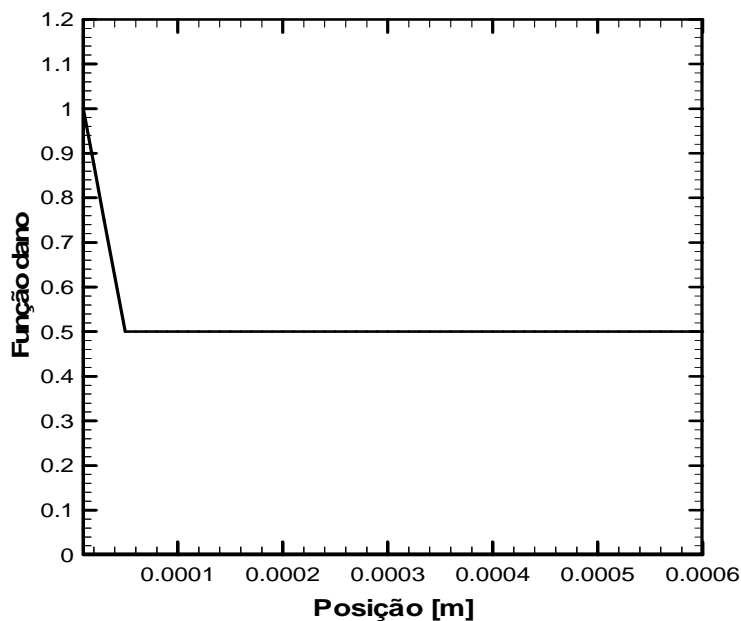


FIG. 3.7 Perfil ideal D₃

$$D_4(x) = 1.5 \exp\left(-\frac{1831020481}{25 \times 10^4} x\right), \quad 0 \leq x \leq 6 \times 10^{-4} \quad (3.15)$$

$$D_5(x) = 1.5 \exp\left(-\frac{1831020481}{5 \times 10^5} x\right), \quad 0 \leq x \leq 6 \times 10^{-4} \quad (3.16)$$

$$D_6(x) = 1.5 \exp\left(-\frac{2441360641}{1 \times 10^6} x\right), \quad 0 \leq x \leq 6 \times 10^{-4} \quad (3.17)$$

A FIG. 3.8 mostra graficamente as EQs. 3.15-17. Vale destacar que a profundidade do dano térmico na córnea de 25, 50 e 75% é referente às EQs. 3.15-3.17, respectivamente.

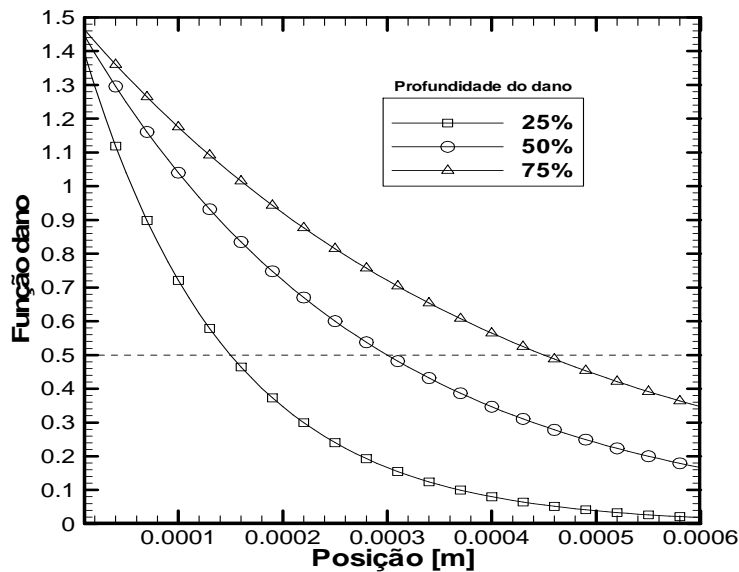


FIG. 3.8 Perfil ideal D_4 , D_5 e D_6

Este capítulo teve por finalidade contextualizar o trabalho acerca da situação física do problema alvo desta pesquisa, ao dissertar sobre a estrutura do globo ocular humano e apresentar o equacionamento matemático que modela o fenômeno.

Descreveu-se a função dano e a importância da mesma no presente trabalho e em seguida foram expostas seis curvas idealizadas para a integral de Henriques e Moritz após o intervalo de tempo referente à exposição to tecido ocular ao laser. Tanto a função dano quanto as curvas possuem papel fundamental no procedimento de otimização, como será visto no capítulo 7.

4 SOLUÇÃO NUMÉRICA

O presente capítulo tem por objetivo descrever o Método dos Volumes Finitos e deduzir a discretização do problema proposto. Em outras palavras, representar as equações diferenciais parciais por um sistema de equações lineares.

4.1 MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS APLICADO AO PROBLEMA DE BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR

Conforme apresentado no capítulo 3, tem-se a formulação matemática do problema proposto.

$$\rho_i c_i \frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (k_i \frac{\partial T_i}{\partial x}) + S_i \quad 0 < x < x_i \quad t > 0 \quad (4.1)$$

$$-k_1 \frac{\partial T_1}{\partial \vec{n}} = h_\infty (T_1 - T_\infty) + \epsilon \sigma (T_1^4 - T_\infty^4) + E_{\text{vap}} \quad x = 0 \quad t > 0 \quad (4.2)$$

$$-k_5 \frac{\partial T_5}{\partial \vec{n}} = h_{\text{bl}} (T_5 - T_{\text{bl}}) \quad x = L \quad t > 0 \quad (4.3)$$

O termo fonte é dado por,

$$S_i = \begin{cases} \phi(t) \mu (1 - F) E_0 e^{-\mu x} & i = 1 \\ 0 & i = 2, 3, 4 \text{ e } 5 \end{cases} \quad (4.4)$$

e

$$\phi(t) = \begin{cases} 1 & , \text{ se o laser está ligado,} \\ 0 & , \text{ se o laser está desligado.} \end{cases} \quad (4.5)$$

A condição inicial é fornecida pelas EQs. 4.1, 4.2 e 4.3 em regime permanente e sem termo fonte,

$$\frac{d}{dx} (k_i \frac{dT_i}{dx}) = 0 \quad 0 < x < L \quad (4.6)$$

$$-k_1 \frac{dT_1}{dx} = h_\infty (T_1 - T_\infty) + \epsilon \sigma (T_1^4 - T_\infty^4) + E_{\text{vap}} \quad x = 0 \quad (4.7)$$

$$-k_5 \frac{dT_5}{dx} = h_{bl}(T_5 - T_{bl}) \quad x = L \quad (4.8)$$

A temperatura e o fluxo de calor respeitam o princípio da continuidade da temperatura e do fluxo de calor.

$$T_i = T_{i+1} \quad i = 2,3,4 \quad (4.9)$$

$$k_i \frac{dT_i}{dx} = k_{i+1} \frac{dT_{i+1}}{dx} \quad i = 2,3,4 \quad (4.10)$$

Na discretização das EQs. 4.1-4.3 e EQs. 4.6-4.8 empregou-se o Método de Volumes Finitos (MVF), com formulação totalmente implícita, para a discretização do problema em regime permanente e transiente. A energia que flui entre os volumes a cada instante de tempo é calculada via integração sobre as fronteiras, realizando a diferença do fluxo que sai e entra no volume de controle (MALISKA, 1995).

Antes de proceder com a integração é preciso reescrever as equações na forma conservativa. Na primeira integração são avaliados os fluxos nas fronteiras do volume finito, procedimento que equivale ao balanço da grandeza no volume de controle. Além disso, nesta pesquisa os fluxos são difusivos por se tratar de um problema de condução de calor.

Na FIG. 4.1.b as linhas tracejadas delimitam as interfaces de cada volume e, o volume na tonalidade cinza é o volume de controle (finito). Já na FIG. 4.1.a é representado um volume cujo ponto P está no centro do volume e a distância de P ao centro de cada volume vizinho são diferentes (pontos W e E).

Na FIG. 4.1 é apresentada uma ilustração de três volumes do domínio, onde o volume de controle (entre linhas verticais tracejadas) de centro P é o volume onde as equações algébricas são obtidas. Os volumes adjacentes são nomeados segundos os pontos cardiais oeste (W) e leste (E), que são empregados nas funções de interpolação propostas para aproximar os fluxos convectivos e difusivos. As letras minúsculas **w** e **e** representam, respectivamente, as faces oeste e leste de cada volume de controle. Além disso, δx equivale ao tamanho do volume de centro P (ou volume P) e a distância entre o centro do volume P ao centro do volumes adjacentes são simbolizadas por $(\delta x)_w$ e $(\delta x)_e$. Neste trabalho é preciso ter o conhecimento destas medidas em função da malha não ser uniforme.

A malha não-uniforme acarreta na localização das interfaces **w** e **e** do volume finito fora do ponto médio entre W e P e entre P e E, respectivamente, onde W e E são os centros dos

volumes vizinhos, tal como mostrado na FIG. 4.2. Assim, o símbolo $(\delta x)_e$ é a distância da interface entre os volumes P e E até o centro do volume P. Enquanto $(\delta x)_{e+}$ é a distância do centro do volume E à mesma interface.

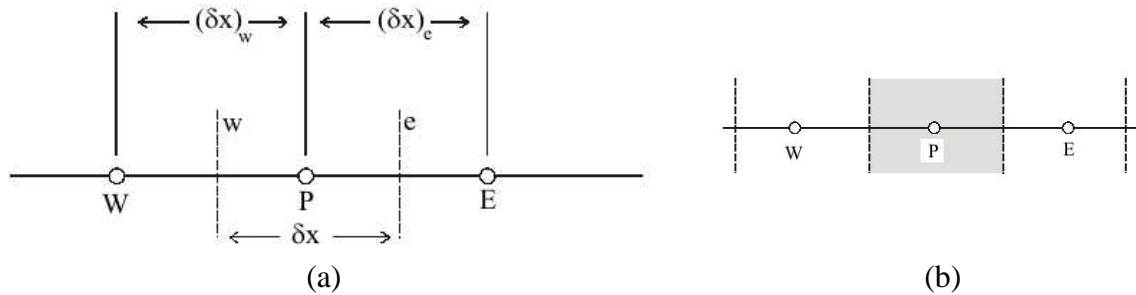


FIG. 4.1 Volume de controle e volumes vizinhos

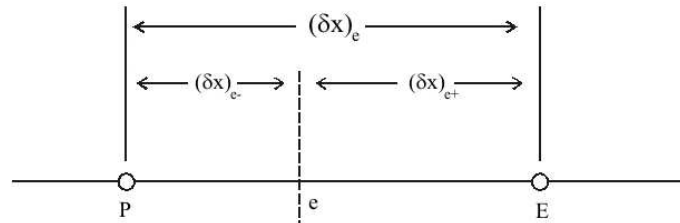


FIG. 4.2 Interface entre volumes P e E fora do ponto médio entre ambos

É importante ressaltar que as FIGs. 4.1 e 4.2 tratam do caso unidimensional na direção do eixo x.

A condutividade térmica varia, mas é homogênea em cada camada e seu valor corresponde aos apresentados na TAB. 3.1..

Integrando a EQ. 3.1, na forma conservativa, no tempo e espaço, obtém-se

$$\frac{(T_P^{n+1} - T_P^n)}{\delta t} \delta x = \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_e - \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_w + S \delta x \quad (4.11)$$

tal que, os índices e e w indicam que o perfil térmico é avaliado sobre as faces do volume P.

As aproximações para os fluxos nas interfaces são dadas da seguinte forma:

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_e \approx \frac{T_E^{n+1} - T_P^{n+1}}{(\delta x)_e} \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_w \approx \frac{T_P^{n+1} - T_W^{n+1}}{(\delta x)_w} \quad (4.13)$$

onde, os índices E e W mostram que o campo de temperatura é aferido nos volumes leste e oeste, respectivamente.

Substituindo a EQ. 4.12 e a EQ. 4.13 na EQ. 4.11, por meio do mesmo procedimento descrito na seção 4.2.1 para o problema em regime permanente, é alcançado o sistema de equações algébricas referentes ao volume do domínio,

$$A_p = \rho c \frac{\delta x}{\delta t} + \frac{k_e}{(\delta x)_e} + \frac{k_w}{(\delta x)_w} \quad (4.14)$$

$$A_e = \frac{k_e}{(\delta x)_e} \quad (4.15)$$

$$A_w = \frac{k_w}{(\delta x)_w} \quad (4.16)$$

$$B = \rho c \frac{\delta x}{\delta t} T_p^0 + S \delta x \quad (4.17)$$

Vale relembrar que só há termo fonte na camada referente à córnea e este é dado por,

$$S = (1 - F) E_0 \beta e^{-\beta x} \quad (4.18)$$

Antes de aproximar a condição de contorno na origem, é realizada uma linearização, visto que o termo de radiação é não-linear. Para linearizar a EQ. 4.2 é assumida a hipótese de que a temperatura absoluta de fronteira possui valor próximo à temperatura absoluta do ambiente (ÖZISIK, 1981). Assim,

$$k_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_w = h_{cr} (T_1 - T_\infty) + E_{vap} \quad (4.19)$$

$$h_{cr} = h_\infty + \epsilon \sigma T_\infty^3 \quad (4.20)$$

Empregando a mesma metodologia utilizada para aproximar as condições de contorno do problema em regime permanente, temos para o contorno oeste (W) a seguinte equação algébrica,

$$k_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_w = \frac{h_{cr}}{1 + \frac{(\delta x)_w h_{cr}}{k_1}} (T_p - T_\infty) - E_{vap} \left(\frac{(\delta x)_w h_{cr}}{(\delta x)_w h_{cr} + k_1} - \right) \quad (4.21)$$

Substituindo a EQ. 4.21 na EQ. 4.11 têm-se os coeficientes utilizados nas equações algébricas para contorno oeste.

$$A_p = \rho c \frac{\delta x}{\delta t} + \frac{k_e}{(\delta x)_e} + \frac{h_{cr}}{1 + \frac{(\delta x)_w h_{cr}}{k_1}} \quad (4.22)$$

$$A_w = 0 \quad (4.23)$$

$$A_e = \frac{k_e}{(\delta x)_e} \quad (4.24)$$

$$B = \rho c \frac{\delta x}{\delta t} T_p^0 + \frac{h_{cr} T_\infty}{1 + \frac{(\delta x)_w h_{cr}}{k_1}} + E_{vap} \left(\frac{(\delta x)_w h_{cr}}{(\delta x)_w h_{cr} + k_1} - 1 \right) + S \delta x \quad (4.25)$$

Da mesma forma, os coeficientes utilizados nas equações algébricas para contorno leste (E) são apresentados abaixo:

$$A_p = \rho c \frac{\delta x}{\delta t} + \frac{k_w}{(\delta x)_w} + \frac{h_{bl}}{1 - \frac{h_{bl}(\delta x)_e}{k_5}} \quad (4.26)$$

$$A_w = \frac{k_w}{(\delta x)_w} \quad (4.27)$$

$$A_e = 0 \quad (4.28)$$

$$B = \rho c \frac{\delta x}{\delta t} T_p^0 + \frac{h_{bl} T_{bl}}{1 - \frac{h_{bl}(\delta x)_e}{k_5}} + S \delta x \quad (4.29)$$

Os sistemas de equações algébricas obtidos nas seções 4.2.1 e 4.4, cuja matriz dos coeficientes determina uma matriz tridiagonal, são resolvidos pelo Método Linha a Linha (algoritmo de Thomas ou TDMA – TriDiagonal Matrix Algorithm) (MALISKA, 1995).

Os sistemas em tela podem ser escritos como:

$$A_p T_p = A_e T_E + A_w T_W + B \quad (4.30)$$

5 VALIDAÇÃO DA SOLUÇÃO NUMÉRICA

A finalidade desse capítulo reside em corroborar a boa funcionalidade do código computacional. A validação decorrerá do confronto entre os resultados numéricos obtidos, com as soluções analíticas ou reportadas na literatura. Diante disso, o problema é dividido em três casos particulares mais simples. O primeiro trata da condução de calor em regime permanente com meio heterogêneo. O segundo refere-se à condução em regime transiente com meio homogêneo. O terceiro aborda a condução em regime transiente com meio heterogêneo.

A fim de avaliar a robustez, taxa de convergência e esforço computacional exigido, é conduzido um estudo acerca da malha e do intervalo de tempo a serem empregados.

5.1 PROBLEMA EM REGIME PERMANENTE COM MEIO HETEROGÊNIO

O problema estudado nesta seção é caracterizado por uma condução de calor unidimensional, cujo modelo representa o processo de transferência de calor no globo ocular humano, em regime permanente. A condutividade térmica varia, é homogênea em cada camada e seu valor corresponde aos apresentados na TAB. 3.1. Não há geração de calor e a perfusão sanguínea é desprezada, conforme as EQs. 5.1-5.3. A perda de calor para o meio ambiente decorre da convecção com o ar na superfície da córnea e a entrada de calor ocorre por convecção com a circulação sanguínea na camada mais interna da esclera.

Nesta etapa da validação, o objetivo é verificar se a malha gerada não interfere no fluxo de calor, em função da quantidade e dimensão dos volumes e ainda, se as propriedades termofísicas envolvidas estão distribuídas corretamente, sobretudo, verificar se o termo difusivo e se as condições de contorno foram implementados corretamente no código computacional.

$$\frac{d}{dx} \left(k_i \frac{dT_i}{dx} \right) = 0 \quad 0 < x < x_i \quad t > 0 \quad (5.1)$$

$$-k_1 \frac{dT_1}{dx} = h_\infty (T_1 - T_\infty) \quad x = 0 \quad t > 0 \quad (5.2)$$

$$-k_5 \frac{dT_5}{dx} = h_{bl} (T_5 - T_{bl}) \quad x = L \quad t > 0 \quad (5.3)$$

5.1.1 DISCRETIZAÇÃO DO PROBLEMA EM REGIME PERMANENTE COM MEIO HETEROGÊNEO

Integrando a EQ. 5.1 no espaço, no volume P mostrado na FIG. 4.1 tem-se a seguinte equação:

$$\left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_e - \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_w = 0 \quad (5.4)$$

tal que, os índices e e w indicam que o perfil térmico é avaliado sobre as faces do volume P.

As aproximações para os fluxos nas interfaces são dadas da seguinte forma:

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_e \approx \frac{T_E^{n+1} - T_P^{n+1}}{(\delta x)_e} \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_w \approx \frac{T_P^{n+1} - T_W^{n+1}}{(\delta x)_w} \quad (5.6)$$

onde, os índices E e W mostram que o campo de temperatura é aferido nos volumes leste e oeste, respectivamente.

Substituindo as aproximações para os fluxos dadas pelas EQs. 5.5 e 5.6 na EQ. 5.4, tem-se

$$k_e \frac{T_E - T_P}{(\delta x)_e} - k_w \frac{T_P - T_W}{(\delta x)_w} = 0 \quad (5.7)$$

Reescrevendo-se a EQ. 5.7 obtêm-se as equações para cada volume do domínio, conforme visto na EQ. 5.8.

$$A_p T_P = A_w T_W + A_e T_E + B \quad (5.8)$$

Os coeficientes associados a cada volume são dados por:

$$A_p = \frac{k_e}{(\delta x)_e} + \frac{k_w}{(\delta x)_w} \quad (5.9)$$

$$A_e = \frac{k_e}{(\delta x)_e} \quad (5.10)$$

$$A_w = \frac{k_w}{(\delta x)_w} \quad (5.11)$$

$$B = 0 \quad (5.12)$$

As aproximações para as derivadas referentes aos volumes próximos aos contornos E e W são obtidas por meio da integração sobre o volume de controle, no tempo e no espaço, da equação na forma conservativa. Volume inteiro no contorno significa que uma das faces está localizada no contorno (MALISKA, 1995).

Assim, para obter a aproximação do fluxo para o contorno leste (E) substitui-se a EQ. 5.5 na EQ. 5.3,

$$h_{bl}(T_5 - T_{bl}) = \frac{T_5 - T_p}{(\delta x)_e} \quad (5.13)$$

Isolando o termo T_5 na EQ. 5.13 é obtida uma expressão que envolve a temperatura no centro do volume de fronteira e a temperatura do sangue. Assim, T_5 é substituído na EQ. 4.5 no lugar do termo T_E . Dessa forma, as equações algébricas para o contorno leste são apresentadas a seguir:

$$A_p T_p = A_w T_w + B \quad (5.14)$$

onde, os coeficientes são apresentados a seguir:

$$A_p = \frac{h_{bl}}{1 - \frac{h_{bl}(\delta x)_e}{k_5}} + \frac{k_w}{(\delta x)_w} \quad (5.15)$$

$$A_w = \frac{k_w}{(\delta x)_w} \quad (5.16)$$

$$A_e = 0 \quad (5.17)$$

$$B = \frac{h_{bl} T_{bl}}{1 - \frac{h_{bl}(\delta x)_e}{k_5}} \quad (5.18)$$

Analogamente, a aproximação do fluxo para a condição de contorno oeste (W) é realizada.

Assim, tem-se

$$A_p T_p = A_e T_E + B \quad (5.19)$$

tal que,

$$A_p = \frac{h_{cr}}{1 + \frac{h_{cr}(\delta x)_w}{k_1}} + \frac{k_e}{(\delta x)_e} \quad (5.20)$$

$$A_w = 0 \quad (5.21)$$

$$A_e = \frac{k_e}{(\delta x)_e} \quad (5.22)$$

$$B = \frac{h_{cr} T_\infty}{1 + \frac{h_{cr}(\delta x)_w}{k_1}} + E_{vap} \left(\frac{(\delta x)_w h_{cr}}{h_{cr}(\delta x)_w + k_1} - 1 \right) \quad (5.23)$$

5.2.2 RESULTADOS PARA A CONDUÇÃO DE CALOR EM REGIME PERMANENTE COM MEIO HETEROGÊNIO

A solução analítica do problema desta seção é determinada por analogia com circuito elétrico (ÖZISIK, 1981). Na TAB. 5.1 é apresentada a temperatura em cada interface obtida analiticamente.

TAB. 5.1 Temperatura em cada interface para regime permanente com meio heterogêneo

Posição [mm]	Temperatura [°C]
0	32.6584
0.6	32.7376
3.6	33.1337
7.6	33.8995
22.6	35.8141
22.7	35.8218

Na TAB. 5.2 é possível aferir a quantidade necessária de volumes para obter a temperatura convergida em cada interface. A escolha de avaliar a temperatura nas posições presentes na tabela a seguir, decorre da variação térmica em cada camada ser linear, o que é uma característica do problema apresentado. Mais ainda, nota-se que nos contornos a quantidade de volumes possui relação com a precisão alcançada entre a solução numérica e analítica. A sigla E.R. indica o erro relativo.

TAB. 5.2 Análise de convergência da malha para problema em regime permanente

Posição (mm)	0	0.6	3.6	7.6	22.6	22.7
Analítico	32.6584	32.7376	33.1337	33.8995	35.8141	35.8218
Malha A	32.6625	32.7376	33.1337	33.8995	35.8141	35.8214
E.R.	0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Malha B	32.6600	32.7376	33.1337	33.8995	35.8141	35.8214
E.R.	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%

A quantidade de volumes referentes às malhas A e B é apresentada na TAB. 5.3, especificando o número de volumes em cada camada.

TAB. 5.3 Quantidade de volumes por camada

	CAMADAS					
	Córnea	Humor aquoso	Lentes	Humor vítreo	Esclera	Total
Malha A	10	20	5	8	10	53
Malha B	25	15	10	10	20	80

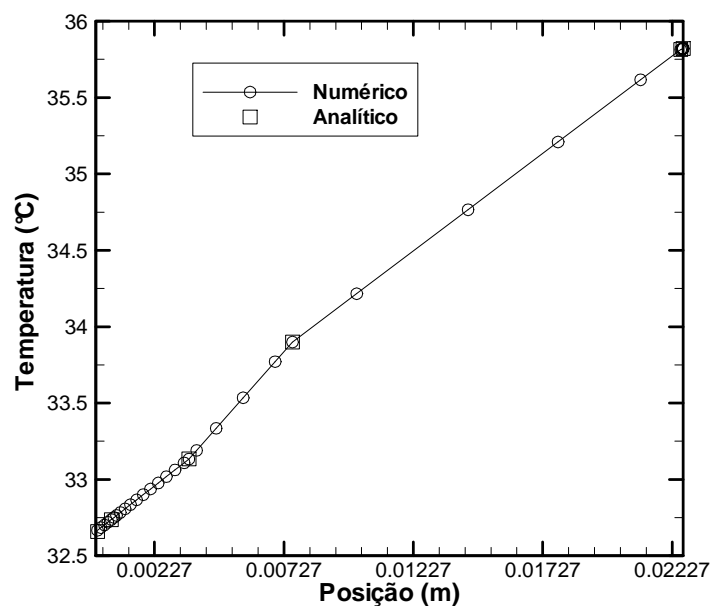


FIG. 5.1 Campo de temperatura intra-ocular em regime permanente

A FIG. 5.1 mostra o campo de temperatura intra-ocular desde a superfície da córnea até a camada mais interna da esclera. Na elaboração do gráfico é adotada a malha B, uma vez que a mesma forneceu os melhores resultados. Além disso, nas camadas próximas aos contornos há uma quantidade maior de volumes quando comparadas às camadas intermediárias.

5.2 PROBLEMA EM REGIME TRANSIENTE COM MEIO HOMOGENEO

Nesta seção, o problema físico abordado é unidimensional com uma camada, onde as propriedades termofísicas são homogêneas. Há um termo de geração de calor, o qual representa o decaimento exponencial do laser no meio, que nesta seção é aplicado em todo o domínio. O contorno situado na origem do sistema de coordenadas troca calor por convecção, por radiação e pela evaporação das lágrimas. No outro contorno há convecção com a corrente sanguínea adjacente. Vale destacar que este problema visa exclusivamente a validação do código computacional dentro de um contexto matemático. Assim as temperaturas atingidas não se relacionam a um procedimento cirúrgico no olho humano.

Os valores adotados para as propriedades termofísicas e para o laser estão dispostos na TAB. 5.4. As quantidades referentes à condutividade térmica, massa específica e calor específico são dadas pela média aritmética dos valores apresentados na TAB. 3.1. As propriedades do laser são as mesmas exibidas na TAB. 3.2 e são reproduzidos na TAB. 5.4.

TAB. 5.4 Propriedades térmicas e do laser

Parâmetro	Símbolo	Valor	Dimensão
Temperatura do sangue	T_{bl}	37	°C
Temperatura do ambiente	T_{∞}	25	°C
Coefficiente de convecção do sangue	h_{bl}	65	$W m^{-2} K^{-1}$
Coefficiente de convecção do ambiente	h_{∞}	10	$W m^{-2} K^{-1}$
Taxa de evaporação	E_{vap}	40	$W m^{-2}$
Emissividade da córnea	ϵ	0.975	---
Constante de Stefan-Boltzman	σ	5.67×10^{-8}	$W m^{-2} K^{-4}$
Refletância de Fresnel	F	0.024	---
Coefficiente de absorção do laser	μ	1900	---
Condutividade térmica	k	0.632	$W m^{-1} K^{-1}$
Massa específica	ρ	1039.2	$kg m^{-3}$
Calor específico	c	3706.6	$J kg^{-1} K^{-1}$

A seguir é apresentada a formulação matemática dimensional do problema transiente.

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \mu(1-F)E_0 e^{-\mu x} \quad 0 < x < L \quad t > 0 \quad (5.24)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} = h_\infty (T - T_\infty) + \epsilon \sigma (T^4 - T_\infty^4) + E \quad x = 0 \quad t > 0 \quad (5.25)$$

$$-k \frac{\partial T_5}{\partial \bar{n}} = h_{bl} (T - T_{bl}) \quad x = L \quad t > 0 \quad (5.26)$$

$$T = T_0 \quad 0 \leq x \leq L \quad t = 0 \quad (5.27)$$

A discretização das EQs. 5.24-5.27 é realizada por meio do MVF e exibida na seção 4.4. Contudo, é necessário considerar $k_e = k_w$, $(\delta x)_e = (\delta x)_w$, visto que a malha é uniforme e o meio é homogêneo. O código computacional é validado a partir da análise comparativa com a solução analítica das EQs. 5.24-5.27, descrita na seção 4.3.1.

5.2.1 SOLUÇÃO ANALÍTICA DO PROBLEMA EM REGIME TRANSIENTE COM MEIO HOMOGENEO

Antes de proceder com a solução analítica, é realizada uma linearização do termo de radiação, segundo termo no lado direito da EQ. 5.25, tendo em vista a não-linearidade do mesmo. Para tanto é assumida a hipótese de que a temperatura absoluta de fronteira possui valor próximo à temperatura absoluta do meio ambiente (ÖZISIK, 1981). Assim, a EQ. 5.25 pode ser reescrita como:

$$-k \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} = h_{cr} (T - T_\infty) + E_{vap} \quad (5.28)$$

onde,

$$h_{cr} = h_\infty + \epsilon \sigma T_\infty^3 \quad (5.29)$$

Logo o equacionamento é reformulado,

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial t} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \mu(1-F)E_0 e^{-\mu x} \quad 0 < x < L \quad t > 0 \quad (5.30)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} = h_{cr} (T - T_\infty) + E_{vap} \quad x = 0 \quad t > 0 \quad (5.31)$$

$$-k \frac{\partial T_5}{\partial \bar{n}} = h_{bl} (T - T_{bl}) \quad x = L \quad t > 0 \quad (5.32)$$

$$T = T_0 \quad 0 \leq x \leq L \quad t = 0 \quad (5.33)$$

O Método de Separação de Variáveis foi escolhido para resolver o problema em regime transiente com meio homogêneo, dado pelas EQs. 5.30-5.33.

A separação do problema homogêneo e particular é realizada ao fazer a seguinte afirmação,

$$T(x,t) = T_s(x) + T_h(x,t) \quad (5.34)$$

Ao substituir a EQ. 5.34 nas EQs. 5.30-5.33, o problema é reescrito da seguinte forma,

$$\frac{\partial T_h}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T_h}{\partial x^2} + \alpha \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \frac{\mu(1-F)E_0 e^{-\mu x}}{\rho c} \quad 0 < x < L \quad t > 0 \quad (5.35)$$

$$\frac{\partial T_h}{\partial x} + \frac{\partial T_s}{\partial x} = H_1 T_h + H_1 (T_s - T_\infty) + \frac{E_{\text{vap}}}{k} \quad x = 0 \quad t > 0 \quad (5.36)$$

$$-\frac{\partial T_h}{\partial x} - \frac{\partial T_s}{\partial x} = H_2 T_h + H_2 (T_s - T_{\text{bl}}) \quad x = L \quad t > 0 \quad (5.37)$$

$$T_h = T_0 - T_s = F(x) \quad 0 \leq x \leq L \quad t = 0 \quad (5.38)$$

onde,

$$H_1 = h_{\text{cr}} k^{-1} \quad (5.39)$$

$$H_2 = h_{\text{bl}} k^{-1} \quad (5.40)$$

O equacionamento acima é dividido em dois problemas: um em regime permanente ou denominado problema particular, cuja variável dependente é $T_s(x)$ e, outro em regime transiente, dito problema homogêneo, no qual a variável dependente é $T_h(x, t)$.

O problema particular é dado pelas EQs. 5.41-5.43,

$$\alpha \frac{d^2}{dx^2} T_s(x) + \frac{\mu(1-F)E_0 e^{-\mu x}}{\rho c} = 0 \quad 0 < x < L \quad t > 0 \quad (5.41)$$

$$\frac{d}{dx} T_s(x) = H_1 (T_s(x) - T_\infty) + \frac{E_{\text{vap}}}{k} \quad x = 0 \quad t > 0 \quad (5.42)$$

$$-\frac{d}{dx} T_s(x) = H_2 (T_s(x) - T_{\text{bl}}) \quad x = L \quad t > 0 \quad (5.43)$$

O problema homogêneo é dado pelas EQs. 5.44-5.47,

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial t} T_h(x,t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} T_h(x,t) \quad 0 < x < L \quad t > 0 \quad (5.44)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} T_h(x, t) = H_1 T_h(x, t) \quad x = 0 \quad t > 0 \quad (5.45)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} T_h(x, t) = H_2 T_h(x, t) \quad x = L \quad t > 0 \quad (5.46)$$

$$T_h(x, t) = F(x) \quad 0 \leq x \leq L \quad t = 0 \quad (5.47)$$

A solução analítica do problema particular consiste inicialmente na integração da EQ. 5.41, fornecendo a equação abaixo.

$$T_s(x) = -\frac{E_0(1-F)e^{-\beta x}}{\beta} + C_1 + C_2 \quad (5.48)$$

onde, C_1 e C_2 são constantes reais, as quais são determinadas aplicando a EQ. 5.48 nas condições de contorno do problema particular, ou seja, nas EQs. 5.42 – 5.43 dessa forma obtêm-se o sistema linear abaixo:

$$A_p T_p = A_w T_w + A_e T_e + B \quad (5.49)$$

$$\frac{d}{dx} T_s(0) = H_1(T_s(0) - T_\infty) + \frac{E_{\text{vap}}}{k} \quad (5.50)$$

$$-\frac{d}{dx} T_s(L) = H_2(T_s(L) - T_{bl}) \quad (5.51)$$

Reescrevendo as EQs. 5.50 e 5.51, têm-se

$$E_0 k(F-1)(\beta + H_1) + k\beta[E_{\text{vap}} - k(H_1 T_\infty - H_1 C_1 + C_2)] = 0 \quad (5.52)$$

$$\begin{aligned} &(\beta E_0(F-1) + E_0(H_2 - FH_2))e^{-\beta L} + \\ &k\beta e^{\beta L}(H_2 T_{bl} - H_2 C_1 - C_2 - H_2 L C_2)e^{-\beta L} = 0 \end{aligned} \quad (5.53)$$

Resolvendo o sistema linear acima as constantes são determinadas,

$$C_1 = \frac{\frac{-E_{\text{vap}} + E_0(1-F)}{k} + \frac{E_0 H_1(1-F)}{\beta k} + H_1 T_\infty}{H_1} - \frac{-H_1 \left(-\frac{E_0(1-F)e^{-\beta L}}{k} + \frac{H_2 E_0(1-F)e^{-\beta L}}{\beta k} + H_2 T_{bl} \right)}{H_1 [H_2 - H_1(-1 - H_2 L)]} - \frac{H_2 \left(\frac{-E_{\text{vap}} + E_0(1-F)}{k} + \frac{E_0 H_1(1-F)}{\beta k} + H_1 T_\infty \right)}{H_1 [H_2 - H_1(-1 - H_2 L)]} \quad (5.54)$$

$$C_2 = \frac{-H_1 \left(-\frac{E_0(1-F)e^{-\beta L}}{k} + \frac{H_2 E_0(1-F)e^{-\beta L}}{\beta k} + H_2 T_{bl} \right)}{H_2 - H_1(-1 - H_2 L)} - \frac{H_2 \left(\frac{-E_{vap} E_0(1-F)}{k} + \frac{H_1 E_0(1-F)}{\beta k} + H_1 T_{\infty} \right)}{H_2 - H_1(-1 - H_2 L)} \quad (5.55)$$

A Técnica de Separação de Variáveis é novamente empregada para solucionar o problema homogêneo, que inicialmente assume a variável dependente da seguinte forma,

$$T_h(x, t) = X(x)\Gamma(t) \quad (5.56)$$

Substituindo a EQ. 5.56 na EQ. 5.44. tem-se,

$$\frac{1}{\alpha\Gamma(t)} \frac{d}{dt} \Gamma(t) = \frac{1}{X(x)} \frac{d^2}{dx^2} X(x) = -\gamma^2 \quad (5.57)$$

Portanto a função $\Gamma(t)$ satisfaz a seguinte equação diferencial,

$$\frac{d}{dt} \Gamma(t) + \alpha\gamma^2 \Gamma(t) = 0 \quad (5.58)$$

A solução da EQ. 5.58 é,

$$\Gamma(t) = e^{-\alpha\gamma^2 t} \quad (5.59)$$

Ao introduzir a separação de variáveis nas EQs. 5.45 – 5.46, condições de contorno do problema homogêneo, um problema de autovalor é obtido e este é dado pelo sistema a seguir,

$$\frac{d^2}{dx^2} X(x) + X(x)\gamma^2 = 0 \quad 0 < x < L \quad t > 0 \quad (5.60)$$

$$-\frac{d}{dx} X(x) + H_1 X(x) = 0 \quad x = 0 \quad t > 0 \quad (5.61)$$

$$\frac{d}{dx} X(x) + H_2 X(x) = 0 \quad x = L \quad t > 0 \quad (5.62)$$

A solução do sistema de equações diferenciais ordinárias acima pode ser encontrada em (ÖZISIK, 1981), na TAB. 2.2, caso 1. Assim, a solução é dada por uma expansão em termos de autofunções,

$$T_h(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i X(\gamma_i, x) e^{-\alpha \gamma_i^2 t} \quad (5.63)$$

Aplicando a condição inicial do problema homogêneo na EQ. 5.63, operando com $\int_0^L X(\gamma_j, x) dx$ e por meio da propriedade de ortogonalidade das autofunções tem-se,

$$c_i = \frac{1}{N_i} \int_0^L F(x) X(\gamma_i, x) dx \quad (5.64)$$

onde a autofunção X_i é dada por

$$X(\gamma_i, x) = \gamma_i \cos(\gamma_i x) + H_1 \text{sen}(\gamma_i x) \text{ e } i = 1, 2, \dots \quad (5.65)$$

$$\frac{1}{N_i} = 2 \left[(\gamma_i^2 + H_1^2) \left(L + \frac{H_2}{\gamma_i^2 + H_2} \right) + H_1 \right]^{-1} \quad (5.66)$$

e os autovalores γ são raízes positivas da equação abaixo,

$$\tan(\gamma_i L) = \frac{\gamma_i (H_1 + H_2)}{\gamma_i^2 - H_1 H_2} \quad (5.67)$$

Assim, o perfil de temperatura do problema em regime transiente com meio homogêneo é obtido,

$$T(x, t) = -\frac{E_0(1-F)e^{-\beta x}}{\beta} + C_1 + C_2 x + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i} X(\gamma_i, x) e^{-\alpha \gamma_i^2 t} \int_0^L F(x) X(\gamma_i, x) \quad (5.68)$$

5.2.2 RESULTADOS PARA A CONDUÇÃO DE CALOR EM REGIME TRANSIENTE COM MEIO HOMOGÊNIO

Os resultados apresentados a seguir visam analisar a influência da malha e intervalo de tempo no campo de temperatura para uma camada. Para tanto, é elaborada uma comparação da solução numérica, cuja discretização via MVF foi realizada no capítulo 4. Porém a fim de representar a solução do problema estudado nesta seção faz-se necessário adotar $(\delta x)_w = (\delta x)_e$

e $k_w = k_c$. Assim, as propriedades termofísicas são constantes (meio homogêneo) e a malha é uniforme.

Duas malhas são empregadas, como apresentadas na TAB. 5.5, onde é reportada a quantidade de volumes conforme o tipo de malha.

TAB. 5.5 Quantidade de volumes para malha não-uniforme e uniforme

Malha	Córnea	Humor aquoso	Lentes	Humor vítreo	Esclera	Total
Não-uniforme	500	50	40	30	200	820
Uniforme	1640					

Nas simulações numéricas o perfil de temperatura é avaliado para um intervalo de tempo equivalente a 10 segundos e temperatura inicial de 34°C.

A metodologia empregada na validação consiste em manter a condição de contorno em $x = L$ inalterada e considerar o problema em regime transiente com meio homogêneo nos seguintes casos: (1) sem termo fonte e condição de contorno na origem de convecção associado à radiação; (2) com termo fonte e condição de contorno na origem de convecção associada à radiação; (3) com termo fonte e condição de contorno na origem de convecção associada à radiação e evaporação das lágrimas;

Os casos de estudo 1, 2 e 3 são ilustrados respectivamente pelas FIGs. 5.2, 5.3 e 5.4. As curvas obtidas pela solução numérica são coerentes qualitativamente com o campo de temperatura fornecido pela solução analítica, pois demonstram o mesmo comportamento. É válido ressaltar que os resultados expostos a seguir não representam um procedimento cirúrgico no olho, possuindo apenas caráter matemático.

Percebe-se que o perfil apresentado para a temperatura nas FIGs. 5.3 e 5.4 é semelhante. Sugere que a evaporação apresenta efeito aparentemente nulo para os níveis térmicos alcançados neste estudo, que objetiva a validação do código computacional. Cabe enfatizar que as temperaturas verificadas graficamente não representam uma simulação de tratamento médico no olho.

Em vista das conclusões mencionadas são comparadas as soluções numéricas para malha uniforme e não-uniforme (vide TAB. 5.5) em um intervalo de tempo específico (10 s), a fim de analisar a influência da malha com volumes de comprimentos distintos. Este estudo da malha é de suma importância, pois a solução do problema de interesse emprega malha não-

uniforme. Qualitativamente, a FIG. 5.5 apresenta o comportamento do perfil de temperatura para ambas as malhas e nota-se que os perfis térmicos são concordantes.

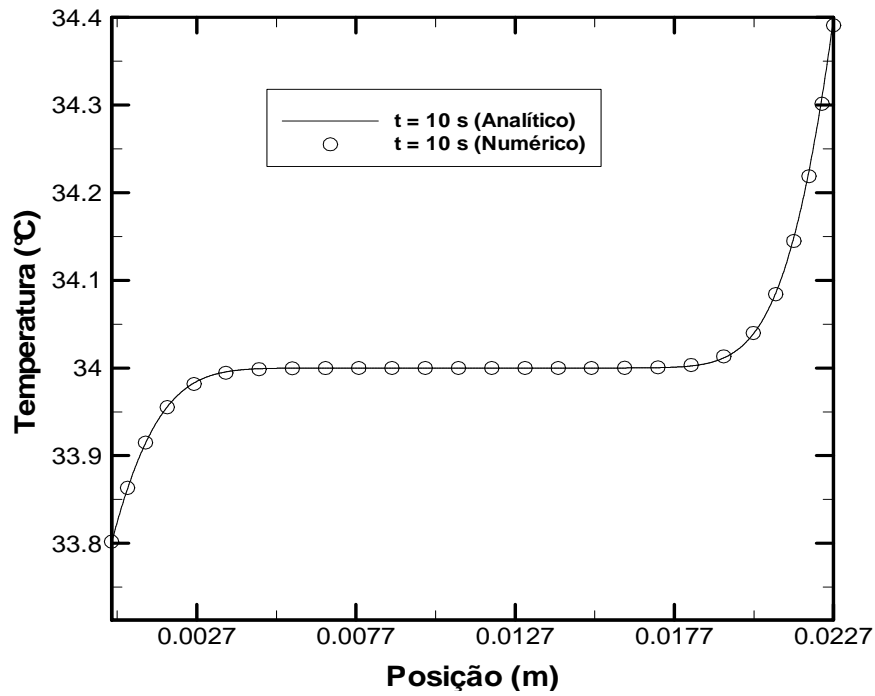


FIG. 5.2 Comparação da solução analítica com a numérica (malha uniforme) sem termo fonte, com radiação e convecção.

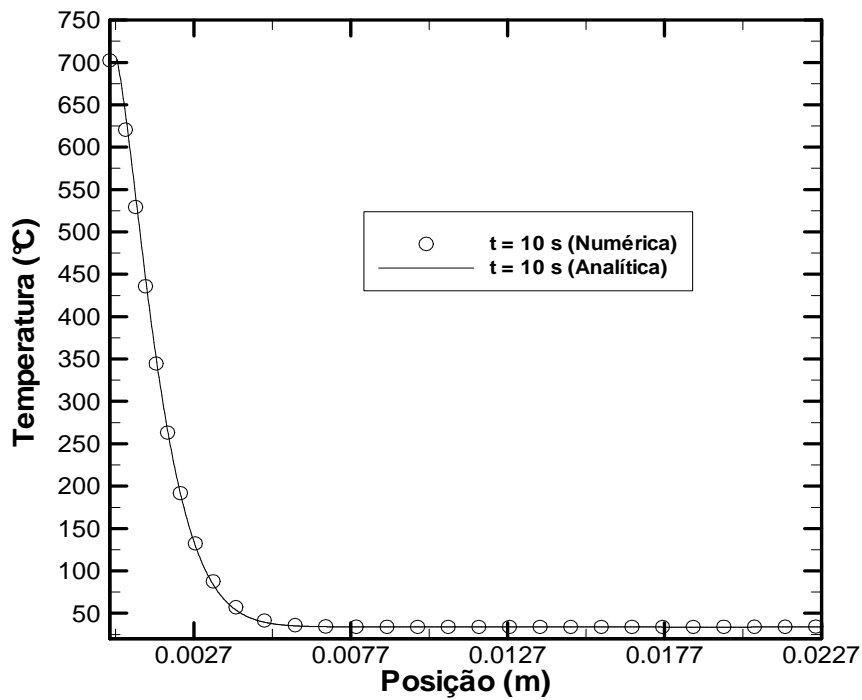


FIG. 5.3 Comparação da solução analítica com a numérica (malha uniforme) com termo fonte, com radiação e convecção

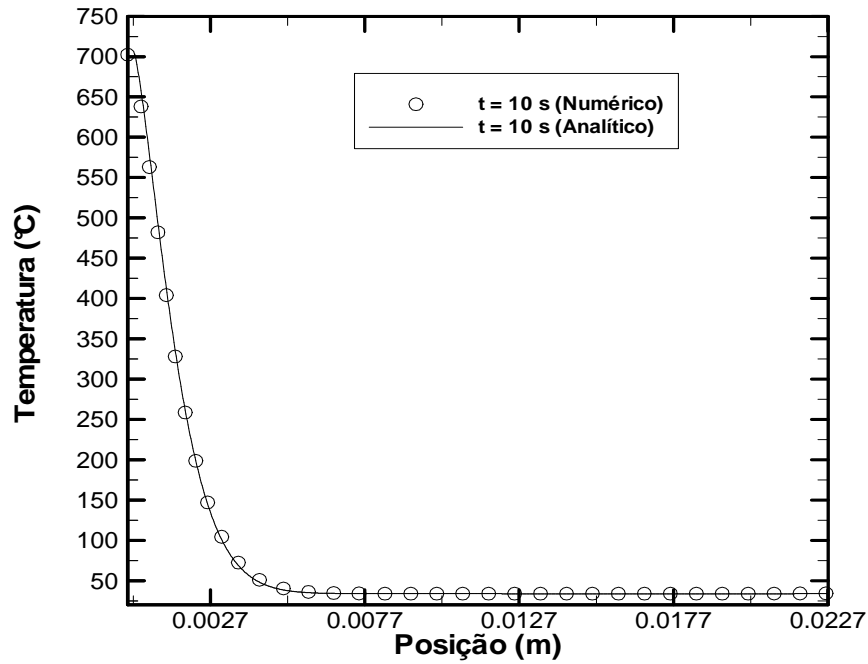


FIG. 5.4 Comparação da solução analítica com a numérica (malha uniforme) com termo fonte, com radiação, convecção e evaporação

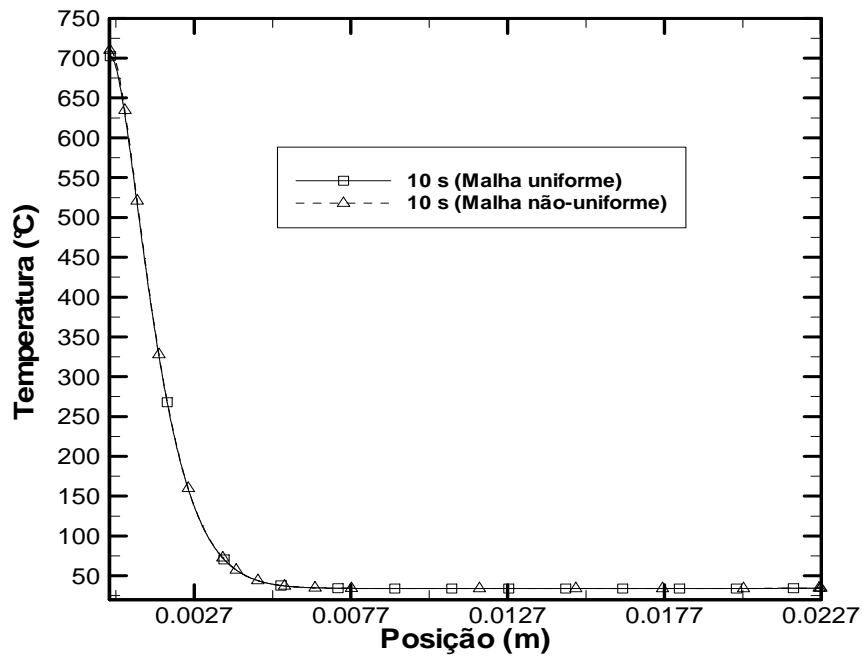


FIG. 5.5 Comparação da solução numérica proveniente da malha uniforme e não-uniforme com termo fonte, com radiação, convecção e evaporação

Os resultados em regime permanente asseguraram que a geração da malha não-uniforme é coerente, garantindo o princípio da continuidade nas interfaces entre as camadas. Por meio do problema em regime transiente, pesquisado nesta seção, é verificado que a discretização e o código computacional estão coerentes.

