

**MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

Cap CARLOS FREDERICO DE MATOS CHAGAS

**SIMULAÇÃO DA V_{tr} LEVE EMBARCADA GE
AEROTRANSPORTADA**

Rio de Janeiro

2006

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Cap CARLOS FREDERICO DE MATOS CHAGAS

**SIMULAÇÃO DA Vtr LEVE EMBARCADA GE
AEROTRANSPORTADA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Clódio Alberto Pastro Sarzeto – D. C.

Rio de Janeiro

2006

c2006

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

São permitidas a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do autor e do orientador.

C433 Chagas, Carlos Frederico de Matos
Simulação da vtr leve embarcada ge aerotransportada/
Carlos Frederico de Matos Chagas – Rio de Janeiro: Instituto
Militar de Engenharia, 2006.
210f. : il., graf., tab. : - cm.

Dissertação (mestrado) – Instituto Militar de Engenharia –
Rio de Janeiro, 2006.

1. Veículos, dinâmica. 2. Veículos, estabilidade. I.Título.
II.Instituto Militar de Engenharia.

CDD 629.2

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Cap CARLOS FREDERICO DE MATOS CHAGAS

**SIMULAÇÃO DA VTR LEVE EMBARCADA GE
AEROTRANSPORTADA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Clódio Alberto Pastro Sarzeto – D.C.

Aprovada em 12 de janeiro de 2006 pela seguinte Banca Examinadora:

Prof. Clódio Alberto Pastro Sarzeto – D.C. do IME - Presidente

Prof. Mauro Speranza Neto – D.C. da PUC/RJ

Paulo Roberto Rocha Aguiar – Cap/QEM – D.C. do CTEEx

Prof. Fernando Ribeiro da Silva – D.C. do IME

Rio de Janeiro

2006

A memória de meu pai, pelos ensinamentos e pelo exemplo de homem íntegro e dedicado que deixou e que me norteiam ao longo da minha caminhada.

AGRADECIMENTOS

A minha esposa Marcia e a meu filho Luiz Carlos, fontes inesgotáveis de apoio e carinho.

A minha mãe, pelo esforço e dedicação com que me educou e ajudou na formação de meu caráter.

A meu irmão, pelo incentivo e pelos aconselhamentos.

A meu orientador, Dr. Clódio Alberto Pastro Sarzeto, pela dedicação com que me orientou, pela confiança e pela amizade.

A meu amigo Maurício Ramos de Resende Neves, pela inestimável colaboração ao longo deste trabalho.

A todos os professores que, ao longo do curso, contribuíram com seus ensinamentos para realização do presente trabalho.

A todos aqueles que de algum modo contribuíram para o êxito deste trabalho.

E, finalmente, a Deus, por me abençoar colocando em meus caminhos pessoas iluminadas que me incentivam e apóiam, tornando possíveis minhas realizações.

“ Sê corajoso:

Porta-te como um homem!

Guarda os preceitos do senhor, teu Deus; anda em seus caminhos, observa suas leis, seus mandamentos, seus preceitos e seus ensinamentos.

Deste modo, serás bem sucedido em tudo o que fizeres e em todos os teus projetos.”

(1 Rs 2, 2-3)

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES.....	10
LISTA DE TABELAS.....	16
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS.....	17
LISTA DE SIGLAS.....	26
1 INTRODUÇÃO	29
1.1 Organização do Trabalho	30
1.2 Posicionamento do Trabalho	31
1.3 Revisão Bibliográfica	33
1.3.1 Modelagem de sistemas mecânicos por transformadores cinemáticos	33
1.3.2 Modelagem de pneus	34
1.3.3 Modelagem e análise das dinâmicas lateral e longitudinal de veículos.....	35
2 MODELAGEM DE SISTEMAS MULTICORPOS RÍGIDOS POR TRANSFORMADORES CINEMÁTICOS	38
2.1 Introdução	38
2.2 Equações de movimento com número mínimo de coordenadas	39
2.3 Juntas em cadeias cinemáticas	41
2.4 Graus de liberdade	42
2.5 Equações de fechamento da cinemática	43
2.6 Cinemática relativa	46
2.7 Cinemática absoluta	47
2.8 Cinemática global	49
3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA MOELO DE PNEUS	54
3.1 Introdução	54
3.2 Características da “ <i>Fórmula Mágica</i> ”	55
3.3 Coeficientes da “ <i>Fórmula Mágica</i> ”	55
3.4 Força vertical	57

3.5	Força lateral	60
3.6	Força longitudinal	64
3.6.1	Raio efetivo de rolamento	65
3.6.2	Escorregamento longitudinal	66
3.7	Interação entre as forças lateral e longitudinal	68
4	MODELO TRIDIMENSIONAL DO VEÍCULO	76
4.1	Introdução	76
4.2	Suspensão dianteira direita	78
4.2.1	Descrição do modelo físico	78
4.2.2	Coordenadas de junta	79
4.2.3	Equações de restrição	81
4.2.4	Cinemática relativa	86
4.2.5	Cinemática absoluta	88
4.2.6	Cinemática global	89
4.3	Suspensão dianteira esquerda	89
4.4	Suspensão traseira direita	93
4.5	Suspensão traseira esquerda	94
4.6	Chassis	95
4.7	Acoplamento das suspensões ao chassis	97
4.8	Ângulos das suspensões	102
4.9	Forças das suspensões	105
4.10	Forças dos pneus	108
4.10.1	Forças verticais	108
4.10.2	Forças laterais	109
4.10.3	Forças longitudinais	111
4.10.4	Interação entre as forças laterais e longitudinais	114
4.11	Dinâmica	115
5	RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES	117
5.1	Implementação computacional do modelo do veículo	117
5.2	Condições iniciais das simulações	117
5.3	Simulações propostas	122

5.4	Trajétória circular em regime permanente (“steady-state cornering”)	123
5.4.1	Descrição do ensaio	123
5.4.2	Apresentação e análise dos resultados	124
5.5	Esterçamento em degrau (“step steer”)	129
5.5.1	Descrição do ensaio	129
5.5.2	Apresentação e análise dos resultados	130
5.6	Esterçamento senoidal (“sinusoidal steer”)	132
5.6.1	Descrição do ensaio	134
5.6.2	Apresentação e análise dos resultados	136
5.7	Manobra evasiva dupla em trajetória retilínea (“double lane-change”)	138
5.7.1	Descrição do ensaio	140
5.7.2	Apresentação e análise dos resultados	147
5.8	Frenagem em trajetória curvilínea (“brake in a turn”)	159
5.8.1	Descrição do ensaio	159
5.8.2	Apresentação e análise dos resultados	159
6	CONCLUSÕES E SUGESTÕES	185
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	188
8	APÊNDICES	191
	APÊNDICE 1: PARÂMETROS DO VEÍCULO	192
	APÊNDICE 2: PROCEDIMENTO PARA DETERMINAÇÃO DA PERDA DE ADERÊNCIA DO PNEU.....	200
	APÊNDICE 3: GRADIENTE DE SUBESTERÇAMENTO PARA TESTE DE RAIO CONSTANTE EM TRAJETÓRIA CIRCULAR EM REGIME PERMANENTE	202
	GLOSSÁRIO DE TERMOS TÉCNICOS E EXPRESSÕES USADAS	207
	BIBLIOGRAFIA	209

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG. 2.1	Separação da cadeia fechada no par característico de juntas	43
FIG. 2.2	Transformação de um referencial $(xyz)_C$ para o referencial $(XYZ)_I$	50
FIG. 3.1	Influência de coeficientes na curva força lateral x ângulo de desvio	56
FIG. 3.2	Ilustração de um pneu (a) sujeito a uma força lateral e (b) sujeito a uma força lateral e a um ângulo de câmber (γ_r)	58
FIG. 3.3	Representação da parte inferior do pneu com ângulo de câmber	59
FIG. 3.4	Deformação de um pneu em rolamento sujeito a uma força lateral	60
FIG. 3.5	Curva de força lateral x ângulo de desvio para uma força vertical de 8020 N do pneu P215/60 R15 Eagle GT-S	62
FIG. 3.6	Convenção de sinais na geração da força lateral	63
FIG. 3.7	Configuração geométrica de um pneu em rolamento livre	65
FIG. 3.8	Curvas de F_x (σ) para diferentes valores de carga vertical de um pneu radial 205/60 R15	67
FIG. 3.9	Diagramas polares das forças geradas por um pneu para ângulos de desvio constantes. (a) Dados experimentais. (b) Aproximação elíptica	69
FIG. 3.10	Velocidades de deslizamento e de rolamento nos eixos X' e Y'	70
FIG. 3.11	Curvas básicas originais	73
FIG. 3.12	Curvas básicas normalizadas	74
FIG. 3.13	Curvas representando a interação entre F_x e F_y obtidas a partir do modelo empírico	75
FIG. 4.1	Modelo físico das suspensões	77
FIG. 4.2	Modelo físico da suspensão dianteira direita	78
FIG. 4.3	Primeiro transformador - a) Coordenadas de junta; b) Referenciais locais .	80
FIG. 4.4	Coordenadas de junta do segundo transformador	81
FIG. 4.5	Referencial local do corpo 4 e referencial 9	84
FIG. 4.6	Modelo físico da suspensão dianteira esquerda	90
FIG. 4.7	Primeiro transformador - a) Coordenadas de junta; b) Referenciais locais .	91
FIG. 4.8	Coordenadas de junta do segundo transformador	91
FIG. 4.9	Modelo físico da suspensão traseira direita	93
FIG. 4.10	Chassis e seus ângulos de orientação	96

FIG. 4.11	Acoplamento das suspensões ao chassis	98
FIG. 4.12	Diagrama de blocos do acoplamento da cinemática à dinâmica do veículo.	101
FIG. 4.13	Ângulo de Câamber (γ)	102
FIG. 4.14	Forças da mola e do amortecedor da suspensão dianteira direita	105
FIG. 4.15	Forças verticais nos pneus	108
FIG. 4.16	Representação dos ângulos de desvio e das forças laterais dos pneus.....	110
FIG. 4.17	Diagrama de forças na dinâmica longitudinal do pneu na frenagem	113
FIG. 5.1	Posição vertical do chassis x tempo com o veículo sob a ação do próprio peso	119
FIG. 5.2	Ângulos das bandejas x tempo - veículo sob a ação do próprio peso	119
FIG. 5.3	Forças verticais dos pneus x tempo - veículo sob a ação do próprio peso.	120
FIG. 5.4	Ângulo de câamber x tempo - veículo sob a ação do próprio peso	120
FIG. 5.5	Vista superior do veículo com principais dimensões	121
FIG. 5.6	Vista lateral do veículo com principais dimensões	122
FIG. 5.7	Ângulo de desvio dos pneus x tempo para velocidade igual a 83 km/h e ângulo de esterçamento igual a 60°	125
FIG. 5.8	Ângulo de esterçamento equivalente das rodas x aceleração lateral para um raio de 50 m	126
FIG. 5.9	Gradiente de subesterçamento x aceleração lateral para o teste de raio constante de 50 m	127
FIG. 5.10	Ângulo de rolagem x aceleração lateral para o teste de raio constante	128
FIG. 5.11	Força vertical dos pneus no solo x tempo no ensaio de trajetória circular em regime permanente a 82 km/h e raio de 50 m	129
FIG. 5.12	Ângulo de esterçamento do volante x tempo para esterçamento em degrau	131
FIG. 5.13	Ampliação da FIG. 5.12 na região de variação do ângulo de esterçamento do volante	131
FIG. 5.14	Trajетória dos centros de massas do chassis e das rodas no plano (XY). (a) trajetória ao longo de 16 s de simulação. (b) Ampliação de (a) na região de regime transiente	132
FIG. 5.15	Aceleração lateral do chassis x tempo na fase final do regime transiente para o esterçamento em degrau	133
FIG. 5.16	Esterçamento em degrau - ângulo de desvio do veículo x tempo	134
FIG. 5.17	Esterçamento em degrau. (a) Força vertical dos pneus no solo x tempo	

	(b) Ângulo de rolagem do chassi x tempo	134
FIG. 5.18	Aceleração lateral x tempo para a condição limite de perda de aderência no ensaio de esterçamento em degrau	135
FIG. 5.19	Esterçamento em degrau – ampliação das curvas de ângulo de desvio dos pneus na região de perda de aderência	136
FIG. 5.20	Trajatória dos centros de massa do chassi e das rodas para a condição limite de perda de aderência no ensaio de esterçamento em degrau.....	137
FIG. 5.21	Ângulos de desvio dos pneus x tempo para uma condição de velocidade de esterçamento do volante de 50°/s, ângulo de esterçamento máximo de 43° e velocidade de 80 km/h	138
FIG. 5.22	Ampliação da FIG 5.21 na região do fim do regime transiente	138
FIG. 5.23	Esterçamento em degrau. (a) Força vertical dos pneus no solo x tempo. (b) Força lateral dos pneus x tempo	139
FIG. 5.24	Deslocamento angular do volante x tempo para uma frequência de esterçamento de 2,0 Hz	141
FIG. 5.25	Trajórias dos centros de massas das rodas e do chassi para um esterçamento senoidal de 2,0 Hz	141
FIG. 5.26	Esterçamento senoidal com frequência de 4,0 Hz. (a) Ângulo de desvio dos pneus x tempo. (b) Força vertical dos pneus no solo x tempo	142
FIG. 5.27	Força lateral dos pneus dianteiro direito e traseiro direito em função do tempo para uma frequência de esterçamento de 3,0 Hz	144
FIG. 5.28	Pista para o ensaio de manobra evasiva dupla em trajetória retilínea	147
FIG. 5.29	Ângulo de esterçamento do volante x tempo para manobra evasiva dupla a uma velocidade de 80 km/h	149
FIG. 5.30	Trajórias dos centros de massa do chassi, das rodas, e do veículo no plano (XY) _I para manobra evasiva dupla a 80 km/h	149
FIG. 5.31	Ampliação da trajetória do veículo no plano (XY) _I na região de manobra evasiva dupla para uma velocidade longitudinal de 80 km/h	150
FIG. 5.32	Ângulo de desvio dos pneus x tempo para manobra evasiva dupla a uma velocidade de 80 km/h	151
FIG. 5.33	Aceleração lateral do veículo x tempo para manobra evasiva dupla a uma velocidade de 80 km/h	151
FIG. 5.34	Força vertical dos pneus no solo x tempo para manobra evasiva dupla a	

	uma velocidade de 80 km/h	152
FIG. 5.35	Ângulo de rolagem do chassis x tempo para manobra evasiva dupla a uma velocidade de 80 km/h	153
FIG. 5.36	Ângulo de esterçamento do volante x tempo para manobra evasiva dupla a uma velocidade de 105 km/h	154
FIG. 5.37	Trajетórias dos centros de massa do chassis, rodas e do veículo no plano (XY) _I para manobra evasiva dupla a 105 km/h	154
FIG. 5.38	Ampliação da trajetória do veículo no plano (XY) _I na região de manobra evasiva dupla a 105 km/h	155
FIG. 5.39	Ângulo de direção do veículo x tempo para manobra evasiva dupla a uma velocidade de 105 km/h	156
FIG. 5.40	Ângulos de desvio dos pneus x tempo para manobra evasiva dupla a uma velocidade de 105 km/h	157
FIG. 5.41	Ampliação da FIG. 5.40 na região de início de perda de aderência nos pneus	158
FIG. 5.42	Aceleração lateral do veículo x tempo para manobra evasiva dupla a uma velocidade de 105 km/h	158
FIG. 5.43	Pressão no cilindro mestre do sistema de freios x tempo para o ensaio de frenagem em trajetória curvilínea para uma pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa	161
FIG. 5.44	Ângulo de arfagem do chassis x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa	161
FIG. 5.45	Ângulo de rolagem do chassis x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 Mpa	162
FIG. 5.46	Velocidade longitudinal do veículo x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa	163
FIG. 5.47	Forças verticais dos pneus no solo x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa	164
FIG. 5.48	Aceleração lateral do veículo x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa	165
FIG. 5.49	Aceleração longitudinal do veículo x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa	165
FIG. 5.50	Escorregamentos longitudinais dos pneus x tempo - frenagem em	

	trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa	166
FIG. 5.51	Forças laterais dos pneus x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa	167
FIG. 5.52	Forças longitudinais dos pneus x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa	168
FIG. 5.53	Deslizamentos totais normalizados dos pneus x tempo – frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa	169
FIG. 5.54	Velocidades angulares das rodas x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa	170
FIG. 5.55	Trajetoária do veículo - frenagem em trajetória curvilínea para uma pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa	171
FIG. 5.56	Ampliação da trajetória do veículo na região de frenagem - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa ..	171
FIG. 5.57	Escorregamentos longitudinais dos pneus x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão no cilindro mestre de 9,1 MPa	172
FIG. 5.58	Velocidades angulares das rodas x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão no cilindro mestre de 9,1 MPa	173
FIG. 5.59	Forças longitudinais dos pneus x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão no cilindro mestre de 9,1 MPa	174
FIG. 5.60	Aceleração longitudinal do veículo x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão no cilindro mestre de 9,1 MPa	174
FIG. 5.61	Forças laterais dos pneus x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão no cilindro mestre de 9,1 MPa	175
FIG. 5.62	Deslizamentos totais normalizados dos pneus x tempo – frenagem em trajetória curvilínea com pressão no cilindro mestre de 9,1 MPa	176
FIG. 5.63	Trajetoária completa do veículo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão no cilindro mestre de 9,1 MPa	177
FIG. 5.64	Trajetoária do veículo na região de frenagem - frenagem em trajetória curvilínea com pressão no cilindro mestre de 9,1 MPa	177
FIG. 5.65	Ângulo de direção do chassi (“yaw angle”) x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão no cilindro mestre de 9,1 MPa	178
FIG. 5.66	Deslizamento total normalizado – acionamento do acelerador de um	

	veículo com tração nas rodas dianteiras em trajetória curvilínea	179
FIG. 5.67	Força longitudinal dos pneus – acionamento do acelerador de um veículo com tração nas rodas dianteiras em trajetória curvilínea	180
FIG. 5.68	Aceleração longitudinal do veículo - acionamento do acelerador de um veículo com tração nas rodas dianteiras em trajetória curvilínea	180
FIG. 5.69	Trajectoria do veículo com tração nas rodas dianteiras	181
FIG. 5.70	Trajectoria do veículo na região de acionamento do acelerador	181
FIG. 5.71	Deslizamento total normalizado – acionamento do acelerador de um veículo com tração nas rodas traseiras em trajetória curvilínea	182
FIG. 5.72	Ampliação da trajetória na região do acionamento do acelerador – veículo com tração traseira	183
FIG. 5.73	Raio da curva descrita pelo veículo com tração traseira e acionamento do acelerador em trajetória curvilínea	184
FIG. 8.1	Posição dos pontos A e D de cada suspensão em relação ao referencial do chassis	193
FIG. 8.2	Mecanismo de direção do veículo	194
FIG .8.3	Força lateral x ângulo de desvio do pneu P215/60 R15 Eagle GT-S	197
FIG .8.4	Força lateral x ângulo de desvio do pneu P205/60 R15	198
FIG .8.5	Força longitudinal x escorregamento longitudinal do pneu P205/60	199
FIG .8.6	Força lateral x ângulo de desvio para um determinado valor de força vertical e ângulo de câmber de um pneu	200
FIG .8.7	Configuração geométrica para determinação do ângulo de esterçamento de Ackerman	203
FIG .8.8	Geometria do veículo em trajetórias curvilíneas a alta velocidade	205

LISTA DE TABELAS

TAB. 2.1	Condições de fechamento implícitas	45
TAB. 4.1	Graus de liberdade do modelo do veículo	76
TAB. 4.2	Corpos da suspensão e do mecanismo de direção	79
TAB. 5.1	Condições iniciais das simulações	118
TAB. 5.2	Características do veículo em equilíbrio estático vertical	121
TAB. 5.3	Resultados obtidos para o ensaio de trajetória circular em regime permanente	125
TAB. 5.4	Aceleração lateral máxima do veículo para as diferentes frequências de esterçamento aplicadas ao volante	143
TAB. 5.5	Condições do veículo em função da frequência de esterçamento para a perda de aderência	145
TAB. 5.6	Dimensões da pista para o ensaio de manobra evasiva dupla em trajetória retilínea	147
TAB. 8.1	Módulos de alguns vetores das suspensões em mm	192
TAB. 8.2	Coordenadas dos pontos fixos das suspensões no referencial do chassis $(XYZ)_c$ em mm	193
TAB. 8.3	Razão entre os deslocamentos lineares das cremalheiras e o ângulo de esterçamento do volante	194
TAB. 8.4	Massa e momentos de inércia dos corpos	195
TAB. 8.5	Parâmetros das molas e batentes	195
TAB. 8.6	Parâmetros dos amortecedores	196
TAB. 8.7	Coefficientes da “ <i>Fórmula Mágica</i> ” do pneu 1	196
TAB. 8.8	Coefficientes da “ <i>Fórmula Mágica</i> ” do pneu 2	198

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

ABREVIATURAS

Acel. lat.	- aceleração lateral do veículo
ampvol.	- amplitude de esterçamento do volante na manobra senoidal
Âng. rol.	- ângulo de rolagem do chassis
Âng. vol.	- ângulo do volante da direção
angvol	- ângulo máximo de esterçamento do volante na manobra
arccos	- inverso da função cosseno
C	- junta cilíndrica
C. M	- centro de massa
dd	- dianteira direita
de	- dianteira esquerda
freq	- frequência de esterçamento do volante na manobra senoidal
E	- junta plana
H	- junta helicoidal
ncl	- número de ciclos de esterçamento senoidal
P	- junta prismática
PC	- plano da carcaça
PR	- plano da roda
R	- junta de revolução
S	- junta esférica
$\text{sgn}\{a\}$	- função que retorna o sinal da variável a
td	- traseira direita
te	- traseira esquerda
Vel. long.	- velocidade longitudinal do veículo
velest	- velocidade angular de esterçamento do volante

SÍMBOLOS

- A_C - matriz de transformação de orientação do referencial $(xyz)_C$ para o referencial $(XYZ)_I$
- A_{iC} - matriz de transformação de orientação do referencial local do corpo i $(xyz)_i$ para o referencial $(xyz)_C$
- A_{ij} - matriz de transformação de orientação do referencial local do corpo i $(xyz)_i$ para o referencial local do corpo j $(xyz)_j$
- \underline{a}_i - coeficientes da matriz jacobiana absoluta relativos ao corpo i
- b - valor médio da largura do pneu
- \underline{b} - vetor de forças giroscópicas do sistema
- \underline{B} - vetor de forças giroscópicas reduzido do sistema
- \underline{b}_i - vetor de coeficientes da matriz jacobiana absoluta relativos à velocidade angular do corpo i
- C_{amort} - coeficiente de amortecimento do amortecedor
- c_{bat} - curso entre batentes
- c_{comp} - comprimento instantâneo da mola
- c_{inst} - comprimento de instalação
- c_{livre} - comprimento livre da mola
- C_{cra} - do deslocamento linear da cremalheira dianteira pelo ângulo de rotação do volante
- C_r - coeficiente de amortecimento radial do pneu
- C_α - rigidez de esterçamento
- C_γ - rigidez de câmber
- $C_{C\alpha}$ - coeficiente de força lateral
- C_{21} - matriz de acoplamento entre o 1º e o 2º transformador
- d_{cr} - comprimento da cremalheira
- d_{mola} - deformação da mola
- $\underline{d}_{r_{XY}}^C$ - projeção do vetor unitário do eixo da roda no referencial do chassi no plano $(XY)_C$
- $\underline{d}_{r_{YZ}}^C$ - projeção do vetor unitário do eixo da roda no referencial do chassi no plano $(YZ)_C$

- $\underline{d}_{Z_{1YZ}}^C$ - projeção do vetor unitário de mesma direção do eixo Z do referencial inercial no referencial do chassis projetado no plano $(YZ)_C$
- F_{amort} - força gerada pelo amortecedor
- F_{mola} - força gerada pela mola
- F_{bats} - força gerada pelo batente superior
- F_{bati} - força gerada pelo batente inferior
- F_B - força de frenagem
- F_{E_k} - força lateral, torque de auto-alinhamento ou força longitudinal obtidos experimentalmente

- F_{FM_k} - força lateral, torque de auto-alinhamento ou força longitudinal obtidos a partir da substituição do ângulo de desvio (escorregamento longitudinal), força vertical e ângulo de câmber na “*Fórmula Mágica*”
- F_{LAT} - força lateral gerada pelo pneu
- $F_{LAT}^{Y_C}$ - força lateral projetada no eixo transversal do veículo
- F_{LONG} - força longitudinal gerada pelo pneu
- $F_{LONG}^{X_C}$ - força longitudinal projetada no eixo longitudinal do veículo
- F_{susp} - força da suspensão
- F_T - força de tração
- F_x - força longitudinal do pneu
- F_y - força lateral do pneu
- F_z - força vertical do pneu
- F_α - força lateral devido ao ângulo de desvio
- F_γ - força lateral de câmber
- F_{XO} - força longitudinal do pneu sem a interação da força lateral
- F_{YO} - força lateral do pneu sem a interação da força longitudinal
- \underline{f}_i^e - vetor de forças externas aplicadas
- f - coeficiente de resistência ao rolamento
- \underline{f}_{LAT}^I - vetor de força lateral do pneu no referencial inercial
- \underline{f}_{LONG}^I - vetor de força longitudinal do pneu no referencial inercial

- g - aceleração da gravidade
- \underline{g} - conjunto completo de equações de restrição do transformador
- \underline{g}_{-car} - equações características do mecanismo
- \underline{g}_{comp} - equações complementares do mecanismo
- ${}_u \underline{g}_i$ - equação de restrição para o trecho superior da cadeia aberta
- ${}_l \underline{g}_i$ - equação de restrição para o trecho inferior da cadeia aberta
- G_a - junta dos pares característicos com maior número de graus de liberdade
- G_b - junta dos pares característicos com menor número de graus de liberdade
- G_C - G_C - matriz que transforma a derivada em relação ao tempo dos ângulos de orientação do chassis para o vetor velocidade angular do chassis
- \underline{g}_{fr} - ganho de frenagem
- h - número de equações implícitas de fechamento
- h_z - altura do perfil do pneu deformado para $\gamma_c = 0$
- I_3 - matriz identidade de ordem 3
- I_6 - matriz identidade de ordem 6
- I_{xx} - momento de inércia em relação ao eixo \underline{x}
- I_{yy} - momento de inércia em relação ao eixo \underline{y}
- I_{zz} - momento de inércia em relação ao eixo \underline{z}
- J_β - matriz jacobiana de restrições de uma cadeia simples
- J_{β_1} - jacobiana beta do primeiro transformador
- J_{β_2} - jacobiana beta do segundo transformador
- J_θ - jacobiana das restrições de translação entre o sistema global e o local
- J_a - matriz jacobiana absoluta
- J_C - matriz jacobiana global do chassi
- J_g - matriz jacobiana global de um subsistema
- J_G - matriz jacobiana global do sistema completo
- $J_{GT_{xx}}$ - jacobiana global das suspensões
- J_r - matriz jacobiana relativa
- J_{xx} - momento de inércia de um corpo em relação ao eixo X de seu referencial local
- J_{yy} - momento de inércia de um corpo em relação ao eixo Y de seu referencial local

J_{zz}	-	momento de inércia de um corpo em relação ao eixo Z de seu referencial local
K_r	-	rigidez radial do pneu
K_{mola}	-	coeficiente de elasticidade da mola
K_{bats}	-	coeficiente de elasticidade do batente superior
K_{bati}	-	coeficiente de elasticidade do batente inferior
L_D	-	comprimento da parte direita da cremalheira
L_E	-	comprimento da parte esquerda da cremalheira
M	-	matriz de massa reduzida do sistema
m_i	-	massa do corpo i
M_B	-	torque de frenagem
MAC	-	matriz que relaciona o vetor das derivadas com relação ao tempo dos graus de liberdade do veículo com os vetores velocidades dos corpos
MKR	-	matriz que transforma os vetores velocidades dos corpos do referencial do chassis para o referencial inercial
M_T	-	torque de tração
N_S	-	número de subsistemas
n	-	número de pontos obtidos experimentalmente do pneu
n_β	-	número de coordenadas de juntas
n_C	-	número de corpos do mecanismo
n_G	-	número de juntas do mecanismo
n_{Ga}	-	número de graus de liberdade da junta G_a
n_{Gb}	-	número de graus de liberdade da junta G_b
n_{Ge}	-	número de juntas elementares existentes em um mecanismo
n_{Gi}	-	número de graus de liberdade permitidos pela junta i
n_{GL}	-	número de graus de liberdade do mecanismo
p_{fr}	-	pressão no cilindro mestre do sistema de freios
p_{max}	-	pressão máxima a ser atingida no cilindro mestre do sistema de freios
\underline{Q}	-	vetor de forças externas aplicadas reduzido do sistema
\underline{q}	-	vetor de graus de liberdade
\underline{q}_0	-	vetor de graus de liberdade existentes entre o sistema global e o local
q_d	-	ângulo de direção do chassis (“yaw angle”)
q_p	-	ângulo de arfagem do chassis (“pitch angle”)

- q_r - ângulo de rolagem do chassis (“roll angle”)
- q_x - posição longitudinal do chassis em relação ao referencial inercial
- q_y - posição lateral do chassis em relação ao referencial inercial
- q_z - posição vertical do chassis em relação ao referencial inercial
- q_{vol} - ângulo do volante da direção
- q_1 - ângulo entre a bandeja dianteira direita e o chassis
- q_2 - ângulo de rotação da roda dianteira direita
- q_{11} - ângulo entre a bandeja dianteira esquerda e o chassis
- q_{12} - ângulo de rotação da roda dianteira esquerda
- q_{21} - ângulo entre a bandeja traseira direita e o chassis
- q_{22} - ângulo de rotação da roda traseira direita
- q_{31} - ângulo entre a bandeja traseira esquerda e o chassis
- q_{32} - ângulo de rotação da roda traseira esquerda
- R - raio do pneu indeformado
- R_{roda} - raio da roda
- R_e - raio efetivo de rolamento
- \underline{r}_C - vetor posição da origem do referencial do chassis em relação ao referencial inercial
- \underline{r}_i^j - vetor-posição da origem do referencial do corpo i em relação ao referencial j
- \underline{r}_0^I - vetor-posição da origem do referencial do corpo i em relação ao referencial inercial
- \underline{r}_i^C - vetor-posição do ponto P do corpo i no referencial $(xyz)_C$
- \underline{r}_i^I - vetor-posição do P do corpo i no referencial inercial
- R_f - altura do perfil do pneu indeformado
- $\underline{\dot{S}}^C$ - vetor de velocidades linear e angular dos corpos no referencial $(xyz)_C$
- $\underline{\dot{S}}_i^C$ - vetor de velocidades linear e angular do corpo i no referencial $(xyz)_C$
- $\underline{\dot{S}}_0^I$ - vetor de velocidades linear e angular do chassis no referencial $(xyz)_I$
- $\underline{\dot{S}}_i^I$ - vetor de velocidades linear e angular do corpo i no referencial $(xyz)_I$
- \ddot{S}_i - aceleração linear do centro de massa

t	- tempo
t_f	- instante final de variação do ângulo de esterçamento
u_p	- velocidade longitudinal do pneu
u_c	- velocidade longitudinal inicial do veículo
\underline{u}_r^v	- vetor unitário do eixo da roda no seu referencial local
V	- matriz de seleção de todas as entradas
V_1	- matriz de seleção de entradas do 1º transformador
V_2	- matriz de seleção de entradas do 2º transformador
V_{long}	- velocidade longitudinal da roda
V_r	- módulo da velocidade de rolamento do pneu
V_{sx}	- módulo da componente da velocidade de deslizamento do pneu na direção X'
V_{sy}	- módulo da componente da velocidade de deslizamento do pneu na direção Y'
V_{sxtot}	- velocidade de deslizamento longitudinal total
V_{sytot}	- velocidade de deslizamento lateral total
V_{stot}	- velocidade de deslizamento total
$V_{x_{xx}}$	- componente do vetor velocidade do corpo 7 (roda + pneu) em relação ao referencial inercial projetada na direção X do referencial $(XY)_C$
$V_{y_{yy}}$	- componente do vetor velocidade do corpo 7 (roda + pneu) em relação ao referencial inercial projetada na direção Y do referencial $(XY)_C$
\underline{w}_e	- vetor de forças externas aplicadas ao sistema
x_{acCi}^C	- coordenada x , no referencial do chassis, do ponto de ancoragem do conjunto mola-amortecedor da suspensão i ao chassis
$x_{acinf i}^C$	- coordenada x , no referencial do chassis, do ponto de ancoragem do conjunto mola-amortecedor da suspensão à bandeja inferior i
x_C	- coordenada x do chassis no referencial inercial
y_C	- coordenada y do chassis no referencial inercial
z_a	- deformação radial média
z_C	- coordenada z do chassis no referencial inercial
z_m	- máxima deformação vertical da carcaça
z_o	- deflexão vertical do pneu

$(xyz)_c$	-	referencial do chassis
$(xyz)_i$	-	referencial local do corpo i
$(xyz)_I$	-	referencial inercial
α	-	ângulo de desvio do pneu
α_{xx}	-	ângulo de desvio do pneu xx
$\underline{\beta}_1$	-	vetor de coordenadas de junta do primeiro transformador
$\underline{\beta}_2$	-	vetor de coordenadas de junta do primeiro transformador
$\underline{\beta}_{car}$	-	vetor das coordenadas de junta que não pertencem aos pares característicos
$\underline{\beta}_{comp}$	-	vetor das coordenadas de junta que pertencem aos pares característicos
δ_{xx}	-	ângulo de esterçamento da roda xx
δS_i	-	vetor de deslocamentos virtuais do centro de massa
$\delta \phi_i$	-	vetor de rotações virtuais
σ	-	escorregamento longitudinal
σ_x	-	deslizamento longitudinal
σ_y	-	deslizamento lateral
σ_{xtot}	-	deslizamento longitudinal teórico total
σ_{ytot}	-	deslizamento lateral teórico total
σ_{tot}	-	deslizamento teórico total
σ_x^*	-	deslizamento teórico longitudinal normalizado
σ_y^*	-	deslizamento teórico lateral normalizado
σ^*	-	deslizamento teórico normalizado
σ_{xm}	-	deslizamento teórico relativo ao pico de F_{x0}
σ_{ym}	-	deslizamento teórico relativo ao pico de F_{y0}
ϕ	-	1º ângulo de Euler
γ_C	-	ângulo de câmber da carcaça
γ_r	-	ângulo de câmber da roda
π	-	número pi
θ	-	2º ângulo de Euler

- θ_{xx} - ângulo entre o vetor velocidade da roda e o eixo longitudinal do chassis (X_C) da roda xx
- Θ^I - tensor de inércia de rotação do corpo no referencial inercial
- τ_i^e - vetor de momentos devido às forças externas em relação ao centro de massa dos respectivos corpos
- $\underline{\omega}_C$ - vetor velocidade angular do chassis no referencial inercial
- $\underline{\omega}_i^C$ - vetor velocidade angular do corpo i no referencial $(xyz)_C$
- $\underline{\omega}_i^I$ - velocidade angular do corpo i no referencial $(XYZ)_I$
- $\underline{\omega}_0^I$ - velocidade angular do referencial $(XYZ)_C$ em relação ao referencial $(XYZ)_I$
- ω_0 - velocidade angular da roda em rolamento livre
- Ξ - tensor de inércia de todo o sistema
- Ξ_i - tensor de inércia do corpo i
- ψ - 3º ângulo de Euler

LISTA DE SIGLAS

- 4WS - “Four Wheel Steering” – esterçamento nas quarto rodas
- ASME - “American Society of Mechanical Engineers”
- ISO - “International Organization for Standardization”
- NHTSA - “National Highway Traffic Safety Administration”
- SAE - “Society of Automotive Engineers”

RESUMO

Este trabalho apresenta a modelagem tridimensional e simulação de um veículo com quatro suspensões independentes do tipo *DUPLO A*. Utiliza-se a técnica de Transformadores Cinemáticos a fim de se obter um conjunto mínimo de equações diferenciais ordinárias que representa a dinâmica do sistema. A dinâmica dos pneus é modelada por meio da “*Fórmula Mágica*”. O modelo é submetido simulações que representam diferentes testes prescritos em normas a fim de se verificar o comportamento direcional e a tendência ao capotamento, fornecendo subsídios para o desenvolvimento da viatura tubular de emprego geral aerotransportada.

ABSTRACT

The present work presents a three-dimensional SLA suspension vehicle modeling and simulation. The Kinematical Transformers technique is used in order to derive a minimal set of ordinary differential equations that represents the vehicle dynamics. The tire dynamics is modeled by means of the “*Magic Formula*”. The model undergoes a number of simulated standardized tests in order to evaluate vehicle handling stability and roll over sensibility, providing subsidies to a light air- transportable vehicle development.

1 INTRODUÇÃO

A viatura tubular aerotransportada destina-se a ser empregadas por tropas pára-quedistas e vem ao encontro da necessidade de conferir mobilidade e rapidez aos deslocamentos nos diversos teatros de operação.

Visando fornecer subsídios ao desenvolvimento da viatura citada propõe-se a realização de análises da dinâmica vertical e lateral de um veículo dotado de suspensão *Duplo A* nas quatro rodas, assim como o protótipo da viatura.

Há algumas décadas, só era possível analisar o comportamento dinâmico de veículos através de modelos analíticos que, em sua grande maioria, apresentavam características lineares. Apesar desta limitação, era possível realizar análises qualitativas com resultados razoáveis em algumas situações, sem, no entanto, considerar algumas características, tais como: a geometria da suspensão, principalmente em modelos tridimensionais, e as propriedades não lineares dos pneus (QU e LIU, 2000).

A fim de se analisar com precisão a estabilidade de um veículo faz-se necessária a modelagem adequada dos pneus, especialmente perto do instante em que ocorre a perda de aderência, momento em que esses apresentam comportamento fortemente não linear. Além disso, em modelos tridimensionais, a geometria da suspensão e as não linearidades a ela relacionadas influenciam de forma importante o comportamento dos pneus, contribuindo para salientar a importância da implementação de um modelo não linear.

Os avanços dos computadores e a crescente capacidade e velocidade de processamento experimentada pelos mesmos, aliados ao desenvolvimento dos métodos numéricos proporcionaram um grande avanço nas simulações computacionais de modelos complexos de veículos e na obtenção de melhores resultados que os encontrados a partir dos modelos analíticos.

Encontram-se na literatura várias metodologias propostas para a modelagem de sistemas multicorpos. A técnica utilizada para a modelagem dos mecanismos deste trabalho, a técnica dos transformadores cinemáticos (HILLER, KECSKEMÉTHY e WOERNLE, 1986), é apresentada no capítulo 2. Esta possibilita a obtenção de solução fechada da cinemática da suspensão Duplo A, sem que se utilizem métodos iterativos, e a determinação das características geométricas das suspensões e do sistema de direção, levando-se em conta as

não linearidades. Saliente-se, ainda, que a técnica é modular, de maneira que, uma vez equacionados diferentes modelos de suspensão, a troca das mesmas é facilmente executada.

Como anteriormente citado, o pneu é outra fonte de não linearidade no veículo. Uma vez mais, é grande o número de modelos propostos na literatura para o equacionamento das características dinâmicas dos pneus. O modelo empregado neste trabalho é intitulado “*Fórmula Mágica*” (PACEJKA e BAKKER, 1991), e é descrito com detalhes no capítulo 3. Através dele, é possível obter, utilizando-se uma equação composta por funções especiais e alguns coeficientes obtidos através da manipulação de dados obtidos em laboratório, parâmetros como força lateral, força longitudinal e o torque de auto-alinhamento.

A análise da estabilidade lateral do veículo, tanto no que diz respeito ao comportamento direcional quanto à tendência ao capotamento, é realizada a partir de resultados de simulações em que o veículo é sujeito a condições e procedimentos previstos em normas de organizações internacionais (SAE e ISO). As simulações realizadas correspondem aos seguintes ensaios: trajetória circular em regime permanente (“steady-state cornering”), esterçamento em degrau (“step steer”), esterçamento senoidal (“sinusoidal steer”), manobra evasiva dupla em trajetória retilínea (“double lane-change”) e frenagem em trajetória curvilínea (“brake in a turn”). Os resultados das simulações e a análise são descritos no capítulo 5.

1.1 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho é desenvolvido em 7 (sete) capítulos e 4 (quatro) apêndices:

a) capítulo 1 (Introdução) - são apresentados a motivação do trabalho, o seu posicionamento na linha de pesquisa desenvolvida na área e uma revisão bibliográfica;

b) capítulo 2 (Modelagem de sistemas mecânicos multicorpos por transformadores cinemáticos) – são apresentados conceitos de dinâmica associados à abordagem de modelagem de sistemas multicorpos através de transformadores cinemáticos;

c) capítulo 3 (Comportamento dinâmico de pneus) – é feita uma breve revisão dos mecanismos de geração de forças nos pneus, seguida da descrição do modelo de pneu utilizado neste trabalho;

d) capítulo 4 (Modelo tridimensional do veículo) – é apresentado o modelo tridimensional do veículo completo, incluindo as não linearidades inerentes às suspensões, ao sistema de direção e aos pneus;

- e) capítulo 5 (Resultados das simulações) – os resultados obtidos das simulações propostas são exibidos e analisados;
- f) capítulo 6 (Conclusões e sugestões) – são apresentadas as conclusões sobre o trabalho e algumas propostas para trabalhos futuros;
- g) capítulo 7 (Referências bibliográficas);
- h) apêndice 1 – são disponibilizados os parâmetros do veículo estudado;
- i) apêndice 2 – é apresentado um procedimento para a identificação da perda de aderência do pneu a partir da “*Fórmula Mágica*”;
- l) apêndice 3 – é apresentado o conceito de gradiente de subesterçamento.

1.2 POSICIONAMENTO DO TRABALHO

O conceito de transformador cinemático foi apresentado em 1986 por HILLER, KECCSKEMÉTHY e WOERNLE. Posteriormente, estes autores apresentaram outros artigos complementares sobre o assunto. Todos estes artigos são comentados na seção 1.3 (Revisão bibliográfica).

Em 2000, GÓIS propôs um modelo tridimensional de uma suspensão MacPherson e sistema de direção acoplados a um chassis, simulando 1/4 de veículo, utilizando transformadores cinemáticos. Neste trabalho, o equacionamento da suspensão permitia a obtenção de solução fechada da cinemática. Foram utilizados ângulos de Euler para a orientação dos corpos, além de técnicas de controle ótimo linear para a modelagem da suspensão como ativa.

Em 2001, NETO, dando continuidade ao trabalho iniciado por GÓIS, apresentou um modelo de veículo com dois eixos e esterçamento nas quatro rodas, cujas suspensões independentes, do tipo MacPherson, bem como o sistema de direção, foram modelados como transformadores cinemáticos. O modelo de veículo foi obtido a partir do acoplamento de 4 (quatro) suspensões MacPherson e seus respectivos mecanismos de direção a um chassis com 3 (três) graus de liberdade (posição vertical, ângulo de rolagem e ângulo de arfagem). O modelo da suspensão MacPherson e do mecanismo de direção, foi semelhante ao proposto por GÓIS. Neste modelo, as dinâmicas lateral e longitudinal dos pneus não foram consideradas. Foram apresentados resultados de simulações em diversas situações, permitindo a análise do comportamento vertical do veículo, enfatizando-se a diferença de resultados em relação ao

modelo linear. Também foi mostrada a influência do esterçamento no comportamento cinemático de uma suspensão MacPherson.

Em 2002, NEVES, ainda na linha de pesquisa seguida por GOIS e NETO, apresentou a modelagem de um veículo idêntico ao apresentado por NETO, incorporando ao mesmo, utilizando a “*Fórmula Mágica*”, modelos de pneus que possibilitaram a obtenção das forças lateral e longitudinal geradas pelos mesmos, incluindo as não linearidades e a correlação entre as forças lateral e longitudinal, possibilitando a análise da estabilidade do veículo e do comportamento direcional do mesmo em trajetórias curvilíneas, realizando ensaios previstos em normas (ISO e SAE).

O presente trabalho, a fim de dar prosseguimento aos trabalhos desenvolvidos por GÓIS NETO, e NEVES apresenta um modelo de veículo com esterçamento nas rodas dianteiras e suspensões independentes tipo Duplo A acopladas a um chassis com seus 6 (seis) graus de liberdade: posição longitudinal, posição lateral, posição vertical, ângulo de rolagem, ângulo de arfagem e ângulo de direção. Para modelagem dos pneus utiliza-se a mesma metodologia empregada por NEVES, isto é, a “*Fórmula Mágica*”, que considera as não linearidades do pneu em função das variáveis de interesse (ângulo de desvio, escorregamento longitudinal, força vertical do pneu e ângulo de câmber), além da interação entre as dinâmicas lateral e longitudinal do pneu.

1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção, são apresentados breves resumos com as informações mais importantes dos trabalhos relevantes (excetuando os já descritos na seção 1.2) consultados ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

1.3.1 MODELAGEM DE SISTEMAS MECÂNICOS MULTICORPOS POR TRANSFORMADORES CINEMÁTICOS

HILLER, KECSKEMÉTHY e WOERNLE, em 1986, apresentaram o conceito de transformadores cinemáticos para a formulação e solução das equações de restrição relativas à cinemática de mecanismos. Através desta abordagem é possível relacionar coordenadas de junta dependentes com coordenadas independentes através de matrizes jacobianas, de maneira que a topologia da estrutura do mecanismo pode ser representada através de diagramas de

blocos. Esta abordagem permite que as equações de restrição da cinemática, em alguns casos, sejam resolvidas recursivamente, proporcionando a determinação de soluções fechadas para a cinemática.

Em 1988, HILLER e WOERNLE apresentaram uma metodologia, denominada “Pares característicos de juntas”, a fim de proporcionar o equacionamento das restrições cinemáticas de maneira que as equações obtidas possam ser resolvidas explicitamente, não necessitando o emprego de um método numérico iterativo para a sua solução. Esta metodologia é aplicada, no artigo apresentado, na solução de cinemática de manipuladores robóticos, embora possa também ser aplicada a outros tipos de mecanismos.

Em 1992, ainda abordando a técnica dos transformadores cinemáticos, HILLER e KECSKEMÉTHY em artigo da ASME, descreveram um método simplificado para a detecção automática e formulação de soluções fechadas da cinemática de mecanismos. O objetivo da metodologia apresentada é gerar uma cascata de equações escalares das condições de fechamento do mecanismo, sendo que cada incógnita a ser determinada deve ser expressa por equações que contenham incógnitas previamente determinadas. A determinação das equações é baseada em relações geométricas entre pontos, linhas e planos. Foi apresentado ainda um algoritmo geral para implementação computacional do método.

KECSKEMÉTHY e HILLER, em curso realizado em Udine, Itália, em julho de 1994, apresentam algumas técnicas para a obtenção de soluções fechadas da cinemática de mecanismos e o procedimento para incorporar estas soluções na dinâmica. Este procedimento permite a geração de equações de movimento de mínima ordem do sistema mecânico em estudo, possibilitando a obtenção de modelos computacionais mais eficientes. São apresentados alguns estudos de casos onde esta metodologia foi empregada.

SARZETO apresentou em 1995 uma técnica para obtenção da solução exata da cinemática de mecanismos básicos planos, consistindo na utilização do teorema das funções implícitas a fim de se obter uma relação entre as variáveis cinemáticas dependentes e as independentes.

HILLER, KECKSMÉTHY e KRUPP (1997) descreveram, um método para a geração das equações de movimento de sistemas multicorpos, fazendo uso de soluções fechadas da cinemática. Estas são detectadas e geradas, quando possível, através de equações algébricas obtidas a partir da geometria dos mecanismos. A obtenção das equações de movimento de mínima ordem dá-se a partir de somas e produtos de matrizes jacobianas obtidas da solução da cinemática. Foi apresentado um estudo comparativo da solução da dinâmica de

mecanismos de duas formas: na primeira, a cinemática é resolvida usando um método iterativo, no caso Newton-Raphson; na segunda, usando a abordagem apresentada no artigo. Os resultados obtidos demonstraram a maior eficiência dos modelos que se utilizam da metodologia baseada em soluções fechadas da cinemática.

1.3.2 MODELAGEM DE PNEUS

BAKKER, NYBORG e PACEJKA, em 1987, apresentaram uma formulação matemática que possibilitava a representação de dados obtidos experimentalmente de um pneu submetido a uma trajetória curvilínea, a uma frenagem ou a uma combinação destas situações, para aplicação em modelos computacionais de veículos. O método consiste na utilização de uma função especial que permite, através da modificação dos valores de alguns coeficientes, a determinação da força lateral, do torque de auto-alinhamento e da força longitudinal em função do ângulo de desvio, do escorregamento longitudinal, da força vertical e do ângulo de câmber. A representação matemática apresentada supõe que o pneu esteja em uma condição de regime permanente. Este modelo apresenta como vantagens o baixo custo computacional, a grande precisão na representação dos dados e a existência de coeficientes com significado físico.

BAKKER, PACEJKA e LIDNER, em 1989, propuseram uma revisão da formulação matemática apresentada em 1987. As diferenças básicas se encontram nas equações utilizadas na determinação dos coeficientes. Neste artigo, também é apresentado um modelo para a combinação das dinâmicas lateral e longitudinal mais eficiente que o modelo proposto em 1987.

PACEJKA e BAKKER, em 1991, apresentaram uma terceira revisão da formulação matemática apresentada inicialmente em 1987 e revisada em 1989. No artigo apresentado, a formulação recebe a denominação “*Fórmula Mágica*”, e um estudo da influência da variação dos coeficientes na forma que as curvas obtidas a partir da “*Fórmula Mágica*” podem assumir é apresentado. Em relação à versão de 1989, as modificações se concentram no equacionamento da combinação das dinâmicas lateral e longitudinal do pneu. São acrescentados mais alguns coeficientes a fim de se obter um melhor ajuste das curvas, principalmente quando o pneu é sujeito à tração.

VAN DER JAGT e PARSONS, em 1996, descreveram um método para a correção dos dados experimentais de pneus obtidos em laboratório e aplicados à “*Fórmula Mágica*”, visto

que estes diferem razoavelmente dos dados obtidos em estrada. Esta metodologia exige um mínimo de testes de campo e possibilita, a partir da obtenção dos valores de apenas 2 (dois) coeficientes, a correção dos coeficientes da “*Fórmula Mágica*”, gerando-se, assim, um modelo de pneu que proporciona maior precisão dos resultados do veículo obtidos nas simulações.

PACEJKA e BESSELINK, em 1997, apresentaram uma quarta versão da “*Fórmula Mágica*”, onde, ao contrário das outras 3 (três) versões, o comportamento transiente do pneu é considerado. Este comportamento é relevante em situações de manobras rápidas e em frenagens e esterçamentos oscilatórios de alta frequência. Esta nova formulação aumentou consideravelmente o número de coeficientes da “*Fórmula Mágica*”, sendo necessária a determinação dos valores de algumas propriedades dinâmicas do pneu.

JAMES e LACOMBE, em 2000, propuseram um modelo analítico de pneu para as dinâmicas vertical, lateral, longitudinal e interação entre as duas últimas dinâmicas. As dinâmicas vertical e longitudinal são modeladas considerando o pneu como uma mola elástica linear, enquanto a dinâmica lateral é modelada considerando o pneu uma viga elástica engastada em uma base, no caso a roda. Portanto, os modelos são baseados em propriedades mecânicas dos pneus. A vantagem deste modelo é a possibilidade de, apenas com a modificação do coeficiente de atrito embutido na formulação, alterar os resultados da simulação em função do tipo de estrada. No caso da utilização da “*Fórmula Mágica*”, são necessários novos dados experimentais em função do tipo de estrada. A desvantagem é a dificuldade de obtenção dos parâmetros que caracterizam o pneu e que são necessários na aplicação desta formulação. Curvas com os dados experimentais dos pneus para a aplicação na “*Fórmula Mágica*” são eventualmente disponibilizadas pelos fabricantes.

1.3.3 MODELAGEM E ANÁLISE DAS DINÂMICAS LATERAL E LONGITUDINAL DE VEÍCULOS

PACEJKA, em 1973, apresentou, em uma série de 3 (três) artigos, um estudo para a análise da estabilidade direcional de um veículo em trajetórias curvilíneas. No primeiro artigo, o modelo do veículo utilizado é um “modelo bicicleta” (modelo plano com apenas um pneu dianteiro e um traseiro) com os pneus apresentando características lineares. Neste artigo, foi proposto um método para avaliação do comportamento do veículo em curvas, para diferentes condições de velocidade, raio de curvatura e ângulo de esterçamento, quando em

regime permanente, através de diagramas. No segundo artigo, são apresentadas técnicas complementares para a análise da estabilidade direcional do modelo analítico de veículo do primeiro. O terceiro, procura aplicar as técnicas desenvolvidas para o modelo simples apresentado no primeiro artigo em modelos de veículos mais elaborados, onde são considerados todos os pneus com características não lineares, função das forças verticais geradas pelos pneus.

VERMA e GILLESPIE, em 1980, apresentaram um modelo analítico para o estudo da dinâmica de rolagem de veículos comerciais. Este modelo permite a verificação do comportamento do veículo após a perda de contato dos pneus com o solo. Pode-se analisar com detalhes os principais fenômenos que ocorrem durante um capotamento, inclusive a ocorrência de ressonância no movimento de rolagem em manobras senoidais. Por fim, são feitas algumas considerações quanto a formas de avaliar a sensibilidade de um veículo ao capotamento.

F. UFFELMANN, em 1983, apresentou um estudo da estabilidade direcional de um veículo sujeito à frenagem em uma trajetória curvilínea. Os modelos dos veículos descritos no artigo utilizam pneus com características não lineares para uma melhor representação do comportamento do veículo nas proximidades do limite de aderência dos pneus. São feitas considerações para veículos simples com dois eixos e para combinações viatura tratora e reboque. São mostrados resultados de simulações, possibilitando a análise do comportamento direcional dos veículos em estudo para diferentes distribuições do ganho de frenagem entre as rodas dianteiras e traseiras.

HEGAZY, RAHNEJAT e HUSSAIN, em 2000, apresentaram um modelo de veículo com 94 graus de liberdade. As suspensões dianteiras e traseiras apresentadas no modelo são independentes, do tipo SLA (short-long arm), com molas e amortecedores lineares. As forças laterais e os torques de auto-alinhamento dos pneus apresentam características não lineares e são modelados através da “*Fórmula Mágica*” a partir de dados obtidos experimentalmente. É empregado um método de formulação genérica, baseado na equação de Lagrange, para a obtenção das equações de movimento para todos os corpos do modelo. São utilizados os ângulos de Euler, com a ordem de rotação 3-1-3, para a orientação dos referenciais locais em relação ao referencial inercial. São apresentados os resultados de uma simulação onde o veículo é submetido a uma manobra evasiva dupla em trajetória retilínea (“double-lane change”), descrita na norma ISO 3888. É apresentada uma análise da estabilidade do veículo a partir da observação dos resultados apresentados.