O refinamento da malha influencia qualitativamente na precisão dos resultados. Por isso é conduzido um estudo quantitativo. E, para este fim, são utilizadas duas malhas não-uniformes e 3 intervalos de tempo, como notado na TAB. 5.6. Além disso, o tempo computacional para obter os resultados pela solução numérica são relativamente baixos. Contudo, os métodos iterativos heurísticos resolvem diversas vezes o problema gerando tempos computacionais elevados. Estes métodos serão detalhados no capítulo 7.

TAB. 5.6 Quantidade de volumes por camada e respectivo custo computacional conforme Δt empregado

Malha 1	Córnea	Humor aquoso	Lentes	Humor vítreo	Esclera	Total
	500	50	40	30	200	820
	$\Delta t = 0.1 \rightarrow 1.6667 \times 10^{-2} \text{ min} / \Delta t = 0.01 \rightarrow 1.5885 \times 10^{-1} \text{ min} / \Delta t = 0.001 \rightarrow 1.6549 \text{ min}$					
Malha 2	Córnea	Humor aquoso	Lentes	Humor vítreo	Esclera	Total
	1000	800	100	200	300	2400
	$\Delta t = 0.1 \rightarrow 4.3490 \times 10^{-2} \text{ min} / \Delta t = 0.01 \rightarrow 3.9661 \times 10^{-1} \text{ min} / \Delta t = 0.001 \rightarrow 4.1794 \text{ min}$					

As TABs. 5.7-5.12 apresentam valores do perfil de temperatura, em °C, em posições específicas (contornos e interfaces) do domínio computacional após intervalo de tempo equivalente a 5s. O erro relativo é tomado como referência para avaliar a influência da malha na convergência da temperatura. É visto que elevados gradientes de temperatura ocasionam maior influência da malha.

A TAB. 5.7 exhibe a temperatura obtida na origem, isto é, na superfície da córnea. É possível verificar a influência da malha, que apresenta erro relativo de 0.71% com o maior valor do passo no tempo associado à malha menos refinada.

TAB. 5.7 Análise de convergência de malha e intervalo de tempo em $x = 0 \text{ mm}$

	$\Delta t = 0.1$	$\Delta t = 0.01$	$\Delta t = 0.001$
Analítico	469.8892	469.8892	469.8895
Malha 1	466.5742	467.6892	467.8010
Erro relativo	0.71%	0.47%	0.44%
Malha 2	467.5657	468.3805	468.9923
Erro relativo	0.49%	0.32%	0.19%

As temperaturas presentes na TAB. 5.8 são obtidas na interface entre a córnea e o humor aquoso. O maior erro relativo ainda é encontrado para o mesmo passo no tempo e malha, porém com uma redução de 0.4% no erro relativo. Tal fato é devido à fonte de geração de

calor externa apresentar gradientes elevados próximo a origem, sendo o decaimento da energia absorvida exponencial e em função da posição.

Pela TAB. 5.9 a temperatura na interface entre o humor aquoso e as lentes permite aferir que o termo fonte não ocasiona perturbações significativas nesta região do domínio computacional. Mais ainda, há redução do erro relativo ao refinar a malha juntamente com o passo no tempo. O erro relativo mais elevado é visto para Malha 1 e $\Delta t = 0.1$, enquanto o menor ocorre para Malha 2 e $\Delta t = 0.001$.

TAB. 5.8 Análise de convergência de malha e intervalo de tempo em $x = 0.6$ mm

	$\Delta t = 0.1$	$\Delta t = 0.01$	$\Delta t = 0.001$
Analítico	374.1333	374.1333	374.1333
Malha 1	372.9580	373.8053	373.8877
Erro relativo	0.31%	0.09%	0.07%
Malha 2	372.9553	373.8025	373.8905
Erro relativo	0.31%	0.09%	0.06%

TAB. 5.9 Análise de convergência de malha e intervalo de tempo em $x = 3.6$ mm

	$\Delta t = 0.1$	$\Delta t = 0.01$	$\Delta t = 0.001$
Analítico	40.1858	40.1858	40.1858
Malha 1	40.4938	40.2563	40.2324
Erro relativo	0.77%	0.18%	0.12%
Malha 2	40.4558	40.2382	40.2143
Erro relativo	0.67%	0.13%	0.07%

A interface entre o as lentes e o humor vítreo apresenta as temperaturas vistas na TAB. 5.10. Devido à variação de temperatura ter sido mínima para as malhas empregadas e para os valores do passo no tempo atribuído, o erro relativo é o mesmo.

TAB. 5.10 Análise de convergência de malha e intervalo de tempo em $x = 7.6$ mm

	$\Delta t = 0.1$	$\Delta t = 0.01$	$\Delta t = 0.001$
Analítico	34.0889	34.0889	34.0889
Malha 1	34.0045	34.0041	34.0041
Erro relativo	0.25%	0.25%	0.25%
Malha 2	34.0039	34.0036	34.0035
Erro relativo	0.25%	0.25%	0.25%

Na TAB. 5.11, diferentemente do resultado anterior, o comportamento da temperatura entre as faces do humor vítreo com a esclera exibe maior erro relativo para Malha 1 e $\Delta t = 0.1$. Por outro lado, ao refiná-los a diminuição do erro relativo é significativa, sendo esta em 0.12%

TAB. 5.11 Análise de convergência de malha e intervalo de tempo em $x = 22.6$ mm

	$\Delta t = 0.1$	$\Delta t = 0.01$	$\Delta t = 0.001$
Analítico	34.2899	34.2899	34.2899
Malha 1	34.4030	34.4041	34.4000
Erro relativo	0.33%	0.33%	0.32%
Malha 2	34.3988	34.3999	34.3569
Erro relativo	0.32%	0.32%	0.20%

Na superfície de contato entre os vasos sanguíneos e a esclera foram obtidas as temperaturas da TAB. 5.12. Nota-se que o refinamento da malha e passo no tempo propostos não oferecem alterações significativas na temperatura.

TAB. 5.12 Análise de convergência de malha e intervalo de tempo em $x = 22.7$ mm

	$\Delta t = 0.1$	$\Delta t = 0.01$	$\Delta t = 0.001$
Analítico	34.5057	34.5057	34.5057
Malha 1	34.4372	34.4383	34.4384
Erro relativo	0.20%	0.20%	0.20%
Malha 2	34.4413	34.4424	34.4425
Erro relativo	0.19%	0.18%	0.18%

A análise das tabelas revela que para uma marcha no tempo da ordem de grandeza 10^{-3} associada a uma malha refinada, os resultados do código computacional são melhores. Então, empregando a Malha 2, $\Delta t = 0.001$ e os parâmetros da TAB. 5.4, é gerada a FIG. 5.6, que mostra resultados qualitativos em torno da evolução temporal do campo de temperatura.

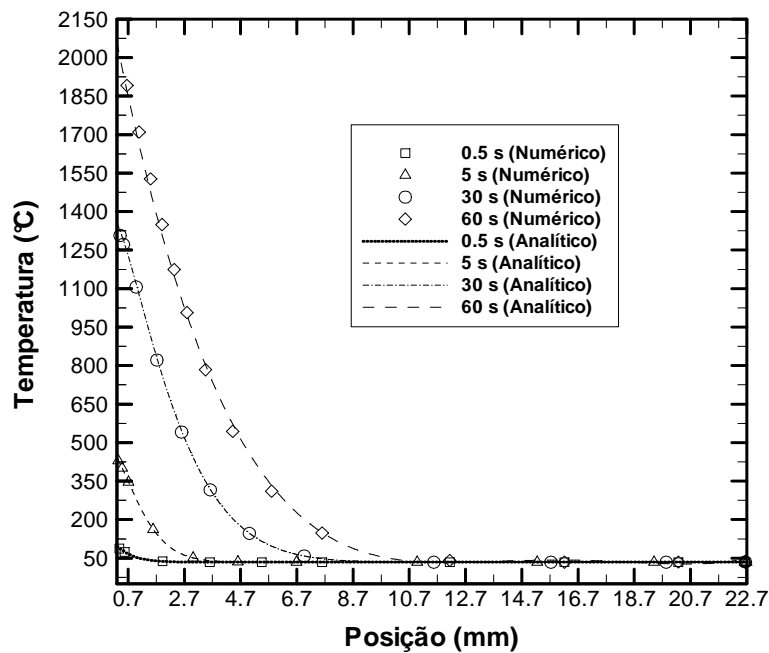


FIG. 5.6 Comparação da solução analítica com a numérica (malha não-uniforme) com termo fonte, com radiação, convecção e evaporação

5.3 PROBLEMA EM REGIME TRANSIENTE COM MEIO HETEROGÊNIO

No capítulo 4 foi exposto o equacionamento do problema alvo desse trabalho e a discretização do mesmo por meio do Método dos Volumes Finitos. Segundo os resultados obtidos até a seção anterior, no presente capítulo, o código computacional está coerente. Assim, o estudo a ser realizado pretende ratificar o código computacional quanto a representar um fenômeno físico, comparando os resultados numéricos com a literatura

Mainster (1979) analisa a resposta térmica da córnea durante um tratamento de radiação de laser infravermelho. São considerados dois procedimentos cirúrgicos: Vitrectomia e Termoceratoplastia. A primeira é invasiva, também chamada de cirurgia de retina, que por meio de incisões realizadas na esclera se introduz uma sonda de laser de CO₂, responsável pela evaporação do humor vítreo, o qual é previamente retirado e substituído por uma substância gelatinosa. Já a termoceratoplastia é não-invasiva e se fundamenta no encolhimento do colágeno da córnea quando aquecido a temperaturas entre 60°C a 70°C. Neste procedimento cirúrgico, a sonda é posta em contato com o epitélio (camada mais externa da córnea) e alcançando temperaturas de 90°C a 130°C.

Matematicamente, modela-se a córnea como um meio semi-infinito, com propriedades termofísicas homogêneas e a energia do laser infra-vermelho é absorvida segundo a Lei de Beer-Lambert, mesma expressão adotada na formulação matemática do problema físico deste trabalho.

Embora o modelo matemático deste trabalho não considere meio semi-infinito, a dimensão da córnea (0.6 mm) é muito pequena se equiparada a do olho (22.7 mm). Dessa forma a modelagem empregada no presente trabalho adequa-se a situação física proposta por Mainster (1979).

Os parâmetros referentes ao laser estão na TAB. 5.4 e os mesmos são empregados na simulação numérica que visa aferir a validade do código.

Diante da análise de convergência realizada na seção 5.3.2, para o problema em regime transiente com meio homogêneo, empregou-se nesta simulação a malha 2 e $\Delta t = 0.001$.

TAB. 5.13 Parâmetro do laser de CO₂ (Mainster,1979)

Díâmetro do feixe de laser [mm]	Potência [W]	Tempo [s]	Coefficiente de absorção do laser [cm ⁻¹]
3	0.31	1	190
3	1.06	0.1	190

Na elaboração da FIG. 5.7 os parâmetros relativos ao laser mudam conforme o intervalo de tempo empregado (vide TAB. 5.4). As propriedades termofísicas e os parâmetros do laser são os das TABs. 3.1, 3.2 e 5.4. Para ambos os intervalos de tempo considerados a temperatura na superfície da córnea alcança 65°C, ou seja, 30°C acima da temperatura inicial (35°C). Os resultados provenientes da simulação numérica concordam com a literatura. Assim, o código computacional reproduz uma situação física.

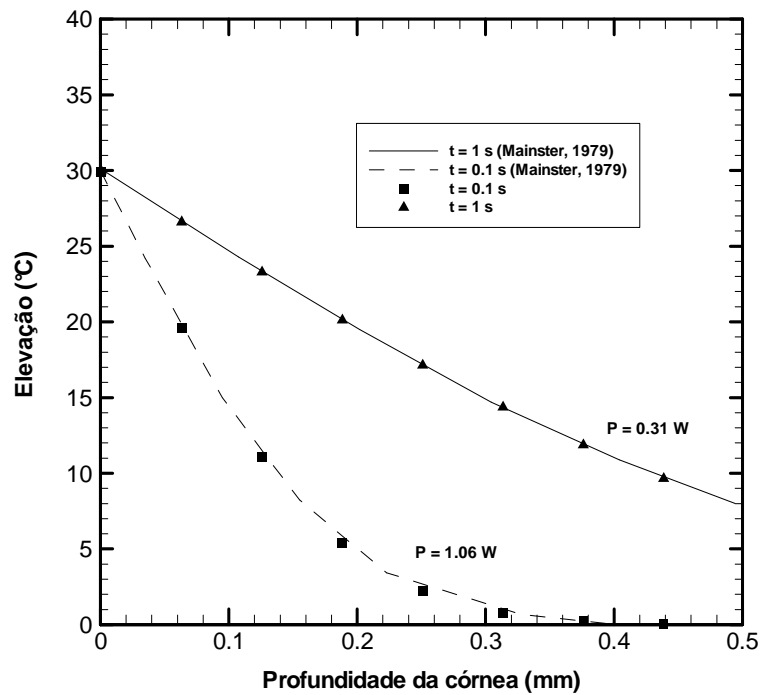


FIG. 5.7 Comparação da solução numérica com resultado disponível na literatura (MAINSTER, 1979)

Perante os resultados obtidos neste capítulo, o código computacional está consistente devido à coerência com os resultados analíticos e por reproduzir uma situação física, avaliada nesta última seção.

6 ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DA SOLUÇÃO NUMÉRICA

O problema de biotransferência de calor em regime transiente com meio heterogêneo estudado neste trabalho é solucionado numericamente pelo método numérico descrito no capítulo 4.

Entretanto, tanto a malha no tempo quanto no espaço influenciam a solução numérica, sendo necessário avaliar tais efeitos. A escolha da localização do volume na interface, como referência para a análise, decorre da importância de assegurar o princípio da continuidade entre as camadas. Além disso, a análise de convergência é feita para os transientes em que o laser está ligado, o que ocorre durante 10 s, quando os gradientes de temperatura são elevados. O objetivo da análise a ser realizada é obter uma malha no tempo e espaço que forneça uma solução numérica do problema com percentual de erro relativo admissível.

Na TAB. 6.1 está presente o valor numérico da temperatura em cada interface e nos contornos antes do meio ser perturbado pela fonte de calor externa.

TAB. 6.1 Temperatura [°C] para $t = 0$ s em cada interface.

x (mm)	0	0.6	3.6	7.6	22.6	22.7
Temperatura (°C)	29.9219	30.0509	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794

As malhas e o total de volumes por camada encontram-se na TAB. 6.2, onde estas variam em refinamento.

TAB. 6.2 Quantidade de volumes por camada

x (mm)	Córnea	Humor aquoso	Lentes	Humor vítreo	Esclera
Malha 1	5	2	2	3	4
Malha 2	50	20	15	20	30
Malha 3	100	50	50	70	80
Malha 4	500	100	100	200	300
Malha 5	1000	800	100	200	300

Como esperado, o aumento da quantidade de volumes por camada, bem como menores intervalos de tempo acarretam em maior custo computacional, sendo o tempo computacional tomado como referência na quantificação do esforço computacional. Os tempos em minutos são expostos na TAB. 6.3.

TAB. 6.3 Tempo computacional [min] do problema em meio heterogêneo

	$\Delta t = 0.1$	$\Delta t = 0.01$	$\Delta t = 0.001$
Malha 1	1.3542×10^{-2}	1.4688×10^{-1}	1.4094
Malha 2	4.6091×10^{-2}	4.6016×10^{-1}	4.7594
Malha 3	1.0677×10^{-1}	1.0292	10.3628
Malha 4	3.4870×10^{-1}	3.3388	34.0690
Malha 5	1.9669	11.1950	1 h 4.3846

A metodologia empregada no estudo da convergência de malha consiste na comparação da temperatura obtida por meio das Malhas 1 a 4 com a Malha 5. Para tanto o erro relativo percentual (E.R.) é calculado. A malha de referência (Malha 5) é a Malha 2 presente na TAB. 5.6.

A TAB. 6.4 mostra o erro relativo nulo no humor vítreo e na esclera, ou seja, de 7.6 mm a 22.7mm. Onde os gradientes de temperatura impõem maior variação térmica, o percentual de erro relativo é no máximo de 8.09% no final da camada correspondente à córnea. Nesta mesma interface para a malha 4, o erro relativo observado é no mínimo 0.03%.

TAB. 6.4 Temperatura [°C] para $t = 0.1s$ e $\Delta t = 0.1$

x (mm)	0	0.6	3.6	7.6	22.6	22.7
Malha 1	44.7274	36.6978	30.7030	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	1	8.09	0.02	0	0	0
Malha 2	45.1793	34.1444	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0	0.57	0.00	0	0	0
Malha 3	45.1797	34.0258	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0	0.22	0.00	0	0	0
Malha 4	45.1785	33.9597	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0	0.03	0.00	0	0	0
Malha 5	45.1782	33.9500	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794

Os maiores erros relativos são encontrados em $x = 0.6$ mm para a malha mais grosseira na TAB. 6.5. Tal como notado no início do transiente, apresentado anteriormente. A maior variação de temperatura ocorre na superfície da córnea, onde há o pico de irradiância. No final da mesma camada, o aquecimento é metade do visto na origem. Ainda, o erro relativo entre as duas malhas de maior refinamento não é superior a 0.04%.

No término da aplicação do laser, o maior erro relativo passa a ser observado em $x = 3.6$ mm com malha composta de poucos volumes na TAB. 6.6. Nas interfaces da camada mais interna, compreendida entre 22.6 e 22.7 mm o erro relativo é nulo em todas as malhas consideradas. Para a Malha 1 nota-se que o refinamento gera a redução do percentual de erro

relativo. A temperatura independe da malha e da marcha no tempo a partir do quarto refinamento.

TAB. 6.5 Temperatura [°C] para t = 1 s e Δt = 0.1

x (mm)	0	0.6	3.6	7.6	22.6	22.7
Malha 1	149.4851	108.8752	31.3953	31.9472	35.0676	35.0794
E.R. (%)	3.71	35.90	2.28	0.01%	0	0
Malha 2	144.3567	80.8018	30.6969	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0.15	0.86	0	0	0	0
Malha 3	144.2273	80.3801	30.6969	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0.06	0.33	0	0	0	0
Malha 4	144.1513	80.1493	30.6969	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0.01	0.04	0	0	0	0
Malha 5	144.1401	80.1159	30.6969	31.9456	35.0676	35.0794

TAB. 6.6 Temperatura [°C] para t = 10 s e Δt = 0.1

x (mm)	0	0.6	3.6	7.6	22.6	22.7
Malha 1	721.7528	608.8554	92.4928	33.8803	35.0676	35.0795
E.R. (%)	27.01	38.03	110.46	6.05	0	0
Malha 2	570.6154	443.6527	44.2489	31.9484	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0.41	0.58	0.68	0	0	0
Malha 3	569.2549	442.1867	44.0159	31.9472	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0.18	0.24	0.15	0	0	0
Malha 4	568.3772	441.2418	43.9591	31.9470	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0.02	0.03	0.02	0	0	0
Malha 5	568.2583	441.1145	43.9489	31.9470	35.0676	35.0794

O comportamento do campo térmico em $x = 0.6$ mm da TAB. 6.7 se apresenta semelhante aos da TAB. 6.4. Ou seja, a influência de Δt não é significativa no intervalo de 0.1 s durante aplicação do laser. Além disso, o aumento do número de volumes por camada, como notado até o momento, torna a solução numérica aceitável. O erro relativo entre as malhas 4 e 5 não ultrapassa 0.03%.

TAB. 6.7 Temperatura [°C] para t = 0.1 s e Δt = 0.01

x (mm)	0	0.6	3.6	7.6	22.6	22.7
Malha 1	45.2414	36.4513	30.6986	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	1.23	8.05	0.01	0	0	0
Malha 2	45.8055	33.9511	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0	0.64	0	0.00%	0	0
Malha 3	45.8074	33.8188	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0	0.25	0	0	0	0
Malha 4	45.8069	33.7450	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0	0.03	0	0	0	0
Malha 5	45.8068	33.7343	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794

A TAB. 6.8 exibe resultados próximos aos vistos na TAB. 6.5, o que permite notar a baixa influência de Δt na temperatura. Também permanecem 0.04% de erro relativo entre as malhas mais refinadas no final da córnea. Além disso, os resultados numéricos são bons a partir do refinamento por meio da Malha 3.

TAB. 6.8 Temperatura [°C] para $t = 1$ s e $\Delta t = 0.01$

x (mm)	0	0.6	3.6	7.6	22.6	22.7
Malha 1	150.2966	109.0535	31.3170	31.9466	35.0676	35.0794
E.R. (%)	3.26	36.07	2.02	0	0	0
Malha 2	145.7606	80.8372	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0.15	0.86	0	0	0	0
Malha 3	145.6326	80.4109	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0.06	0.33	0	0	0	0
Malha 4	145.5575	80.1782	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0.01	0.03	0	0	0	0
Malha 5	145.5463	80.1445	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794

Após 10 s de perturbação do meio é possível perceber na TAB. 6.9 que os erros relativos não diferem significativamente da TAB. 4.19. Evidencia-se novamente que a marcha no tempo não interfere na solução numérica. Por outro lado, ao analisar o refinamento da malha, o efeito é relevante na solução numérica.

TAB. 6.9 Temperatura [°C] para $t = 10$ s e $\Delta t = 0.01$

x (mm)	0	0.6	3.6	7.6	22.6	22.7
Malha 1	723.1993	610.0500	92.3081	33.8430	35.0676	35.0795
E.R. (%)	27.11	38.11	111.51	5.94	0	0
Malha 2	571.3383	444.2530	43.9425	31.9476	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0.41	0.58	0.69	0	0	0
Malha 3	569.9755	442.7853	43.7091	31.9466	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0.18	0.24	0.15	0	0	0
Malha 4	569.0965	441.8392	43.6527	31.9465	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0.02	0.03	0.02	0	0	0
Malha 5	568.9774	441.7118	43.6426	31.9465	35.0676	35.0794

Na TAB. 6.10 verifica-se que os erros relativos para a malha fixa permanecem semelhantes aos resultados apresentado para $t = 0.1$ s e $\Delta t = 0.001$, confirmando que a marcha no tempo não influi na solução numérica.

Tanto a TAB. 6.11 quanto a TAB. 6.10 não exibem variações relevantes no erro relativo se equiparada aos resultados anteriores para $t = 1$ s, reafirmando que Δt não interfere

significativamente na temperatura a partir de 0.1. Assim, o perfil de temperatura é obtido numericamente de forma confiável a partir do quarto refinamento.

TAB. 6.10 Temperatura [°C] para t = 0.1 s e Δt = 0.001

x (mm)	0	0.6	3.6	7.6	22.6	22.7
Malha 1	45.3030	36.4227	30.6983	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	1.26	8.05	0	0	0	0
Malha 2	45.8774	33.9285	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0.00	0.65	0	0	0	0
Malha 3	45.8794	33.7948	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0	0.25	0	0	0	0
Malha 4	45.8790	33.7202	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0	0.03	0	0	0	0
Malha 5	45.8788	33.7093	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794

TAB. 6.11 Temperatura [°C] para t = 1 s e Δt = 0.001

x (mm)	0	0.6	3.6	7.6	22.6	22.7
Malha 1	150.3777	109.0723	31.3091	31.9466	35.0676	35.0794
E.R. (%)	3.22	36.09	1.99	0	0	0
Malha 2	145.9045	80.8409	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0.15	0.87	0	00	0	0
Malha 3	145.7767	80.4142	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0.06	0.33	0	0	0	0
Malha 4	145.7016	80.1813	30.6968	31.9456	350676	35.0794
E.R. (%)	0.01	0.04	0	0	0	0
Malha 5	145.6905	80.1476	30.6968	31.9456	35.0676	35.0794

Os maiores erros relativos são verificados no último instante de tempo em que o meio é exposto à fonte geradora de calor. A TAB. 6.12 evidencia este fato, concordando com os erros relativos aferidos para o mesmo instante de tempo. Assim, durante a aplicação do laser não há influência da marcha no tempo na solução numérica quando há aquecimento do meio considerado.

TAB. 6.12 Temperatura [°C] para t = 10 s e Δt = 0.001

x (mm)	0	0.6	3.6	7.6	22.6	22.7
Malha 1	723.3445	610.1700	92.2895	33.8393	35.0676	35.0795
E.R. (%)	27.11	38.12	111.62	5.92	0	0
Malha 2	571.4106	444.3131	43.9116	31.9475	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0.41	0.58	0.69	0	0	0
Malha 3	570.0477	442.8453	43.6782	31.9466	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0.18	0.24	0.15	0	0	0
Malha 4	569.1685	441.8991	43.6218	31.9465	35.0676	35.0794
E.R. (%)	0.02	0.03	0.02	0	0	0
Malha 5	569.0494	441.7717	43.6117	31.9465	35.0676	35.0794

Neste capítulo foi avaliada a maneira pela qual a malha é gerada, que constitui papel relevante para a resolução adequada de um problema em meio composto, bem como a distribuição das propriedades termofísicas no domínio computacional, caracterizando o problema em meio heterogêneo.

A análise dos resultados conduz a afirmação de que o refinamento tal como o da malha 4, associado a uma marcha no tempo da ordem de grandeza de 10^{-3} , fornece um menor erro relativo na solução numérica. No contexto da otimização do termo fonte deste problema, esta marcha no tempo torna-se inviável em função da quantidade de vezes em que o problema é resolvido em uma mesma iteração. Assim, nas técnicas de otimização será empregado $\Delta t = 0.01$.

7 OTIMIZAÇÃO DOS PARÂMETROS DO LASER

São apresentados, neste capítulo, os resultados obtidos para a otimização dos parâmetros da densidade de energia do laser na forma constante e com variação temporal. Para ambas as funções, a procura de uma solução ótima decorre da aplicação dos métodos de otimização; sendo estes classificados em heurísticos (Evolução Diferenciada e Enxame de Partículas) e determinísticos (Levenberg-Marquadt, Gradiente Conjugado e Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) (COLAÇO, 2004). Neste cenário os referidos métodos são usados para otimização de um parâmetro (densidade de energia) ou três parâmetros simultaneamente (amplitude, frequência e constante de decaimento).

7.1 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

A otimização lida com a maximização ou minimização e significa buscar uma melhor solução para um problema específico. É uma área de pesquisa que visa encontrar pontos de máximo ou mínimo de uma função em um espaço euclidiano de dimensão finita. Diversos métodos numéricos foram desenvolvidos e podem ter uma abordagem determinística ou heurística, como mencionado anteriormente.

Os métodos de otimização encontrados na literatura (COLAÇO et al., 2004), empregados na otimização do termo fonte neste trabalho são categorizadas em métodos determinísticos (Levenberg-Marquadt (LM), Método do Gradiente Conjugado (CG) e Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)) e métodos heurísticos (Evolução Diferenciada (DE) e Enxame de Partículas (PS)).

Independentemente do método empregado, a função objetivo desempenha papel fundamental no contexto da otimização e se caracteriza por um conjunto de dados fornecidos previamente.

Obter um campo térmico otimizado não implica necessariamente em um dano térmico ótimo (FENG, 2009). Desta forma, a função objetivo da presente pesquisa é dada pela função dano proposta por Henriques e Moritz (1946) apresentada na EQ. 7.1,

$$\Omega(x) = \int_{t_i}^{t_f} B \exp\left(-\frac{\Delta E}{RT(x,t)}\right) dt \quad (7.1)$$

onde B é um fator pré-exponencial (mede a frequência de colisão molecular); ΔE é a energia de ativação para a reação, R é a constante universal dos gases; t_i é o tempo inicial de exposição ao laser; t_f é o tempo final de exposição ao laser e T é a temperatura absoluta do tecido na posição em que Ω é calculado. O dano térmico é considerado irreversível para $\Omega = 1$, que corresponde a uma desnaturação de 63% das moléculas. A partir de $\Omega = 0.53$ é estabelecida a existência de dano térmico. Especificamente, no problema em questão, o dano térmico é avaliado na córnea (da superfície à camada mais interna) durante o intervalo de tempo em que o tecido é exposto ao laser. Os valores adotados para os parâmetros da EQ. 7.1 são expostos na TAB. 7.1.

TAB. 7.1 Parâmetros da função dano

B [s ⁻¹]	E [Jmol ⁻¹]	R [Jmol ⁻¹ K ⁻¹]
1.0×10 ⁴⁴	7.0×10 ⁴	2.0

A solução ótima é a que melhor ajusta a solução numérica do Problema Direto à função objetivo. A fim de aferir a qualidade deste ajuste, no presente estudo, é usado o Método de Mínimos Quadrados que consiste no cálculo da soma dos quadrados das distâncias entre a função dano calculada a partir do Problema Direto e a função objetivo, de maneira que essas diferenças sejam mínimas, conforme a EQ. 7.2.

$$\bar{F} = \sum_{x_0}^{x_N} [\Omega(x)_{\text{calc}} - \Omega(x)_{\text{ideal}}]^2 \quad (7.2)$$

Os métodos de natureza determinística geram uma seqüência de possíveis soluções por meio de um processo iterativo, quase sempre envolvendo o cálculo da primeira derivada da solução do problema direto em relação a um ou mais parâmetros de interesse. Dessa forma, a mesma deve ser contínua e diferenciável no espaço de busca. Além disso, cabe ressaltar que a solução encontrada pode depender do ponto de partida fornecido (solução inicial) e convergir para um ótimo local. Portanto, é uma característica que dificulta o desempenho satisfatório em funções que possuem vários ótimos locais. Em contrapartida, os algoritmos heurísticos se caracterizam pela sua flexibilidade.

O método de Levenberg-Marquadt baseia-se em um processo iterativo. Assim como o método Gauss-Newton, o método LM foi desenvolvido para calcular uma aproximação da matriz Hessiana, sendo este por sua vez um aperfeiçoamento do método de Gauss-Newton. Por consequência, a direção de busca da solução não depende da inversa da matriz Hessiana, como ocorre no método de Gauss-Newton (JIANCHAO e CHERN, 2001).

O método Gradiente Conjugado funciona gerando seqüências de vetores de soluções aproximadas, de vetores de resíduo e de vetores de direções de procura, usados para atualizar as soluções aproximadas e os resíduos. Embora a seqüência de iterações possa se tornar longa, o método tem poucos vetores que precisam ser armazenados (BECKER et al., 2008).

O método de otimização não linear Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno utiliza as informações do gradiente nas sucessivas iterações para construir uma aproximação do Hessiano e obter direção de busca da solução ótima (XIA et al., 2005)

A evolução diferenciada consiste na utilização dos mecanismos de evolução natural das espécies. Avaliam-se cada indivíduo por meio da seleção, mutação e reprodução. O método é inicializado a partir de uma população gerada aleatoriamente. No entanto, esta deve satisfazer a condição de englobar todo o intervalo de busca adotado. Por meio de um cruzamento entre cada membro da primeira população, origina-se uma segunda geração, cujos indivíduos sejam mais aptos, ou seja, minimizem mais a função objetivo (COLAÇO et al., 2006).

O Método “Particle Swarm” ou “Enxame de partículas” equilibra a individualidade e a sociabilidade em uma população no processo de minimização da função objetivo. O método propõe uma solução para o problema de minimização da função, baseado em um enxame de partículas. A posição de uma determinada partícula é associada a um valor de adaptação, o qual avalia a qualidade da solução em cada iteração. A solução ótima é obtida comparando o comportamento social das partículas, verificando-se a melhor posição que a partícula obteve em todo o processo e a melhor posição já obtida de acordo com os demais membros da população (KENNEDY e EBERHART, 1995).

7.2 RESULTADOS PARA OTIMIZAÇÃO DO LASER NA FORMA FUNCIONAL CONSTANTE

Nesta seção, o laser é otimizado na forma constante ao depositar energia continuamente no tecido por 10, 20 e 60 s, com o objetivo de lesionar a córnea segundo um perfil estabelecido para a função dano após o intervalo de tempo mencionado.

A variação da irradiância – densidade de fluxo de energia – é compreendida no intervalo de 0.01 a $4.42 \times 10^5 \text{ W m}^{-2}$, visto que Ooi et al. (2008) utilizou o maior valor do referido intervalo no procedimento de aplicação do laser, ininterruptamente, por 10s.

As seções 7.2.1 e 7.2.2 dissertam acerca dos resultados provenientes dos métodos heurísticos e determinísticos, respectivamente.

7.2.1 MÉTODOS HEURÍSTICOS

Os resultados ótimos obtidos por meio dos métodos Enxame de Partículas e Evolução Diferenciada são reportados e analisados em tabela e graficamente. Os métodos usados na obtenção da solução ótima usam apenas um intervalo de busca para iniciar o processo iterativo.

Além disso, geram soluções aleatórias com base no intervalo fornecido e este aspecto é avaliado neste estudo ao tomar arbitrariamente 20 ou 60 valores entre 0.01 e 4.42×10^5 a cada iteração.

O critério de parada é dado pelo cálculo da variação do parâmetro a cada iteração e se este for inferior a 10^{-10} por 50 iterações consecutivas, o critério é satisfeito. Do contrário realizam-se 1000 iterações.

A TAB. 7.2 apresenta a irradiância alcançada pelos métodos para duas quantidades distintas de soluções possíveis, conforme mencionado. Neste estudo os métodos visam obter o parâmetro que ocasione um comportamento da integral de Henriques próximo a curva D_1 , após os tempos fixados. Esta curva de referência representa o dano térmico superior a 0.5 somente no epitélio (camada mais externa da córnea). Verifica-se a convergência em cada caso elaborado. No período de 10s, o método DE (20) minimizou mais o funcional ao perfazer

51 iterações. Em 20s e 60s o Método Particle Swarm com 60 soluções possíveis no processo iterativo obteve funcional equivalente a 2.4952 e 2.7621, respectivamente. Assim, a solução ótima é fornecida pelo método DE com 20 indivíduos na população com valor 2.2651 para o funcional com aplicação do laser por 10s.

TAB. 7.2 Solução ótima para a curva D_1 com fonte constante via métodos heurísticos

Método	t [s]	Irradiância [$W m^{-2}$]	Funcional	Iterações
DE₍₂₀₎	10	2.9208×10^4	2.2651	51
	20	1.8430×10^4	2.6370	52
	60	8.1008×10^3	2.7785	61
DE₍₆₀₎	10	2.9168×10^4	2.2654	53
	20	1.7829×10^4	2.4955	56
	60	7.9435×10^3	2.8134	52
PS₍₂₀₎	10	2.9208×10^4	2.2651	63
	20	1.7794×10^4	2.4952	62
	60	8.2761×10^3	2.7621	64
PS₍₆₀₎	10	2.9208×10^4	2.2651	59
	20	1.7794×10^4	2.4952	57
	60	8.2761×10^3	2.7621	57

Os valores da TAB. 7.2 permitem verificar o método que melhor aproximou a curva da função dano à curva de referência (D_1). Para uma análise mais ampla, a FIG. 7.1 ilustra a evolução temporal da função dano ao longo de cada camada. No término da aplicação do laser, observam-se maiores valores para a função dano nas regiões próximas da superfície da córnea. Assim, esperam-se temperaturas mais elevadas nessas camadas, conforme apresentado na FIG. 7.2. Contudo, todas as camadas não são lesionadas, visto que o valor final da função dano é inferior a 0.5.

Por meio da FIG. 7.2 observa-se que a temperatura após os 10 s de aplicação do laser, não excede $65^\circ C$ no endotélio e é em torno de $70^\circ C$ na superfície da córnea, como desejado.

Os perfis da função dano referente às três melhores soluções analisadas na TAB. 7.2 são apresentadas na FIG. 7.3. Nota-se em ambos o caso, que o menor valor para a mesma corresponde a camada mais interna da córnea. De fato, pela FIG. 7.2 verifica-se que as temperaturas mais baixas ocorrem nesta região. Nas três situações não é possível recuperar o comportamento da função dano. Entretanto há indícios que a solução ótima dentre estas é determinada pelo método DE₍₆₀₎ com o intervalo de 10s. Esta observação é confirmada pela análise da FIG. 7.4, onde a função objetivo é mais minimizada para este caso.

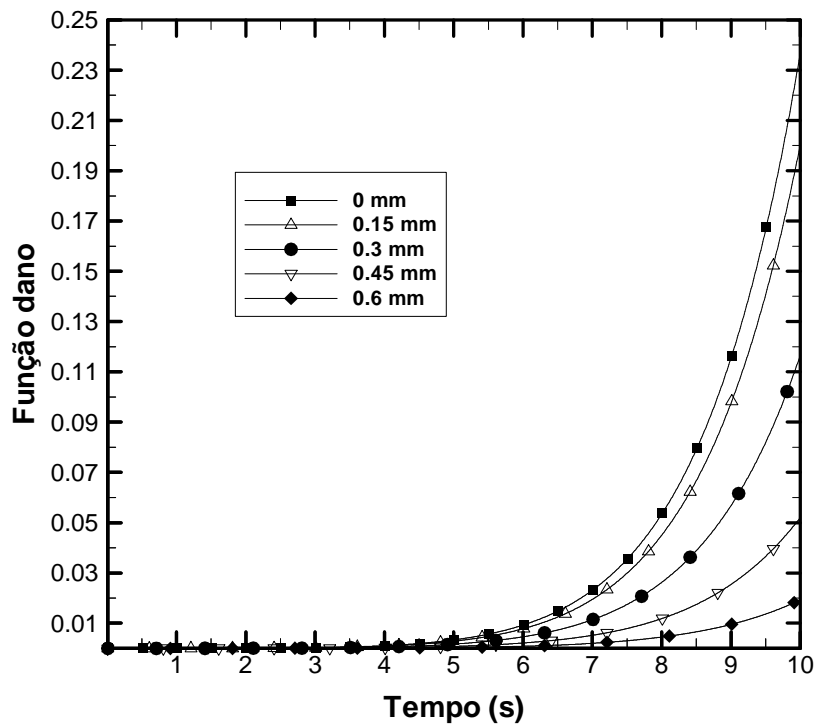


FIG. 7.1 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_1 com fonte constante em 10 s

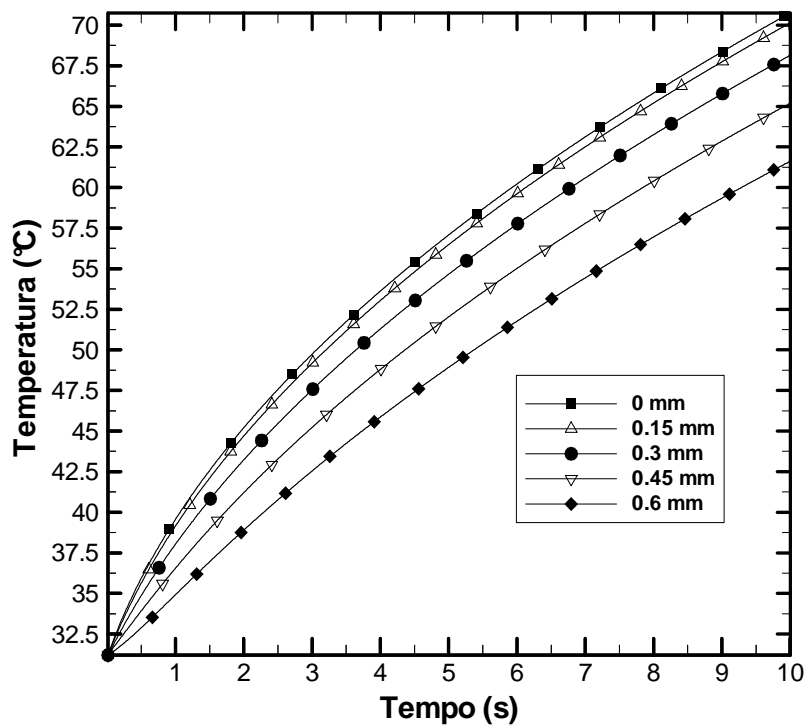


FIG. 7.2 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_1 com fonte constante em 10s

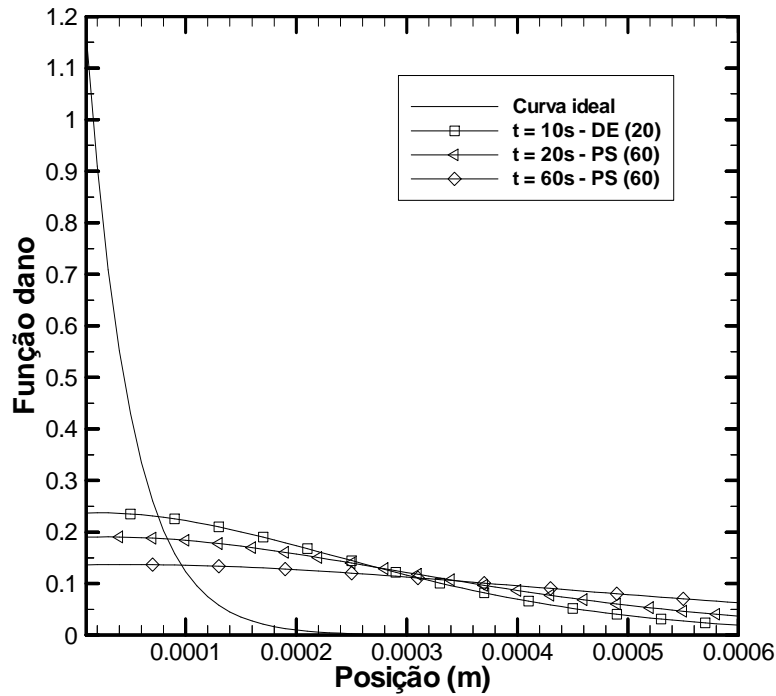


FIG. 7.3 Função dano para a curva D_1 com fonte constante após 10, 20 e 60 s

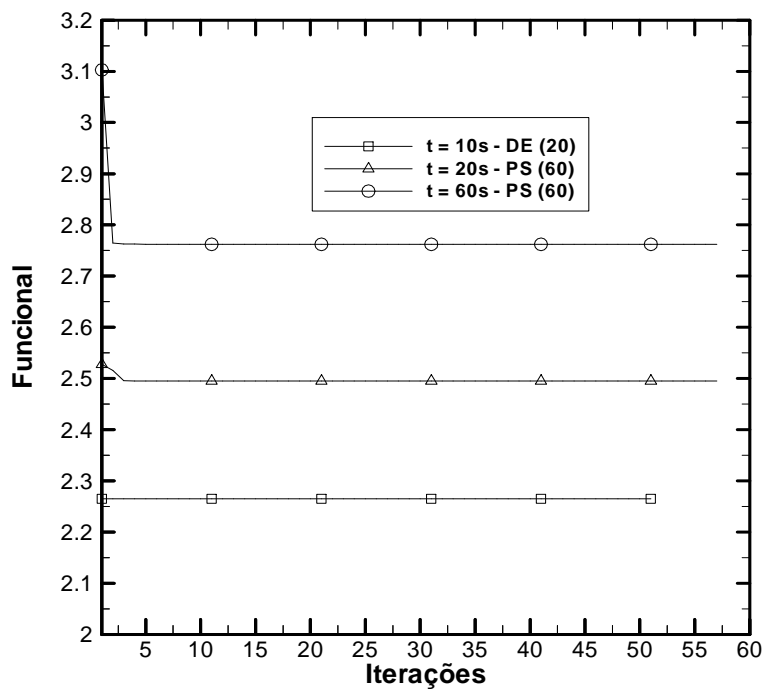


FIG. 7.4 Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_1)

As melhores soluções que aproximam o funcional da curva D_2 encontram-se na TAB. 7.3. Em todos os casos estudados o critério de parada é satisfeito. Para o método PS não há influência na solução obtida em relação à quantidade de indivíduos na população, já no método DE esta é visível. No menor intervalo de tempo (10 s) o funcional é mais bem

minimizado pelo método PS, sendo este valor equivalente a 6.5771. Nos intervalos de 20 e 60s de aplicação do laser, o método PS ainda é mais eficiente que o DE. No entanto, esta superioridade é menos significativa quando comparado ao DE₍₆₀₎. Em geral, a ordem de grandeza da irradiância é de 10⁴, salvo o caso DE₍₂₀₎ em 60 s, o qual tem-se a pior solução.

TAB. 7.3 Solução ótima para a curva D₂ com fonte constante via métodos heurísticos

Método	t [s]	Irradiância [W m ⁻²]	Funcional	Iterações
DE ₍₂₀₎	10	3.2921×10 ⁴	6.5771	52
	20	1.9739×10 ⁴	8.2512	52
	60	8.5049×10 ³	1.6418×10 ¹	53
DE ₍₆₀₎	10	3.2258×10 ⁴	7.8220	51
	20	2.0478×10 ⁴	5.4578	52
	60	1.0128×10 ⁴	4.1560	56
PS ₍₂₀₎	10	3.3251×10 ⁴	6.3804	65
	20	2.0760×10 ⁴	5.1209	65
	60	1.0086×10 ⁴	4.1234	66
PS ₍₆₀₎	10	3.3251×10 ⁴	6.3804	61
	20	2.0760×10 ⁴	5.1209	61
	60	1.0009×10 ⁴	4.1234	64

A FIG. 7.5 apresenta a evolução da temperatura ao longo do tempo, onde o seu valor final decresce à medida que se aproxima do endotélio (camada mais interna). Por conseguinte, o dano térmico é menor nesta região, como visto na FIG. 7.6. Vale ressaltar, que nesta simulação a temperatura atingida na superfície da córnea não ultrapassou 65°C, o que justifica a não realização da cirurgia.

Na FIG. 7.7 verifica-se que o acréscimo do tempo de aplicação do laser acarretou alterações expressivas no perfil da função dano. Destaca-se como a curva mais próxima da função ideal a gerada pelo intervalo de 60 s.

A FIG. 7.8 ilustra o histórico do funcional objetivo para as melhores soluções mostradas na TAB. 7.3. O funcional apresentou comportamento similar nas curvas correspondentes aos intervalos de 10 e 20 s. Por outro lado, o funcional foi mais minimizado para o caso onde o tecido é exposto a irradiação durante 60 s.

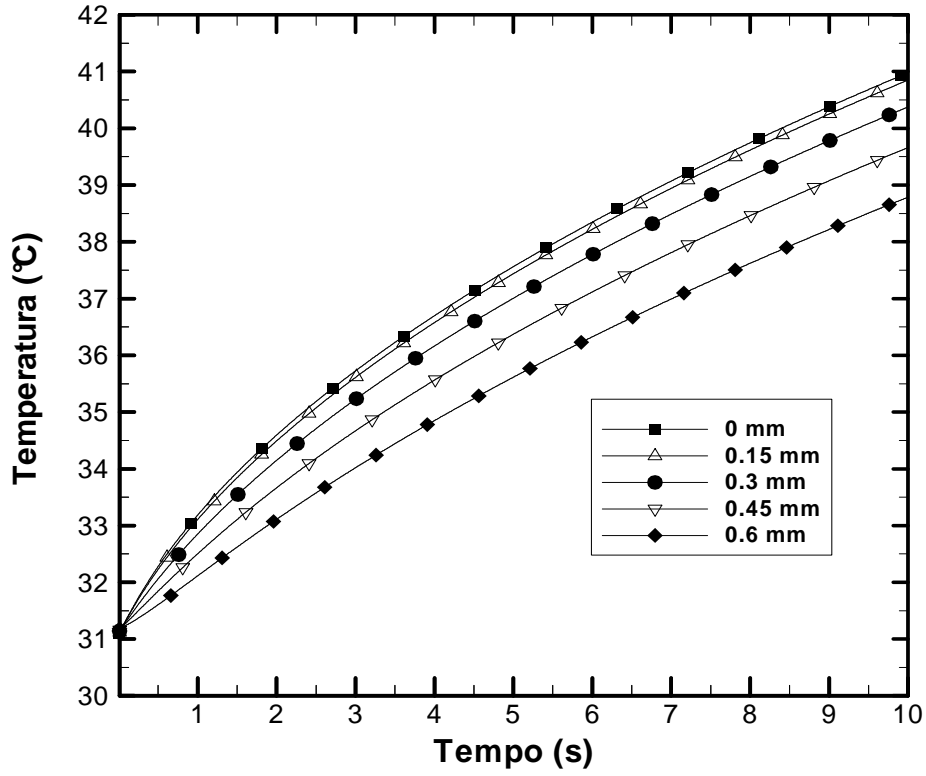


FIG. 7.5 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_2 com fonte constante em 60 s

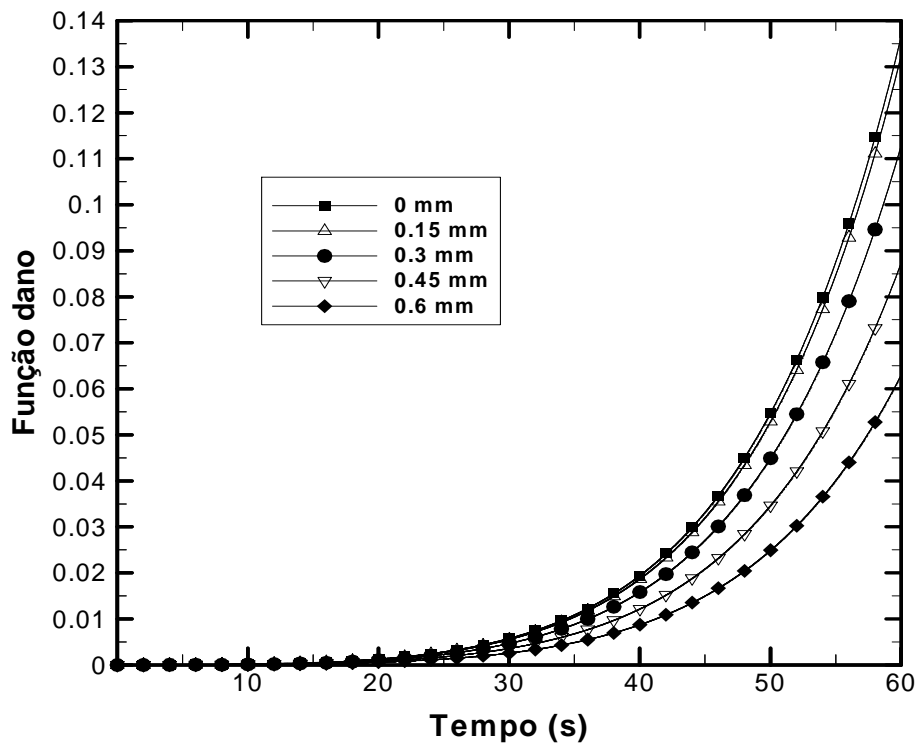


FIG. 7.6 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_2 com fonte constante em 60 s

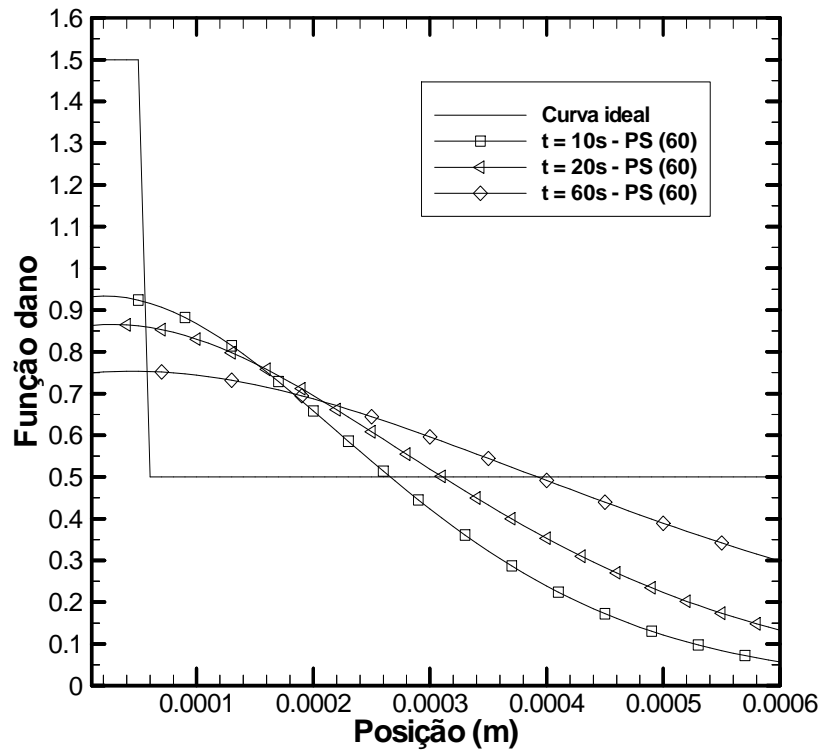


FIG. 7.7 Função dano para a curva D_2 com fonte constante após 10, 20 e 60 s

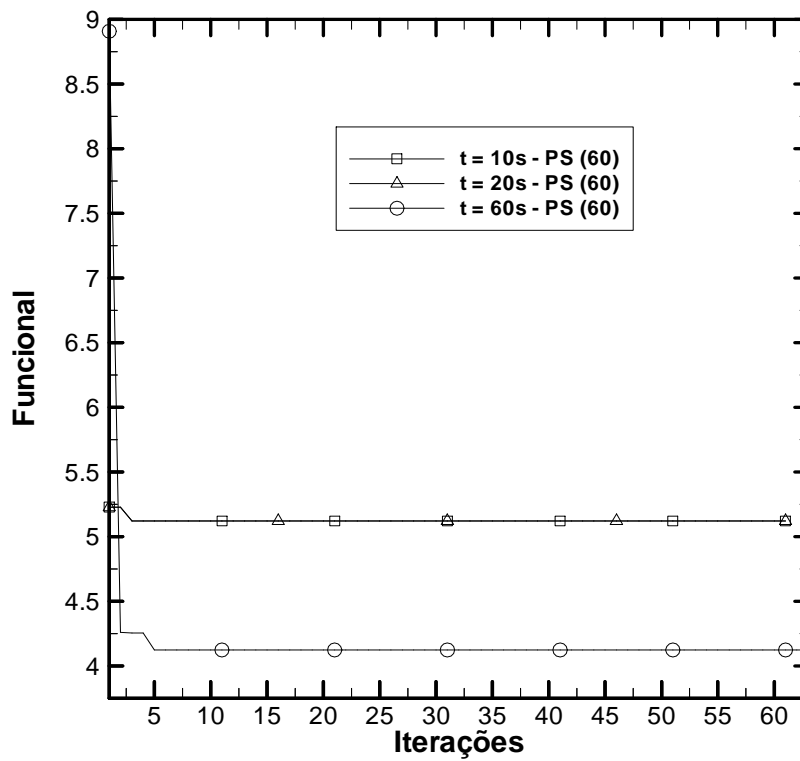


FIG. 7.8 Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_2)

A TAB. 7.4 expõe as soluções que obtiveram melhor desempenho em aproximar a função dano da curva ideal D_3 . Observa-se que existem mais variações na ordem de grandeza da irradiância equiparado aos valores obtidos na otimização dos casos D_1 e D_2 . Além disso, verifica-se que a convergência foi atingida. No entanto, no método PS realizaram-se mais iterações. A solução ótima é obtida pelo método PS no intervalo de 60 s. Vale destacar que o método PS demonstrou mesmo desempenho na otimização, independentemente da quantidade de indivíduos na população. Nota-se que o menor valor atribuído a irradiância (9.9128×10^3) acarreta o menor valor do funcional (9.9377×10^{-1}). Em todos os casos estudados verifica-se que quanto maior é o tempo de exposição do tecido ao laser mais eficiente é o método, ou seja, melhor é a minimização da função objetivo.

TAB. 7.4 Solução ótima para a curva D_3 com fonte constante via métodos heurísticos

Método	t [s]	Irradiância [$W m^{-2}$]	Funcional	Iterações
DE₍₂₀₎	10	3.2442×10^4	4.3618	54
	20	1.9826×10^4	3.4521	51
	60	9.9626×10^3	1.0271	52
DE₍₆₀₎	10	3.2967×10^4	4.5891	56
	20	1.9329×10^4	4.8943	52
	60	9.7469×10^3	1.2981	53
PS₍₂₀₎	10	3.2559×10^4	4.3450	63
	20	2.0366×10^4	2.7063	64
	60	9.9128×10^3	9.9377×10^{-1}	63
PS₍₆₀₎	10	3.2559×10^4	4.3450	31
	20	2.0366×10^4	2.7063	61
	60	9.9128×10^3	9.9377×10^{-1}	65

A FIG. 7.9 apresenta o campo de temperatura para a solução ótima obtida via método PS em 60 s. Observa-se novamente, que as maiores temperaturas são atingidas nas camadas mais externas da córnea. Esta observação é comprovada por meio da FIG. 7.10, onde o valor atingido pela função dano foi maior.

Ainda analisando a FIG. 7.9, tem-se uma temperatura inferior a $65^\circ C$ na superfície da córnea. Por conseguinte, não há o encolhimento da mesma. Assim, neste caso teste, os métodos não foram capazes de obter uma solução ótima para a irradiância, de forma que a temperatura na superfície da córnea esteja na faixa ideal para a realização da termoceratoplastia ($65^\circ C$ a $85^\circ C$).

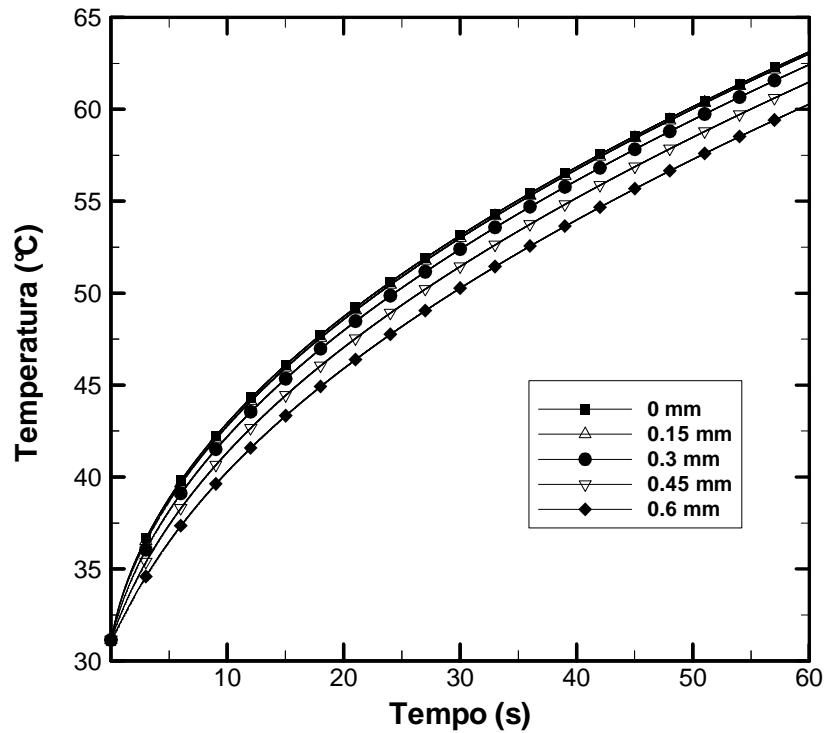


FIG. 7.9 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_3 com fonte constante em 60 s

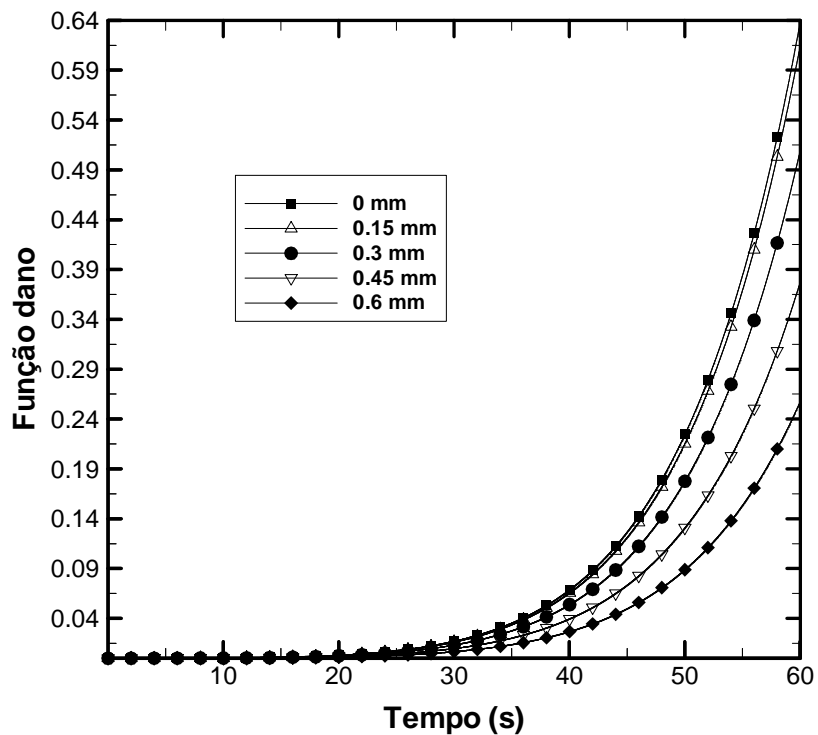


FIG. 7.10 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_3 com fonte constante em 60 s

Na FIG. 7.11 encontra-se a evolução da função dano em relação ao longo de toda a córnea, com seus respectivos intervalos de tempos adotados. Pode ser observado, que

conforme se aumenta o período de aplicação do laser, menores são as discrepâncias entre as curvas geradas pelas soluções ótimas e a curva ideal. Tal fato pode ser elucidado pela FIG. 7.12, onde o menor valor para o funcional objetivo é obtido em 60 s.

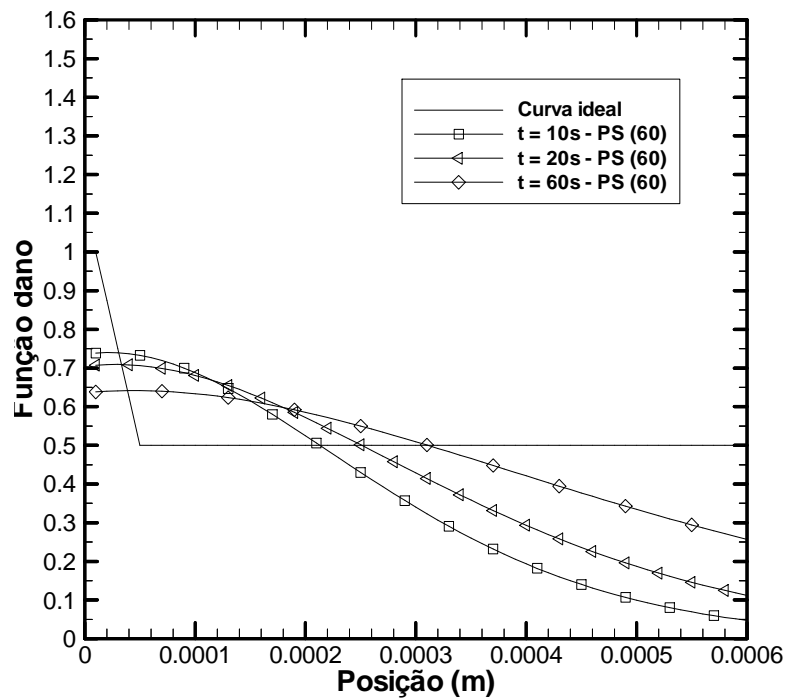


FIG. 7.11 Função dano para a curva D_3 com fonte constante após 10, 20 e 60 s

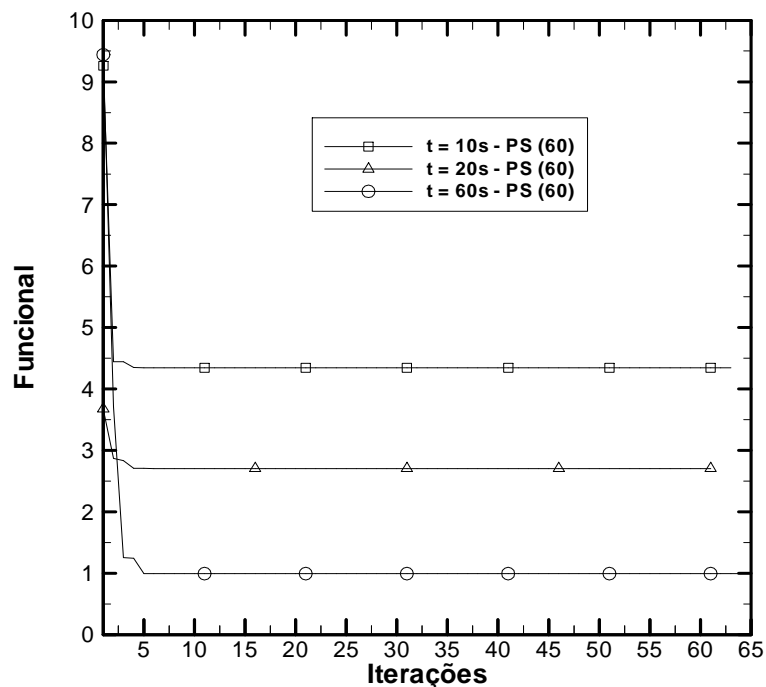


FIG. 7.12 Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_3)

A TAB. 7.5 refere-se ao caso de estudo onde a curva idealizada representa o dano térmico em 25% de profundidade da córnea e cujo comportamento é exponencial. O processo iterativo

não atingiu o número máximo de iterações (1000), o que indica que o processo cessou no menor mínimo possível para a formulação empregada. A solução ótima é alcançada no intervalo de 10 s por meio do método PS que apresenta mesmo desempenho para qualquer quantidade de indivíduos na população. Os valores dos funcionais apresentam ordem de grandeza na ordem de 10^1 . Diferentemente do caso anterior, quanto menor é o tempo de exposição do tecido a irradiação do laser, melhor é a solução obtida para este terceiro caso analisado.

TAB. 7.5 Solução ótima para a curva D_4 com fonte constante via métodos heurísticos

Método	t [s]	Irradiância [$W m^{-2}$]	Funcional	Iterações
DE₍₂₀₎	10	3.3682×10^4	4.0797	52
	20	1.8471×10^4	6.9820	55
	60	6.8863×10^3	1.2967×10^1	51
DE₍₆₀₎	10	3.2791×10^4	2.1109	51
	20	2.0355×10^4	3.3878	55
	60	9.9673×10^3	6.4280	56
PS₍₂₀₎	10	3.2654×10^4	2.0847	66
	20	2.0192×10^4	3.3085	69
	60	9.6393×10^3	5.3045	65
PS₍₆₀₎	10	3.2654×10^4	2.0847	63
	20	2.0192×10^4	3.3085	62
	60	9.6393×10^3	5.3045	65

As FIGs. 7.13 e 7.14 ilustram o histórico da temperatura e da função dano em todos os pontos da córnea durante 10 s. Pela FIG. 7.13 verifica-se que o endotélio é mantido ileso, visto que a temperatura atingida no mesmo é inferior a $65^\circ C$ e o dano térmico acumulado inferior a 0.5. Por outro lado, a superfície da córnea atinge $70^\circ C$, o que ocasiona o encolhimento desejável do tecido corneano para o procedimento cirúrgico. Na FIG. 7.14 nota-se que o dano térmico ocorre no epitélio (camada mais externa) e em 0.15 mm, após 9 segundos de aplicação do laser. Em contrapartida, nas regiões mais profundas não ocorrem lesões térmicas.

A FIG. 7.15 mostra, aparentemente, que a aplicação de 10 s de laser forneceu uma solução ótima, tendo em vista as demais soluções obtidas, a qual gerou uma melhor aproximação em relação a curva ideal, equiparado às curvas obtidas na otimização da irradiância em 20 e 60 s. Tal análise é confirmada pela TAB. 7.5, onde ambos os casos apresentaram maiores valores para a função objetivo. Além disso, certifica-se deste fato, pela

FIG. 7.16, em que o funcional associado a curva mencionada atingiu o menor valor, dentre os demais.

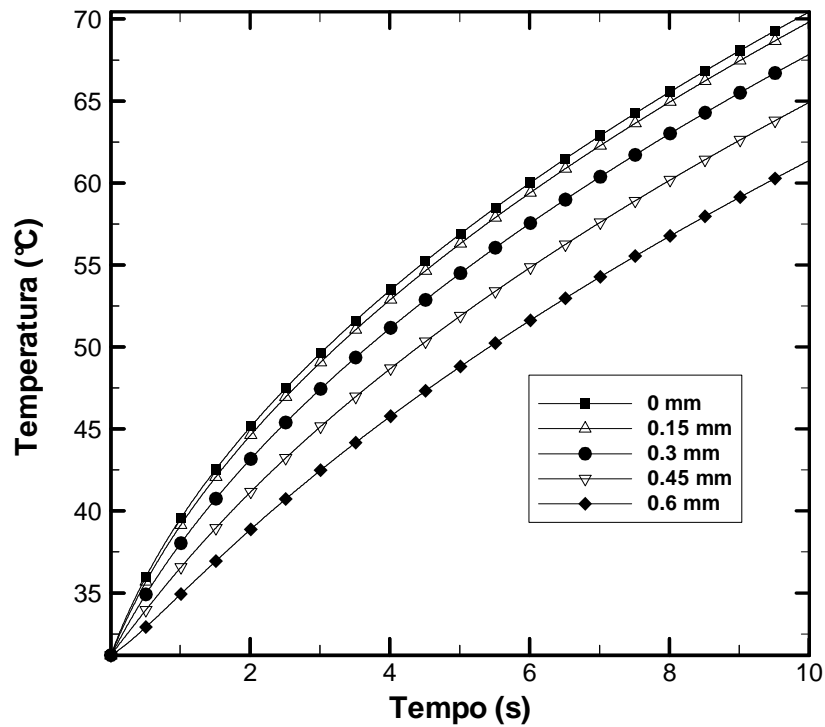


FIG. 7.13 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_4 com fonte constante em 10 s

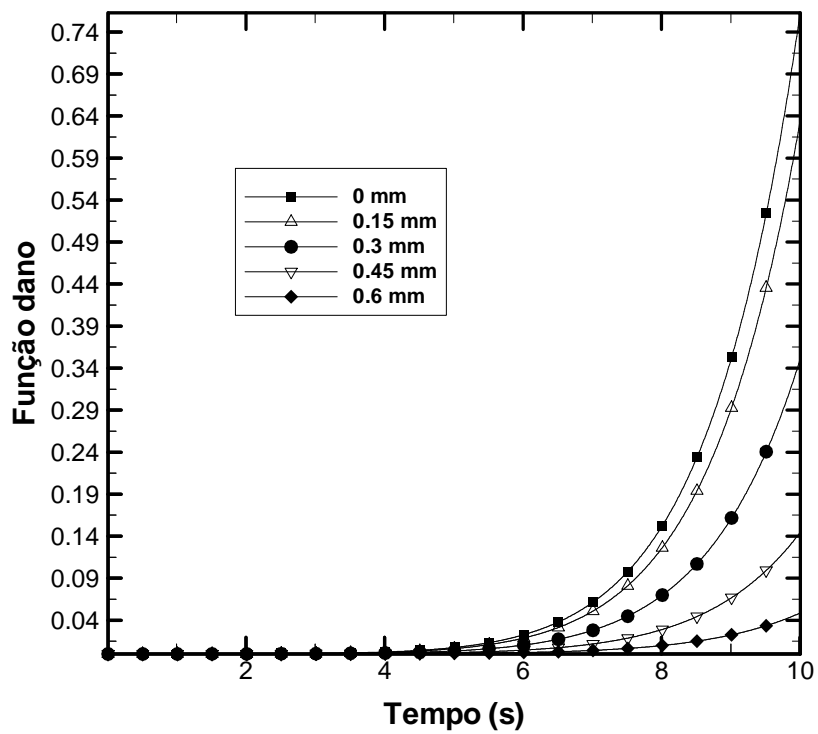


FIG. 7.14 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_4 com fonte constante em 10 s

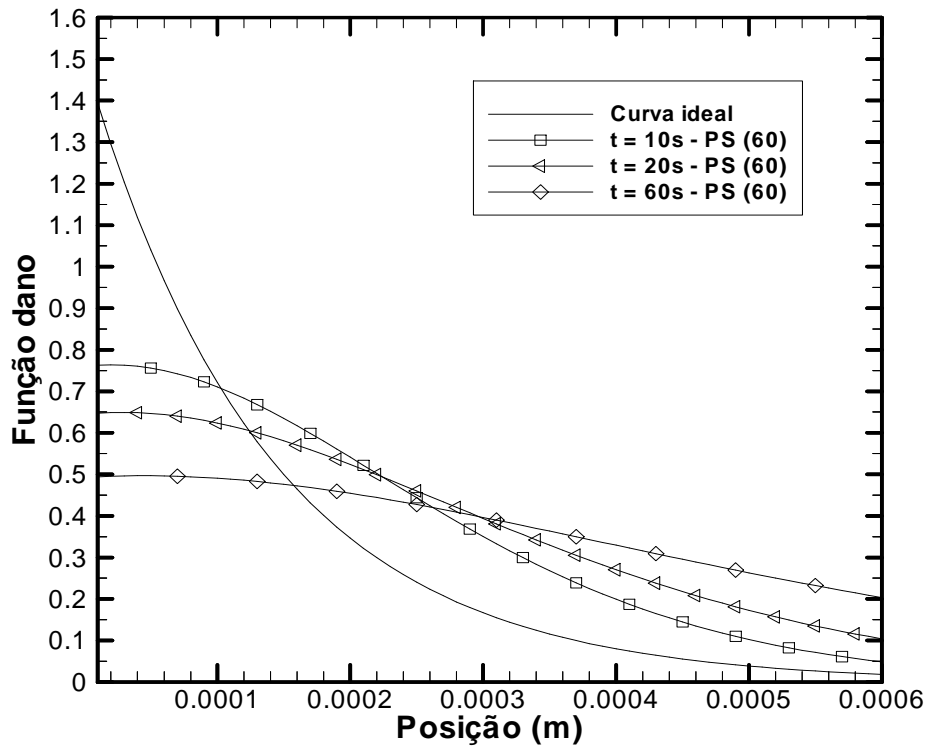


FIG. 7.15 Função dano para a curva D_4 com fonte constante após 10, 20 e 60 s

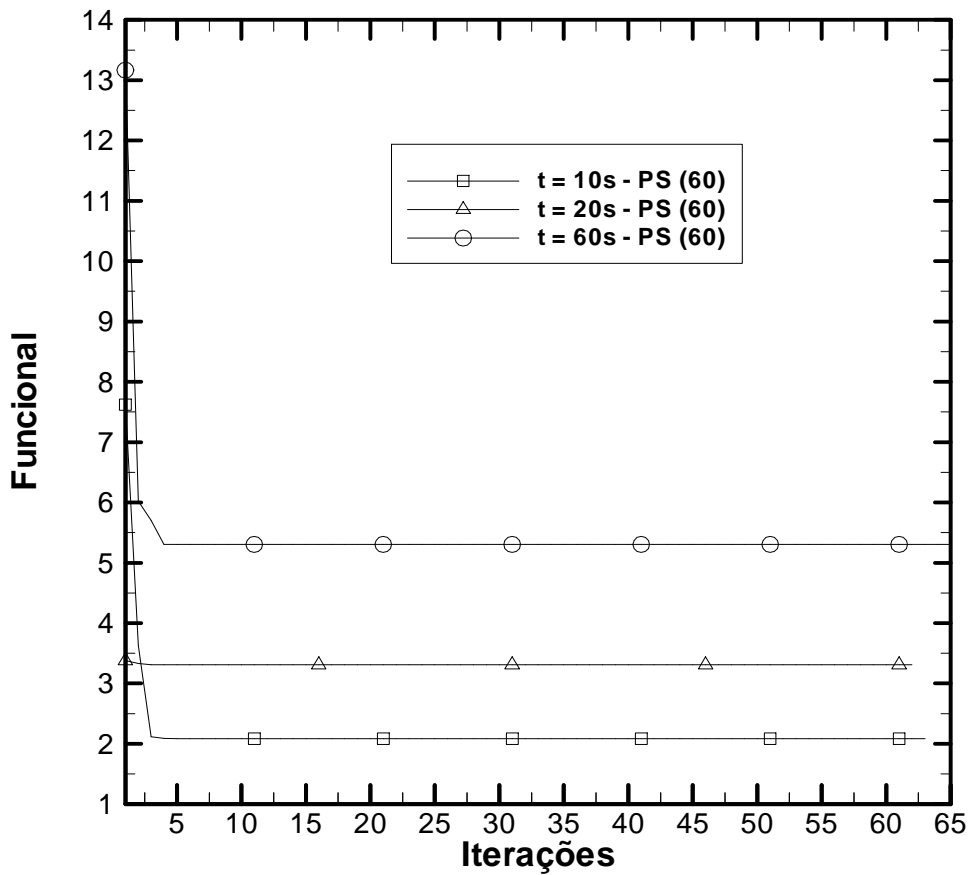


FIG. 7.16 Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_4)

A TAB. 7.6 exibe as melhores soluções conseguidas para a situação de dano térmico e equivalente a 50% da córnea (profundidade de 0.3 mm). A convergência da solução é obtida em todos os casos, sendo 69 o número máximo de iterações. A solução ótima é atingida pelo método PS. Como ocorrido na simulação anterior, a quantidade de indivíduos não influenciou na otimização do parâmetro para o método PS. Vale destacar, que nesta situação obtiveram-se menores valores para o funcional, equiparado aos resultados expostos no caso de dano térmico em 25% da córnea, conforme visto nas TABs. 7.5 e 7.6.

TAB. 7.6 Solução ótima para a curva D_5 com fonte constante via métodos heurísticos

Método	t [s]	Irradiância [$W m^{-2}$]	Funcional	Iterações
DE₍₂₀₎	10 s	2.5793×10^4	2.5576×10^1	53
	20 s	2.1531×10^4	2.1972	56
	60 s	9.1560×10^3	1.3256×10^1	53
DE₍₆₀₎	10 s	3.4429×10^4	1.3821	51
	20 s	3.4429×10^4	1.3821	51
	60 s	2.1225×10^4	9.3849×10^{-1}	52
PS₍₂₀₎	10 s	3.3934×10^4	4.9180×10^{-1}	65
	20 s	2.1136×10^4	8.8133×10^{-1}	66
	60 s	1.0218×10^4	3.0149	69
PS₍₆₀₎	10 s	3.3934×10^4	4.9180×10^{-1}	64
	20 s	2.1136×10^4	8.8133×10^{-1}	58
	60 s	1.0218×10^4	3.0149	58

O campo térmico ilustrado na FIG. 7.17 é ocasionado pela solução ótima da TAB. 7.6. Verifica-se que o pico de temperatura em todas as camadas da córnea ocorre no término de aplicação do laser, sendo esta equivalente a 70 °C no epitélio e inferior a 65 °C no endotélio, como desejado. Agregando a esta análise a FIG. 7.18, pode-se afirmar que o dano térmico existe e ocorre até a metade da córnea.

O comportamento do funcional e da função dano é apresentado nas FIGs. 7.19 e 7.20, respectivamente. Pela FIG. 7.20 pode-se observar que há diferença entre os valores obtidos para os intervalos de 10 e 60 s. Dessa forma, espera-se que exista uma influência relevante no comportamento do dano térmico acumulado nos referidos intervalos de tempo, conforme observado na FIG. 7.19. Ainda analisando a FIG. 7.19, nota-se o melhor desempenho do método PS na obtenção das melhores soluções, visto que estas geraram curvas mais próximas da função dano ideal.

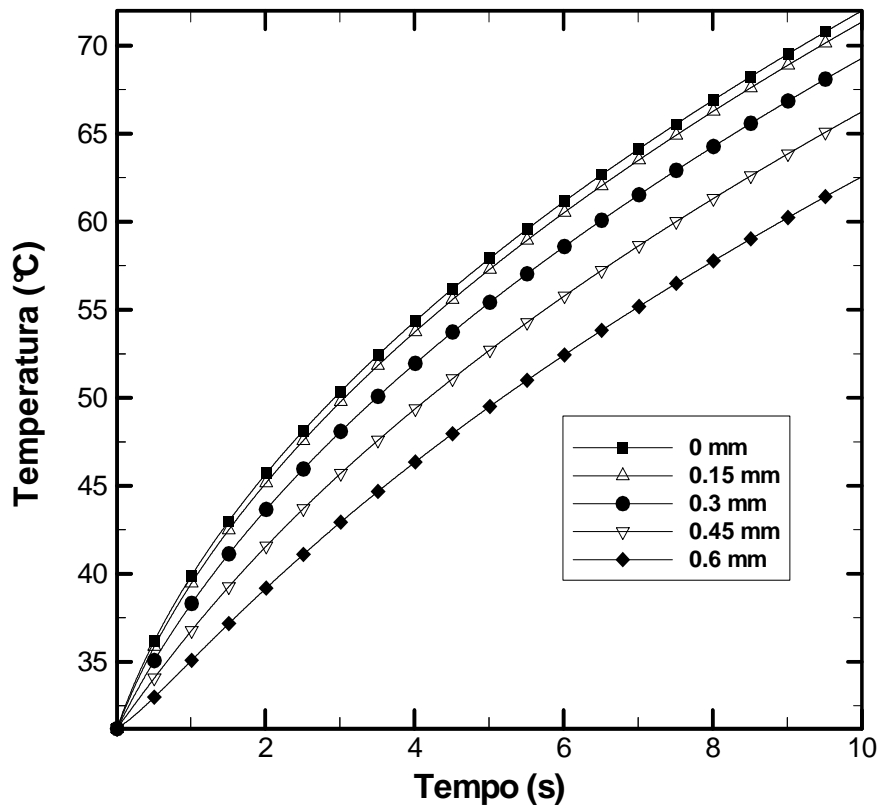


FIG. 7.17 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_5 com fonte constante em 10 s

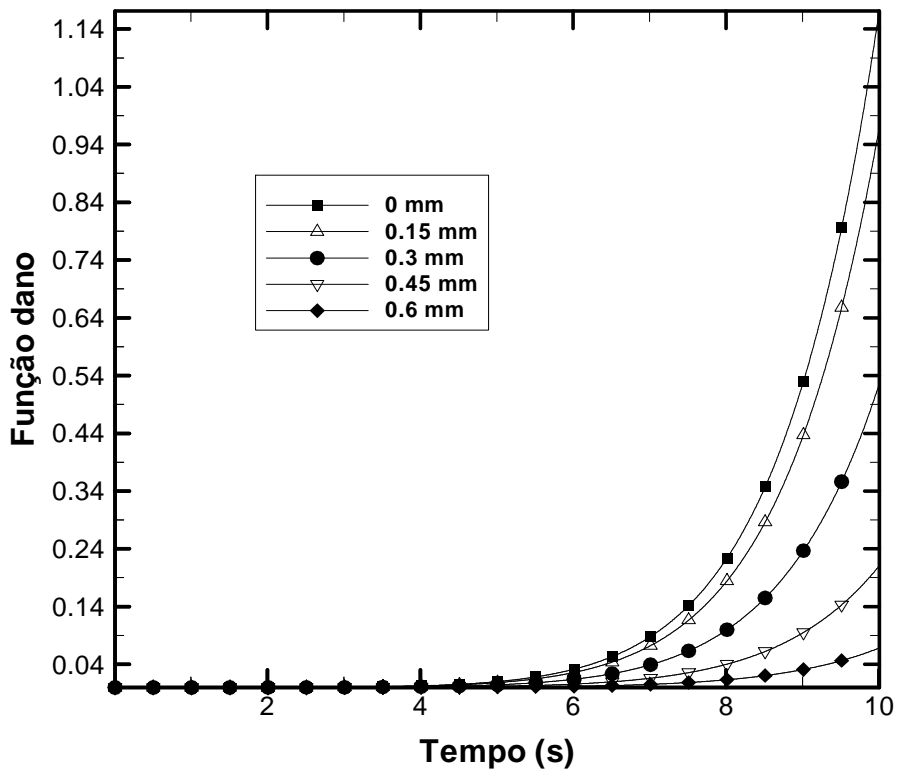


FIG. 7.18 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_5 com fonte constante em 10 s

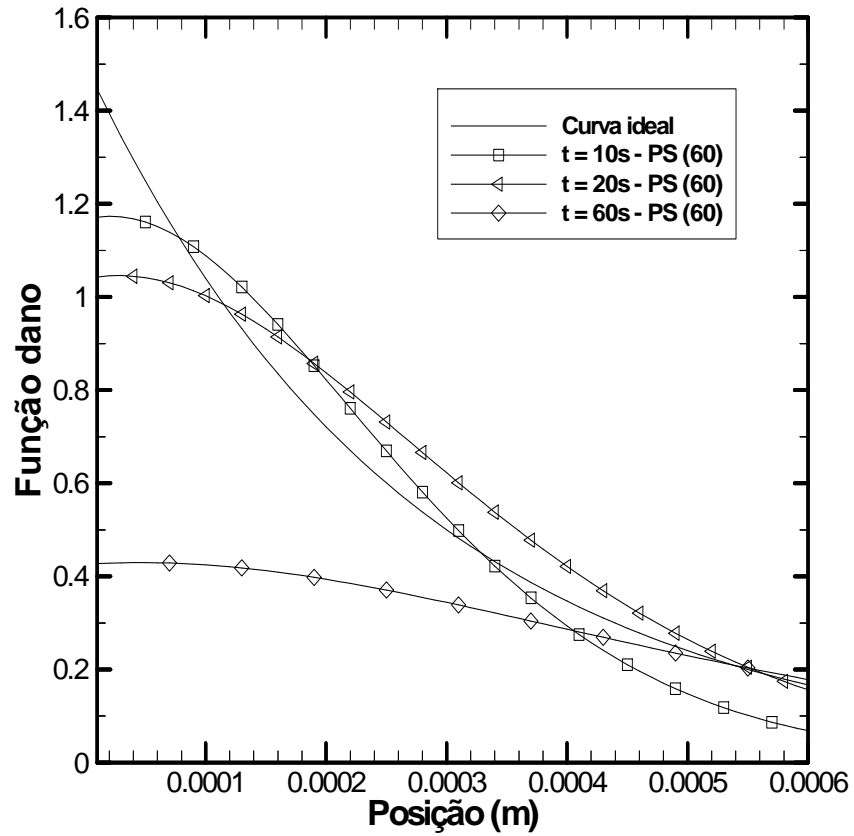


FIG. 7.19 Função dano para a curva D_5 com fonte constante após 10, 20 e 60 s

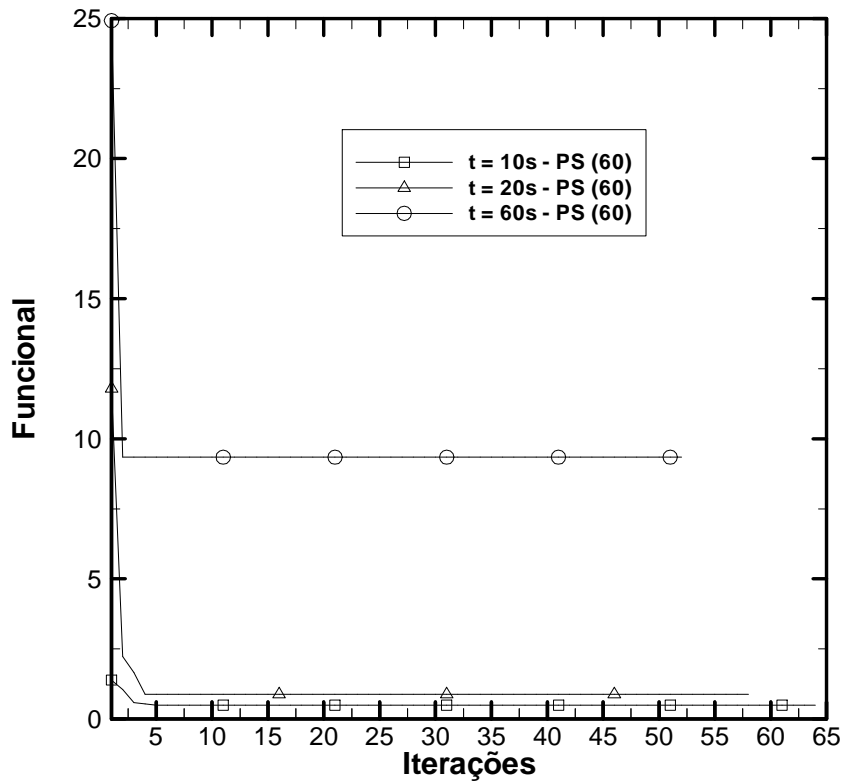


FIG. 7.20 Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_5)

O caso a ser analisado objetiva simular o dano térmico em 75% da córnea, ou seja, a uma profundidade de 0.45 mm. Os resultados expostos na TAB. 7.7 revelam novamente, tal como nas situações analisadas anteriormente, que o método PS obtém as mesmas soluções, para diferentes números de indivíduos empregados na população. O valor ótimo para a irradiância é 2.1526×10^4 em 20 s, que está agregado ao menor valor conseguido para o funcional.

Ainda pela análise da TAB. 7.7 verifica-se que a solução obtida para o caso da função dano equivalente a 50% da córnea foi superior a encontrada nesta simulação, uma vez que esta apresentou um funcional menos minimizado.

TAB. 7.7 Solução ótima para a curva D_6 com fonte constante via métodos heurísticos

Método	t [s]	Irradiância [$W m^{-2}$]	Funcional	Iterações
DE₍₂₀₎	10 s	3.4397×10^4	1.9150	51
	20 s	2.1531×10^4	1.9719×10^1	56
	60 s	1.0490×10^4	1.1886	56
DE₍₆₀₎	10 s	3.5128×10^4	4.3874	51
	20 s	2.1427×10^4	6.4608×10^1	51
	60 s	1.0426×10^4	1.2146	51
PS₍₂₀₎	10 s	3.4450×10^4	1.9028	63
	20 s	2.1526×10^4	5.5087×10^{-1}	61
	60 s	1.0464×10^4	1.1657	63
PS₍₆₀₎	10 s	3.4450×10^4	1.9028	60
	20 s	2.1526×10^4	5.5087×10^{-1}	62
	60 s	1.0464×10^4	1.1657	63

A FIG. 7.21 apresenta o histórico da temperatura para o método PS em 20s. Como mencionado anteriormente, as temperaturas mais elevadas são atingidas no final da aplicação do laser. No entanto, vale ressaltar que a máxima temperatura encontra-se entre 65 °C e 85 °C, ou seja, é possível ter o encolhimento da córnea. Em contrapartida, a temperatura do endotélio (camada mais interna) não excede 65°C, ou seja, o tecido não é danificado como pode ser observado na FIG. 7.22, onde o valor da função dano é inferior a 0.5, nesta região.

As curvas obtidas para a função dano com as melhores soluções da TAB. 7.7 são expostas na FIG. 7.23. Porém, graficamente não é possível avaliar, dentre as curvas, qual se aproxima mais da função ideal. Assim, a solução ótima para o parâmetro de interesse pode ser verificada pela análise do funcional, exibida na FIG. 7.23, onde o valor atingido pelo funcional é menor com a aplicação de 20 s do laser.