QIUZHEN QU e YANZHU LIU, em 2000, apresentaram um estudo sobre a influência das propriedades dinâmicas não lineares dos pneus na dinâmica lateral de um veículo. Os autores sugerem no artigo um modelo não linear para a dinâmica lateral dos pneus que, tal qual a “*Fórmula Mágica*”, permite o ajuste de dados obtidos experimentalmente. A vantagem deste modelo é permitir a análise qualitativa da influência das não linearidades dos pneus na estabilidade do veículo, através de métodos analíticos aproximados de vibração não linear. É utilizado um modelo simplificado (“modelo bicicleta”) com 2 (dois) graus de liberdade para o estudo das características de esterçamento do veículo. É proposta uma metodologia analítica para a obtenção da condição de estabilidade de um veículo com pneus apresentando características não lineares. São fornecidos resultados de simulações com 2 (dois) veículos diferentes, cada um possuindo pneus modelados com características lineares e não lineares. Estes resultados levaram os autores a concluir que o modelo linear de pneu conduz a um aumento do erro em relação ao modelo não linear à medida que os pneus atingem grandes ângulos de desvio, ou seja, quando se aproximam da condição de perda de aderência.

BONGCHOON JANG e DEAN KARNOPP, em 2000, apresentaram o modelo para simulação da dinâmica lateral de um veículo. Nele são consideradas tanto as características geométricas quanto às características de inércia do sistema de direção, proporcionando o esterçamento do volante através da aplicação de um torque, simulando a ação de um motorista. Os pneus são modelados como não lineares e fazem uso da “*Fórmula Mágica*”. São feitas algumas simulações de esterçamento em degrau (“step steer”) para diferentes condições de carga do veículo e é investigado como a variação da carga afeta a dinâmica direcional do veículo e o comportamento do seu sistema de direção.

NEVES apresentou em 2002 um modelo plano não linear de meio veículo que permite estudar o comportamento de um veículo quando sujeito à forças laterais, possibilitando estudar a sensibilidade do mesmo ao capotamento através do emprego de diferentes técnicas.

2 MODELAGEM DE SISTEMAS MECÂNICOS MULTICORPOS RÍGIDOS POR TRANSFORMADORES CINEMÁTICOS

2.1 INTRODUÇÃO

Um sistema mecânico pode ser caracterizado como um conjunto de corpos interconectados que podem apresentar movimento relativo, consistente com as juntas existentes entre os corpos (HAUG, 1989). O movimento de um sistema mecânico é usualmente descrito através da posição e da orientação de seus corpos ao longo do tempo. A análise cinemática e dinâmica desses sistemas possibilitam, respectivamente, a obtenção de equações algébricas não lineares, a partir das restrições geométricas, e das equações diferenciais ordinárias relativas à dinâmica do sistema que, em conjunto, fornecem as equações de movimento, necessárias para a determinação da posição e orientação dos corpos.

A cinemática e a dinâmica de sistemas mecânicos multicorpos fazem parte de uma área de pesquisa que evoluiu enormemente nas últimas décadas, devido aos progressos dos métodos analíticos aliado ao desenvolvimento dos computadores. A complexidade das equações obtidas a partir dos modelos matemáticos de sistemas mecânicos multicorpos, impossibilita a obtenção de soluções analiticamente. A fim de solucionar esses problemas faz-se uso de métodos numéricos implementados computacionalmente. A literatura apresenta várias técnicas e abordagens que possibilitam a solução numérica dessas equações. A partir dessas técnicas numéricas foram criados diversos *softwares* de análise cinemática e dinâmica tais como ADAMS, DADS, FASIM, etc., que nada mais são que a implementação de rotinas numéricas que possibilitam a solução de problemas de sistemas mecânicos multicorpos. No entanto, nem sempre é de interesse a utilização de “pacotes comerciais fechados”. Por diversas vezes faz-se necessária a geração de um código por parte do próprio usuário a fim de proporcionar maior interatividade, permitindo que se obtenham as saídas requeridas pelo mesmo.

O objetivo deste capítulo é apresentar a técnica de transformadores cinemáticos para modelagem de sistemas mecânicos multicorpos. Essa técnica visa o estabelecimento de soluções fechadas para a cinemática incorporando-as ao procedimento de geração de um número mínimo de equações de movimento, possibilitando a obtenção de modelos

computacionais mais eficientes. Para se determinar as equações dinâmicas de movimento em um número mínimo de coordenadas, os seguintes passos devem ser seguidos na modelagem:

1. identificação das cadeias cinemáticas;
2. definição das coordenadas relativas de junta para cada cadeia cinemática;
3. decomposição da cinemática global em cinemáticas relativa e absoluta, através da introdução de coordenadas relativas de junta;
4. obtenção de um conjunto de equações da cinemática relativa (transformadores cinemáticos) correspondentes à cinemática individual de subsistemas que compõem o sistema;
5. determinação de soluções fechadas dos transformadores cinemáticos, quando possível;
6. acoplamento dos transformadores cinemáticos para que se obtenha a cinemática global do sistema completo;
7. obtenção das equações de movimento.

2.2 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO COM NÚMERO MÍNIMO DE COORDENADAS

As equações de movimento referentes a um sistema mecânico são obtidas aplicando-se o Princípio dos trabalhos virtuais a n_c corpos rígidos, obtendo-se a seguinte equação:

$$\sum_1^{n_c} [(m_i \cdot \ddot{S}_i - f_i^e) \cdot \delta S_i + (\Theta_i \cdot \dot{\omega}_i + \omega_i \times \Theta_i \cdot \omega_i - \tau_i^e) \cdot \delta \phi_i] = 0 \quad (2.1)$$

onde, para o corpo i :

m_i – massa;

\ddot{S}_i - aceleração linear do centro de massa;

f_i^e - vetor de forças externas aplicadas;

δS_i – vetor de deslocamentos virtuais do centro de massa;

Θ_i – tensor de inércia em relação ao centro de massa;

ω_i - velocidade angular;

$\dot{\omega}_i$ - aceleração angular;

τ_i^e – vetor de torques aplicados e momentos devido às forças externas em relação ao centro de massa;

$\delta \phi_i$ – vetor de rotações virtuais.

Para o caso mais geral, onde os deslocamentos virtuais δS_i e $\delta \phi_i$ não são independentes, são introduzidas n_{GL} graus de liberdade $\underline{q} = [q_1, \dots, q_{n_{GL}}]^T$ com seus correspondentes deslocamentos virtuais $\underline{\delta q} = [\delta q_1, \dots, \delta q_{n_{GL}}]^T$. As coordenadas S_i e ϕ_i se relacionam com os graus de liberdade do vetor \underline{q} através das seguintes transformações:

$$\begin{bmatrix} \delta S_i \\ \delta \phi_i \end{bmatrix} = J_G \cdot \underline{\delta q} \quad (2.2)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{S}_i \\ \dot{\omega}_i \end{bmatrix} = J_G \cdot \dot{\underline{q}} \quad (2.3)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{S}_i \\ \ddot{\omega}_i \end{bmatrix} = J_G \cdot \ddot{\underline{q}} + \dot{J}_G \cdot \dot{\underline{q}} \quad (2.4)$$

onde:

J_G – jacobiana global do sistema.

Substituindo as EQ. 2.2, EQ. 2.3 e EQ. 2.4 na EQ. 2.1, é obtido o número mínimo de equações de movimento de todos os corpos do mecanismo:

$$M(\underline{q}) \cdot \ddot{\underline{q}} + \underline{B}(\underline{q}, \dot{\underline{q}}) = \underline{Q}(\underline{q}, \dot{\underline{q}}) \quad (2.5)$$

onde:

$$M(\underline{q}) = J_G^T \cdot \Xi \cdot J_G, \text{ quadrada, de dimensão } n_{GL} \times n_{GL}; \quad (2.6)$$

$$\underline{B}(\underline{q}, \dot{\underline{q}}) = J_G^T \cdot (\Xi \cdot \dot{J}_G \cdot \dot{\underline{q}} + \underline{b}), \text{ vetor de dimensão } n_{GL} \times 1; \quad (2.7)$$

$$\underline{Q}(\underline{q}, \dot{\underline{q}}) = J_G^T \cdot \underline{w}_e, \text{ vetor de dimensão } n_{GL} \times 1; \quad (2.8)$$

M – matriz de inércia reduzida do sistema;

\underline{B} – vetor de forças giroscópicas reduzido do sistema;

\underline{Q} – vetor de forças aplicadas reduzido do sistema.

São apresentados, além desses termos, o vetor \underline{b} , que é o vetor de forças giroscópicas, e o vetor \underline{w}_e , de forças externas aplicadas, dados pela justaposição dos correspondentes vetores individuais de cada corpo onde:

$$\underline{w}_e = \left[\underline{w}_{e_1}^T \quad \underline{w}_{e_2}^T \quad \cdots \quad \underline{w}_{e_{n_c}}^T \right]^T \quad (2.9)$$

$$\underline{b} = \left[\underline{b}_1^T \quad \underline{b}_2^T \quad \cdots \quad \underline{b}_{n_c}^T \right]^T \quad (2.10)$$

$$\underline{b}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\omega}_i^I \cdot \Theta_i^I \cdot \omega_i^I \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

onde:

n_c – número de corpos do mecanismo.

O tensor de inércia de todos os corpos do mecanismo, Ξ , é uma matriz quadrada diagonal por blocos, de dimensão $6n_c \times 6n_c$:

$$\Xi = \begin{bmatrix} \Xi_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \Xi_{n_c} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

onde:

$$\Xi_i = \begin{bmatrix} m_i \cdot I_3 & 0 \\ 0 & \Theta_i^I \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

de dimensão 6×6 , e m_i é a massa do corpo i .

2.3 JUNTAS EM CADEIAS CINEMÁTICAS

As juntas desempenham papel fundamental na estrutura das cadeias cinemáticas. Elas têm a função de conectar corpos de um mecanismo, impondo $(6 - n_{Gi})$ restrições geométricas entre os corpos conectados, onde n_{Gi} é o número de graus de liberdade da junta i .

O movimento relativo entre dois corpos conectados por uma junta pode ser descrito por coordenadas de junta β_i .

2.4 GRAUS DE LIBERDADE

Na modelagem da cinemática de mecanismos é fundamental a determinação do número de graus de liberdade do sistema. Em mecanismos simples, é possível a determinação desse número sem um procedimento, porém em se tratando de mecanismos mais complexos, faz-se necessário o emprego de relações matemáticas para essa determinação.

Considerando-se uma cadeia cinemática espacial com n_C corpos (corpo base não incluído), n_G juntas e cada junta i com n_{Gi} coordenadas de junta, o número de graus de liberdade n_{GL} da cadeia cinemática é:

$$n_{GL} = 6.n_C - \sum_{i=1}^{n_G} (6 - n_{Gi}) \quad (2.14)$$

A EQ. 2.14 também pode ser escrita da seguinte forma:

$$n_{GL} = 6.(n_C - n_G) + \sum_{i=1}^{n_G} n_{Gi} \quad (2.15)$$

Considerando-se que o número de cadeias fechadas simples independentes n_L é dado por:

$$n_L = n_G - n_C \quad (2.16)$$

o número de graus de liberdade também pode ser obtido da seguinte forma:

$$n_{GL} = \sum_{i=1}^{n_G} n_{Gi} - 6.n_L \quad (2.17)$$

Em uma cadeia fechada simples, com suas juntas decompostas em n_{Ge} juntas elementares, a cinemática é descrita por meio de um conjunto de n_{Ge} coordenadas relativas β_i . Neste caso, na EQ. 2.17 faz-se $n_L = 1$ e $n_{Gi} = 1$; o somatório dos graus de liberdade das juntas é igual a n_{Ge} , e o número de graus de liberdade da cadeia simples é:

$$n_{GL} = n_{Ge} - 6 \quad (2.18)$$

2.5 EQUAÇÕES DE FECHAMENTO DA CINEMÁTICA

A determinação das equações de fechamento é o primeiro passo a se tomar na solução da cinemática de um sistema mecânico. Usualmente, os principais passos a serem seguidos para a determinação dessas equações são os seguintes:

a) *Escolha dos pares característicos de juntas.* Considerando o mecanismo como uma cadeia fechada e suas juntas decompostas em juntas elementares, ele deve ser dividido em dois segmentos abertos: o segmento superior e o inferior como mostra a FIG. 2.1. A separação é feita em duas juntas que recebem o nome de pares característicos, as juntas G_a e G_b . As juntas escolhidas para comporem os pares característicos devem ser as que possuem o maior número de graus de liberdade. Supõe-se que a junta G_a tem o mesmo número ou mais graus de liberdade do que a junta G_b , ou seja, $n_{G_a} \geq n_{G_b}$.

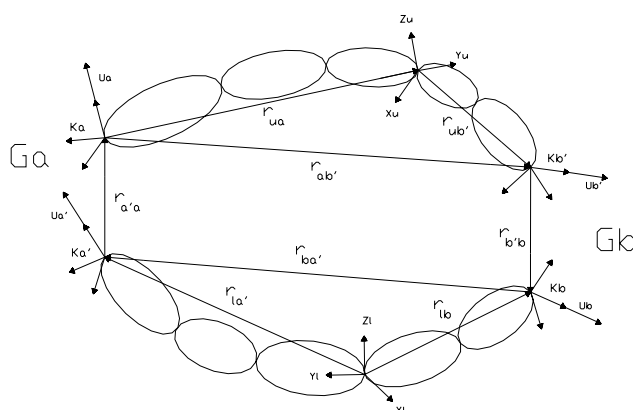


FIG. 2.1 - Separação da cadeia fechada no par característico de juntas

b) *Determinação das equações características do mecanismo.* As equações características relacionam as n_β coordenadas de junta não pertencentes aos pares característicos de junta com os graus de liberdade do mecanismo. Essas equações apresentam a seguinte forma:

$$\underset{-\text{car}}{\mathbf{g}} \underset{-\text{car}}{(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{q})} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{1,\text{car}} \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{h,\text{car}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_1\mathbf{g}_1 - {}_u\mathbf{g}_1 \\ \vdots \\ {}_1\mathbf{g}_h - {}_u\mathbf{g}_h \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.19)$$

onde:

h – número de equações características;

l e u – indicam que as equações se referem ao componente inferior (l) ou superior (u) do par característico.

O número h de equações características é dado por:

$$h = 6 - (n_{G_a} + n_{G_b}) \quad (2.20)$$

Os parâmetros de fechamento ${}_u g_i$ e ${}_l g_i$ da EQ. 2.19 podem ser enquadrados em cinco categorias distintas, a partir de relações geométricas entre pontos, eixos e planos, de acordo com as características das juntas G_a e G_b . Essas cinco categorias são as seguintes:

- (I) distância entre dois pontos;
- (II) distância entre um ponto e um plano;
- (III) distância entre um ponto e um eixo;
- (IV) e (V) dois ângulos entre dois eixos.

O número h de equações necessárias para relacionar as n_β coordenadas de junta é dado pela combinação de possíveis pares característicos apresentados na TAB. 2.1.

TAB. 2.1 - Condições de fechamento implícitas

Junta G _a		Junta G _b		h	Parâmetro de fechamento implícito				
Tipo	n _{Ga}	tipo	n _{Gb}		I	II	III	IV	V
S	3	T	2	1	1				
E	3	T	2	1		1			
S	3	E _R	2	1		1			
E	3	E _P	2	1				1	
S	3	C	2	1			1		
E	3	C	2	1				1	
C	2	C	2	2				1	1
S	3	R	1	2	1	1			
E	3	R	1	2		1		1	
C	2	R	1	3			1	1	1
R	1	R	1	4	1	2		1	
S	3	P	1	2		2			
E	3	P	1	2				2	
C	2	P	1	3				2	1
R	1	P	1	4		2		2	
P	1	P	1	4				3	1

c) *Determinação das equações complementares do mecanismo.* Com a determinação das coordenadas de junta n_{β} através das equações características, devem-se obter equações que possibilitem determinar as $n_{Ga} + n_{Gb}$ coordenadas de junta que pertencem aos pares característicos. Essas equações são chamadas de equações complementares e apresentam a seguinte forma:

$$\underline{g}_{\text{comp}}(\underline{\beta}_{\text{car}}, \underline{\beta}_{\text{comp}}, \underline{q}) = \underline{0} \quad (2.21)$$

d) *Determinação do vetor de equações de fechamento.* De posse das h equações características $\underline{g}_{\text{car}}(\underline{\beta}_{\text{car}}, \underline{q})$ (EQ. 2.19) e das $n_{Ga} + n_{Gb}$ equações complementares

$\underline{g}_{\text{comp}}(\underline{\beta}_{\text{car}}, \underline{\beta}_{\text{comp}}, \underline{q})$ (EQ. 2.21), monta-se o vetor de n_{Ge} equações de fechamento $\underline{g}(\underline{\beta}, \underline{q})$, da seguinte forma:

$$\underline{g}(\underline{\beta}, \underline{q}) = \begin{bmatrix} \underline{g}_{\text{car}}(\underline{\beta}_{\text{car}}, \underline{q}) \\ \underline{g}_{\text{comp}}(\underline{\beta}_{\text{car}}, \underline{\beta}_{\text{comp}}, \underline{q}) \end{bmatrix} = \underline{0} \quad (2.22)$$

As coordenadas de junta $\underline{\beta}$ são determinadas recursivamente a partir da substituição dos valores dos graus de liberdade \underline{q} no vetor de equações (2.22). Esse procedimento permite a obtenção da solução fechada da cinemática do mecanismo.

2.6 CINEMÁTICA RELATIVA

A partir do vetor $\underline{g}(\underline{\beta}, \underline{q})$ (EQ. 2.22), é possível chegar-se a uma relação entre as velocidades relativas dos corpos do mecanismo e as derivadas dos graus de liberdade, derivando-o em relação ao tempo, da seguinte forma:

$$\frac{d\underline{g}(\underline{\beta}, \underline{q})}{dt} = \underline{0} \quad (2.23)$$

Desenvolvendo-se a EQ. 2.23, obtém-se:

$$\frac{\partial \underline{g}(\underline{\beta}, \underline{q})}{\partial \underline{\beta}} \cdot \dot{\underline{\beta}} + \frac{\partial \underline{g}(\underline{\beta}, \underline{q})}{\partial \underline{q}} \cdot \dot{\underline{q}} = \underline{0} \quad (2.24)$$

A EQ. 2.24 pode ser representada da seguinte forma:

$$\underline{J}_{\beta} \cdot \dot{\underline{\beta}} = \underline{V} \cdot \dot{\underline{q}} \quad (2.25)$$

onde:

$$\underline{J}_{\beta} = \frac{\partial \underline{g}(\underline{\beta}, \underline{q})}{\partial \underline{\beta}} : \text{jacobiana do vetor } \underline{g}(\underline{\beta}, \underline{q}), \text{ com dimensão } n_{Ge} \times n_{Ge};$$

$$\underline{V} = -\frac{\partial \underline{g}(\underline{\beta}, \underline{q})}{\partial \underline{q}} : \text{matriz de seleção de entradas, com dimensão } n_{Ge} \times n_{GL};$$

$\underline{\beta}$: vetor de coordenadas de junta, de dimensão $n_{Ge} \times 1$;

\underline{q} : vetor de graus de liberdade, de dimensão $n_{GL} \times 1$.

A matriz J_β , também denominada jacobiana beta, mediante apropriada manipulação algébrica, pode se apresentar como uma matriz triangular inferior ou superior. Para determinar-se $\underline{\dot{\beta}}$, procede-se da seguinte forma:

$$\underline{\dot{\beta}} = J_\beta^{-1} \cdot V \cdot \underline{\dot{q}} \quad (2.26)$$

ou ainda,

$$\underline{\dot{\beta}} = J_r \cdot \underline{\dot{q}} \quad (2.27)$$

onde a matriz J_r , produto das matrizes J_β^{-1} e V , é denominada matriz jacobiana relativa do mecanismo. Esta matriz relaciona a primeira derivada do vetor de graus de liberdade com a derivada do vetor de coordenadas de junta e tem dimensão $n_{Ge} \times n_{GL}$.

Essa formulação permite relacionar variáveis dependentes de saída (e suas derivadas em relação ao tempo) com variáveis independentes de entrada (e suas derivadas em relação ao tempo). Essas relações têm a propriedade de “informar” as características geométricas do mecanismo, funcionando como uma “caixa preta”, constituindo o *transformador cinemático* do mecanismo. A sua principal característica é a modularidade. Mecanismos simples podem ser acoplados, formando um mecanismo composto, onde as variáveis de saída de uns podem ser variáveis de entrada de outros. Esse acoplamento pode ser feito de forma simples, apenas relacionando, adequadamente, os transformadores cinemáticos dos mecanismos através do relacionamento das variáveis de entrada e saída citadas anteriormente.

2.7 CINEMÁTICA ABSOLUTA

A cinemática absoluta consiste basicamente em determinar as relações entre as velocidades relativas das coordenadas de junta e as velocidades absolutas dos corpos do mecanismo em relação a um referencial.

As velocidades absolutas dos corpos do mecanismo em relação a um referencial $(xyz)_C$ podem ser escritas em função das velocidades relativas da seguinte forma:

$$\underline{\dot{r}}_i^C = \underline{a}_1 \cdot \dot{\beta}_1 + \underline{a}_2 \cdot \dot{\beta}_2 + \dots + \underline{a}_{n\beta} \cdot \dot{\beta}_{n\beta} = \sum_{k=1}^{n\beta} \underline{a}_k \cdot \dot{\beta}_k \quad (2.28)$$

$$\underline{\omega}_i^C = \underline{b}_1 \cdot \dot{\beta}_1 + \underline{b}_2 \cdot \dot{\beta}_2 + \dots + \underline{b}_{n\beta} \cdot \dot{\beta}_{n\beta} = \sum_{k=1}^{n\beta} \underline{b}_k \cdot \dot{\beta}_k \quad (2.29)$$

onde:

\underline{a}_j e \underline{b}_j : vetores do corpo i , funções das coordenadas de junta;

$\dot{\underline{r}}_i^C$: Velocidade linear do centro de massa do corpo i em relação ao referencial $(xyz)_C$;

$\underline{\omega}_i^C$: Velocidade angular do corpo i em relação ao referencial $(xyz)_C$;

n_β : número de coordenadas de junta do mecanismo.

Estabelece-se então a equação matricial que relaciona as velocidades lineares e angulares absolutas de cada corpo com as velocidades relativas referentes às coordenadas de junta:

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{r}}_i^C \\ \underline{\omega}_i^C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{a}_1 & \underline{a}_2 & \dots & \underline{a}_{n\beta} \\ \underline{b}_1 & \underline{b}_2 & \dots & \underline{b}_{n\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\beta}_1 \\ \dot{\beta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\beta}_{n\beta} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Justapondo-se os vetores velocidade linear e angular dos corpos, obtém-se a seguinte equação matricial:

$$\underline{\dot{S}}^C = \begin{bmatrix} \dot{\underline{r}}_1^C \\ \underline{\omega}_1^C \\ \dot{\underline{r}}_2^C \\ \underline{\omega}_2^C \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{\underline{r}}_{n_c}^C \\ \underline{\omega}_{n_c}^C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{a}_{1_1} & \underline{a}_{2_1} & \dots & \underline{a}_{n_{\beta_1}} \\ \underline{b}_{1_1} & \underline{b}_{2_1} & \dots & \underline{b}_{n_{\beta_1}} \\ \underline{a}_{1_2} & \underline{a}_{2_2} & \dots & \underline{a}_{n_{\beta_2}} \\ \underline{b}_{1_2} & \underline{b}_{2_2} & \dots & \underline{b}_{n_{\beta_2}} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \underline{a}_{1_{n_c}} & \underline{a}_{2_{n_c}} & \dots & \underline{a}_{n_{\beta_{n_c}}} \\ \underline{b}_{1_{n_c}} & \underline{b}_{2_{n_c}} & \dots & \underline{b}_{n_{\beta_{n_c}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\beta}_1 \\ \dot{\beta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\beta}_{n_\beta} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

A matriz, de dimensão $6n_c \times n_\beta$, da EQ. 2.31 é chamada de matriz jacobiana absoluta do sistema no referencial $(xyz)_C$, e possui a característica de relacionar as velocidades lineares e angulares absolutas dos corpos com as derivadas em relação ao tempo das coordenadas de junta para um referencial de interesse, no caso $(xyz)_C$. A matriz jacobiana absoluta é representada da seguinte forma:

$$J_a = \begin{bmatrix} \underline{a}_{1_1} & \underline{a}_{2_1} & \cdots & \underline{a}_{n_{\beta_1}} \\ \underline{b}_{1_1} & \underline{b}_{2_1} & \cdots & \underline{b}_{n_{\beta_1}} \\ \underline{a}_{1_2} & \underline{a}_{2_2} & \cdots & \underline{a}_{n_{\beta_2}} \\ \underline{b}_{1_2} & \underline{b}_{2_2} & \cdots & \underline{b}_{n_{\beta_2}} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \underline{a}_{1_{n_c}} & \underline{a}_{2_{n_c}} & \cdots & \underline{a}_{n_{\beta_{n_c}}} \\ \underline{b}_{1_{n_c}} & \underline{b}_{2_{n_c}} & \cdots & \underline{b}_{n_{\beta_{n_c}}} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

2.8 CINEMÁTICA GLOBAL

Substituindo as EQ. 2.27 e EQ. 2.32 na EQ. 2.31, tem-se:

$$\underline{\dot{S}}^C = J_a \cdot J_r \cdot \underline{\dot{q}} \quad (2.33)$$

onde:

$\underline{\dot{S}}^C$: vetor de velocidades absolutas dos corpos de interesse do mecanismo.

A matriz resultante do produto das matrizes J_a e J_r é chamada de matriz jacobiana global do subsistema no referencial $(xyz)_C$, e tem dimensão $n_c \times n_{GL}$:

$$J_g = J_a \cdot J_r \quad (2.34)$$

Essa matriz relaciona as velocidades absolutas dos corpos de interesse do mecanismo em um referencial $(xyz)_C$ às derivadas dos graus de liberdade do mecanismo em relação ao tempo. Nessa matriz estão embutidas as propriedades geométricas do mecanismo e quais corpos são importantes na dinâmica do sistema (corpos de interesse), ou seja, quais corpos possuem propriedades de massa e inércia relevantes para a dinâmica do sistema.

A EQ. 2.33 fornece a relação entre as velocidades absolutas dos corpos do mecanismo em um referencial $(xyz)_C$ e as derivadas no tempo dos graus de liberdade. Para que seja determinada a cinemática global de todo o sistema mecânico, ou seja, a jacobiana global do sistema e sua derivada, é necessário que sejam determinadas as velocidades absolutas dos corpos dos subsistemas no referencial inercial, visto que o referencial $(xyz)_C$ não necessariamente é um referencial inercial, e, posteriormente, fazer o acoplamento de todos os subsistemas que compõem o sistema mecânico em estudo.

Para a transformação de um referencial $(xyz)_C$ para um referencial inercial $(XYZ)_I$, considera-se, um corpo i , como mostrado na FIG. 2.2, no referencial $(XYZ)_C$. Dessa figura, pode-se extrair a seguinte equação:

$$\underline{r}_i^I = \underline{r}_0^I + A_C \cdot \underline{r}_i^C \quad (2.35)$$

onde:

\underline{r}_i^I : vetor posição do ponto P do corpo i no referencial $(XYZ)_I$;

\underline{r}_0^I : vetor posição da origem do referencial do corpo i em relação ao referencial $(XYZ)_I$;

A_C : matriz de transformação de orientação do referencial $(xyz)_C$ para o referencial $(XYZ)_I$;

\underline{r}_i^C : vetor posição do ponto P do corpo i no referencial $(xyz)_C$.

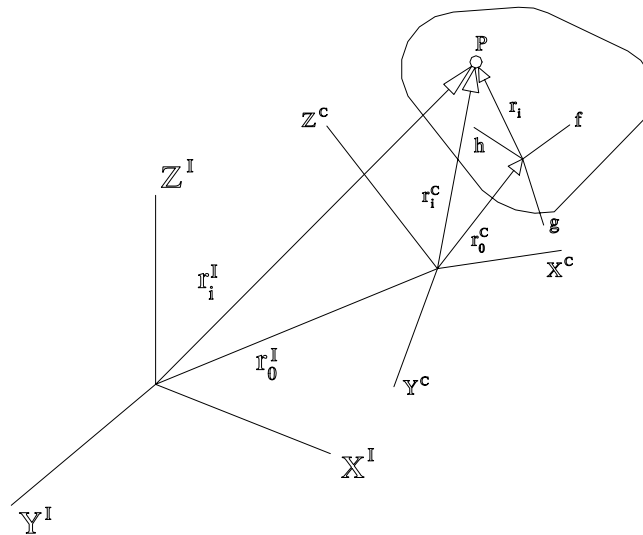


FIG. 2.2 – Transformação de um referencial $(xyz)_C$ para o referencial $(XYZ)_I$

Derivando-se a EQ. 2.35, obtém-se:

$$\dot{\underline{r}}_i^I = \dot{\underline{r}}_0^I + A_C \cdot \dot{\underline{r}}_i^C + \dot{A}_C \cdot \underline{r}_i^C \quad (2.36)$$

A derivada da matriz A_C pode ser determinada a partir da seguinte relação:

$$\dot{A}_C = \underline{\omega}_0^I \cdot A_C \quad (2.37)$$

onde:

$\underline{\omega}_0^I$: velocidade angular do referencial $(XYZ)_C$ em relação ao referencial $(XYZ)_I$.

Substituindo a EQ. 2.37 na EQ 2.36, obtém-se:

$$\dot{\underline{r}}_i^I = \dot{\underline{r}}_0^I + A_C \cdot \dot{\underline{r}}_i^C - \tilde{\underline{\Lambda}}_C \cdot \underline{\omega}_0^I \quad (2.38)$$

onde:

$$\underline{\Lambda}_C = A_C \cdot \underline{r}_i^C \quad (2.39)$$

A velocidade angular do corpo medida no referencial $(xyz)_I$ é:

$$\underline{\omega}_i^I = \underline{\omega}_0^I + A_C \cdot \underline{\omega}_i^C \quad (2.40)$$

onde:

$\underline{\omega}_i^C$: velocidade angular do corpo i no referencial $(xyz)_C$;

$\underline{\omega}_i^I$: velocidade angular do corpo i no referencial $(XYZ)_I$.

Organizando as EQ. 2.38 e 2.40 em um vetor, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{r}}_i^I \\ \underline{\omega}_i^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\underline{r}}_0^I + A_C \cdot \dot{\underline{r}}_i^C - \tilde{\underline{\Lambda}}_C \cdot \underline{\omega}_0^I \\ \underline{\omega}_0^I + A_C \cdot \underline{\omega}_i^C \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Separando-se os termos do 2º membro da EQ. 2.41 em função das velocidades lineares e angulares obtém-se a seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{r}}_i^I \\ \underline{\omega}_i^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & -\tilde{\underline{\Lambda}}_C & A_C & 0 \\ 0 & I & 0 & A_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\underline{r}}_0^I \\ \underline{\omega}_0^I \\ \dot{\underline{r}}_i^C \\ \underline{\omega}_i^C \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

A matriz da EQ. 2.42, de dimensão 6x12, pode ser dividida em duas submatrizes de dimensão 6x6:

$$K_i = \begin{bmatrix} I & -\tilde{\underline{\Lambda}}_C \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$R_i = \begin{bmatrix} A_C & 0 \\ 0 & A_C \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

ou seja:

$$\underline{\dot{S}}_i^I = [K_i \quad R_i] \cdot \begin{bmatrix} \underline{\dot{S}}_0^I \\ \underline{\dot{S}}_1^C \\ \underline{\dot{S}}_i^C \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Justapondo-se os vetores velocidade absoluta $\underline{\dot{S}}_i^I$ dos corpos de interesse tem-se:

$$\begin{bmatrix} \underline{\dot{S}}_0^I \\ \underline{\dot{S}}_1^I \\ \underline{\dot{S}}_2^I \\ \vdots \\ \underline{\dot{S}}_{n_c}^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ K_1 & R_1 & 0 & \cdots & 0 \\ K_2 & 0 & R_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n_c} & 0 & 0 & \cdots & R_{n_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{S}}_0^I \\ \underline{\dot{S}}_1^C \\ \underline{\dot{S}}_2^C \\ \vdots \\ \underline{\dot{S}}_{n_c}^C \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Substituindo-se as EQ. 2.33 e 2.34 na EQ. 2.46 tem-se:

$$\begin{bmatrix} \underline{\dot{S}}_0^I \\ \underline{\dot{S}}_1^I \\ \underline{\dot{S}}_2^I \\ \vdots \\ \underline{\dot{S}}_{n_c}^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ K_1 & R_1 & 0 & \cdots & 0 \\ K_2 & 0 & R_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n_c} & 0 & 0 & \cdots & R_{n_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{S}}_0^I \\ J_g \cdot \underline{\dot{q}} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Isolando-se o vetor $\underline{\dot{q}}$:

$$\begin{bmatrix} \underline{\dot{S}}_0^I \\ \underline{\dot{S}}_1^I \\ \underline{\dot{S}}_2^I \\ \vdots \\ \underline{\dot{S}}_{n_c}^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ K_1 & R_1 & 0 & \cdots & 0 \\ K_2 & 0 & R_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n_c} & 0 & 0 & \cdots & R_{n_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_0 & 0 \\ 0 & J_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{q}}_0 \\ \underline{\dot{q}} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

onde:

J_0 : matriz jacobiana das restrições de translação e rotação entre os referenciais $(XYZ)_C$ e $(Xyz)_I$;

J_g : matriz jacobiana global de um subsistema, escrita no referencial $(XYZ)_C$;

$\underline{\dot{q}}_0$: vetor de graus de liberdade de translação e rotação existentes entre os dois referenciais;

$\underline{\dot{q}}$: vetor de graus de liberdade de um subsistema.

A jacobiana global do sistema mecânico J_G é determinada a partir do seguinte produto:

$$J_G = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ K_1 & R_1 & 0 & \cdots & 0 \\ K_2 & 0 & R_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n_c} & 0 & 0 & \cdots & R_{n_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_0 & 0 \\ 0 & J_g \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Na segunda matriz da EQ. 2.49, por simplicidade, só está representada a jacobiana global de um subsistema. Caso o sistema mecânico possua N_s subsistemas, a EQ. 2.49 apresenta a seguinte forma:

$$J_G = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ K_1 & R_1 & 0 & \cdots & 0 \\ K_2 & 0 & R_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n_c} & 0 & 0 & \cdots & R_{n_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_0 & 0 \\ 0 & J_{g1} \\ 0 & J_{g2} \\ \vdots & \vdots \\ 0 & J_{gN_s} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Na EQ. 2.50, n_c representa o número de corpos de interesse de todos os subsistemas do sistema mecânico em estudo. Esse procedimento possibilita o acoplamento desses subsistemas, determinando completamente a cinemática global do sistema.

3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA MODELOS DE PNEUS

3.1 INTRODUÇÃO

Para modelagem de um veículo visando o estudo de sua dinâmica, uma boa representação do comportamento dos pneus é fundamental para a obtenção de resultados consistentes. Alguns trabalhos propõem a utilização de modelos lineares. Estes apresentam bons resultados para pequenos ângulos de desvio e/ou baixos valores de escorregamento longitudinal, porém, ao analisarem-se condições próximas dos limites de aderência, esses modelos mostram-se bastante ineficientes, salientando a necessidade do emprego de modelos que possibilitem a representação das propriedades não lineares do pneu em quaisquer condições. A fim de melhor representar matematicamente as não linearidades de um pneu, várias abordagens têm sido propostas na literatura.

Na maior parte das referências, são empregados modelos empíricos, que usualmente produzem melhores resultados quantitativos na representação das características dinâmicas do pneu. Estes, em geral, são representados por equações contendo séries (Fourier, polinomial, etc.) ou funções especiais. O uso de séries apresenta algumas desvantagens, tais como: um grande número de coeficientes a serem determinados, a fim de se obter uma curva que se ajuste bem aos dados experimentais e grande perda de precisão nas extrapolações. Normalmente, os coeficientes não têm nenhuma relação com as propriedades do pneu.

Em 1987, foi proposta uma formulação matemática (BAKKER, PACEJKA e NYBORG, 1987), posteriormente denominada “*Fórmula mágica*”, que através da utilização de determinadas funções, possibilita descrever a força lateral, a força longitudinal e o torque de auto-alinhamento gerados pelo pneu, bastando que se alterem os coeficientes da fórmula de acordo com caso em análise. Este equacionamento é bastante eficiente, tanto no ajuste dos dados experimentais, quanto nos resultados obtidos a partir da extrapolação. Some-se a isso, o fato de ser de fácil implementação numérica, este modelo empírico se tornou quase um padrão no emprego em modelagem veicular, sendo empregado em muitos pacotes comerciais de simulação de dinâmica veicular.

3.2 CARACTERÍSTICAS DA “FÓRMULA MÁGICA”

De acordo com a precisão e complexidade com que se deseja modelar o pneu, encontram-se diferentes versões desta formulação na literatura. Neste trabalho, foi adotada a versão publicada em 1989 (BAKKER, PACEJKA e LIDNER, 1989). Esta apresenta a formulação matemática da dinâmica lateral, da dinâmica longitudinal e da interação entre ambas. O pneu é considerado em regime permanente e com propriedades anisotrópicas.

A “*Fórmula Mágica*” permite a determinação da força lateral F_y , a força longitudinal F_x e o torque de auto-alinhamento M_z em função do ângulo de desvio α (F_y e M_z) ou em função do escorregamento longitudinal σ (F_x). A forma geral da fórmula é:

$$Y(X) = D \cdot \text{sen}\{C \cdot \arctg\{B \cdot (X + S_h) - E \cdot [B \cdot (X + S_h) - \arctg(B \cdot (X + S_h))]\}\} + S_v \quad (3.1)$$

onde $Y(X)$ representa a força lateral, a força longitudinal ou o torque de auto-alinhamento e X representa o ângulo de desvio, caso deseje-se obter a força lateral ou o torque de auto-alinhamento, ou o escorregamento longitudinal, para obter-se a força longitudinal.

3.3 COEFICIENTES DA “FÓRMULA MÁGICA”

Os coeficientes da EQ. 3.1 (B , C , D e E) apresentam, cada um deles, um significado no ajuste da fórmula aos dados experimentais. O coeficiente D , também chamado de fator de pico, representa o valor máximo atingido por $Y(X)$. O produto $B \cdot C \cdot D$ é igual ao coeficiente angular de $Y(X)$ na origem. Para o caso específico da força lateral, este produto representa a rigidez de esterçamento do pneu para uma determinada condição de força vertical e ângulo de câmber. O coeficiente C , também denominado fator de forma, define a extensão da função seno da “*Fórmula Mágica*” e determina a forma da curva. Este faz com que a curva assumira a forma característica da força lateral, da força longitudinal ou do torque de auto-alinhamento. O coeficiente B , também chamado de fator de rigidez, não apresenta um significado por si só, porém tem relevante importância na definição do coeficiente angular de $Y(X)$ na origem, representada quantitativamente através do produto $B \cdot C \cdot D$. O coeficiente E , também denominado fator de curvatura, influencia a curvatura nas proximidades do valor máximo da função, além de controlar o ângulo de desvio ou o escorregamento longitudinal referente ao valor máximo da curva. Os coeficientes S_h e S_v , deslocamento horizontal e deslocamento vertical respectivamente, determinam o deslocamento da origem da curva causada pela

assimetria das fibras das lonas do pneu, pela conicidade do pneu, pela resistência ao rolamento e pelo ângulo de câmbor. A FIG. 3.1 apresenta um gráfico que mostra como alguns desses coeficientes influenciam a formação de uma curva força lateral x ângulo de desvio para uma determinada condição de força vertical e ângulo de câmbor.

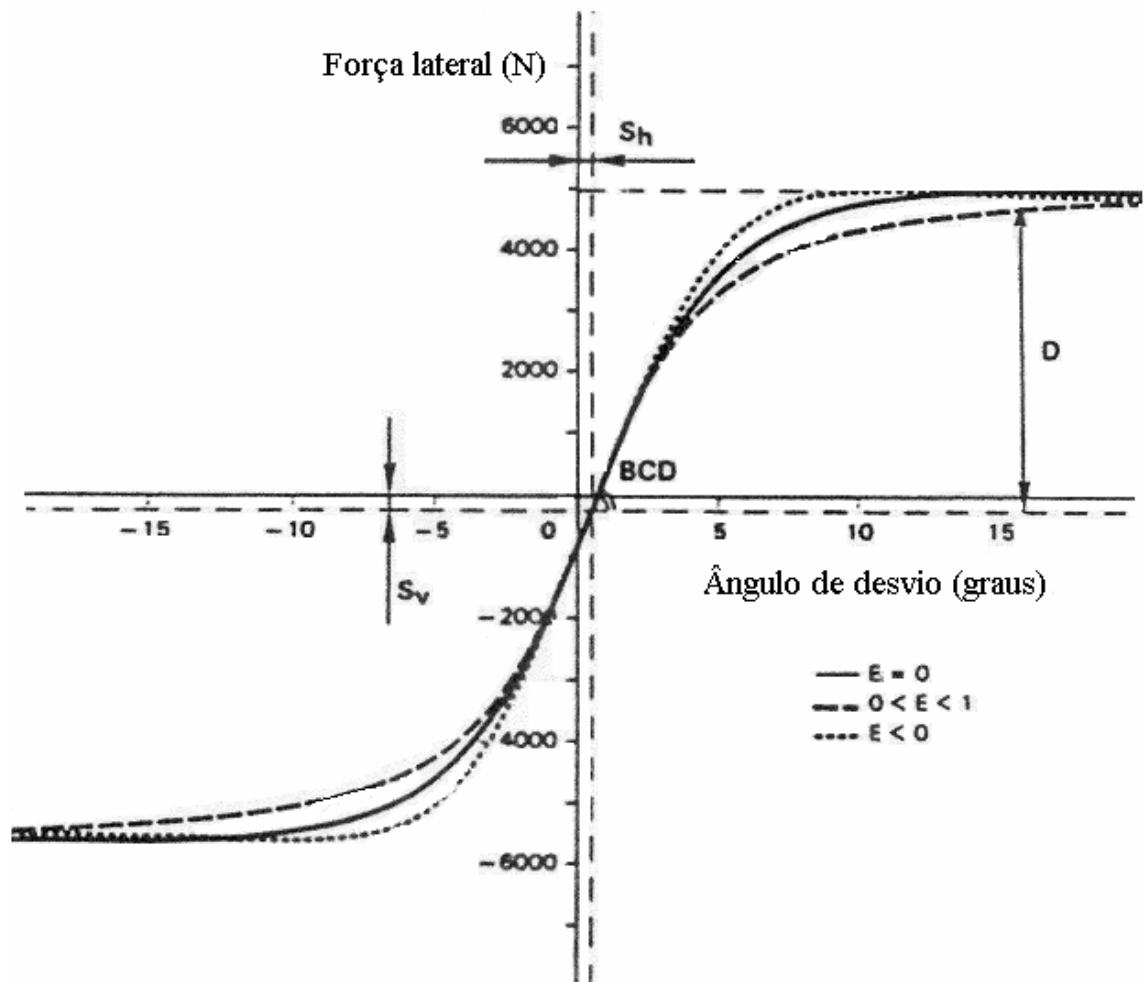


FIG. 3.1 – Influência de coeficientes na curva força lateral x ângulo de desvio

Os coeficientes B, C, D, E, S_h e S_v são função da força vertical F_z e do ângulo de câmbor γ , e podem ser obtidos a partir de diferentes relações matemáticas para os casos de força lateral, força longitudinal ou torque de auto-alinhamento.

3.4 FORÇA VERTICAL

A força vertical sobre o pneu é um importante parâmetro para utilização da “*Fórmula Mágica*”. O comportamento vertical é uma importante propriedade de um pneu, influenciando consideravelmente a dinâmica vertical do veículo. Além de ser um dos principais fatores na definição do conforto, influi indiretamente na estabilidade direcional do veículo, já que a força vertical no pneu influencia na força lateral gerada pelo pneu, como será mostrado posteriormente.

A força vertical de um pneu depende essencialmente da deflexão vertical e da velocidade do movimento vertical do pneu. Muitos estudos propõem que os pneus, tanto os diagonais quanto os radiais, apresentam uma relação linear entre força e deflexão vertical, conforme descrito a seguir (WANG, GNADLER e SCHIESCHKE, 1996):

$$F_Z = F_{Z,mola} + F_{Z,amortecedor} = K_r \cdot z_o + C_r \cdot \dot{z}_o \quad (3.2)$$

onde:

K_r - rigidez radial do pneu;

C_r - coeficiente de amortecimento radial do pneu;

z_o - deflexão vertical do pneu;

\dot{z}_o - variação da deflexão vertical do pneu.

A rigidez radial do pneu é influenciada pela rigidez estrutural da carcaça e por sua pressão interna que, em condições normais de operação, constitui-se na parte mais significativa na quantificação da rigidez radial. No entanto, essa propriedade não é suficiente para descrever o comportamento da dinâmica vertical de um pneu sujeito a ângulos de desvio e câmber diferentes de zero.

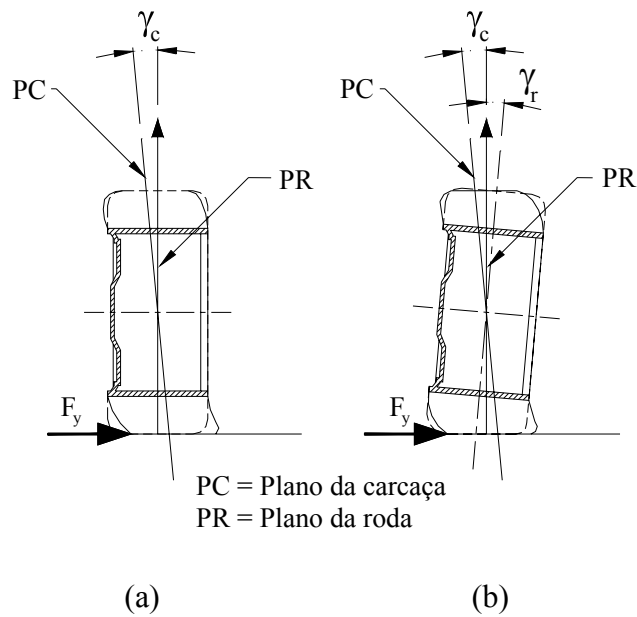


FIG. 3.2 – Ilustração de um pneu (a) sujeito a uma força lateral e (b) sujeito a uma força lateral e a um ângulo de câmber (γ_r)

Quando um pneu rola, com ângulo de câmber nulo e sujeito a uma força lateral produzida somente pelo seu ângulo de desvio, sua carcaça tende a ser deformada lateralmente em relação ao plano da roda (FIG.3.2(a)). Essa deformação lateral gera o ângulo γ_c (ângulo de câmber da carcaça) entre o plano da carcaça e o plano vertical, diferente do ângulo de câmber da roda γ_r , obtido da geometria da suspensão. No caso em que a roda apresenta ângulo de câmber diferente de zero (FIG.3.2(b)), a carcaça do pneu apresenta um ângulo de câmber γ_c , que diminui ou aumenta em função da força lateral a que o pneu é submetido; portanto, o ângulo de câmber da carcaça depende do ângulo de câmber da roda e do ângulo de desvio do pneu (força lateral).

Sabe-se que a força vertical de um pneu, perpendicular à superfície da estrada e não sujeito a ângulo de desvio, é aproximadamente proporcional à deformação vertical do pneu, ou seja, igual à deformação vertical z_0 multiplicada pela rigidez radial do pneu (EQ. 3.2). Quando a carcaça do pneu está inclinada em relação à superfície da estrada, a deformação radial média z_a (FIG. 3.3) tende a diminuir com o aumento do ângulo de câmber da carcaça. Para ângulos de câmber da carcaça pequenos, a variação da rigidez estrutural do pneu pode ser desprezada, já que é pequena sua contribuição na composição da rigidez radial do pneu, mantendo-se a rigidez radial constante. Desprezando-se o amortecimento do pneu, a sua força

vertical passa a ser aproximadamente igual à deformação radial média z_a multiplicada pela rigidez radial do pneu, obtendo-se a seguinte equação:

$$F_Z = F_{Z,mola} = K_r \cdot z_a \quad (3.3)$$

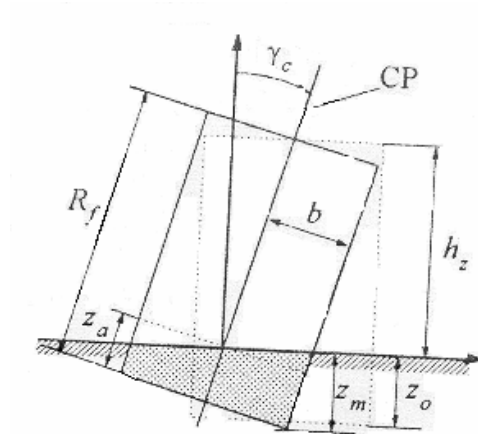


FIG. 3.3 – Representação da parte inferior do pneu sujeito a um ângulo de câmbio

Para calcular a deformação radial média, é introduzida a variável z_m que descreve a máxima deformação vertical da carcaça. Observando-se a FIG. 3.3, pode-se obter z_m a partir da seguinte equação:

$$z_m = b \cdot \text{sen}|\gamma_c| + R_f \cdot \cos \gamma_c - h_z \quad (3.4)$$

onde:

b – metade da largura do pneu;

R_f - altura do perfil do pneu indeformado;

h_z - altura do perfil do pneu deformado para $\gamma_c = 0$.

Calculando-se z_m a partir da EQ. 3.4, pode-se determinar a deformação radial do pneu da seguinte forma:

$$z_a = \begin{cases} \frac{z_m}{2 \cdot \cos \gamma_c}, & (0 < z_m \leq 2b \text{sen}(|\gamma_c|)) \\ \frac{z_m - b \cdot \text{sen}(|\gamma_c|)}{\cos \gamma_c}, & (z_m > 2b \text{sen}(|\gamma_c|)) \end{cases} \quad (3.5)$$

Com a determinação de z_a , a força vertical desenvolvida pelo pneu pode ser determinada a partir da EQ. 3.3.

3.5 FORÇA LATERAL

Uma das principais funções do pneu é desenvolver forças laterais necessárias ao controle direcional do veículo, geradas pelo deslizamento lateral do pneu (ângulo de desvio), pela inclinação lateral do pneu (ângulo de câmbor) ou por uma combinação dos dois.

Quando uma roda é esterçada, ou seja, quando é submetida a uma variação angular em torno do seu eixo vertical, surge um ângulo entre a direção de apontamento e a direção de curso do pneu. Esse ângulo é denominado ângulo de desvio (FIG. 3.4).

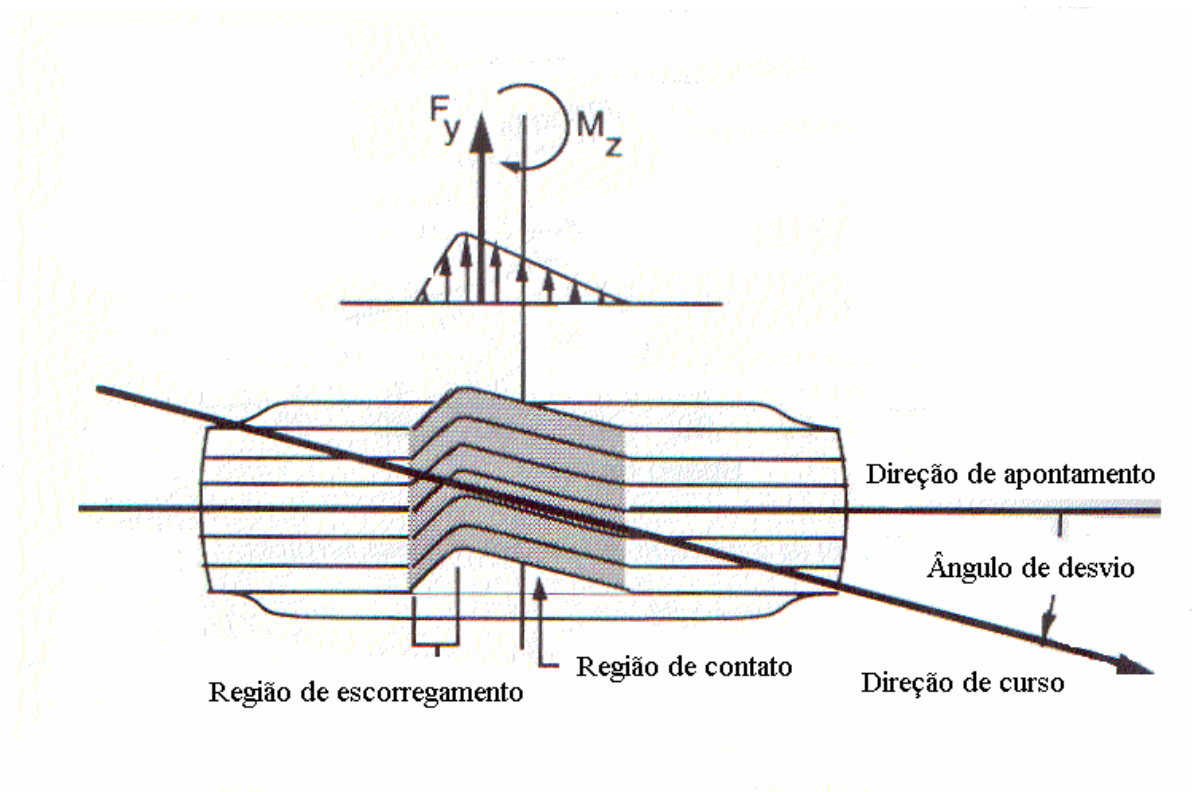


FIG. 3.4 – Deformação de um pneu em rolamento sujeito a uma força lateral

Apesar de apresentar comportamento transiente no desenvolvimento de forças laterais, usualmente o pneu é caracterizado apenas pelo comportamento em regime permanente, normalmente através de gráficos, obtidos experimentalmente, que relacionam a força lateral ao ângulo de desvio para forças verticais constantes, como o apresentado na FIG. 3.5. Na primeira parte da curva, também chamada de faixa elástica, a força lateral apresenta um comportamento aproximadamente linear em relação ao ângulo de desvio. O coeficiente angular da curva nessa faixa linear é denominado rigidez de esterçamento (“cornering

stiffness”). Então, para valores pequenos de ângulo de desvio, a força lateral do pneu pode ser determinada através da seguinte expressão:

$$F_{\alpha} = C_{\alpha} \cdot \alpha \quad (3.6)$$

Onde:

F_{α} - força lateral devido ao ângulo de desvio;

C_{α} - rigidez de esterçamento;

α - ângulo de desvio.

Um ângulo de desvio positivo produz uma força lateral negativa para o sistema de eixos da FIG. 3.6. Para que a EQ. 3.6 atenda a essa premissa, é necessário que o valor da rigidez de esterçamento seja negativo. Essa expressão (EQ. 3.6) é bastante utilizada no estudo do comportamento dinâmico de veículos em condições normais de direção, ou seja, quando os pneus apresentam pequenos ângulos de desvio, facilitando bastante a obtenção do modelo matemático devido a seu comportamento linear.

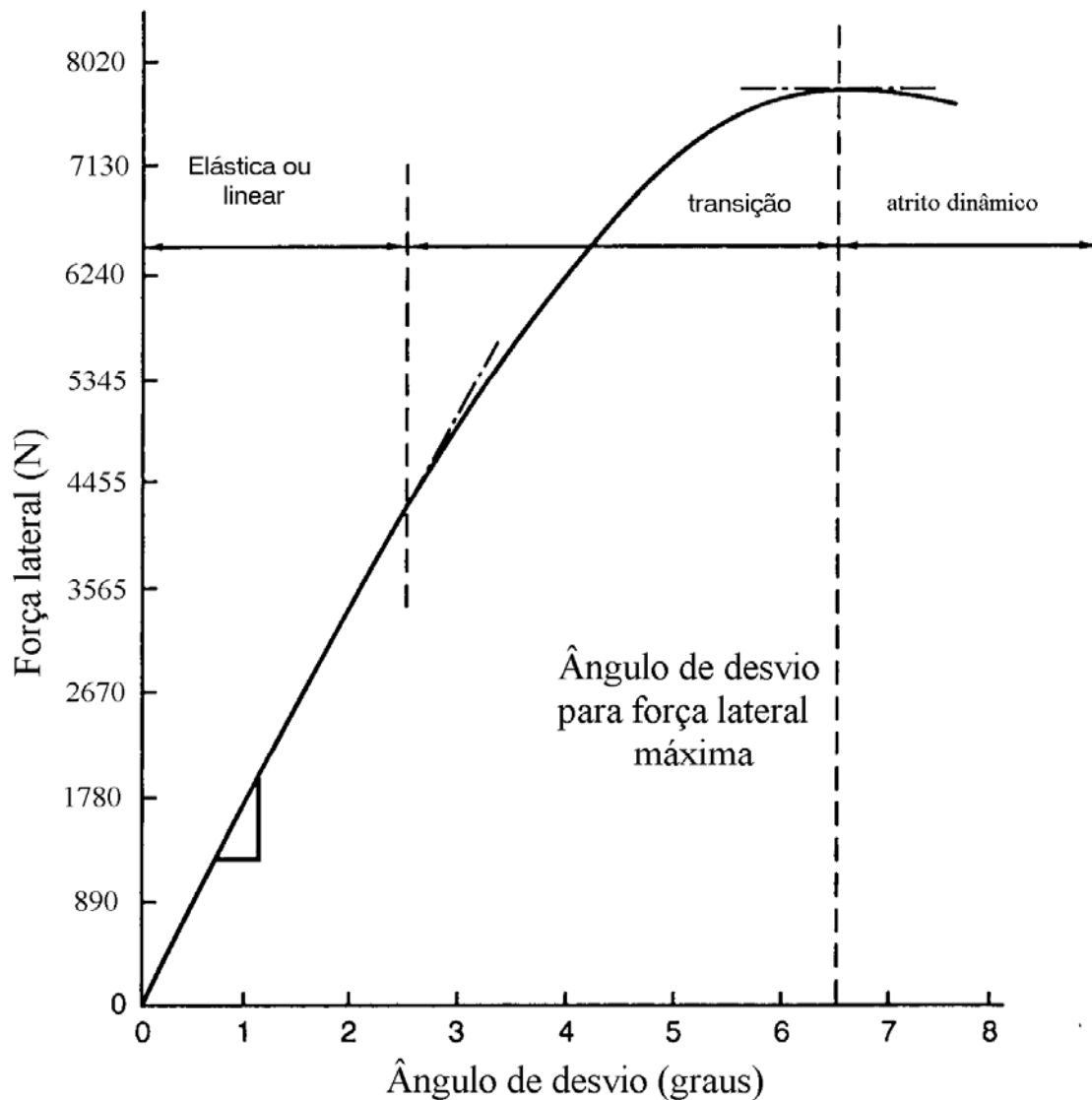


FIG. 3.5 – Curva de força lateral x ângulo de desvio para uma força vertical de 8020 N do pneu P215/60 R15 Eagle GT-S

A segunda faixa da curva é denominada de faixa de transição. Nessa faixa, a força lateral apresenta um comportamento não linear com relação ao ângulo de desvio. Essa faixa se estende até o ponto de força lateral máxima possível de ser desenvolvida pelo pneu. A partir desse ponto, inicia-se a faixa de atrito dinâmico. Nessa faixa, o pneu perde a sua aderência com relação ao solo, apresentando escorregamento em toda a região de contato. Essas duas faixas, de transição e de atrito dinâmico, são fundamentais para o estudo do comportamento dinâmico de veículos próximo aos limites de perda de aderência dos pneus.

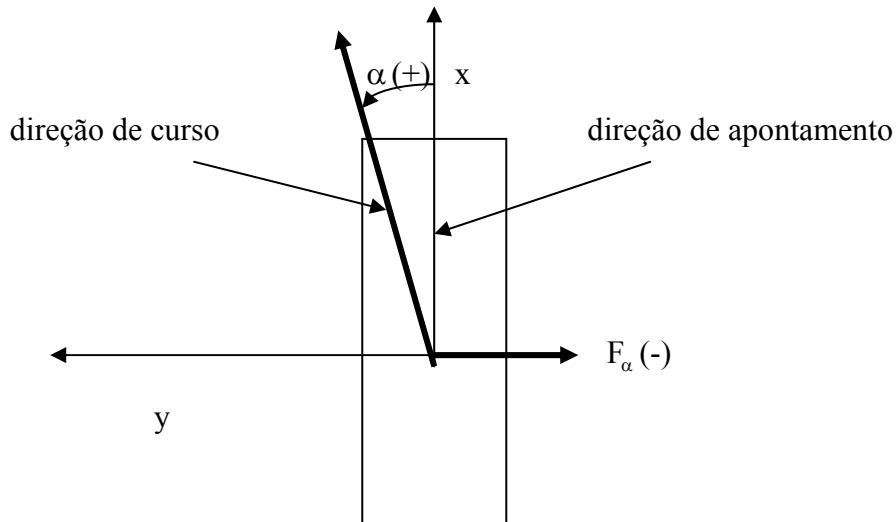


FIG. 3.6 – Convenção de sinais na geração da força lateral

A força lateral varia em decorrência de variações da força vertical sobre os pneus. Embora a primeira aumente com a força vertical no pneu, esse aumento não é proporcional.

A variação da força lateral no pneu em função da carga vertical tem grande importância quando o veículo está sujeito à transferência de forças verticais entre os pneus nas condições de deslocamento em curvas, aceleração ou frenagem. Em função da sensibilidade da força lateral à carga vertical, o veículo pode apresentar condições de estabilidade direcional consideravelmente diferentes. Outra importante situação a ser considerada é quando o veículo é submetido a uma carga superior à usualmente utilizada. O aumento do peso do veículo implica em um aumento proporcional da força lateral de inércia gerada em uma curva, no entanto, conforme anteriormente mencionado, a força lateral gerada pelos pneus não apresenta um aumento proporcional em função da carga vertical do pneu, diminuindo o limite de aderência do conjunto de pneus do veículo.

Para a determinação da força lateral através da EQ. 3.1, os coeficientes são obtidos a partir das seguintes relações matemáticas:

$$D = \mu_{ym} \cdot F_z \quad (3.7)$$

onde:

$$\mu_{ym} = a_1 \cdot F_z + a_2 \quad (3.8)$$

μ_{ym} - coeficiente de atrito lateral;

a_1 - coeficiente que representa a dependência do atrito lateral com a força vertical;

a_2 - coeficiente que representa o nível de atrito lateral.

$$B.C.D = a_3 \cdot \text{sen}[2 \cdot \text{arctg}(F_z / a_4)] \cdot (1 - a_5 \cdot |\gamma_c|) \quad (3.9)$$

onde:

a_3 - coeficiente que representa a máxima rigidez de esterçamento (para $\gamma_c = 0$);

a_4 - coeficiente que representa a força vertical relativa à máxima rigidez de esterçamento;

a_5 - coeficiente que representa a sensibilidade da rigidez de esterçamento ao ângulo de câmber.

$$C = a_0 \quad (3.10)$$

Usualmente adota-se $a_0 = 1,30$.

$$B = B.C.D / C.D \quad (3.11)$$

$$E = a_6 \cdot F_z + a_7 \quad (3.12)$$

$$S_h = a_8 \cdot \gamma + a_9 \cdot F_z + a_{10} \quad (3.13)$$

$$S_v = a_{11} \cdot F_z \cdot \gamma + a_{12} \cdot F_z + a_{13} \quad (3.14)$$

Portanto, os coeficientes necessários para determinação da força lateral de um pneu em função do ângulo de desvio, da força vertical e do ângulo de câmber através da “*Formula Mágica*” (EQ. 3.1) são $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}$ e a_{13} .

3.6 FORÇA LONGITUDINAL

Para um veículo acelerar ou frear, é necessário que sejam desenvolvidas forças longitudinais entre o pneu e o solo. A geração das forças longitudinais ocorre de maneira semelhante à geração de forças laterais, pois também se verifica a formação de uma região de deformações elásticas e uma região de escorregamento. As forças longitudinais podem ser de tração ou de frenagem, apresentando, para cada um desses casos, um comportamento ligeiramente diferente, embora o mecanismo para geração das forças seja análogo.

3.6.1 RAI0 EFETIVO DE ROLAMENTO

Seja uma roda rolando em uma pista nivelada, não sujeita a momento de tração ou frenagem e com seu plano médio perpendicular a essa pista. Enquanto a relação entre a velocidade angular ω e a velocidade longitudinal V de uma roda rígida de raio R rolando é simplesmente $V = \omega.R$, para um pneu define-se um raio efetivo de rolamento R_e a partir da seguinte relação:

$$R_e = \frac{V}{\omega} \quad (3.15)$$

O pneu apresenta deformações radiais ao longo de sua circunferência devido às suas propriedades elásticas, fazendo com que o raio do mesmo varie entre R_1 na região de carregamento, e R na região sem carregamento (indeformada), como pode ser verificado na FIG. 3.7. Conseqüentemente, o pneu apresenta um raio efetivo de rolamento menor que R e maior R_1 .

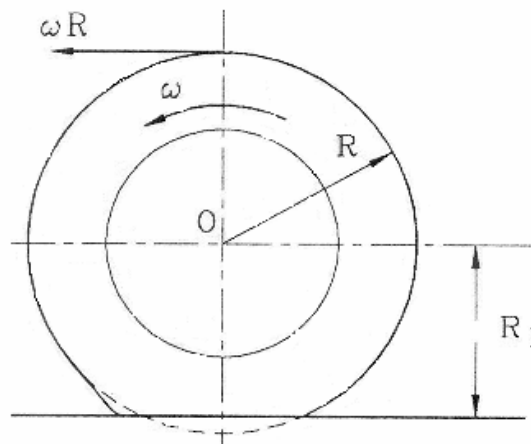


FIG. 3.7 – Configuração geométrica de um pneu em rolamento puro

Em geral, para um mesmo raio indeformado R , pneus radiais tendem a apresentar menor raio de rolamento de pneu carregado R_1 que os pneus diagonais. Apesar disso, os pneus radiais possuem um raio efetivo de rolamento R_e mais próximo do valor de R , quando comparado aos pneus diagonais, pois apresentam banda de rodagem mais rígida.

3.6.2 ESCORREGAMENTO LONGITUDINAL

A aplicação de torque de tração ou de frenagem na roda faz com que surja uma diferença entre a velocidade angular da roda (ω) e a velocidade angular da roda em rolamento puro (ω_0), sendo esta determinada a cada momento anterior à aplicação do torque de tração ou frenagem e calculada a partir da velocidade longitudinal do centro de massa da roda (V) e do raio efetivo de rolamento do pneu (R_e) através da seguinte relação:

$$\omega_0 = \frac{V}{R_e} \quad (3.16)$$

Para esta condição, define-se a grandeza adimensional escorregamento longitudinal como sendo:

$$\sigma = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \quad (3.17)$$

onde:

σ - escorregamento longitudinal;

ω - velocidade angular da roda;

ω_0 - velocidade angular da roda em rolamento puro.

Substituindo-se a EQ. 3.16 na EQ. 3.17, tem-se:

$$\sigma = \frac{\omega R_e - V}{V} \quad (3.18)$$

A força longitudinal F_x , de tração ou de frenagem, gerada no contato pneu/solo usualmente é representada em função do escorregamento longitudinal σ , conforme verificado na FIG. 3.8. A força longitudinal F_x é nula (condição de rolamento puro) quando σ é igual a zero. Quando o pneu está sujeito a um torque de frenagem, σ diminui, podendo atingir no mínimo o valor -1 , caracterizando-se a condição de travamento da roda. Quando o pneu está sujeito a um torque de tração, σ é positivo, podendo atingir um valor infinito, caracterizando a condição em que a roda gira e a velocidade longitudinal do seu centro de massa é nula.

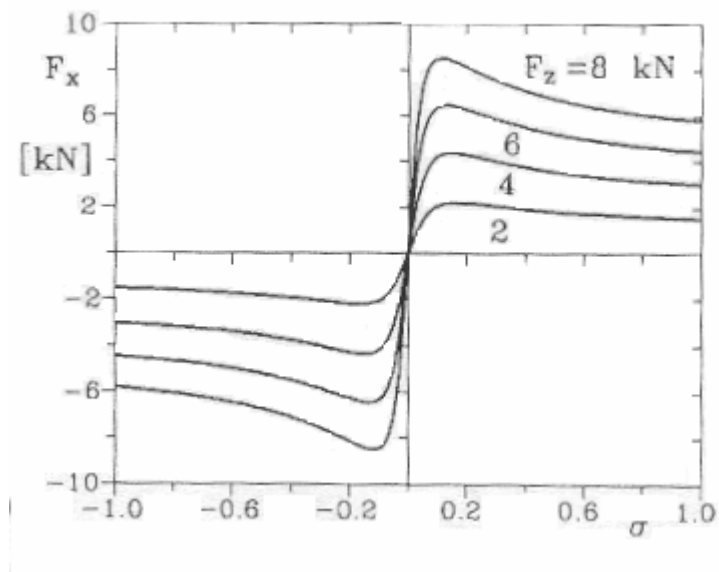


FIG. 3.8 – Curvas de $F_x(\sigma)$ para diferentes valores de carga vertical de um pneu radial 205/60 R15

A fim de se determinar a força longitudinal através da EQ. 3.1, os coeficientes são obtidos a partir das seguintes relações matemáticas:

$$D = \mu_{xm} \cdot F_z \quad (3.19)$$

onde:

$$\mu_{xm} = b_1 \cdot F_z + b_2 \quad (3.20)$$

μ_{xm} - coeficiente de atrito longitudinal;

b_1 - coeficiente que representa a dependência do atrito longitudinal com a força vertical;

b_2 - coeficiente que representa o nível de atrito longitudinal.

$$B.C.D = (b_3 \cdot F_z^2 + b_4 \cdot F_z) \cdot \exp(-b_5 \cdot F_z) \quad (3.21)$$

$$C = b_0 \quad (3.22)$$

Usualmente adota-se $b_0 = 1,65$.

$$B = B.C.D / C.D \quad (3.23)$$

$$E = b_6 \cdot F_z^2 + b_7 \cdot F_z + b_8 \quad (3.24)$$

$$S_h = b_9 \cdot F_z + b_{10} \quad (3.25)$$

$$S_v = 0 \quad (3.26)$$

Neste caso, os coeficientes necessários para determinação da força longitudinal de um pneu, através do emprego da EQ.3.1, em função do escorregamento longitudinal, da força vertical e do ângulo de câmber são b_0 , b_1 , b_2 , b_3 , b_4 , b_5 , b_6 , b_7 , b_8 , b_9 e b_{10} .

3.7 INTERAÇÃO ENTRE AS FORÇAS LATERAL E LONGITUDINAL

As considerações feitas nas seções anteriores são aplicáveis somente nos casos em que as forças lateral e longitudinal são geradas separadamente. Se o pneu produz simultaneamente forças nas direções lateral e longitudinal, a situação se torna diferente, já que há um acoplamento entre as duas. Aplicando-se uma força de frenagem ou de tração ao pneu que está sujeito a um determinado ângulo de desvio, a força lateral se reduz quando comparada à condição sem frenagem ou tração. O mesmo se aplica à força longitudinal quando o pneu está sujeito a uma força lateral.

Uma das formas de se representar graficamente a relação entre a força lateral e a força longitudinal, quando aplicadas simultaneamente a um pneu, é através de várias curvas, traçadas para diferentes valores de α , limitadas por um diagrama polar representando a máxima força que o pneu pode gerar para cada condição (FIG. 3.9a) (GENTA, 1997).

Um modelo que pode ser usado para uma aproximação das curvas de F_y em função de F_x para valores constantes de α pode ser obtido a partir da seguinte aproximação elíptica (FIG. 3.9b):

$$\left(\frac{F_y}{F_{y0}}\right)^2 + \left(\frac{F_x}{F_{x0}}\right)^2 = 1 \quad (3.27)$$

onde as forças F_{y0} e F_{x0} são respectivamente a força F_y relativa ao ângulo de desvio da condição quando a força F_x é nula e a máxima força longitudinal gerada pelo pneu quando o ângulo de desvio é nulo. Este diagrama com forma elíptica é denominado de elipse de atrito.

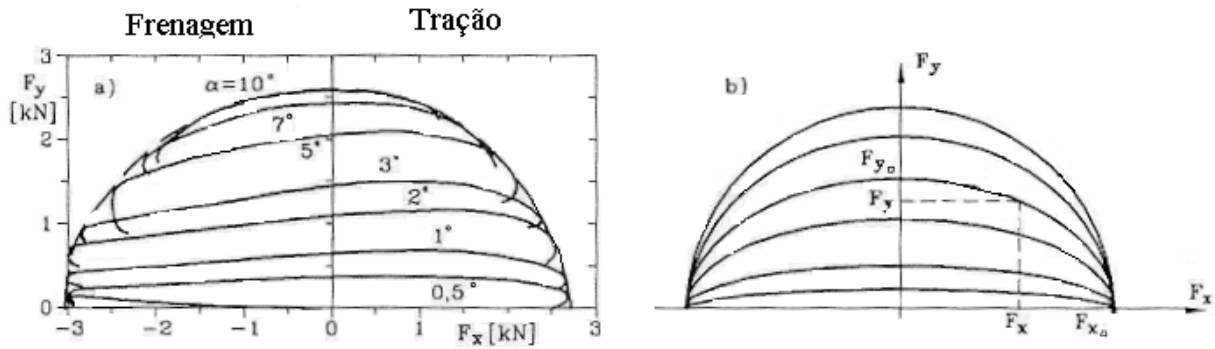


FIG. 3.9 – Diagramas polares das forças geradas por um pneu para ângulos de desvio constantes. (a) Dados experimentais. (b) Aproximação elíptica

Embora este modelo nem sempre apresente bons resultados, particularmente quando o ângulo de desvio é grande e a força longitudinal se aproxima do seu valor máximo, conforme pode ser verificado nas diferenças entre as curvas das FIG. 3.9a e FIG. 3.9b, a aproximação elíptica é freqüentemente usada nos casos em que o conceito de rigidez de esterçamento é empregado. Para estes casos, a rigidez de esterçamento do pneu C_α que está sujeito a uma força longitudinal F_x pode ser expressa em função da rigidez de esterçamento $C_{\alpha 0}$ quando a força longitudinal produzida é nula a partir da seguinte equação:

$$C_\alpha = C_{\alpha 0} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{F_x}{F_{x0}} \right)^2} \quad (3.28)$$

A “*Fórmula Mágica*”, formulação matemática apresentada nas seções anteriores para a determinação das forças laterais e longitudinais geradas pelo pneu, é aplicável somente quando o mesmo está sujeito somente à dinâmica lateral ou à dinâmica longitudinal respectivamente. Para que seja possível a obtenção de uma formulação que represente a interação entre estas forças, faz-se necessário a aplicação de outra metodologia (BAKKER, PACEJKA e LIDNER, 1989).

A partir da FIG. 3.10, é possível definir o deslizamento longitudinal σ_x (não confundir com o escorregamento longitudinal σ) e o deslizamento lateral σ_y como:

$$\sigma_x = \frac{V_{sx}}{V_r} \quad (3.29)$$

$$\sigma_y = \frac{V_{sy}}{V_r} \quad (3.30)$$

Onde:

V_{sx} - módulo da componente da velocidade de deslizamento na direção X' ;

V_{sy} - módulo da componente da velocidade de deslizamento na direção Y' ;

V_r - módulo da velocidade de rolamento.

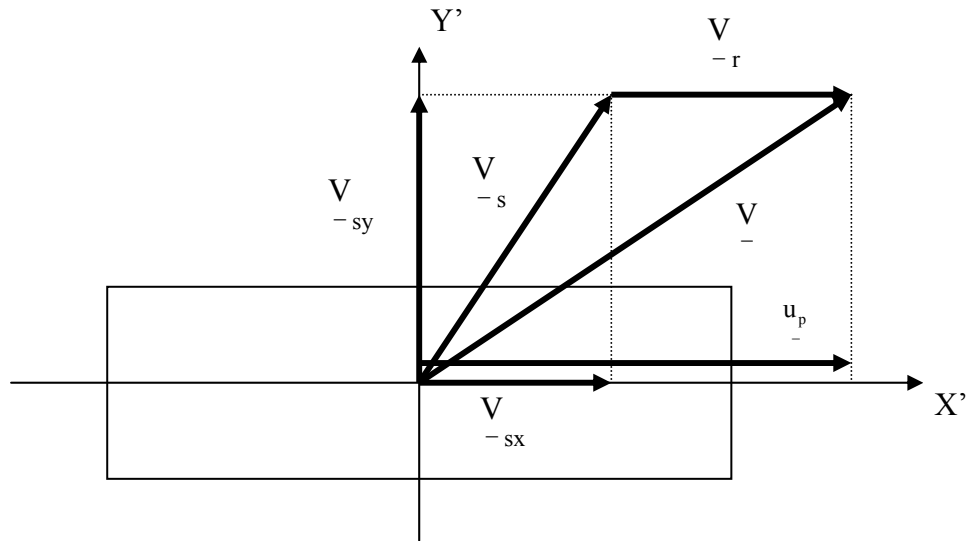


FIG. 3.10 – Velocidades de deslizamento e de rolamento ao longo dos eixos X' e Y'

Observando-se a FIG. 3.20, pode-se determinar o escorregamento longitudinal σ e o ângulo de desvio α através das seguintes relações:

$$\sigma = \frac{-V_{sx}}{u_p} \quad (3.31)$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{V_{sy}}{V_{sx} + V_r} \quad (3.32)$$

onde:

u_p – velocidade longitudinal do pneu.

Através de uma manipulação algébrica nas EQs. 3.29, 3.30, 3.31 e 3.32, obtém-se as seguintes equações:

$$\sigma_x = \frac{-\sigma}{1 + \sigma} \quad (3.33)$$

$$\sigma_y = \frac{\text{tg} \alpha}{1 + \sigma} \quad (3.34)$$

Em princípio, a força lateral F_y não se anula quando o ângulo de desvio é zero devido à presença dos coeficientes S_v e S_h (EQs. 3.13 e 3.14). É possível definir o ângulo de desvio $\delta\alpha$ como aquele em que a força F_y é nula. Como este ângulo é muito pequeno, pode ser determinado a partir da seguinte simplificação da EQ. 3.1:

$$\delta\alpha = -S_h - \frac{S_v}{\text{B.C.D}} \quad (3.35)$$

Analogamente, o escorregamento longitudinal necessário para que a força F_x se anule é definido como $\delta\sigma$. Considerando que, neste caso, S_v é nulo (EQ. 3.26) e que este escorregamento é muito pequeno, ele pode ser determinado a partir da seguinte simplificação da EQ. 3.1:

$$\delta\sigma = -S_h \quad (3.36)$$

As velocidades de deslizamento δV_{sx} e δV_{sy} correspondentes $\delta\sigma$ e $\delta\alpha$ respectivamente são:

$$\delta V_{sx} = V_r \cdot \frac{-\delta\sigma}{1 + \delta\sigma} \approx -V_r \cdot \delta\sigma \quad (3.37)$$

$$\delta V_{sy} = V_r \cdot \text{tg} \delta\alpha \approx V_r \cdot \delta\alpha \quad (3.38)$$

As velocidades de deslizamento totais V_{sxtot} e V_{sytot} são:

$$V_{sxtot} = V_{sx} + \delta V_{sx} \quad (3.39)$$

$$V_{sytot} = V_{sy} + \delta V_{sy} \quad (3.40)$$

Substituindo as EQs. 3.37 e 3.38 nas EQs. 3.39 e 3.40 respectivamente e, posteriormente, substituindo nas EQs. 3.29 e 3.30 respectivamente, obtém-se:

$$\sigma_{xtot} = \frac{-\sigma}{1 + \sigma} - \delta\sigma \quad (3.41)$$

$$\sigma_{y\text{tot}} = \frac{\text{tg } \alpha}{1 + \sigma} + \delta\alpha \quad (3.42)$$

onde:

$\sigma_{x\text{tot}}$ - deslizamento longitudinal total;

$\sigma_{y\text{tot}}$ - deslizamento lateral total.

A partir das EQs. 3.41 e 3.42, determina-se o deslizamento teórico total do pneu σ_{tot} :

$$\sigma_{\text{tot}} = \sqrt{(\sigma_{x\text{tot}}^2 + \sigma_{y\text{tot}}^2)} \quad (3.43)$$

As curvas $F_x(\sigma_{\text{tot}})$ e $F_y(\sigma_{\text{tot}})$ obtidas, respectivamente, quando há apenas deslizamento longitudinal ou lateral, são denominadas “curvas básicas originais” e são representadas por F_{x0} e F_{y0} respectivamente, conforme pode ser verificado na FIG. 3.11.

Os valores reais das forças lateral e longitudinal são obtidos multiplicando as forças F_{x0} e F_{y0} , obtidas das curvas básicas originais, pelas razões entre as componentes do deslizamento teórico total nas direções X' e Y' respectivamente e o próprio deslizamento teórico total σ_{tot} :

$$F_x = \frac{\sigma_{x\text{tot}}}{\sigma_{\text{tot}}} \cdot F_{x0} \quad (3.44)$$

$$F_y = \frac{\sigma_{y\text{tot}}}{\sigma_{\text{tot}}} \cdot F_{y0} \quad (3.45)$$

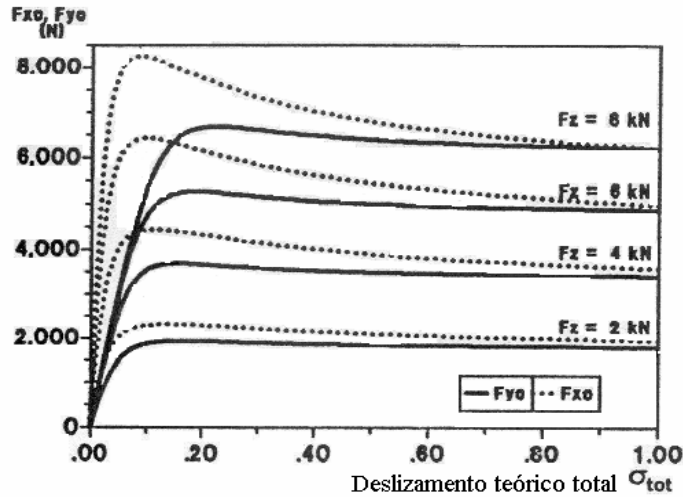


FIG. 3.11 – Curvas básicas originais

Um problema de natureza física surge quando os valores de deslizamento longitudinal e lateral relativos aos picos de F_{x0} e F_{y0} diferem consideravelmente. Quando o pneu atinge um valor de deslizamento teórico total σ_{tot} entre esses dois picos, há deslizamento total em relação a uma curva e parcial em relação a outra curva. Na realidade, o deslizamento do pneu ocorre em relação a uma condição global e não em relação a apenas uma direção. Para que este problema seja sanado, é definido o deslizamento total normalizado σ^* em relação aos valores máximos de deslizamento nas direções X' e Y' , que apresenta as componentes σ_x^* e σ_y^* respectivamente. Essas componentes são definidas como:

$$\sigma_x^* = \frac{\sigma_{xtot}}{\sigma_{xm}} \quad (3.46)$$

$$\sigma_y^* = \frac{\sigma_{ytot}}{\sigma_{ym}} \quad (3.47)$$

onde:

σ_{xm} - deslizamento teórico relativo ao pico de F_{x0} ;

σ_{ym} - deslizamento teórico relativo ao pico de F_{y0} .

O valor de σ^* é determinado a partir da seguinte relação:

$$\sigma^* = \sqrt{(\sigma_x^{*2} + \sigma_y^{*2})} \quad (3.48)$$

As curvas da FIG. 3.11 são apresentadas na FIG. 3.12 em função do deslizamento total normalizado. Para valores de σ^* maiores que um, o comportamento do pneu nas direções longitudinal e lateral é descrito pelas condições de atrito. Para valores pequenos de σ^* , tem-se pouco ou nenhum deslizamento e as forças longitudinal e lateral são praticamente independentes. Este comportamento pode ser equacionado determinando-se F_{x0}^* e F_{y0}^* a partir das seguintes relações:

$$F_{x0}^* = F_{x0} - \varepsilon \cdot (F_{x0} - F_{y0}) \cdot \left(\frac{\sigma_y^*}{\sigma^*} \right)^2 \quad (3.49)$$

$$F_{y0}^* = F_{y0} - \varepsilon \cdot (F_{y0} - F_{x0}) \cdot \left(\frac{\sigma_x^*}{\sigma^*} \right)^2 \quad (3.50)$$

onde:

$$\varepsilon = \sigma^*, \text{ para } \sigma^* \leq 1;$$

$$\varepsilon = 1, \text{ para } \sigma^* > 1.$$

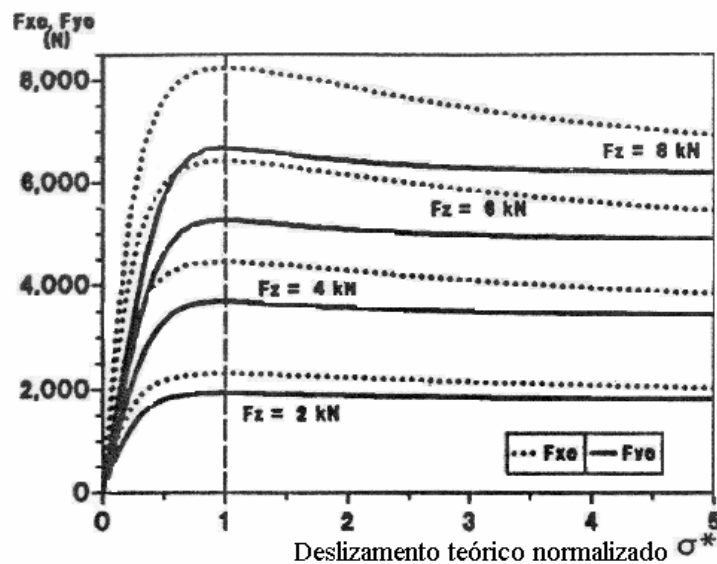


FIG. 3.12 – Curvas básicas normalizadas

Os valores reais das forças lateral e longitudinal são obtidos de forma semelhante às EQs. 3.44 e 3.45 (GENTA, 1997):

$$F_x = \frac{\sigma_x^*}{\sigma^*} \cdot F_{x0}^* \quad (3.51)$$

$$F_y = \frac{\sigma_y^*}{\sigma^*} \cdot F_{y0}^* \quad (3.52)$$

De maneira similar à apresentada nesta seção, a interação entre o torque de auto-alinhamento M_z e a força F_x pode ser equacionada.

Esta formulação matemática para modelagem da interação entre as forças longitudinal e lateral tende a apresentar melhores resultados que os apresentados utilizando-se a elipse de atrito (EQ. 3.37). Ressalte-se, porém, que na literatura, encontram-se formulações que, apesar de se assemelharem à apresentada, possuem mais alguns coeficientes a serem obtidos a partir de dados experimentais do pneu submetido a uma condição combinada de força lateral e longitudinal. Estas formulações apresentam resultados mais precisos, porém são de implementação ainda mais difícil, principalmente devido à dificuldade de obtenção de dados experimentais para a determinação destes coeficientes. Na FIG. 3.13 pode-se observar curvas relativas à interação das forças longitudinal e lateral de um pneu, fazendo uso do modelo apresentado nesta seção.

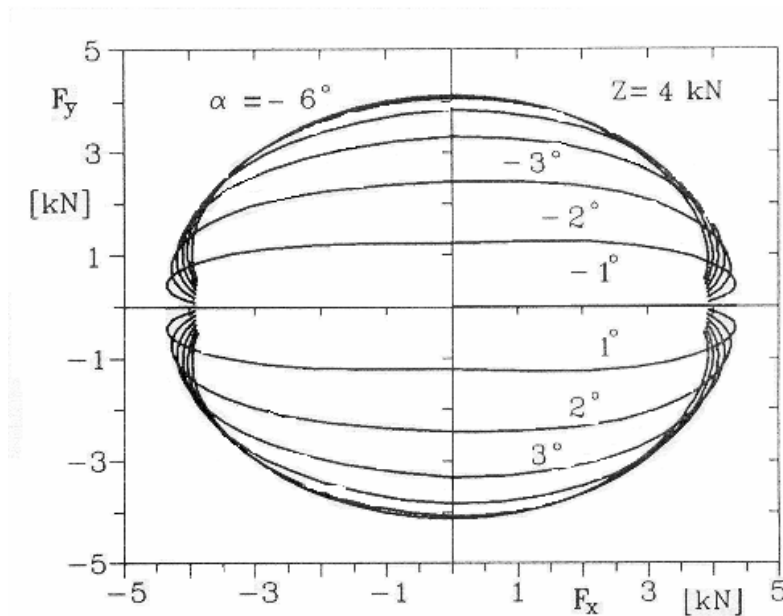


FIG. 3.13 – Curvas representando a interação entre F_x e F_y obtidas a partir do modelo empírico

4 MODELO TRIDIMENSIONAL DO VEÍCULO

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo é apresentado o modelo tridimensional do veículo, isto é, apresenta-se o modelo das suspensões dianteiras, incluindo o sistema de direção, além do modelo das suspensões traseiras. Todas as não linearidades provenientes da geometria da suspensão SLA (ou duplo-A) são consideradas. Esse modelo possui 15 (quinze) graus de liberdade que estão discriminados na TAB. 4.1.

TAB. 4.1 – Graus de liberdade do modelo do veículo

Nº do grau de liberdade	Descrição	Símbolo
1	Posição longitudinal do chassis	q_x
2	Posição lateral do chassis	q_y
3	Posição vertical do chassis	q_z
4	Ângulo de direção do chassis (“yaw angle”)	q_d
5	Ângulo de arfagem do chassis (“pitch angle”)	q_p
6	Ângulo de rolagem do chassis (“roll angle”)	q_r
7	Ângulo do volante da direção	q_{vol}
8	Ângulo entre a bandeja inferior dianteira direita e o chassis	q_1
9	Ângulo de rotação da roda dianteira direita	q_2
10	Ângulo entre a bandeja inferior dianteira esquerda e o chassis	q_{11}
11	Ângulo de rotação da roda dianteira esquerda	q_{12}
12	Ângulo entre a bandeja inferior traseira direita e o chassis	q_{21}
13	Ângulo de rotação da roda traseira direita	q_{22}
14	Ângulo entre a bandeja inferior traseira esquerda e o chassis	q_{31}
15	Ângulo de rotação da roda traseira esquerda	q_{32}

Todos os graus de liberdade participam da dinâmica do sistema, exceto o ângulo do volante da direção (q_{vol}) que é computado como uma restrição diretora. Ao todo, 20 (vinte) corpos rígidos compõem o modelo, sendo que apenas os corpos com valores de inércia mais relevantes são considerados na dinâmica do veículo, no caso o chassis, as quatro rodas e as bandejas inferiores. Estas não por terem massa relevante, mas por receberem diretamente o esforço oriundo do conjunto mola-amortecedor. É importante ressaltar que o referido conjunto é representado apenas pela força que gera sobre a bandeja inferior e o chassis, tendo sua massa desprezada. A descrição dos corpos é feita nas seções posteriores, onde é apresentada a modelagem de cada suspensão separadamente. A FIG. 4.1 mostra o modelo físico das suspensões e a FIG. 4.2 mostra o chassis acoplado às suspensões.

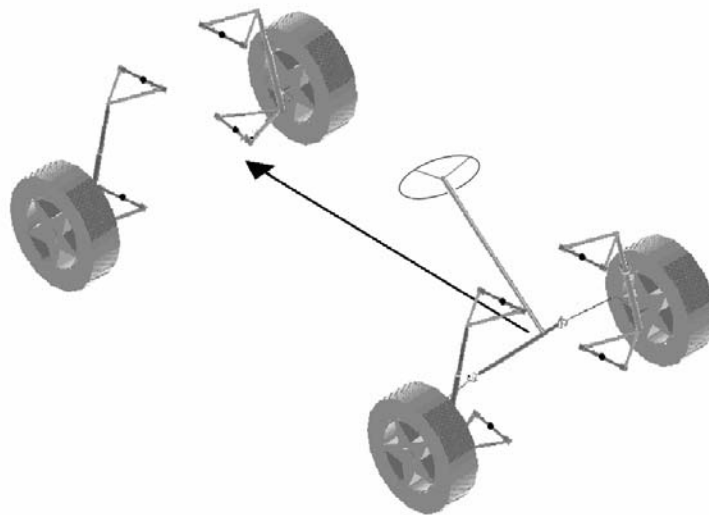


FIG. 4.1 – Modelo físico das suspensões

A técnica de transformadores cinemáticos, apresentada no capítulo 2, é utilizada na modelagem do veículo. Visando o estudo da estabilidade lateral, é necessária a implementação de um modelo de pneus capaz de representar adequadamente as forças laterais e longitudinais desenvolvidas pelo mesmo. Destarte, faz-se uso da “*Fórmula Mágica*” para obtenção das referidas forças, permitindo que sejam consideradas as não linearidades dos comportamentos lateral e longitudinal dos pneus.

4.2 SUSPENSÃO DIANTEIRA DIREITA

4.2.1 DESCRIÇÃO DO MODELO FÍSICO

Observa-se que o modelo empregado para as suspensões é plano pois considera-se que as quatro suspensões do modelo trabalham em um plano perpendicular ao longitudinal do chassis e paralelo ao transversal. Inicialmente a suspensão dianteira direita e o mecanismo de direção a ela acoplado serão descritos. Posteriormente, por analogia, serão descritas as demais suspensões.

O modelo físico do conjunto suspensão-mecanismo de direção dianteiro direito, é mostrado na FIG.4.2. Nessa figura o referencial $(XYZ)_C$ representa o referencial do chassis.

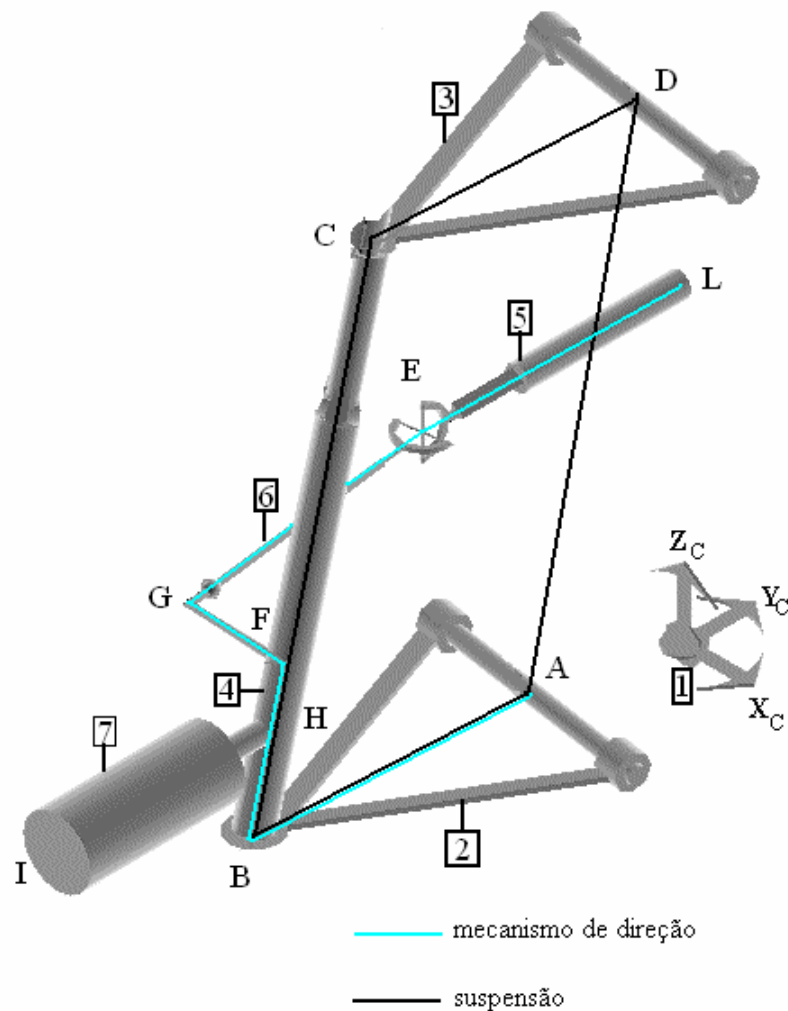


FIG. 4.2 – Modelo físico da suspensão dianteira direita

TAB. 4.2 – Corpos da suspensão e do mecanismo de direção

<i>Nº do Corpo</i>	<i>Descrição</i>
1	Chassis
2	Bandeja inferior
3	Bandeja superior
4	Manga do eixo
5	Cremalheira da direção
6	Barra de direção
7	Roda + pneu

O modelo da suspensão é composto por seis corpos, conforme descrito na TAB. 4.2, ligados através de três juntas de revolução (um grau de liberdade) nos pontos **A** e **D** e no eixo **HI**, três juntas esféricas (três graus de liberdade) em **B**, **C** e **G**, uma junta de HOOKE (dois graus de liberdade) em **E** e um junta de translação (um grau de liberdade) em **L**, como descrito na FIG. 4.2.

O número de graus de liberdade deste mecanismo pode ser determinado. Neste caso, temos seis corpos sujeitos a duas juntas de revolução, quatro juntas esféricas, uma junta de HOOKE e uma de translação. Aplicando-se a EQ 2.14 obtém-se três graus de liberdade para o mecanismo: o ângulo entre a bandeja inferior e o chassis, o ângulo de rotação do pneu ao redor do eixo **HI** e o deslocamento linear da cremalheira da direção. Na modelagem do veículo o deslocamento da cremalheira é acoplado ao deslocamento angular do volante e passa a ser considerado uma restrição diretora.

O mecanismo da FIG 4.2 pode ser decomposto em dois transformadores cinemáticos diferentes, conforme descrito na mesma figura: um relativo à suspensão propriamente dita e outro referente ao sistema de direção do veículo.

4.2.2 COORDENADAS DE JUNTA

O número de coordenadas de junta de um transformador cinemático é igual ao seu número de juntas elementares. No caso do primeiro transformador, considerando-se que, como anteriormente mencionado, as suspensões trabalham no espaço bidimensional (plano) pode-se considerar, ao se analisar isoladamente o transformador cinemático da suspensão, as

juntas esféricas em **B** e **C**, como juntas de revolução. Assim, para este transformador existem 4 (quatro) juntas de revolução, resultando em 4 (quatro) juntas elementares, permitindo a descrição da geometria do transformador com quatro (quatro) coordenadas de junta.

A primeira coordenada de junta é β_1 que equivale ao ângulo de rotação da bandeja inferior em relação ao chassis em torno do eixo que passa pelo ponto A. A segunda coordenada de junta, β_2 , representa o ângulo de rotação da bandeja superior em relação ao chassis em torno do eixo D. A terceira coordenada de junta β_3 representa o ângulo entre a bandeja superior e a manga do eixo e a quarta coordenada de junta β_4 , o ângulo entre a bandeja inferior e a manga do eixo.

As coordenadas de junta estão representadas na FIG. 4.3a e os referenciais locais na FIG 4.3b. Vale ressaltar que os referenciais locais não se encontram necessariamente representados no centro de massa de cada corpo para permitir melhor visualização, no entanto, para análise dinâmica, os mesmos se localizam sobre os centros de massa dos corpos.

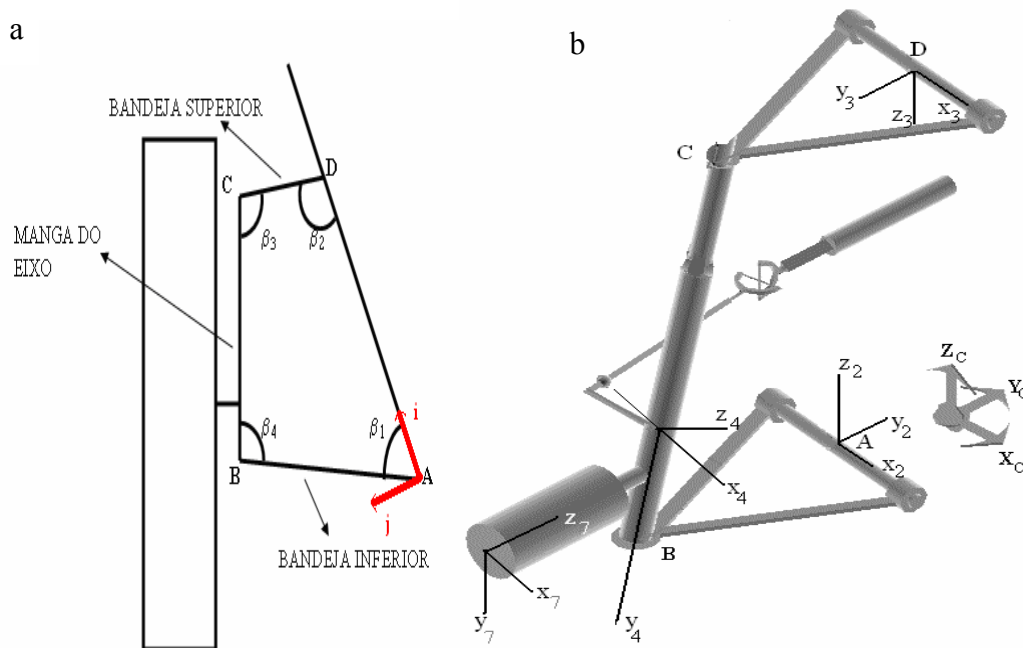


FIG. 4.3 – Primeiro transformador - a) Coordenadas de junta; b) Referenciais locais

Para o segundo transformador - o sistema de direção – devido às restrições impostas pelas juntas (uma de revolução, duas esféricas, uma junta de Hooke e uma de translação), considerando-se ainda a modelagem plana do primeiro transformador, são necessárias quatro coordenadas relativas de juntas para representação da configuração do mecanismo.

A primeira coordenada do segundo transformador β_6 , é igual a β_1 , a segunda coordenada, β_7 , é igual a β_4 , a terceira, β_8 , corresponde ao deslocamento linear da cremalheira e a quarta coordenada relativa de junta, β_9 , representa a rotação da manga do eixo em torno do eixo **CB**, conforme a FIG 4.4.

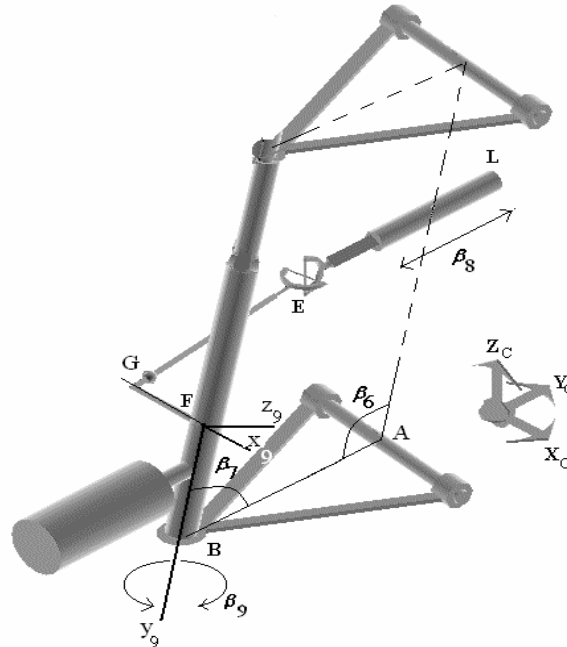


FIG 4.4 – Coordenadas de junta do segundo transformador

4.2.3 EQUAÇÕES DE RESTRIÇÃO

O mecanismo formado pelos transformadores possui dois graus de liberdade: o ângulo entre a bandeja e o chassis q_1 e o ângulo de rotação da roda q_2 , grau de liberdade da ramificação do transformador. Estes graus de liberdades se relacionam com as coordenadas de junta da seguinte forma:

$$g_1 = \beta_1 - q_1 = 0 \quad (4.1)$$

$$g_5 = \beta_5 - q_2 = 0 \quad (4.2)$$

Para a escolha dos pares característicos de junta do primeiro transformador, deve-se verificar as juntas que possuem o maior número de graus de liberdade. Como todas as juntas possuem o mesmo número de graus de liberdade, as juntas de revolução em **B** e em **C** foram escolhidas. Da EQ. 2.20, tem-se $h = 1$, ou seja, há apenas uma equação característica. O parâmetro de fechamento indicado pela TAB. 2.1 é o da Categoria (I), distância entre dois

pontos. Observando-se a FIG. 4.3, e considerando-se $\mathbf{AB} = \mathbf{r}$, $\mathbf{BC} = \mathbf{d}$, $\mathbf{DC} = \mathbf{s}$ e $\mathbf{AD} = \mathbf{l}$, pode-se escrever:

$$(\underline{r} - \underline{l} - \underline{s})^T (\underline{r} - \underline{l} - \underline{s}) - d^2 = 0 \quad (4.3)$$

Onde

$$\underline{r} = r \cos \beta_1 \underline{i} + r \sin \beta_1 \underline{j} \quad (4.4)$$

$$\underline{s} = -s \cos \beta_2 \underline{i} + s \sin \beta_2 \underline{j} \quad (4.5)$$

$$\underline{l} = l \underline{i} \quad (4.6)$$

$$\underline{d} = \underline{r} - \underline{l} - \underline{s}. \quad (4.7)$$

Substituindo-se as EQ's 4.3, 4.4 e 4.5 na EQ. 4.2, tem-se:

$$g_2 = (2rs \cos \beta_1 - 2ls) \cos \beta_2 + (-2r s \sin \beta_1) \sin \beta_2 + l^2 + r^2 + s^2 - d^2 - 2rl \cos \beta_1 = 0 \quad (4.8)$$

A EQ. 4.8 permite a obtenção de β_2 em função de β_1 e é a equação característica do transformador cinemático.

A fim de se determinar as duas equações complementares do transformador de maneira a proporcionar uma solução fechada e recursiva para cinemática, deve-se determinar β_3 em função de β_2 e β_1 .

Observando-se a geometria do transformador pode-se escrever:

$$\sin \beta_3 = \frac{(\underline{s} \times \underline{d})^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T}{sd} \quad (4.9)$$

$$\cos \beta_3 = \frac{\underline{s} \cdot \underline{d}}{sd} \quad (4.10)$$

Das EQ's 4.9 e 4.10 tem-se:

$$g_3 = \tan \beta_3 - \frac{(\underline{s} \times \underline{d})^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T}{\underline{s} \cdot \underline{d}} = 0 \quad (4.11)$$

De posse das EQ's 4.1, 4.8 e 4.11 pode-se facilmente obter a segunda equação complementar a fim de se determinar a quarta coordenada de junta.

$$g_4 = \beta_4 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 2\pi = 0 \quad (4.12)$$

Para o segundo transformador cinemático, dado que duas de suas quatro coordenadas correspondem a coordenadas do primeiro transformador, duas equações de restrição são obtidas de maneira direta:

$$g_6 = \beta_6 - \beta_1 = 0 \quad (4.13)$$

$$g_7 = \beta_7 - \beta_4 = 0 \quad (4.14)$$

A terceira coordenada de junta do segundo transformador β_8 relaciona-se com o de liberdade q_{vol} , que representa o ângulo de rotação do volante, da seguinte forma:

$$g_8 = \beta_8 - C_{cr_d} \cdot q_{vol} - d_{cr} / 2 = 0 \quad (4.15)$$

onde:

C_{cr_d} - razão do deslocamento linear da cremalheira dianteira pelo ângulo de rotação do volante;

d_{cr} - comprimento da cremalheira.

Os valores de C_{cr_d} e d_{cr} para esse veículo constam do Apêndice 1.

Da FIG. 4.4, escolhem-se a junta esférica em G e a junta universal em E como pares característicos, pois são as juntas que possuem o maior número de graus de liberdade. O parâmetro de fechamento que gera a equação característica deste transformador é o da Categoria (I). Este parâmetro de fechamento representa a distância entre os pontos G e E , que é constante, permitindo a determinação da coordenada de junta β_9 . Da FIG. 4.4, tem-se:

$$\underline{GE} = \underline{AL} + \underline{LE} - \underline{AB} - \underline{BF} - \underline{FG} \quad (4.16)$$

O vetor \underline{AL} é fixo no chassis. Os demais vetores têm módulo constante, exceto o vetor \underline{LE} , que é paralelo ao eixo Y_C e pode ser representado conforme a EQ 4.17.

$$\underline{LE}_{(XYZ)_C} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\beta_8 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

A representação dos demais vetores no referencial do chassis, considerando-se os referenciais locais apresentados na FIG 4.3b, é a seguinte:

$$\underline{AB}_{(XYZ)_c} = \underline{r} = A_{2C} \begin{bmatrix} 0 \\ -r \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$\underline{BF}_{(XYZ)_c} = A_{4C} \begin{bmatrix} 0 \\ -|\underline{BF}| \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$\underline{FG}_{(XYZ)_c} = A_{4C} A_{94} \begin{bmatrix} -|\underline{FG}| \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

onde

A_{iC} - matriz de transformação de coordenadas do referencial local no corpo i para o referencial do chassis.

A_{94} - matriz de transformação do referencial 9 em relação ao referencial do corpo 4 (FIG 4.5).