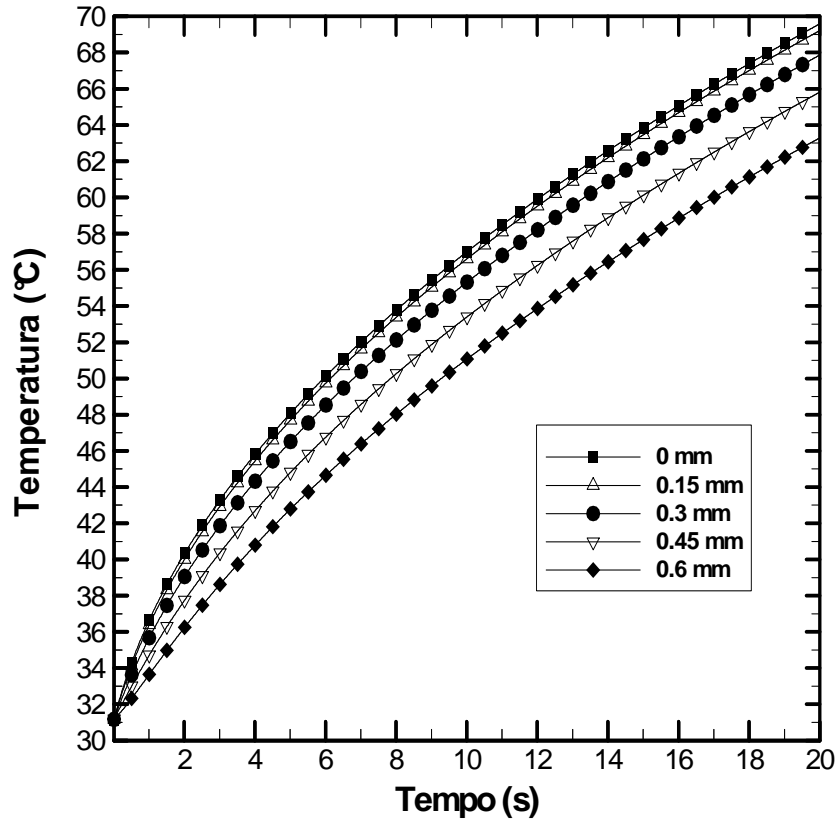


FIG. 7.21 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_6 com fonte constante em 20 s

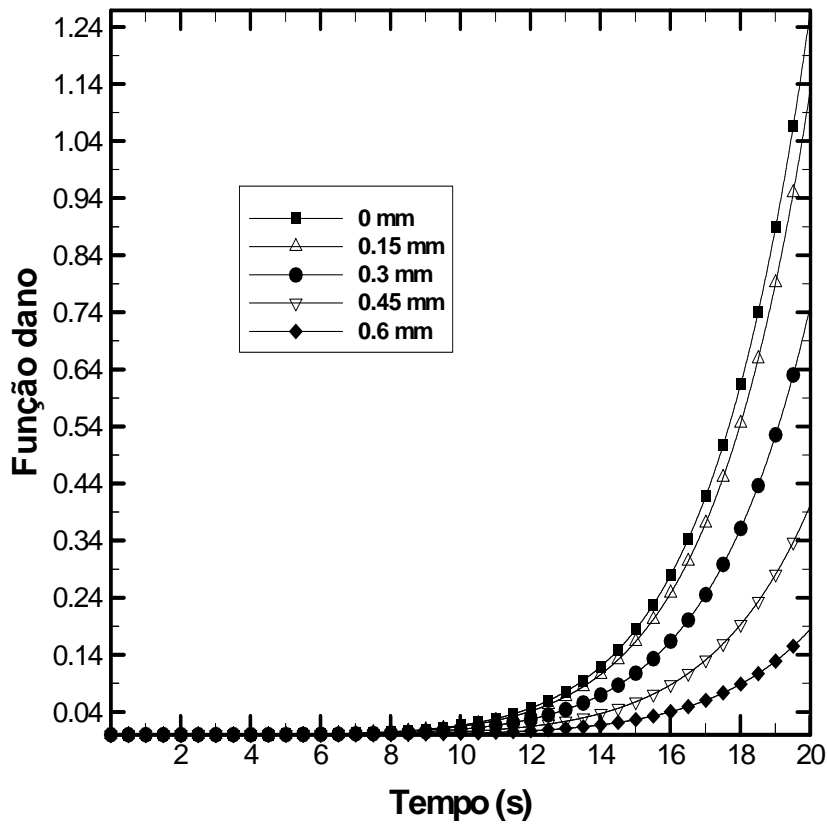


FIG. 7.22 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_6 com fonte constante em 20 s

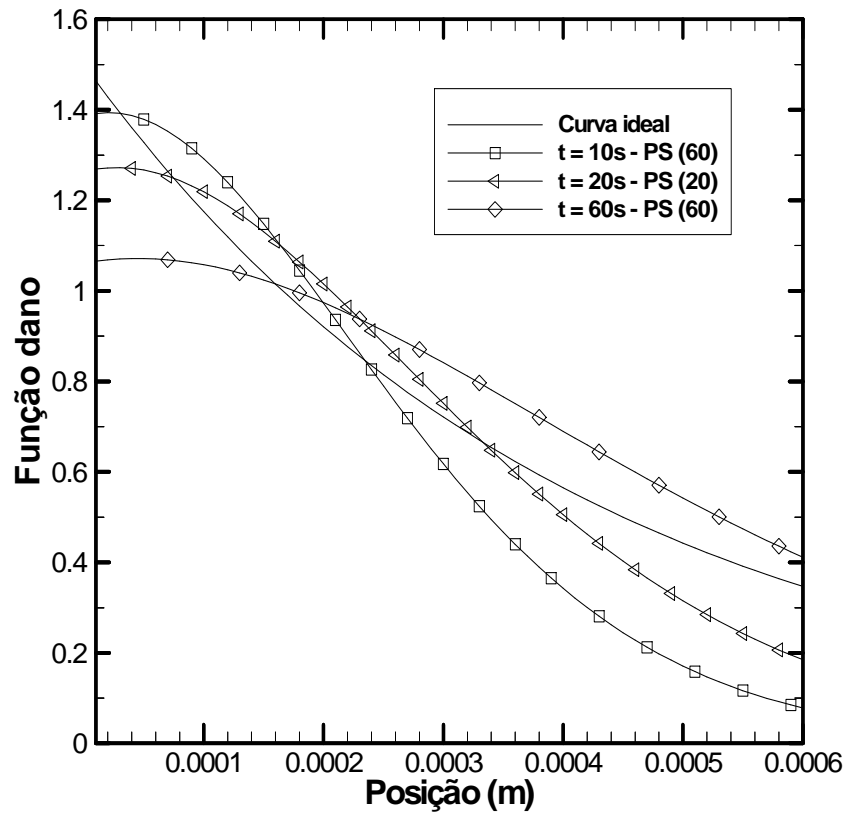


FIG. 7.23 Função dano para a curva D_6 com fonte constante após 10, 20 e 60 s

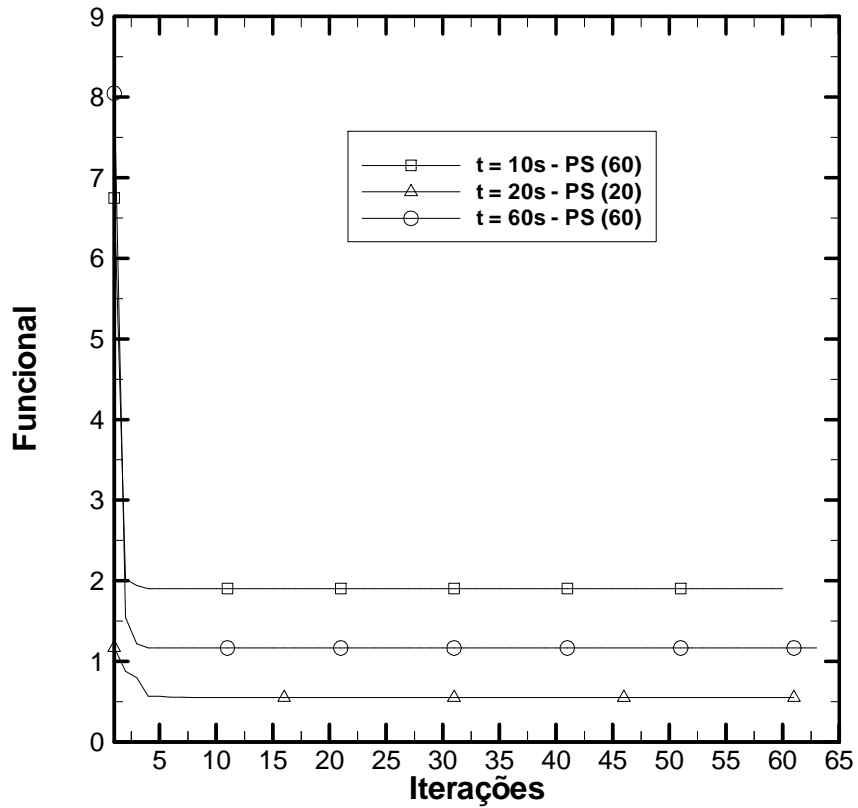


FIG. 7.24 Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_6)

7.2.2 MÉTODOS DETERMINÍSTICOS

O intervalo de busca da solução ótima para os métodos determinísticos será o mesmo empregado nos Métodos Heurísticos, ou seja, a irradiância varia de 0.01 a $4.42 \times 10^5 \text{ W m}^{-2}$. No processo iterativo a solução deverá pertencer a este intervalo, pois do contrário será tomado o limite superior ou inferior da região viável.

Os métodos LM, MGC e BFGS são avaliados quanto à influência da solução inicial, necessária para iniciar o procedimento iterativo. São empregadas duas soluções, os extremos do intervalo, que permite aferir se o funcional possui mínimo global ou mínimos locais.

O primeiro caso estudado visa danificar termicamente a camada mais externa da córnea, o epitélio (50 μm de profundidade). Os resultados alcançados são apresentados nas TABs. 7.8 e 7.9. A primeira tabela iniciou o processo iterativo com o limite inferior do intervalo e foram realizadas 1000 iterações, sugerindo que as soluções não estão convergidas. A melhor solução é fornecida pelo Método Levenberg-Marquardt no período de 10s. Os funcionais fornecidos por cada método e tempo de aplicação do laser possuem mesma ordem de grandeza. Sendo que o mesmo não se verifica para a irradiância.

TAB. 7.8 Solução ótima para a curva D_1 com fonte constante via métodos determinísticos

t [s]	Método	Irradiância [W m^{-2}]	Funcional	Iterações
10	LM	2.8316×10^4	2.3473	1000
	MGC	2.8043×10^4	2.3907	1000
	BFGS	2.8043×10^4	2.3907	1000
20	LM	1.7259×10^4	2.5508	1000
	MGC	1.7027×10^4	2.5527	1000
	BFGS	1.7027×10^4	2.5527	1000
60	LM	8.0838×10^3	2.7815	1000
	MGC	7.9685×10^3	2.7739	1000
	BFGS	7.9685×10^3	2.7739	1000
Solução inicial		0.01		

Na TAB. 7.9 não é visto o resultado proveniente do método BFGS, devido à aproximação da matriz Hessiana, que representou um limitante quando associado à curva D_1 . Fato relacionado à escolha da solução inicial. As soluções oriundas do método LM estão convergidas e, quando comparadas às da TAB. 7.8, verifica-se que o valor do funcional é mesmo ao tomar o tempo como referência nesta análise. Dessa forma, sugere-se que o

funcional tem um mínimo global. O melhor resultado provém do método LM com 10s de exposição do tecido ocular ao laser. Contudo, mesmo sendo esta solução a melhor, somente é possível saber se houve encolhimento ao analisar graficamente o dano causado e as temperaturas alcançadas.

TAB. 7.9 Solução ótima para a curva D_1 com fonte constante via métodos determinísticos

t [s]	Método	Irradiância [$W\ m^{-2}$]	Funcional	Iterações
10	LM	2.8315×10^4	2.3473	635
	MGC	2.8043×10^4	2.3907	1000
20	LM	1.7259×10^4	2.5508	676
	MGC	1.7027×10^4	2.5527	1000
60	LM	8.0838×10^3	2.7815	650
	MGC	7.9685×10^3	2.7739	1000
Solução inicial		4.42×10^5		

Graficamente é analisada a evolução térmica em alguns pontos da córnea na FIG. 7.25 segundo a solução ótima estabelecida nas TABs. 7.8 e 7.9. Nota-se que as temperaturas mais elevadas ocorrem na superfície da córnea e as mais baixas na camada mais interna da mesma. As mudanças térmicas apresentam o comportamento verificado devido à atenuação da energia absorvida do laser pelo tecido por seguir a Lei de Beer-Lambert. Como não é atingida temperatura superior a 65 °C na superfície da córnea, não há o encolhimento desejado. Por outro lado, o endotélio não é lesionado.

Analisar somente a evolução do perfil de temperatura não permite saber se houve o sucesso do tratamento. Assim, a FIG. 7.26 ilustra o histórico do dano térmico nos mesmos pontos estudados na FIG. 7.25. Os maiores danos térmicos acumulados situam-se na origem e a 0.15 mm de profundidade a partir da superfície da córnea. Embora as temperaturas vistas na FIG. 7.25 estejam próximas da faixa de temperatura desejada, a integral de Henriques não fornece valores relacionados a dano irreversível.

A curva D_1 é ilustrada na FIG. 7.27, bem como as curvas da função dano mais próximas desta, conforme o período de atuação do laser. A presente ilustração permite verificar o dano térmico acumulado em todo o tecido corneano após o intervalo de tempo empregado. O comportamento não é capturado pelas melhores soluções em cada tempo empregado. O valor mínimo da curva ideal é melhor aproximado pela solução dada pelo método LM em 60 s e solução inicial 4.42×10^5 , visto que esta apresenta convergência (vide TAB. 7.9).

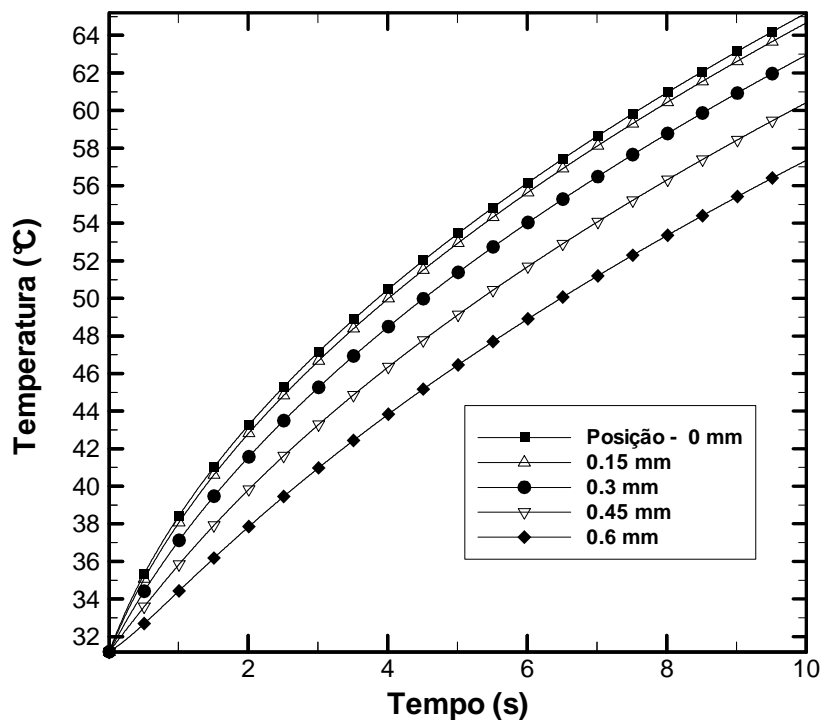


FIG. 7.25 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_1 com fonte constante em 10 s

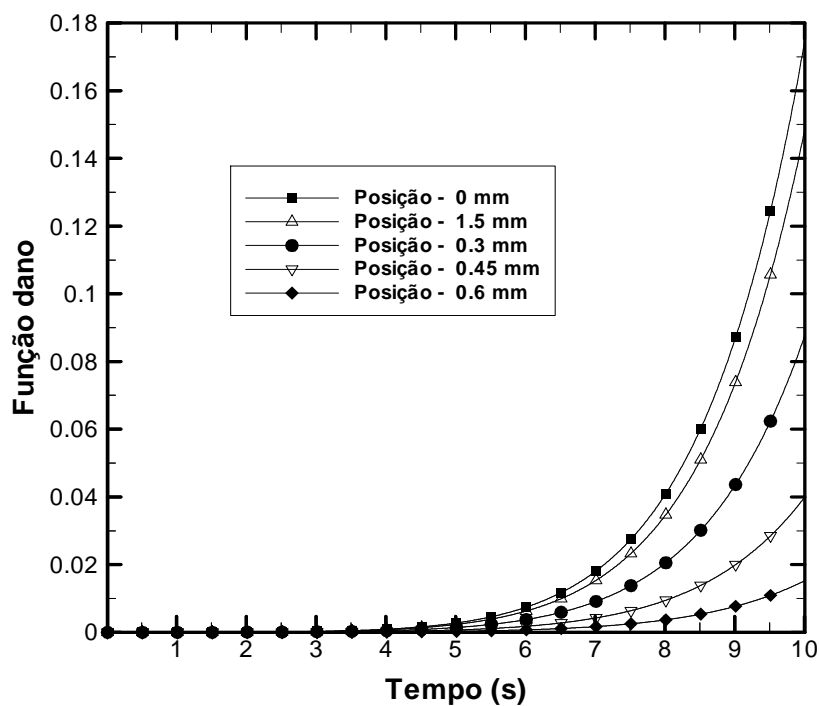


FIG. 7.26 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_1 com fonte constante em 10 s

O mesmo critério usado para elaborar a FIG. 7.27 é aplicado para gerar a FIG. 7.28. Verifica-se nas primeiras iterações que o funcional apresenta valores próximos e que a

diminuição do tempo de exposição do tecido ao laser ocasiona a maior minimização do funcional. Assim pode-se notar a influência do período de aplicação do tratamento

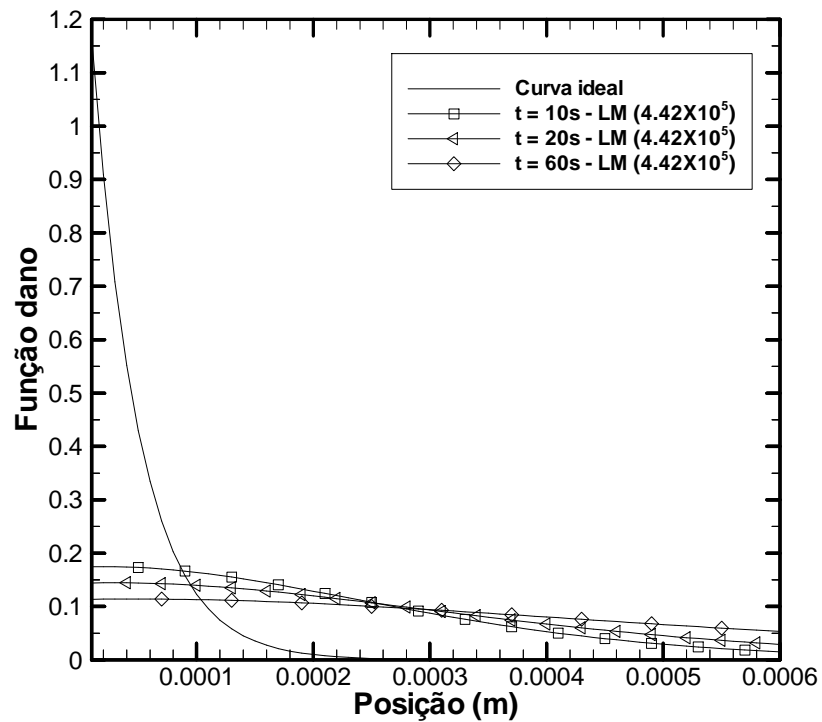


FIG. 7.27 Função dano para a curva D_1 com fonte constante após 10, 20 e 60 s

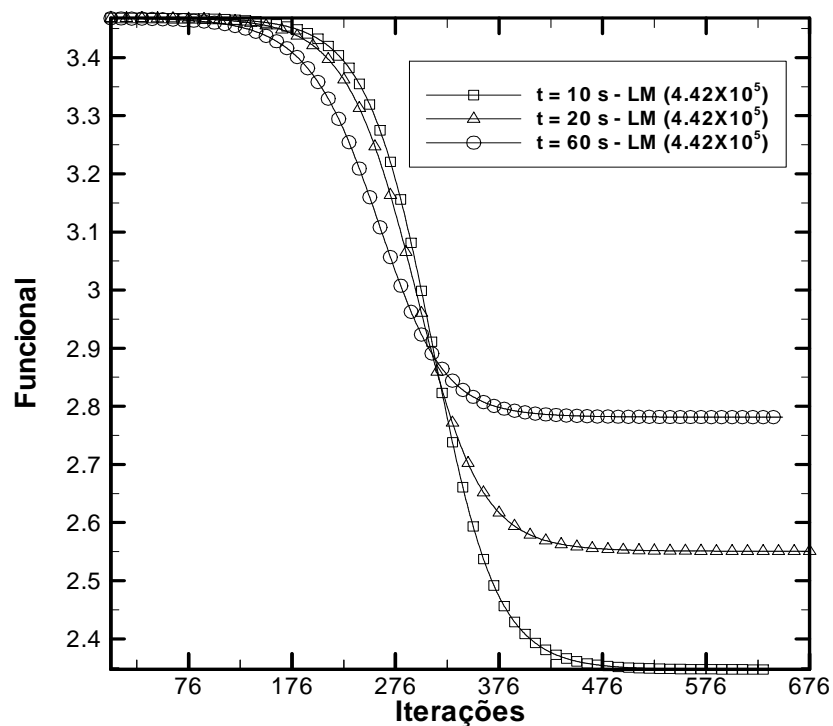


FIG. 7.28 Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_1)

O segundo caso pretende testar a robustez do método quanto à otimização de uma função degrau. Na situação proposta há uma função degrau (D_2) e os resultados da otimização por meio dos métodos determinísticos são expostos nas TABs. 7.10 e 7.11.

A TAB. 7.10 emprega 0.01 como solução inicial e a convergência é alcançada somente pelo método LM. Os demais métodos perfazem 1000 iterações. Percebe-se que o método MGC, além de não convergir, também obtém solução ótima equivalente à solução inicial em qualquer tempo estudado. Tal fato deve-se ao processo iterativo do método ter obtido solução que não pertence ao intervalo de interesse. Especificamente, um valor inferior a 0.01 e dessa forma a solução ótima passa a ser o limite inferior do intervalo. O método BFGS obtém solução nos intervalos de tempo equivalente a 10 e 20s e com 60s exibe o mesmo resultado do Método do Gradiente Conjugado. Para esta solução inicial a solução ótima é obtida pelo método LM em 60s.

TAB. 7.10 Solução ótima para a curva D_2 com fonte constante via métodos determinísticos

t [s]	Método	Irradiância [$W m^{-2}$]	Funcional	Iterações
10	LM	3.3235×10^4	6.3809	74
	MGC	1.0000×10^{-2}	2.5000×10^1	1000
	BFGS	4.9433×10^4	9.9635	1000
20	LM	2.0754×10^4	5.1211	74
	MGC	1.0000×10^{-2}	2.5000×10^1	1000
	BFGS	2.4453×10^4	5.1954	1000
60	LM	1.0086×10^4	4.1234	77
	MGC	1.0000×10^{-2}	2.5000×10^1	1000
	BFGS	1.0000×10^{-2}	2.4996×10^1	1000
Solução inicial		0.01		

As soluções resultantes dos métodos com a segunda solução inicial (4.42×10^5) são mostradas na TAB. 7.11. Diferentemente do visto na TAB. 7.10, o Método do Gradiente Conjugado obteve uma solução diferente de 0.01, mas esta não é convergida. O valor da irradiância que melhor aproxima a função dano calculada da curva D_2 é dada pelo método Levenberg-Marquardt com tempo equivalente a 60s, como verificado na TAB. 7.10. No presente caso, tal como no anterior, o método BFGS apresentou limitação em função da solução inicial.

Estuda-se por meio da FIG. 7.29 a mudança térmica em pontos da córnea desde a camada mais externa a mais interna. Na superfície da córnea não se alcança a temperatura mínima desejada e o endotélio não sofre lesão devido a energia absorvida do laser. Agrega-se a esta

análise a FIG. 7.30, onde se permite conhecer a evolução do dano térmico acumulado segundo a melhor solução. Os valores fornecidos pela integral de Henriques garantem a existência de dano nos instantes finais na superfície, em 0.15 e 0.3mm. Isto é, há lesão até metade da córnea.

TAB. 7.11 Solução ótima para a curva D_2 com fonte constante via métodos determinísticos

t [s]	Método	Irradiância [$W m^{-2}$]	Funcional	Iterações
10	LM	3.3227×10^4	6.3815	74
	MGC	1.1069×10^4	2.5000×10^1	1000
20	LM	2.0980×10^4	5.3822	152
	MGC	3.1496×10^4	2.5000×10^1	1000
60	LM	1.0084×10^4	4.1234	77
	MGC	1.1069×10^4	2.5000×10^1	1000
Solução inicial		4.42×10^5		

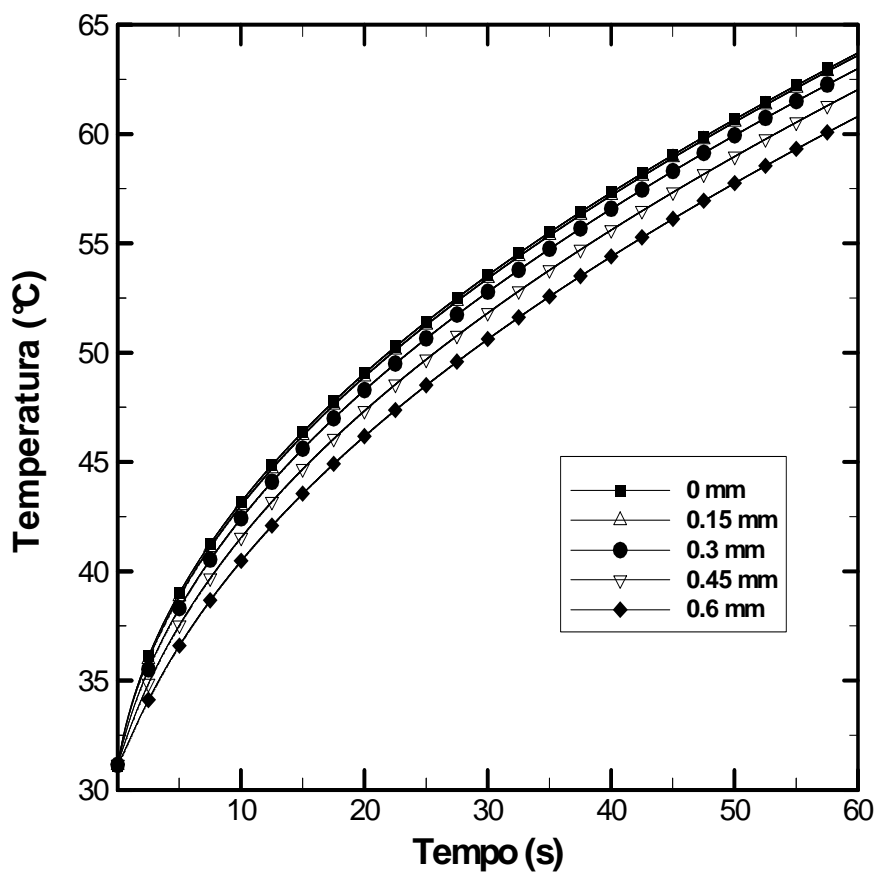


FIG. 7.29 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_2 com fonte constante em 60 s

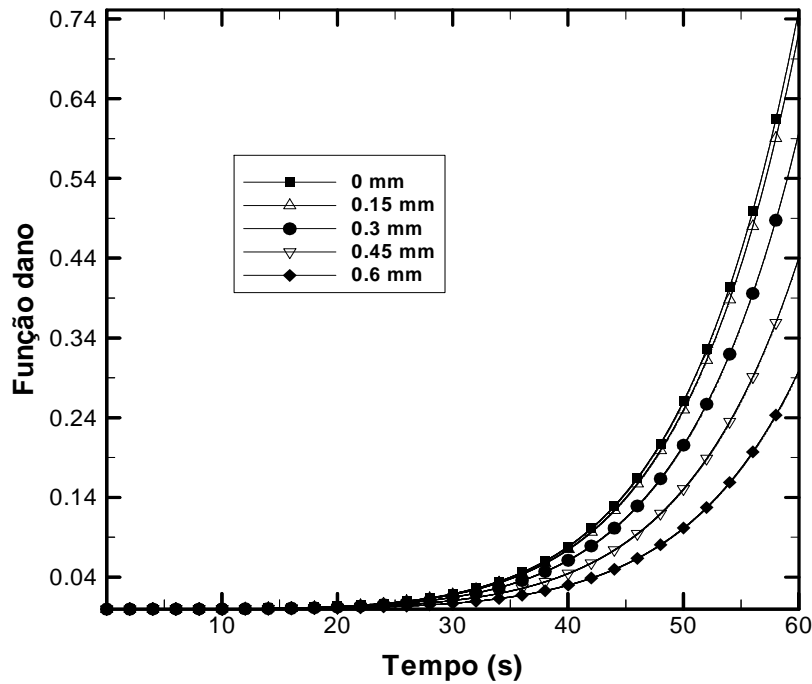


FIG. 7.30 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_2 com fonte constante em 60

A segunda curva é ilustrada na FIG. 7.27, assim como o dano acumulado na córnea após 10, 20 e 60s. Conclui-se que para o tempo mais curto (10s) há o maior valor e também o menor para a integral de Henriques e Moritz, no epitélio e no endotélio, respectivamente. Para o tempo mais longo há uma aproximação melhor da função objetivo. Contudo não é possível alcançar a cota inferior e superior, nem o comportamento da função objetivo.

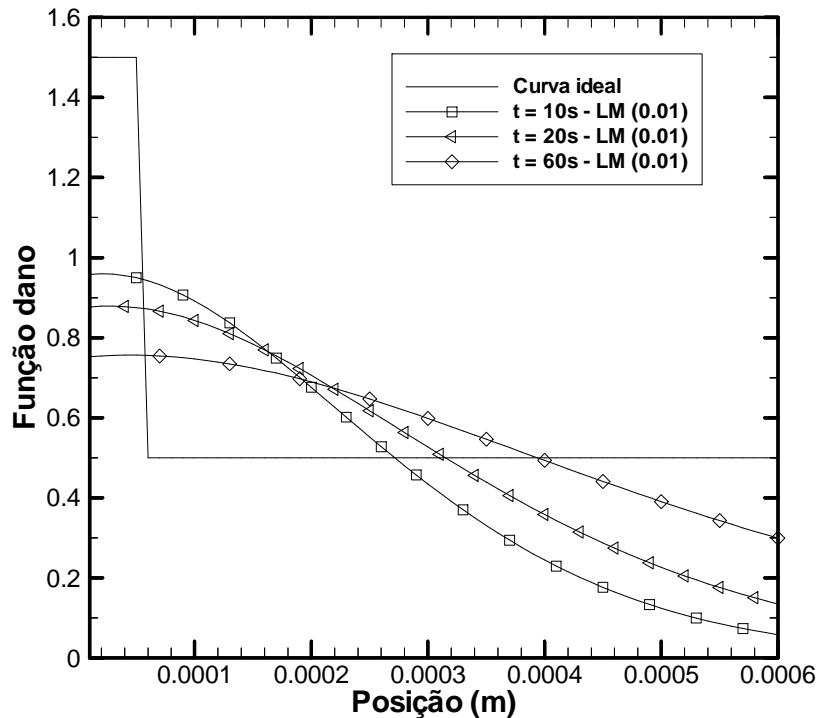


FIG. 7.31 Função dano para a curva D_2 com fonte constante após 10, 20 e 60 s

A FIG. 7.32 mostra que o funcional para cada solução ótima por tempo de aplicação é próximo nas iterações iniciais e que à medida que se realizam as mesmas há decaimento do funcional. Contudo o comportamento é semelhante e um maior período de tempo ocasiona a minimização.

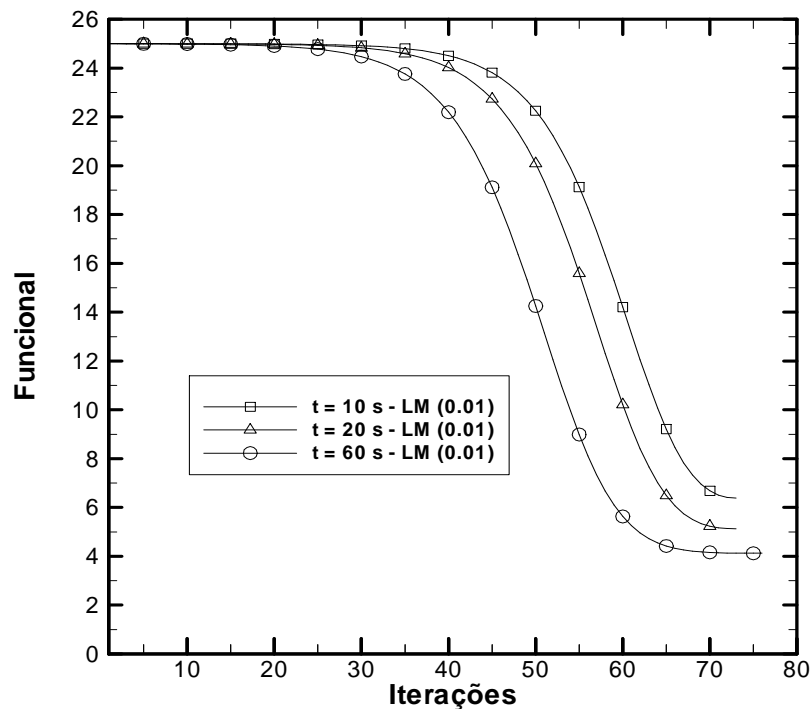


FIG. 7.32 Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_2)

A fim de avaliar a eficiência do método é realizado o terceiro caso de estudo, cuja função objetivo é denominada D_3 . Os resultados expostos na TAB. 7.12 e 7.13 verificam a influência da solução inicial, sendo esta um fator que limita a execução do método BFGS. A mesma limitação é notada no método MGC. Somente o método Levenberg-Marquardt converge enquanto os demais terminam o processo iterativo com o número máximo de iterações. A solução ótima é obtida pelo Método LM para a solução inicial igual a 4.42×10^5 em 60s.

A FIG. 7.33 exhibe o perfil de temperatura em pontos fixos da córnea. Na superfície da córnea verificar temperatura inferior a 65°C . No contexto desta análise é válido agregar o estudo da função dano, que é vista na FIG. 7.34. Por meio desta nota-se que nos três pontos analisados e que estão localizados nas menores profundidades, há dano térmico. Contudo, não é suficiente para encolher a córnea.

Na FIG. 7.35 verifica-se que para o tempo igual a 10s é obtido o maior valor para a função dano na superfície da córnea. Também nota-se o menor valor para o dano térmico acumulado na camada mais interna da córnea. Para o tempo mais longo há uma aproximação

melhor da função objetivo. Contudo não é possível reproduzir o comportamento por meio da solução ótima obtida.

A mudança do funcional a cada iteração, por tempo de aplicação do laser, segundo a melhor solução pra os intervalos de tempo empregados, é vista na FIG. 7.36. Semelhante ao ocorrido no caso de estudo anterior, aumentar o tempo gera uma melhor minimização do funcional. Em contrapartida, encurtar o tempo dificulta a minimização.

Na TAB. 7.14 estão expostas as soluções que melhor aproximam a função dano da função objetivo em cada intervalo de tempo, para a função objetivo que representa 25% de dano térmico na córnea. Analisar estes resultados juntamente com os da TAB. 7.15 fornece informação para estudar o comportamento do funcional. Esta última tabela não apresenta resultados para o método BFGS. Tal fato ocorre em função da solução inicial, e da forma pela qual a matriz Hessiana é aproximada. O único método que alcança convergência da solução é o LM. Contudo a solução ótima é atingida pelos métodos MGC e BFGS em 10s, para solução inicial 0.01 e, para a outra solução inicial, somente pelo MGC. Além disso, nota-se que a solução ótima independe da solução inicial.

TAB. 7.12 Solução ótima para a curva D_3 com fonte constante via métodos determinísticos

t [s]	Método	Irradiância [$W m^{-2}$]	Funcional	Iterações
10	LM	3.2587×10^4	4.3460	81
	MGC	1.0000×10^{-2}	1.6299×10^1	1000
	BFGS	5.1766×10^4	1.1324×10^1	1000
20	LM	2.0359×10^4	2.7065	80
	MGC	1.0000×10^{-2}	1.6299×10^1	1000
	BFGS	3.1180×10^4	7.9706	1000
60	LM	9.9086×10^3	9.9399×10^{-1}	80
	MGC	1.0000×10^{-2}	1.6296×10^1	1000
	BFGS	1.1073×10^4	1.0592	1000
Solução inicial		0.01		

TAB. 7.13 Solução ótima para a curva D_3 com fonte constante via métodos determinísticos

t [s]	Método	Irradiância [$W m^{-2}$]	Funcional	Iterações
10	LM	3.2579×10^4	4.3455	81
	MGC	7.8748×10^4	1.6299×10^1	1000
20	LM	2.0351×10^4	2.7070	80
	MGC	5.1307×10^4	1.6299×10^1	1000
60	LM	9.9145×10^3	9.9381×10^{-1}	81
	MGC	2.7369×10^4	1.6296×10^1	1000
Solução inicial		4.42×10^5		

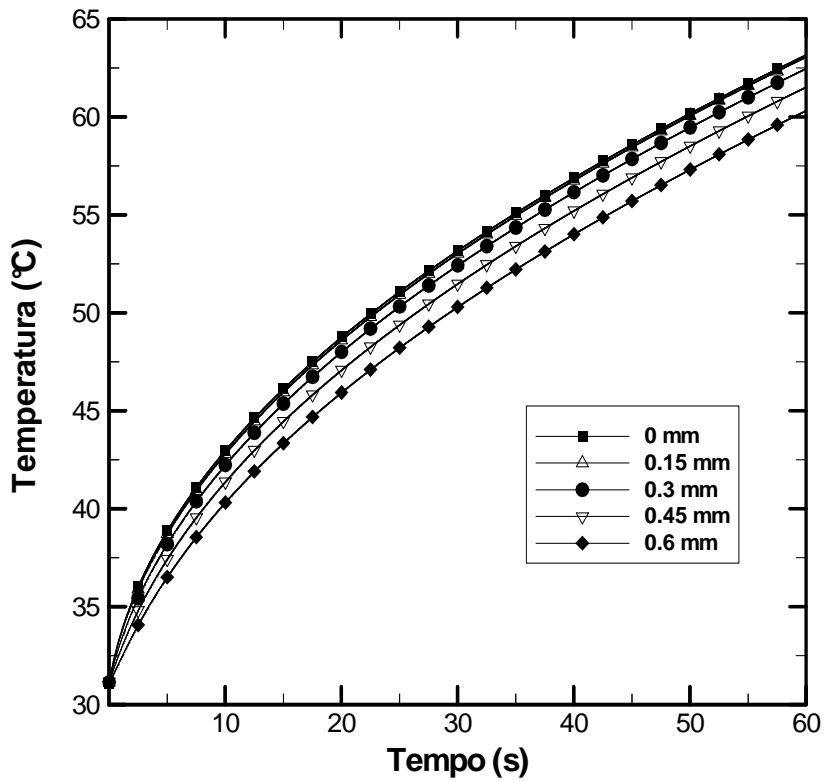


FIG. 7.33 Temperatura em pontos da córnea para a curva D₃ com fonte constante em 60 s

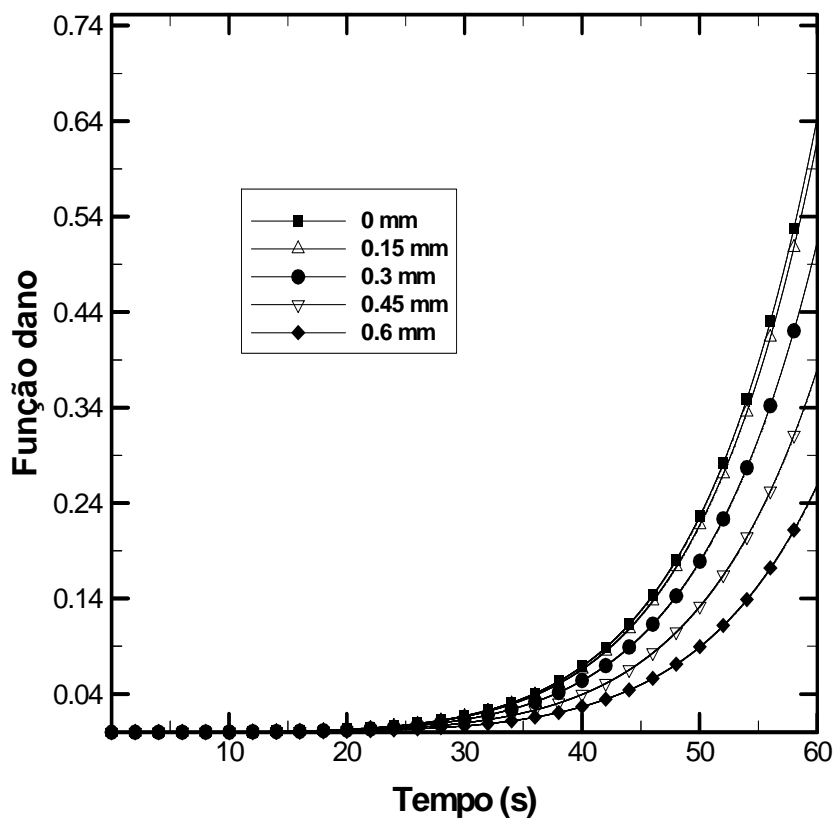


FIG. 7.34 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a

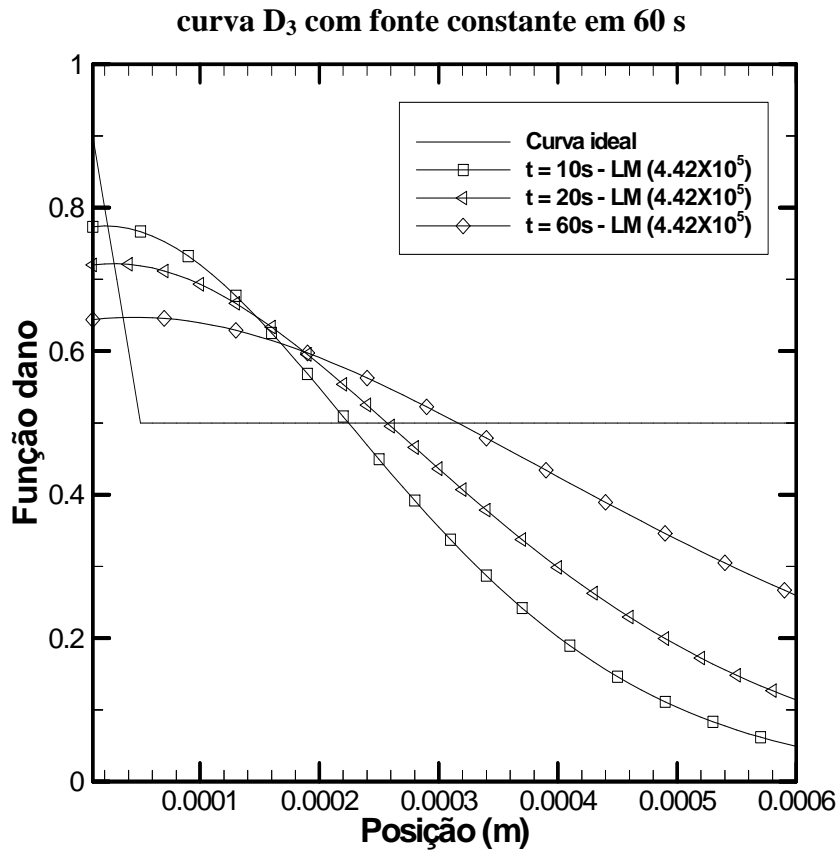


FIG. 7.35 Função dano para a curva D_3 com fonte constante após 10, 20 e 60 s

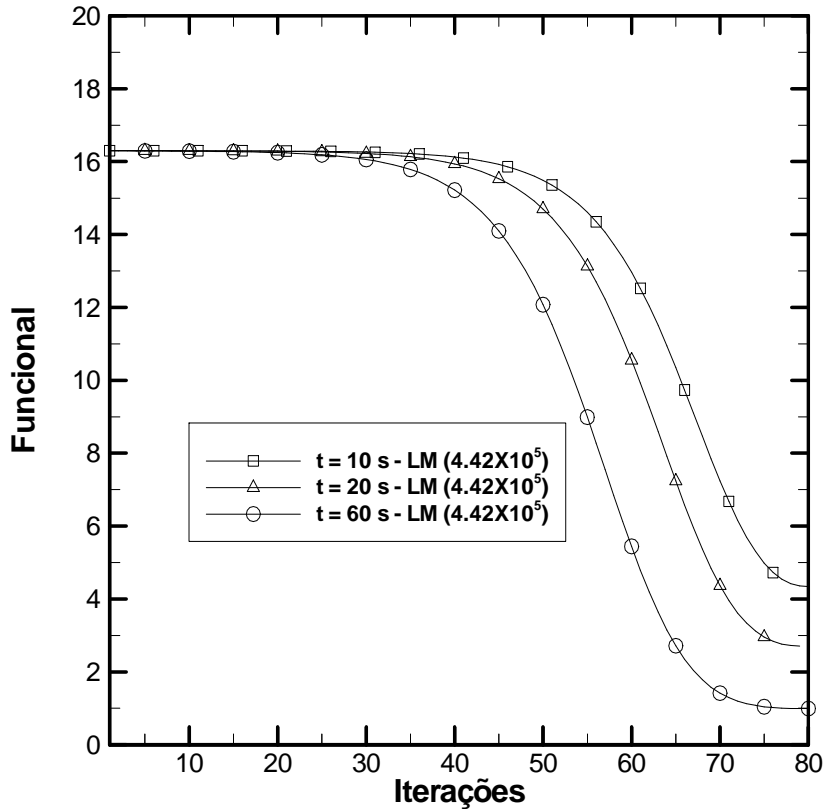


FIG. 7.36 Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D₃)

TAB. 7.14 Solução ótima para a curva D₄ com fonte constante via métodos determinísticos

t [s]	Método	Irradiância [W m ⁻²]	Funcional	Iterações
10	LM	3.2229×10 ⁴	2.2953	379
	MGC	2.7502×10 ⁴	2.2627	1000
	BFGS	2.7502×10 ⁴	2.2627	1000
20	LM	1.9863×10 ⁴	3.5605	209
	MGC	2.2985×10 ⁴	1.3901×10 ¹	1000
	BFGS	2.2985×10 ⁴	1.3901×10 ¹	1000
60	LM	9.4903×10 ³	5.4537	197
	MGC	1.1818×10 ⁴	1.3673×10 ¹	1000
	BFGS	1.1818×10 ⁴	1.3673×10 ¹	1000
Solução inicial		0.01		

TAB. 7.15 Solução ótima para a curva D₄ com fonte constante via métodos determinísticos

t [s]	Método	Irradiância [W m ⁻²]	Funcional	Iterações
10	LM	3.2229×10 ⁴	2.2953	379
	MGC	2.7502×10 ⁴	2.2627	1000
20	LM	1.9863×10 ⁴	3.5605	209
	MGC	2.2985×10 ⁴	1.3901×10 ¹	1000
60	LM	9.4903×10 ³	5.4537	197

	MGC	1.1818×10^4	1.3673×10^1	1000
Solução inicial		4.42×10^5		

A evolução térmica de determinados pontos da córnea é vista na FIG. 7.37, que associada a FIG. 7.38, provê embasamento para verificar se as temperaturas alcançadas estão agregadas a danos irreversíveis na córnea. Percebe-se que diante dos casos anteriores houve aumento da temperatura na córnea, alcançando a faixa de interesse, entre 65 °C e 85 °C. Pela FIG. 7.38 verifica-se dano irreversível na superfície da córnea, que atinge cerca de 70 °C. Porém o encolhimento da córnea é confirmado pelo dano térmico acumulado atingir valores superiores a 0.5 nos instantes finais.

O dano térmico acumulado nos períodos de 10, 20 e 60s para as soluções ótimas em cada intervalo é apresentado na FIG. 7.39. A função dano associada ao tempo 10s é a que se aproxima mais da curva ideal que representa 25% de dano térmico na córnea, isto é, a curva que é obtida como solução da integral de Henriques.

O funcional proveniente da solução ótima é analisado graficamente na FIG. 7.40 e percebe-se que após 150 iterações as soluções associadas a cada intervalo de tempo tende a um valor assintótico. Assim, o processo iterativo é interrompido quando a variação da solução a cada iteração é inferior a 1×10^{-10} .

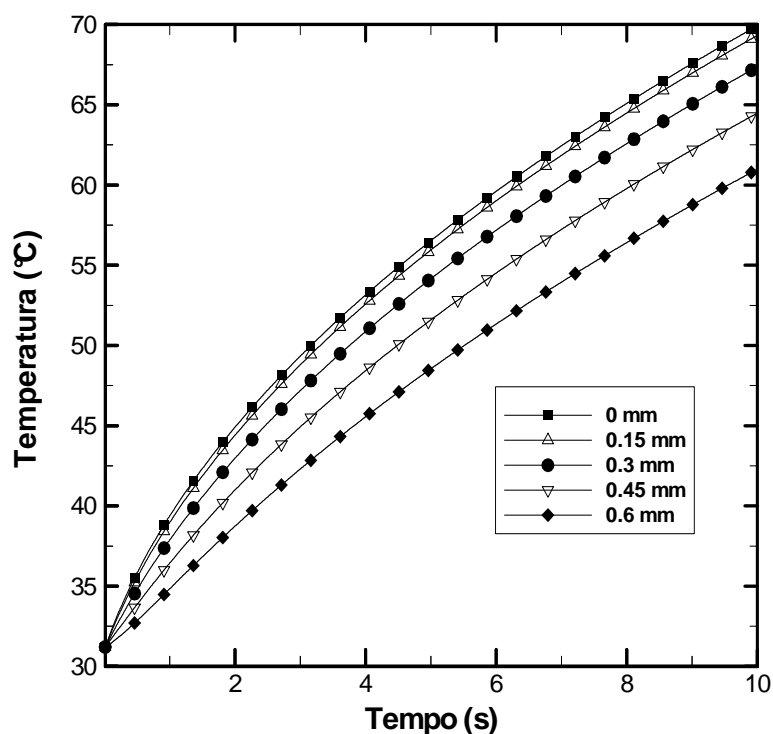


FIG. 7.37 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_4 com fonte constante em 10 s

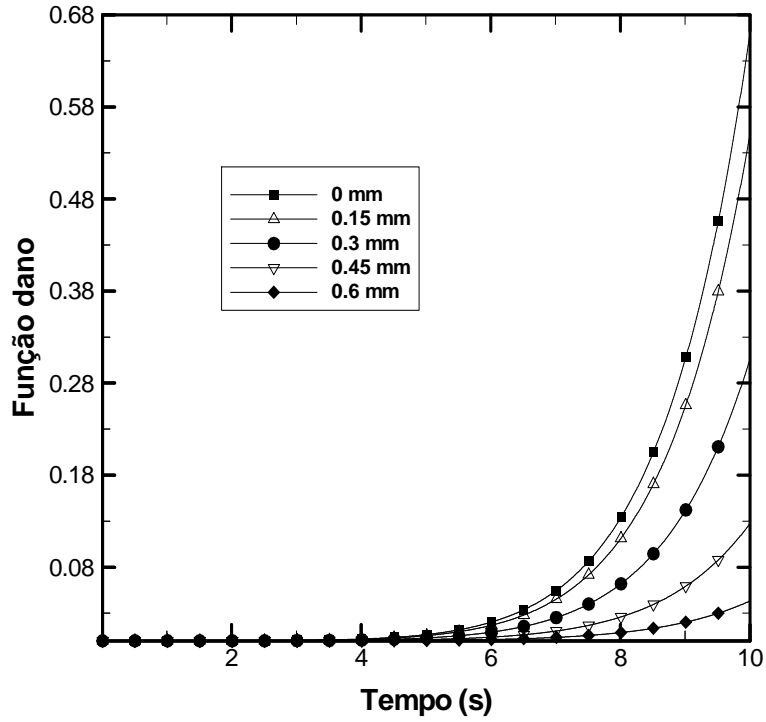


FIG. 7.38 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D₄ com fonte constante em 10 s

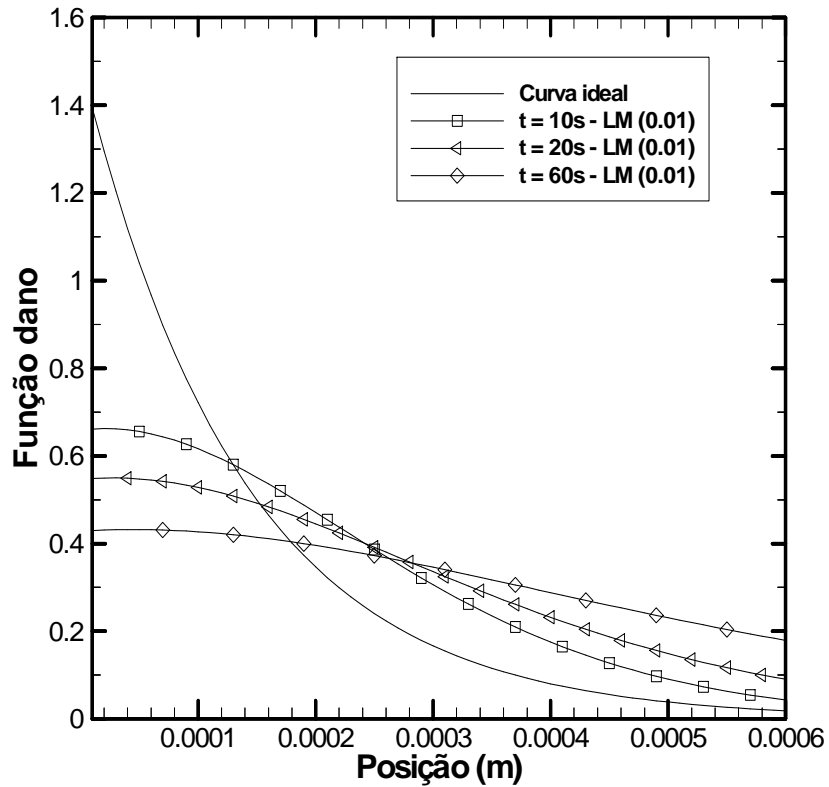


FIG. 7.39 Função dano para a curva D₄ com fonte constante após 10, 20 e 60 s

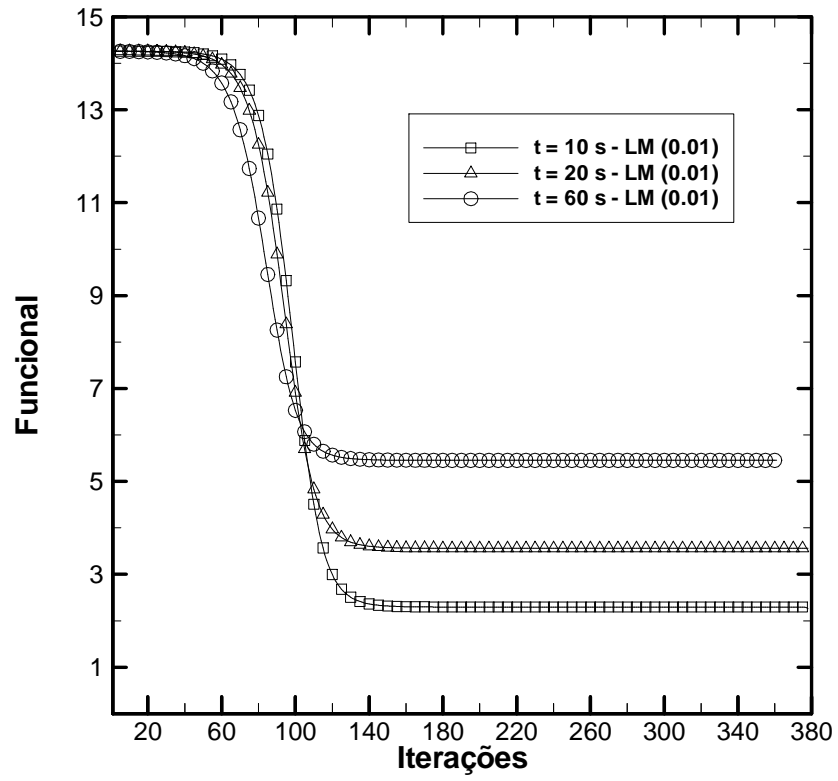


FIG. 7.40 Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_4)

As TABs. 7.16 e 7.17 exibem as soluções ótimas para o quinto caso de estudo, que se diferencia do anterior por representar dano térmico em metade da córnea, ou seja, até a profundidade de 0.3mm. Neste caso de estudo o funcional é melhor minimizado, atingindo ordem de grandeza na ordem de 10^{-1} . A solução ótima é fornecida pelo método LM para qualquer solução inicial em 10s com 81 iterações. Os demais métodos não obtiveram solução convergida. Independentemente da solução inicial dada, a solução final é a mesma, sendo convergida ou não.

TAB. 7.16 Solução ótima para a curva D_5 com fonte constante via métodos determinísticos

t [s]	Método	Irradiância [$W m^{-2}$]	Funcional	Iterações
10	LM	3.3931×10^4	4.9182×10^{-1}	81
	MGC	5.0157×10^4	1.0823×10^1	1000
	BFGS	5.0157×10^4	1.0823×10^1	1000
20	LM	2.1065×10^4	9.1495×10^{-1}	128
	MGC	2.4522×10^4	2.3190	1000
	BFGS	2.4522×10^4	2.3190	1000
60	LM	1.0144×10^4	3.1287	111
	MGC	1.0000×10^{-2}	2.9239×10^1	1000
	BFGS	1.0000×10^{-2}	2.9239×10^1	1000
Solução inicial		0.01		

TAB. 7.17 Solução ótima para a curva D_5 com fonte constante via métodos determinísticos

t [s]	Método	Irradiância [$W m^{-2}$]	Funcional	Iterações
10	LM	3.3930×10^4	4.9184×10^{-1}	81
	MGC	5.0157×10^4	1.0823×10^1	1000
20	LM	2.1065×10^4	9.1495×10^{-1}	129
	MGC	2.4522×10^4	2.3190×10^1	1000
60	LM	1.0144×10^4	3.1287	111
	MGC	1.1175×10^4	2.9239×10^1	1000
Solução inicial		4.42×10^5		

A FIG. 7.41 exhibe o campo de temperatura em 5 pontos da córnea e nota-se que na superfície a temperatura está entre 70 e 75 °C, o que é almejado em cirurgia refrativa a laser. Contudo, precisa-se conhecer o dano térmico acumulado que é ilustrado pela FIG. 7.42. Este mostra que na origem o dano acumulado é superior a 1. Por outro lado, é preciso manter o endotélio com níveis térmicos abaixo de 65 °C, fato que é observado neste caso. Além disso,

a lesão térmica é iniciada entre 8 e 9s. A curva referente ao dano térmico acumulado em 0.3mm atinge ao término de 10s o valor próximo de 0.5 conforme imposto pela a curva ideal.

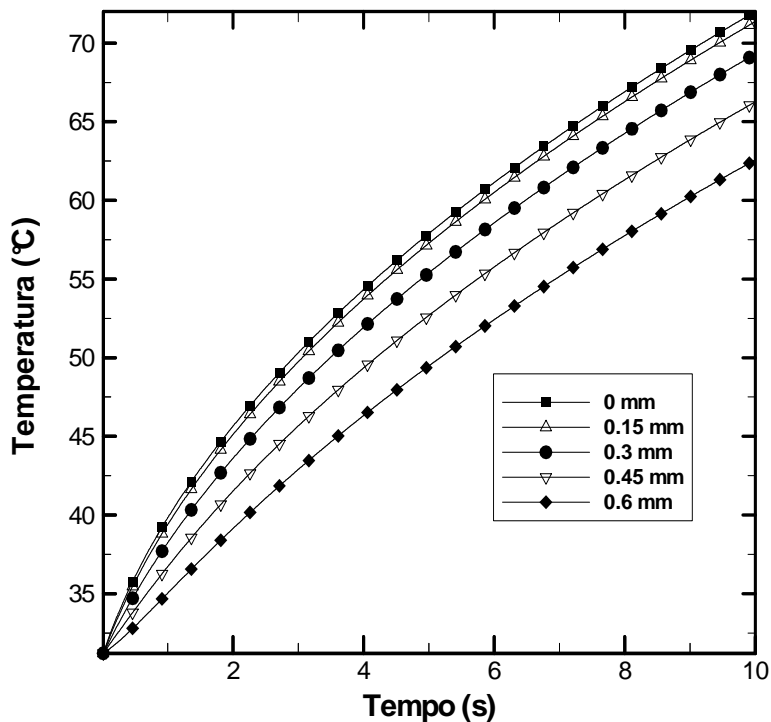


FIG. 7.41 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_5 com fonte constante em 10 s

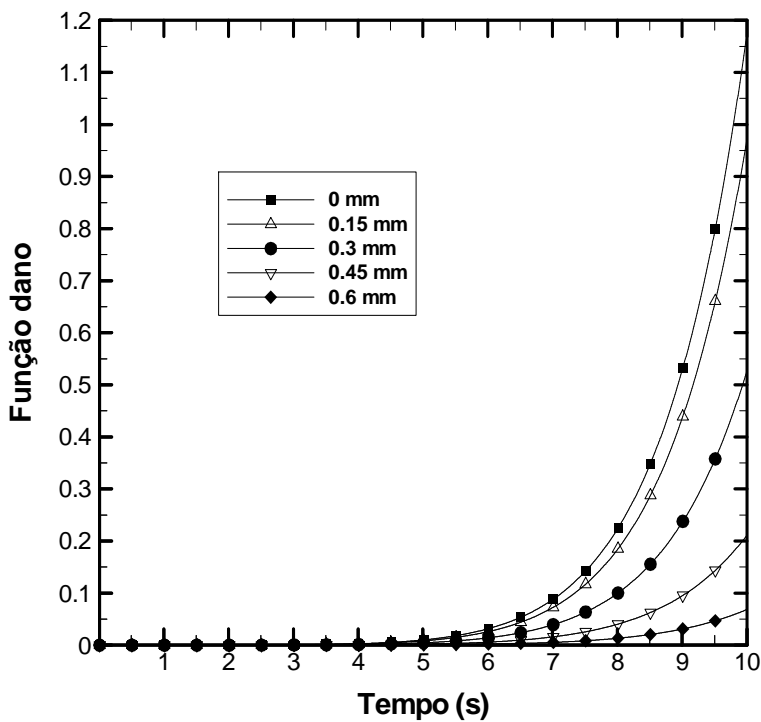


FIG. 7.42 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_5 com fonte constante em 10 s

A FIG. 7.43 exhibe bons resultados, tendo em vista os casos estudados anteriormente. Os resultados da integral de Henriques se aproximam relativamente bem da curva ideal e verifica-se que em 0.3mm a curva associada ao tempo 10s é a que mais se aproxima de 0.5 para o dano térmico. Esta mesma curva capta o comportamento, mas a que está relacionada ao tempo 20s consegue atingir o valor mínimo da função objetivo.

As mesmas soluções que originaram a FIG. 7.43 também geraram a FIG. 7.44, que mostra o comportamento do funcional para os mesmos intervalos de tempo por meio do mesmo método. Nota-se que em 30 iterações não existem alterações significativas. Já entre 30 e 70 iterações verifica-se um decaimento brusco dos 3 funcionais e que sem seguida tendem a um valor assintótico até atingir a convergência.

A sexta curva representa dano térmico em 75% da córnea e são vistos nas TABs. 7.18 e 7.19 as soluções alcançadas. Percebe-se que os resultados não foram satisfatórios para o método LM, com solução inicial 0.01, que nos casos estudados previamente apresentam bom desempenho. Os métodos BFGS e MGC obtiveram o limite inferior do intervalo como solução uma vez que durante o processo iterativo não alcançavam solução melhor que pertença ao intervalo de 0.01 a 4.42×10^5 . As soluções conseguidas com ordem de grandeza distintas geram valores para o funcional com mesma ordem de grandeza e bem próximas. A mesma análise vale para a TAB. 7.19, onde os valores mais elevados da irradiância são pouco discrepantes em relação ao da TAB. 7.18. A solução ótima é dada pelo método LM em 60s com solução inicial equivalente a 0.01.

As FIGs. 7.45 e 7.46 apresentam para 5 pontos da córnea a evolução térmica e o histórico do dano térmico acumulado, respectivamente. Na primeira ilustração pode-se perceber que a solução escolhida não ocasiona os gradientes de temperatura que aumentam significativamente a temperatura da córnea e, pela figura seguinte, verificam-se valores pouco relevantes para a integral de Henriques após 60s. Estes resultados atestam que os métodos não foram capazes de obter uma solução satisfatória, que garanta dano térmico em 75% da córnea.

Assim como os dois gráficos apresentados, os resultados analisados nas FIGs. 7.47 e 7.48 não são satisfatórios, na medida em que a função dano para 10, 20 e 60s não consegue se aproximar da função objetivo. Além disso, este aspecto é confirmado pelo funcional avaliado para os mesmos tempos, onde os valores são elevados se equiparados aos obtidos nesta pesquisa da otimização do laser na forma constante por meio dos métodos determinísticos.

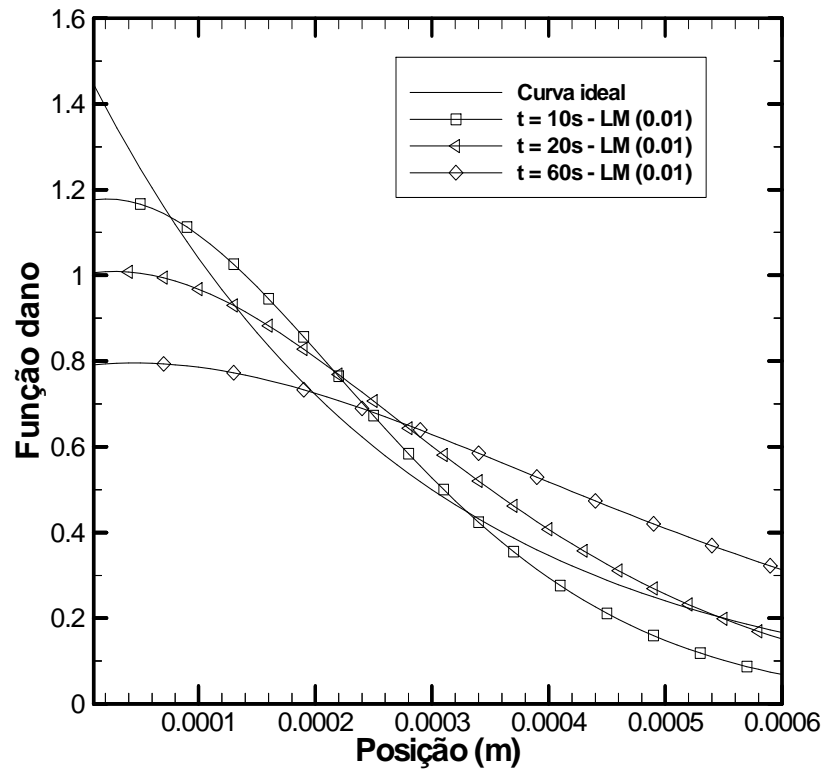


FIG. 7.43 Função dano para a curva D_5 com fonte constante após 10, 20 e 60 s

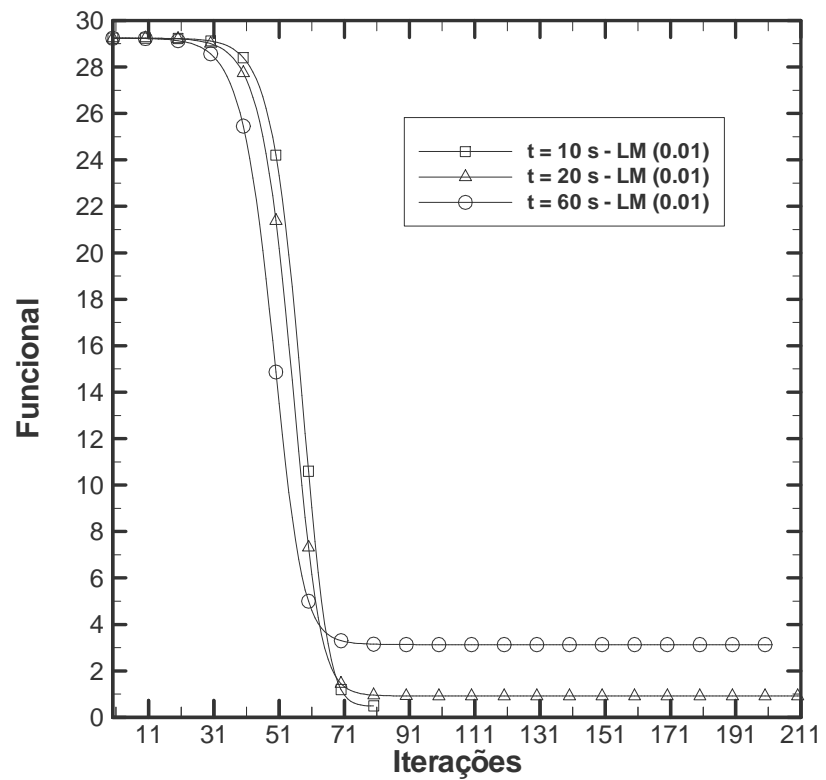


FIG. 7.44 Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_5)

TAB. 7.18 Solução ótima para a curva D_6 com fonte constante via métodos determinísticos

t [s]	Método	Irradiância [$W m^{-2}$]	Funcional	Iterações
10	LM	1.4414×10	4.2562×10^1	1000
	MGC	1.0000×10^{-2}	4.2562×10^1	1000
	BFGS	1.0000×10^{-2}	4.2562×10^1	1000
20	LM	9.3850	4.2561×10^1	1000
	MGC	1.0000×10^{-2}	4.2561×10^1	1000
	BFGS	1.0000×10^{-2}	4.2561×10^1	1000
60	LM	4.9904	4.2557×10^1	1000
	MGC	1.0000×10^{-2}	4.2557×10^1	1000
	BFGS	1.0000×10^{-2}	4.2557×10^1	1000
Solução inicial		0.01		

TAB. 7.19 Solução ótima para a curva D_6 com fonte constante via métodos determinísticos

t [s]	Método	Irradiância [$W m^{-2}$]	Funcional	Iterações
10	LM	1.4400×10^2	4.2562×10^1	1000
	MGC	4.1221×10^4	4.2562×10^1	1000
20	LM	9.3756	4.2561×10^1	1000
	MGC	2.7163×10^4	4.2561×10^1	1000
60	LM	4.9854	4.2557×10^1	1000
	MGC	1.4658×10^4	4.2557×10^1	1000
Solução inicial		4.42×10^5		

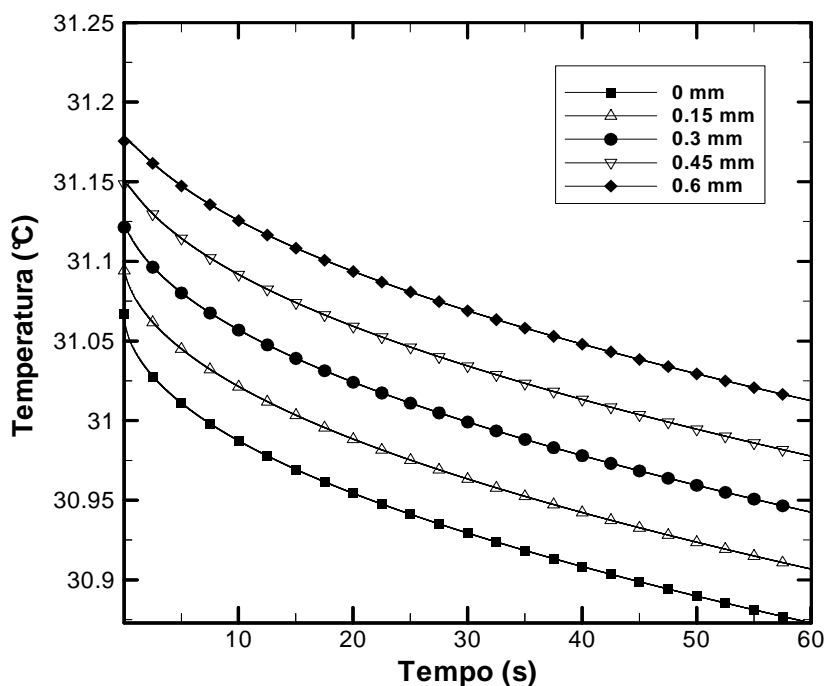


FIG. 7.45 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_6 com fonte constante em 60 s

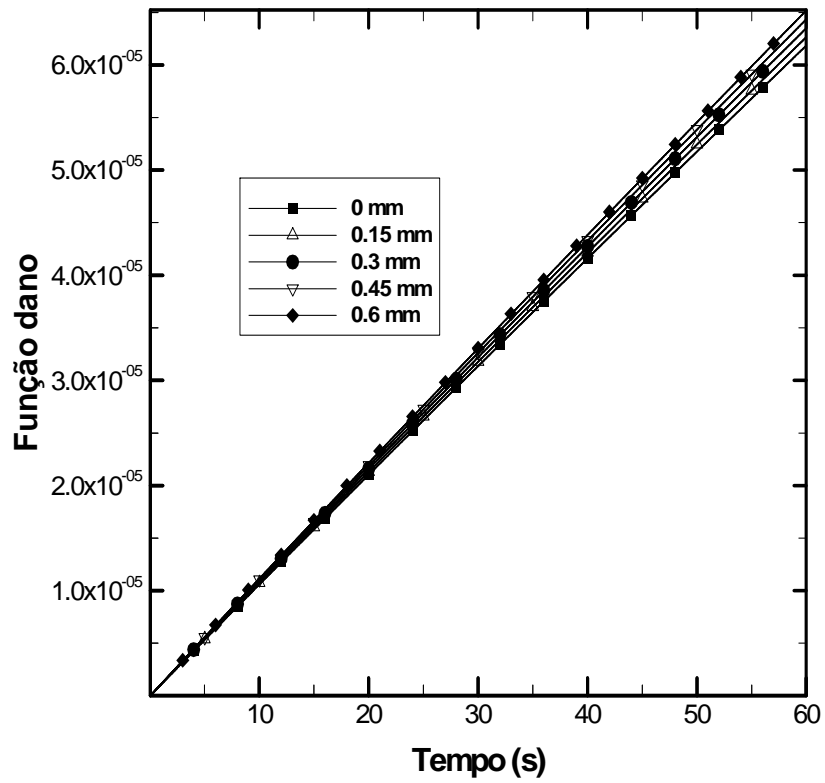


FIG. 7.46 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_6 com fonte constante em 60 s

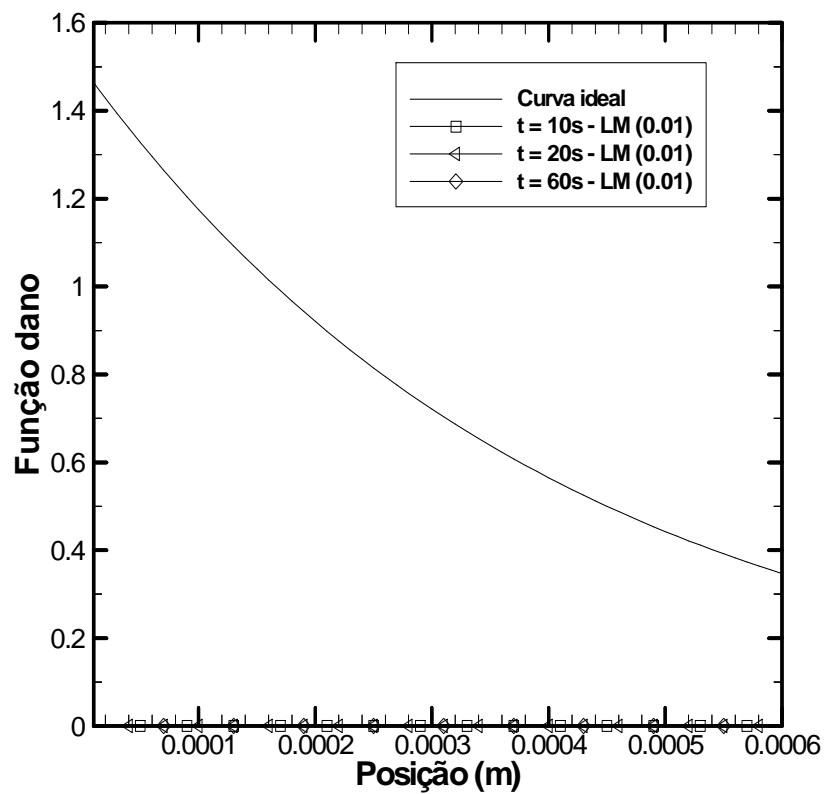


FIG. 7.47 Função dano para a curva D_6 com fonte constante após 10, 20 e 60 s

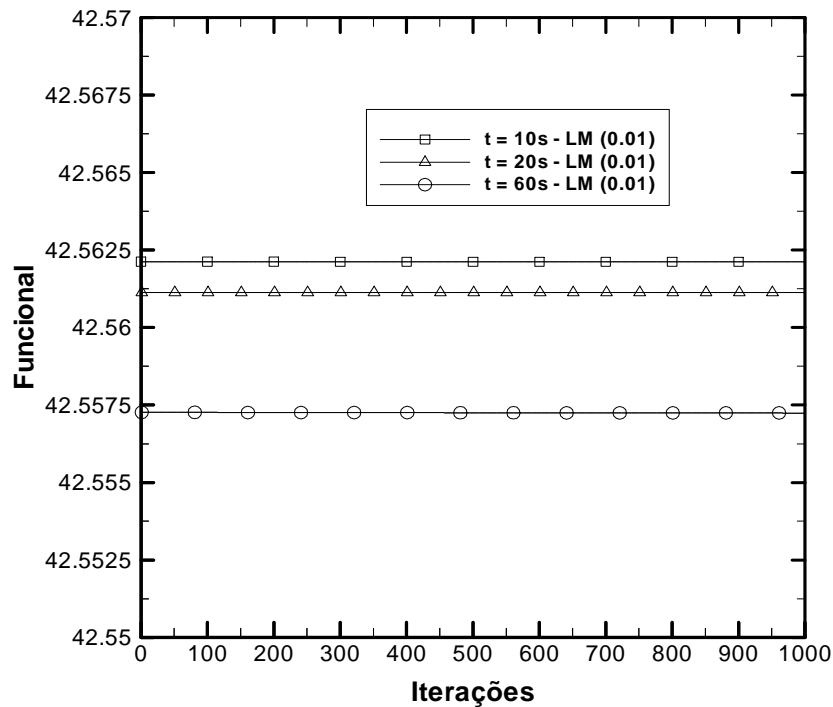


FIG. 7.48 Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_6)

7.3 RESULTADOS PARA OTIMIZAÇÃO DO LASER NA FORMA FUNCIONAL COM VARIAÇÃO TEMPORAL

Nesta seção são apresentados os resultados concernentes à otimização dos parâmetros que estão presentes na seguinte função:

$$S(t) = A \sin(f 2\pi t) \exp(-\nu t) \quad (7.3)$$

7.3.1 MÉTODOS HEURÍSTICOS

Esta seção discute a solução ótima obtida por meio dos métodos Enxame de Partículas e Evolução Diferenciada. Como mencionado, estes necessitam de um intervalo de busca para cada parâmetro envolvido na função. A TAB. 7.20 expõe os intervalos de busca empregados neste estudo, para a amplitude (A), frequência (f) e constante de decaimento do laser (ν). O intervalo relativo a amplitude foram elaborados com base no valor da potência para laser contínuo em Ooi et al. (2008). O intervalo da frequência é calculado usando a equação que

relaciona comprimento de onda e a frequência, onde o intervalo do comprimento de onda é fornecido por Ooi et al. (2008). O último intervalo referente à constante de decaimento é estipulado empiricamente segundo o comportamento da função exponencial envolvida no termo fonte proposto na forma funcional com variação temporal.

TAB. 7.20 Intervalos de busca

A [s ⁻¹]	f [Hz]	ν
[0, 4.42×10 ⁵]	[1.6043×10 ¹⁴ , 1.6216×10 ¹⁴]	[0.01, 1.75]

A quantidade de possíveis soluções por iteração é dada pela quantidade de indivíduos dividida pela quantidade de parâmetros. Assim, no processo iterativo cada parâmetro possui 20 ou 60 soluções para uma população com 60 ou 180 indivíduos, respectivamente.

O critério de parada consiste no cálculo da variação dos parâmetros e do funcional a cada iteração. Se todos apresentarem simultaneamente ordem de grandeza inferior a 10⁻¹⁰ e não houver variações dos parâmetros por 50 iterações, o método é interrompido. Do contrário são realizadas 1000 iterações.

O desempenho dos métodos é estabelecido pelo menor valor do funcional ou quantidade de iterações, no caso de mais de um método apresentar o mesmo valor para a função objetivo. O tempo computacional não é empregado como critério para o desempenho, uma vez que foi utilizado mais de um computador: Pentium IV 3.0 GHz com 3 Gb de memória RAM e Pentium Dual 2.16 GHz/2.17 GHz com 3 Gb de memória RAM.

Nas TABs. 7.21 a 7.26 estão disponíveis as seguintes informações: solução ótima atingida, número de iterações realizadas e o valor do funcional na última iteração. A quantidade de indivíduos na população é indicada entre parênteses abaixo da sigla do método empregado.

A primeira curva ideal para a função dano após específico intervalo de tempo (D₁) têm a solução ótima apresentada na TAB. 7.21, onde se pode ver que o critério de parada foi atingido. Para intervalo de tempo equivalente a 10 segundos, a solução ótima provém do método PS, cujo valor do funcional é 1.7632, obtido em 168 iterações com população de 180 indivíduos. Nota-se que, para o mesmo método com uma população com a terça parte de indivíduos, o desempenho foi discretamente inferior. Porém, a quantidade de iterações é significativa, exatamente 326 iterações a mais. Já para o intervalo de tempo intermediário, 20 s, o método PS associado a 180 indivíduos na população demonstra um desempenho inferior, com 286 iterações e funcional com valor de 1.8105. No último intervalo de tempo, o mesmo

método para a mesma população obtém a solução ótima, com valor do funcional equivalente a 1.8205 e 64 iterações. Percebe-se que o método DE não apresenta funcional inferior a 2 e iteração superior a 90.

De posse dos resultados, verifica-se quanto menor for o tempo de exposição do tecido ao laser, melhor é a solução.

O método Evolução Diferenciada não atingiu bons resultados perante o método Enxame de Partículas, que melhor minimizou o funcional. A sigla de cada método apresenta subscrito entre parênteses onde se indica a quantidade de possíveis soluções por parâmetro, 20 ou 60. Divide-se o número subscrito pela quantidade de parâmetros para conhecer quantos parâmetros são tomados aleatoriamente no processo iterativo.

TAB. 7.21 Solução ótima para a curva D_1 com fonte senoidal via métodos heurísticos

Método	t [s]	A [s^{-1}]	f [$\times 10^{14}$ Hz]	ν	Funcional	Iterações
DE ₍₆₀₎	10 s	2.1833×10^4	1.6043	1.0000×10^{-2}	2.2924	67
	20 s	1.0295×10^5	1.6043	6.3285×10^{-1}	2.1732	81
	60 s	4.5531×10^4	1.6043	2.0654×10^{-1}	2.4752	67
DE ₍₁₈₀₎	10 s	1.8322×10^5	1.6043	1.4388	2.0849	54
	20 s	1.5936×10^5	1.6043	1.1955	2.0826	52
	60 s	1.8705×10^5	1.6043	1.5986	2.5437	51
PS ₍₆₀₎	10 s	2.2181×10^5	1.6216	1.7500	1.8243	494
	20 s	1.1946×10^5	1.6213	8.5432×10^{-1}	2.0346	301
	60 s	1.3635×10^5	1.6055	1.0428	1.9676	213
PS ₍₁₈₀₎	10 s	2.6561×10^5	1.6099	1.7500	1.7632	168
	20 s	2.4423×10^5	1.6109	1.7496	1.8105	286
	60 s	2.2406×10^5	1.6043	1.7500	1.8205	64

As curvas mostradas nas FIGs. 7.49 e 7.50 referem-se ao método PS₍₁₈₀₎, que obteve a solução ótima, associado ao intervalo de 10s. Na FIG. 7.49 as temperaturas mais altas são atingidas nos tempos iniciais. Na superfície da córnea a mesma não excede 70°C e no endotélio não atinge 55°C. Com isso, não há o encolhimento máximo da córnea, mas o endotélio não sofre dano térmico, conforme desejado. Tal afirmação pode ser vista mais claramente pela FIG. 7.50, a qual ilustra a evolução temporal da função dano. De acordo com este gráfico, os tecidos não sofrem nenhum dano, já que $\Omega < 0.5$.

A FIG. 7.51 exibe o comportamento da função dano ao longo da córnea, para as soluções ótimas referentes ao método PS₍₁₈₀₎ e 10, 20 e 60s. Nesta situação, o tempo de aplicação do laser não possui influência significativa para a recuperação da curva ideal. Além disso, ambas

as soluções ótimas geraram curvas semelhantes para a função dano. Isto pode ser observado também pela FIG. 7.52, onde os valores atingidos pelo funcional são próximos.

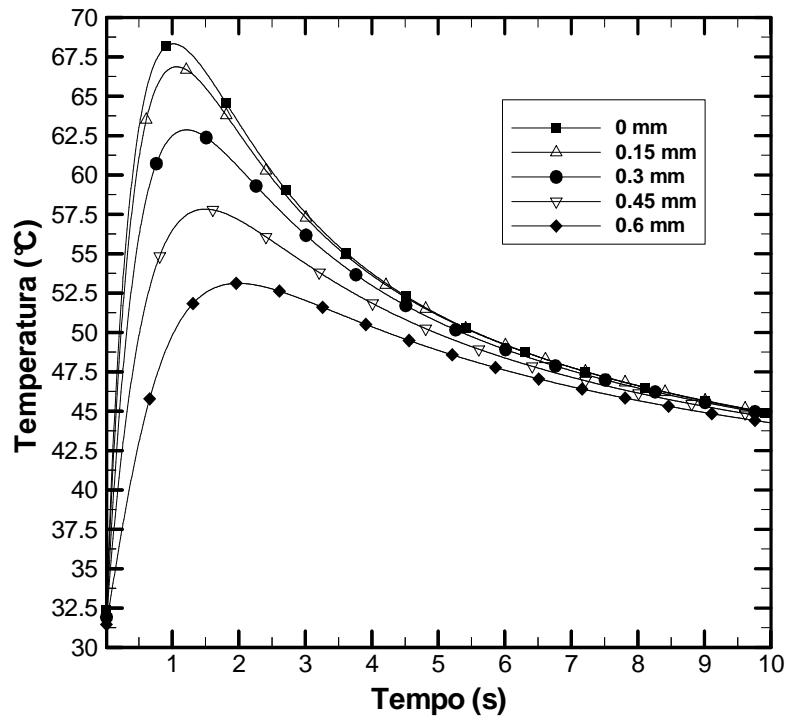


FIG. 7.49 Temperatura em pontos da córnea para a curva D₁ com fonte senoidal em 10s

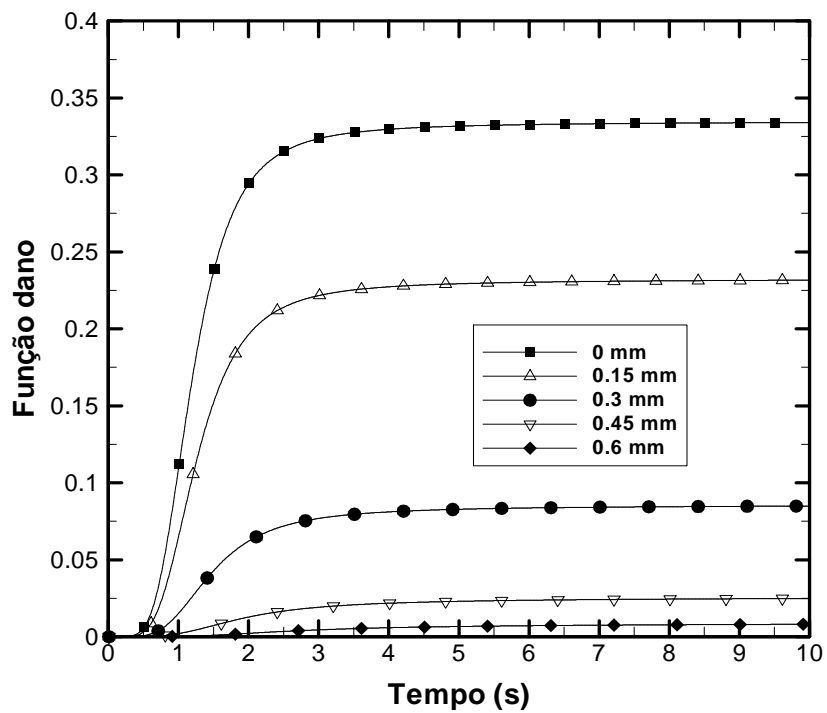


FIG. 7.50 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D₁ com fonte senoidal em 10 s

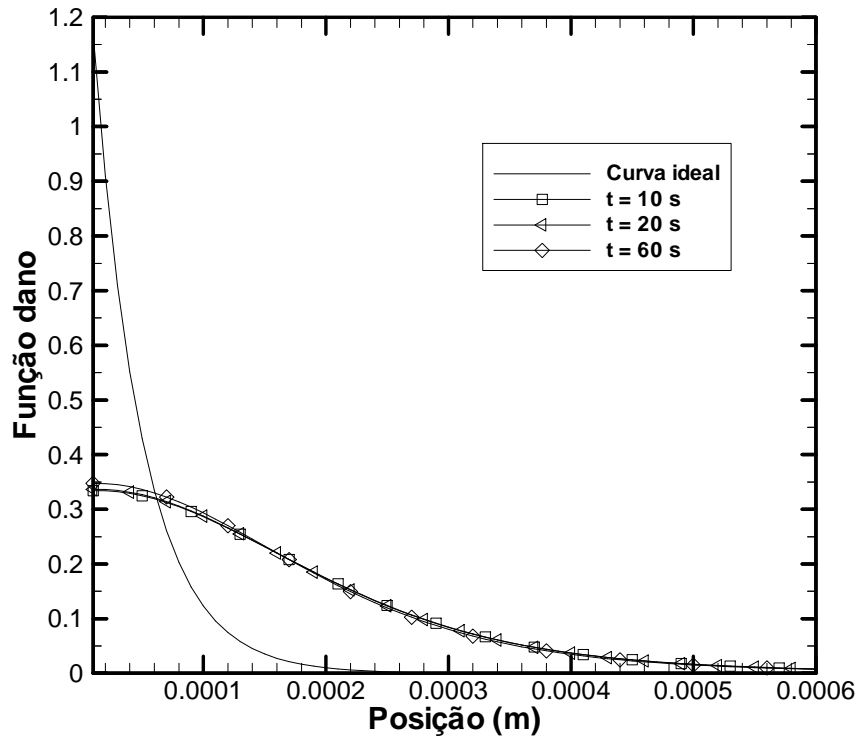


FIG. 7.51 Função dano para a curva D_1 com fonte senoidal após 10, 20 e 60 s

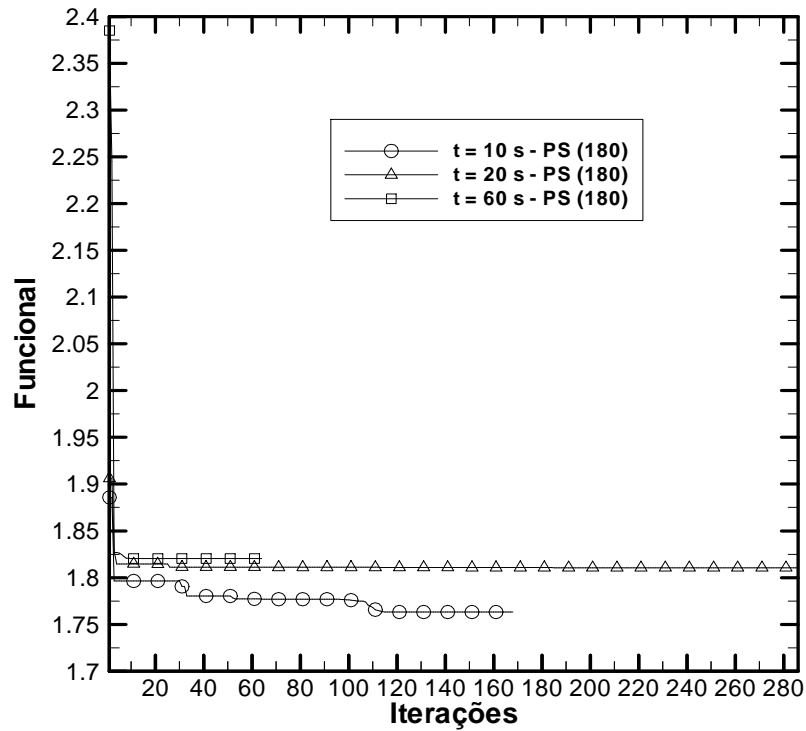


FIG. 7.52 Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_1)

As melhores soluções que aproximam o funcional da curva D_2 estão dispostas na TAB. 7.22. Em todos os casos estudados o critério de parada é satisfeito. Para o menor intervalo de tempo (10 s) têm-se o funcional melhor minimizado pelo método $PS_{(180)}$ e o valor do funcional igual a 5.7553. Este é sutilmente inferior ao valor do funcional oriundo do método $DE_{(180)}$, que por outro lado, realiza uma quantidade significativamente inferior de iterações. Nos intervalos de 20 e 60 s, o método Evolução Diferenciada ($DE_{(60)}$) obtém as melhores soluções. No entanto, neste último intervalo o funcional é mais minimizado atingindo o valor de 4.0802 em 63 iterações. A ordem de grandeza da amplitude varia de 10^4 a 10^5 e a constante de decaimento varia de 0.05 a 1.75 (limite superior do intervalo de busca).