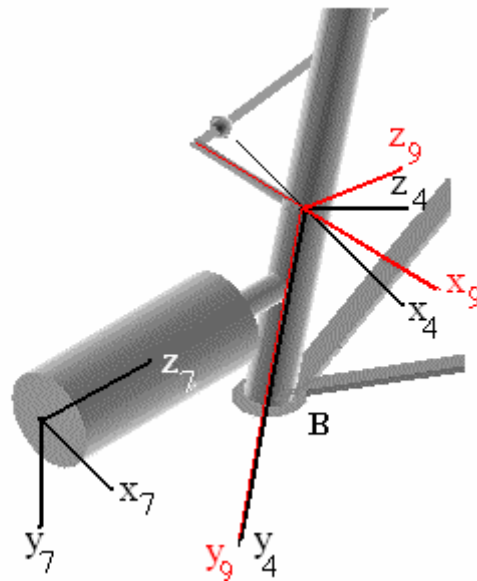


FIG. 4.5 – Referencial local do corpo 4 e referencial 9.

Reescrevendo-se a EQ. 4.16, tem-se:

$$|\underline{GE}| = |(\underline{AL} + \underline{LE}) - (\underline{AB} + \underline{BF} + \underline{FG})| \quad (4.21)$$

A partir da EQ. 4.20, que é escalar, chega-se à EQ. 4.28, cuja incógnita é a coordenada de junta β_9 :

$$g_9 = a_1 \cdot \cos\beta_9 + a_2 \cdot \text{sen}\beta_9 - a_3 = 0 \quad (4.22)$$

onde:

$$a_1 = f_1(\beta_6, \beta_7, \beta_8);$$

$$a_2 = f_2(\beta_6, \beta_7, \beta_8);$$

$$a_3 = f_3(\beta_6, \beta_7, \beta_8).$$

Por meio de propriedades trigonométricas, a EQ. 4.21 é transformada em uma equação de segundo grau em seno ou cosseno de β_9 , que é resolvida como:

$$\left. \begin{aligned} x_i = [\cos\beta_9]_i &= \frac{a_1 \cdot a_3 - (-1)^i \cdot a_2 \cdot \sqrt{a_1^2 + a_2^2 - a_3^2}}{a_1^2 + a_2^2} \\ y_i = [\text{sen}\beta_9]_i &= \frac{a_2 \cdot a_3 + (-1)^i \cdot a_1 \cdot \sqrt{a_1^2 + a_2^2 - a_3^2}}{a_1^2 + a_2^2} \end{aligned} \right\} i = 1,2 \quad (4.23)$$

Para que β_9 esteja sempre no intervalo $(-\pi, \pi)$, seu valor pode ser determinado a partir da seguinte equação (HILLER e KECSKEMÉTHY, 1994):

$$(\beta_9)_i = \frac{\pi}{2} [\text{sgn}\{y_i\} - 1] + \arccos[\text{sgn}\{y_i\} \cdot x_i] \quad (4.24)$$

Como há dois valores para esta variável ($i=1$ ou $i=2$), deve-se avaliar cinematicamente a coerência da variação da coordenada de junta β_9 em função da coordenada de junta β_8 do segundo transformador para se determinar qual valor de i deve-se utilizar. Para a suspensão dianteira direita, o valor de i deve ser igual a 1 (um).

As EQs. 4.1, 4.2, 4.8, 4.11 e 4.12 e as EQs. 4.13, 4.14, 4.15 e 4.24 formam o vetor de equações de restrição, respectivamente, do primeiro e do segundo transformador cinemático. Estas equações de restrição permitem a determinação da solução fechada da cinemática do conjunto suspensão e direção, isto é, a solução é obtida analiticamente, sem a necessidade do uso de qualquer método numérico, permitindo a redução do tempo de processamento no cálculo da cinemática quando implementada computacionalmente.

4.2.4 CINEMÁTICA RELATIVA

Agrupando-se as coordenadas de junta para cada transformador, obtém-se:

$$\underline{\beta}_1 = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$\underline{\beta}_2 = \begin{bmatrix} \beta_6 \\ \beta_7 \\ \beta_8 \\ \beta_9 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

onde:

$\underline{\beta}_1$ - vetor de coordenadas de junta do primeiro transformador;

$\underline{\beta}_2$ - vetor de coordenadas de junta do segundo transformador.

Considera-se:

$$\underline{q}_{dd} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

onde:

\underline{q}_{dd} - vetor de graus de liberdade da dinâmica da suspensão dianteira direita.

O grau de liberdade q_{vol} relativo ao ângulo de esterçamento do volante não faz parte de \underline{q}_{dd} por ser imposto como uma restrição diretora .

Desenvolvendo-se a EQ. 2.24 para os dois transformadores, obtém-se:

$$\frac{\partial \underline{g}_1}{\partial \underline{\beta}_1} \cdot \dot{\underline{\beta}}_1 + \frac{\partial \underline{g}_1}{\partial \underline{q}_{dd}} \cdot \dot{\underline{q}}_{dd} = \underline{0}$$

$$\frac{\partial \underline{g}_2}{\partial \underline{\beta}_2} \cdot \dot{\underline{\beta}}_2 + \frac{\partial \underline{g}_2}{\partial \underline{\beta}_1} \cdot \dot{\underline{\beta}}_1 + \frac{\partial \underline{g}_2}{\partial \underline{q}_{dd}} \cdot \dot{\underline{q}}_{dd} = \underline{0} \quad (4.28)$$

onde:

\underline{g}_1 : vetor de equações de restrição do primeiro transformador;

\underline{g}_2 : vetor de equações de restrição do segundo transformador;

Representando-se a EQ. 4.28 matricialmente, tem-se:

$$\begin{bmatrix} J_{\beta_1} & 0 \\ C_{21} & J_{\beta_2} \end{bmatrix} \dot{\underline{\beta}} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \times \dot{q}_{dd} \quad (4.29)$$

onde:

$$\underline{\beta} = \begin{bmatrix} \underline{\beta}_1 \\ \underline{\beta}_2 \end{bmatrix}$$

$$J_{\beta_1} = \frac{\partial \underline{g}_1}{\partial \underline{\beta}_1} : \text{jacobiana beta do primeiro transformador;}$$

$$J_{\beta_2} = \frac{\partial \underline{g}_2}{\partial \underline{\beta}_2} : \text{jacobiana beta do segundo transformador;}$$

$$C_{21} = \frac{\partial \underline{g}_2}{\partial \underline{\beta}_1} : \text{matriz de acoplamento dos transformadores;}$$

$$V_1 = -\frac{\partial \underline{g}_1}{\partial q_{dd}} : \text{matriz de seleção de entradas do primeiro transformador;}$$

$$V_2 = -\frac{\partial \underline{g}_2}{\partial q_{dd}} : \text{matriz de seleção de entradas do segundo transformador.}$$

Baseando-se nas EQs. 2.26 e 2.27, é possível obter-se a jacobiana relativa J_r do conjunto suspensão e direção a partir da EQ. 4.30, da seguinte forma:

$$J_r = \begin{bmatrix} J_{\beta_1} & 0 \\ C_{21} & J_{\beta_2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Essa jacobiana relativa é uma matriz 9x2 que relaciona o vetor velocidade dos graus de liberdade da dinâmica com o vetor velocidade das coordenadas de junta, caracterizando assim a cinemática relativa do mecanismo. As matrizes jacobianas descritas, assim como suas derivadas em relação ao tempo, são determinadas através de um processador algébrico.

4.2.5 CINEMÁTICA ABSOLUTA

A cinemática absoluta é representada pelas relações entre as derivadas em relação ao tempo das coordenadas de junta e as velocidades absolutas dos corpos de interesse do mecanismo em relação a um referencial. Nesse caso, os corpos de interesse são a roda e o pneu (corpo 4) e a bandeja inferior (corpo 2) e o referencial adotado é o referencial do chassi.

Considerando-se o modelo representado na FIG. 4.3b, as velocidades dos corpos 2 e 7 em relação ao referencial posicionado no centro de massa do chassi são:

$$\dot{\underline{r}}_2^C = \dot{A}_{2C} \underline{Cr}^2 \quad (4.31)$$

$$\dot{\underline{r}}_7^C = \dot{A}_{2C} \underline{r}^2 + \dot{A}_{4C} \underline{BH}^4 + \dot{A}_{7C} \underline{HI}^7 \quad (4.32)$$

onde :

$$\underline{Cr}^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -Cr \\ 0 \end{bmatrix} \text{ em coordenadas do referencial local;}$$

Cr - distância do ponto A da FIG 4.2 até a origem do referencial local no centro de massa do corpo 2;

$$\underline{BH}^4 = \begin{bmatrix} 0 \\ -|BH| \\ 0 \end{bmatrix} \text{ em coordenadas do referencial local;}$$

$$\underline{HI}^7 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -|HI| \end{bmatrix} \text{ em coordenadas do referencial local}$$

A_{2C} - a matriz de transformação de coordenadas do referencial local no corpo 2 para o referencial do chassi;

A_{4C} - a matriz de transformação de coordenadas do referencial local no corpo 4 para o referencial do chassi;

$A_{7C} = A_{4C}A_{94}A_{79}$ - a matriz de transformação de coordenadas do referencial local no corpo 7 para o referencial do chassi.

As velocidades angulares dos corpos são dadas por:

$$\tilde{\underline{\omega}}_{2C} = \dot{A}_{2C} A_{2C}^T \quad (4.33)$$

$$\tilde{\underline{\omega}}_{5C} = \dot{A}_{5C} A_{5C}^T \quad (4.34)$$

A partir das EQs. 4.31, 4.32, 4.32 e 4.34, é possível obter-se os vetores \underline{a}_{ij} e \underline{b}_{ij} , descritos nas EQs. 2.28 e 2.29 que compõem a matriz jacobiana absoluta J_a , de acordo com a EQ. 2.32. Essa matriz relaciona as velocidades das coordenadas de junta com os vetores velocidades dos referenciais locais dos corpos 2 e 7 em relação ao referencial do chassis.

4.2.6 CINEMÁTICA GLOBAL

A jacobiana global da suspensão em relação ao referencial do chassis, matriz que relaciona o vetor velocidade dos graus de liberdade com os vetores velocidades dos referenciais locais dos corpos 2 e 7 em relação ao referencial do chassis, é determinada através da equação:

$$J_{GCdd} = J_{add} J_{rdd} \quad (4.35)$$

Cabe ressaltar que as derivadas em relação ao tempo das jacobianas expostas nessa seção também devem ser determinadas para a completa obtenção das matrizes necessárias para a solução das equações de movimento da dinâmica.

4.3 SUSPENSÃO DIANTEIRA ESQUERDA

A suspensão do lado esquerdo é simétrica fisicamente à suspensão direita. O modelo físico da suspensão e do mecanismo de direção dianteiro esquerdo são representados na FIG 4.6.

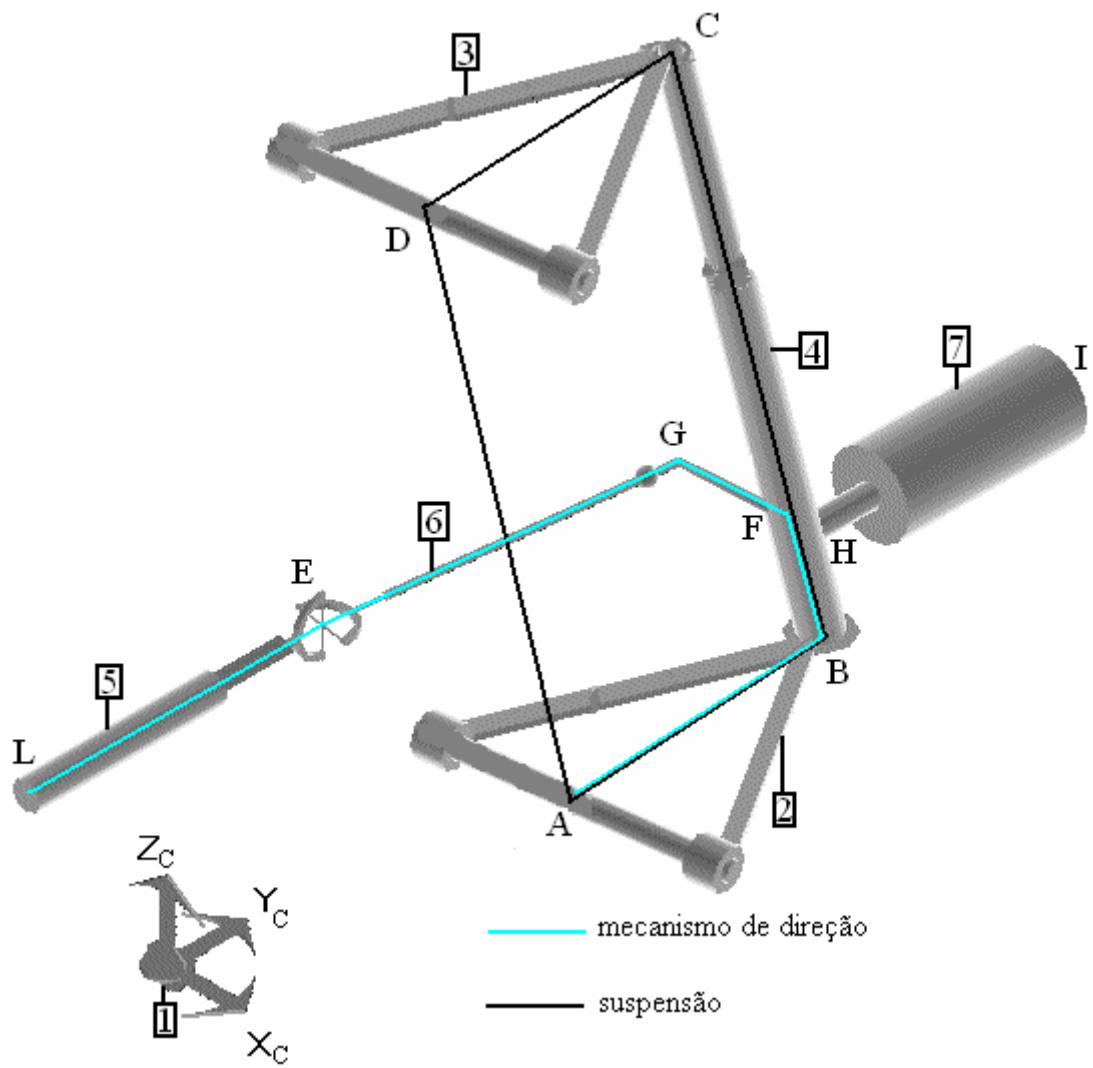


FIG. 4.6 – Modelo físico da suspensão dianteira esquerda

As coordenadas de junta e os referenciais locais são apresentadas na FIG 4.7.

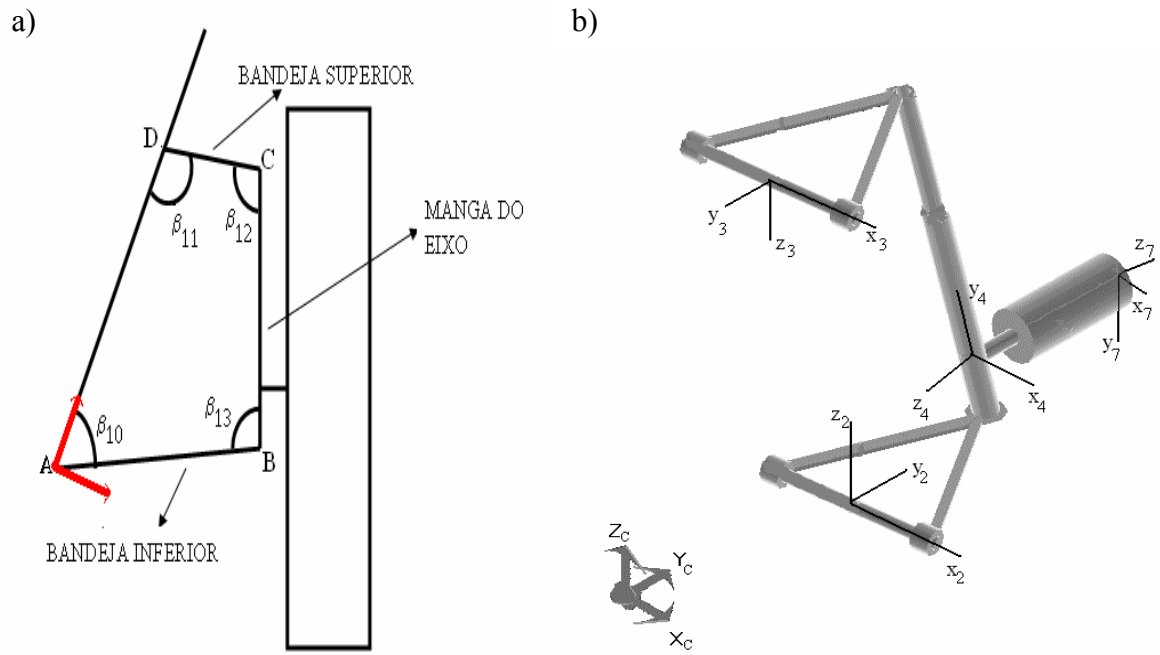


FIG. 4.7 – Primeiro transformador - a) Coordenadas de junta; b) Referenciais locais

As coordenadas de junta do transformador cinemático referente ao sistema de direção do lado esquerdo é apresentado na FIG 4.8.

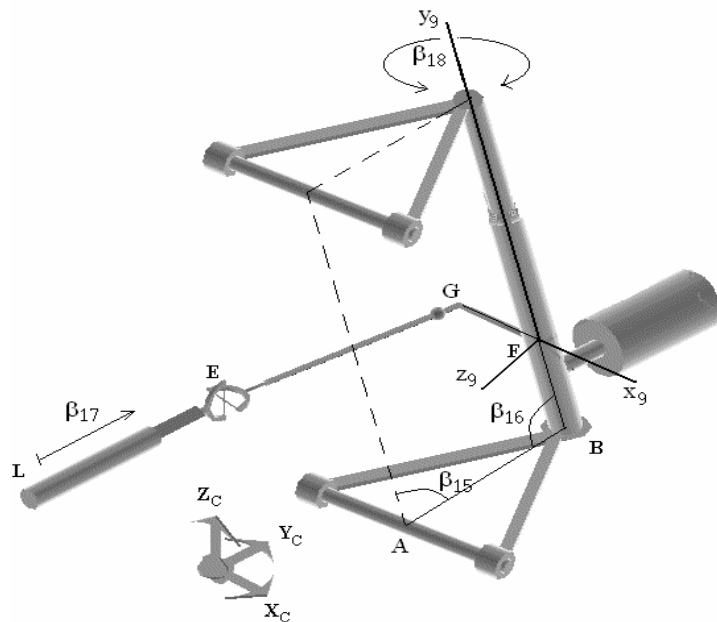


FIG. 4.8 – Coordenadas de junta do segundo transformador

O conjunto de equações de restrição é obtido de maneira idêntica à utilizada na obtenção do conjunto de equações de restrição para a suspensão dianteira direita, observando-se as

simetrias, as diferentes orientações de referenciaias locais respectivas e as modificações das coordenadas de junta. As equações de restrição dos transformadores da suspensão dianteira esquerda são as seguintes:

$$g_1 = \beta_{10} - q_{11} = 0 \quad (4.36)$$

$$g_2 = (2rs \cos \beta_{10} - 2ls) \cos \beta_{11} + (-2rssen\beta_{10}) \sen\beta_{11} + l^2 + r^2 + s^2 - d^2 - 2rl \cos \beta_{10} = 0 \quad (4.37)$$

$$g_3 = \tan \beta_{12} - \frac{(\underline{s} \times \underline{d})^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T}{\underline{s} \cdot \underline{d}} = 0 \quad (4.38)$$

$$g_4 = \beta_{13} + \beta_{10} + \beta_{11} + \beta_{12} - 2\pi = 0 \quad (4.39)$$

onde, para suspensão dianteira esquerda:

$$\underline{r} = r \cos \beta_{10} \underline{i} + r \sen \beta_{10} \underline{j};$$

$$\underline{s} = -s \cos \beta_{11} \underline{i} + s \sen \beta_{11} \underline{j};$$

$$\underline{l} = l \underline{i};$$

$$\underline{d} = \underline{r} - \underline{l} - \underline{s}.$$

$$g_5 = \beta_{14} - q_{12} = 0 \quad (4.40)$$

$$g_6 = \beta_{15} - \beta_{10} = 0 \quad (4.41)$$

$$g_7 = \beta_{16} - \beta_{13} = 0 \quad (4.42)$$

Para a obtenção da oitava equação, devemos lembrar que para o sistema de direção, um aumento do comprimento da cremalheira no lado esquerdo implica em uma redução do comprimento da cremalheira do lado oposto e vice-versa. Logo a expressão para obtenção do comprimento da cremalheira é

$$g_8 = \beta_{17} + C_{cr} \cdot q_{vol} - d_{cr} / 2 = 0 \quad (4.43)$$

$$g_9 = a_{11} \cdot \cos \beta_{18} + a_{12} \cdot \sen \beta_{18} - a_{13} = 0 \quad (4.44)$$

onde:

$$a_{11} = f_{11}(\beta_{15}, \beta_{16}, \beta_{17}, \beta_{18});$$

$$a_{12} = f_{12}(\beta_{15}, \beta_{16}, \beta_{17}, \beta_{18});$$

$$a_{13} = f_{13}(\beta_{15}, \beta_{16}, \beta_{17}, \beta_{18}).$$

A partir destas equações de restrição, são determinadas as jacobianas relativa, absoluta e global da suspensão dianteira esquerda. Os procedimentos para a obtenção dessas jacobianas, que representam as cinemáticas relativa, absoluta e global, são os mesmos apresentados nas seções 4.2.4 , 4.2.5 e 4.2.6, referentes à suspensão dianteira direita.

4.4 SUSPENSÃO TRASEIRA DIREITA

A suspensão traseira direita é idêntica à dianteira direita, mas não conta com sistema de direção acoplado, pois o veículo não apresenta esterçamento das rodas traseiras. Consequentemente, apenas um transformador cinemático é utilizado para obtenção das equações de restrição.

A FIG. 4.9 apresenta o modelo físico desta suspensão.

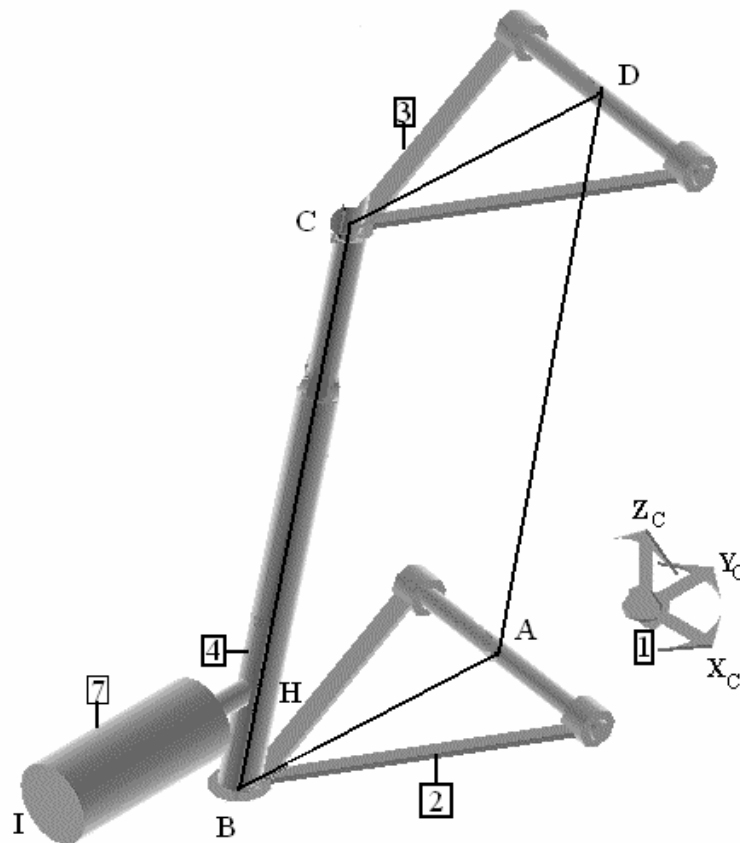


FIG. 4.9 - Modelo físico da suspensão traseira direita

As coordenadas de juntas e a orientação dos referenciais são idênticas aos apresentados para suspensão dianteira direita, exceto aqueles referentes ao sistema de direção que aqui não são considerados.

Seguindo-se procedimento análogo ao apresentado na seção 4.2.3, obtêm-se as equações de restrição desta suspensão.

$$g_1 = \beta_{19} - q_{21} = 0 \quad (4.45)$$

$$g_2 = (2rs \cos \beta_{19} - 2ls) \cos \beta_{20} + (-2r \operatorname{sen} \beta_{19}) \operatorname{sen} \beta_{20} + l^2 + r^2 + s^2 - d^2 - 2rl \cos \beta_{19} = 0 \quad (4.46)$$

$$g_3 = \tan \beta_{21} - \frac{(\underline{s} \times \underline{d})^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T}{\underline{s} \cdot \underline{d}} = 0 \quad (4.47)$$

onde, para suspensão dianteira esquerda:

$$\underline{r} = r \cos \beta_{10} \underline{i} + r \operatorname{sen} \beta_{10} \underline{j};$$

$$\underline{s} = -s \cos \beta_{11} \underline{i} + s \operatorname{sen} \beta_{11} \underline{j};$$

$$\underline{l} = l \underline{i}.$$

$$g_4 = \beta_{22} + \beta_{19} + \beta_{20} + \beta_{21} - 2\pi = 0 \quad (4.48)$$

$$g_5 = \beta_{23} - q_{22} = 0 \quad (4.49)$$

4.5 SUSPENSÃO TRASEIRA ESQUERDA

Esta suspensão é idêntica a dianteira esquerda a menos do acoplamento com o sistema de direção tendo em vista que o veículo modelado apresenta esterçamento apenas nas rodas dianteiras.

Os referenciais e coordenadas de juntas são os mesmos da suspensão dianteira esquerda, desprezando-se aqueles referentes ao mecanismo de direção. Desta forma, as equações de restrição para esta suspensão são as seguintes:

$$g_1 = \beta_{24} - q_{31} = 0 \quad (4.50)$$

$$g_2 = (2rs \cos \beta_{24} - 2ls) \cos \beta_{25} + (-2r \operatorname{sen} \beta_{24}) \operatorname{sen} \beta_{25} + l^2 + r^2 + s^2 - d^2 - 2rl \cos \beta_{24} = 0 \quad (4.51)$$

$$g_3 = \tan \beta_{26} - \frac{(\underline{s} \times \underline{d})^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T}{\underline{s} \cdot \underline{d}} = 0 \quad (4.52)$$

onde, para suspensão dianteira esquerda:

$$\underline{r} = r\cos\beta_{24}\underline{i} + r\sin\beta_{24}\underline{j};$$

$$\underline{s} = -s\cos\beta_{25}\underline{i} + s\sin\beta_{25}\underline{j};$$

$$\underline{l} = \underline{l}_i.$$

$$\underline{g}_4 = \beta_{27} + \beta_{24} + \beta_{25} + \beta_{26} - 2\pi = 0 \quad (4.53)$$

$$\underline{g}_5 = \beta_{28} - q_{32} = 0 \quad (4.54)$$

4.6 CHASSIS

O chassis, assim como todos os corpos do modelo do veículo, é considerado como um corpo rígido e tem 6 (seis) graus de liberdade: 3 (três) de posição e 3 (três) de orientação. Estes correspondem aos 6 (seis) primeiros da TAB. 4.1. Os 3 (três) graus de liberdade de orientação são utilizados como ângulo de Euler, utilizando-se a seqüência 3-2-1, onde o primeiro ângulo de Euler é o ângulo de direção (“yaw angle”) ϕ , o segundo ângulo de Euler é o ângulo de arfagem (“pitch angle”) θ , e o terceiro ângulo de Euler é o ângulo de rolagem (“roll angle”) ψ . A FIG. 4.10 mostra o chassis, seu referencial local e os três ângulos de orientação.

Como o chassis é representado por apenas 1 (um) corpo, não possui equações de restrição e, conseqüentemente, jacobiana relativa. Para a sua modelagem, basta determinar a sua jacobiana global J_C que relaciona os vetores de velocidade linear da origem do seu referencial local e de velocidade angular do seu referencial local, em relação ao referencial inercial, com as derivadas em relação ao tempo dos seus graus de liberdade.

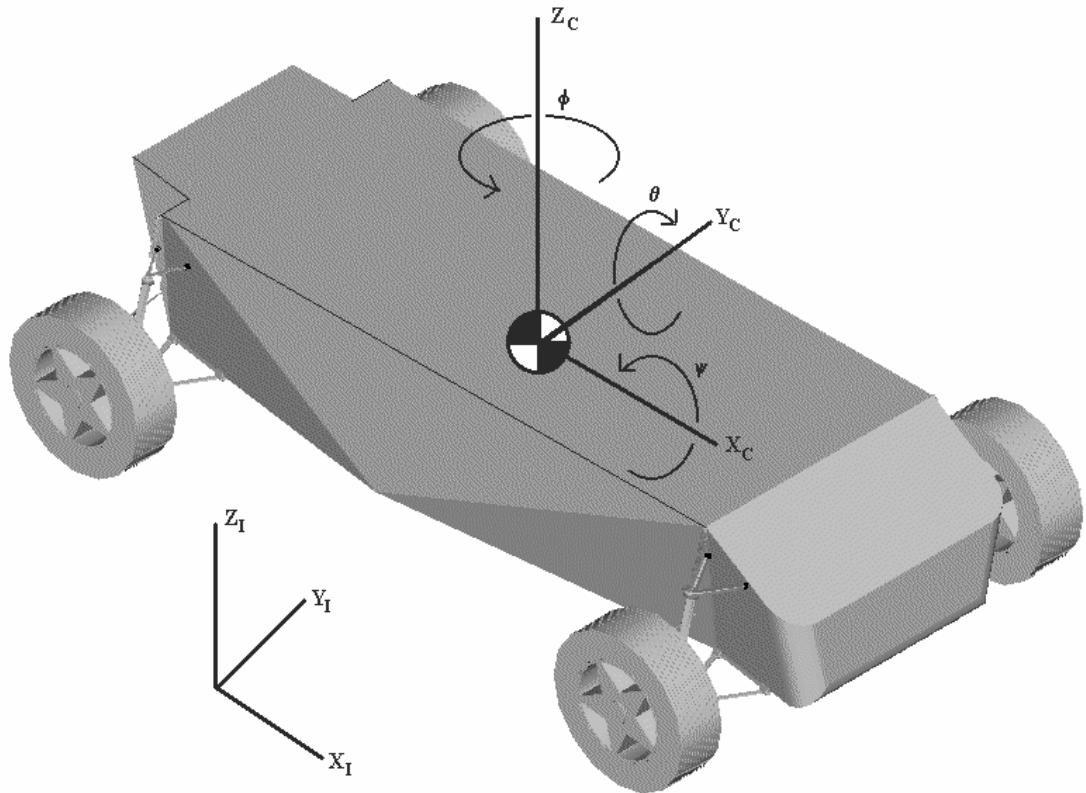


FIG. 4.10 – Chassis e seus ângulos de orientação

A matriz que representa a jacobiana global do chassis é dada somente pela sua matriz jacobiana absoluta. O vetor posição do chassis escrito no referencial inercial é:

$$\underline{r}_C = \begin{bmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

e a matriz orientação do chassis A_c , para uma seqüência 3-2-1, é:

$$\begin{bmatrix} \cos \phi \cdot \cos \theta & -\sin \phi \cdot \cos \psi + \cos \phi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi & \sin \phi \cdot \sin \psi + \cos \phi \cdot \sin \theta \cdot \cos \psi \\ \sin \phi \cdot \cos \theta & \cos \phi \cdot \cos \psi + \sin \phi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi & -\cos \phi \cdot \sin \psi + \sin \phi \cdot \sin \theta \cdot \cos \psi \\ -\sin \theta & \cos \theta \cdot \sin \psi & \cos \theta \cdot \cos \psi \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

Como as coordenadas de posição e orientação do chassis equivalem aos seus graus de liberdade, tem-se:

$$x_C = q_x; y_C = q_y; z_C = q_z; \phi = q_d; \theta = q_p; \psi = q_r \quad (4.57)$$

A velocidade linear do centro de massa do chassis é simplesmente:

$$\underline{\dot{x}}_c = \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{z}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_x \\ \dot{q}_y \\ \dot{q}_z \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

A velocidade angular do chassis em relação ao referencial inercial é obtida a partir da seguinte relação:

$$\underline{\tilde{\omega}}_c = \dot{A}_c \cdot A_c^T \quad (4.59)$$

A EQ. 4.59, com o auxílio de um processador algébrico, é desenvolvida em função das derivadas dos ângulos de orientação, podendo ser representada da seguinte forma:

$$\underline{\omega}_c = \begin{bmatrix} 0 & -\text{sen } q_d & (\text{cos } q_d \cdot \text{cos } q_p) \\ 0 & \text{cos } q_d & (\text{sen } q_d \cdot \text{cos } q_p) \\ 1 & 0 & -\text{sen } q_p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_d \\ \dot{q}_p \\ \dot{q}_r \end{bmatrix} = G_c \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_d \\ \dot{q}_p \\ \dot{q}_r \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

Uma vez descritas as velocidades linear e angular em função dos graus de liberdade, a jacobiana global do chassis é composta pelas matrizes das EQs. 4.58 e 4.60:

$$J_c = \begin{bmatrix} I_3 & 0 \\ 0 & G_c \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

4.7 ACOPLAMENTO DAS SUSPENSÕES AO CHASSIS

O acoplamento das suspensões ao chassis é o último passo para o equacionamento completo da cinemática do veículo. A FIG. 4.11 mostra esquematicamente como esse acoplamento se processa.

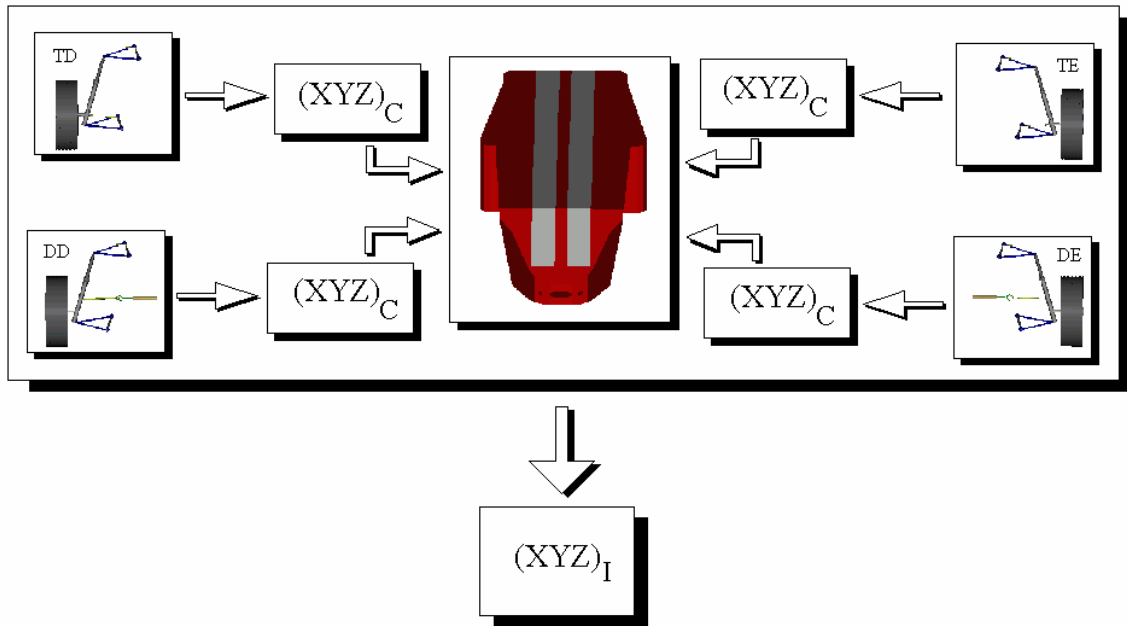


FIG. 4.11 Acoplamento das suspensões ao chassis

Inicialmente, deve-se determinar a matriz MKR que transforma os vetores velocidades dos corpos do referencial do chassis para o referencial inercial. Baseando-se na EQ. 2.46, a matriz MKR assume a seguinte forma:

$$MKR = \begin{bmatrix} I_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{dd} & R_{dd} & 0 & 0 & 0 \\ K_{de} & 0 & R_{de} & 0 & 0 \\ K_{td} & 0 & 0 & R_{td} & 0 \\ K_{te} & 0 & 0 & 0 & R_{te} \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

onde:

$K_{XX} = \begin{bmatrix} K_{xx2} \\ K_{xx7} \end{bmatrix}$: matriz da suspensão composta pelas matrizes K_i (EQ. 2.43) dos corpos 2 e 7,

de dimensão 12×6 ;

R_{xx} : matriz diagonal por blocos (EQ. 2.44), de dimensão 12×12 , onde cada bloco é igual à matriz transformação de orientação do chassis dada pela EQ. 4.56.

O acoplamento propriamente dito é caracterizado matematicamente através da matriz MAC (EQ. 2.48) que relaciona o vetor das primeiras derivadas com relação ao tempo dos graus de liberdade da dinâmica do veículo com os vetores velocidades dos corpos de interesse

(suspensões e chassis). Os graus de liberdade do veículo são descritos na TAB. 4.1. Essa matriz MAC se apresenta da seguinte forma:

$$MAC = \begin{bmatrix} J_C & 0 \\ 0 & J_{G_{dd}} \\ 0 & J_{G_{de}} \\ 0 & J_{G_{td}} \\ 0 & J_{G_{te}} \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

onde:

J_C - matriz jacobiana global do chassis, de dimensão 6×6 (EQ. 4.63);

$J_{G_{xx}}$ - jacobiana global das suspensões modificada, de dimensão 12×2 .

De posse das matrizes MKR e MAC , relacionam-se as derivadas dos graus de liberdade da dinâmica do veículo com os vetores velocidades dos corpos no referencial inercial da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{r}}_C^I \\ \dot{\underline{r}}_{2dd}^I \\ \dot{\underline{r}}_{7dd}^I \\ \dot{\underline{r}}_{2de}^I \\ \dot{\underline{r}}_{7de}^I \\ \dot{\underline{r}}_{2td}^I \\ \dot{\underline{r}}_{7td}^I \\ \dot{\underline{r}}_{2te}^I \\ \dot{\underline{r}}_{7te}^I \end{bmatrix} = J_G \times \begin{bmatrix} \dot{q}_x \\ \dot{q}_y \\ \dot{q}_z \\ \dot{q}_d \\ \dot{q}_p \\ \dot{q}_r \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_{11} \\ \dot{q}_{12} \\ \dot{q}_{21} \\ \dot{q}_{22} \\ \dot{q}_{31} \\ \dot{q}_{32} \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

onde:

$J_G = MKR \times MAC$: jacobiana global do veículo (EQ. 2.50).

O produto das matrizes MKR e MAC resulta na jacobiana global J_G do veículo, de dimensões 54×14 . Esta matriz carrega as informações geométricas do veículo. É a matriz responsável pela cinemática do veículo no equacionamento da dinâmica. Para a completa inclusão das propriedades cinemáticas nas equações de movimento, ainda é necessária a determinação da primeira derivada em relação ao tempo da jacobiana global do veículo.

A FIG.4.12 representa esquematicamente como ocorre o acoplamento entre a cinemática e a dinâmica do veículo no processo de obtenção das equações de movimento.

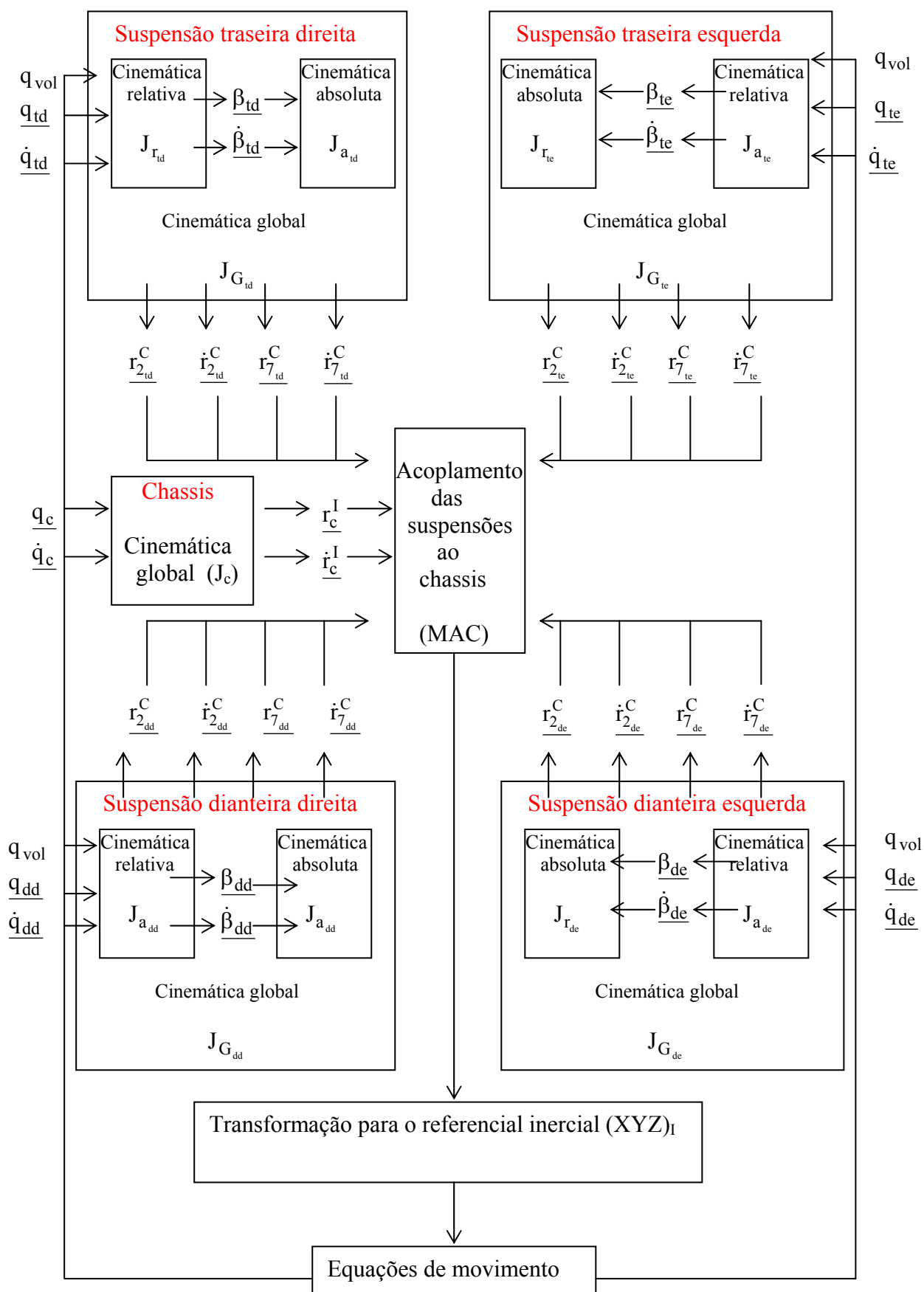


FIG. 4.12 – Diagrama de blocos do acoplamento da cinemática à dinâmica do veículo

4.8 ÂNGULOS DAS SUSPENSÕES

O modelo proposto permite a obtenção de ângulos importantes da geometria do conjunto suspensão e direção, tais como: ângulo de esterçamento das rodas, ângulo de convergência, ângulo de câmber, ângulo de cáster e ângulo de inclinação do pino-mestre. Dois destes ângulos são fundamentais para a determinação das forças geradas pelos pneus: ângulo de esterçamento das rodas e ângulo de câmber.

O ângulo de câmber é o ângulo formado pelo plano da roda com o plano vertical da pista medido na projeção frontal do veículo. É positivo quando a parte superior da roda está inclinada para fora (FIG. 4.13) e negativo quando a parte superior da roda está inclinada para dentro. Este ângulo produz uma força lateral conhecida como “força de câmber” (“camber thrust”), descrita no capítulo 3.

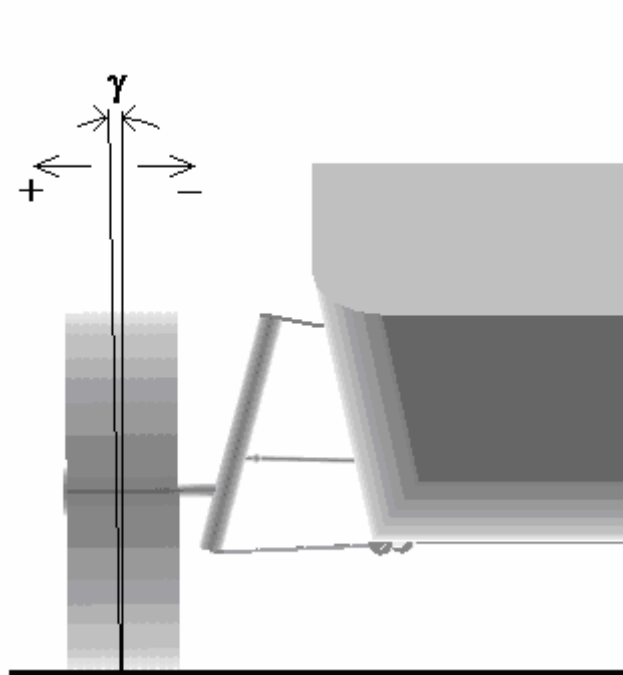


FIG. 4.13 – Ângulo de Câmber (γ)

Para a obtenção do valor do ângulo de câmber, a partir do modelo, deve-se determinar o vetor unitário do eixo de rotação de cada roda no referencial do chassis. Inicialmente, sabe-se que os eixos das rodas têm as mesmas direções dos eixos z dos seus referenciais locais. Então, o vetor unitário do eixo da roda no seu referencial $(xyz)_7$ é dado por:

$$\underline{u}_r^7 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

onde:

\underline{u}_r^7 - vetor unitário do eixo da roda no seu referencial local.

Transformando esse vetor unitário para o referencial do chassis, tem-se:

$$\underline{u}_r^C = A_{7C} \times \underline{u}_r^7 \quad (4.66)$$

onde:

\underline{u}_r^C - vetor unitário do eixo da roda no referencial do chassis.

Como a medida do ângulo de câmbio deve ser feita no plano frontal do veículo $(YZ)_C$, o vetor unitário do eixo da roda no referencial do chassis é projetado nesse plano da seguinte forma:

$$\underline{d}_{r_{YZ}}^C = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{u}_r^C(2) \\ \underline{u}_r^C(3) \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

onde:

$\underline{d}_{r_{YZ}}^C$ - projeção do vetor unitário do eixo da roda no referencial do chassis no plano $(YZ)_C$ (o vetor deixa de ser unitário).

Agora, deve-se transformar o vetor unitário de mesma direção do eixo Z do referencial inercial para o referencial do chassis:

$$\underline{u}_{Z_I}^C = (A_C)^T \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.68)$$

Da mesma forma que no caso do vetor unitário do eixo da roda, esse vetor unitário de mesma direção do eixo Z do referencial inercial deve ser projetado no plano $(YZ)_C$:

$$\underline{d}_{Z_{1YZ}}^C = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{u}_{Z_1}^C(2) \\ \underline{u}_{Z_1}^C(3) \end{bmatrix} \quad (4.69)$$

onde:

$\underline{d}_{Z_{1YZ}}^C$ - projeção do vetor unitário de mesma direção do eixo Z do referencial inercial no referencial do chassis projetado no plano $(YZ)_C$ (o vetor deixa de ser unitário).

O ângulo de câmbor das rodas é determinado a partir da seguinte relação:

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \arccos \left(\frac{\underline{d}_{rYZ}^C \cdot \underline{d}_{Z_{1YZ}}^C}{|\underline{d}_{rYZ}^C| \cdot |\underline{d}_{Z_{1YZ}}^C|} \right) \quad (4.70)$$

onde:

γ - ângulo de câmbor da roda.

O ângulo de esterçamento da roda é o ângulo formado pelo eixo longitudinal da roda com o eixo longitudinal do veículo, medido na sua projeção no plano $(XY)_C$. O seu sinal é definido em função do referencial do veículo. Nesse caso, é positivo quando a parte frontal da roda está inclinada para a esquerda e negativo quando a parte frontal da roda está inclinada para a direita.

Para a determinação desse ângulo a partir do modelo, deve-se projetar o vetor unitário do eixo da roda no referencial do chassis (\underline{u}_r^C) no plano $(XY)_C$:

$$\underline{d}_{rXY}^C = \begin{bmatrix} \underline{u}_r^C(1) \\ \underline{u}_r^C(2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.71)$$

onde:

\underline{d}_{rXY}^C - projeção do vetor unitário do eixo da roda no referencial do chassis no plano $(XY)_C$ (o vetor deixa de ser unitário).

O eixo longitudinal do veículo no referencial do chassis é representado por:

$$\underline{u}_X^C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

O ângulo de esterçamento das rodas é determinado a partir da seguinte relação:

$$\delta = \arccos\left(\frac{\underline{d}_{r_{XY}}^C \cdot \underline{u}_X^C}{|\underline{d}_{r_{XY}}^C| \cdot |\underline{u}_X^C|}\right) - \frac{\pi}{2} \quad (4.73)$$

onde:

δ - ângulo de esterçamento da roda.

4.9 FORÇAS DAS SUSPENSÕES

Neste modelo, considera-se que a mola e o amortecedor são coaxiais (FIG. 4.14), portanto as forças das suspensões têm a mesma direção do tirante telescópico. As forças consideradas nas suspensões são as forças geradas pelas molas, pelos amortecedores e pelos batentes inferiores e superiores.

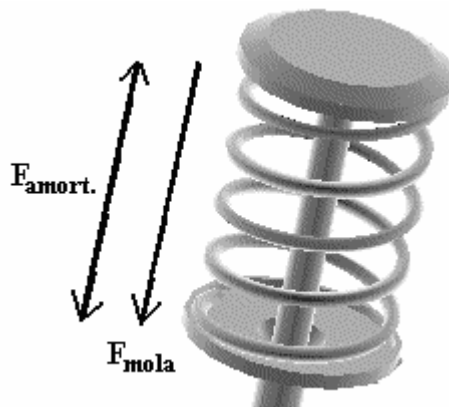


FIG. 4.14 – Forças da mola e do amortecedor da suspensão dianteira direita

O modelo empregado para o equacionamento das molas é linear, embora a abordagem utilizada permita a utilização de modelos não lineares. As molas, na condição de comprimento máximo do amortecedor, encontram-se comprimidas. As forças geradas pelas molas são obtidas a partir da seguinte equação:

$$F_{mola} = K_{mola} \cdot d_{mola} \quad (4.74)$$

onde:

F_{mola} - força gerada pela mola;

K_{mola} - coeficiente de elasticidade da mola;

d_{mola} - deformação da mola.

A deformação da mola é determinada através da seguinte relação:

$$d_{\text{mola}} = c_{\text{livre}} - c_{\text{comp}} \quad (4.75)$$

onde:

c_{livre} - comprimento livre da mola;

c_{comp} - comprimento da mola no instante considerado ;

Assim como na mola, o modelo empregado para o equacionamento dos amortecedores também é linear, embora a abordagem utilizada permita a utilização de elementos não lineares. As forças geradas pelos amortecedores são obtidas a partir da seguinte equação:

$$F_{\text{amort}} = C_{\text{amort}} \cdot v_b \quad (4.76)$$

onde:

F_{amort} - força gerada pelo amortecedor ;

C_{amort} - coeficiente de amortecimento do amortecedor;

v_b - valor da velocidade relativa de translação do amortecedor.

Os batentes têm como finalidade minimizar os choques a que as suspensões são submetidas quando são atingidos seus cursos máximos e mínimos. Para este modelo de veículo, os batentes superiores e inferiores apresentam o mesmo comportamento linear das molas, porém com coeficiente de elasticidade de maior grandeza. Eles entram no equacionamento do modelo assim que são atingidos o curso máximo (batente inferior) ou o curso mínimo (batente superior). Os modelos matemáticos utilizados para os batentes superiores e inferiores são os seguintes:

$$F_{\text{bats}} = 0, \text{ se } c_{\text{comp}} \geq c_{\text{bat}}$$

$$F_{\text{bats}} = K_{\text{bats}} \cdot (c_{\text{comp}} - c_{\text{bat}}), \text{ se } c_{\text{comp}} < c_{\text{bat}} \quad (4.77)$$

$$F_{\text{batinf}} = 0, \text{ se } c_{\text{comp}} \leq c_{\text{inst}}$$

$$F_{\text{batinf}} = K_{\text{batiinf}} \cdot v_b, \text{ se } c_{\text{comp}} > c_{\text{inst}} \quad (4.78)$$

onde:

F_{bats} - força gerada pelo batente superior;

K_{bats} - coeficiente de elasticidade do batente superior;

F_{batinf} - força gerada pelo batente inferior;

$K_{batiinf}$ - coeficiente de elasticidade do batente inferior;

c_{inst} – comprimento de instalação;

c_{comp} – comprimento instantâneo;

c_{bat} - curso entre batentes.

As forças geradas pelas suspensões são obtidas a partir da seguinte equação:

$$F_{susp} = F_{mola} + F_{amort} + F_{bat} \quad (4.79)$$

onde:

F_{susp} - força da suspensão;

F_{bat} - força do batente superior ou inferior, caso sejam atingidos.

Os valores dos coeficientes e das medidas que caracterizam as propriedades das molas, dos amortecedores e dos batentes, e necessárias para o emprego das EQs. 4.75, 4.76, 4.76 e 4.78, são disponibilizados no Apêndice 1.

A força da suspensão tem a mesma direção do tirante telescópico e este, a mesma direção da reta que une os pontos de conexão do conjunto mola-amortecedor ao chassis e à bandeja inferior. Para que estas forças sejam incluídas corretamente no vetor de forças externas basta que se projete a mesma para o referencial do chassis, bastando para isso, que se determine o ângulo entre a direção que une os pontos de conexão do conjunto mola-amortecedor e o chassis.

Lembrando-se que considera-se que a suspensão trabalha no plano transversal ao chassis tem-se:

$$\lambda_{suspi} = \text{tg}^{-1} \left(\frac{(x_{aciC} - x_{aciinf})}{(y_{aciC} - y_{aciinf})} \right) \quad (4.80)$$

onde,

i – índice indicativo da suspensão em questão (dianteira direita, dianteira esquerda, etc.);

λ_{suspi} - ângulo entre a direção do tirante telescópico da suspensão i e a direção Y_C ;

x_{aciC} e y_{aciC} - coordenadas x e y , no referencial do chassis, do ponto de acoplamento do conjunto mola-amortecedor i ao chassis;

x_{aciinf} e y_{aciinf} - coordenadas x e y , no referencial do chassis, do ponto de acoplamento do conjunto mola-amortecedor i à bandeja inferior i ;

As forças das suspensões, assim como todas as forças externas que fazem parte do veículo, devem ser transformadas para o referencial inercial antes de sua inclusão no sistema de equações de movimento.

4.10 FORÇAS DOS PNEUS

4.10.1 FORÇAS VERTICAIS

A fim de se simplificar a implementação do modelo, considera-se que as forças verticais sobre os pneus atuam no ponto médio da região de contato com o solo, conforme mostrado na FIG. 4.15.

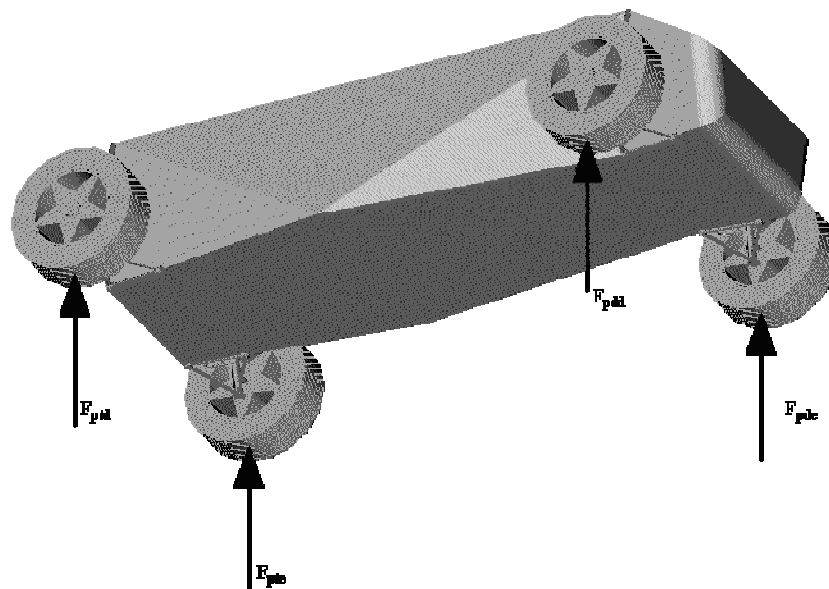


FIG. 4.15 – Forças verticais nos pneus

O modelo utilizado para a determinação dos valores das forças verticais é o apresentado na seção 3.4 deste trabalho, ou seja, o amortecimento é desprezado, considerando-se somente o comportamento elástico com característica linear (EQ. 3.3). A deformação radial é

determinada a partir das EQs. 3.4 e 3.5. A força vertical dos pneus é aplicada no centro de massa do corpo 7 (roda + pneu) de cada suspensão, portanto não gera momento. O vetor dessa força já está representado no referencial inercial, na direção do eixo Z_I , portanto não necessita sofrer transformação de orientação de coordenadas para a inclusão no vetor de forças externas.

4.10.2 FORÇAS LATERAIS

Para que os veículos possam descrever trajetórias curvilíneas, é necessário que seus pneus gerem forças laterais. Embora em alguns trabalhos estas forças sejam representadas por modelos lineares, em simulações onde se pretende que os pneus atinjam seus limites de aderência, estes modelos se mostram bastante imprecisos. Como a proposta deste trabalho é analisar a estabilidade lateral do veículo, é fundamental a utilização de um modelo que consiga representar mais precisamente o comportamento lateral do pneu e que seja de fácil implementação computacional. Para isso, é adotado o modelo intitulado “*Fórmula Mágica*”, apresentado com detalhes na seção 3.5.

A força lateral do pneu é determinada através da EQ. 3.1. Esta equação é aplicável tanto para a força lateral, quanto para a força longitudinal e para o torque de auto-alinhamento. No caso da força lateral, as variáveis são o ângulo de desvio, a força vertical e o ângulo de câmbor. Os valores dos coeficientes que caracterizam os pneus utilizados nas simulações estão discriminados no Apêndice 1 (NEVES, 2002). O valor da força vertical corresponde ao obtido através do procedimento apresentado na seção 4.10.1, enquanto o ângulo de câmbor é obtido segundo a formulação exposta na seção 4.8. Portanto, resta a determinação do ângulo de desvio do pneu para a obtenção do módulo da força lateral gerada pelo pneu. Observando-se a FIG. 4.16, é possível verificar que, para cada pneu, o ângulo desvio pode ser obtido a partir da seguinte relação:

$$\alpha_{xx} = \theta_{xx} - \delta_{xx} \quad (4.81)$$

onde:

α_{xx} - ângulo de desvio do pneu xx;

θ_{xx} - ângulo entre o vetor velocidade da roda xx e o eixo longitudinal do chassis (X_C);

δ_{xx} - ângulo de esterçamento da roda xx.

O ângulo θ_{xx} pode ser determinado da seguinte forma:

$$\theta_{xx} = \text{arctg}\left(\frac{V_{y_{xx}}}{V_{x_{xx}}}\right) \quad (4.82)$$

onde:

$V_{x_{xx}}$ - componente do vetor velocidade do corpo 7 (roda + pneu) em relação ao referencial inercial projetado na direção X do referencial $(XY)_C$ (FIG. 4.16);

$V_{y_{xx}}$ - componente do vetor velocidade do corpo 7 (roda + pneu) em relação ao referencial inercial projetado na direção Y do referencial $(XY)_C$ (FIG. 4.16);

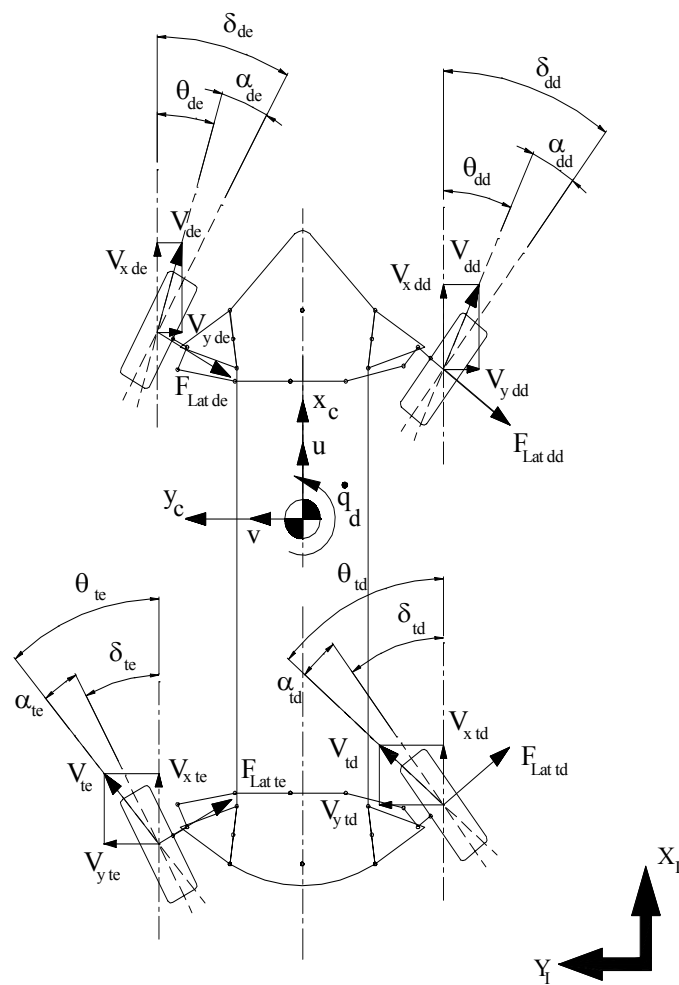


FIG. 4.16 – Representação dos ângulos de desvio e das forças laterais dos pneus

As EQs. 4.81 e 4.82 são aplicáveis para todos os pneus do veículo. Embora o ponto de aplicação da força lateral no pneu seja usualmente atrás do ponto médio de sua região de contato com o solo, gerando o torque de auto-alinhamento, descrito com detalhes no capítulo

3, neste modelo, a força lateral está aplicada no ponto médio da região de contato, portanto é desprezado o torque de auto-alinhamento. Esta força encontra-se no plano $(XY)_I$ do referencial inercial. Esta consideração é válida para simulações em que a estrada é plana e nivelada. A força lateral apresenta uma direção perpendicular ao eixo longitudinal da roda. No vetor de forças externas, ela é aplicada no corpo 7 das suspensões. Inicialmente, ela é projetada no eixo transversal do veículo através da seguinte equação:

$$F_{LAT}^{Yc} = F_{LAT} \cdot \cos \delta \quad (4.83)$$

onde:

F_{LAT} - força lateral gerada pelo pneu;

F_{LAT}^{Yc} - força lateral projetada no eixo transversal do veículo.

Neste equacionamento, a projeção da força lateral na direção do eixo longitudinal do veículo é desprezada, de forma que, na análise da dinâmica lateral, seja possível manter a velocidade longitudinal do veículo constante. Caso esta força de arrasto gerada pela força lateral do pneu fosse considerada no equacionamento, sua influência seria pequena, já que os ângulos de esterçamento das rodas são usualmente pequenos em altas velocidades.

Como as forças externas devem estar representadas no referencial inercial, faz-se a seguinte transformação para a obtenção do vetor de força lateral de cada pneu para a aplicação no vetor de forças externas:

$$\underline{f}_{LAT}^I = \begin{bmatrix} \cos(q_d) & -\text{sen}(q_d) & 0 \\ \text{sen}(q_d) & \cos(q_d) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ F_{LAT}^{Yc} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

onde:

\underline{f}_{LAT}^I - vetor de força lateral do pneu no referencial inercial;

q_d - ângulo de direção (“yaw angle”).

Na transformação de orientação efetuada na EQ. 4.84, a matriz transformação só faz uso do ângulo de direção, pois a força lateral encontra-se no plano $(XY)_I$.

4.10.3 FORÇAS LONGITUDINAIS

As forças longitudinais geradas pelos pneus são as forças responsáveis pela capacidade do veículo de frear e acelerar. Da mesma forma que nas forças laterais, também é empregada

a “*Fórmula Mágica*” para o seu equacionamento. O procedimento para determinação das forças longitudinais é semelhante ao adotado para as forças laterais. A principal diferença é que, em vez de utilizar o ângulo de desvio na EQ. 3.1, utiliza-se o escorregamento longitudinal, grandeza essa definida na seção 3.6.2, na EQ. 3.17.

Para a determinação do escorregamento longitudinal do pneu, inicialmente, calcula-se a velocidade longitudinal da roda (velocidade linear do centro de massa da roda projetada no seu eixo longitudinal) da seguinte forma (FIG. 4.16):

$$V_{\text{long}_{xx}} = V_{x_{xx}} \cdot \cos \delta_{xx} - V_{y_{xx}} \cdot \sin \delta_{xx} \quad (4.85)$$

onde:

$V_{\text{long}_{xx}}$ - velocidade longitudinal da roda.

Aplicando-se a EQ. 4.85 na EQ. 3.11, tem-se:

$$\sigma_{xx} = \frac{\dot{q}_{n2} \cdot R_e - V_{\text{long}_{xx}}}{V_{\text{long}_{xx}}} \quad (4.86)$$

onde:

σ_{xx} - escorregamento longitudinal do pneu;

\dot{q}_{n2} - velocidade angular das rodas (velocidade do grau de liberdade correspondente ao ângulo de rotação da roda);

$R_e = R_{\text{roda}} + h_z$: raio efetivo de rolamento;

R_{roda} - raio da roda;

h_z - altura do perfil do pneu.

Esta força, tal qual a força lateral, encontra-se no plano $(XY)_I$ do referencial inercial. A força longitudinal apresenta a mesma direção do eixo longitudinal da roda. No vetor de forças externas, ela é aplicada no corpo 7 (roda + pneu) das suspensões. Inicialmente, ela é projetada no eixo longitudinal do chassi através da seguinte equação:

$$F_{\text{LONG}}^{X_c} = F_{\text{LONG}} \cdot \cos \delta \quad (4.87)$$

onde:

F_{LONG} - força longitudinal gerada pelo pneu;

$F_{\text{LONG}}^{X_c}$ - força longitudinal projetada no eixo longitudinal do veículo.

A projeção da força longitudinal na direção do eixo transversal do veículo é desprezada. Tal qual no caso da projeção da força lateral na direção do eixo longitudinal, caso considerada no equacionamento, sua influência seria pequena, já que os ângulos de esterçamento das rodas são usualmente pequenos em altas velocidades.

Como as forças externas devem estar representadas no referencial inercial, repete-se a transformação realizada para força lateral:

$$\underline{f}_{LONG}^I = \begin{bmatrix} \cos(q_d) & -\text{sen}(q_d) & 0 \\ \text{sen}(q_d) & \cos(q_d) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{LONG}^X \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.88)$$

O ponto de aplicação da força longitudinal no pneu está localizado no contato com o solo, portanto, em relação ao centro de massa do corpo 7 (roda + pneu), essa força também é responsável por um momento na direção do eixo de rotação da roda. Para efeito de aplicação no vetor de forças externas, este momento é considerado na direção do eixo z do referencial local $(xyz)_7$ do corpo 7, devendo, posteriormente, ser transformada para o referencial inercial. A FIG. 4.17 mostra um diagrama de forças atuantes na dinâmica longitudinal de um pneu, para o caso de frenagem.

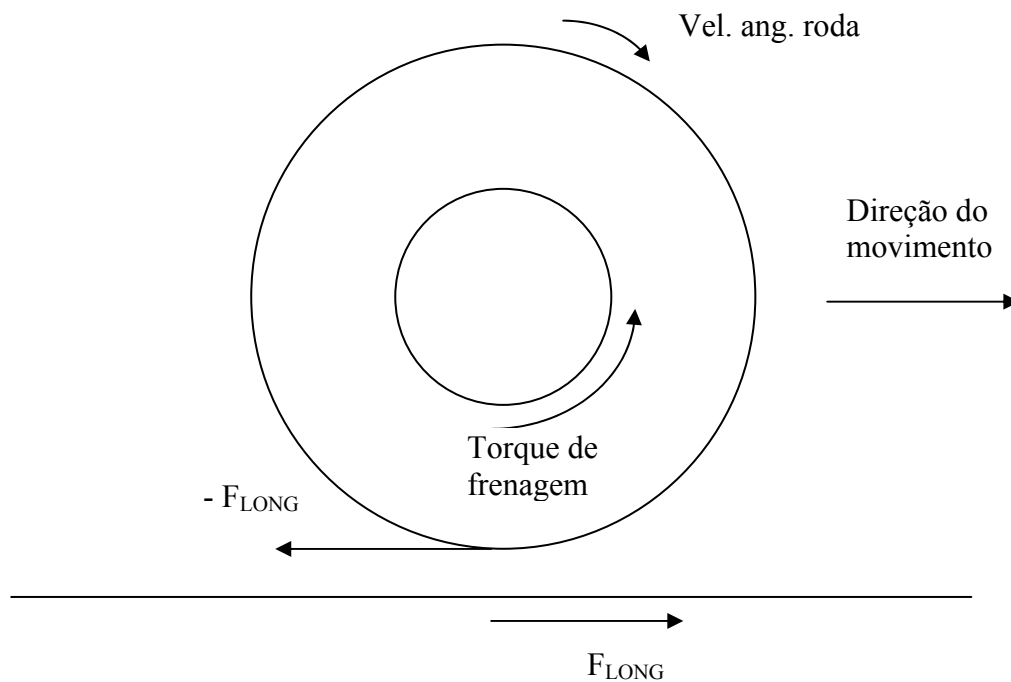


FIG. 4.17 – Diagrama de forças atuantes na dinâmica longitudinal do pneu na frenagem

4.10.4 INTERAÇÃO ENTRE AS FORÇAS LATERAIS E LONGITUDINAIS

A existência de força lateral no pneu influencia diretamente a dinâmica longitudinal, assim como a força longitudinal também influencia a dinâmica lateral. Para que a interação entre essas duas dinâmicas seja computada nas simulações, é utilizado o modelo apresentado na seção 3.7. Os passos a serem seguidos para a aplicação desse modelo são os seguintes (NEVES,2002):

- *Passo 1* – Determinação dos deslizamentos lateral e longitudinal dos pneus - os deslizamentos longitudinal e lateral são calculados através das EQs. 3.33 e 3.34.

- *Passo 2* – Determinação dos desvios de α e σ para que as forças F_y e F_x se anulem respectivamente - os desvios são calculados através das EQs 3.35 e 3.36.

- *Passo 3* - Determinação dos deslizamentos lateral $\sigma_{y_{tot}}$ e longitudinal $\sigma_{x_{tot}}$ totais dos pneus - os deslizamentos longitudinal e lateral totais são calculados através das EQs. 3.41 e 3.42.

- *Passo 4* - Determinação dos deslizamentos lateral σ_{ym} e longitudinal σ_{xm} totais relativos às forças lateral e longitudinal máximas respectivamente (deslizamentos lateral e longitudinal de pico) - para a obtenção destes valores, deve-se, inicialmente, encontrar os valores de ângulo de desvio e escorregamento longitudinal relativos às forças lateral e longitudinal máximas, para as condições instantâneas de força vertical e ângulo de câmbor de cada pneu. Este procedimento deve ser feito a cada interação, pois estas condições alteram-se constantemente. O procedimento utilizado para a obtenção destes valores é semelhante ao apresentado no Apêndice 2 para a determinação do ponto de perda de aderência.. Posteriormente, os deslizamentos de pico são obtidos a partir da substituição destes valores nas EQs. 3.33 e 3.34.

- *Passo 5* - Determinação dos deslizamentos lateral σ_y^* , longitudinal σ_x^* e total σ^* normalizados - os deslizamentos longitudinal e lateral normalizados são calculados através das EQs. 3.46, 3.47 e 3.48.

- *Passo 6* - Determinação das forças lateral e longitudinal corrigidas - as forças lateral e longitudinal corrigidas que são as forças efetivamente geradas pelos pneus, já considerando a interação entre elas, é obtida através das EQs. 3.49, 3.50, 3.51 e 3.52. As forças F_{x_0} e F_{y_0} destas equações correspondem, respectivamente, às forças longitudinal e lateral calculadas

inicialmente, antes de ser considerada a interação. Na substituição das forças e deslizamentos nessas equações, devem ser utilizados os módulos dos seus valores.

4.11 DINÂMICA

As forças de interesse nesse modelo de veículo são:

- a) pesos dos corpos;
- b) forças das suspensões;
- c) forças verticais, laterais e longitudinais dos pneus;
- d) torques de frenagem.

As forças das suspensões e dos pneus são descritas nas seções anteriores.

Os torques de frenagem atuam nos corpos 7 (roda + pneu) de cada suspensão. São representados por vetores de mesma direção dos eixos de rotação das rodas, sempre em sentido contrário aos vetores das velocidades angulares das rodas (FIG. 4.17).

Os pesos dos corpos de interesse (corpos 2, e 7 das suspensões e chassis) devem ser aplicados, em relação ao vetor de forças externas, nos seus centros de massa, na direção Z do referencial inercial, sentido negativo.

Em relação ao tensor de inércia, considera-se que as origens dos referenciais dos corpos de interesse estão localizados em seus centros de massa e que seus eixos coincidem com os eixos principais dos corpos, fazendo com que o tensor de inércia de cada corpo, em relação ao seu referencial local, seja uma matriz diagonal de dimensão 6×6 :

$$\underline{\Xi}_i = \begin{bmatrix} m_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{m}_i & 0 \\ 0 & \Theta_i \end{bmatrix} \quad (4.89)$$

onde:

m_i : massa do corpo i ;

$$\underline{m}_i = \begin{bmatrix} m_i & 0 & 0 \\ 0 & m_i & 0 \\ 0 & 0 & m_i \end{bmatrix};$$

$$\Theta_i = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix};$$

I_{xx} : momento de inércia em relação ao eixo \underline{x} ;

I_{yy} : momento de inércia em relação ao eixo \underline{y} ;

I_{zz} : momento de inércia em relação ao eixo \underline{z} .

O tensor de inércia é então transformado de acordo com a EQ. 2.12. O tensor de inércia obtido tem dimensão 54×54 . O vetor de forças giroscópicas é determinado através das EQs. 2.10 e 2.11.

De posse da jacobiana global do veículo e sua derivada em relação ao tempo representando matematicamente a cinemática, do vetor de forças externas, do vetor de forças giroscópicas e da matriz de inércia, as equações de movimento do veículo podem ser obtidas a partir da EQ. 2.5. Para este modelo, essa equação matricial equivale a um sistema de quatorze equações diferenciais ordinárias de segunda ordem. Um dos graus de liberdade (ângulo de esterçamento do volante da direção - q_{vol}) não participa como variável na dinâmica por ter sido considerado no modelo como restrição diretora. Este sistema de equações diferenciais ordinárias de segunda ordem é transformado em um sistema de vinte e oito equações diferenciais de primeira ordem, possibilitando a utilização de um método numérico apropriado.

5 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

5.1 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MODELO DO VEÍCULO

O modelo matemático do veículo foi implementado, de acordo com o equacionamento descrito no capítulo anterior, utilizando-se o software *MATLAB 6.5*. A fim de se solucionar o sistema de equações diferenciais ordinárias que representa a dinâmica do veículo utilizou-se a rotina *ODE15s*, rotina esta disponível no software *MATLAB* e que utiliza o método de Gear para obtenção da solução do sistema de equações diferenciais ordinárias.

Os parâmetros relevantes para simulação e análise dinâmica do veículo são os constantes do Apêndice 1. Em todas as simulações, as molas e os amortecedores apresentam comportamento linear, sendo, no entanto, possível implementá-los com características não-lineares. As dinâmicas lateral e longitudinal dos pneus são implementadas considerando-se as não linearidades oriundas do pneu, através da aplicação da “Fórmula Mágica”, descrita no capítulo 3. O modelo proposto, ao contrário dos modelos lineares, leva em consideração a geometria das suspensões, no caso, Duplo A. Assim, é possível analisar as principais características geométricas do veículo, tais como: ângulo de câmber, ângulo de cáster, ângulo de inclinação do pino-mestre, ângulo de convergência e ângulo de esterçamento das rodas. O chassis tem 6 (seis) graus de liberdade: posições vertical, lateral e longitudinal do seu centro de massa e ângulos de direção (“yaw”), arfagem (“pitch”) e rolagem (“roll”). As variáveis de entrada que definem o comportamento dinâmico do veículo nas simulações são: o ângulo de esterçamento do volante da direção e a pressão no cilindro mestre. Embora seja possível implementar-se irregularidades na pista de rolagem e ação sobre o pedal do acelerador, o modelo considera a pista como idealmente lisa.

5.2 CONDIÇÕES INICIAIS DAS SIMULAÇÕES

As condições iniciais das simulações são descritas na TAB. 5.1.

A partir das condições iniciais, sob a ação do próprio peso, o veículo atinge a posição de equilíbrio estático vertical (aproximadamente em 3,5 (três vírgula cinco) segundos), após o que, o veículo é submetido às diversas condições requeridas nos diferentes ensaios. As FIG.

5.1 a 5.5 mostram o comportamento do veículo até que o mesmo atinja o equilíbrio estático vertical.

TAB. 5.1 – Condições iniciais das simulações

Graus de liberdade	Posição inicial	Velocidade inicial
Posição longitudinal em relação ao referencial inercial	0 m	u_c m/s (*)
Posição lateral em relação ao referencial inercial	0 m	0 m/s
Posição vertical em relação ao referencial inercial	0,548 m	0 m/s
Ângulo de rolagem em relação ao referencial inercial	0 rad	0 rad/s
Ângulo de arfagem em relação ao referencial inercial	0 rad	0 rad/s
Ângulo de direção em relação ao referencial inercial	0 rad	0 rad/s
Ângulo da bandeja dianteira direita	1,570796 rad	0 rad/s
Ângulo da bandeja dianteira esquerda	1,570796 rad	0 rad/s
Ângulo da bandeja traseira direita	1,570796 rad	0 rad/s
Ângulo da bandeja traseira esquerda	1,570796 rad	0 rad/s
Posição angular da roda dianteira direita (**)	0 rad	u_c/r_{pneu} rad/s
Posição angular da roda dianteira esquerda (**)	0 rad	u_c/r_{pneu} rad/s
Posição angular da roda traseira direita (**)	0 rad	u_c/r_{pneu} rad/s
Posição angular da roda traseira esquerda (**)	0 rad	u_c/r_{pneu} rad/s
(*) Velocidade é definida de acordo com a condição de ensaio que se pretende simular.		
(**) Variáveis consideradas somente nos casos em que a dinâmica longitudinal dos pneus está implementada, ou seja, no ensaio de frenagem em trajetória curvilínea.		

A FIG. 5.1 apresenta o comportamento da posição vertical do centro de massa do chassis quando o veículo é sujeito à ação do próprio peso, a partir das condições iniciais da TAB. 5.1. A altura do centro de massa do chassis em relação ao solo, quando em equilíbrio estático vertical, é de 553 mm.

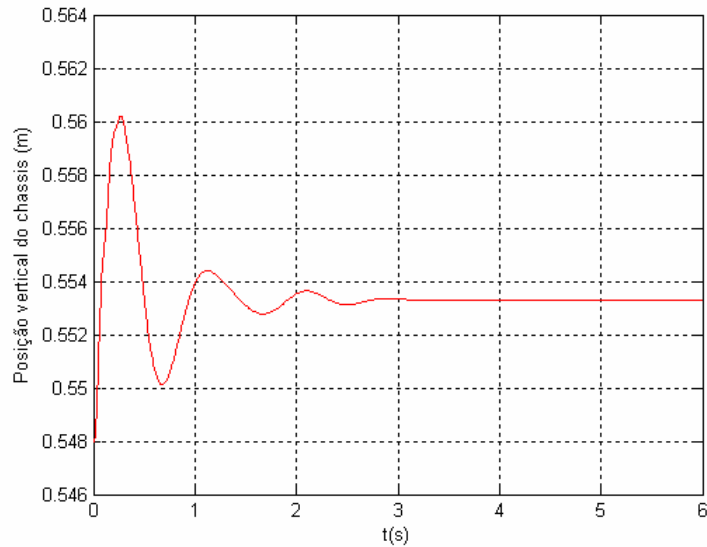


FIG. 5.1 – Posição vertical do chassi x tempo com o veículo sob a ação do próprio peso

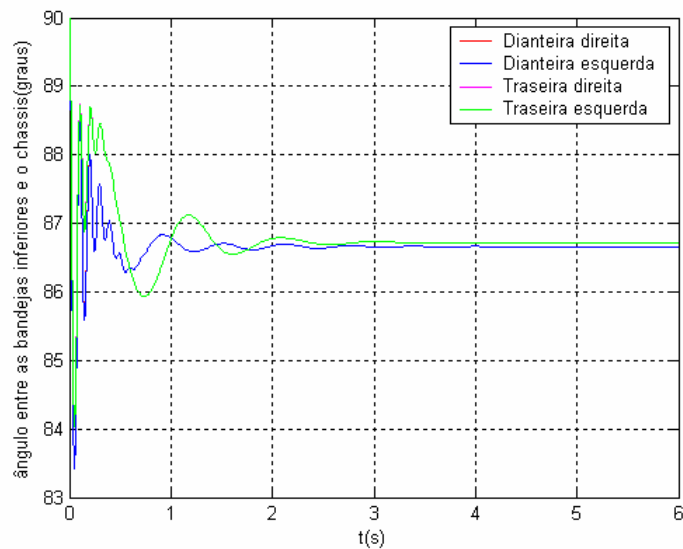


FIG. 5.2 – Ângulos das bandejas x tempo - veículo sob a ação do próprio peso

A FIG. 5.2 mostra a variação dos ângulos das bandejas inferiores das suspensões em relação ao chassi quando o veículo é sujeito à ação do próprio peso, a partir das condições iniciais da TAB. 5.1. Deste gráfico, verifica-se que as curvas dos ângulos das bandejas dianteiras se sobrepõem, atingindo o valor de $86,62^\circ$ no equilíbrio estático, o mesmo ocorrendo para as bandejas inferiores traseiras para o valor de $86,72^\circ$. Isto decorre do fato de haver simetria geométrica e de propriedades de inércia entre os lados direito e esquerdo. O fato de as bandejas inferiores dianteiras apresentarem menor ângulo em relação ao chassi, no

equilíbrio estático, que as traseiras, é consequência da maior proximidade do centro de massa do veículo em relação ao eixo dianteiro. Este fato pode ser novamente observado na FIG 5.3 onde se percebe uma maior força vertical sobre os pneus dianteiros (3660 N) que sobre os pneus traseiros (3518 N).

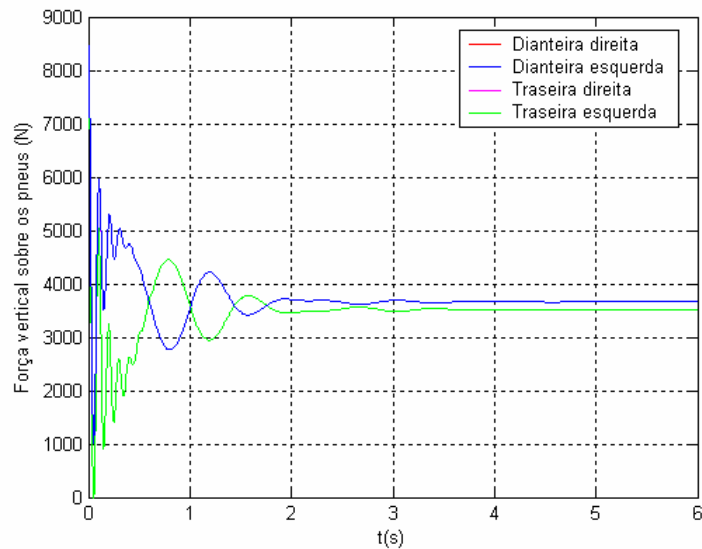


FIG. 5.3 – Forças verticais dos pneus x tempo - veículo sob a ação do próprio peso

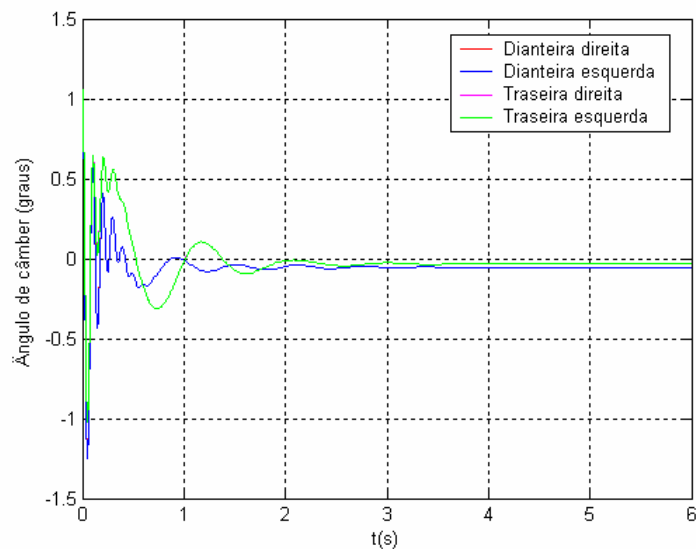


FIG. 5.4 – Ângulo de câmbio x tempo - veículo sob a ação do próprio peso

A FIG. 5.4 apresenta a variação do ângulo de câmbio ao longo do tempo quando o veículo é submetido à ação do próprio peso. Neste gráfico é possível mais uma vez verificar o comportamento diferente das suspensões dianteiras e traseiras devido ao posicionamento do

centro de massa do chassis à frente do seu ponto médio. No equilíbrio estático, os ângulos de câmber são, nas rodas dianteiras, $-0,054^\circ$ e nas rodas traseiras, $-0,033^\circ$.

Na TAB. 5.2 são apresentadas algumas características do veículo na condição de equilíbrio estático vertical.

TAB. 5.2 – Características do veículo em equilíbrio estático vertical

Grandeza	Valor			
Bitola	2006 mm			
Distância entre eixos	2370 mm			
Altura do centro de massa do chassis	553 mm			
	dd	de	td	te
Ângulo de câmber	$-0,054^\circ$	$-0,054^\circ$	$-0,033^\circ$	$-0,033^\circ$
Ângulo de convergência	$0,016^\circ$	$0,016^\circ$	0°	0°

As principais dimensões do veículo são descritas nas FIG. 5.5 e 5.6.

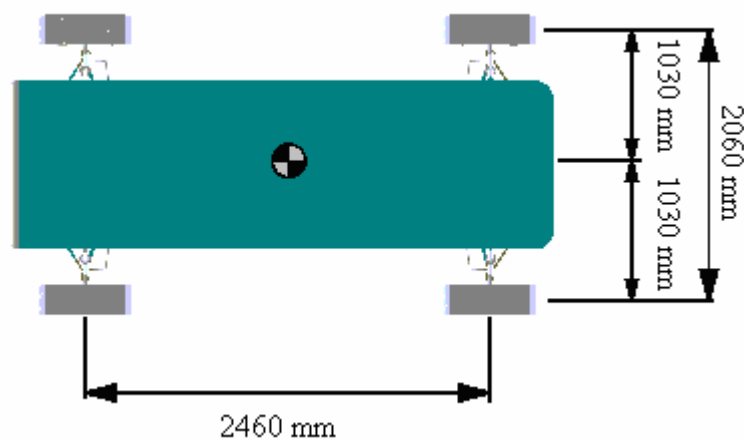


FIG. 5.5 – Vista superior do veículo com principais dimensões

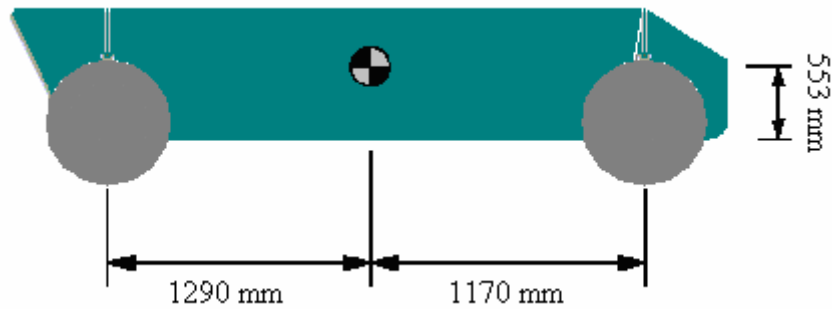


FIG. 5.6 – Vista lateral do veículo com principais dimensões

5.3 SIMULAÇÕES PROPOSTAS

O objetivo das simulações propostas é analisar o comportamento do veículo quando submetido a condições preconizadas em um conjunto de ensaios padronizados cujas características permitem a análise das dinâmicas direcional e de rolagem do veículo sob diversas condições controladas de condução. Os ensaios propostos são tradicionalmente realizados por centros de desenvolvimento automotivo.

Os ensaios simulados são os seguintes:

- (I) trajetória circular em regime permanente (“steady-state cornering”);
- (II) esterçamento em degrau (“step steer”);
- (III) esterçamento senoidal (“sinusoidal steer”);
- (IV) manobra evasiva dupla em trajetória retilínea (“double lane-change”);
- (V) frenagem em trajetória curvilínea (“brake in a turn”).

O ensaio (I) permite a avaliação do comportamento direcional do veículo em regime permanente, enquanto os demais proporcionam a análise do comportamento dinâmico do veículo em regime transiente.

O modelo proposto não possui uma malha de controle que simule a ação de um motorista tentando fazer com que o veículo percorra uma trajetória pré-definida, assim, os ensaios são simulados em “malha aberta”, isto é, não há correção dos parâmetros de entrada em função da trajetória descrita pelo veículo. Para simulação do ensaio (IV), por não haver controle em malha fechada acoplado ao modelo, é necessário que parâmetros como ângulo de esterçamento do volante e período do esterçamento sejam determinados para cada velocidade simulada.

Nos 4 (quatro) primeiros ensaios, não é considerado o comportamento longitudinal dos pneus. Os deslocamentos angulares das rodas são considerados restrições diretoras e é utilizado o pneu P215/60 R15 Eagle GT-S (pneu 1) descrito no Apêndice 1. No caso do último ensaio, a dinâmica longitudinal é considerada devido à frenagem e os deslocamentos angulares das rodas passam a fazer parte da dinâmica, utilizado-se o pneu P205/60 R15 também descrito no Apêndice 1.

5.4 TRAJETÓRIA CIRCULAR EM REGIME PERMANENTE (“STEADY-STATE CORNERING”)

O objetivo deste ensaio é determinar as propriedades de controle direcional em regime permanente de veículos sobre rodas em trajetória circular (ISO 4138, 1996). A principal grandeza determinada a partir dos resultados é o gradiente de subesterçamento que permite a caracterização do comportamento direcional do veículo. Este ensaio pode ser conduzido através de 5 (cinco) métodos diferentes:

- (I) Método 1 – Teste com raio constante;
- (II) Método 2 – Teste com ângulo de esterçamento constante;
- (III) Método 3 – Teste com velocidade constante e raio variável;
- (IV) Método 4 – Teste com velocidade constante e ângulo de esterçamento variável;
- (V) Método 5 - Teste de ganho de resposta em função da velocidade.

Os três parâmetros de controle do ensaio, para qualquer dos 5 (cinco) métodos, são: velocidade longitudinal, raio de curvatura e ângulo de esterçamento do volante. No decorrer do teste deve-se sempre escolher um parâmetro constante, outro variável, e monitorar-se como se comporta o terceiro parâmetro em função do primeiro e do segundo.

O método mais empregado para a condução desse ensaio é o Método 1 – Teste com raio constante - por ser um ensaio de mais fácil execução experimental, sendo o método empregado neste trabalho.

5.4.1 DESCRIÇÃO DO ENSAIO

O veículo deve se deslocar em uma trajetória circular de raio constante. Para estas simulações o raio utilizado foi $(50,0 \pm 0,1)$ m. O veículo deve ser conduzido em várias velocidades, da mais baixa possível até a máxima velocidade, com um ângulo de

esterçamento do volante que proporcione ao veículo percorrer a trajetória pré-estabelecida em regime permanente. A partir do momento em que o veículo entrar em regime permanente, para cada uma das velocidades utilizadas nas simulações, devem ser computadas as seguintes grandezas: ângulo de esterçamento do volante, ângulo de rolagem do chassi e aceleração lateral do veículo.

5.4.2 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

O modelo do veículo foi submetido a 9 (nove) simulações onde, em cada uma, o veículo se desloca a uma velocidade longitudinal diferente. Os principais resultados obtidos, para a condição de regime permanente, são apresentados na TAB. 5.3.

O valor máximo de velocidade longitudinal com a qual o veículo consegue percorrer uma trajetória circular de 50 m de raio é de 82 km/h. A aceleração lateral do veículo nessa velocidade é de 1,01 g. Para valores de velocidade maiores que 82 km/h, por mais que se aumente o ângulo de esterçamento do volante, o veículo tenderá a aumentar seu raio de curvatura. Este comportamento é consequência da perda de aderência dos pneus dianteiros a partir deste valor de aceleração lateral, ou seja, os pneus passam a operar na faixa de atrito dinâmico (FIG. 3.8).

A perda de aderência pode ser verificada na FIG. 5.7 que apresenta o ângulo de desvio dos 4 (quatro) pneus ao longo do tempo, com o veículo a uma velocidade longitudinal de 83 km/h e um ângulo de esterçamento do volante de 60°. As regiões das curvas com linhas grossas da FIG. 5.7 representam os pontos onde os pneus operam na faixa de atrito dinâmico. Observando-se este gráfico, é possível verificar que o pneu dianteiro direito perde a aderência nesta condição. O pneu direito perde a aderência antes dos demais por ser interno à curva (a curva é para a direita).

TAB. 5.3 – Resultados obtidos para o ensaio de trajetória circular em regime permanente

Vel. long. (km/h)	Acel. lat. (g)	Âng. Vol. (graus)	Âng. rol. (graus)
20	0,060	33,0	0,072
30	0,135	33,1	0,162
40	0,235	33,2	0,291
50	0,380	33,3	0,464
60	0,553	33,5	0,677
70	0,810	33,9	0,975
80	0,971	35,5	1,185
81	1,001	40,5	1,208
82	1,010	45,9	1,232

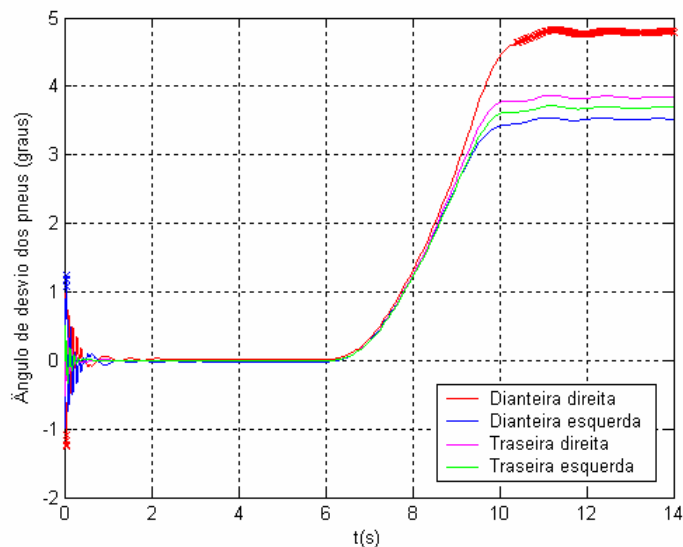


FIG. 5.7 – Ângulo de desvio dos pneus x tempo para velocidade igual a 83 km/h e ângulo de esterçamento igual a 60°

Como, na faixa de atrito dinâmico, há uma redução no valor da força lateral gerada pelo pneu, o pneu dianteiro direito começa a gerar uma força lateral menor, fazendo com que o veículo tenda a perder a aderência no eixo dianteiro (“sair de dianteira”). Este fenômeno é denominado subesterçamento (“understeer”) e caracteriza-se pela tendência apresentada pelo veículo de aumentar o raio de curvatura com o aumento da velocidade. Observando-se a TAB

5.3 nota-se que com o aumento da velocidade é necessário um maior esterçamento do volante para percorrer uma trajetória com o mesmo raio, logo, o veículo analisado apresenta comportamento subesterçante. Apesar de a interpretação direta dos resultados ter permitido a verificação deste comportamento, nem sempre é possível uma análise prévia das características de subesterçamento/sobreesterçamento de um veículo. A grandeza que caracteriza este comportamento é denominada gradiente de subesterçamento (Apêndice 3). Quando é empregado o método do raio constante, o gradiente de subesterçamento equivale ao gradiente da curva de ângulo de esterçamento equivalente das rodas x aceleração lateral. A FIG. 5.8 mostra a curva de ângulo de esterçamento equivalente x aceleração lateral.

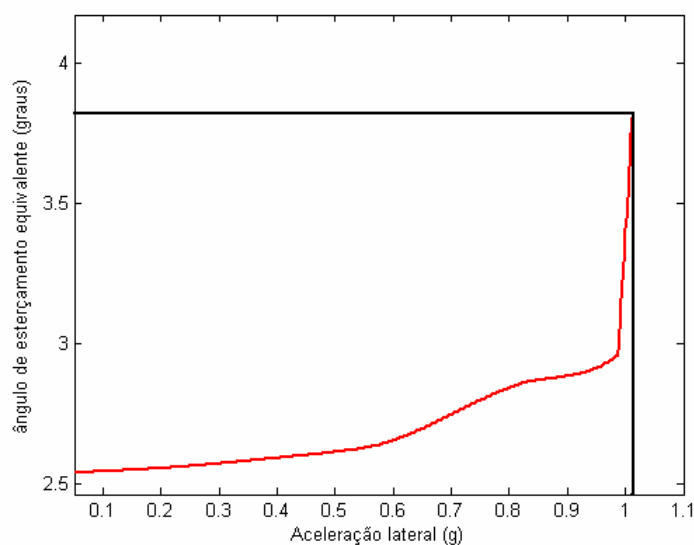


FIG. 5.8 – Ângulo de esterçamento equivalente das rodas x aceleração lateral para um raio de 50 m

Quando o gradiente de subesterçamento é positivo, o veículo apresenta comportamento subesterçante (“understeer”) e, quando é negativo, o veículo apresenta comportamento sobreesterçante (“oversteer”). Quando o gradiente de esterçamento é nulo, o veículo apresenta um comportamento neutro de esterçamento (“neutral steer”), melhor condição de controle direcional do veículo, porém, além de ser uma condição muito difícil de ser atingida por ser pontual, o gradiente de esterçamento varia constantemente em virtude, principalmente, da variação na distribuição de peso nas rodas. Observando-se a FIG. 5.8, verifica-se que a derivada da curva é sempre positiva, demonstrando que o veículo em estudo apresenta um comportamento subesterçante para todas as velocidades do ensaio. Neste gráfico, é possível observar que esse gradiente tende ao infinito em um determinado valor de aceleração lateral.

A velocidade correspondente a essa aceleração lateral para um raio constante de 50 m é de 83 km/h, ou seja, a partir dessa velocidade o veículo não consegue percorrer uma curva de 50 m de raio.

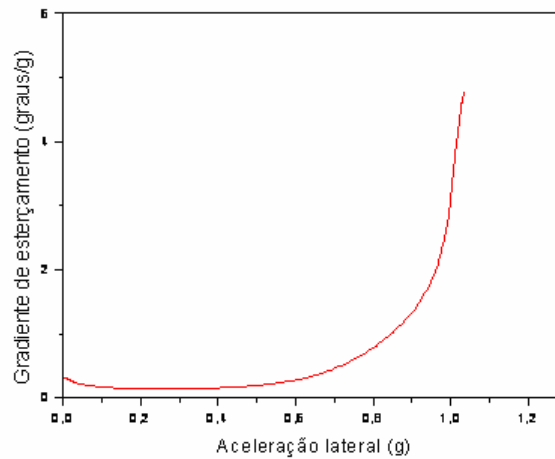


FIG. 5.9 – Gradiente de subesterçamento x aceleração lateral para o teste de raio constante de 50 m

O veículo apresenta uma relação entre a rolagem do chassis e a aceleração lateral sobre o mesmo de acordo com o observado na FIG. 5.10. Quanto maior a aceleração lateral do veículo, maior o ângulo de rolagem do chassis. Para o raio de 50 m, a aceleração lateral máxima do veículo é de 1,010 g e o ângulo de rolagem do chassis nessa aceleração é de $1,232^\circ$, conforme pode ser verificado na FIG. 5.10. Nota-se que a relação entre as duas grandezas do gráfico é aproximadamente linear. O gradiente desta curva é denominado de taxa de rolagem (“roll rate”). Para este veículo, o valor da taxa de rolagem é de 1,219 graus/g. Este valor de taxa de rolagem pode ser considerado baixo e está de acordo com o encontrado em carros de competição (MILLIKEN e MILLIKEN, 1995), sendo consequência da elevada razão entre a bitola e a altura do centro de massa do veículo.

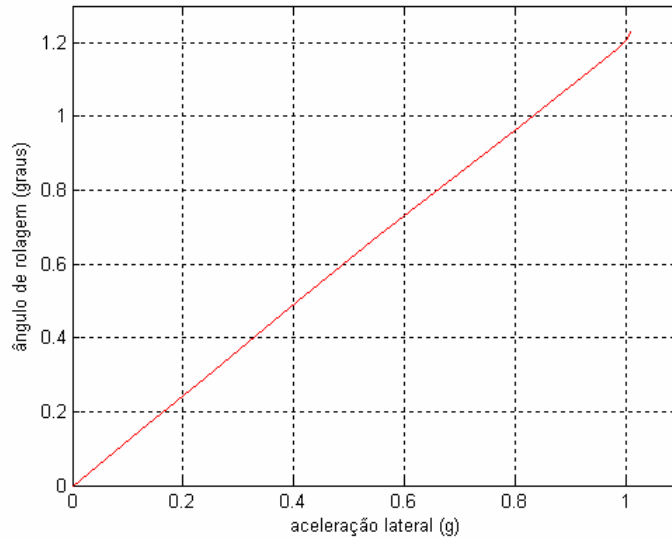


FIG. 5.10 – Ângulo de rolagem x aceleração lateral para o teste de raio constante

Uma boa maneira de se determinar o quão próximo o veículo se encontra do capotamento é verificar a força vertical nos pneus. Para a condição de aceleração lateral máxima a FIG 5.11 mostra a força vertical sobre cada um dos pneus. Observando-se este gráfico, percebe-se que houve uma transferência de peso dos pneus direitos para os pneus esquerdos, comportamento esperado pois o veículo analisado está fazendo uma curva para direita, o que gera, devido às forças de inércia, um momento de rolagem, da direita para a esquerda, em consequência das forças laterais geradas pelos pneus.

O início do capotamento pode ser caracterizado pelo instante em que a força vertical sobre os pneus internos à curva se anula. Ainda na FIG. 5.11, verifica-se que o menor valor encontrado de força vertical ocorre no pneu traseiro direito e é de aproximadamente 1530 N. Considerando que o valor da força vertical em equilíbrio estático neste pneu é de 3520 N, houve uma perda de 56,5 % de sua força vertical na condição de máxima aceleração lateral.

Conclui-se que o veículo estudado apresenta perda de estabilidade direcional antes do início do capotamento.

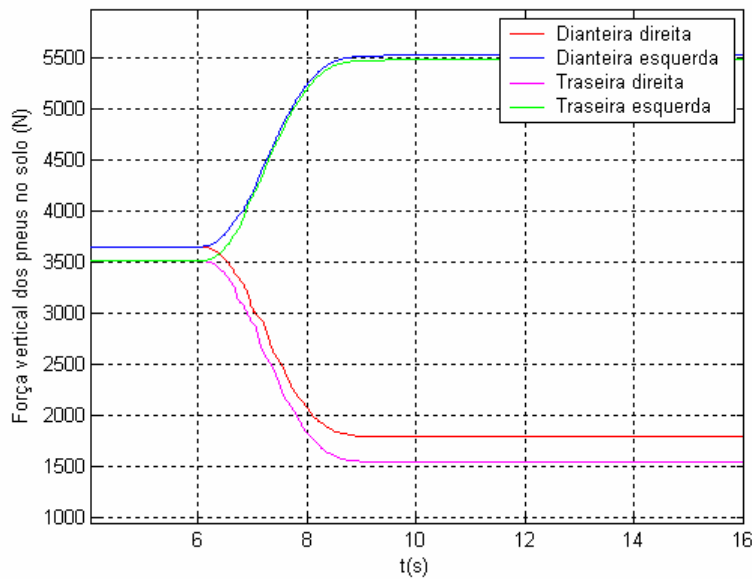


FIG. 5.11 – Força vertical dos pneus no solo x tempo no ensaio de trajetória circular em regime permanente à velocidade de 82 km/h e raio de 50 m

5.5 ESTERÇAMENTO EM DEGRAU (“STEP STEER”)

O objetivo deste ensaio é avaliar o comportamento lateral transiente do veículo quando sujeito a um esterçamento do volante segundo uma função aproximadamente degrau (ISO 7401,1988), diferentemente do ensaio anteriormente descrito que procura analisar o comportamento do veículo em regime permanente.

5.5.1 DESCRIÇÃO DO ENSAIO

O veículo deve ser conduzido por uma trajetória retilínea a uma velocidade longitudinal de 80 km/h. A partir desta condição, deve-se esterçar o volante do veículo a uma velocidade angular de 500 °/s de maneira que se atinja uma aceleração lateral de 4 m/s² (0,408 g) em regime permanente. Caso o veículo se apresente estável nesta condição, procura-se determinar a aceleração lateral necessária para a perda de estabilidade direcional ou o início do capotamento.

5.5.2 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Usualmente, considera-se como um esterçamento em degrau, um esterçamento em rampa com um alto valor de coeficiente angular, porém este tipo de função apresenta a característica de não ser derivável nos instantes inicial e final de variação angular, o que é um inconveniente para a solução numérica do problema. Para que esta situação seja evitada, nas simulações utiliza-se a EQ. 5.1, que apresenta a característica de ser derivável em todo seu domínio (NEVES,2002).

O veículo é submetido à condição de ensaio de esterçamento degrau, após permanecer durante 6 (seis) segundos (intervalo de tempo superior ao necessário para se atingir o equilíbrio estático vertical) com ângulo de esterçamento do volante nulo. Varia-se, então, a uma velocidade angular média, o esterçamento do volante, até que se atinja um valor angular correspondente à aceleração lateral desejada, mantendo-se, a partir deste instante $t = t_f$, o ângulo de esterçamento do volante constante até o fim da simulação. Este procedimento é representado matematicamente a partir da seguinte função de esterçamento:

$$q_{vol} = 0, \text{ para } (t < 6,0 \text{ s})$$

$$q_{vol} = \frac{\text{angvol}}{2} \cdot [1 + \text{sen}[2\pi \cdot \text{fr} \cdot (t - 6,0) - \pi/2]], \text{ para } (6,0 \text{ s} \leq t < t_f) \quad (5.1)$$

$$q_{vol} = \text{angvol}, \text{ para } (t \geq t_f)$$

onde:

q_{vol} – ângulo de esterçamento do volante;

angvol – ângulo máximo de esterçamento do volante na manobra;

t – tempo;

$$t_f = 6,0 + \frac{\text{angvol}}{\text{velest}} \quad (5.2)$$

$$\text{fr} = \frac{1}{2 \cdot (t_f - 6,0)} \quad (5.3)$$

velest – velocidade angular média de esterçamento angular do volante.

Para uma velocidade de esterçamento do volante de $500^\circ/\text{s}$ e para um ângulo máximo de esterçamento do volante igual a $10,8^\circ$, que é o valor necessário para que se atinja a aceleração lateral de 4 m/s^2 ($0,408 \text{ g}$), a variação do ângulo de esterçamento do volante ao longo do tempo se apresenta conforme o gráfico da FIG. 5.12.

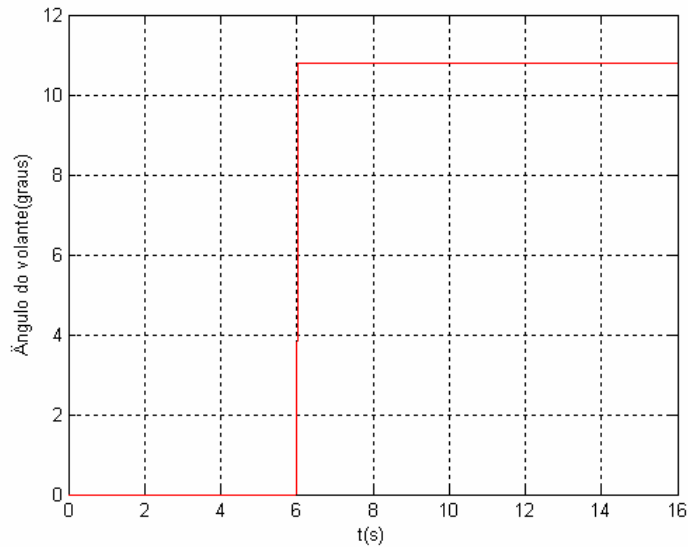


FIG. 5.12 – Ângulo de esterçamento do volante x tempo para esterçamento em degrau

A FIG. 5.13 apresenta uma ampliação da região de variação do ângulo de esterçamento do volante da FIG. 5.12 para maior clareza.