TAB. 7.22 Solução ótima para a curva D_2 com fonte senoidal via métodos heurísticos

Método	t [s]	A [s^{-1}]	f [$\times 10^{14}$ Hz]	ν	Funcional	Iterações
$DE_{(60)}$	10 s	2.5324×10^4	1.6043	1.1570×10^{-2}	6.2690	229
	20 s	3.3028×10^4	1.6216	1.0565×10^{-1}	4.7211	102
	60 s	2.1226×10^4	1.6043	4.5410×10^{-2}	4.0802	63
$DE_{(180)}$	10 s	3.9065×10^4	1.6043	1.0854×10^{-1}	5.8212	81
	20 s	1.7512×10^4	1.6043	1.0000×10^{-2}	4.9815	77
	60 s	1.0579×10^4	1.6043	1.0000×10^{-2}	4.0981	91
$PS_{(60)}$	10 s	2.4741×10^5	1.6049	1.7500	8.3076	187
	20 s	2.1404×10^5	1.6139	1.4565	8.0593	289
	60 s	1.2586×10^5	1.6043	7.1466×10^{-1}	7.0415	364
$PS_{(180)}$	10 s	4.8177×10^4	1.6101	1.8044×10^{-1}	5.7553	623
	20 s	5.0086×10^4	1.6066	1.9355×10^{-1}	5.7512	400
	60 s	7.6193×10^4	1.6051	3.6294×10^{-1}	6.0825	283

A FIG. 7.53 ilustra o campo térmico por um período de 60 s para a solução ótima obtida pelo $DE_{(60)}$. Nota-se que o crescimento da temperatura ocorre nos primeiros 20s, alcançando um valor máximo em torno de 60°C na superfície da córnea. Além disso, a mesma não ultrapassa 58°C na camada mais interna do endotélio. No término do tempo de exposição ao laser a córnea atinge, praticamente, em suas três camadas (epitélio, estroma e endotélio) uma distribuição homogênea da temperatura. As discretas oscilações decorrem da maneira pela qual o termo fonte foi proposto, especificamente em consequência do seno.

A FIG. 7.54 exhibe o dano térmico acumulado nas mesmas posições da FIG. 7.53. Conforme esperado, na camada mais externa do epitélio verifica-se um dano mais significativo. Por outro lado, o endotélio permanece ileso, como desejado.

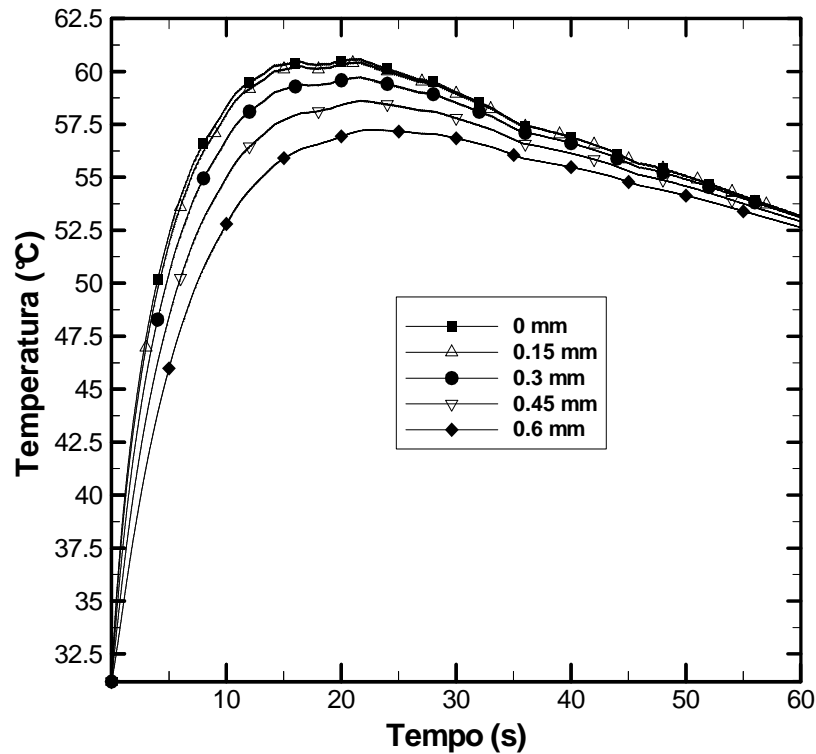


FIG. 7.53 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_2 com fonte senoidal em 60s

Na FIG. 7.55 encontram-se as curvas obtidas para a função dano na forma funcional degrau, para os métodos que mostraram melhor desempenho em cada intervalo de tempo. O método $DE_{(60)}$ aproximou-se mais da função dano ideal para a camada mais interna da córnea, no período de 60s. De fato, pela FIG. 7.55 pode-se observar que o dano térmico é em torno de 0.3, no término da aplicação do laser. Ou seja, próximo ao valor de base da função ideal imposta. O $PS_{(180)}$ em 10 s obteve o maior valor para a função dano na superfície da córnea, porém, este é inferior a 1. Sendo assim, nenhum dos métodos atingiu o dano irreversível de 1.5.

A FIG. 7.56 exibe a evolução da função objetivo em relação ao número de iterações, com os respectivos intervalos de tempo e métodos escolhidos. A função objetivo representa o dano acumulado em cada ponto da córnea em um determinado intervalo. Pode ser observado para uma mesma quantidade de indivíduos, que conforme aumenta o tempo de aquecimento do tecido, mais minimizado é o funcional. Portanto, a solução ótima correspondente irá gerar uma aproximação mais precisa para a função dano ideal. De fato, como visto no resultado gráfico apresentado na FIG. 7.55, há indícios que o método $DE_{(60)}$ conseguiu recuperar melhor a função dano em 60s. Em contrapartida, o método $PS_{(180)}$ não teve um bom desempenho, visto que minimizou menos o funcional.

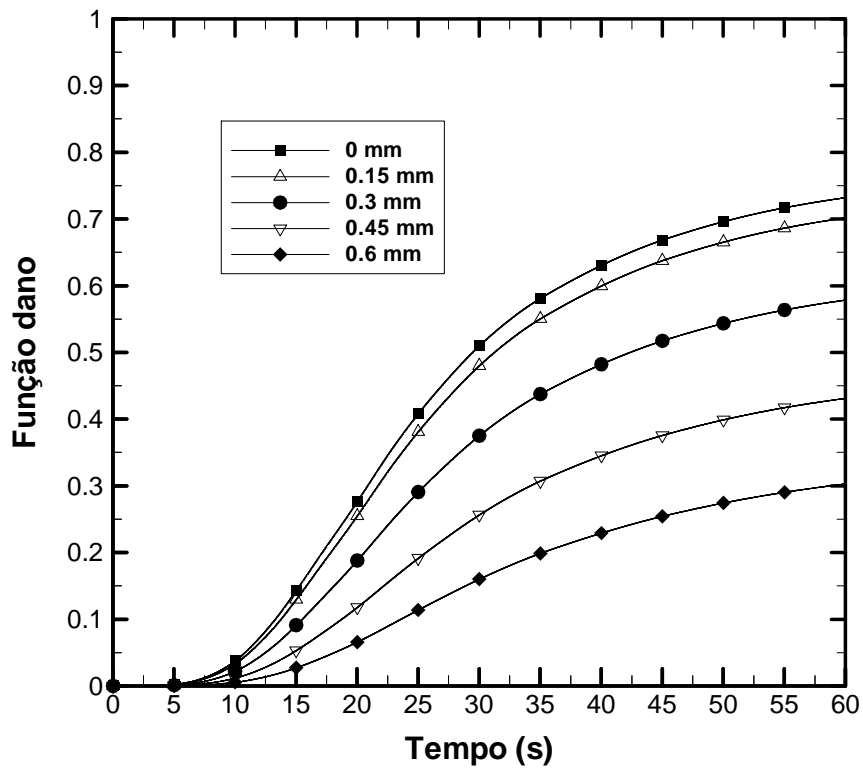


FIG. 7.54 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_2 com fonte senoidal em 60 s

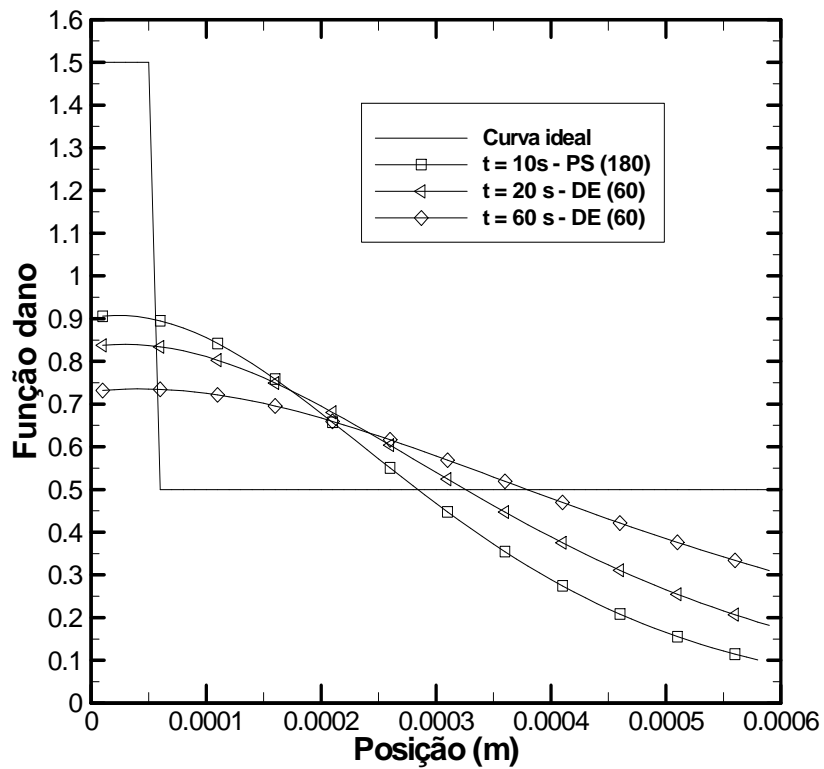


FIG. 7.55 Função dano para a curva D_2 com fonte senoidal após 10, 20 e 60 s

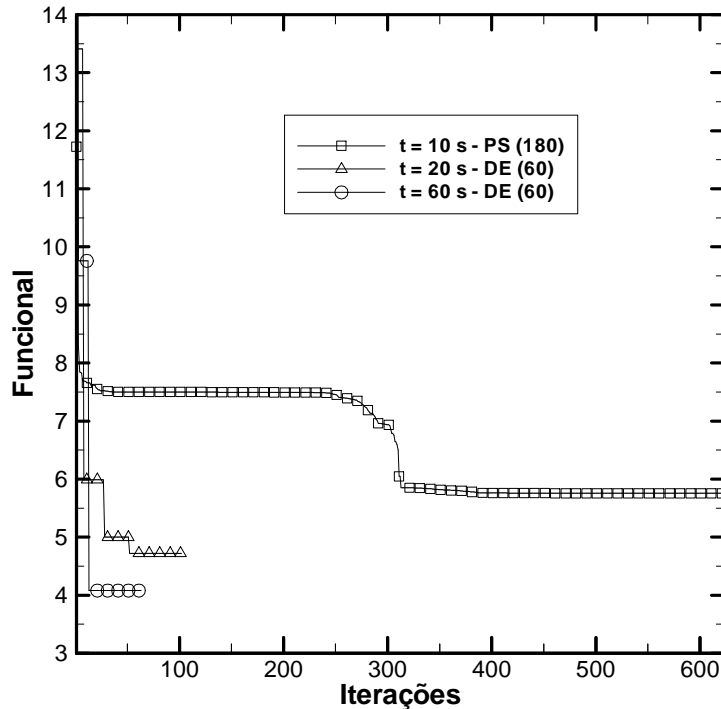


FIG. 7.56 Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_2)

Na TAB. 7.23 o funcional apresenta dois valores inferiores a 1, diferentemente dos resultados verificados nas curvas D_1 e D_2 . A amplitude apresenta variação na ordem de grandeza entre 10^4 e 10^5 , enquanto a constante de decaimento varia entre 0.02 e 1.7. A minimização do funcional por meio do Método Enxame de Partículas não obteve resultados satisfatórios. Por outro lado, o método DE atingiu os menores valores para o funcional nos intervalos de tempo estudados, quando associado a um intervalo de tempo maior. Equiparando os resultados para o método DE, verifica-se que não há influência significativa nas soluções ótimas para 60s, tendo em vista que há uma pequena discrepância entre os valores atingidos na minimização do funcional. É válido ressaltar que em todas as simulações não foi utilizado o número máximo de iterações.

A FIG. 7.57 mostra a evolução do aquecimento na córnea ao longo de 60s, para o método $DE_{(180)}$. O maior aumento de temperaturas observado foi aproximadamente de 28°C , na região do epitélio.

O perfil do dano acumulado em cada camada da córnea é ilustrado na FIG. 7.58. É possível observar que a função dano atinge seu valor limite de início do dano térmico irreversível de 0.6 ao término da aplicação do laser, nas regiões próximas a superfície da córnea. Por outro lado, as camadas mais internas sofrem menos efeitos pelo calor gerado pelo

laser, e por conseqüência acumulam menos calor, apresentando valores mais baixos no cálculo do dano térmico.

TAB. 7.23 Solução ótima para a curva D₃ com fonte senoidal via métodos heurísticos

Método	Tempo [s]	Amplitude [s ⁻¹]	Freqüência [$\times 10^{14}$ Hz]	ν	Funcional	Iterações
DE ₍₆₀₎	10 s	2.5116×10^4	1.6043	1.3442×10^{-2}	4.2378	106
	20 s	7.1203×10^4	1.6043	3.2671×10^{-1}	4.0546	52
	60 s	1.0414×10^4	1.6043	1.0000×10^{-2}	9.5988×10^{-1}	84
DE ₍₁₈₀₎	10 s	5.0258×10^4	1.6043	1.8668×10^{-1}	3.6504	52
	20 s	3.5588×10^4	1.6043	9.0706×10^{-2}	3.7542	58
	60 s	1.3302×10^4	1.6043	1.9259×10^{-2}	8.6183×10^{-1}	135
PS ₍₆₀₎	10 s	1.4855×10^5	1.6112	9.0875×10^{-1}	7.3653	337
	20 s	3.5004×10^5	1.6185	1.6672	7.9411	55
	60 s	1.5767×10^5	1.6146	9.8060×10^{-1}	7.4877	118
PS ₍₁₈₀₎	10 s	8.2345×10^4	1.6112	4.0476×10^{-1}	6.2012	407
	20 s	4.9129×10^4	1.6169	1.8669×10^{-1}	5.7486	428
	60 s	4.8298×10^4	1.6205	1.8419×10^{-1}	5.7554	743

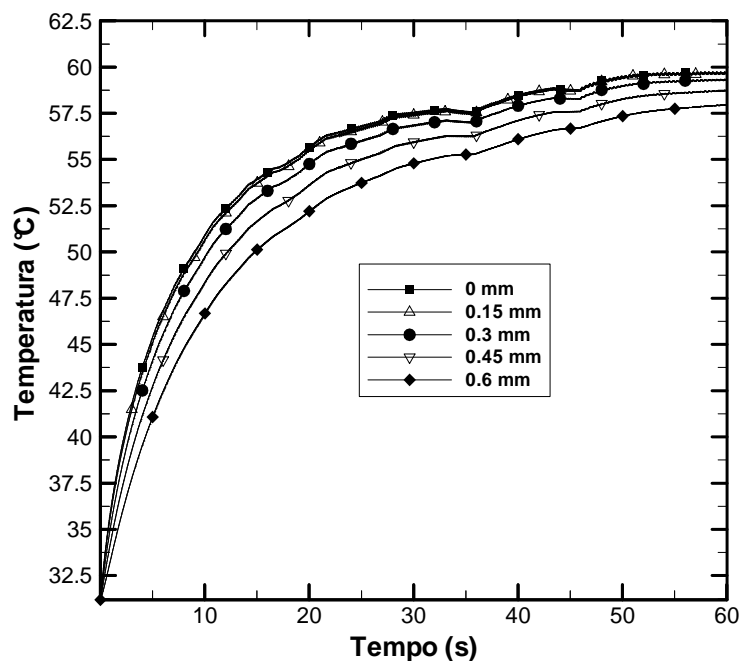


FIG. 7.57 Temperatura em pontos da córnea para a curva D₃ com fonte senoidal em 60s

A FIG. 7.59 exibe o comportamento da função dano para as melhores soluções obtidas pela análise da TAB. 7.23. Observa-se que independentemente do intervalo de tempo adotado,

o método teve dificuldade em recuperar a função dano ideal. Tal observação pode ser confirmada pela FIG. 7.60, onde o funcional permanece praticamente inalterado.

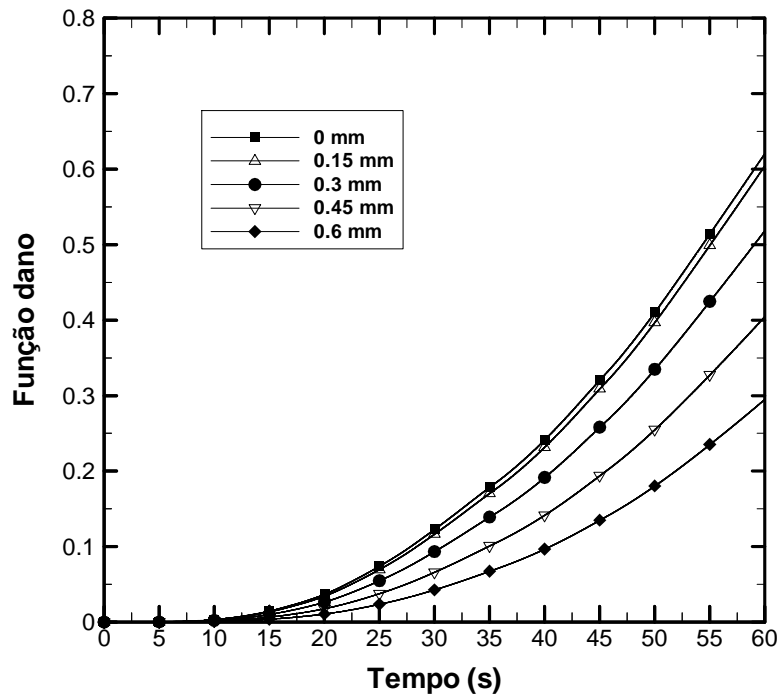


FIG. 7.58 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_3 com fonte senoidal em 60 s

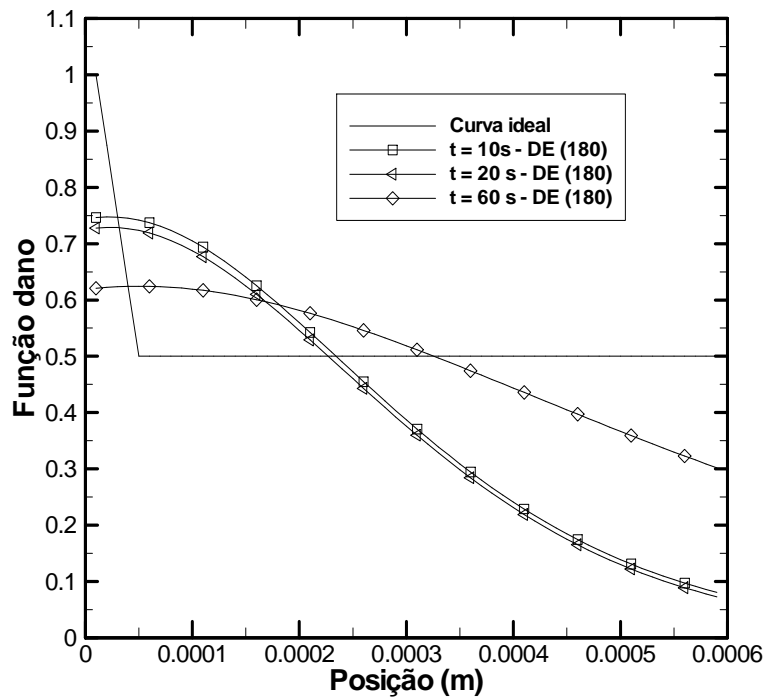


FIG. 7.59 Função dano para a curva D_3 com fonte senoidal após 10, 20 e 60 s

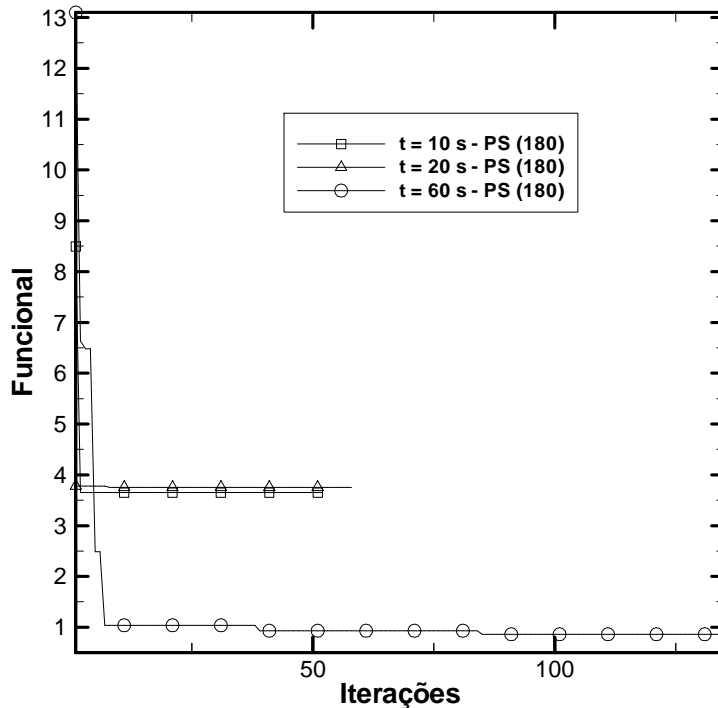


FIG. 7.60 Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_3)

Na TAB. 7.24 estão presentes as soluções ótimas para a curva ideal que representa o dano térmico em 25% da córnea a partir da camada mais externa da mesma. O menor valor do funcional é 0.064 após 151 iterações por meio do método $PS_{(180)}$ e em todos os resultados o critério de convergência é atingido. Para todos os intervalos de tempo o método PS com 180 indivíduos obteve o melhor desempenho. A amplitude apresenta valores que possuem ordem de grandeza de 10^4 até 10^5 e emprega-se o valor correspondente ao limite superior do intervalo de busca no intervalo de 60 segundos para a constante de decaimento na simulação do método $PS_{(180)}$.

A FIG. 7.61 expõe o campo térmico em determinados pontos da córnea para as soluções ótimas obtidas pelo método $PS_{(180)}$, durante 20s de aplicação do laser. As variações de temperaturas são mais pronunciadas se equiparadas às obtidas nas simulações anteriores, sendo estas no máximo 72.5°C e no mínimo 55°C , em 2s. Tendo em vista que no endotélio a temperatura não deve superar 65°C , espera-se que nesta região o tecido não seja danificado pelo calor depositado pelo laser. Cabe ressaltar que as oscilações no perfil de temperatura representa uma característica da função proposta para o termo fonte, que apresenta o seno como um de seus termos. Pela FIG. 5.62 o comportamento da função dano em cada camada torna evidente que o valor da mesma não atinge 0.5 nesta região. Contudo, na superfície da córnea observa-se um aumento considerável no valor da função dano.

TAB. 7.24 Solução ótima para a curva D₄ com fonte senoidal via métodos heurísticos

Método	t [s]	A [s ⁻¹]	f [$\times 10^{14}$ Hz]	ν	Funcional	Iterações
DE ₍₆₀₎	10 s	2.6302×10^4	1.6043	2.4781×10^{-2}	2.3034	57
	20 s	1.5384×10^4	1.6043	1.0000×10^{-2}	3.2525	83
	60 s	1.1102×10^5	1.6043	6.7410	2.5213	56
DE ₍₁₈₀₎	10 s	1.5606×10^5	1.6043	9.7285×10^{-1}	1.0841	52
	20 s	1.8507×10^5	1.6093	1.2622	2.8981	52
	60 s	2.2310×10^5	1.6043	1.7136	2.0899	54
PS ₍₆₀₎	10 s	1.9138×10^5	1.6098	1.3019	8.5630×10^{-1}	186
	20 s	2.4662×10^5	1.6043	1.7500	6.7225×10^{-1}	66
	60 s	2.1435×10^5	1.6125	1.4475	7.9039×10^{-1}	196
PS ₍₁₈₀₎	10 s	2.5144×10^5	1.6200	1.7500	6.6913×10^{-1}	171
	20 s	2.7353×10^5	1.6096	1.7500	6.4369×10^{-1}	151
	60 s	2.4463×10^5	1.6174	1.7500	6.7562×10^{-1}	176

A FIG. 7.63 ilustra o perfil para a função dano obtido pelas soluções ótimas gerada pelo método PS₍₁₈₀₎. A partir dessa figura, pode-se observar que a função dano gerada na otimização dos parâmetros resulta em curvas idênticas para qualquer intervalo de tempo. Portanto, esperam-se discretas diferenças entre os valores atingidos pela função objetivo, conforme verificado na FIG. 7.64.

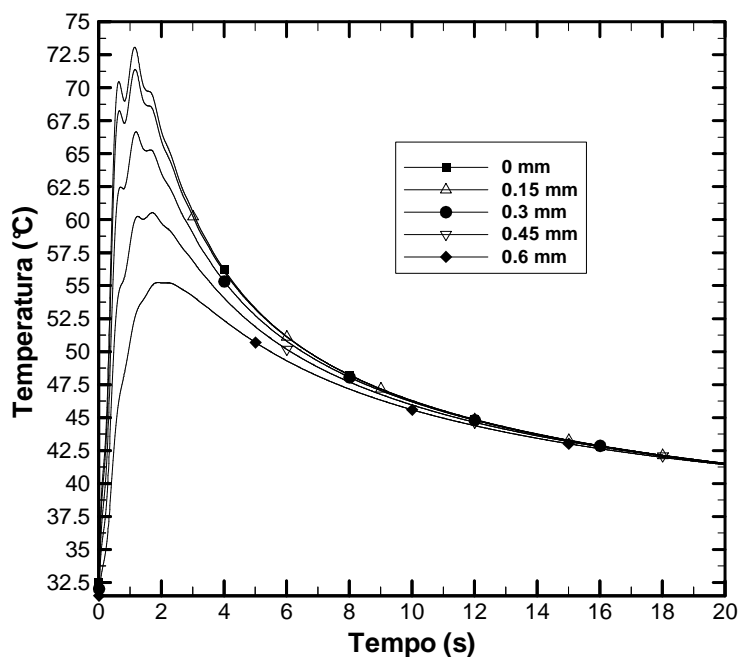


FIG. 7.61 Temperatura em pontos da córnea para a curva D₄ com fonte senoidal em 20s

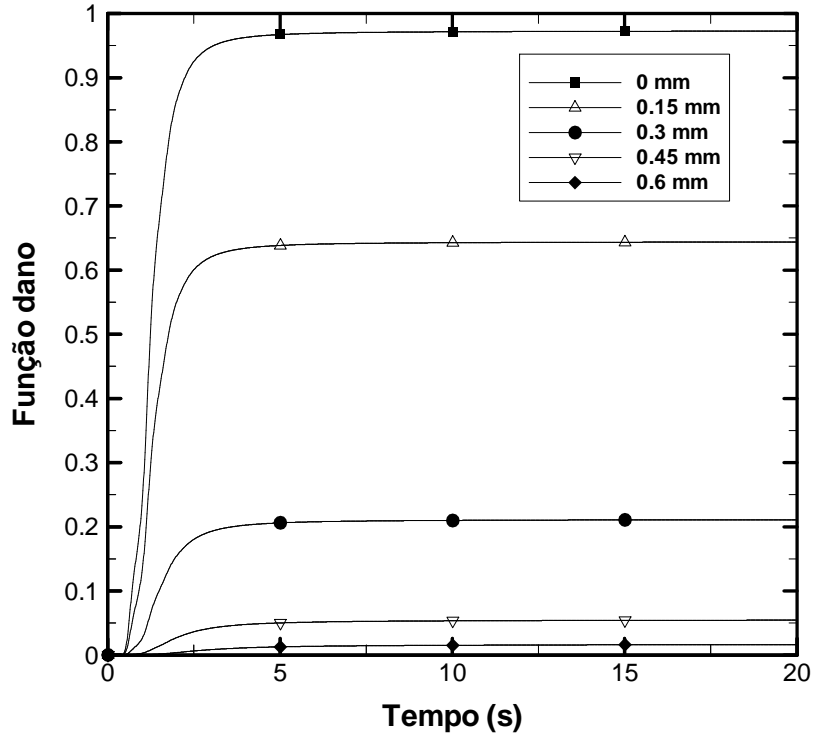


FIG. 7.62 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_4 com fonte senoidal em 20 s

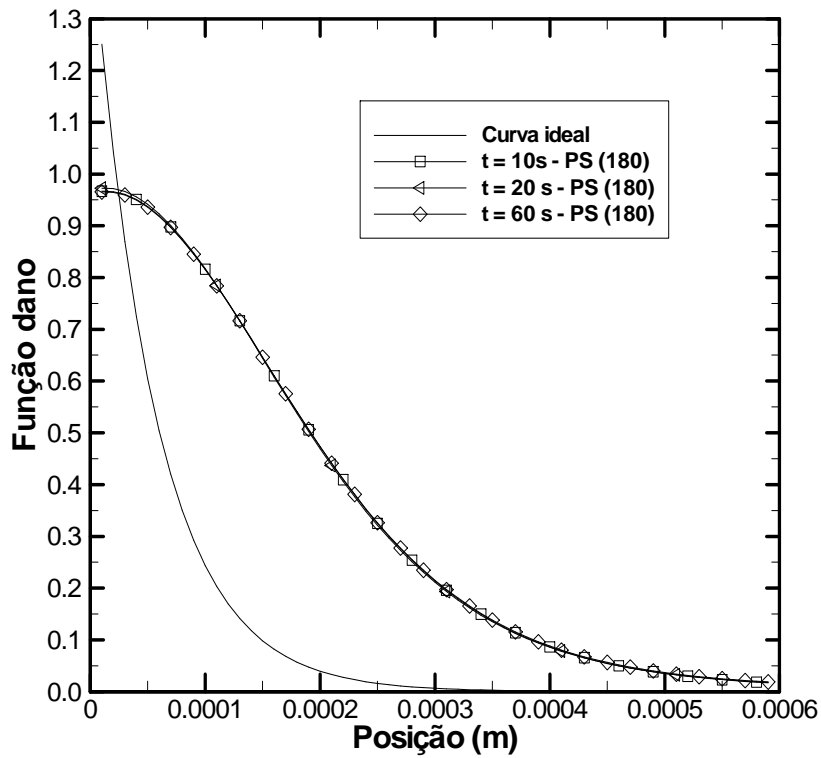


FIG. 7.63 Função dano para a curva D_4 com fonte senoidal após 10, 20 e 60 s

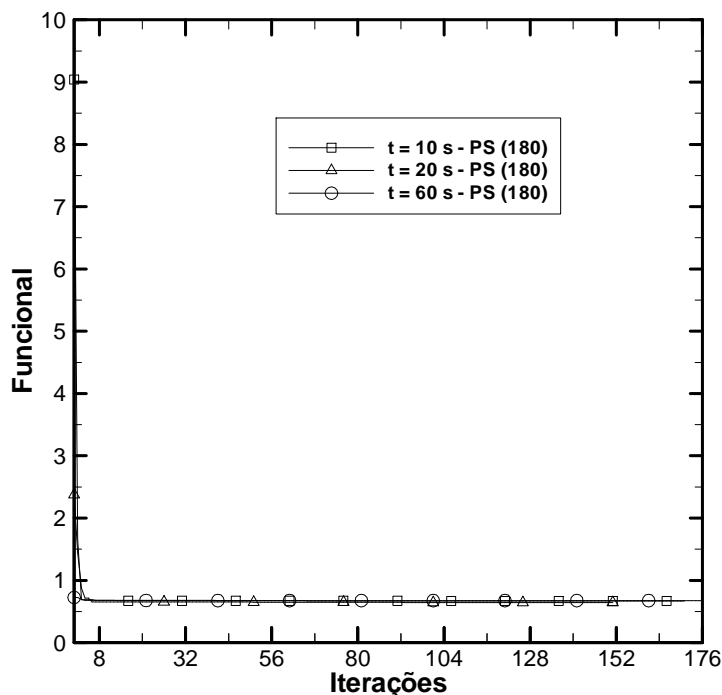


FIG. 7.64 Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D₄)

A TAB. 7.25 exhibe os resultados da otimização dos parâmetros que visam representar o dano térmico na córnea equivalente a uma profundidade de 50% da mesma a partir da superfície. Nota-se que a grandeza da amplitude, tal como nas curvas ideais anteriores, varia na ordem de 10^4 a 10^5 , enquanto que a constante de decaimento aparece compreendida entre 10^{-2} e 1.71. O critério de convergência estabelecido é alcançado em cada caso de estudo. O melhor desempenho é aferido para o método PS com 60 possíveis soluções a cada iteração, que conseguiu funcional equivalente a 0.3839 em 458 iterações, para o caso de exposição ao laser por 60 segundos. Já no intervalo de 20 s a solução ótima é fornecida pelo método $DE_{(180)}$. A quantidade de indivíduos mostra-se um fator relevante nos métodos, pois a diminuição da mesma implica na menor minimização da função objetivo, conforme mostrado na TAB. 7.25.

O comportamento da temperatura ao longo dos 60s de aplicação do laser, referente ao método $PS_{(180)}$ é avaliado na FIG. 7.65. Nota-se um aumento significativo da temperatura na superfície da córnea em torno de 5s. Após, observa-se um decaimento da mesma em todas as camadas da córnea. Tal fenômeno reside na forma como é definido o termo fonte, dado pela EQ. 7.3, pois, para tempos iniciais, a potência do laser é máxima, o que justifica as altas temperaturas até 5s. Por outro lado, à medida que o tempo avança a potência diminui, tendo assim, temperaturas mais baixas. Assim, espera-se um dano térmico maior na superfície da

córnea, como pode ser visto na FIG. 7.66. Além disso, nesta figura observa-se que o tecido é danificado no período de 5s, onde a potência da fonte é mais intensa, correspondendo ao pico de radiação.

TAB. 7.25 Solução ótima para a curva D_5 com fonte senoidal via métodos heurísticos

Método	t [s]	A [s^{-1}]	f [$\times 10^{14}$ Hz]	ν	Funcional	Iterações
$DE_{(60)}$	10 s	3.3691×10^4	1.6043	9.0051×10^{-2}	3.8193	54
	20 s	1.8498×10^4	1.6043	1.4575×10^{-2}	1.1169	65
	60 s	1.0232×10^5	1.6043	5.1829×10^{-1}	4.8450×10^{-1}	58
$DE_{(180)}$	10 s	2.4205×10^4	1.6043	1.0000×10^{-2}	2.6420	96
	20 s	6.5323×10^4	1.6043	2.7187×10^{-1}	4.8168×10^{-1}	60
	60 s	4.7673×10^4	1.6043	1.6757×10^{-1}	9.7101×10^{-1}	58
$PS_{(60)}$	10 s	2.4849×10^5	1.6080	1.7101	1.6074	134
	20 s	2.3215×10^5	1.6207	1.5675	1.4685	221
	60 s	1.8951×10^5	1.6103	1.2097	1.1188	247
$PS_{(180)}$	10 s	1.5121×10^5	1.6100	9.0335×10^{-1}	8.2399×10^{-1}	214
	20 s	1.6174×10^5	1.6078	9.8429×10^{-1}	8.9261×10^{-1}	360
	60 s	8.4762×10^4	1.6216	4.2123×10^{-1}	3.8386×10^{-1}	458

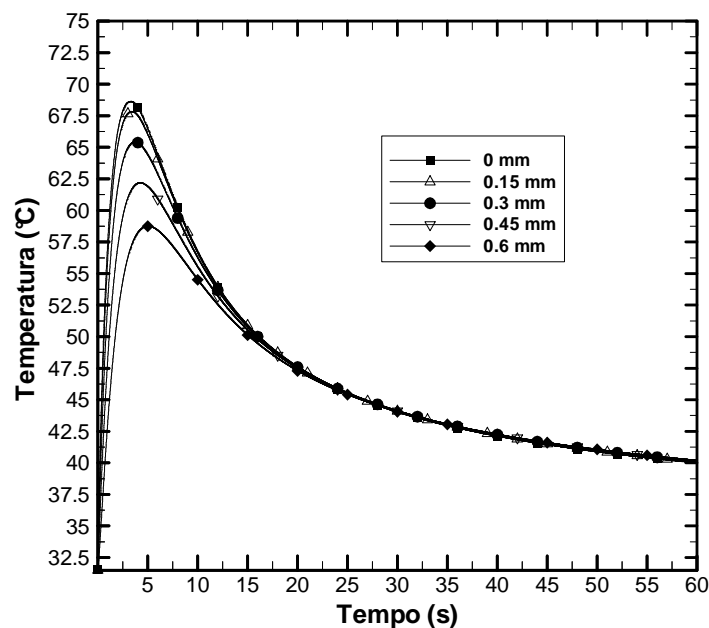


FIG. 7.65 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_5 com fonte senoidal em 60s

A FIG. 7.67 mostra o perfil da função dano para as soluções ótimas determinadas via análise da TAB. 7.25. Os métodos que apresentam melhor desempenho para gerar as melhores soluções que possam recuperar a função dano ideal são o PS e o DE, em 60 e 20s

respectivamente. Isto é confirmado pela análise da FIG. 7.68, onde os valores da função objetivo são menores.

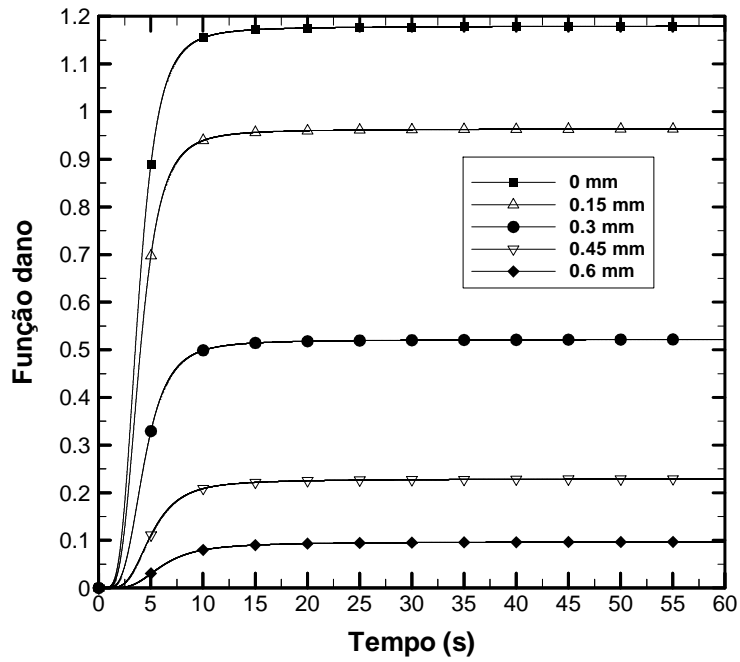


FIG. 7.66 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_5 com fonte senoidal em 60 s

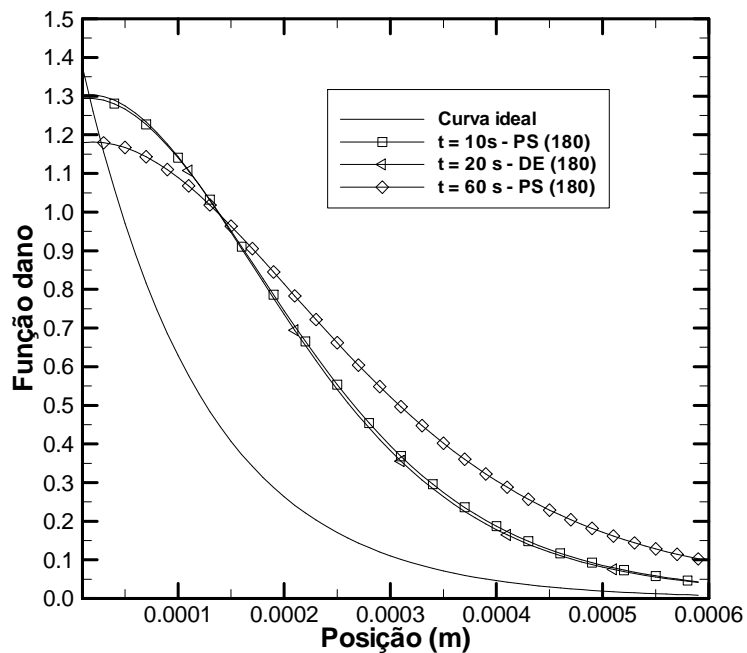


FIG. 7.67 Função dano para a curva D_5 com fonte senoidal após 10, 20 e 60 s

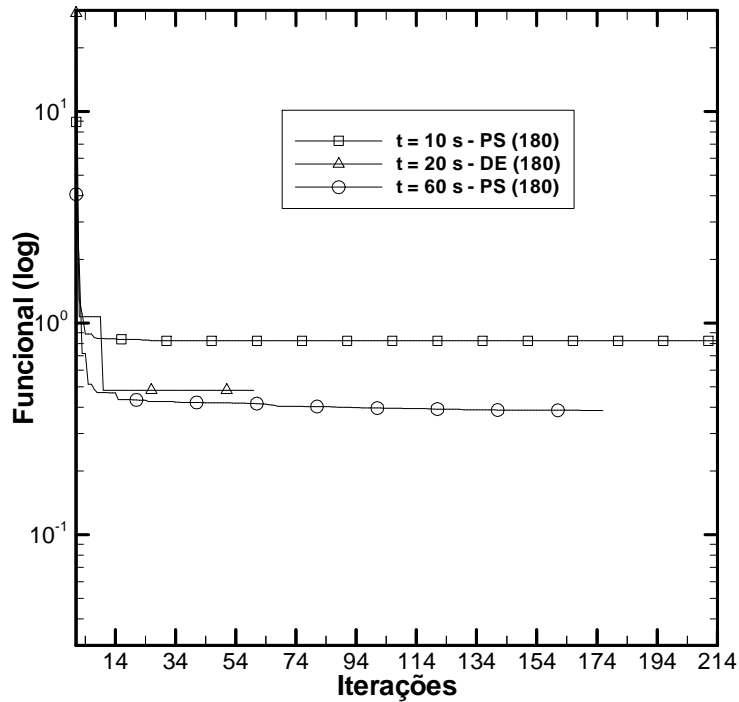


FIG. 7.68 Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D₅)

Na TAB. 7.26 estão presentes as soluções ótimas para a curva ideal que representa o dano térmico em 75% da córnea a partir da camada mais externa da mesma. O menor valor do funcional é 7.1238 após 733 iterações por meio do método PS₍₁₈₀₎ e em todos os resultados o critério de convergência é atingido. Para todos os intervalos de tempo o método PS com 180 indivíduos obteve o melhor desempenho, exceto no intervalo de 1 min para o DE₍₆₀₎. A amplitude apresenta valores que possuem ordem de grandeza de 10^4 até 10^5 e a constante de decaimento apresenta ordem de grandeza de no mínimo 10^{-2} .

TAB. 7.26 Solução ótima para a curva D₆ com fonte senoidal via métodos heurísticos

Método	t [s]	A [s ⁻¹]	f [$\times 10^{14}$ Hz]	v	Funcional	Iterações
DE ₍₆₀₎	10 s	2.7397×10^4	1.6043	1.4957×10^{-2}	4.1634×10	75
	20 s	2.0286×10^4	1.6043	1.6932×10^{-2}	2.4409×10	84
	60 s	7.5497×10^4	1.6043	3.7043×10^{-1}	3.2681	53
DE ₍₁₈₀₎	10 s	3.2384×10^4	1.6043	5.0104×10^{-2}	4.0216×10	74
	20 s	2.0898×10^4	1.6043	1.9873×10^{-2}	2.4369×10	110
	60 s	1.3924×10^4	1.6043	1.6385×10^{-2}	7.3098	92
PS ₍₆₀₎	10 s	1.2659×10^5	1.6134	6.6356×10^{-1}	5.1394×10	203
	20 s	2.2359×10^5	1.6043	1.4132	6.3996×10	329
	60 s	1.6085×10^5	1.6183	9.1725×10^{-1}	5.6654×10	273
PS ₍₁₈₀₎	10 s	5.0379×10^4	1.6172	1.7212×10^{-1}	3.6138×10	489
	20 s	3.0900×10^4	1.6153	8.0766×10^{-2}	2.1658×10	433
	60 s	1.3906×10^4	1.6044	2.2506×10^{-2}	7.1238	733

A FIG. 7.69 apresenta o histórico da temperatura para o método $PS_{(180)}$ em 20s. Como mencionado anteriormente, as temperaturas mais elevadas são atingidas no início da aplicação do laser. No entanto, vale ressaltar que a máxima não ultrapassa 66°C , ou seja, não é possível ter o encolhimento máximo da córnea, visto que o aquecimento não alcançou 85°C . Em contrapartida, a temperatura do endotélio (camada mais interna) não excede 65°C , ou seja, o tecido não é danificado como pode ser observado na FIG. 7.70 ($\Omega < 0.5$).

As curvas obtidas para a função dano com as melhores soluções da TAB. 7.26 são expostas na FIG. 7.71. Verifica-se que a curva que está mais próxima da curva ideal é gerada pela solução ótima do método $DE_{(60)}$ em 60s. Nas camadas mais internas da córnea as curvas estão semelhantes. Contudo, nas camadas mais externas isto não ocorre, visto que as temperaturas obtidas nas regiões próximas à superfície não excederam aos 85°C . Ainda analisando esta figura, percebe-se que a quantidade de indivíduos é significativa, neste caso, já que as curvas geradas pelo PS são similares. A FIG. 7.72 confirma a afirmação feita no parágrafo anterior, pois o valor para a função objetivo é menor para o método $DE_{(60)}$.

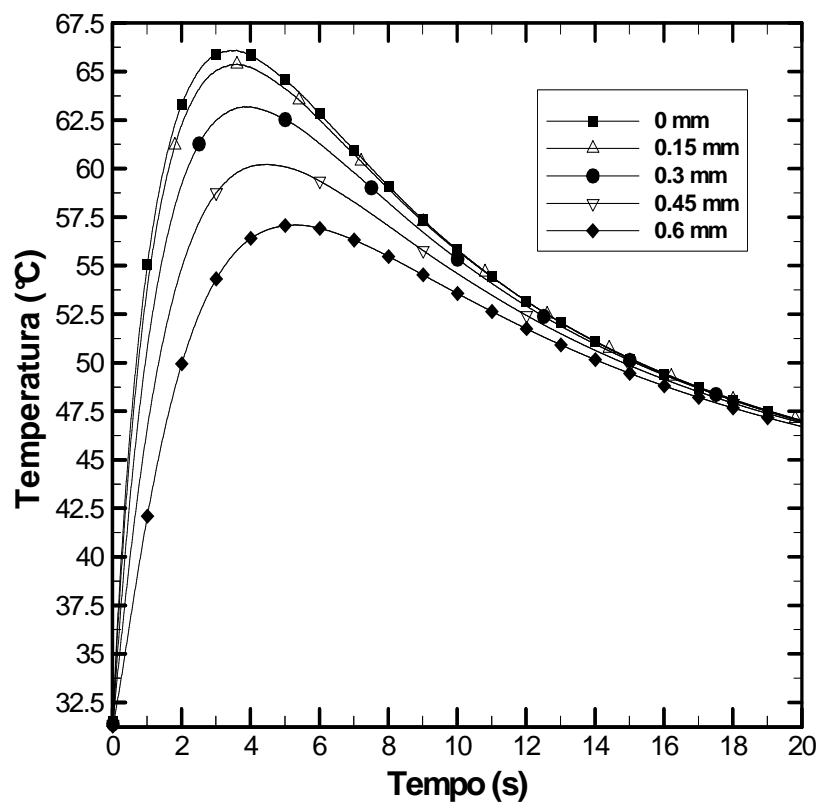


FIG. 7.69 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_6 com fonte senoidal em 20s

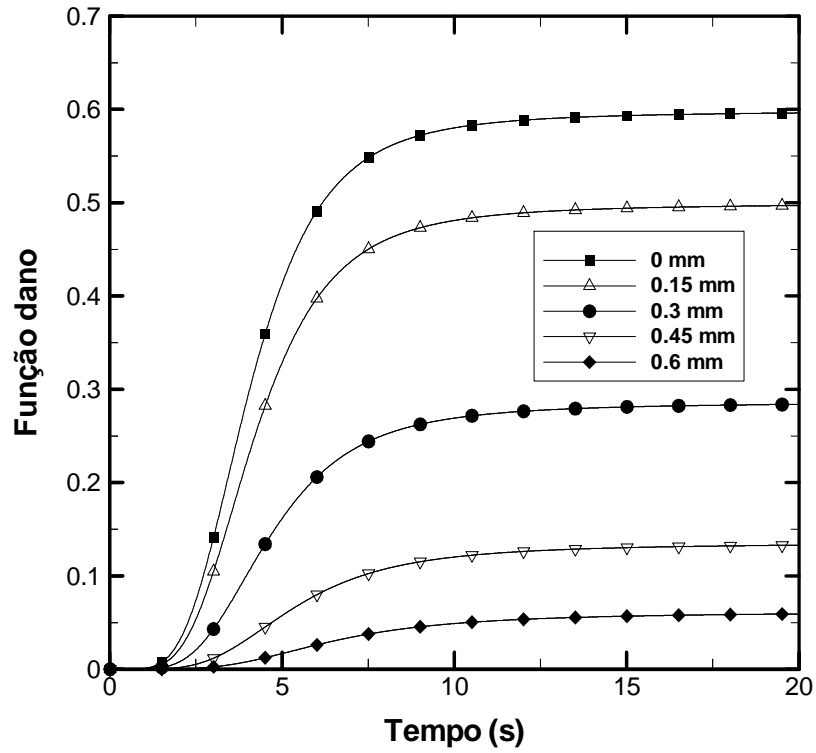


FIG. 7.70 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_6 com fonte senoidal em 20 s

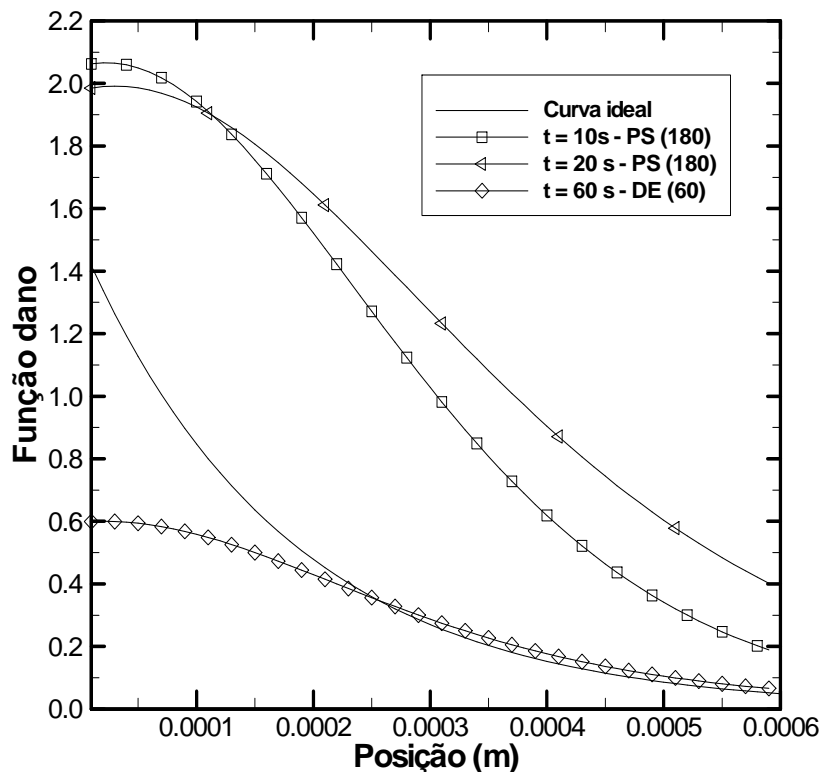


FIG. 7.71 Função dano para a curva D_6 com fonte senoidal após 10, 20 e 60 s

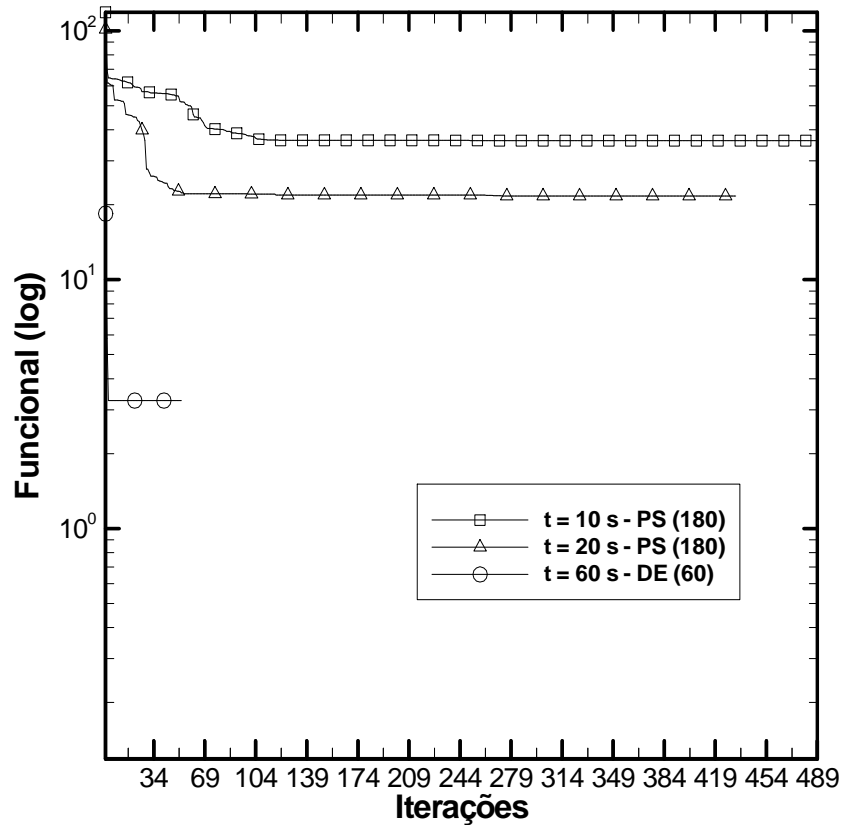


FIG. 7.72 Funcional das soluções ótimas por intervalo de tempo (D_6)

7.3.2 MÉTODOS DETERMINÍSTICOS

A TAB. 7.27 expõe as soluções que obtiveram melhor desempenho em aproximar a função dano da curva ideal, que neste estudo é a que representa dano térmico somente no epitélio (camada mais externa da córnea). Observa-se pela solução inicial que não há variação da amplitude e da frequência nas iterações realizadas. Por outro lado, a constante de decaimento variou significativamente, sendo a responsável por ajustar a função dano à curva idealizada neste caso. Além disso, o critério de convergência não foi alcançado e o método cessou o processo iterativo com o número máximo de iterações. A solução ótima foi obtida pelo método BFGS no intervalo de 10 s. Vale destacar que os métodos BFGS e MGC demonstraram o mesmo desempenho na otimização, porque o funcional provavelmente é bem comportado, ou seja, possuem um mínimo global. Fixado o intervalo de tempo, o maior valor atribuído à constante de decaimento acarretou no menor valor do funcional.

TAB. 7.27 Solução ótima para a curva D_1 com fonte senoidal via métodos determinísticos

t [s]	Método	A [s^{-1}]	f [$\times 10^{14}$ Hz]	ν	Funcional	Iterações
10	LM	2.2100×10^5	1.6129	1.1881	1.8170×10^3	1000
	MGC	2.2100×10^5	1.6129	1.7457	1.8249	1000
	BFGS	2.2100×10^5	1.6129	1.7457	1.8249	1000
20	LM	2.2100×10^5	1.6129	1.2300	8.9440×10^2	1000
	MGC	2.2100×10^5	1.6129	1.7796	1.8671	1000
	BFGS	2.2100×10^5	1.6129	1.7796	1.8671	1000
60	LM	2.2100×10^5	1.6129	1.2978	2.9728×10^2	1000
	MGC	2.2100×10^5	1.6129	1.8108	1.9464	1000
	BFGS	2.2100×10^5	1.6129	1.8109	1.9464	1000
Solução inicial		2.2100×10^5	1.6129	0.88		

A FIG. 7.73 mostra a temperatura do tecido ocular na região da córnea ao ser exposto ao laser. Este leva 1 s para atingir a temperatura máxima na superfície da córnea, em torno de 67.5°C . Ao término da atuação do laser, a região da córnea encontra-se praticamente em equilíbrio térmico. As menores variações no perfil de temperatura ocorrem na camada mais interna da córnea, no endotélio. Nota-se que a temperatura deste não é superior a 55°C . Considerando a direção do eixo x, cada ponto atinge a temperatura em intervalo de tempo maior que o ponto anterior. Conforme a formulação da função senoidal, a maior perturbação imposta pelo laser à córnea leva 2 s para chegar até a camada mais interna da mesma.

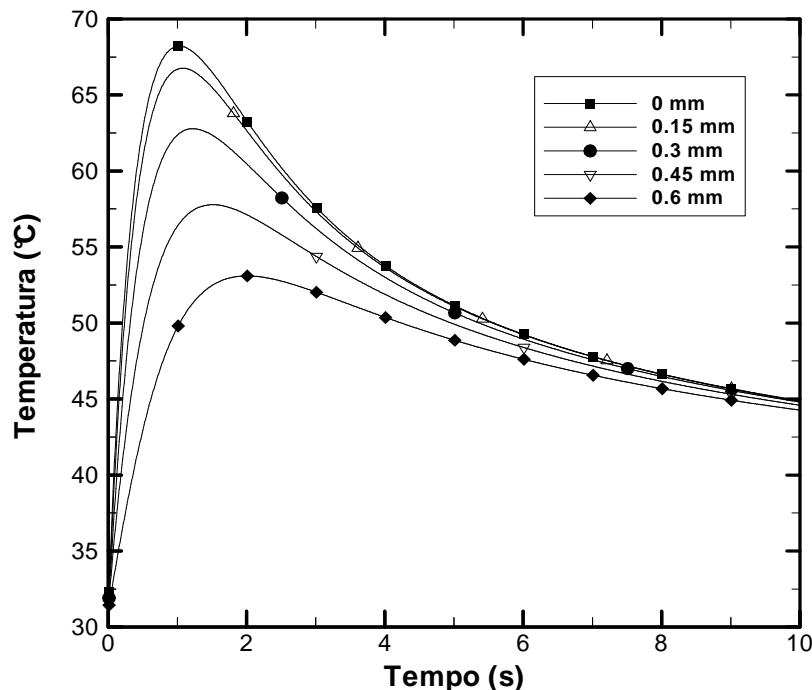


FIG. 7.73 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_1 com fonte senoidal via BFGS em 10 s

Somente o conhecimento do campo de temperatura não é suficiente para certificar o sucesso da cirurgia refrativa. Assim, a FIG. 7.74 exhibe o histórico do dano térmico causado na córnea no intervalo de 10 s obtido pelo método BFGS, uma vez que apresentou melhor desempenho. Em todos os pontos estudados, o dano térmico tende a um valor assintótico após 6 s. Na FIG. 7.73, após o mesmo intervalo de tempo, verifica-se o decaimento contínuo da temperatura em uma faixa térmica de 45 a 47.5°C para qualquer ponto da córnea.

As FIGs. 7.74 e 7.73 ao serem analisadas em paralelo permitem garantir a existência do dano térmico ($\Omega > 0.5$) e a faixa de temperatura associada. Isto porque o estudo da temperatura não é suficiente, embora necessário.

É apresentado na FIG. 7.75 o valor do funcional durante o processo iterativo. Nota-se o decaimento mais acentuado no maior intervalo de tempo, enquanto as menores variações ocorrem para 10 s. O valor da função objetivo tende a uma assíntota após 600 iterações. Isto indica que mais iterações acarretariam na obtenção de uma solução convergida.

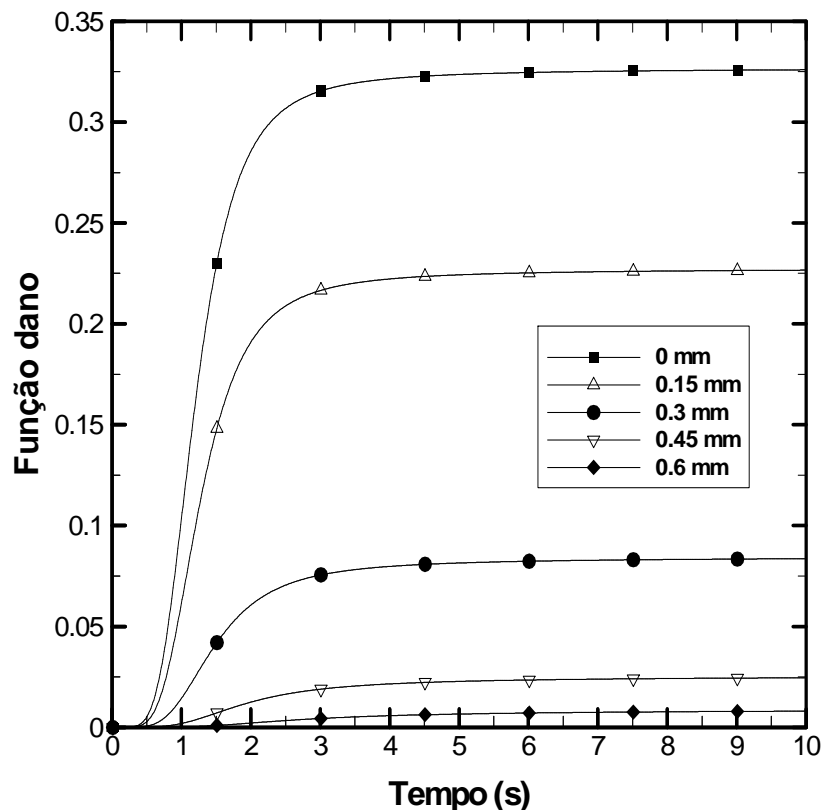


FIG. 7.74 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_1 com fonte senoidal via BFGS em 10 s

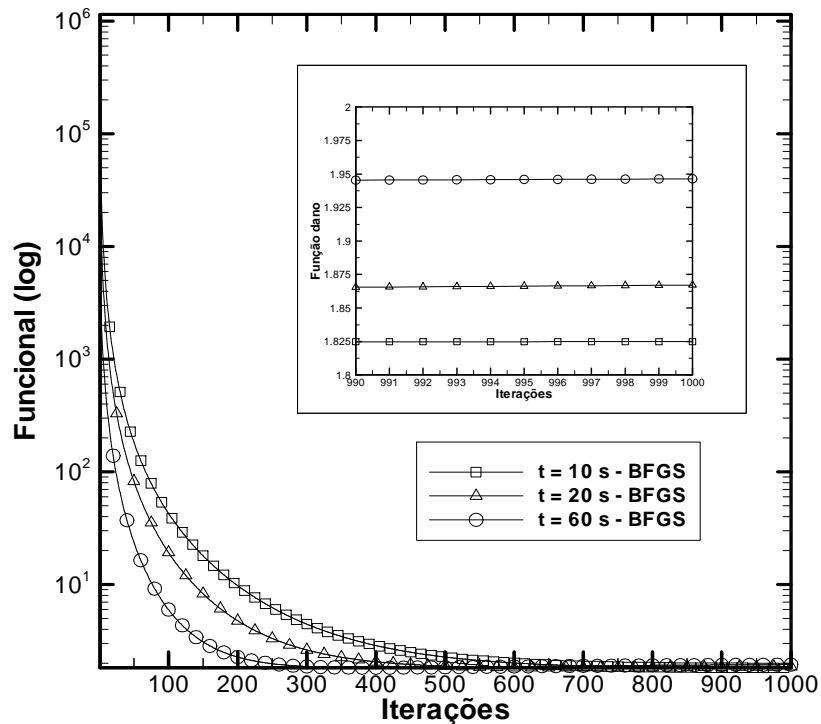


FIG. 7.75 Funcional para a curva D_1 com fonte senoidal via BFGS nos intervalos de tempo 10, 20 e 60 s

A curva ideal que representa o dano térmico acumulado após um intervalo de tempo de aplicação do laser somente no epitélio da córnea é ilustrada na FIG. 7.76. Pode-se verificar o comportamento da função dano ao fim dos intervalos de tempo escolhidos em toda a região da córnea. Não houve dano térmico, visto que o valor 0.5 não é obtido. Além disso, o dano acumulado nas camadas mais internas da córnea sofre pouca variação. Diante da FIG. 7.76, em $x = 0.45$ e $x = 0.6$ mm, é possível garantir que as variações térmicas nestes pontos geram aproximadamente o mesmo valor na função dano. Na superfície da córnea o funcional atinge o maior valor, uma vez que nesta região está o pico de irradiação do laser.

Na TAB. 7.28 observa-se as soluções de melhor desempenho na minimização do funcional, que neste caso visa aproximar a função dano da função objetivo com forma funcional de um degrau. Esse caso tem por objetivo testar os métodos, visto que a função dano, por sua característica, deve apresentar maior grau de dificuldade em se aproximar desta. Os parâmetros relativos à amplitude e frequência permanecem inalterados no processo iterativo. Os métodos BFGS e MGC apresentam performances semelhantes pelo mesmo motivo descrito anteriormente. Diferentemente do ocorrido na TAB. 7.27, a solução está convergida no intervalo de 60 s ao aplicar os métodos MGC e BFGS. Nos demais intervalos os referidos métodos não obtêm solução convergida, bem como o método LM para qualquer

intervalo de tempo empregado. A procura do mínimo valor do funcional decorre da variação da constante de decaimento. A relação entre o intervalo de tempo e a constante de decaimento permanece a mesma. Quanto maior o valor do parâmetro, mais minimizado é o funcional. Além disso, percebe-se que uma pequena variação em ν gera alterações relevantes no valor do funcional. Devido ao comportamento da curva idealizada neste caso, o valor do funcional apresenta ordem de grandeza elevada se comparada aos apresentados na TAB 7.27.

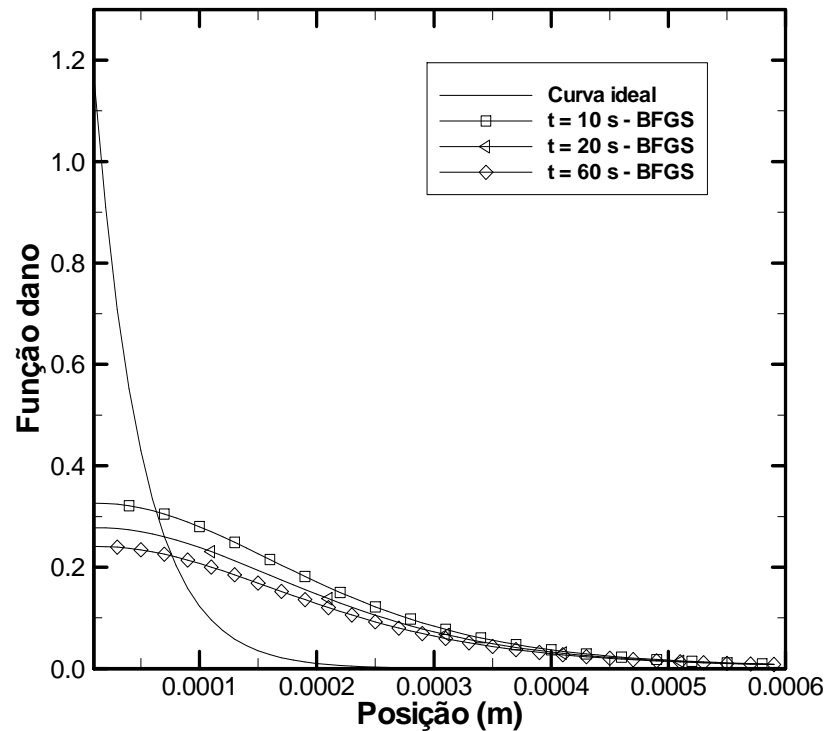


FIG. 7.76 Função dano para a curva D_1 com fonte senoidal via BFGS após 10, 20 e 60 s

TAB. 7.28 Solução ótima para a curva D_2 com fonte senoidal via métodos determinísticos

t [s]	Método	A [s^{-1}]	f [$\times 10^{14}$ Hz]	ν	Funcional	Iterações
10	LM	2.2100×10^5	1.6129	1.1809	1.8291×10^3	1000
	MGC	2.2100×10^5	1.6129	1.4561	1.2974×10	1000
	BFGS	2.2100×10^5	1.6129	1.4561	1.2974×10	1000
20	LM	2.2100×10^5	1.6129	1.2193	9.0528×10^2	1000
	MGC	2.2100×10^5	1.6129	1.4577	1.2706×10	1000
	BFGS	2.2100×10^5	1.6129	1.4577	1.2706×10	1000
60	LM	2.2100×10^5	1.6129	1.2785	3.0831×10^2	1000
	MGC	2.2100×10^5	1.6129	1.4587	1.2533×10	833
	BFGS	2.2100×10^5	1.6129	1.4587	1.2533×10	833
Solução inicial		2.2100×10^5	1.6129	0.88		

O perfil da temperatura em determinados pontos da córnea é visto na FIG. 7.77, que é gerada pelo método BFGS no intervalo de 1 minuto. O pico de temperatura na superfície da córnea e na camada mais interna da mesma é obtido em intervalo de tempo significativamente próximo. A partir de 10 s qualquer ponto analisado mostra valor próximo de temperatura e decaimento semelhante. Após 1 minuto de exposição do tecido à irradiação do laser está estabelecido o equilíbrio térmico na córnea, com aproximadamente 37.5 °C.

A FIG. 7.78 exibe o dano térmico acumulado para o melhor resultado na TAB. 7.28. Ao analisar esta ilustração, juntamente com a FIG. 7.77, garante-se o sucesso do tratamento, mas não indica se a função objetivo é aproximada corretamente. Após 5 s o dano térmico acumulado atinge valor assintótico enquanto a temperatura está decaindo em toda a córnea. O maior valor para o dano, na origem, é superior a 1.55, o que significa a existência de dano irreversível agregado à variação térmica de 35 a 75 °C em 5 s. Contudo, a córnea tem encolhimento máximo acima de 85 °C. Em $x=0.15$ mm, pela FIG. 7.77, o perfil térmico é semelhante da superfície da córnea, porém o valor assintótico da função é distinto.

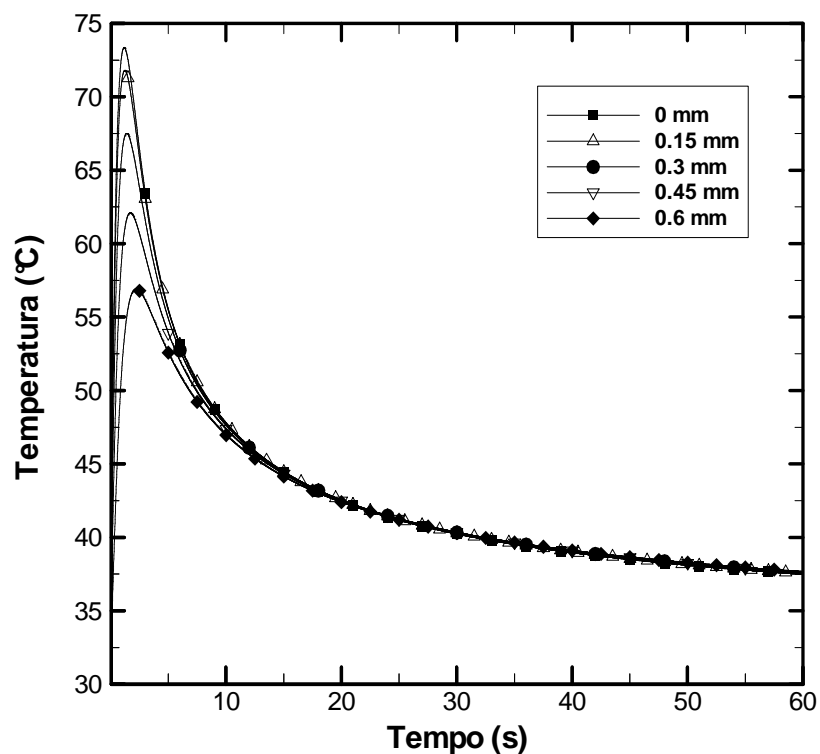


FIG. 7.77 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_2 com fonte senoidal via BFGS em 60 s

A FIG. 7.79 apresenta o valor do funcional em escala logarítmica devido à proximidade dos valores dos mesmos. Nos intervalos de tempo estudados, a variação de ν na TAB. 7.28 é compreendida entre 12.5 e 12.9 para 10 e 60 s, respectivamente. Esta variação gera

minimização discreta no funcional, embora nos dois menores intervalos de tempo a solução não aparece convergida, segundo critério estabelecido de 10^{-10} casas decimais de precisão no processo iterativo, para cada parâmetro e valor do funcional. Este último apresenta variações mínimas após 400 iterações. O critério de parada é dado pelo módulo da variação do parâmetro e do funcional a cada iteração e é satisfeito quando ambos atingem simultaneamente ordem de grandeza inferior a 1×10^{-10} .

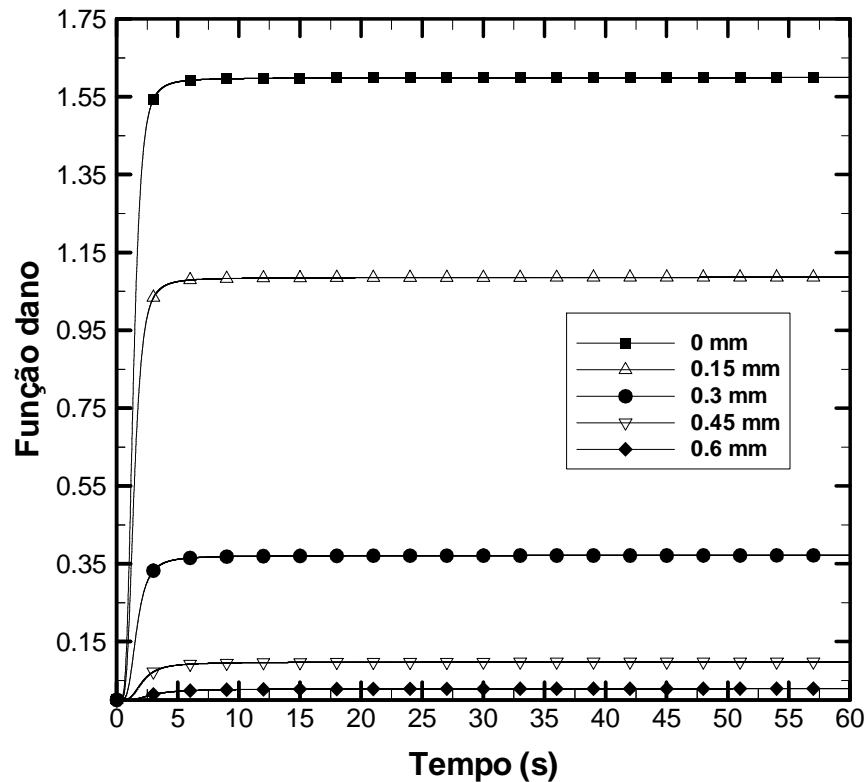


FIG. 7.78 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_2 com fonte senoidal via BFGS em 60 s

A curva idealizada neste estudo pode ser vista na FIG. 7.80, que exhibe o comportamento do funcional após 10, 20 e 60 s obtidas pelo método de melhor desempenho (BFGS). O patamar superior (1.5) da função dano ideal é superado na superfície da córnea, onde a função dano atinge cerca de 1.75 nos tempos considerados. Na origem, os gradientes de temperatura são mais elevados devido à formulação da função que representa o termo fonte neste trabalho. Por outro lado, no endotélio, é obtido valor próximo de zero, menor que o patamar inferior (0.5). O valor da base da função proposta como ideal é alcançada quase na metade da córnea, região denominada estroma, para todos os tempos analisados.

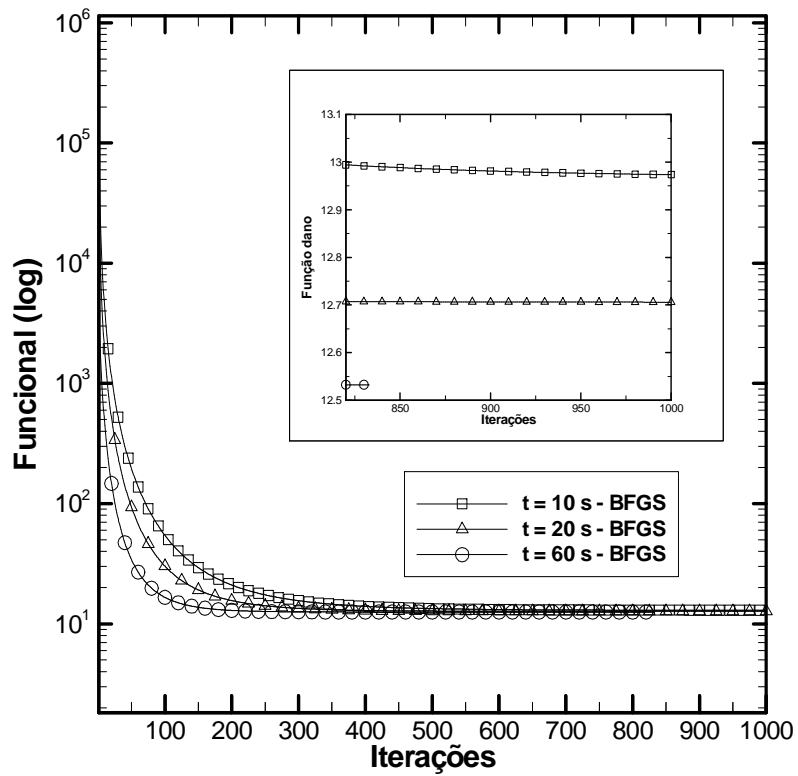


FIG. 7.79 Funcional para a curva D_2 com fonte senoidal via BFGS nos intervalos de tempo 10, 20 e 60 s

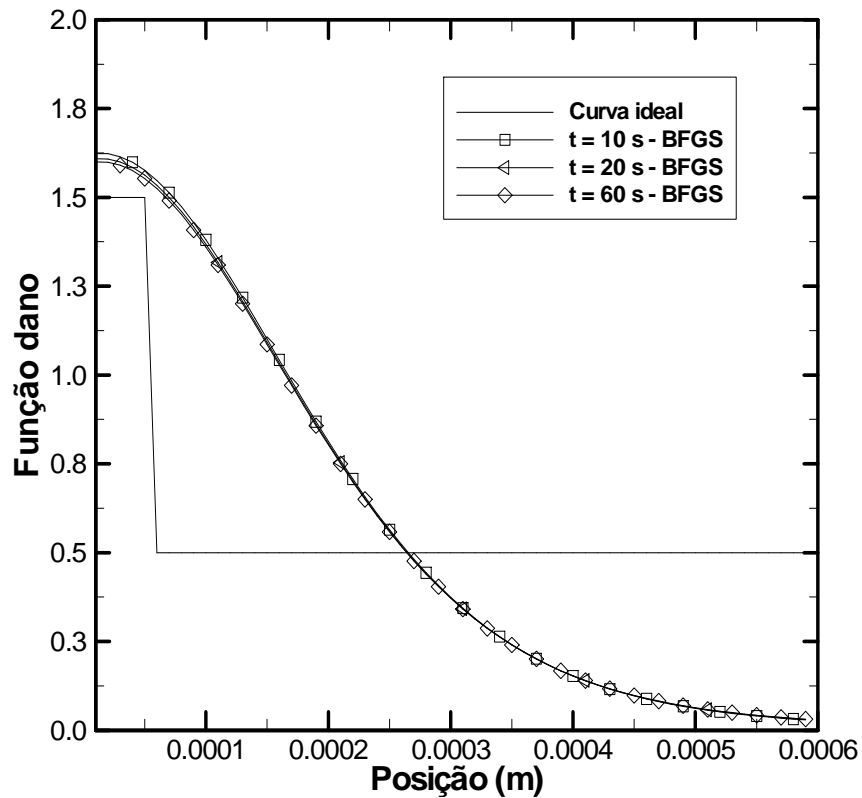


FIG. 7.80 Função dano para a curva D_2 com fonte senoidal via BFGS após 10, 20 e 60s

No estudo apresentado a seguir, a curva ideal é linear decrescente no epitélio e no restante da córnea é constante. A TAB. 7.29 mostra os parâmetros otimizados neste contexto, onde a meta é aferir o desempenho dos métodos. O critério de convergência é satisfeito apenas no intervalo de 1 min de exposição à irradiação do laser para os métodos BFGS e MGC, que ainda apresentam desempenhos semelhantes. A solução ótima é obtida em 1 min por meio dos métodos BFGS e MGC. O método LM apresenta valores elevados para o funcional e não converge para a solução. Os melhores resultados são alcançados pelos métodos BFGS e MGC.

TAB. 7.29 Solução ótima para a curva D_3 com fonte senoidal via métodos determinísticos

t [s]	Método	A [s^{-1}]	f [$\times 10^{14}$Hz]	ν	Funcional	Iterações
10	LM	2.2100×10^5	1.6129	1.1819	1.8802×10^3	1000
	MGC	2.2100×10^5	1.6129	1.4742	1.2915×10	1000
	BFGS	2.2100×10^5	1.6129	1.4742	1.2915×10	1000
20	LM	2.2100×10^5	1.6129	1.2206	9.4052×10^2	1000
	MGC	2.2100×10^5	1.6129	1.4761	1.2599×10	1000
	BFGS	2.2100×10^5	1.6129	1.4761	1.2599×10	1000
60	LM	2.2100×10^5	1.6129	1.2808	3.2771×10^2	1000
	MGC	2.2100×10^5	1.6129	1.4773	1.2398×10	931
	BFGS	2.2100×10^5	1.6129	1.4773	1.2398×10	931
Solução inicial		2.2100×10^5	1.6129	0.88		

A FIG. 7.81 apresenta o comportamento do campo de temperatura em determinados pontos da córnea por meio do método BFGS com intervalo de 60 s. Tal como visto no estudo anterior para a função degrau, os picos de temperatura verificados estão próximos e após 5 s há decaimento da temperatura. O equilíbrio é atingido em torno da temperatura de 37.5°C na região da córnea.

Os valores da integral de Henriques e Moritz são distintos do caso anterior e atingem valor constante após 10 s de atuação do laser e, comparados aos casos D_2 , os valores são inferiores. Há dano térmico irreversível na superfície da córnea, bem como em 0.15mm. Os valores da constante de decaimento da TAB. 7.29 e TAB. 7.28 estão próximos, com diferença em torno de 0.1, que ocasionam valores distintos da função dano ao fixar um ponto específico do domínio.

A solução ótima relativa à curva D_3 é dada pelo método BFGS e, por meio deste, elaborase a FIG. 7.83. Percebe-se que há semelhança com o caso de estudo da função degrau. As soluções obtidas em 10 e 20 s empregaram o número máximo de iterações, enquanto a

solução relacionada ao intervalo de 60s convergiu com funcional equivalente a 12.4. Ainda neste intervalo, a FIG. 7.82 garante que o dano térmico irreversível não ocorre após a profundidade de 0.3mm.

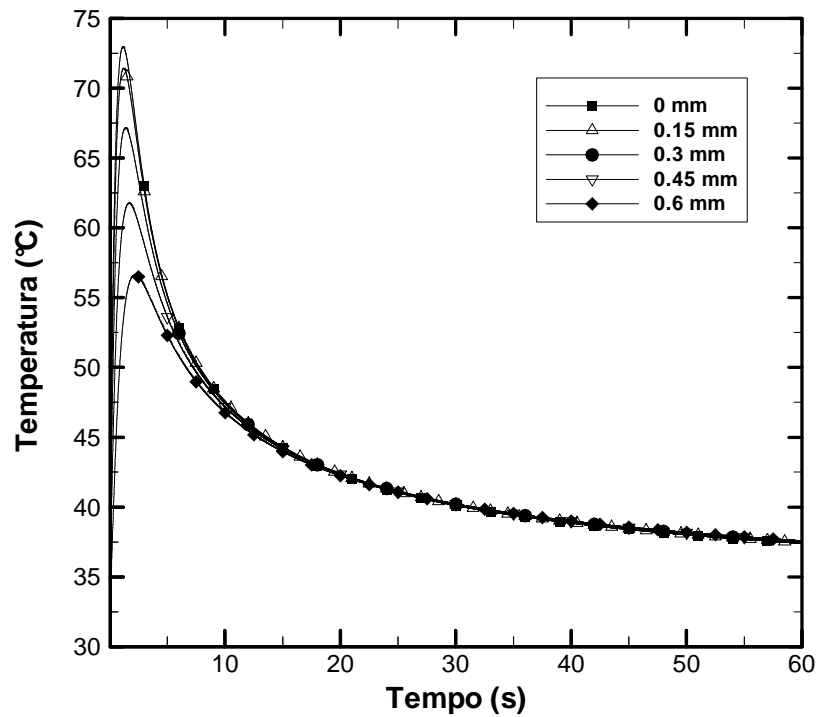


FIG. 7.81 Temperatura em pontos da córnea para a curva D₃ com fonte senoidal via BFGS em 60 s

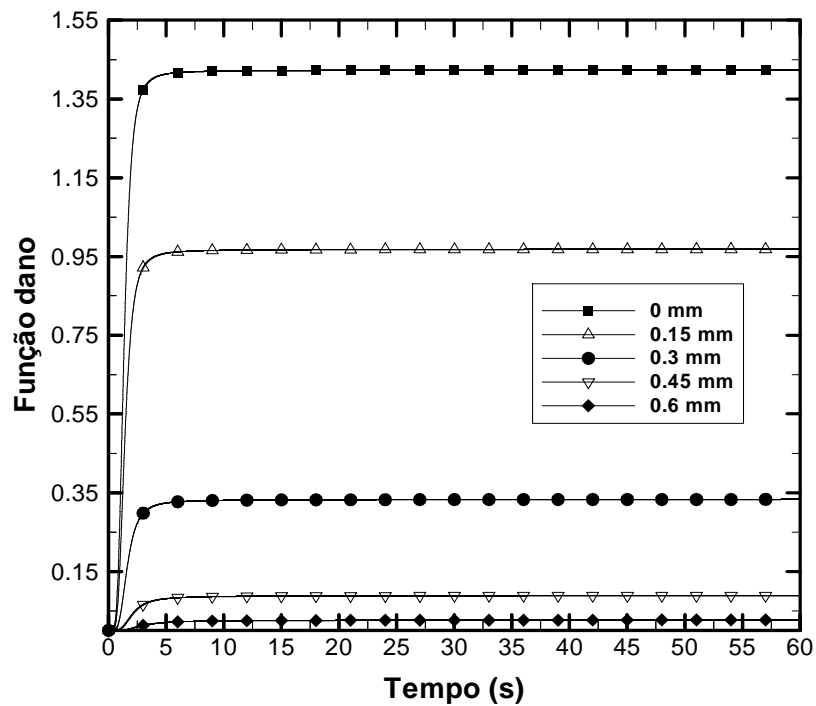


FIG. 7.82 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D₃ com fonte senoidal via BFGS em 60 s

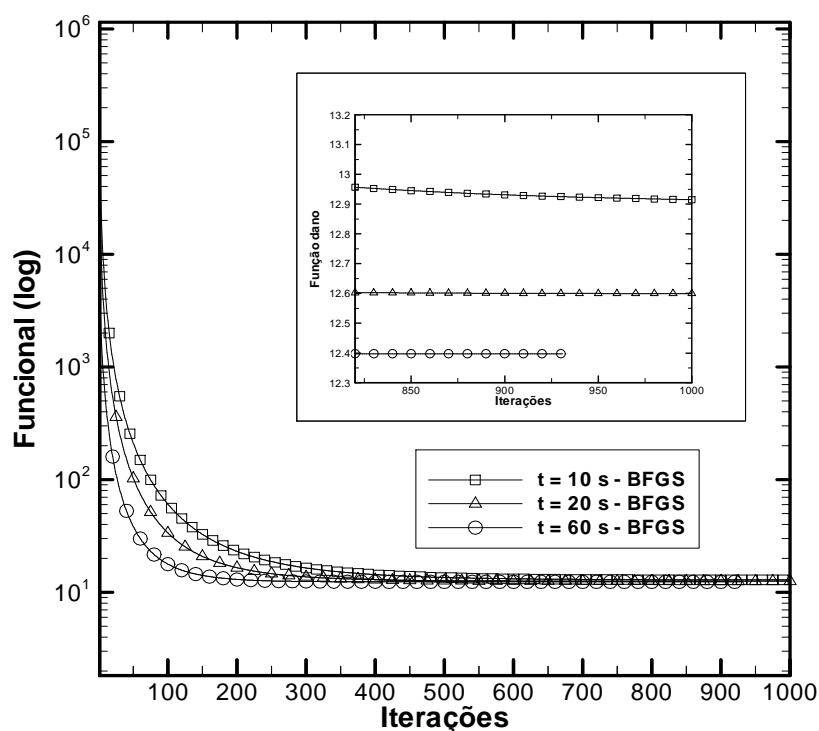


FIG. 7.83 Função dano para a curva D_3 com fonte senoidal via BFGS após 10, 20 e 60 s

A função elaborada para este caso visa testar a robustez dos métodos e apresenta uma rampa para o dano térmico na região do epitélio (EQ. 3.14) e está ilustrada na FIG. 7.84. No endotélio o dano acumulado é praticamente nulo e inferior ao valor de base da função dano ideal. O valor de base é conseguido quase na metade da córnea. Assim, é possível aferir, segundo a FIG. 7.83, que mesmo um número maior de iterações não possibilitaria uma boa aproximação da curva D_3 .

A TAB. 7.30 refere-se ao caso de estudo onde a curva idealizada representa o dano térmico em 25% de profundidade da córnea e cujo comportamento é exponencial. Neste estudo o critério de parada, que determinou o término do processo iterativo, foi o número máximo de iterações. Isto indica que a solução não está convergida. Novamente não observa-se variação da amplitude e da frequência, bem como permanece o comportamento da constante de decaimento em relação ao intervalo. Em outras palavras, o parâmetro ν e o funcional são inversamente proporcionais. A solução ótima é alcançada no intervalo de 10 s por meio dos métodos BFGS e MGC que apresentam mesmo desempenho em qualquer caso estudado. Os valores dos funcionais apresentam ordem de grandeza 10^{-1} , diferentemente do exposto até este caso.