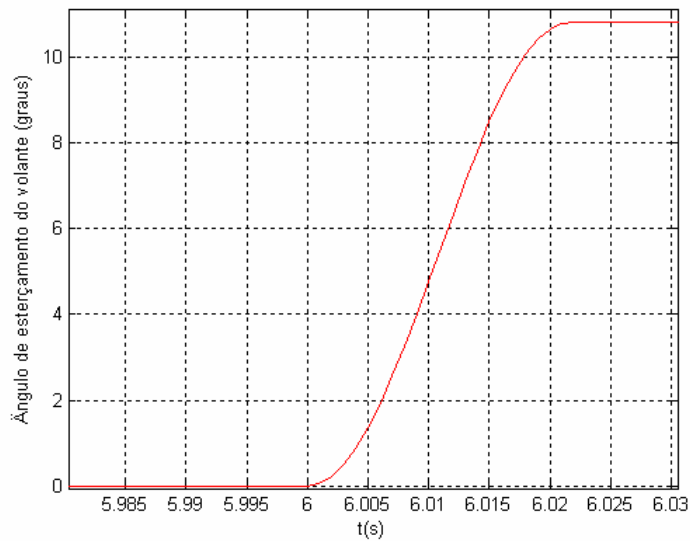


FIG. 5.13 – Ampliação da FIG. 5.12 na região de variação do ângulo de esterçamento do volante

O veículo proposto neste trabalho, quando sujeito à condição de esterçamento da FIG. 5.12, a uma velocidade longitudinal constante de 80 km/h, segue a trajetória representada na FIG. 5.14. Nessa figura são representadas as trajetórias dos centros de massas do chassis, roda dianteira direita, roda dianteira esquerda, roda traseira direita e roda traseira esquerda, conforme a legenda apresentada. Conforme pode ser observado na FIG. 5.14(a), o veículo

descreve uma trajetória circular assim que assume a condição de regime permanente. Ampliando-se a região de regime transiente da trajetória (FIG. 5.14(b)), observa-se com maior nitidez a diferença da trajetória entre as rodas e o centro de massa do chassis.

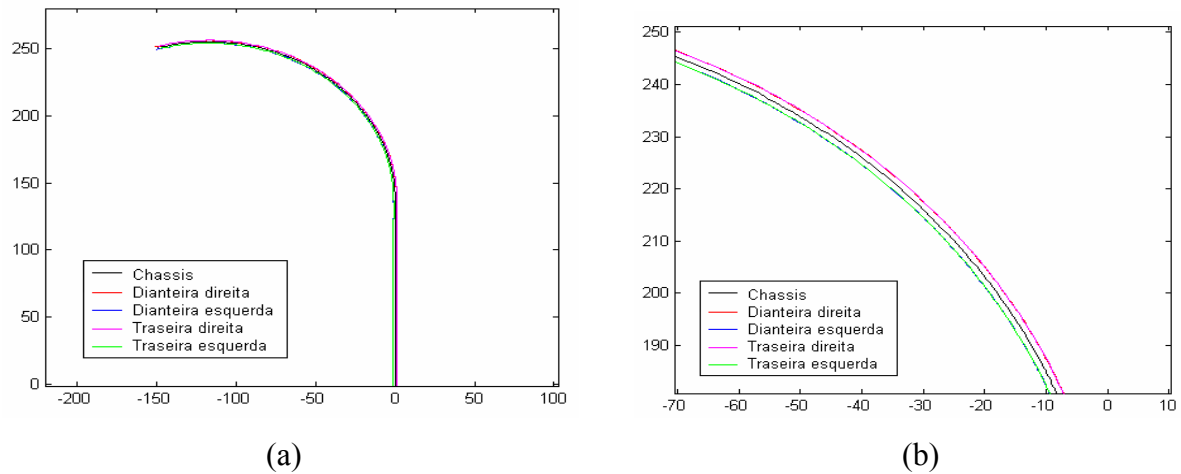


FIG. 5.14 – Trajetória dos centros de massas do chassis e das rodas no plano (XY). (a) trajetória ao longo dos 16 s de simulação. (b) Ampliação de (a) na região de regime transiente

A FIG. 5.15 apresenta a aceleração lateral do chassis x tempo durante a fase de simulação final em regime transiente. Apesar de a aceleração lateral estabilizar em aproximadamente 0,408 g no regime permanente, é possível observar valores maiores de aceleração lateral durante o intervalo final do regime transiente. Este comportamento do veículo é característico de um sistema de 2ª ordem com amortecimento, portanto as características dos amortecedores das suspensões são extremamente importantes na estabilidade do veículo neste tipo de condição, que torna maior o pico de aceleração lateral do sistema em relação ao seu comportamento em regime permanente. Quanto maior a velocidade angular do volante durante o esterçamento, maior a tendência do veículo desenvolver acelerações laterais mais elevadas no regime transiente, o que, mesmo que por um pequeno intervalo de tempo, pode levar à perda de controle direcional prematura ou até ao capotamento do veículo.

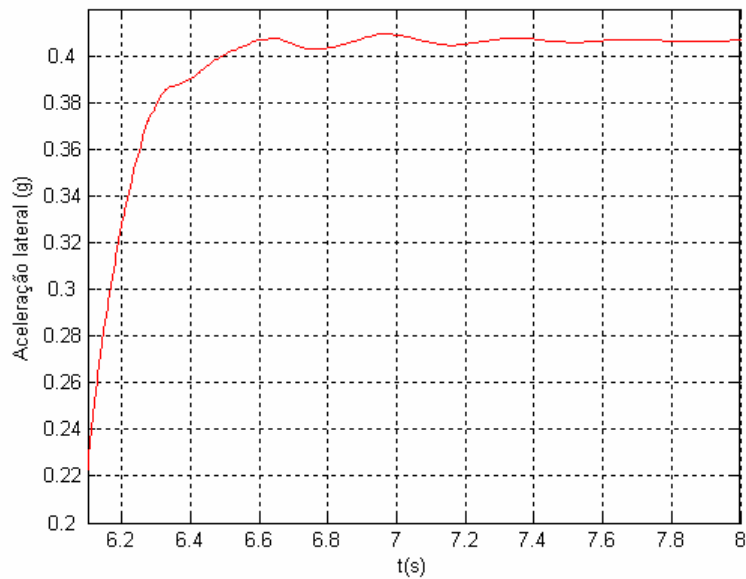


FIG. 5.15 – Gráfico de aceleração lateral do chassi x tempo na fase final do regime transiente para o esterçamento em degrau

A FIG. 5.16 apresenta as curvas dos ângulos de desvio dos pneus x tempo. Nela também estão representadas as curvas de limite de aderência dos pneus ao longo do tempo. O procedimento utilizado para a obtenção das curvas de limite de aderência é apresentado no Apêndice 3. Observando-se ainda a FIG. 5.16 é possível perceber que os ângulos de desvio atingidos pelos pneus durante a simulação são bem menores, em módulo, que os valores de limite de aderência dos pneus para cada instante, donde se conclui que, nestas condições de ensaio, o veículo não apresenta perda de aderência em nenhuma das rodas.

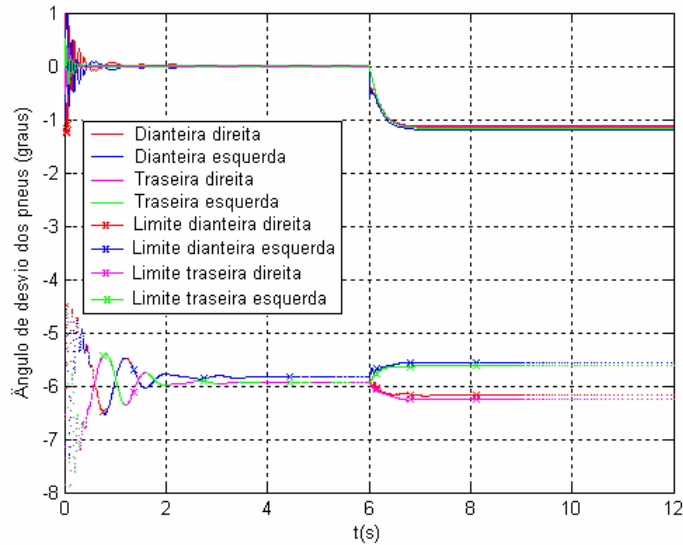


FIG. 5.16 – Esterçamento em degrau - ângulo de desvio dos pneus x tempo.

Com relação à rolagem, a partir da observação da FIG. 5.17(a), pode-se verificar que o veículo apresenta boa estabilidade. O pneu traseiro esquerdo, que possui comportamento mais crítico com relação à tendência de perda de contato com o solo, atinge, no regime transiente, valor de pico de força vertical pouco inferior ao atingido durante o regime permanente (aproximadamente 1 % menor), estando bem distante da condição de força vertical nula, situação que caracteriza o início do capotamento. A FIG. 5.17(b) apresenta a variação do ângulo de rolagem do chassi ao longo do tempo.

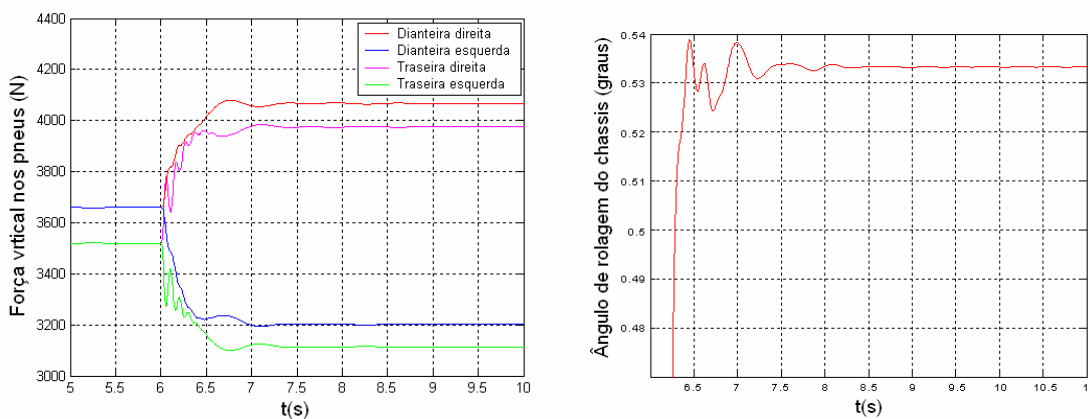


FIG. 5.17 – Esterçamento em degrau. (a) Força vertical dos pneus no solo x tempo. (b) Ângulo de rolagem do chassi x tempo

Visto que o veículo se apresenta estável quando sujeito à aceleração lateral de 4 m/s^2 , o objetivo agora é determinar a mínima aceleração lateral para a perda de aderência dos pneus do veículo quando sujeito a um esterçamento degrau nas condições estabelecidas na descrição deste ensaio. O valor limite da aceleração lateral é determinado com o incremento gradual do do ângulo de esterçamento máximo do volante, partindo-se de valores maiores que $10,8^\circ$, que foi o utilizado na simulação apresentada anteriormente, até que se chegue a uma condição na qual ocorra a perda de aderência em uma das rodas ou ocorra o capotamento do veículo.

Para as condições de velocidade longitudinal de 80 km/h e velocidade de esterçamento do volante de $500^\circ/\text{s}$, o veículo começa a apresentar perda de aderência para um ângulo máximo de esterçamento igual a 43° . Nestas condições, o veículo está sujeito a uma aceleração lateral de $1,08 \text{ g}$ em regime permanente, conforme pode ser verificado na FIG. 5.18. O pico de aceleração lateral que o veículo atinge é de $1,11 \text{ g}$ para um tempo de simulação de $6,96 \text{ s}$.

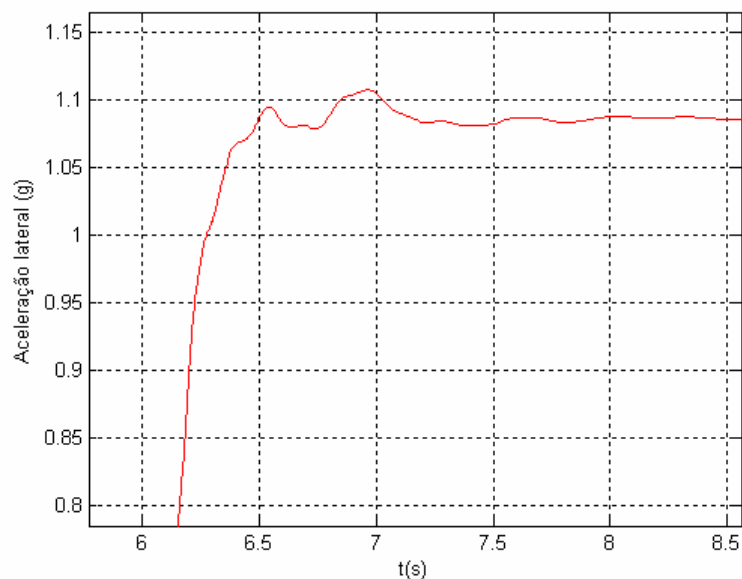


FIG. 5.18 – Aceleração lateral x tempo ao final do regime transiente para a condição limite de perda de aderência no ensaio de esterçamento em degrau

Como o veículo está descrevendo uma curva para a esquerda e apresenta características de sobesterçamento, conforme já verificado no ensaio anterior, o pneu que possui maior tendência de perda de aderência é o dianteiro esquerdo. Essa tendência pode ser confirmada através da observação da FIG. 5.19 que apresenta, com linhas lisas, o comportamento dos ângulos de desvio dos pneus no domínio do tempo e, com linhas com símbolos em “x”, o

valor limite dos ângulos de desvio dos pneus para que haja perda de aderência. A perda de aderência é caracterizada no gráfico por uma linha mais grossa. Esta perda de aderência, porém, só ocorre em um pequeno período do regime transiente para o pneu dianteiro esquerdo. Quando o regime permanente é atingido, esse pneu restabelece sua aderência.

A FIG. 5.19 mostra uma ampliação do gráfico *Ângulo de desvio dos pneus x tempo* na região de perda de aderência do pneu dianteiro esquerdo.

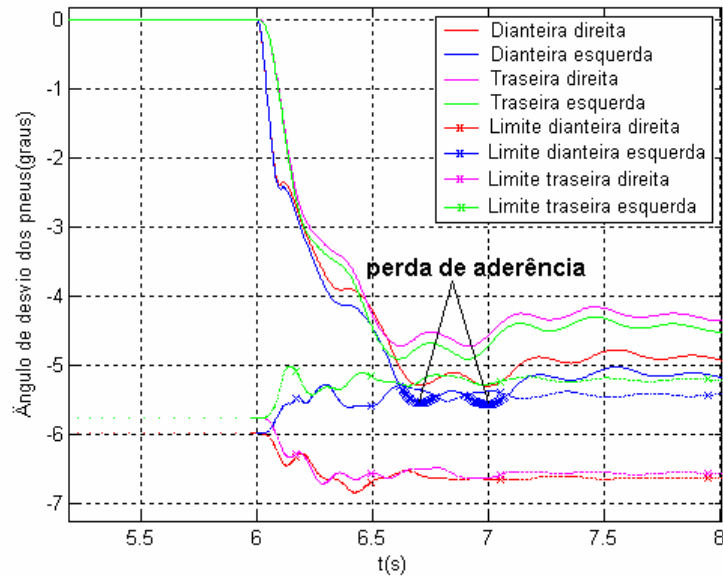


FIG. 5.19 – Esterçamento em degrau – ampliação das curvas de ângulo de desvio dos pneus na região de perda de aderência

A FIG. 5.20 mostra a região da trajetória do veículo onde ocorre a perda de aderência do pneu dianteiro esquerdo.

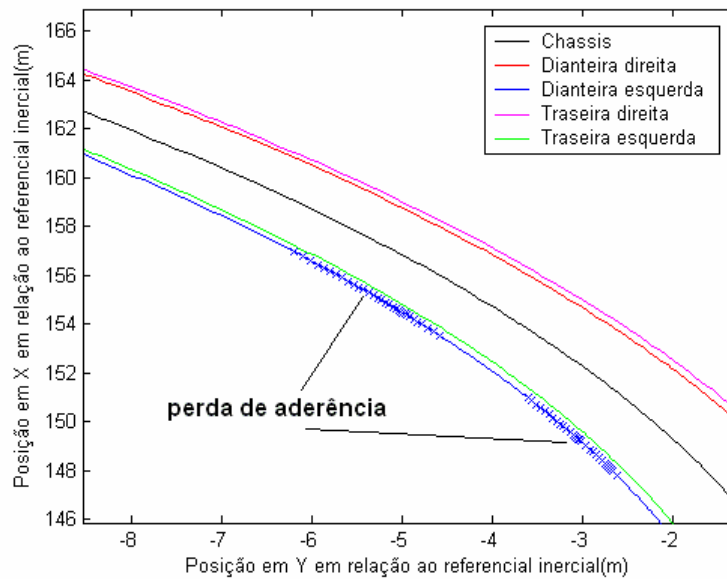


FIG. 5.20 – Trajetória dos centros de massa do chassi e das rodas para a condição limite de perda de aderência no ensaio de esterçamento em degrau

O fator determinante para ocorrência de perda de aderência foi a elevada velocidade de esterçamento do volante utilizada ($500^{\circ}/s$). Utilizando-se um valor mais baixo para a mesma, como, por exemplo, $50^{\circ}/s$, a perda de aderência não ocorre, como pode ser verificado na FIG. 5.21 que mostra o comportamento dos ângulos de desvio dos pneus comparados com os seus valores de limite de aderência (linhas com símbolos em “x”) para esta velocidade de esterçamento do volante. Estes resultados demonstram a importância de se submeter um veículo a este tipo de ensaio para que se possa fazer uma análise mais ampla e abrangente sobre o comportamento dinâmico de veículos em trajetórias curvilíneas.

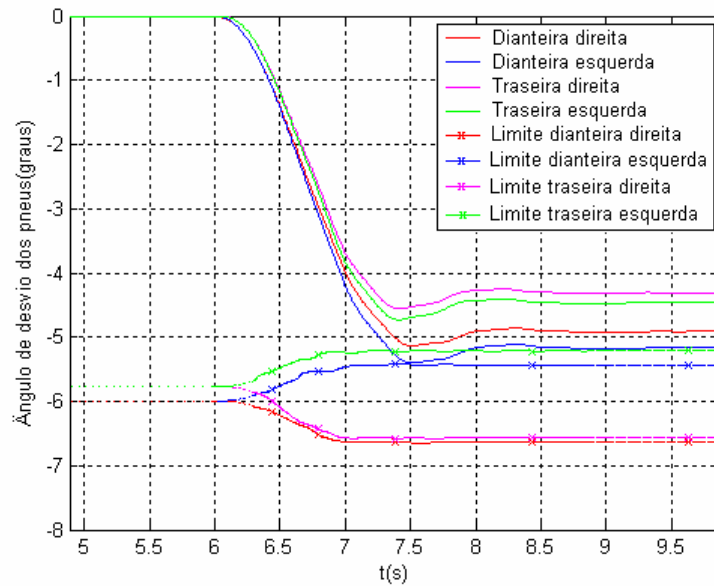


FIG. 5.21 – Ângulos de desvio dos pneus x tempo para uma condição de velocidade de esterçamento do volante de $50^\circ/\text{s}$, ângulo de esterçamento máximo de 43° e velocidade longitudinal de 80 km/h

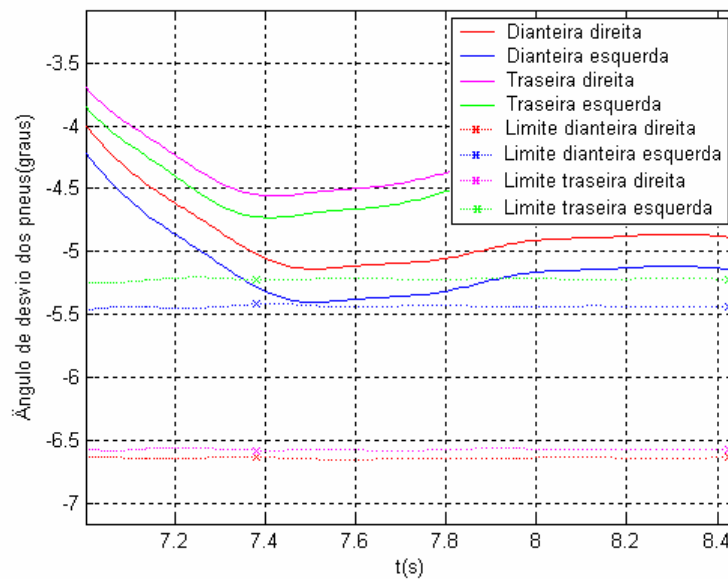


FIG 5.22 – Ampliação da FIG 5.21 na região do fim do regime transitente

A FIG. 5.23(a) mostra as curvas das forças verticais dos pneus no solo x tempo. É interessante notar que, ao longo da simulação, a força vertical no pneu traseiro esquerdo é sempre menor que a força vertical no pneu dianteiro esquerdo, fazendo com que o módulo da força lateral gerada neste último pneu seja sempre maior, conforme pode ser verificado na

FIG. 5.23(b). No entanto, o pneu dianteiro esquerdo perde a aderência antes do pneu traseiro direito. Este fato é explicado detalhadamente na letra d), seção 3.5.3, deste trabalho. Em suma, pode-se dizer que a elevação do valor da força lateral no pneu devido à inércia é maior que o aumento da força vertical sobre o mesmo, não ocorrendo na mesma proporção.

Com relação à possibilidade de capotamento para a condição em voga, analisando-se a FIG. 5.23(a), verifica-se uma redução acentuada da força vertical no pneu traseiro esquerdo, pneu que mais se aproxima da condição de perda de contato com o solo. No entanto, o valor de 1400 N, apesar de representar apenas 40 % do valor para este pneu em equilíbrio estático, ainda está distante do valor nulo que caracterizaria o início do capotamento.

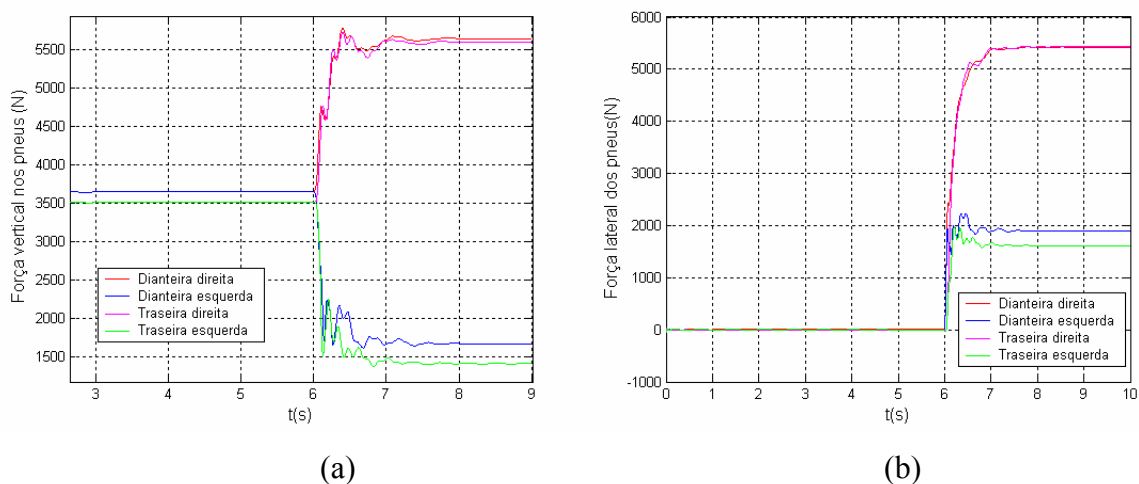


FIG. 5.23 – Esterçamento em degrau. (a) Força vertical dos pneus no solo x tempo. (b) Força lateral dos pneus x tempo na condição de perda de aderência.

5.6 ESTERÇAMENTO SENOIDAL (“SINUSOIDAL STEER”)

O objetivo deste ensaio é avaliar o comportamento lateral transiente do veículo quando sujeito a um esterçamento do volante segundo uma função senoidal através da determinação do seu limite de estabilidade para diversas frequências de esterçamento (ISO 7401, 1988).

5.6.1 DESCRIÇÃO DO ENSAIO

A velocidade longitudinal do veículo deve ser de 80 km/h, inicialmente em trajetória retilínea. Partindo-se desta condição, o volante do veículo deve ser esterçado, segundo uma

função senoidal com frequência pré-determinada e com uma amplitude angular equivalente ao ângulo necessário para que o veículo atinja uma aceleração lateral de 4 m/s^2 , em regime permanente, na velocidade de 80 km/h. Devem ser efetuados três ciclos completos de esterçamento senoidal para cada simulação. O experimento deve ser realizado para uma faixa de frequência até 4,0 Hz. Caso o veículo se apresente estável na condição de aceleração lateral de 4 m/s^2 para toda a faixa de frequência especificada, sugere-se a determinação da aceleração lateral e da amplitude do ângulo de esterçamento necessários para o início da perda de aderência dos pneus ou para o início do capotamento.

5.6.2 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

A função matemática utilizada para descrever a variação do ângulo do volante ao longo do tempo é a seguinte:

$$\begin{aligned} q_{\text{vol}} &= 0, \text{ para } (t < 6,0 \text{ s}) \\ q_{\text{vol}} &= \text{ampvol} \cdot \text{sen}[2 \cdot \pi \cdot \text{freq} \cdot (t - 6,0)], \text{ para } (6,0 \text{ s} \leq t < t_f) \\ q_{\text{vol}} &= 0, \text{ para } (t \geq t_f) \end{aligned} \quad (5.4)$$

onde:

q_{vol} – ângulo de esterçamento do volante;

ampvol – amplitude de esterçamento do volante na manobra senoidal;

freq – frequência de esterçamento do volante na manobra senoidal;

t – tempo;

$$t_f = 6,0 + \frac{\text{ncl}}{\text{freq}} \quad (5.5)$$

ncl – número de ciclos de esterçamento senoidal.

Para que o veículo atinja uma aceleração lateral de 4 m/s^2 em regime permanente a uma velocidade longitudinal de 80 km/h, o volante deve ser esterçado em $10,8^\circ$. Logo, este valor deve ser utilizado como amplitude de esterçamento neste ensaio. Diferentes frequências de esterçamento foram aplicadas, desde 0,5 Hz até 4,0 Hz, em intervalos de 0,5 Hz. Na FIG. 5.24 observa-se o deslocamento angular do volante ao longo do tempo, para três ciclos completos e uma frequência de esterçamento de 2,0 Hz.

A FIG. 5.25 mostra a trajetória dos centros de massas das rodas e do chassi para uma frequência de esterçamento de 2,0 Hz.

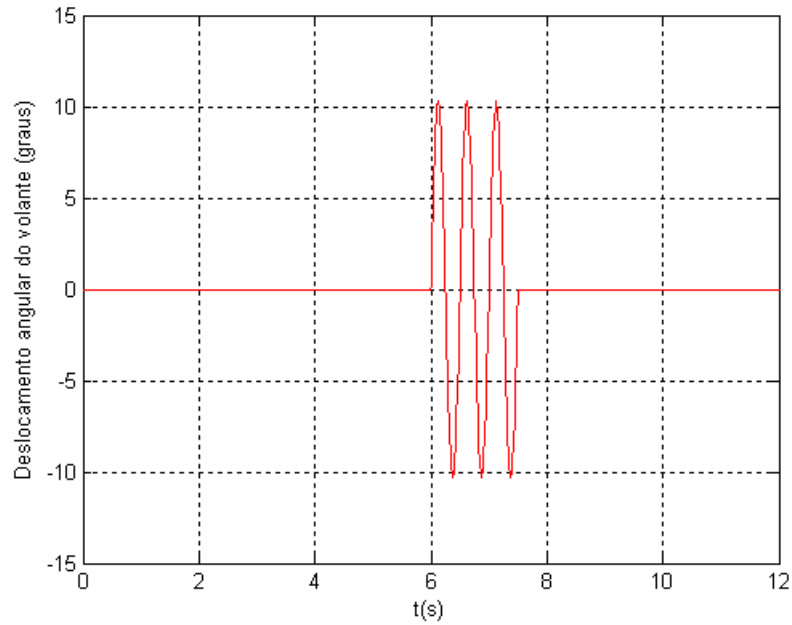


FIG. 5.24 – Deslocamento angular do volante x tempo para uma frequência de esterçamento de 2,0 Hz

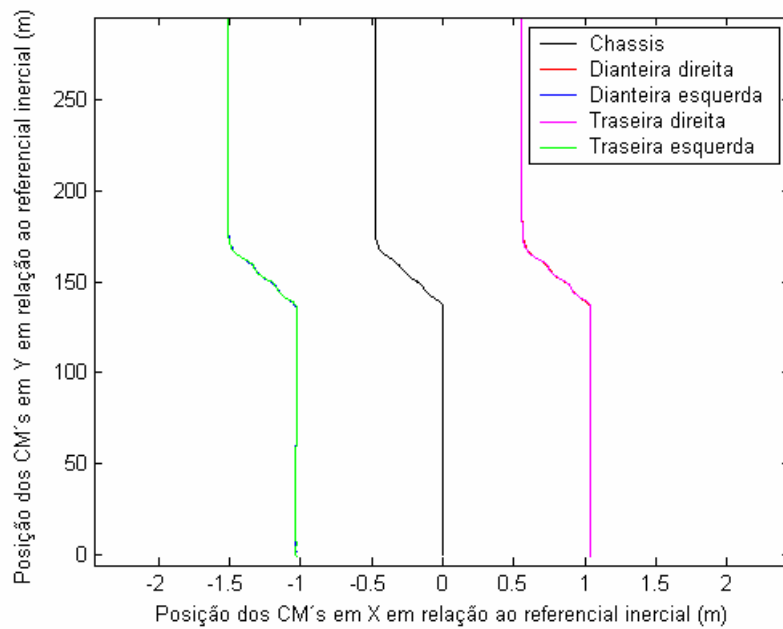


FIG. 5.25 – Trajetórias dos centros de massas das rodas e do chassis para um esterçamento senoidal de 2,0 Hz

O veículo se apresentou estável nas simulações em todas as frequências simuladas, isto é, não houve perda de aderência em nenhum dos pneus nem perda de contato de nenhum pneu

com o solo. Na FIG. 5.26 são mostradas as curvas de ângulo de desvio dos pneus x tempo e força vertical dos pneus x tempo para a frequência de esterçamento de 4,0 Hz.

Da observação da FIG. 5.26(a), verifica-se que os valores de ângulo de desvio dos pneus obtidos na simulação são bem menores, em módulo, que os valores-limite para perda de aderência. Estes valores-limite de aderência são positivos quando seus respectivos pneus apresentam ângulos de desvio positivos e negativos quando seus respectivos pneus apresentam ângulos de desvio negativos (Apêndice 3). Com relação à tendência ao capotamento, conforme pode ser visualizado na FIG. 5.26(b), os menores valores de força vertical obtidos na simulação são maiores que 3000 N. Para o caso mais crítico (roda traseira esquerda), a redução da força vertical no solo em relação ao valor em equilíbrio estático vertical é da ordem de 10 %, ou seja, uma redução muito pequena, estando bem distante da condição de força vertical nula, condição essa necessária para que um pneu perca contato com o solo.

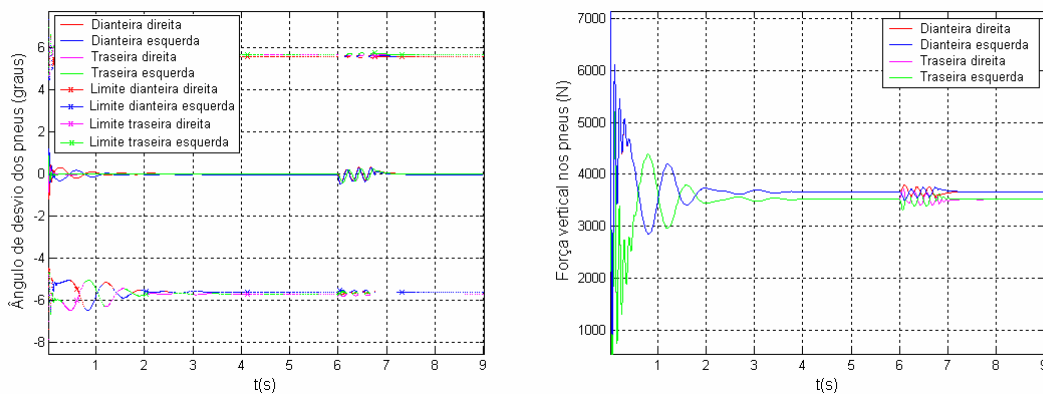


FIG. 5.26 – Esterçamento senoidal com frequência de 4,0 Hz. (a) Ângulo de desvio dos pneus x tempo. (b) Força vertical dos pneus no solo x tempo.

A partir da TAB. 5.4, é possível verificar que as amplitudes das acelerações laterais atingidas pelo veículo nas simulações com esterçamento senoidal foram sempre menores que o valor de 0,408 g atingido na simulação em regime permanente.

TAB. 5.4 – Aceleração lateral máxima do veículo para as diferentes frequências de esterçamento aplicadas ao volante

Frequência	0,5 Hz	1,0 Hz	1,5 Hz	2,0 Hz	2,5 Hz	3,0 Hz	3,5 Hz	4,0 Hz
Aceleração lateral máxima	0,350 g	0,334 g	0,302 g	0,219 g	0,186 g	0,167 g	0,151 g	0,140 g

Este comportamento ocorre em função da diferença de fase na geração de forças laterais entre os pneus dianteiros e traseiros. Os pneus dianteiros tendem a responder, inicialmente, com forças laterais maiores e positivas, enquanto os pneus traseiros respondem com forças laterais nulas. À medida que o veículo executa a curva, os pneus traseiros passam a gerar forças laterais positivas, porém com um atraso de fase em relação às geradas pelos pneus dianteiros, atraso este dependente da frequência de esterçamento. Como a aceleração lateral do veículo é o resultado da aplicação das forças laterais geradas pelos pneus, a diferença de fase apresentada faz com que nunca ocorram picos de força lateral nos pneus dianteiros e traseiros em um mesmo instante, gerando sempre acelerações laterais menores que as obtidas em regime permanente.

Esse fenômeno de atraso de fase na geração das forças laterais dos pneus dianteiros e traseiros é bem ilustrado no FIG. 5.27 onde são representados os gráficos de força lateral x tempo para os pneus dianteiro direito e traseiro direito para uma frequência de esterçamento de 3,0 Hz. Para esta frequência, a diferença de fase é de aproximadamente 82°.

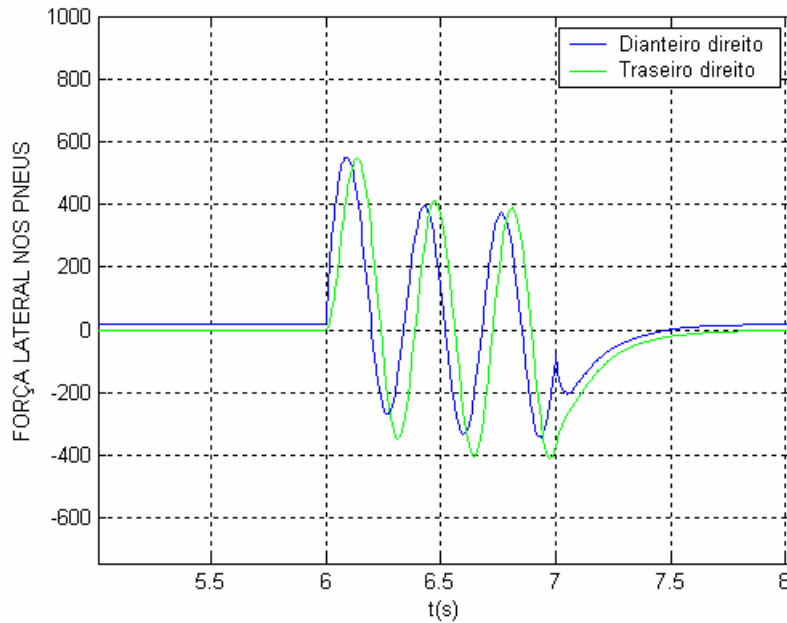


FIG. 5.27 – Força lateral dos pneus dianteiro direito e traseiro direito em função do tempo para uma frequência de esterçamento de 3,0 Hz

O atraso de fase apresenta um efeito absorvedor que fica claro ao comparar-se a condição de início de perda de aderência do veículo para um esterçamento em degrau com a de perda de aderência com esterçamento senoidal. No primeiro caso, o ângulo máximo de esterçamento do volante necessário para a perda de aderência é de 43° . As amplitudes do esterçamento do volante necessárias para perda de aderência no ensaio de esterçamento senoidal, para cada frequência, são as apresentadas na TAB. 5.5.

TAB. 5.5 – Condições do veículo em função da frequência de esterçamento para a perda de aderência

Frequência	0,5 Hz	1,0 Hz	1,5 Hz	2,0 Hz	2,5 Hz	3,0 Hz	3,5 Hz	4,0 Hz
Aceleração lateral	1,105 g	1,098 g	1,052 g	1,049 g	1,010 g	1,002g	0,973 g	0,930 g
Força vertical mínima	1346 N	1240 N	910 N	185 N	708 N	1150 N	1490 N	1553 N
Amplitude angular	39°	53°	67°	89°	93°	96°	98°	99°

Comparando-se as amplitudes angulares constantes da TAB. 5.5 com o ângulo de esterçamento necessário para a perda de aderência no esterçamento degrau, verifica-se que nos esterçamentos senoidais são necessários valores maiores de ângulo de esterçamento para que ocorra perda de aderência. Como para as simulações realizadas, o atraso de fase aumenta com o aumento da frequência, conclui-se, conforme pode ser verificado nos valores da TAB. 5.5, que as amplitudes angulares de esterçamento necessárias para que o veículo atinja o limite de aderência devem ser aumentadas em função do aumento da frequência.

Outra observação importante é que os valores máximos da aceleração lateral para que o veículo perca a aderência diminuam com o aumento da frequência. Como o ensaio restringe a faixa de frequência a um valor máximo de 4,0 Hz, até pela dificuldade de se esterçar o volante em frequências maiores, não é viável a determinação de uma possível frequência de ressonância para perda de aderência, ou seja, a frequência equivalente à condição de menor aceleração lateral máxima para perda de aderência.

Com relação à tendência ao capotamento, os valores apresentados na TAB. 5.5 demonstram que há uma forte dependência da transferência de força vertical entre os pneus esquerdos e direitos em função da frequência. É possível concluir que, caso o veículo possuísse características que o tornassem mais suscetível ao capotamento, como, por exemplo, uma maior altura do seu centro de massa em relação ao solo, apresentaria uma tendência ao capotamento maior em frequências próximas ao valor de 2,0 Hz, o que indica ser este um valor próximo a um dos valores das frequências de ressonância de rolagem do veículo. Cabe ressaltar que, também nesta situação, o atraso de fase atenua a tendência ao capotamento. Veículos com esterçamento de mesmo sentido nos dois eixos são mais

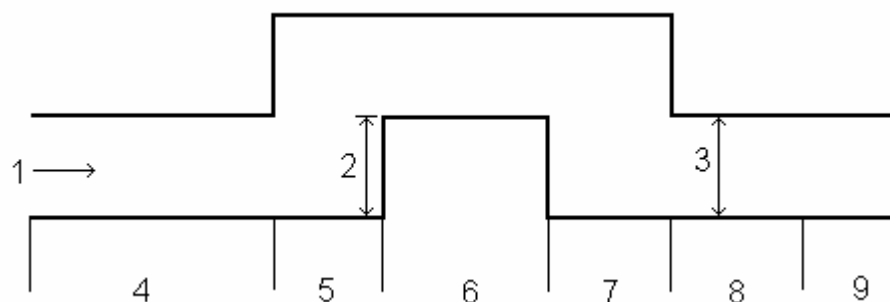
suscetíveis ao capotamento em manobras evasivas (aproximadamente senoidais), por apresentarem menor atraso de fase entre as forças laterais dos pneus dianteiros e traseiros, gerando maiores valores de aceleração lateral e, conseqüentemente, maiores transferências de peso entre as rodas esquerdas e direitas, assim como também são mais suscetíveis à perda de controle direcional (NEVES, 2002).

5.7 MANOBRA EVASIVA DUPLA EM TRAJETÓRIA RETILÍNEA (“DOUBLE LANE-CHANGE”)

O objetivo deste ensaio é avaliar o comportamento lateral transiente do veículo quando sujeito a uma manobra evasiva dupla (ISO 3888-1, 1999). As condições para a execução da manobra são definidas a partir de dimensões pré-estabelecidas de uma pista, logo este ensaio pode ser classificado como um teste em malha fechada (“closed-loop test”).

5.7.1 DESCRIÇÃO DO ENSAIO

O veículo deve iniciar a simulação a uma velocidade de 80 km/h em trajetória retilínea . Mantendo-se a velocidade longitudinal inicial, o veículo deve ser conduzido ao longo de uma pista de teste com as dimensões previstas na FIG. 5.28 e na TAB. 5.6. Na simulação computacional do ensaio, a demarcação dos limites da pista é feita através de linhas semelhantes às apresentadas na FIG. 5.28. Se, durante a simulação, algum ponto do veículo se sobrepuser à demarcação da pista, considera-se que o resultado é não satisfatório para aquela condição de velocidade inicial de ensaio.



Legenda:

1 Direção inicial de curso	4 Seção 1	7 Seção 4
2 Desvio lateral	5 Seção 2	8 Seção 5
3 Largura	6 Seção 3	9 Seção 6

FIG. 5.28 - Pista para o ensaio de manobra evasiva dupla em trajetória retilínea

TAB. 5.6 – Dimensões da pista para o ensaio de manobra evasiva dupla em trajetória retilínea

Seção	Comprimento	Desvio lateral	Largura
1	15 m	-	1,1 x largura do veículo + 0,25 m
2	30 m	-	-
3	25 m	3,5 m	1,2 x largura do veículo + 0,25 m
4	25 m	-	-
5	15 m	-	1,3 x largura do veículo + 0,25 m
6	15 m	-	1,3 x largura do veículo + 0,25 m

5.7.2 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

O modelo do veículo do presente trabalho só permite realizar manobras em malha aberta, ou seja, o esterçamento do volante deve ser definido previamente, independente da trajetória, não havendo como corrigir a trajetória após iniciada a simulação. Portanto, deve-se utilizar uma função que represente adequadamente o esterçamento do volante para este tipo de ensaio, de maneira que se possa “calibrar” alguns parâmetros da função de acordo com a velocidade longitudinal do veículo a fim de que este consiga descrever a trajetória dentro dos limites de pista estabelecidos anteriormente.

A função matemática proposta para descrever o esterçamento do volante ao longo de uma passagem do veículo pela pista é (GENTA, 1997):

$$q_{vol} = 0, \text{ para } (t < 6,0 \text{ s})$$

$$q_{vol} = \frac{ang_{vol}}{2} \cdot [1 + \text{sen}[2\pi \cdot (1/dt) \cdot (t - 6,0) - \pi/2]], \text{ para } (6,0 \text{ s} \leq t < tf1 \text{ s})$$

$$q_{vol} = -\frac{ang_{vol}}{2} \cdot [1 + \text{sen}[2\pi \cdot (1/dt) \cdot (t - tf1) - \pi/2]], \text{ para } (tf1 \text{ s} \leq t < tf2 \text{ s})$$

$$q_{vol} = 0, \text{ para } (tf2 \text{ s} \leq t < tf3 \text{ s}) \tag{5.6}$$

$$q_{vol} = -\frac{ang_{vol}}{2} \cdot [1 + \text{sen}[2\pi \cdot (1/dt) \cdot (t - tf3) - \pi/2]], \text{ para } (tf3 \text{ s} \leq t < tf4 \text{ s})$$

$$q_{vol} = \frac{ang_{vol}}{2} \cdot [1 + \text{sen}[2\pi \cdot (1/dt) \cdot (t - tf4) - \pi/2]], \text{ para } (tf4 \text{ s} \leq t < tf5 \text{ s})$$

$$q_{vol} = 0, \text{ para } (t > tf6)$$

onde:

$$tf1 = 6,0 + dt \tag{5.7}$$

$$tf2 = tf1 + dt \tag{5.8}$$

$$tf3 = tf2 + (20/uc) \tag{5.9}$$

$$tf4 = tf3 + dt \tag{5.10}$$

$$tf5 = tf4 + dt \tag{5.11}$$

$$tf6 = tf5 + dt \tag{5.12}$$

uc – velocidade longitudinal do veículo;

angvol – parâmetro 1 para “calibração” do esterçamento – representa o ângulo máximo de esterçamento do volante durante a manobra;

dt – parâmetro 2 para “calibração” de esterçamento – representa o tempo de aplicação do esterçamento durante a manobra.

A determinação dos valores dos parâmetros *angvol* e *dt* adequados é fundamental para a realização do ensaio a uma determinada velocidade longitudinal do veículo. Para a condição de velocidade longitudinal de 80 km/h, os valores utilizados para os parâmetros de “calibração” acima citados são 45° e 0,69 s respectivamente. Para esta velocidade longitudinal e estes parâmetros, a variação do ângulo de esterçamento do volante em função do tempo é representada pela curva da FIG. 5.29.

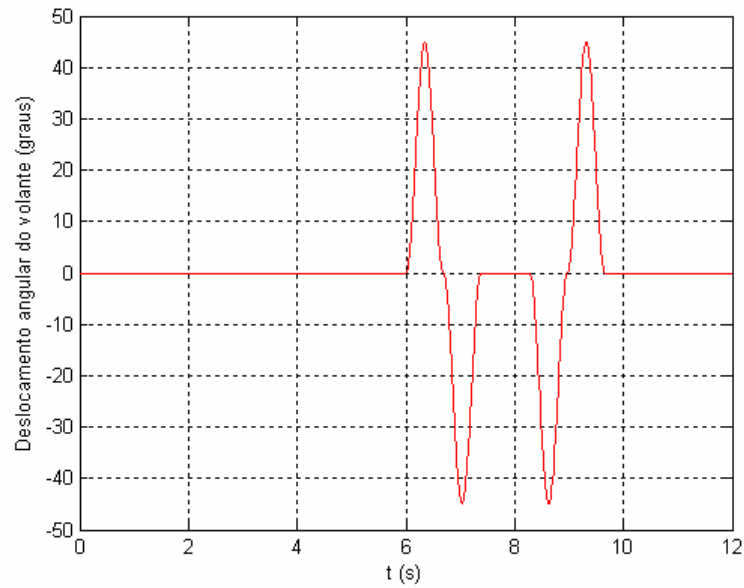


FIG. 5.29 – Ângulo de esterçamento do volante x tempo para manobra evasiva dupla a uma velocidade de 80 km/h

A trajetória resultante do veículo para o esterçamento representado na FIG. 5.29 é representada nas FIG. 5.30 e FIG. 5.31. Na FIG. 5.30 são fornecidas as trajetórias dos centros de massa do chassis e das rodas, além de alguns quadros (retângulos vermelhos) representando a posição e orientação do veículo no plano $(XY)_I$ ao longo do seu percurso.

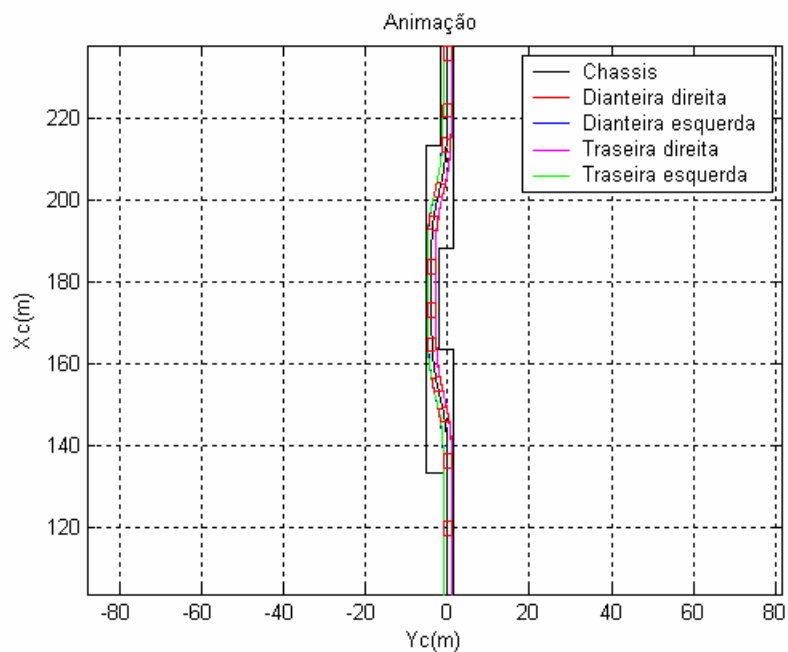


FIG. 5.30 – Trajetórias dos centros de massa do chassis e das rodas e trajetória do veículo no plano $(XY)_I$ para manobra evasiva dupla a uma velocidade de 80 km/h.

Na FIG. 5.31, é mostrada uma ampliação da região de manobra com os mesmos quadros representativos da posição e orientação do veículo no plano $(XY)_I$, porém sem a as trajetórias dos centros de massa do chassis e das rodas.

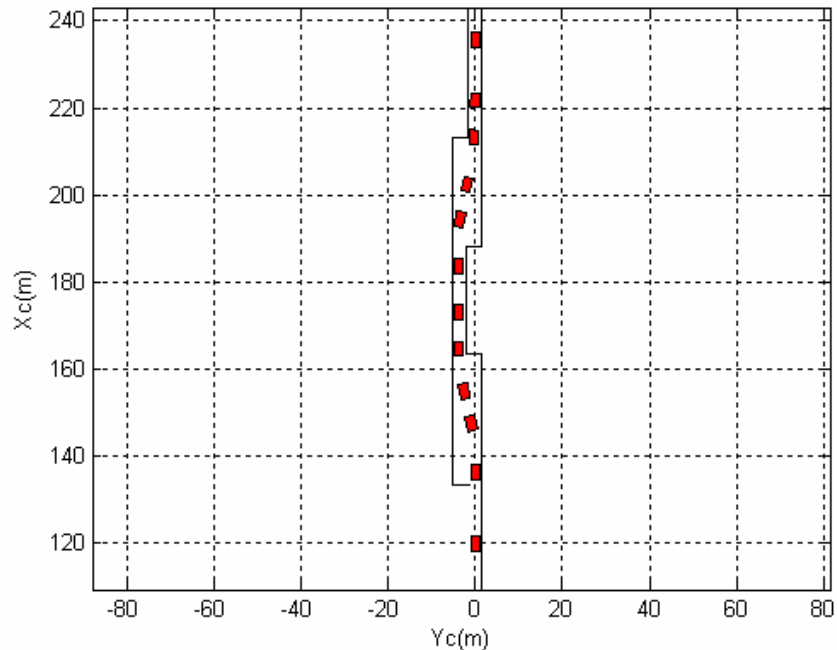


FIG. 5.31 – Ampliação da trajetória do veículo no plano $(XY)_I$ na região de manobra evasiva dupla para uma velocidade longitudinal de 80 km/h

Para uma velocidade longitudinal inicial de 80 km/h, o veículo consegue percorrer a pista satisfatoriamente, conforme verificado nas FIG. 5.30 e FIG. 5.31 sem apresentar perda de controle direcional. Não há perda de aderência em nenhum dos 4 (quatro) pneus ao longo de toda a trajetória, de acordo com o apresentado na FIG. 5.32, onde são mostrados os ângulos de desvio dos pneus ao longo do tempo e seus valores-limite para perda de aderência. Estes valores-limite de aderência são positivos quando seus respectivos pneus apresentam ângulos de desvio positivos e negativos quando seus respectivos pneus apresentam ângulos de desvio negativos (Apêndice 3).

Durante esta condição de ensaio, o veículo atinge um pico de aceleração lateral de 0,981 g. A aceleração lateral do veículo ao longo do tempo é representada na FIG. 5.33 na qual observa-se que a curva que representa a variação da aceleração lateral ao longo do tempo tem aproximadamente a mesma forma da curva da função esterçamento, apresentada na FIG. 5.29, caracterizando uma resposta adequada do veículo ao esterçamento.

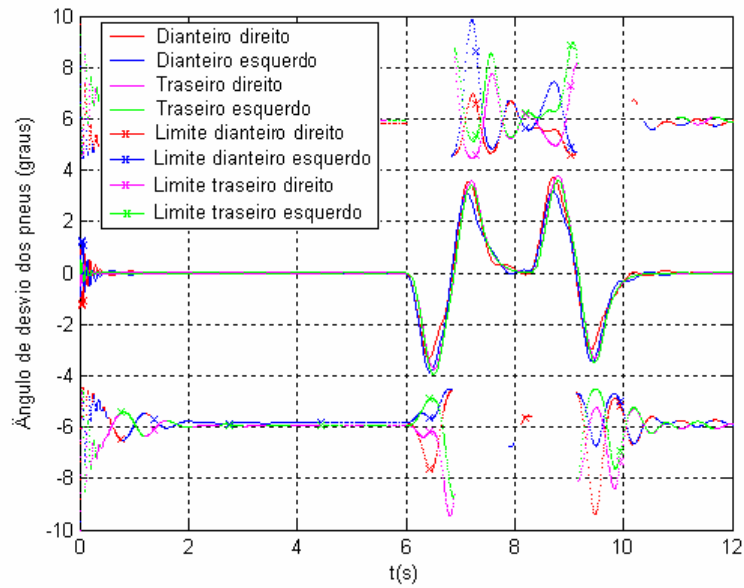


FIG. 5.32 – Ângulo de desvio dos pneus x tempo para manobra evasiva dupla a uma velocidade de 80 km/h

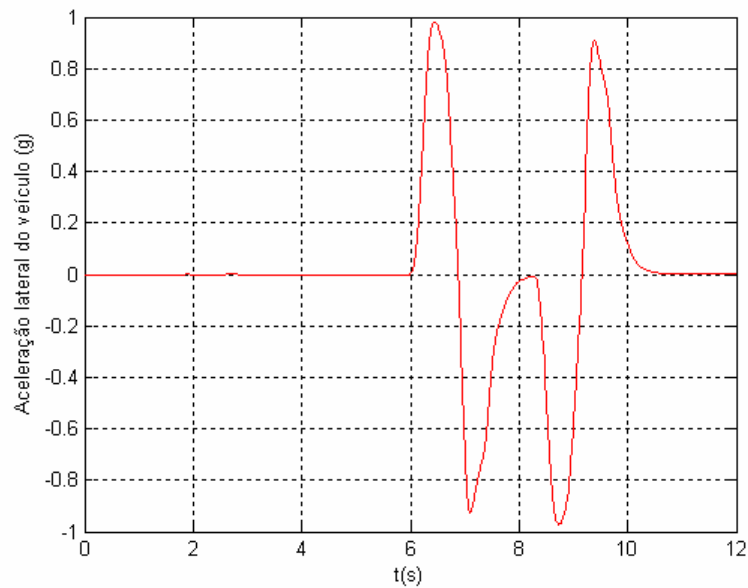


FIG. 5.33 – Aceleração lateral do veículo x tempo para manobra evasiva dupla a uma velocidade de 80 km/h

Analisando-se a tendência do veículo ao capotamento, o veículo apresenta uma grande redução no valor de força vertical mínima dos pneus que algumas vezes se aproximam de zero, indicando que o veículo está próximo da condição de capotamento, conforme verificado na FIG. 5.34. O valor mais baixo obtido de força vertical ao longo da manobra é da ordem de

250 N para o pneu dianteiro direito, um redução de 93% em relação ao valor da força vertical sobre este pneu em equilíbrio estático.

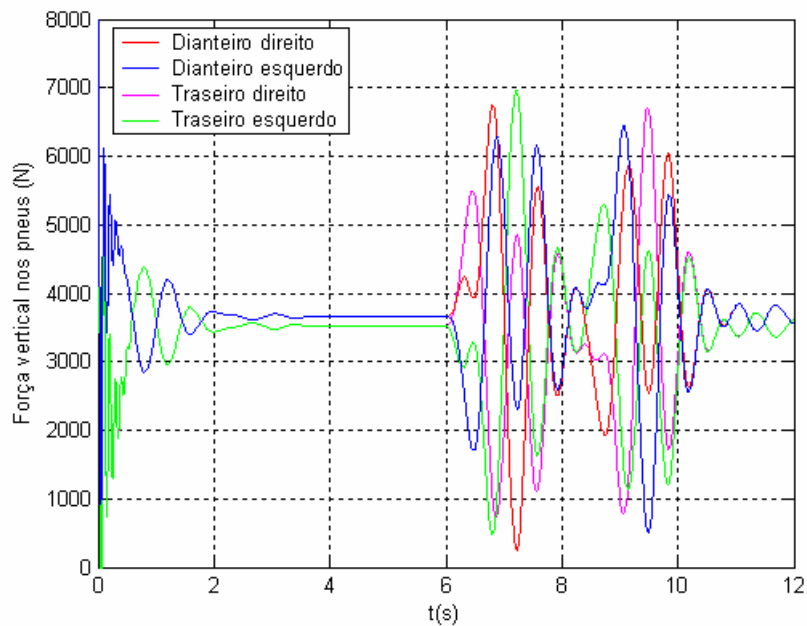


FIG. 5.34 – Força vertical dos pneus no solo x tempo para manobra evasiva dupla a uma velocidade de 80 km/h

Em relação à rolagem do chassi, o pico de deslocamento angular é da ordem de $1,36^\circ$. Este resultado é bastante interessante sob o ponto de vista de conforto, visto que grandes amplitudes de rolagem são desagradáveis para os ocupantes de um veículo. A variação do ângulo de rolagem ao longo do tempo é mostrada na FIG. 5.35.

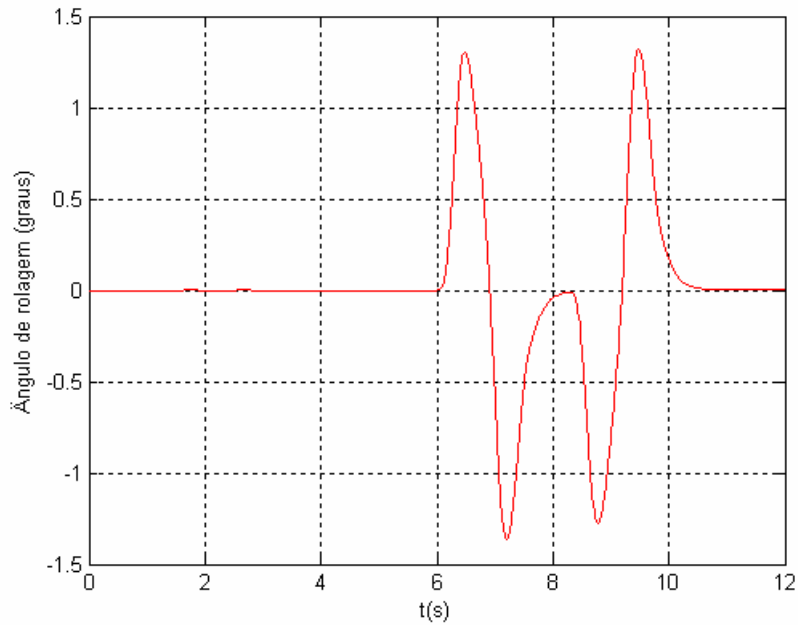


FIG. 5.35 – Ângulo de rolagem do chassi x tempo para manobra evasiva dupla a uma velocidade de 80 km/h

Para exemplificar uma condição de ensaio em que o veículo não consegue percorrer satisfatoriamente a pista pré-estabelecida, inclusive vindo a perder a estabilidade direcional, submete-se esse veículo, a partir de uma velocidade longitudinal inicial de 105 km/h, a um esterçamento segundo a EQ. 5.8, com os parâmetros de “calibração” 1 e 2 iguais a 55° e 0,65 s respectivamente. A Fig. 5.36 fornece a variação do ângulo de esterçamento do volante ao longo do tempo.

As trajetórias dos centros de massa do chassi e das rodas durante a simulação são mostradas na FIG. 5.37. Nessa mesma figura, também é mostrado um conjunto de quadros representando a posição e a orientação do veículo no plano $(XY)_I$ ao longo dessa simulação. A FIG. 5.38 mostra uma ampliação desse conjunto de quadros do veículo na região onde o veículo perde a estabilidade direcional.

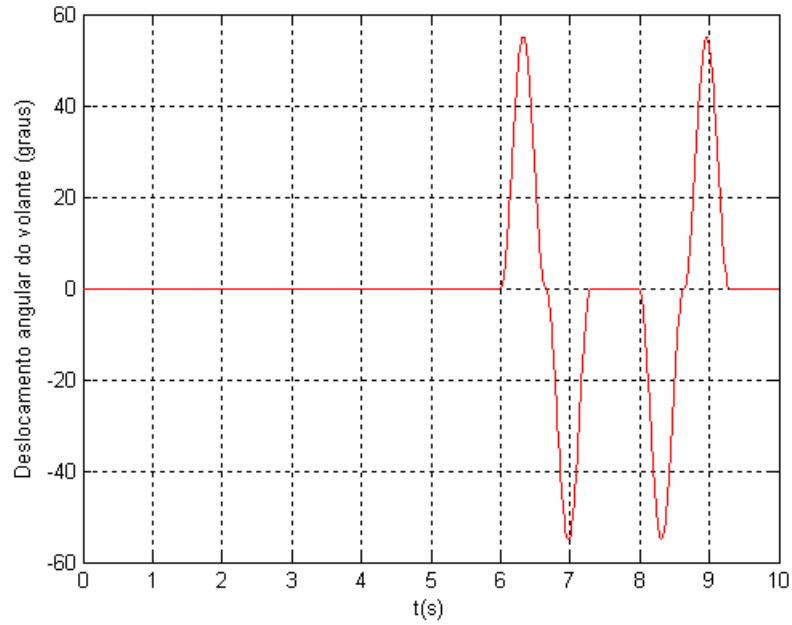


FIG. 5.36 – Ângulo de esterçamento do volante x tempo para manobra evasiva dupla a uma velocidade de 105 km/h

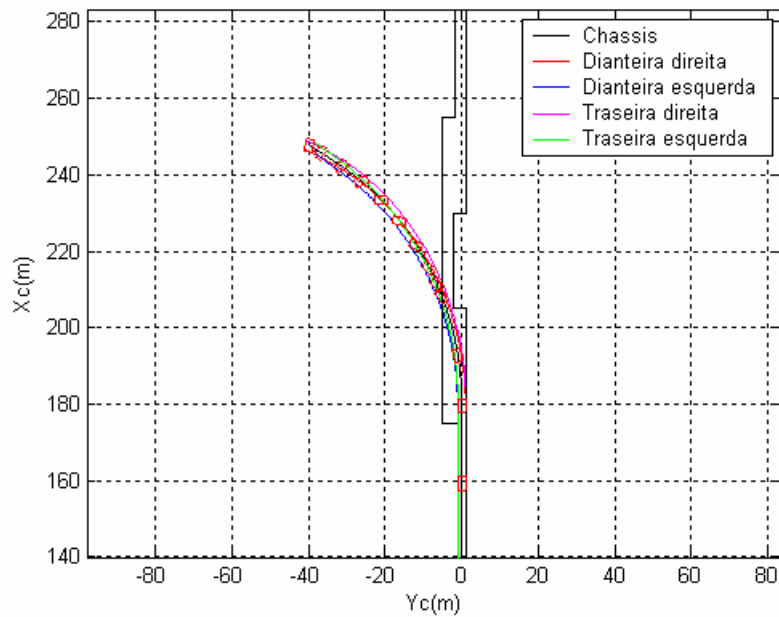


FIG. 5.37 – Trajetórias dos centros de massa do chassi e das rodas e do veículo no plano $(XY)_i$ para manobra evasiva dupla a 105 km/h

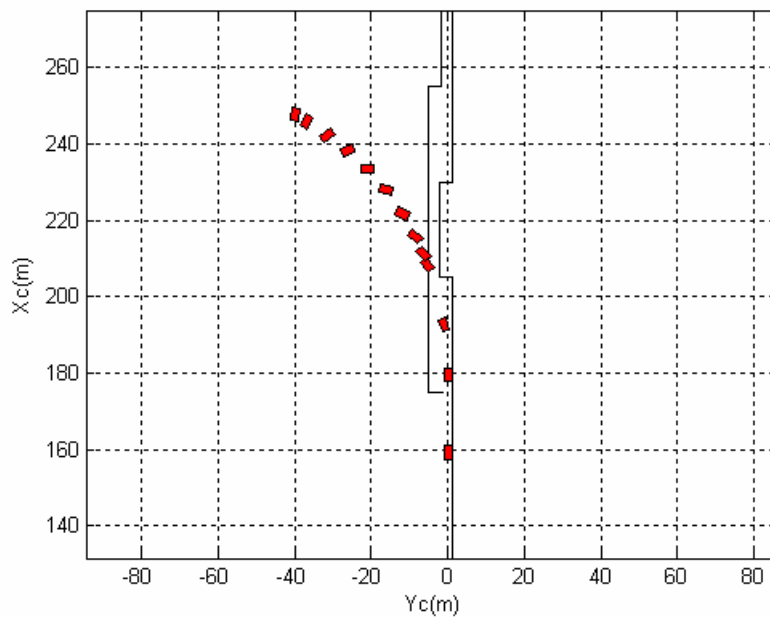


FIG. 5.38 – Ampliação da trajetória do veículo no plano $(XY)_I$ na região de manobra evasiva dupla a 105 km/h

Observando-se as FIG. 5.37 e FIG. 5.38, verifica-se que o veículo, conforme dito anteriormente, perde a estabilidade direcional, não conseguindo percorrer a pista de teste. O fato de o modelo ser em malha aberta faz com que a função de esterçamento previamente estabelecida não se altere ao longo da simulação, mesmo quando o veículo não percorre a trajetória desejada. Caso se inserisse no modelo um sistema de controle, poder-se-ia corrigir o ângulo de esterçamento do volante ou a velocidade do veículo para que fosse evitada ou, pelo menos, minimizada a perda de controle direcional. Portanto, os resultados obtidos nesta simulação se distanciam um pouco dos que seriam obtidos caso houvesse um modelo de piloto.

Além da simples observação das FIG. 5.37 e FIG. 5.38, também é possível perceber a instabilidade do veículo no ensaio a partir da FIG. 5.39, onde está representado o ângulo de direção (“yaw angle”) do veículo ao longo do tempo. Verifica-se na figura que o ângulo de direção não corresponde ao esterçamento do volante descrito na FIG. 5.36, atingindo valores muito mais altos do que os esperados, mostrando que o veículo perde o controle direcional de maneira irrecuperável.

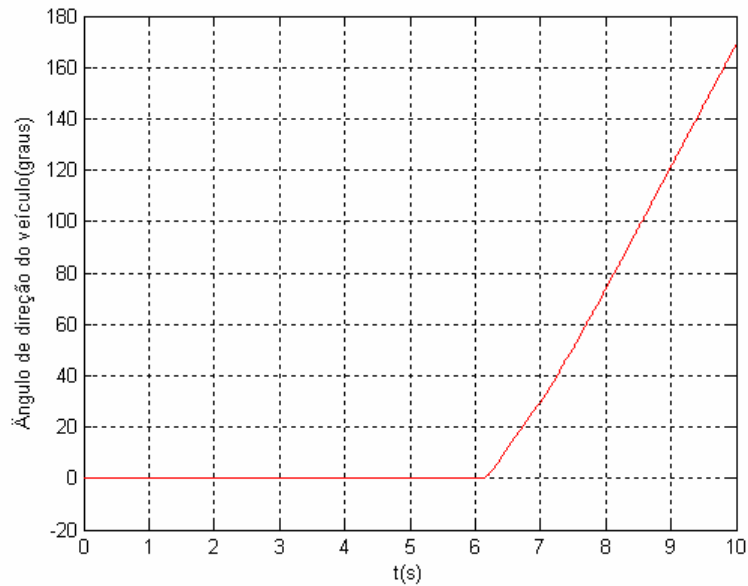


FIG. 5.39 – Ângulo de direção do veículo x tempo para manobra evasiva dupla a uma velocidade de 105 km/h

A perda de estabilidade direcional ocorre devido à perda de aderência dos pneus que pode ser verificada na FIG. 5.40. Nesta figura são representados os ângulos de desvio dos pneus ao longo do tempo. As linhas mais grossas representam os instantes em que os pneus perdem aderência.

A FIG. 5.41 é uma ampliação da FIG. 5.40 na região de início de perda de aderência dos pneus. Observa-se que o pneu dianteiro esquerdo perde a aderência no instante $t = 6,32$ s, logo após o volante atingir o primeiro pico de esterçamento durante a manobra. Os pneus traseiros, devido ao atraso de fase na geração de forças laterais, atingem posteriormente seus limites de aderência, sendo que o traseiro esquerdo o atinge primeiro. Logo após, o pneu dianteiro direito também vem a perder a aderência de forma irreversível, fazendo com que o veículo perca por completo a estabilidade direcional.

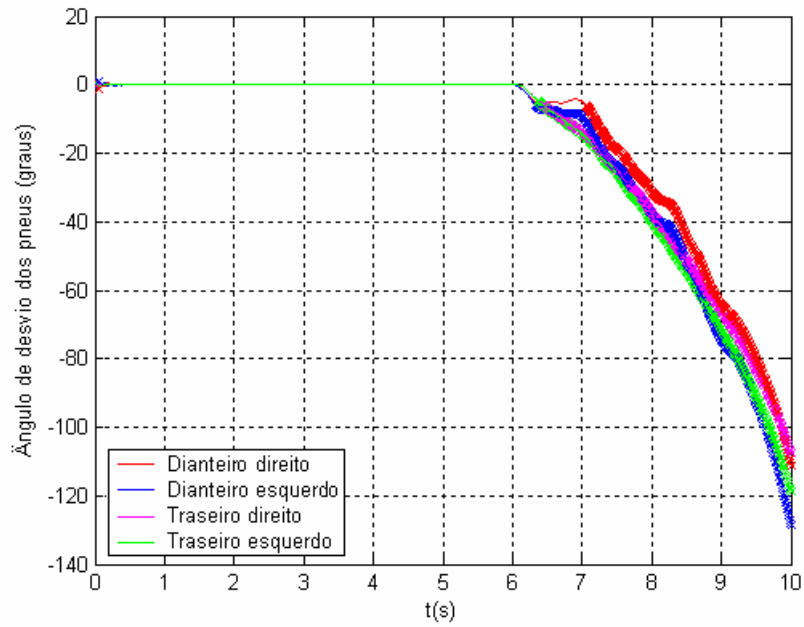


FIG. 5.40 – Ângulos de desvio dos pneus x tempo para manobra evasiva dupla a uma velocidade de 105 km/h

Para esse ensaio, a aceleração lateral do veículo em função do tempo pode ser verificada na FIG. 5.42. Pode-se observar que o comportamento da aceleração lateral também não é compatível com o esperado para a execução satisfatória do percurso pré-estabelecido, comparando-se com a FIG. 5.33.

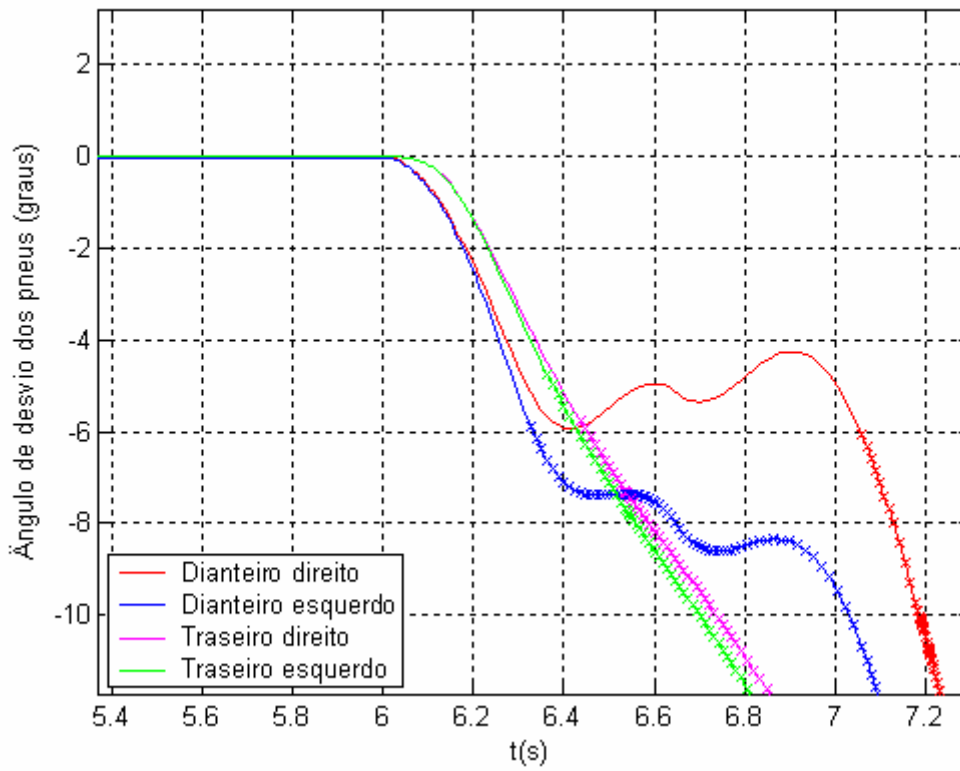


FIG. 5.41 – Ampliação da FIG. 5.40 na região de início de perda de aderência nos pneus

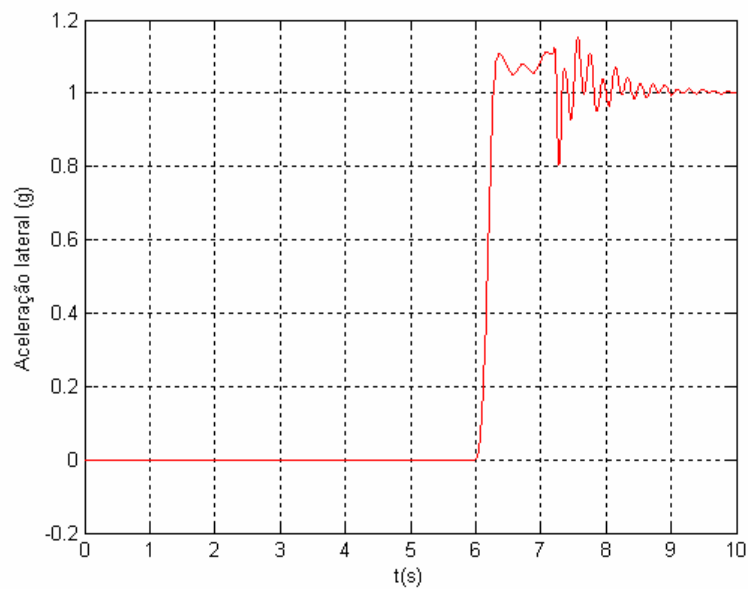


FIG. 5.42 – Aceleração lateral do veículo x tempo para manobra evasiva dupla a uma velocidade de 105 km/h

5.8 FRENAGEM EM TRAJETÓRIA CURVILÍNEA (“BRAKE IN A TURN”)

O objetivo deste ensaio é avaliar o efeito da frenagem no comportamento direcional de um veículo sujeito a uma trajetória inicial circular em regime permanente (ISO 7975, 1996).

5.8.1 DESCRIÇÃO DO ENSAIO

O ensaio se inicia com o veículo percorrendo uma trajetória circular com velocidade longitudinal de 81 km/h em regime permanente, de forma que esteja sujeito a uma aceleração lateral de aproximadamente 5 m/s^2 . A partir daí, o pedal do acelerador deve ser liberado e o pedal do freio imediatamente pressionado, tão rápido quanto possível. O tempo decorrido até que se atinja a pressão máxima no cilindro mestre é de 0,4 s (NEVES, 2002). Devem ser realizadas tantas simulações quantas necessárias, aumentando-se, em cada simulação, a pressão máxima no cilindro mestre, de forma que o valor absoluto da aceleração longitudinal seja crescente, até que haja travamento de uma ou várias rodas, momento em que se avalia a estabilidade direcional do veículo.

5.8.2 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste ensaio, o modelo de pneu utilizado no veículo leva em consideração sua dinâmica longitudinal e lateral e o acoplamento existente entre ambas, utilizando-se a formulação matemática apresentada na seção 3.7, do capítulo 3. A variável de entrada empregada para a aplicação dos freios no veículo é a pressão no cilindro mestre do sistema de freios. Os valores dos coeficientes de ganho dos freios dianteiros e traseiros são de 500 N.m/Mpa (3,5 N.m/psi) e 142,8 N.m/Mpa (1,0 N.m/psi) respectivamente. O coeficiente de ganho do freio relaciona a pressão no cilindro mestre com o torque de frenagem aplicado às rodas da seguinte forma:

$$M_B = g_{fr} \times p_{fr} \quad (5.13)$$

onde:

M_B - torque de frenagem na roda;

g_{fr} - ganho de frenagem;

p_{fr} - pressão no cilindro mestre do sistema de freios.

Para a execução do ensaio, o veículo é submetido a um esterçamento segundo uma função igual às apresentadas nas EQ. 5.2, EQ. 5.3 e EQ. 5.4. Os valores dos parâmetros *angvol* e *velest* são de 13,2° e 13,2°/s respectivamente. Estes valores permitem que o veículo percorra uma trajetória circular, em regime permanente e aceleração lateral de 5 m/s², com velocidade longitudinal de 81 km/h. O esterçamento do volante se inicia no instante t=3,0 s. Quando a simulação atinge o instante t=7,0 s, é iniciada a frenagem do veículo, segundo a seguinte função, semelhante à empregada na função esterçamento, que representa a pressão no cilindro mestre do sistema de freios:

$$p_{fr} = 0 \text{ , para } (t < 7,0 \text{ s})$$

$$p_{fr} = \frac{p_{\max}}{2} \cdot [1 + \text{sen}[2\pi \cdot (1,25) \cdot (t - 7) - \pi / 2]], \text{ para } (7,0 \text{ s} \leq t < 7,4 \text{ s}) \quad (5.16)$$

$$p_{fr} = p_{\max}, \text{ para } (t \geq 7,4 \text{ s})$$

onde:

p_{fr} – pressão no cilindro mestre do sistema de freios;

p_{\max} – pressão máxima a ser atingida no cilindro mestre do sistema de freios.

Observando-se a EQ. 5.16, é possível verificar que a pressão no cilindro mestre varia durante o período de 0,4 s. A partir deste instante, a pressão do cilindro mestre atinge um valor constante. Inicialmente, são apresentados os resultados de uma simulação onde a pressão máxima no cilindro mestre é de 2,8 Mpa (400 psi). A FIG. 5.43 mostra a pressão no cilindro mestre do sistema de freios ao longo do tempo.

A FIG. 5.44 mostra o ângulo de arfagem (“pitch angle”) durante a simulação. Até o instante t = 2 s, o ângulo de arfagem oscila até atingir o valor de 0,110° na condição de equilíbrio estático. A partir deste instante, o veículo passa a descrever uma trajetória curvilínea, fazendo com que surja um momento de rolagem no chassi devido às forças laterais geradas pelos pneus. Este momento de rolagem faz com que o chassi apresente uma variação no seu ângulo de rolagem, conforme pode ser verificado na FIG. 5.45. Como o eixo longitudinal do chassi não é paralelo ao plano horizontal no equilíbrio estático, devido ao fato de o centro de massa do chassi se encontrar à frente do seu ponto médio na direção longitudinal; a rolagem do chassi ocasiona uma variação no ângulo de arfagem do mesmo, conforme pode ser verificado na FIG. 5.44.

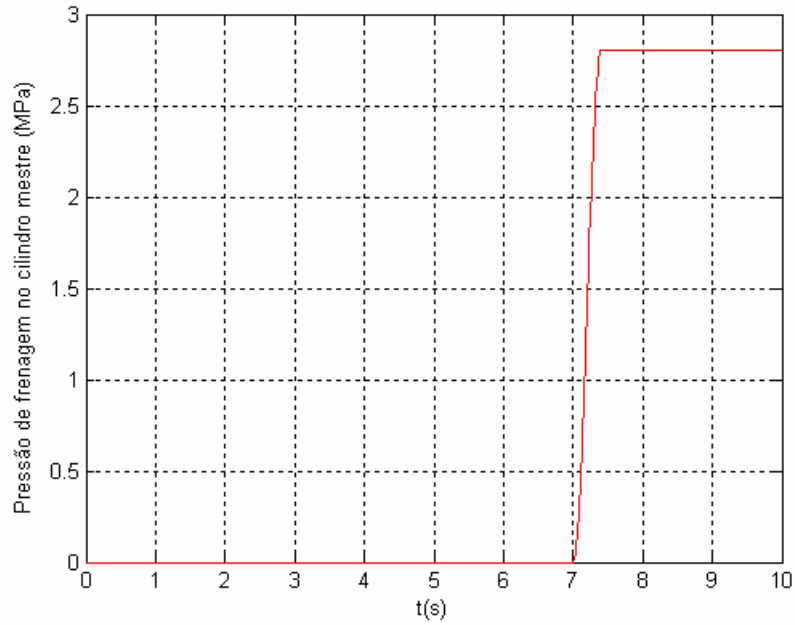


FIG. 5.43 – Pressão no cilindro mestre do sistema de freios x tempo - ensaio de frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa

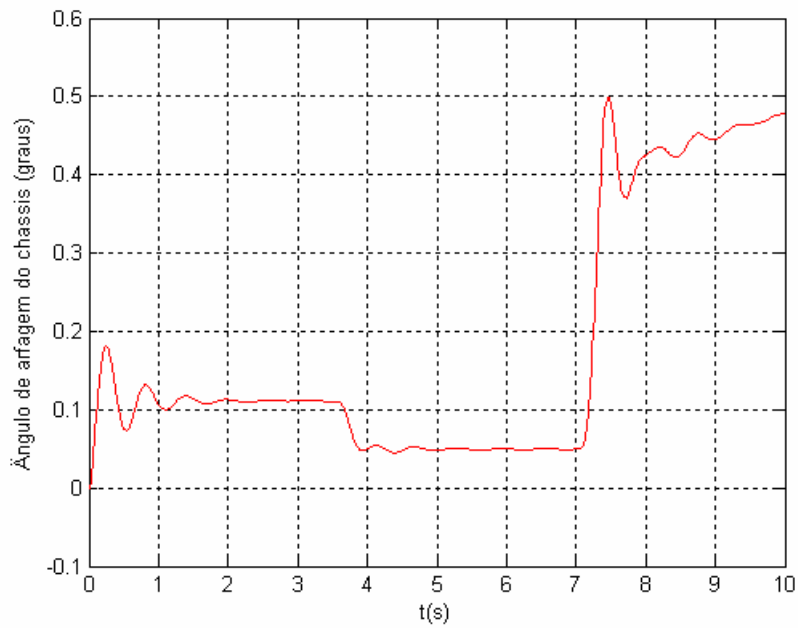


FIG. 5.44 – Ângulo de arfagem do chassi x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa

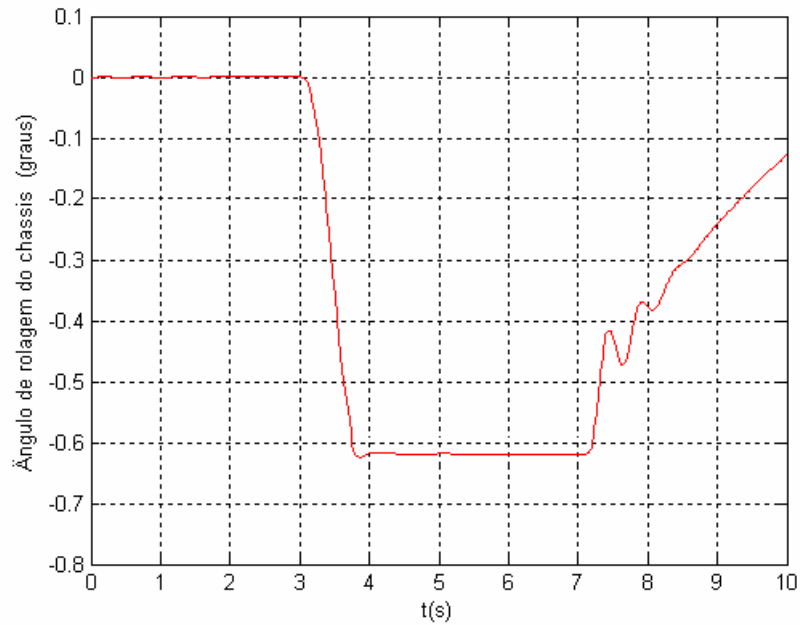


FIG. 5.45 – Ângulo de rolagem do chassi x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa

A partir do instante $t = 7,0$ s, ou seja, durante a frenagem, em consequência da força longitudinal de inércia no chassi há uma transferência de peso do eixo traseiro para o eixo dianteiro, ocasionando um aumento no ângulo de arfagem do chassi, conforme pode ser verificado na FIG. 5.44.

A velocidade longitudinal do veículo no início da frenagem é de 81 km/h e diminui devido à força longitudinal negativa gerada pelos pneus a partir do acionamento dos freios. Esta redução da velocidade longitudinal é apresentada na FIG. 5.46.

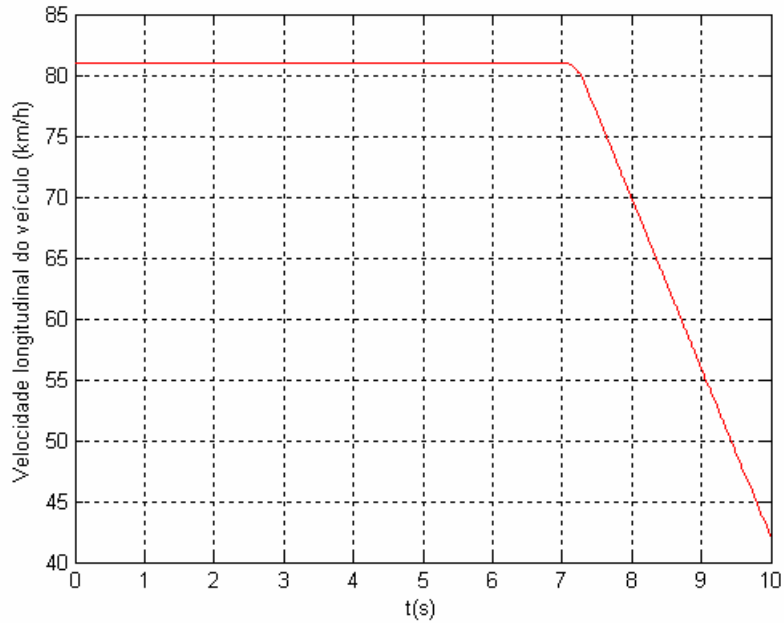


FIG. 5.46 – Velocidade longitudinal do veículo x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa

As forças verticais dos pneus no solo são representadas na FIG. 5.47. Até o instante $t = 3,0$ s, as forças verticais nos pneus dianteiros são maiores que nos pneus traseiros devido ao posicionamento do centro de massa do chassi à frente do seu ponto médio na direção longitudinal. Os pneus esquerdo e direito de cada eixo apresentam os mesmos valores de força vertical em função de haver simetria em relação à direção longitudinal do centro de massa do chassi. A partir do instante $t = 3,0$ s, quando o veículo inicia a trajetória curvilínea, há uma transferência de peso do lado direito para o lado esquerdo. Quando o veículo é submetido à frenagem, ocorre a transferência de peso do eixo traseiro para o dianteiro, além de uma redução da velocidade longitudinal. Em consequência da diminuição da velocidade, com o passar do tempo, há uma diminuição da força lateral de inércia no chassi, fazendo com que haja, simultaneamente, uma transferência de peso do lado esquerdo para o lado direito, justificando o comportamento descrito pelas curvas representadas na FIG. 5.47.

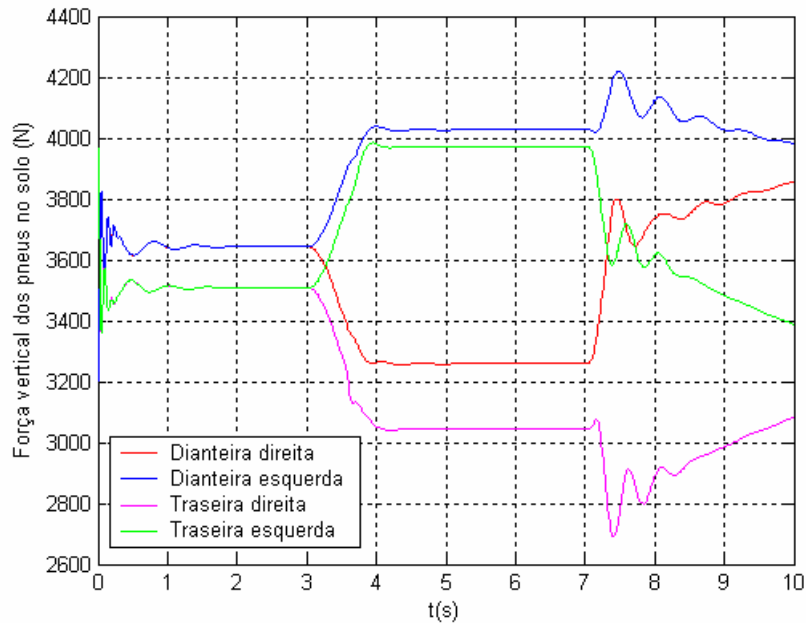


FIG. 5.47 – Forças verticais dos pneus no solo x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa

A aceleração lateral do veículo durante a simulação é representada na FIG. 5.48. A queda da aceleração lateral observada quando do início da frenagem ocorre em função da diminuição da velocidade longitudinal do veículo, conforme mencionado anteriormente. A FIG. 5.50 apresenta a aceleração longitudinal do veículo ao longo do tempo. É possível observar na figura que a aceleração longitudinal é nula até o instante em que os freios são acionados, quando o veículo passa a apresentar uma desaceleração longitudinal crescente, até atingir um valor constante de $-0,395$ g, quando a pressão no cilindro mestre do sistema de freios atinge o valor constante de 2,8 MPa.

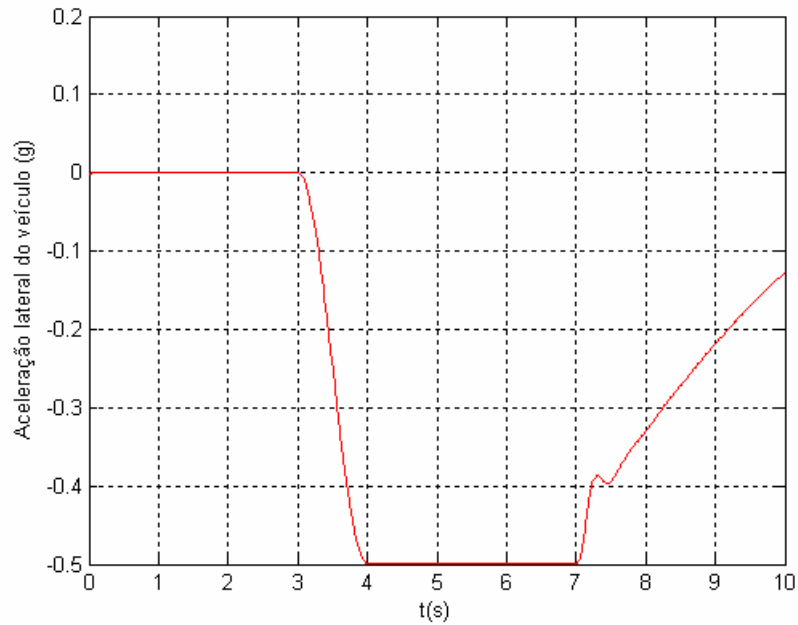


FIG. 5.48 – Aceleração lateral do veículo x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa

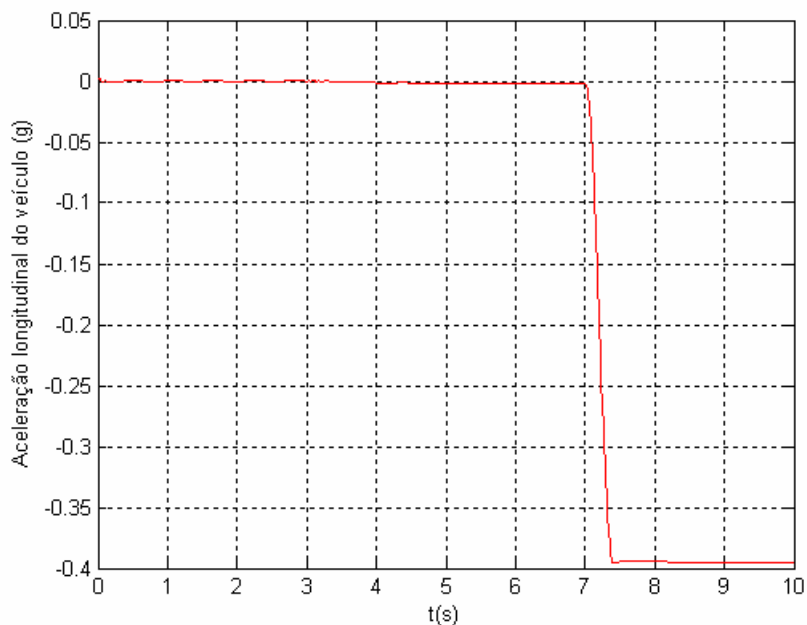


FIG. 5.49 – Aceleração longitudinal do veículo x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa

A FIG. 5.50 mostra os escorregamentos longitudinais dos pneus ao longo do tempo. Até o instante do início da frenagem, os escorregamentos longitudinais são nulos, não havendo geração de forças longitudinais pelos pneus. Assim que os freios são acionados, os pneus

começam a apresentar os escorregamentos necessários para que sejam geradas as forças longitudinais. Estes escorregamentos longitudinais são negativos, compatíveis com o processo de frenagem. Os pneus dianteiros apresentam valores de escorregamento maiores em relação aos pneus traseiros, em módulo, porque os torques de frenagem nas rodas dianteiras são maiores. Em cada eixo, o pneu direito, por estar sujeito a menores forças verticais, apresenta valores de escorregamento longitudinal maiores em módulo, em relação ao pneu esquerdo para que possa gerar forças longitudinais compatíveis com as geradas pelo último.

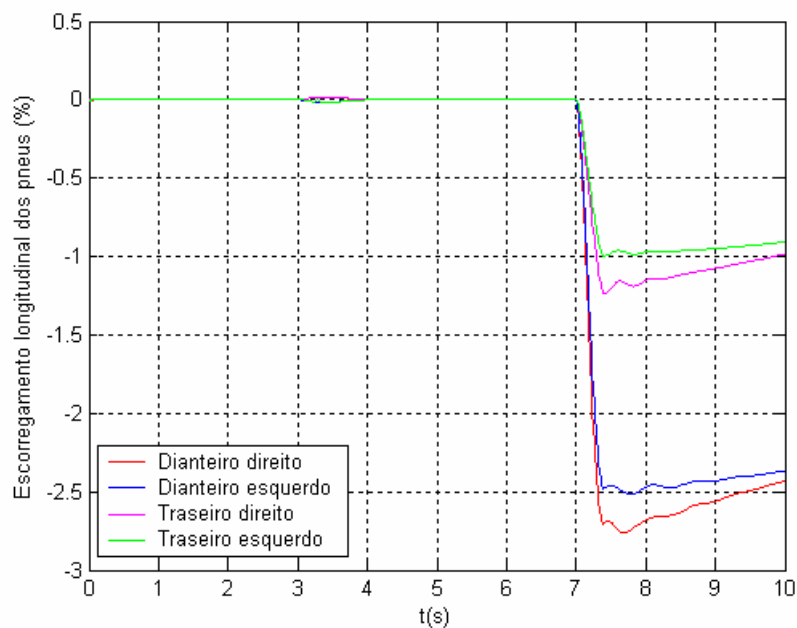


FIG. 5.50 – Escorregamentos longitudinais dos pneus x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa

As forças laterais geradas pelos pneus apresentam comportamento semelhante ao do ensaio de trajetória circular em regime permanente, até o instante de início da frenagem. A partir do momento em que os pneus começam a gerar forças longitudinais devido aos torques de frenagem aplicados às rodas, há uma diminuição das forças laterais geradas pelos pneus, em função do acoplamento existente entre as dinâmicas longitudinal e lateral. Quanto maior a força longitudinal gerada pelo pneu, maior a diminuição da força lateral gerada pelo mesmo. Outro fator que faz com que haja uma redução das forças laterais do pneu é a diminuição da

velocidade longitudinal do veículo. A FIG. 5.51 mostra os gráficos das forças laterais geradas pelos pneus durante a simulação.

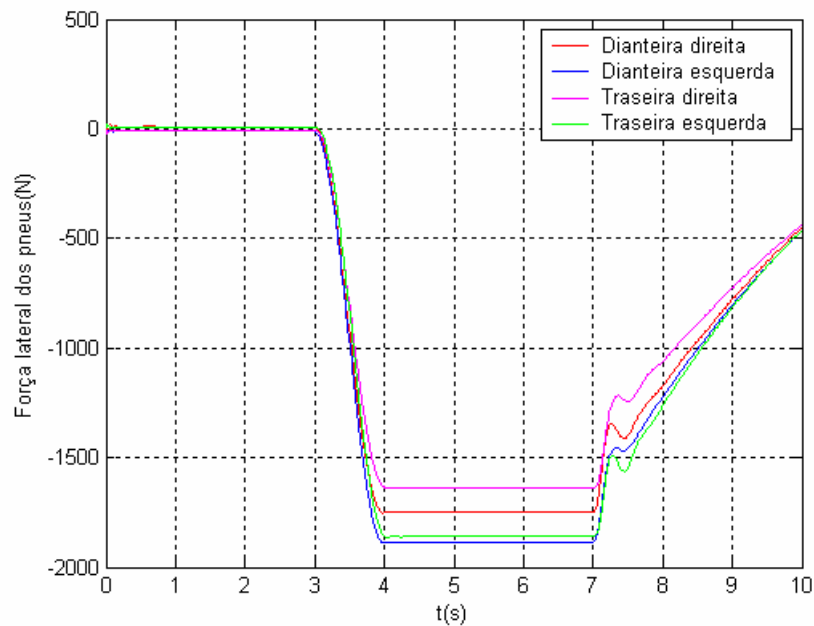


FIG. 5.51 – Forças laterais dos pneus x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa

As forças longitudinais apresentam valor nulo até o instante $t = 7,0$ s, instante a partir do qual, em virtude do acionamento dos freios, surgem nos pneus como resultado dos escorregamentos longitudinais dos mesmos, conforme pode ser verificado na FIG. 5.52. Os pneus traseiros apresentam menores forças longitudinais, em módulo, que os pneus dianteiros por estarem submetidos a menores torques de frenagem.

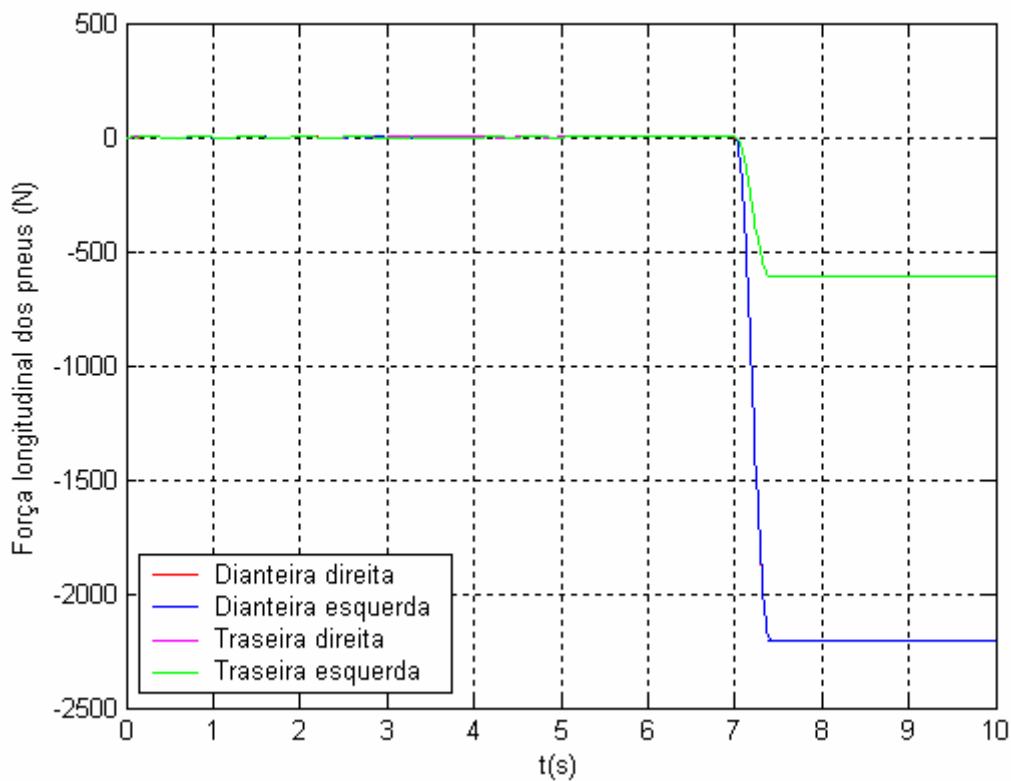


FIG. 5.52 – Forças longitudinais dos pneus x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa

A FIG 5.53 apresenta os deslizamentos totais normalizados dos pneus ao longo do tempo. O deslizamento total normalizado, conforme descrito na seção 3.7 do capítulo 3, é uma grandeza que informa a condição de deslizamento total (lateral e longitudinal acoplados) do pneu em relação ao seu limite de aderência. Quando atinge valores maiores que um, significa que o pneu perdeu a sua aderência. Observando-se a FIG. 5.53, verifica-se que o pneu dianteiro direito, que é aquele que apresenta maiores valores para esta grandeza, atinge um valor máximo de aproximadamente 0,4, ainda distante do valor de perda de aderência. É possível observar a tendência que o veículo tem de apresentar perda de aderência nos pneus dianteiros antes dos traseiros, mais uma vez caracterizando o comportamento subesterçante.

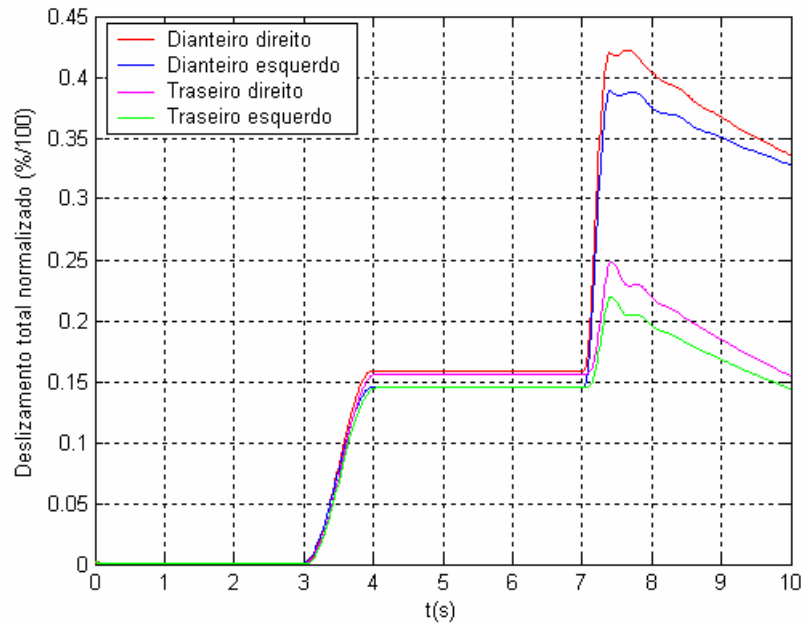


FIG. 5.53 – Deslizamentos totais normalizados dos pneus x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa

A FIG. 5.54 mostra a variação das velocidades angulares das rodas ao longo da simulação. Durante o período em que o veículo descreve a trajetória curvilínea (de 3,0 s a 7,0 s), as rodas do lado esquerdo passam a apresentar valores de velocidade angular maiores que as do lado direito por descreverem trajetórias de maior raio, necessitando, portanto, maiores velocidades longitudinais. A partir do momento do acionamento dos freios, as velocidades angulares diminuem de valor numa razão aproximadamente linear, visto que a aceleração longitudinal do veículo torna-se constante logo após a pressão do cilindro mestre atingir o valor constante de 2,8 MPa.

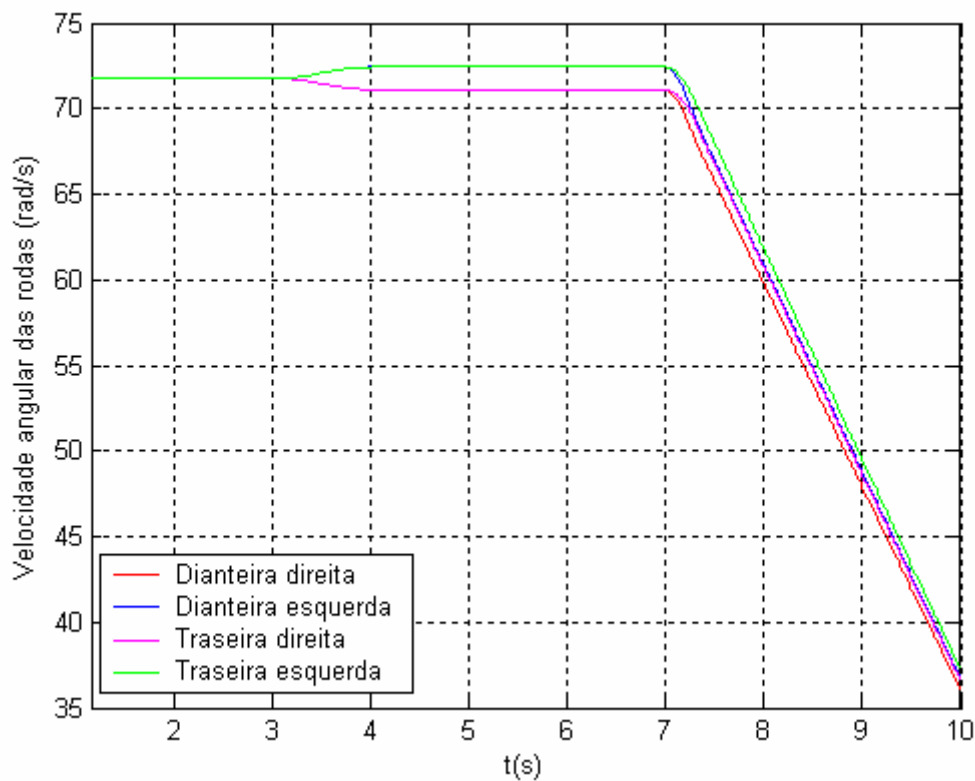


FIG. 5.54 – Velocidades angulares das rodas x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa

Complementando a análise desta simulação, são apresentadas as FIG. 5.55 e 5.56 que mostram, respectivamente, a trajetória percorrida pelo veículo ao longo da simulação e uma ampliação da mesma na região de frenagem. A trajetória descrita pelo veículo, conforme pode ser verificado nestas figuras, é muito pouco prejudicada pela frenagem a que o veículo é submetido. O raio de curvatura sofre um pequeno aumento que pode ser facilmente corrigido, variando-se o ângulo de esterçamento do volante. Há ainda uma razoável disponibilidade de aderência nos pneus, como observado na FIG. 5.53, além do fato de que a frenagem reduz a velocidade longitudinal do veículo, resultando numa crescente diminuição dos deslizamentos totais normalizados dos pneus. Portanto, pode-se concluir que para estas condições iniciais de ensaio (ângulo de esterçamento do volante igual a $13,2^\circ$, velocidade longitudinal inicial de 81 km/h e pressão máxima do cilindro mestre de 2,8 MPa), o veículo não perde o controle direcional.