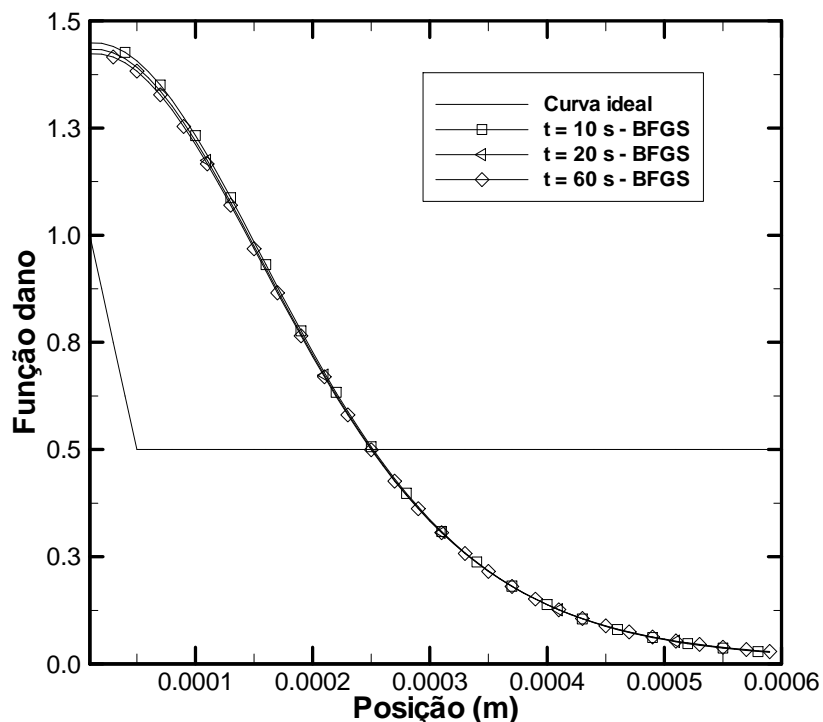


FIG. 7.84 Função dano para a curva D_3 com fonte senoidal via BFGS após 10, 20 e 60 s

TAB. 7.30 Solução ótima para a curva D_3 com fonte senoidal via métodos determinísticos

t [s]	Método	A [s^{-1}]	f [$\times 10^{14}$ Hz]	ν	Funcional	Iterações
10	LM	2.2100×10^5	1.6129	1.1846	1.7302×10^3	1000
	MGC	2.2100×10^5	1.6129	1.5555	7.9668×10^{-1}	1000
	BFGS	2.2100×10^5	1.6129	1.5555	7.9668×10^{-1}	1000
20	LM	2.2100×10^5	1.6129	1.2248	8.3220×10^2	1000
	MGC	2.2100×10^5	1.6129	1.5576	8.1597×10^{-1}	1000
	BFGS	2.2100×10^5	1.6129	1.5576	8.1597×10^{-1}	1000
60	LM	2.2100×10^5	1.6129	1.2884	2.6185×10^2	1000
	MGC	2.2100×10^5	1.6129	1.5582	8.2236×10^{-1}	1000
	BFGS	2.2100×10^5	1.6129	1.5582	8.2236×10^{-1}	1000
Solução inicial		2.2100×10^5	1.6129	0.88		

Na FIG. 7.85 está ilustrado o comportamento do transiente em determinados pontos da córnea. O pico de temperatura é visto na superfície da córnea após 1 s e na camada mais interna da córnea, o valor máximo da temperatura ocorre após 2 s. Ao término do intervalo considerado, a córnea encontra-se aproximadamente a mesma temperatura, entre 45 e 47.5 °C, com aquecimento aproximado de 25 °C. Nos pontos intermediários as temperaturas máximas são atingidas no intervalo de 1 a 2 s.

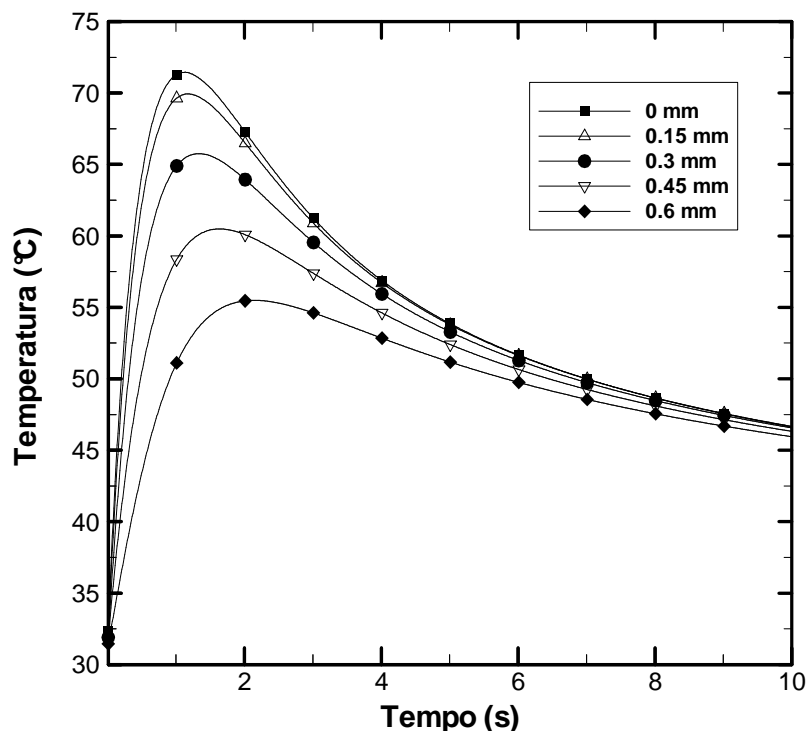


FIG. 7.85 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_4 com fonte senoidal via BFGS em 10 s

O histórico do dano térmico acumulado em 10 s é elaborado pelo método BFGS, que obteve a solução ótima. Tanto na superfície da córnea, quanto na profundidade de 0.15 mm, existe dano térmico superior a 0.5 e inferior 1. Nos demais pontos analisados não há dano térmico, conseqüentemente o endotélio não é lesionado, como desejado em uma cirurgia refrativa.

Na FIG. 7.87 observa-se o comportamento do funcional para o método e tempo que resultaram na solução ótima. Nota-se que o aumento de atuação do laser acarreta numa minimização mais rápida do funcional. Devido a proximidade dos valores alcançados nas iterações finais, pode-se ver uma ampliação das últimas 5 iterações. Os valores do funcional apresentam ordem de grandeza de 10^{-1} e exibem comportamento assintótico com variações pouco significativas. Isto sugere que com algumas iterações a mais o critério seria alcançado.

A FIG. 7.88 é obtida a partir do método BFGS nos intervalos empregados, e demonstra valor próximo ao da função dano ideal na região do endotélio. Na superfície da córnea o dano acumulado é relativamente próximo ao idealizado e o comportamento da curva obtida também decai, porém com concavidade diferente da idealizada. Assim, o dano térmico ocorre até a posição 0.2 mm, aproximadamente.

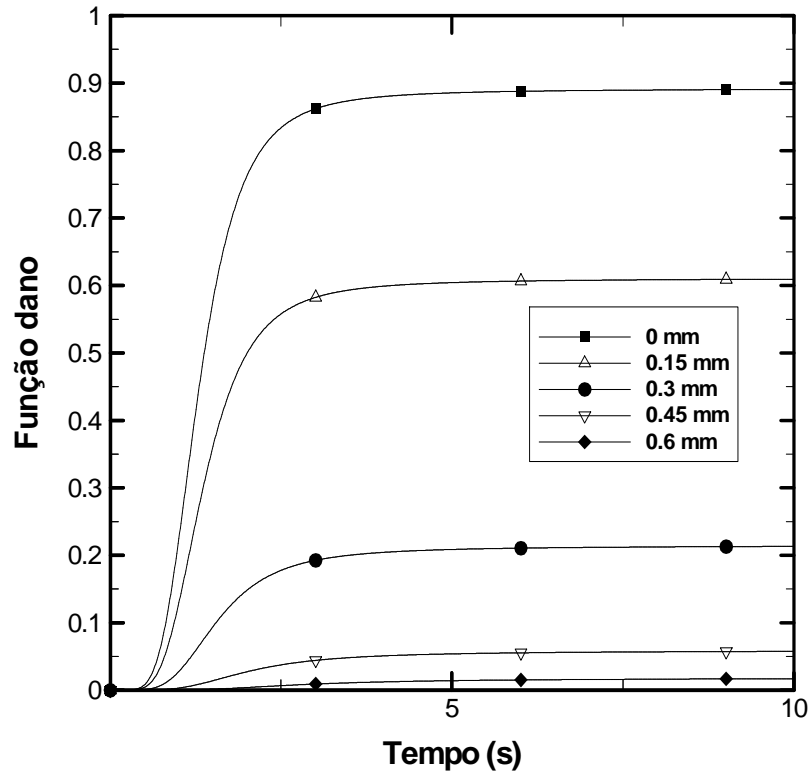


FIG. 7.86 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_4 com fonte senoidal via BFGS em 10 s

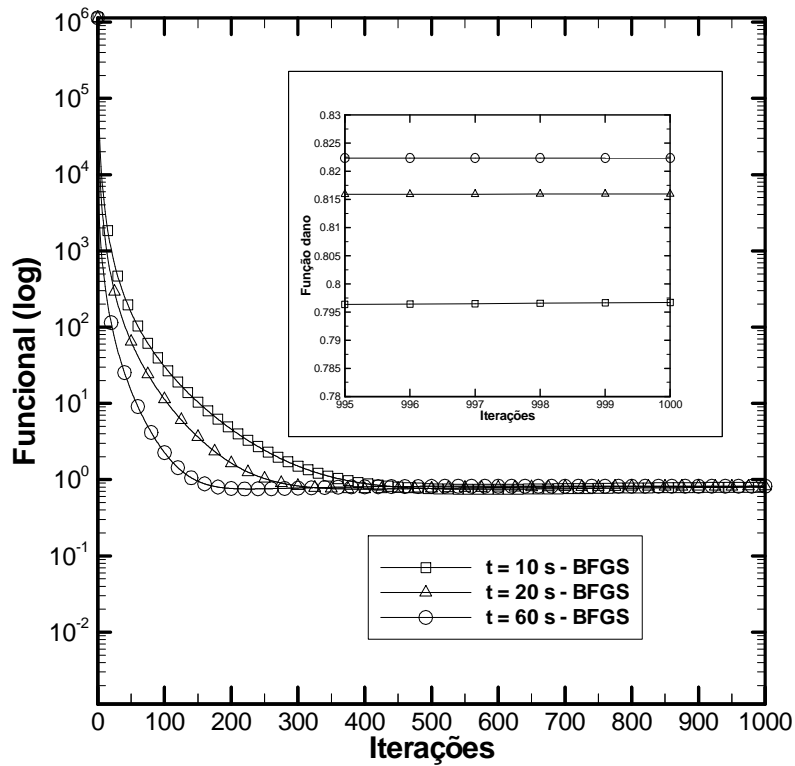


FIG. 7.87 Funcional para a curva D_4 com fonte senoidal via BFGS após 10, 20 e 60 s

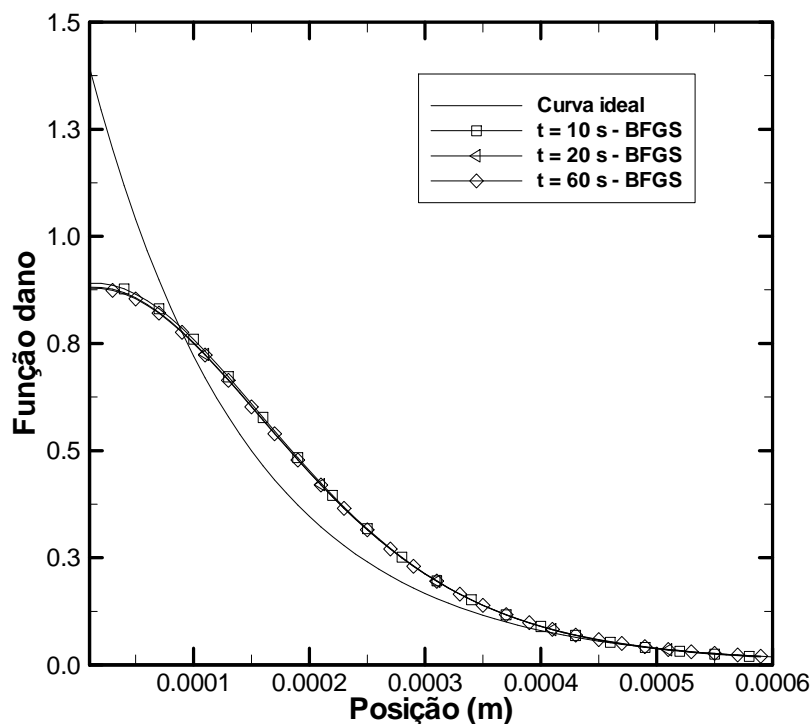


FIG. 7.88 Função dano para a curva D_4 com fonte senoidal via BFGS após 10, 20 e 60 s

A função dano ideal no caso de estudo cujos resultados são expostos na TAB. 7.31 pretende reproduzir dano térmico em 50% da córnea, até a profundidade de 0.3 mm. Novamente, tal como nas situações analisadas para otimização da fonte senoidal por meio dos métodos determinísticos, os métodos BFGS e MGC obtiveram as mesmas soluções, quando o número máximo de iterações foi empregado. O maior valor da constante de decaimento obtido foi 1.4552 em 60 s, tanto pelo BFGS, quanto pelo MGC, que está agregado ao menor valor conseguido para o funcional.

TAB. 7.31 Solução ótima para a curva D_5 com fonte senoidal via métodos determinísticos

t [s]	Método	A [s^{-1}]	f [$\times 10^{14}$ Hz]	ν	Funcional	Iterações
10	LM	2.2100×10^5	1.6129	1.1807	1.7300×10^3	1000
	MGC	2.2100×10^5	1.6129	1.4536	2.6621	1000
	BFGS	2.2100×10^5	1.6129	1.4536	2.6621	1000
20	LM	2.2100×10^5	1.6129	1.2190	8.3347×10^2	1000
	MGC	2.2100×10^5	1.6129	1.4546	2.5803	1000
	BFGS	2.2100×10^5	1.6129	1.4546	2.5803	1000
60	LM	2.2100×10^5	1.6129	1.2780	2.6433×10^2	1000
	MGC	2.2100×10^5	1.6129	1.4552	2.5284	815
	BFGS	2.2100×10^5	1.6129	1.4552	2.5284	815

As FIGs. 7.89 e 7.90 apresentam o campo de temperatura e o perfil do dano térmico, respectivamente, em determinados pontos do domínio. Nota-se que para o comportamento da temperatura na superfície da córnea e, em 0.15 mm de profundidade, os valores de máximo na temperatura e assintótico da função são atingidos rapidamente, em aproximadamente 1 s. O dano térmico é verificado na superfície do epitélio e em 0.15 mm. Em posições mais profundas não ocorre lesão devido à exposição do tecido ao laser. Após 10 s o valor da função dano tende a uma assíntota.

A FIG. 7.91 ilustra o funcional em todas as iterações realizadas. Em função de terem obtidos valores próximos, faz-se uma ampliação das últimas 250 iterações. Os valores alcançados justificam a FIG. 7.92, que exhibe a curva da função dano ao término dos intervalos empregados. Ambas possuem o mesmo comportamento.

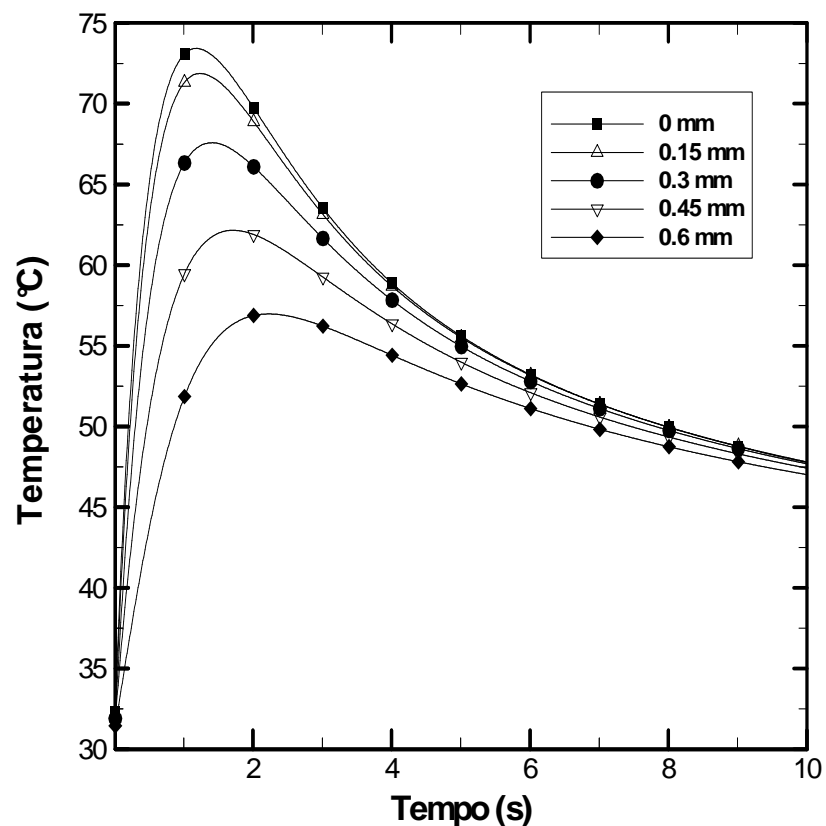


FIG. 7.89 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_5 com fonte senoidal via BFGS em 10 s

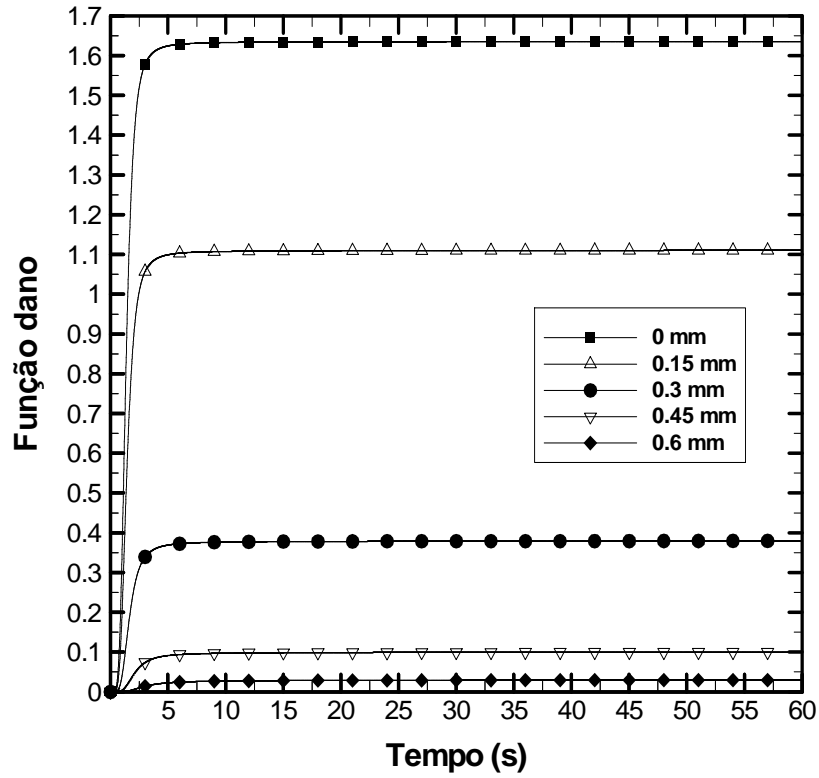


FIG. 7.90 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_5 com fonte senoidal via BFGS em 10 s

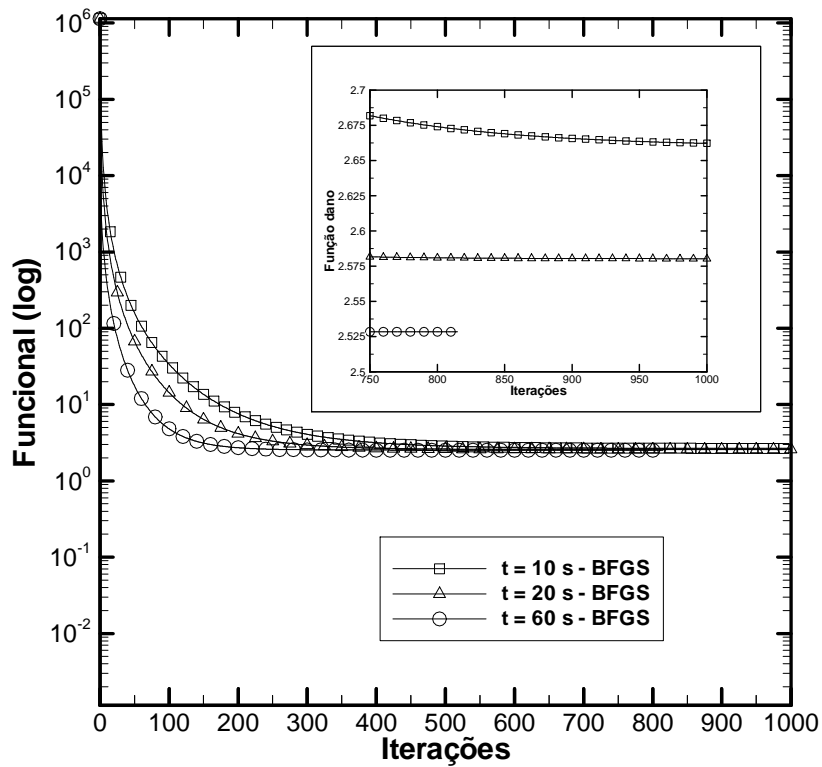


FIG. 7.91 Funcional para a curva D_5 com fonte senoidal via BFGS nos intervalos de tempo 10, 20 e 60 s

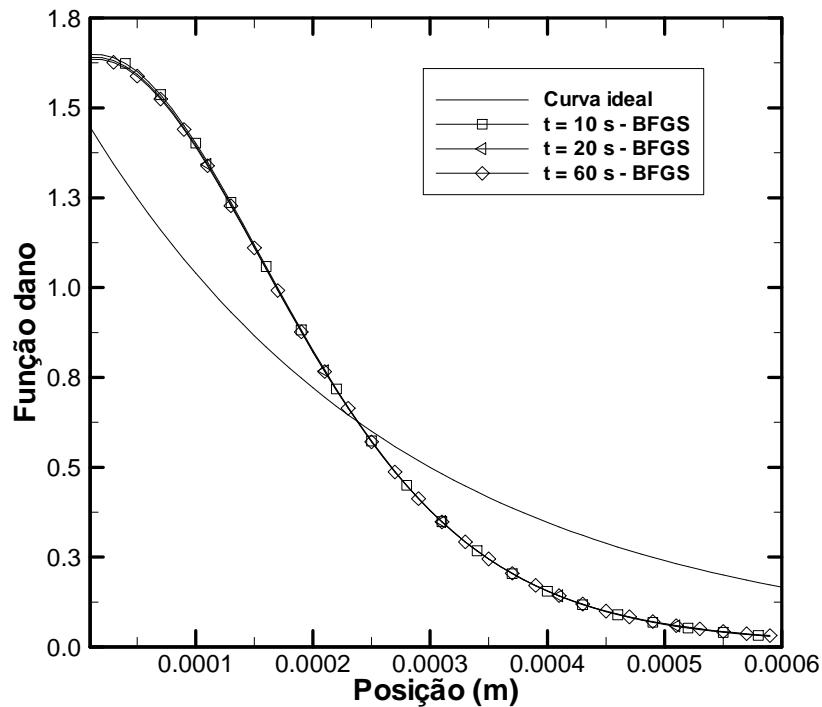


FIG. 7.92 Função dano para a curva D_5 com fonte senoidal via BFGS após 10, 20 e 60 s

A TAB. 7.32 apresenta as melhores soluções conseguidas para a reprodução do dano térmico equivalente a 75% da córnea, com profundidade de 0.45 mm. A convergência da solução é obtida somente no caso em que o laser atua por 1 min por meio do método MGC e BFGS, com 628 iterações. Nos demais simulações o critério de parada é o número máximo de iterações. Os métodos BFGS e MGC permanecem com o mesmo comportamento e novamente verifica-se a relação de proporcionalidade entre ν e o valor do funcional, sendo este último mais elevado que os valores expostos nos casos de dano térmico em 25 e 50% da córnea.

TAB. 7.32 Solução ótima para a curva D_6 com fonte senoidal via métodos determinísticos

t [s]	Método	A [s^{-1}]	f [$\times 10^{14}$ Hz]	ν	Funcional	Iterações
10	LM	2.2100×10^5	1.6129	1.1781	1.7573×10^3	1000
	MGC	2.2100×10^5	1.6129	1.4113	1.1038×10	1000
	BFGS	2.2100×10^5	1.6129	1.4113	1.1038×10	1000
20	LM	2.2100×10^5	1.6129	1.2152	8.5519×10^2	1000
	MGC	2.2100×10^5	1.6129	1.4124	1.0765×10^2	1000
	BFGS	2.2100×10^5	1.6129	1.4124	1.0765×10^2	1000
60	LM	2.2100×10^5	1.6129	1.2713	2.8012×10^2	1000
	MGC	2.2100×10^5	1.6129	1.4131	1.0589×10	628
	BFGS	2.2100×10^5	1.6129	1.4131	1.0589×10	628

O campo de temperatura exposto na FIG. 7.93 é elaborado pela solução ótima da TAB. 7.32. Verifica-se que a temperatura na superfície do olho é obtida entre 1 e 2 s, enquanto na camada mais interna da córnea o pico de temperatura ocorre pouco depois de 2 s. Agregando a esta análise a FIG. 7.94, pode-se afirmar que o dano térmico existe e ocorre até a metade da córnea. O valor mais elevado do mesmo é na superfície da córnea e está entre 4 a 4.5. O valor da função dano tende a uma assíntota após intervalo de tempo equivalente a 5 s.

O funcional e o comportamento da função dano estão apresentados nas FIGs. 7.95 e 7.96, respectivamente. Pelo gráfico do funcional pode-se aferir que há diferença entre os valores obtidos para cada intervalo de tempo, porém não há influência relevante no comportamento do dano térmico acumulado ao final do procedimento de aplicação do laser. Pela TAB. 7.32 os valores ótimos para a constante de decaimento são próximos, porém acarretam variações significativas no funcional, como visto na ampliação das últimas 500 iterações.

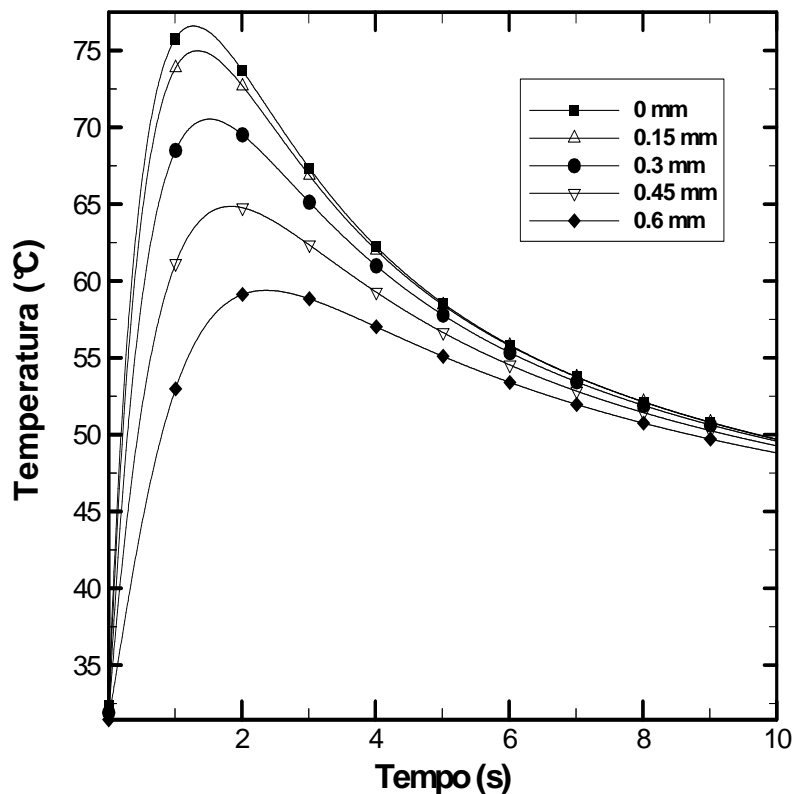


FIG. 7.93 Temperatura em pontos da córnea para a curva D_6 com fonte senoidal via BFGS em 10 s

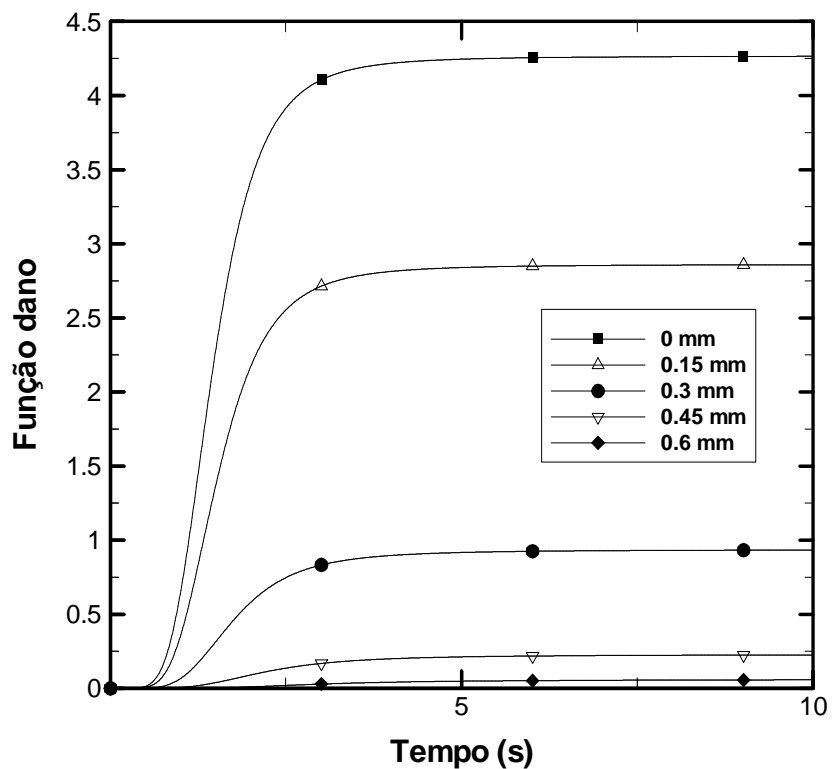


FIG. 7.94 Histórico do dano térmico em pontos da córnea para a curva D_6 com fonte senoidal via BFGS em 10 s

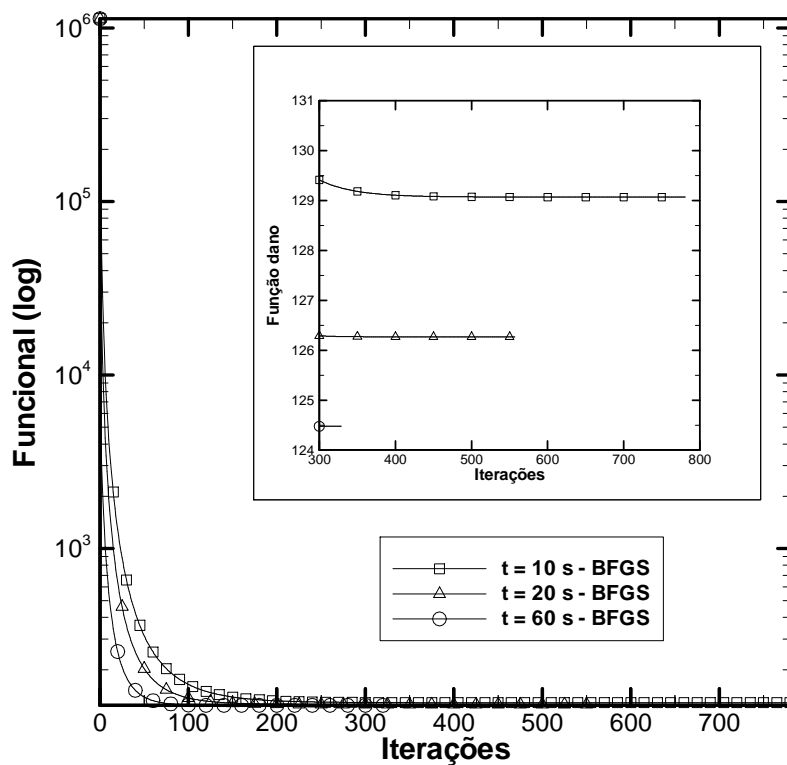


FIG. 7.95 Funcional para a curva D_6 com fonte senoidal via BFGS nos intervalos de tempo 10, 20 e 60 s

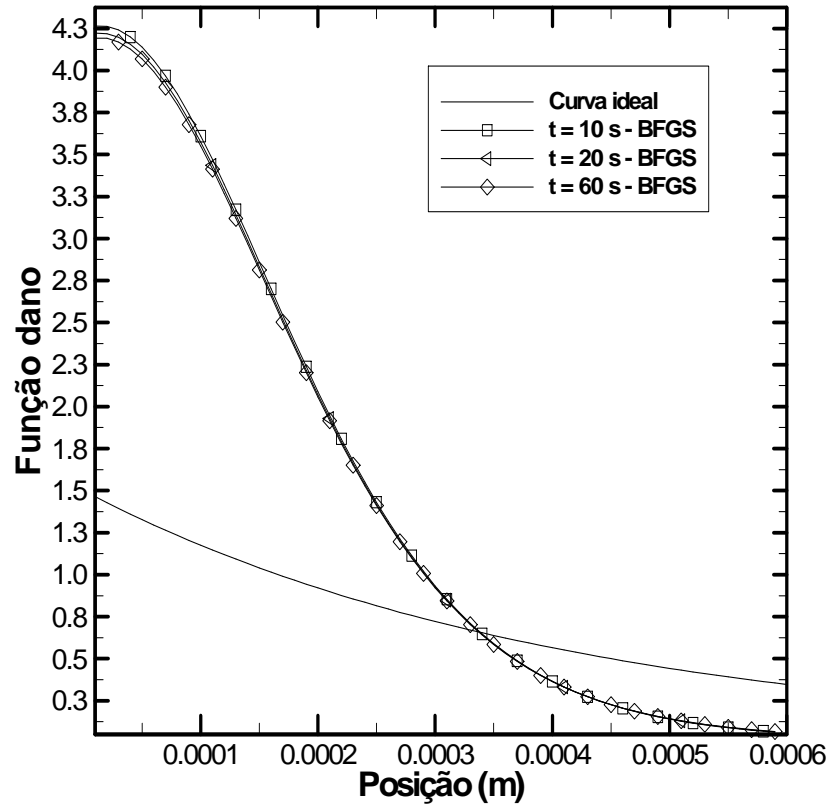


FIG. 7.96 Função dano para a curva D_6 com fonte senoidal via BFGS após 10, 20 e 60 s

8 CONCLUSÃO

O procedimento da cirurgia refrativa a laser ou termoceratoplastia, consiste em expor o olho humano a radiação do laser. Objetiva-se que a superfície da córnea apresente faixa térmica de 65 e 85 °C associada ao histórico do dano térmico acumulado superior a 0.5, a fim de encolher a mesma. Como as estruturas oculares humanas são consideravelmente sensíveis a radiação, torna-se relevante controlar o dano causado pela absorção da energia depositada pela fonte externa de calor. Nesse contexto conhecer o campo de temperatura é de suma importância.

O presente estudo delineou uma metodologia que a princípio realizou a discretização do problema proposto por meio do Método dos Volumes Finitos juntamente com uma dissetação a cerca do mesmo a fim de elucidar este procedimento numérico. A validação do código computacional decorreu da comparação de casos particulares do problema proposto com a solução analítica ou com resultados provenientes da literatura. Também se avaliou a influência da geração da malha não-uniforme no campo de temperatura.

A otimização do laser empregou métodos determinísticos (Levenberg-Marquardt, Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno e Método do Gradiente Conjugado) e métodos heurísticos (Evolução Diferenciada e Enxame de Partículas). O procedimento de busca da melhor solução realizou-se para a termoceratoplastia com aplicação do laser continuamente. No tratamento simulado foram estudadas duas situações: laser constante no tempo e com variação senoidal, também no tempo. Além disso, o tratamento foi analisado para duração de 10, 20 e 60s.

Agregaram-se na otimização diferentes perfis para a integral de Henriques após determinado intervalo de tempo, fornecidas por 6 curvas propostas que simulam diferentes profundidades para a lesão da córnea.

Diante da otimização do laser constante, os métodos determinísticos apresentaram desempenho inferior aos heurísticos, pois se observou que a solução inicial representou um fator relevante na obtenção dos resultados. O método LM mostrou convergência lenta em relação aos heurísticos. Vale ressaltar, que a os métodos BFGS e MGC apresentaram o mesmo resultado para a solução inicial 0.01, isto possivelmente pelo comportamento da função objetivo. No entanto a implementação do método BFGS não foi possível para solução

inicial 4.42×10^5 . Tal fato ocorreu em função da aproximação da matriz Hessiana não estar bem definida, uma vez que a diferença entre os gradientes a iteração estava próximo de zero.

Tanto nos métodos heurísticos quanto para os determinísticos as soluções ótimas foram obtidas com a exposição do tecido ocular ao laser constante a um intervalo de 10s associado ao procedimento simulado referente a 25% e 50% da córnea lesionada.

Observou-se que para as três primeiras situações para o comportamento da função dano (decaimento exponencial, degrau e linear no epitélio) representaram casos mais exigentes para os métodos de otimização. Por sua vez, estes obtiveram temperaturas abaixo de $65\text{ }^\circ\text{C}$ na superfície da córnea e dano térmico inferior a 0.5. Por conseguinte, a aplicação dos métodos na otimização do laser constante associada a estes perfis não viabilizou a realização da termoceratoplastia simulada.

Dentre os casos estudados para o laser constante constatou-se que o método Enxame de Partículas apresentou melhor desempenho na otimização da irradiância e ainda, o perfil para a função dano mais adequado para a realização da cirurgia refrativa a laser corresponde ao decaimento exponencial para o dano térmico equivalente a 50% de profundidade da córnea.

Comparativamente, o laser na forma funcional senoidal permitiu uma manipulação mais adequada do laser, visto que se tornou possível variar a quantidade de energia depositada no tecido ocular durante o tratamento. Neste caso estudou-se a otimização de 3 parâmetros simultaneamente e verificou-se que o parâmetro responsável pela atenuação do laser no tempo ofereceu maior sensibilidade diante dos demais.

Os métodos determinísticos conseguiram resultados e sem restrições como mencionado para a situação de laser constante. Os métodos heurísticos atingiram melhores resultados por sua característica aleatória de busca pela melhor solução. Em contrapartida, nos métodos determinísticos o processo iterativo foi interrompido com o número máximo de iterações ou por não atingir uma melhor minimização do funcional.

As observações realizadas na otimização do laser constante referente a influência dos três primeiros perfis para a função dano permanecem válidas para ambos os métodos na otimização do laser com variação senoidal. Portanto, o comportamento para a função dano mais apropriado para a realização da termoceratoplastia, corresponde ao decaimento exponencial para o dano térmico equivalente a 75% de profundidade da córnea, expondo o tecido por 20 s a irradiação do laser.

De posse dos resultados, a metodologia de otimização empregada neste trabalho inova por utilizar a integral de HENRIQUES e MORITZ (1946) como função objetivo em uma

simulação de cirurgia refrativa a laser no olho humano. Com base nas simulações realizadas o método Enxame de Partículas é o mais indicado e a variação temporal da irradiação implica em um controle ótimo do dano térmico acumulado.

Sugere-se que a continuidade desta pesquisa considere, dentre outras possibilidades:

1. Geometria mais próxima da realidade com a mesma metodologia de otimização empregada.
2. Adotar outros parâmetros encontrados em literatura para a integral de HENRIQUES e MORITZ a fim de investigar a influência na simulação do tratamento.
3. Considerar a situação de laser pulsado.

9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMARA, E. H. Numerical investigations on thermal effects of laser-ocular media interaction. **Journal Heat Mass Transfer**, 1994, p. 2479-2488.
- AZEVEDO, M. D. B., GUEDES, R. O. C. e SCOFANO NETO, F. Analytical solution to the two dimensional transient bioheat equation with convective boundary conditions. In: 11° BRAZILIAN CONGRESS OF THERMAL SCIENCES AND ENGINEERING – ENCIT, 2006.
- BECKER, C., PAZOS, R. E. P. e CROSSETTI, G. L. Método de gradiente conjugado na otimização de problemas modelados na catalização de polímeros. In: XXXI - CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL - CNMAC, 2008.
- BRIEN, K. T., O' MEKKAOUI, A. M. Numerical simulation of the thermal fields occurring in the treatment of malignant tumors by local hyperthermia. **Journal of Biomechanical Engineering**, 1993. p. 247-253.
- CATÃO, M. H. C. V. **Os benefícios do laser de baixa intensidade na clínica odontológica na estomatologia.** Revista Brasileira de Patologia Oral, v. 3, n. 4, p. 214-218, julho 2004.
- CHAN, C. L. Boundary element method analysis for the bioheat transfer equation. **Journal of Biomechanical Engineering**, 1991, p. 358-365.
- CHUA, K. J., HO, J. C., CHOU, S. K. e ISLAM, M. R. On the study of the temperature distribution within a human eye subjected to a laser source. **International communications in heat and mass transfer**, Singaura, v. 32, n. 8, p. 1057-1065, Abril de 2005
- COLAÇO, M.J., ORLANDE, H.R.B. e DULIKRAVICH, G.S. Inverse and optimization problems in heat transfer, invited lecture. In: 10th BRAZILIAN CONGRESS OF THERMAL SCIENCES AND ENGINEERING – ENCIT, Rio de Janeiro, RJ, 2004.
- COLAÇO, M. J., ORLANDE, H. R. B. DULIKRAVICH, G. S. e RODRIGUEZ, F. A. A comparison of two solution techniques for the inverse problem of simultaneously

estimating the spatial variations of diffusion coefficients and source terms. In: INTERNATIONAL MECHANICAL ENGINEERING CONGRESS & EXPOSITION WASHINGTON, D.C., USA, p. 16-21, 2003.

COLAÇO, M. J. ORLANDE, H. R. B., ROBERTY, N. C. ALVES, C. J. On the use of MFS in linear inverse diffusion problems. In: CONGRESS OF THERMAL SCIENCES AND ENGINEERING – ENCIT, Curitiba, Brazil, 2006, p. 14-21.

CVETKOVIC, M.,CAVKA e D.,POLJAK, D. A Simple Finite Element Model of Heat Transfer in the Human Eye. **Faculty of electrical engineering, mechanical engineering and naval architecture, University of Split**, 2006, p. 27 - 31.

FENG, Y., FUENTES, D., HAWKINS, A., BASS, J. M. e RYLANDER, M. N. Optimization and real-time control for laser treatment of heterogeneous soft tissues. **Computer Methods Application Mechanical Engineering**, 2009, p. 1742-1750.

GILMOUR, M. A. Laser applications for corneal disease. **Clinical techniques in small animal practice**, 2003, p. 199-202.

HENRIQUES, F. C. e MORITZ, A. R. The conduction of heat to and through skin and the temperatures attained therein. A theoretical and an experimental investigation. **American Journal of Pathology**, 1946, p. 53-549.

HUANG M H.W., CHAN, C.L. e ROEMER, R.B. Analytical Solutions of Pennes Bioheat Transfer Equation with a Blood Vessel, ASME, **Journal of Biomechanical Engineering**, 1994, p. 208-212.

INMETRO – Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial. Disponível: <http://www.inmetro.gov.br> [capturado em: 15 dez. 2008].

JIANCHAO, Y. e CHERN, C. T., Comparison of Newton-Gauss with Levenberg-Marquardt Algorithm for space resection. In: ASIAN CONFERENCE ON REMOTE SENSING, Sigapura, 2001.

KEENNEDY, J. e EBERHART, R. Particle Swarm Optimization. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NEURAL NETWORKS - IEEE, Perth, Australia, 1995, p. 1942-1948.

LASIK MD Laser Eye Surgery. Disponível: <http://www.lasikmd.com> [capturado em: 5 fev. 2009].

LIMA, R. C. F., LYRA, P. R. M. e GUIMARÃES, C. S. C. **Modelagem computacional da biotransferência de calor no tratamento por hipertermia em tumores de duodeno através do método de volumes finitos em malhas não estruturadas.** Revista Brasileira de Engenharia Biomédica, v. 22, n. 2, p. 119-129, agosto 2006.

LYRA, João Marcelo. **Utilização de radiofrequência para o tratamento do ceracotone.** 2006. Dissertação (Doutorado em Oftalmologia) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.

MAINSTER, M. A. Ophthalmic applications of infrared lasers - thermal considerations. **Investigative Ophthalmology & Visual Science**, 1979, p. 414-420.

MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**, LTC-Livros Técnicos e Científicos, Editora S.A, Rio de Janeiro, RJ, 1995.

NG, E.Y.K. e OOI, E.H. Ocular surface temperature: A 3D FEM prediction using bioheat equation. **Computers in Biology and Medicine**, 2007, p. 829 – 835.

ON – Observatório Nacional. Disponível: <http://www.on.br> [capturado em: 05 jun. 2009]

OOI, E. H., ANG, W. e NG, E. A boundary element model of the human eye undergoing laser thermokeratoplasty. **Computers in Biology and Medicine**, 2008, p. 727-737.

ÖZISIK, M. N. **Basic heat transfer**, McGraw-Hill, Londres, 1981.

PENG, Q., JUZENIENE, A., CHEN, J., SVAASAND, L. O., WARLOE, T., GIERCKSKY K. e MOAN, J. **Lasers in medicine.** Reports on Progress in Physics, 2008, p. 28.

PENNES, H. H. Analysis of tissue and arterial blood temperatures in the resting human forearm. **Journal of Applied Physiology**, 1948, p. 93-122.

SANTOS, S. K. S. L., LIMA, R. C. F., CANDEIAS, A. L. B., CANUTO, G. H., e VIEIRA, J. W. Análise do campo de temperaturas em tumores de próstata submetidos a hipertermia utilizando o método dos volumes finitos e desenvolvimento de uma metodologia usando

técnicas Monte Carlo a ser usada para a validação da análise numérica. In: 8° CONGRESS IBEROAMERICANO DE ENGENHARIA MECÂNICA, Peru, p. 543-552, 2007.

SBO – Sociedade Brasileira de Oftalmologia. Disponível: <http://www.sboportal.org.br> [capturado em: 30 abr. 2009].

SOUZA, C. C., FACHINI, G. e RAMOS, V. G. Laser na medicina. In: CONCURSO DE MONOGRAFIAS MILTON FERREIRA DE SOUZA – Semóptica, USP, São Carlos, 1996.

TRUCU, D., INGHAM, D. B. e LESNIC, D. The inverse coefficient identification problem in bio-heat-transient flow equation. In: DESIGN AND OPTIMIZATION SYMPOSIUM, Miami, Florida, U.S.A, p. 16-18, 2007.

WELCH, A.J. The Thermal Response of Laser Irradiated Tissue. **Journal of Quantum Electronics**, 1984, p. 1471 – 1481.

XIA, Y., CHAN, K. W. e LIU, M. Improved BFGS method for optimal power flow calculation with transient stability constraints. **Power Engineering Society General Meeting**, 2005, 434 - 439.

YUE, K., ZHANG, X. e YU, F. An analytic solution of one-dimensional steady-state Pennes' bioheat transfer equation in cylindrical coordinates. **Journal of Thermal Science**, 2004, p. 255 - 258.

ZACHARIAS, L. C., GRAZIANO, R. M., OLIVEIRA, B. F. T., HATANAKA, M., CRESTA, F. B. e JOSÉ, N.K. Does “cataract campaign” attract private practice patients?. **Arquivo Brasileiro Oftalmologia**, 2002, p. 557 - 561.

ZHOU, J., CHEN, J. K. e ZHANG, Y. Dual-phase lag effects on thermal damage to biological tissues caused by laser irradiation. **Computers in Biology and Medicine**, 2009, p. 286 – 293.