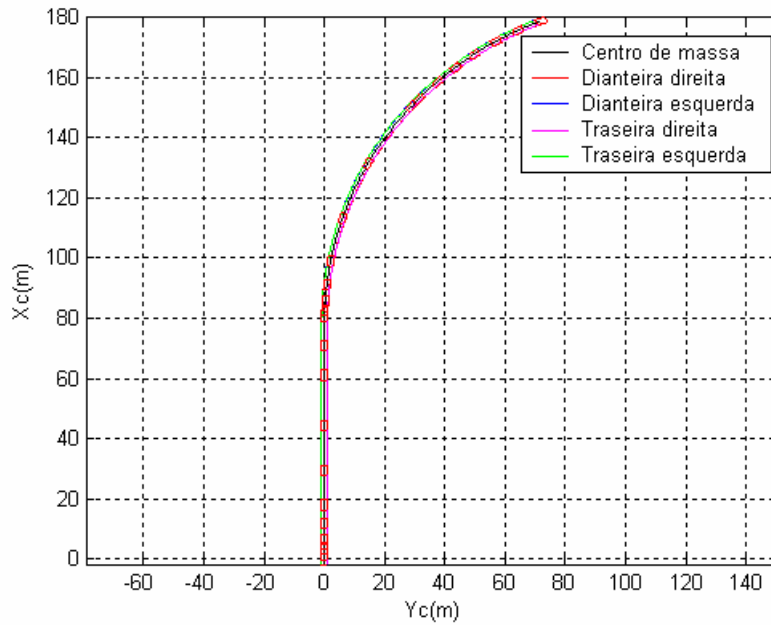


FIG. 5.55 – Trajetória do veículo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa

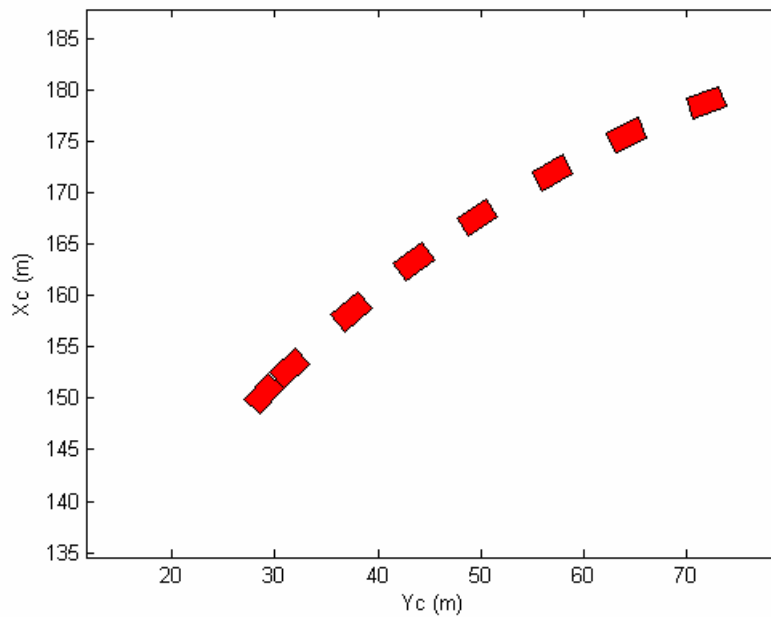


FIG. 5.56 – Ampliação da trajetória do veículo na região de frenagem - frenagem em trajetória curvilínea com pressão máxima no cilindro mestre de 2,8 MPa

O objetivo agora é aumentar o torque de frenagem para que seja atingida a condição de travamento de uma ou mais rodas. Para as mesmas condições iniciais da simulação anterior, ou seja, ângulo de esterçamento do volante igual a $13,2^\circ$ e velocidade inicial de 81 km/h, os

freios são aplicados de forma que, em um intervalo de 0,4 s, a pressão do cilindro mestre atinja o valor de 9,1 MPa (1300 psi). A simulação é interrompida assim que o veículo atinge um valor de velocidade longitudinal próximo de zero.

Nesta condição de frenagem, as rodas dianteiras apresentam travamento aproximadamente no instante $t=7,8$ s, condição que pode ser verificada na FIG. 5.57, onde o escorregamento longitudinal, tanto da roda dianteira direita quanto da roda dianteira esquerda, atinge o valor de -100% , valor que caracteriza que as rodas atingiram velocidade angular nula. Isto também pode ser verificado na FIG. 5.58 que mostra a variação das velocidades angulares das rodas ao longo da simulação.

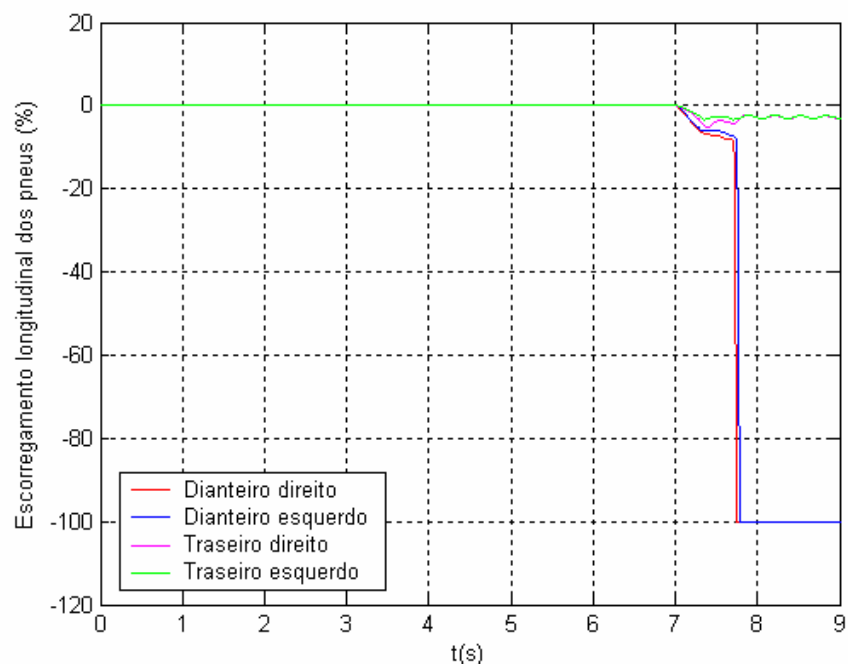


FIG. 5.57 – Escorregamentos longitudinais dos pneus x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão no cilindro mestre de 9,1 MPa

Observando-se a FIG. 5.58, percebe-se que a redução da velocidade angular das rodas dianteiras ocorre de maneira semelhante à redução de velocidade angular das rodas traseiras. No momento em que as rodas dianteiras atingem a condição de escorregamento longitudinal equivalente à de máxima força longitudinal, estas passam a apresentar uma desaceleração angular bem maior que a anterior, atingindo rapidamente um valor nulo de velocidade angular, caracterizando o travamento das rodas, o que faz com que haja uma redução significativa das forças longitudinais de frenagem.

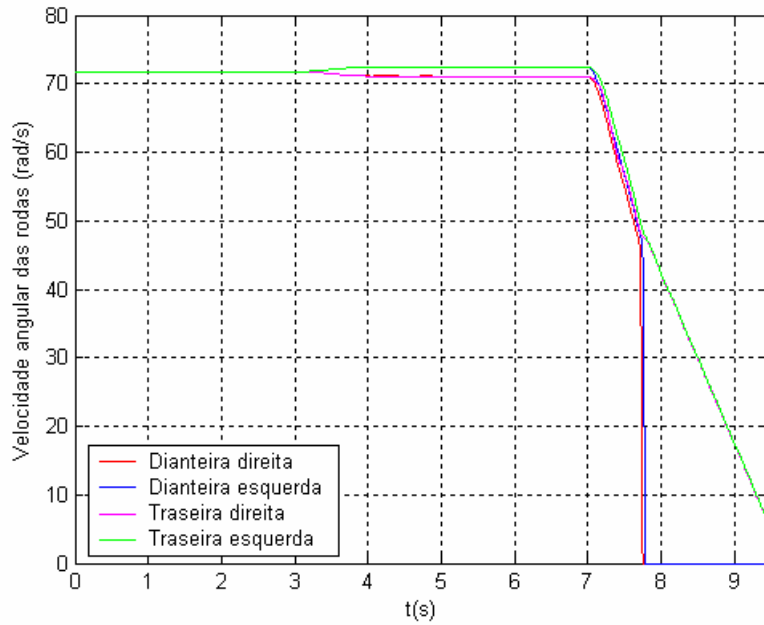


FIG. 5.58 – Velocidades angulares das rodas x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão no cilindro mestre de 9,1 MPa

A FIG. 5.59 apresenta as forças longitudinais geradas pelos pneus ao longo da simulação. Observa-se que, como citado anteriormente, o travamento das rodas provoca uma grande redução, em módulo, das forças longitudinais geradas pelos pneus dianteiros. Esta condição piora a frenagem do veículo, pois reduz a magnitude da aceleração longitudinal de frenagem, conforme pode ser verificado na FIG. 5.60.

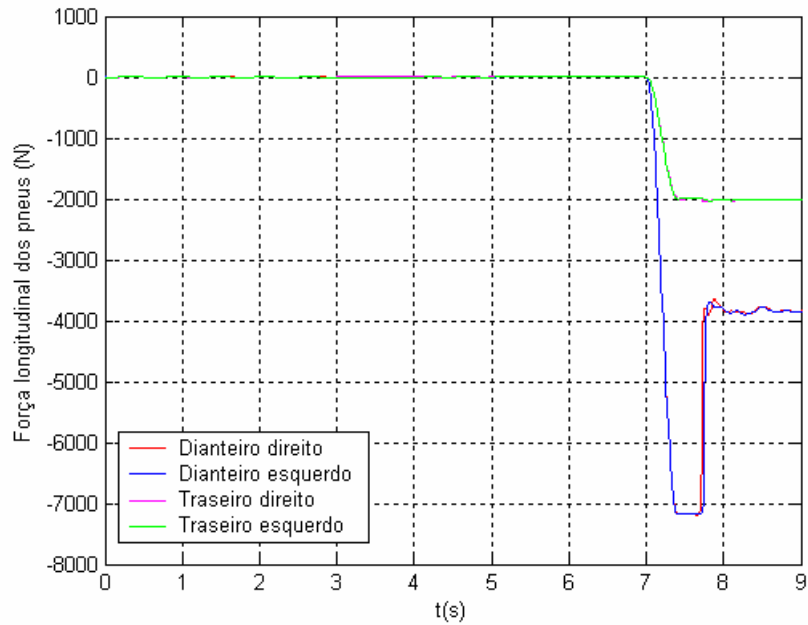


FIG. 5.59 – Forças longitudinais dos pneus x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão no cilindro mestre de 9,1 MPa

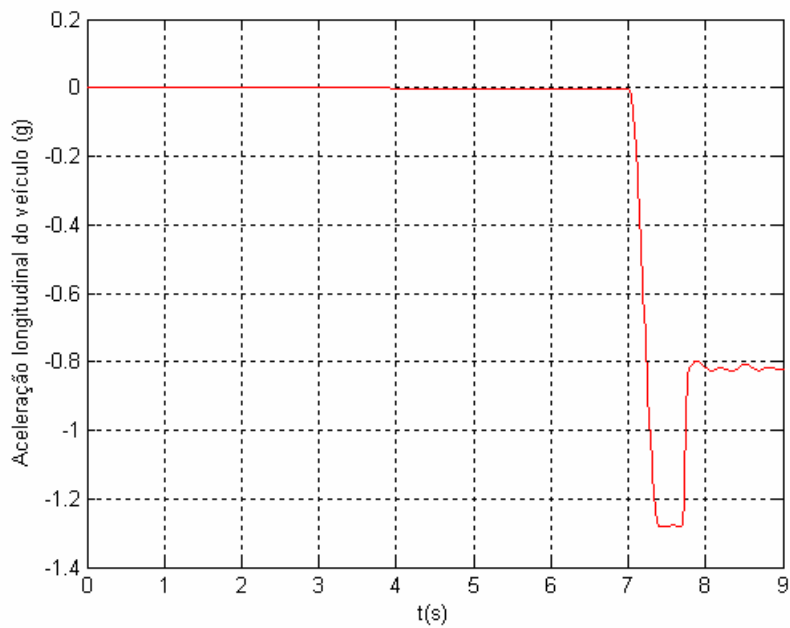


FIG. 5.60 – Aceleração longitudinal do veículo x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão no cilindro mestre de 9,1 MPa

A partir do momento em que as rodas dianteiras atingem a condição de travamento, os seus pneus perdem a aderência, reduzindo quase que completamente a capacidade de gerar

forças laterais. A FIG. 5.61 mostra a variação das forças laterais dos pneus ao longo do tempo. Conforme já exposto no capítulo 3, o comportamento do pneu em relação à geração de forças longitudinais e laterais é dependente. Uma variação na dinâmica longitudinal influencia a dinâmica lateral e vice-versa. O modelo de pneu proposto e implementado considera esta interação, daí a variação da dinâmica lateral decorrente da variação das forças longitudinais geradas pelos pneus.

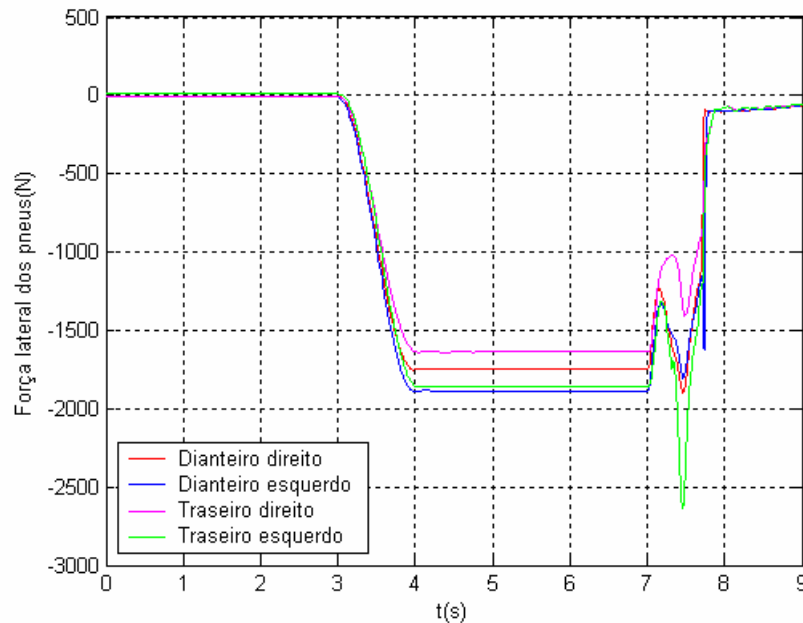


FIG. 5.61 – Forças laterais dos pneus x tempo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão no cilindro mestre de 9,1 MPa

A FIG. 5.62 mostra as curvas de deslizamentos totais normalizados dos pneus ao longo do tempo. Neste gráfico, mais uma vez, verifica-se a perda de aderência dos pneus dianteiros, visto que os mesmos atingem valores de deslizamento total normalizado maiores que um. Quanto às rodas traseiras, verifica-se que não ocorre travamento, mesmo na situação mais crítica atingida ao longo da simulação.

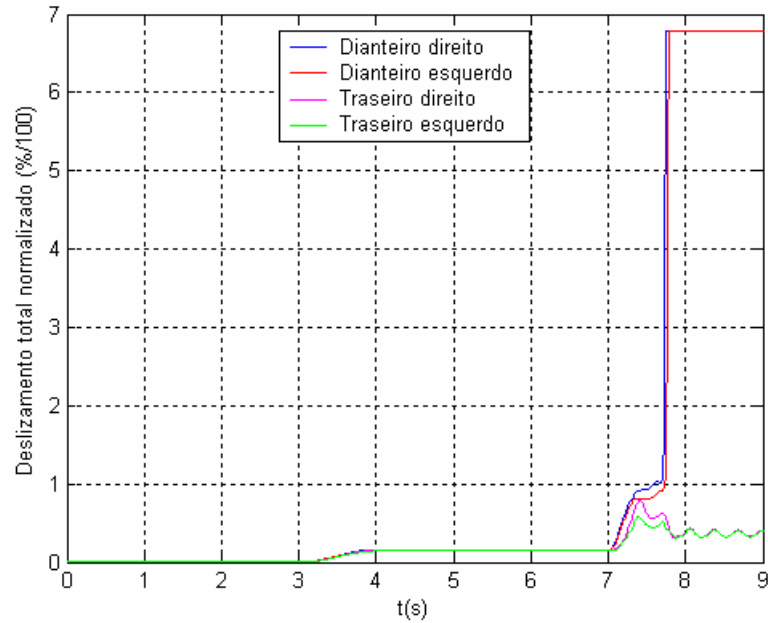


FIG. 5.62 – Deslizamentos totais normalizados dos pneus x tempo – frenagem em trajetória curvilínea com pressão no cilindro mestre de 9,1 MPa

A perda de dirigibilidade decorrente do travamento das rodas dianteiras pode ser verificada nas FIG. 5.63 e FIG. 5.64 que apresentam, respectivamente, a trajetória do veículo ao longo de toda a simulação e a trajetória do veículo na região de frenagem. Na parte final do percurso, é possível perceber que o veículo assume uma trajetória aproximadamente retilínea, mesmo com o volante ainda esterçado, demonstrando que o travamento das rodas dianteiras não permite que o veículo percorra satisfatoriamente uma curva.

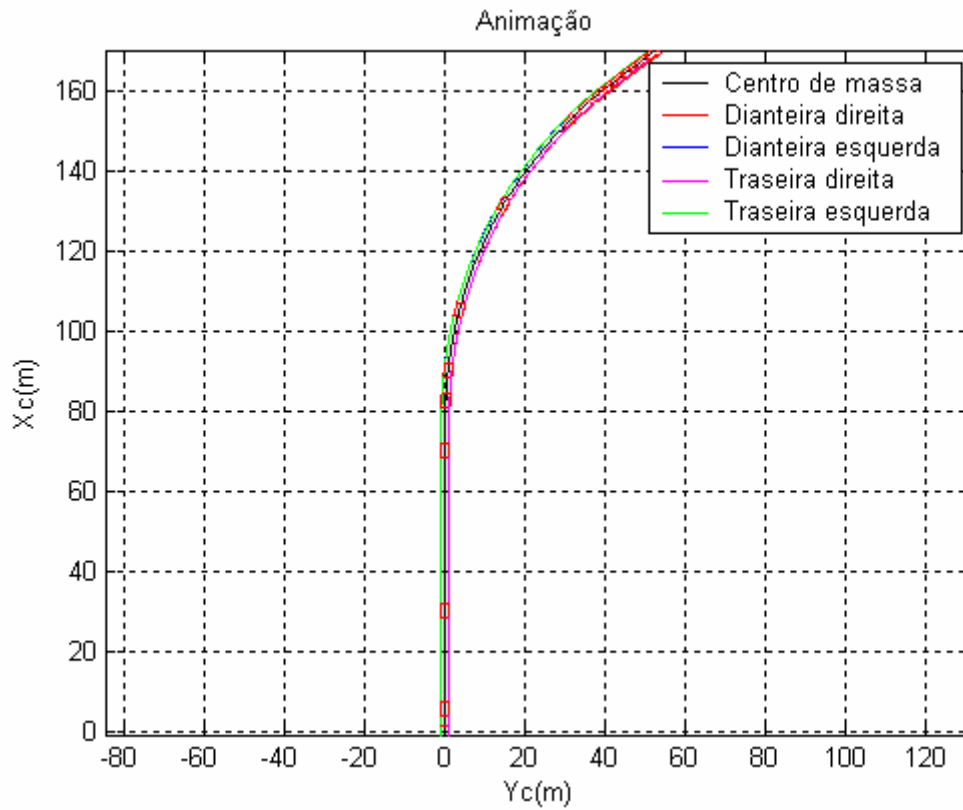


FIG. 5.63 Trajetória completa do veículo - frenagem em trajetória curvilínea com pressão no cilindro mestre de 9,1 MPa

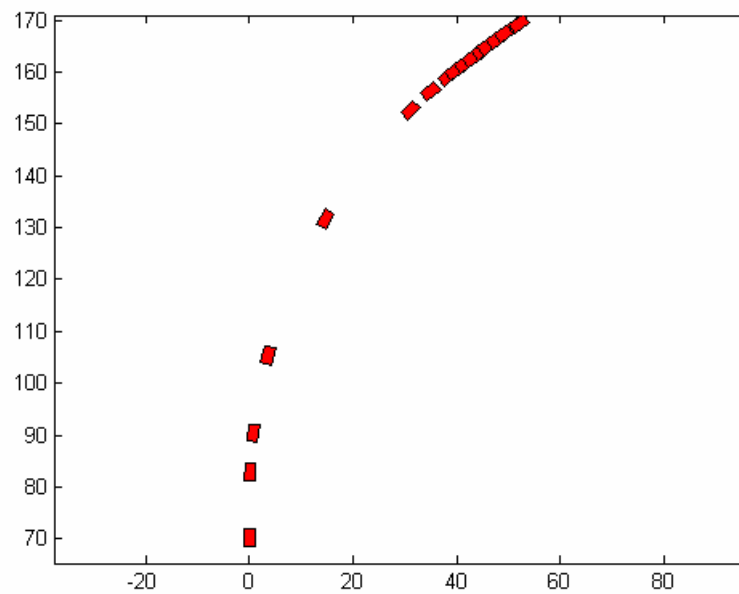


FIG. 5.64 Trajetória do veículo na região de frenagem para o ensaio de frenagem em trajetória curvilínea com pressão no cilindro mestre de 9,1 MPa

Na FIG. 5.65 verifica-se que, ao final da simulação, ocorre uma acentuada redução da taxa de variação do ângulo de direção do veículo, fazendo com que o mesmo se torne praticamente constante, caracterizando que o veículo percorre praticamente uma linha reta.

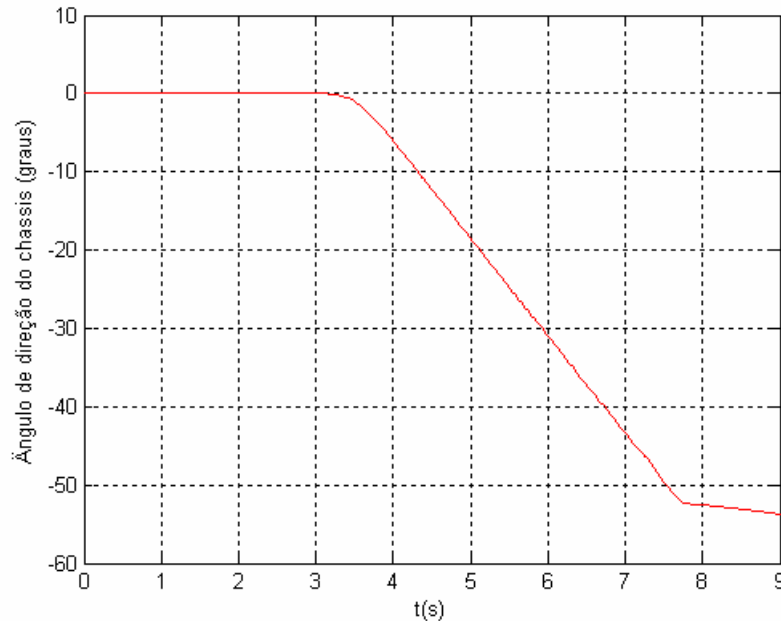


FIG. 5.65 Ângulo de direção do chassi (“yaw angle”) x tempo para o ensaio de frenagem em trajetória curvilínea com pressão no cilindro mestre de 9,1 MPa

Os resultados desta simulação mostram que o veículo, quando submetido à frenagem, apresenta um comportamento subesterçante, pois tende a perder a aderência inicialmente nos pneus dianteiros, devido ao fato de o coeficiente de ganho dos freios dianteiros ser bem maior que o dos pneus traseiros, fazendo com que a razão torque de frenagem por força vertical dos pneus dianteiros apresente maiores valores que dos pneus traseiros. Este raciocínio também pode ser empregado para veículos com tração somente no eixo dianteiro. Como a mecânica de geração de forças longitudinais de tração é muito semelhante à de frenagem, pode-se afirmar que veículos com tração dianteira tendem a apresentar comportamento mais subesterçante (ou menos sobreesterçante) (GENTA, 1997). A fim de ilustrar o comportamento subesterçante de veículos com tração dianteira realizou-se uma simulação com as mesmas condições da anterior (velocidade longitudinal de 81 km/h, ângulo de esterçamento do volante de $13,2^\circ$ e velocidade de esterçamento do volante de $13,2 \text{ }^\circ/\text{s}$), porém, simulando-se o acionamento do acelerador e a conseqüente aplicação de torque (500 N.m) sobre as rodas dianteiras.

Na FIG 5.66 observa-se que ocorre perda de aderência dos pneus dianteiros, caracterizada pelo valor do deslizamento total normalizado maior que 1.

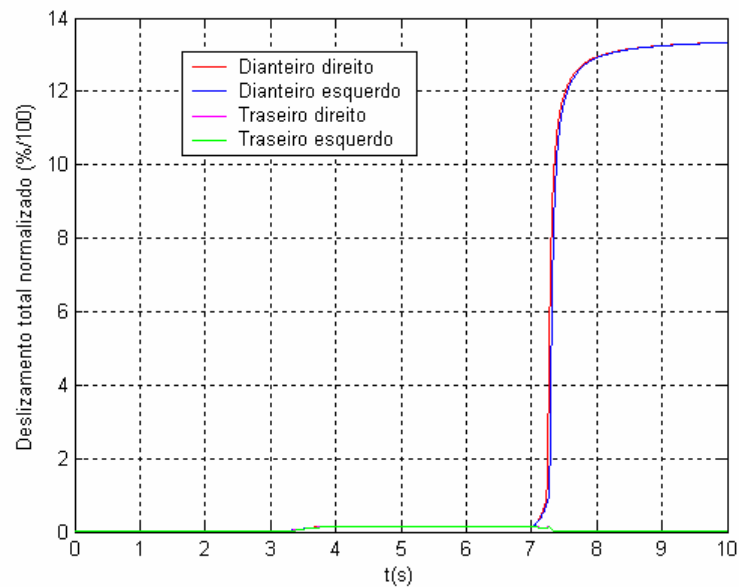


FIG 5.66 – Deslizamento total normalizado – acionamento do acelerador de um veículo com tração nas rodas dianteiras em trajetória curvilínea

A FIG. 5.67 mostra as forças longitudinais geradas pelos pneus. Na figura observa-se que, inicialmente, há um aumento da força longitudinal gerada pelos pneus dianteiros, seguido de uma queda do valor destas forças a partir do instante em que ocorre a perda de aderência, isto é, os pneus passam a trabalhar na região de atrito dinâmico. Este comportamento é bastante semelhante ao apresentado pelo veículo no caso da frenagem.

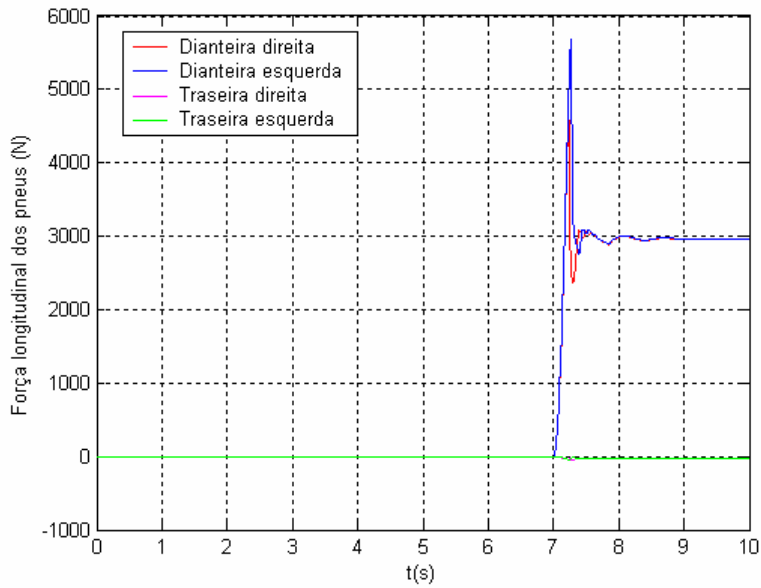


FIG 5.67 – Força longitudinal dos pneus – acionamento do acelerador de um veículo com tração nas rodas dianteiras em trajetória curvilínea

Como consequência da redução das forças longitudinais geradas pelos pneus há uma redução da aceleração longitudinal do veículo, observada na FIG 5.68, mostrando que a condição de perda de aderência verificada afasta o veículo da condição ótima de desempenho.

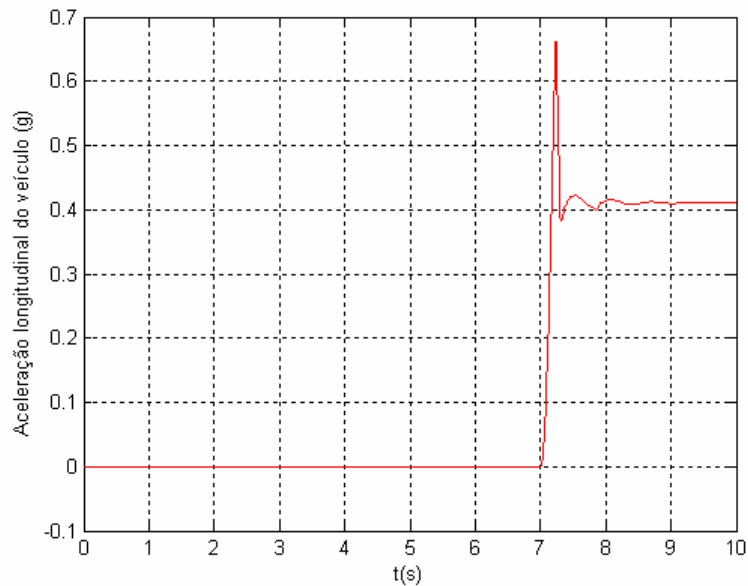


FIG 5.68 – Aceleração longitudinal do veículo - acionamento do acelerador de um veículo com tração nas rodas dianteiras em trajetória curvilínea

Na FIG 5.69 pode-se observar a trajetória descrita pelo veículo. Percebe-se que, após o esterçamento do volante o veículo percorre a curva adequadamente até o instante em que o acelerador é acionado. A partir de então o raio da curva descrita pelo veículo aumenta progressivamente até a perda de aderência dos pneus, momento em que o veículo passa a percorrer uma trajetória retilínea, caracterizando a perda do controle direcional do mesmo. A FIG. 5.70 apresenta uma ampliação da região na qual o acelerador é acionado.

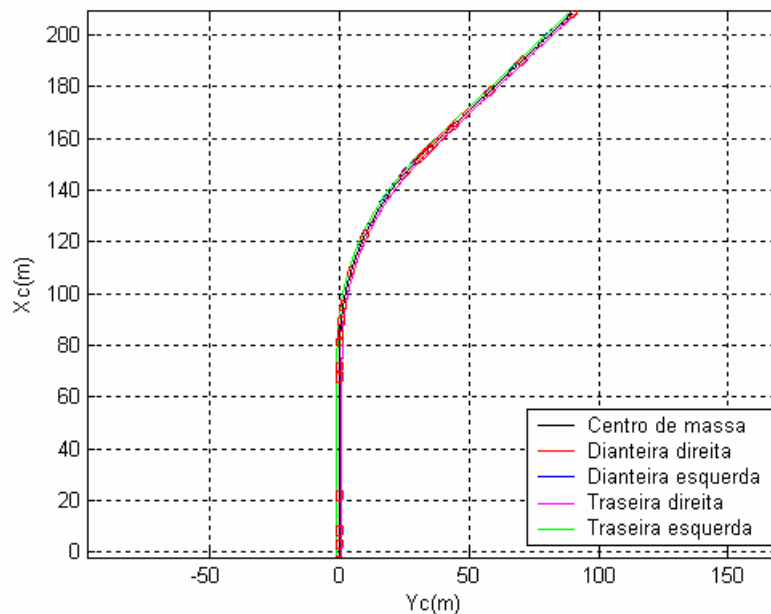


FIG 5.69 – Trajetória do veículo com tração nas rodas dianteiras

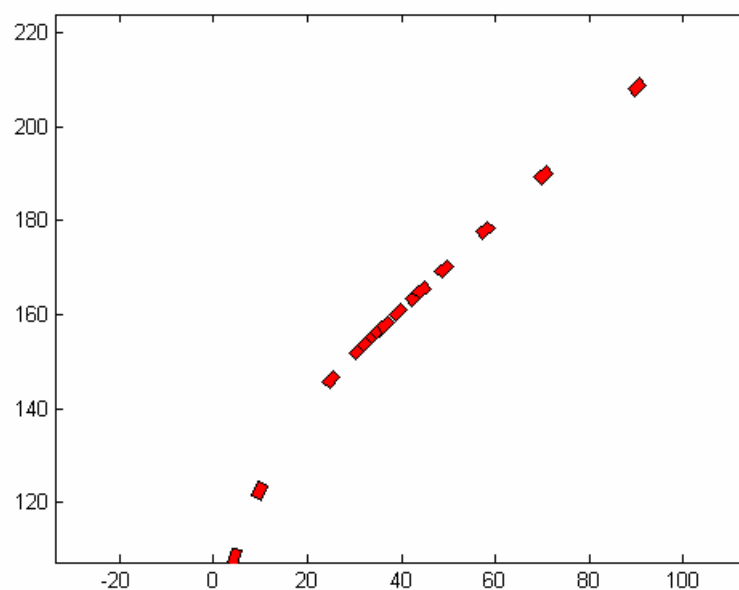


FIG 5.70 – Trajetória do veículo na região de acionamento do acelerador

Os resultados obtidos para simulação de um veículo com tração nas rodas dianteiras comprovam que esta situação provoca no veículo um comportamento subesterçante.

A seguir são apresentados alguns resultados que demonstram o comportamento sobreesterçante de um veículo dotado de tração traseira.

A FIG. 5.71 apresenta o valor do deslizamento total normalizado dos pneus. Uma vez mais, pode-se observar a perda de aderência dos pneus cujos valores de deslizamento total normalizado são maiores que um. Nota-se que os quatro pneus perdem aderência, ao contrário do observado nas FIG.'s 5.62 e 5.66, respectivamente para os casos de frenagem em uma curva e acionamento do acelerador de um veículo com tração dianteira em uma curva, situações em que se verifica perda de aderência somente dos pneus dianteiros. Como na situação simulada não há acionamento dos freios e a tração do veículo é exclusivamente traseira, conclui-se que o veículo perde aderência nos pneus dianteiros porque começa a girar em torno de seu eixo vertical, caracterizando a “saída de traseira”, situação em que se perde completamente o controle direcional do veículo.

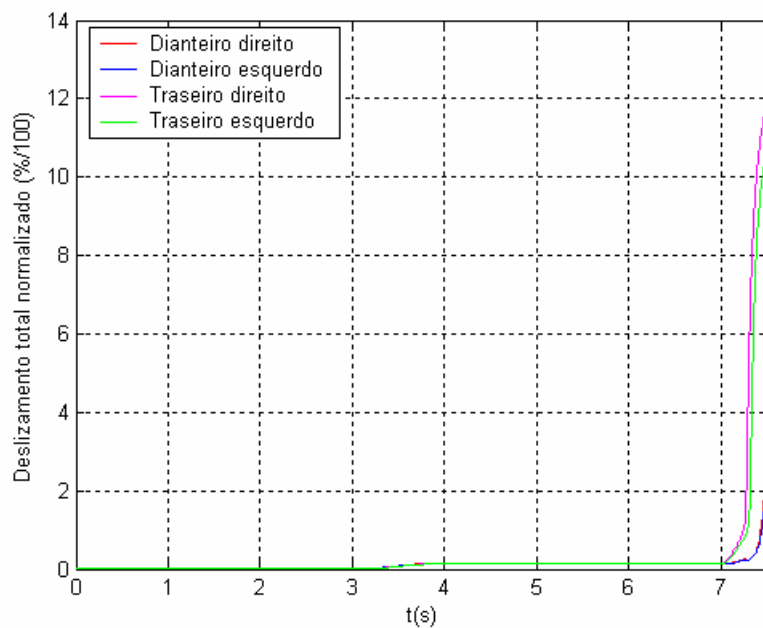


FIG. 5.71 – Deslizamento total normalizado – acionamento do acelerador de um veículo com tração nas rodas traseiras em trajetória curvilínea

Na FIG. 5.72 observa-se a anteriormente mencionada “saída de traseira” na ampliação da trajetória do veículo na região de acionamento do acelerador.

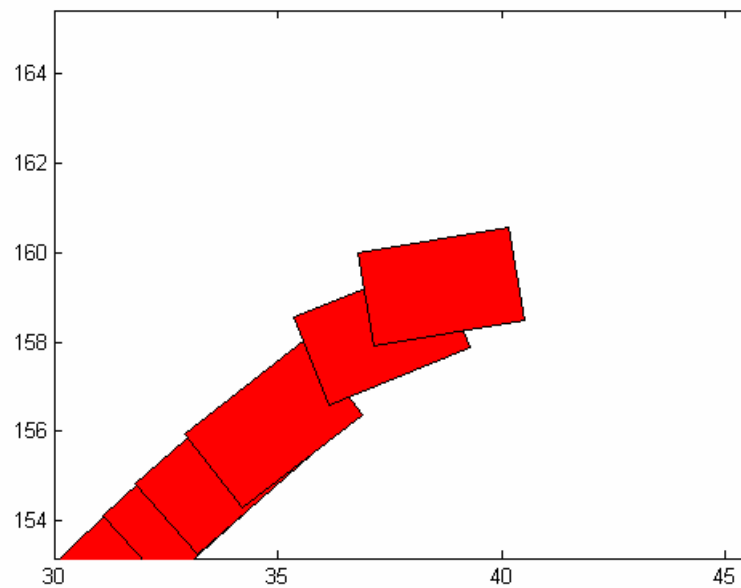


FIG. 5.72 – Ampliação da trajetória na região do acionamento do acelerador – veículo com tração traseira

A FIG. 5.73 representa o comportamento do raio da curva descrita pelo veículo algum tempo antes do acionamento do acelerador e logo após o acionamento. Observa-se que, ao contrário do caso de frenagem e do caso de um veículo com tração dianteira, há uma diminuição drástica do raio da curva que, associada ao aumento de velocidade levam há um grande aumento da aceleração lateral do veículo, o que contribui ainda mais para perda do controle direcional do veículo.

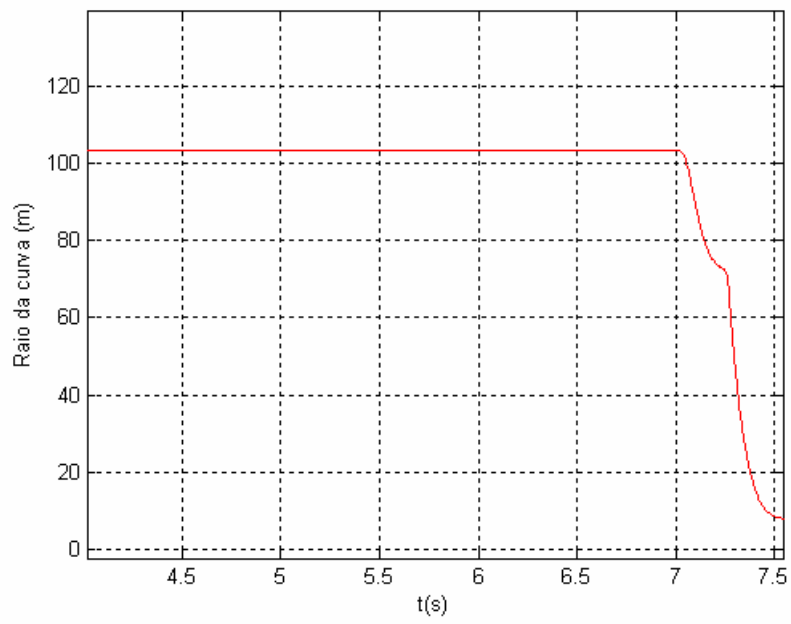


FIG. 5.73 – Raio da curva descrita pelo veículo com tração traseira e acionamento do acelerador em trajetória curvilínea

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

A técnica de transformadores cinemáticos, utilizada neste trabalho, mostra-se adequada para a aplicação em modelos de veículos onde são consideradas as geometrias das suspensões e do sistema de direção. A técnica possibilita trabalhar-se com um número mínimo de equações diferenciais ordinárias que correspondem aos graus de liberdade do sistema, minimizando consideravelmente o esforço computacional. Outro aspecto importante dessa abordagem é a modularidade, característica particularmente útil em se tratando de modelagem de veículos, por proporcionar a substituição relativamente fácil de subsistemas diferentes mas de mesma função, bastando para isso que estes subsistemas tenham equacionamento conhecido. Esta abordagem permite o equacionamento da geometria da suspensão *Duplo A* através de equações recursivas, possibilitando a solução fechada de sua cinemática.

A “*Fórmula Mágica*”, utilizada para modelar as dinâmicas lateral e longitudinal dos pneus, mostrou-se bastante útil, apresentando resultados qualitativamente coerentes, consequência do fato deste modelo representar bem o comportamento dos pneus, principalmente na região de perda de aderência. A aplicação da “*Fórmula Mágica*” no modelo do veículo é simples (capítulo 4), onerando pouco o código computacional. A formulação utilizada para a representação matemática da interação entre as dinâmicas lateral e longitudinal dos pneus também apresentou bons resultados qualitativos. Ressalte-se, porém, que para utilização da “*Fórmula Mágica*” é necessário conhecer dados experimentais dos pneus que se deseja modelar, o que nem sempre é possível.

O método numérico utilizado para a solução da dinâmica foi o *Método de Gear*, que é um método adequado para a solução de sistemas rígidos (“stiff”) de equações diferenciais. O *Método de Runge-Kutta* pode ser utilizado para resolução do sistema de equações diferenciais quando não se considera a interação entre as dinâmicas lateral e longitudinal, caso em que este método não atinge a tolerância para o menor passo de integração.

Em relação aos resultados obtidos das simulações a partir do modelo proposto, que são descritos e analisados no capítulo 5, algumas informações disponíveis na literatura podem ser comprovadas a respeito da estabilidade de veículos em trajetórias curvilíneas, tais como:

a) os resultados obtidos e analisados no capítulo 5 para um veículo dotado de suspensões independentes Duplo A nas quatro rodas são semelhantes aos obtidos para um veículo com suspensão McPherson (NEVES, 2002). Cabe ressaltar que, por não se considerar a influência

da força lateral devido ao ângulo de câmbor - os coeficientes desta variável são nulos (Apêndice 3) – as vantagens decorrente da menor variação do ângulo de câmbor apresentada pela suspensão Duplo A não são computadas.

b) veículos com características subesterçantes, ou seja, veículos que tendem a “sair de dianteira”, apresentam estabilidade direcional, ao contrário de veículos sobreesterçantes, que apresentam instabilidade direcional, podendo, quando atingidos os limites de aderência dos pneus, “girar” em torno de seu eixo vertical de forma descontrolada;

c) veículos submetidos a esterçamentos rápidos, como os executados no ensaio de esterçamento em degrau, podem, prematuramente, perder a aderência dos pneus, quando comparados a situações de esterçamentos suaves;

d) a frequência de esterçamento do volante é uma variável importante no comportamento direcional de veículos, visto que é uma das principais responsáveis pela diferença de fase na geração de forças laterais nos pneus dianteiros e traseiros;

e) veículos com características de carros esportivos (baixa razão de altura do centro de gravidade por comprimento da bitola) tendem a apresentar perda de aderência dos pneus antes do capotamento;

f) determinados valores de frequência de esterçamento aumentam a suscetibilidade do veículo ao capotamento;

g) a razão de frenagem de um veículo deve ser dimensionada de modo que o travamento das rodas do eixo dianteiro ocorra antes do travamento do eixo traseiro para que não haja comprometimento da estabilidade direcional do veículo em frenagens bruscas em curvas;

h) conforme verificado no capítulo 5, pode-se afirmar que um veículo tende a apresentar um comportamento mais subesterçante ou menos sobreesterçante quando possui tração dianteira e comportamento mais sobreesterçante ou menos subesterçante quando possui tração traseira.

A fim de se dar prosseguimento a este trabalho deve-se buscar a implementação de modelos mais complexos que representem com maior fidelidade o comportamento real de um veículo. Deve-se buscar a modelagem de outros modelos de suspensão, possibilitando a comparação do comportamento do veículo em função das configurações de suspensões adotadas, além da modelagem de outros subsistemas que possam ser acoplados ao veículo. A seguir são apresentadas propostas de trabalhos a serem implementados visando dar continuidade aos trabalhos até aqui desenvolvidos:

a) introduzir barras anti-rolagem nos eixos do veículo;

b) incorporar uma malha de controle que simule o comportamento de um motorista atuando afim de que o veículo percorra uma trajetória pré-estabelecida;

c) incorporar um modelo de trem de força ao modelo do veículo, incluindo motor, através de suas curvas, embreagem, caixa de transmissão, diferencial, caixa de redução e outros componentes característicos deste sistema;

d) considerar as inércias dos corpos do sistema de direção, incluir no modelo dos pneus o equacionamento dos torques de auto-alinhamento e incorporar o grau de liberdade relativo ao ângulo de esterçamento do volante da direção à dinâmica do sistema;

e) introduzir um modelo de sistema de freios completo no modelo do veículo;

f) modelar suspensões diferentes, independentes e de eixo rígido, e substituir as suspensões, avaliando-se as vantagens e desvantagens de cada tipo de suspensão;

g) modelar o embuchamento das suspensões, e verificar a relevância da inclusão destes componentes no modelo;

h) utilizar modelos de pneus que levem em consideração o seu comportamento transiente;

i) aplicar métodos corretivos nos modelos dos pneus, a partir de dados obtidos em laboratório, de forma a proporcionar uma representação mais realista do comportamento do veículo sobre diversos tipos de terreno;

j) introduzir mais eixos, obtendo-se veículos com 3 (três) ou mais eixos, cada um destes podendo apresentar ou não esterçamento e/ou tração.

Pode-se concluir que há vários trabalhos a serem desenvolvidos a fim de aperfeiçoar o modelo analisado nesta dissertação. A implementação das sugestões acima possibilitaria o desenvolvimento de modelos de veículos bastante complexos, permitindo, com pequenas modificações e valendo-se da modularidade da técnica, modelar de maneira bem realista, uma família de veículos militares sobre rodas de diversas classes e com várias configurações, permitindo, através da simulação, a definição de parâmetros relevantes do veículos, proporcionando economia de tempo e de recursos.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BAKKER, E., PACEJKA, H.B. e NYBORG, L. **Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies.** SAE Paper nº 870421, 1987.
- BAKKER, E., PACEJKA, H.B. e LIDNER, L. **A new tyre model with an application in vehicle dynamics studies.** SAE Paper nº 890087, 1989.
- BAKKER, E., PACEJKA, H.B. **The Magic Formula tyre model.** Tyre models for vehicle dynamics analysis proceedings, 1991.
- COSTA, R.T.C. N. **Modelo de veículo tipo 4WS utilizando Transformadores Cinemáticos.** Dissertação de Mestrado, IME, Rio de Janeiro, 2001.
- GENTA, G. **Motor vehicle dynamics – Modeling and Simulation,** World Scientific, 1997.
- GILLESPIE, T. D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics.** 1.ed. Warrendale: SAE, 1992.
- GÓIS, J. A. M. **Modelagem de Suspensão Ativa utilizando Transformadores Cinemáticos.** Dissertação de Mestrado, IME, Rio de Janeiro, 2000.
- HAUG, E. J. **Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems. Vol. 1,** 1.ed. Massachusetts: Allyn and Bacon, 1989.
- HEGAZY, S., RAHNEJAT, H., HUSSAIN, K. **Multi-body dynamics in full-vehicle handling analysis under transient manoeuvre.** Vehicle System Dynamics, v. 34, pág. 1-24, 2000.
- HILLER, M., KECSKEMÉTHY, A. e WOERNLE, C. **A Loop-Based Kinematical Analysis of Complex Mechanisms.** ASME Transactions, Paper 86-DET-184, New York, 1986.
- HILLER, M e WOERNLE, C. **The Characteristic Pair of Joints - An Effective for Inverse Kinematic Problem of Robots.** Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation, IEEE, Philadelphia, 1988.

- HILLER, M e KECSKEMÉTHY, A. **Kinematics and Dynamics of Multibody Mechanical Systems**, Cap. 3 e 6. Proceedings of CISM, Udine, 1994.
- KECSKEMÉTHY, A. e HILLER, M. **Automatic Closed-Form Kinematics-Solutions for Recursive Single-Loop Chains**. Flexible Mechanisms, Dynamics, and Analysis, Proc. Of the 22nd Biennial ASME-Mechanism Conference, Scottsdale, 1992.
- KECSKEMÉTHY, A. e HILLER, M.; KRUPP, T. **Symbolic Processing of Multiloop Mechanism Dynamics Using Closed-Form Kinematics Solutions**. Multibody Systems Dynamics 1: 23-45, 1997.
- LACOMBE, J. **Tyre model for simulation of vehicle motion on high and low friction road surfaces**. Proceeding of the 2000 Winter Simulation Conference.
- MILLIKEN, W.F. e MILLIKEN, D.L. **Race Car and Vehicle Dynamics**. SAE, 1995.
- NEVES, M. R. R. **Análise da estabilidade lateral de um veículo tridimensional**. Dissertação de Mestrado, IME, Rio de Janeiro, 2002.
- PACEJKA, H.B. **Simplified Analysis of Steady-state turning behaviour of motor vehicles. Part 1: Handling diagrams of simple systems**. Vehicle System Dynamics, Vol. 02, 1973.
- PACEJKA, H.B. **Simplified Analysis of Steady-state turning behaviour of motor vehicles. Part 2: Stability of the Steady-state turn**. Vehicle System Dynamics, Vol. 02, 1973.
- PACEJKA, H.B. **Simplified Analysis of Steady-state turning behaviour of motor vehicles. Part 3: More elaborate systems**. Vehicle System Dynamics, Vol. 02, 1973.
- PACEJKA, H.B. e BAKKER, E. **The Magic Formula tyre model**. Proceedings 1st Tyre Colloquium, Delft, 1991, Supplement to Veh.Sys.Dyn., Vol. 21, 1993.
- PACEJKA, H.B. e BESSELINK, I.J.M. **Magic Formula tyre model with transient properties**. Vehicle System Dynamics, supplement 27, 1997.
- QU, Q. e LIU, Y. **On lateral dynamics of vehicles based on nonlinear characteristics of tires**. Vehicle System Dynamics, Vol. 34, 2000.

UFFELMANN, F. **Automotive stability and handling dynamics in cornering and braking manoeuvres.** Vehicle System Dynamics, Vol. 12, 1983.

VERMA, M.K. e GILLESPIE, T.D. **Roll Dynamics of commercial vehicles.** Vehicle System Dynamics, Vol. 09, 1980.

WONG, J. Y. **Theory of ground vehicles.** Third edition. John Wiley & Sons, INC. New York: 2001.

Passengers cars - Braking in a turn - Open-loop test procedure. ISO 7975, International Organization for Standardization, 1996.

Passenger cars - Steady-state circular driving behaviour – Open-loop test procedure, ISO 4138, International Organization for Standardization, 1996.

Passengers cars - Test track for a severe lane-change manoeuvre - Part 1: Double-lane change. ISO 3888-1, International Organization for Standardization, 1999.

Road vehicles - Lateral transient response test method. ISO 7401, International Organization for Standardization, 1988.

Road vehicles - Transient open-loop response test method with one period of sinusoidal input. TR8725, International Organization for Standardization, 1988.

Road vehicles - Transient open-loop response test method with pseudo-random steering input. TR8726, International Organization for Standardization, 1988.

Steady-state circular test procedure for trucks and buses, SAE J2181, Jun 1993.

8 APÊNDICES

8.1 APÊNDICE 1: PARÂMETROS DO VEÍCULO

Os parâmetros utilizados no modelo do veículo proposto neste trabalho foram extraídos basicamente de COSTA NETO (parâmetros geométricos), HAUG (parâmetros de inércia, das molas e dos amortecedores), MILLIKEN e MILLIKEN (pneu 1) e GENTA (pneu 2). Esses parâmetros utilizados não são de um veículo já existente, porém são compatíveis com os de um carro de passeio com características esportivas.

8.1.1 PARÂMETROS GEOMÉTRICOS DAS SUSPENSÕES

A TAB. 8.1 fornece o módulo de alguns vetores das suspensões necessários para a determinação da cinemática. Apesar de esses vetores serem encontrados nas 04 (quatro) suspensões, a TAB. 8.1 apresenta para apenas uma suspensão, visto que os módulos dos vetores correspondentes das outras suspensões são iguais.

TAB. 8.1 – Módulos de alguns vetores das suspensões em mm

Vetor	Módulo
<u>AB</u>	310
<u>BC</u>	400
<u>CD</u>	150
<u>BF</u>	220
<u>BH</u>	200
<u>FG</u>	126
<u>GE</u>	341
<u>HI</u>	150

A TAB. 8.2 mostra as coordenadas dos pontos fixos A e D (FIG. 8.1) em relação ao referencial do chassi $(XYZ)_c$. Esses dados são utilizados para a determinação das posições e das orientações dos referenciais locais em relação ao referencial $(XYZ)_c$.

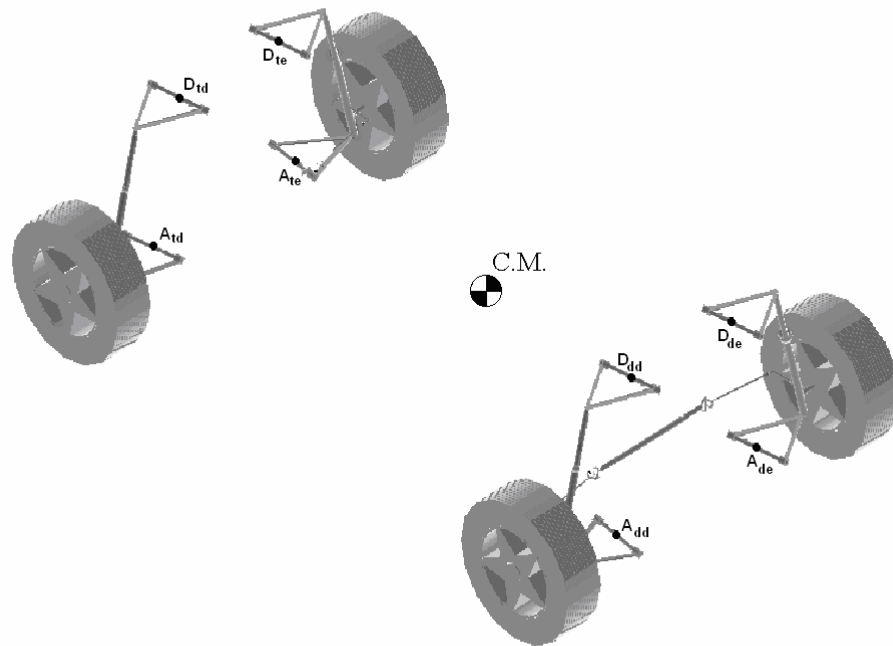


FIG. 8.1 – Posição dos pontos A e D de cada suspensão em relação ao referencial do chassis

TAB. 8.2 – Coordenadas dos pontos fixos das suspensões no referencial do chassis $(XYZ)_c$ em mm

Ponto	X_c	Y_c	Z_c
Suspensão dianteira direita			
A _{dd}	1170	-600	-335
D _{dd}	1170	-734	103
Suspensão dianteira esquerda			
A _{de}	1170	600	-335
D _{de}	1170	734	103
Suspensão traseira direita			
A _{td}	-1290	-600	-335
D _{td}	-1290	-734	103
Suspensão traseira esquerda			
A _{te}	-1290	600	-335
D _{te}	-1290	734	-103

O sistema de direção do veículo possui esterçamento apenas nas rodas dianteiras. A TAB. 8.3 mostra a razão entre os deslocamentos lineares das cremalheiras e o ângulo de esterçamento do volante.

TAB. 8.3 - Razão entre os deslocamentos lineares das cremalheiras e o ângulo de esterçamento do volante

Direção	Deslocamento linear da cremalheira / ângulo de esterçamento do volante (mm/graus)
Dianteira	0,152

O comprimento total da cremalheira é de 690 mm, conforme pode ser verificado na FIG. 8.2.

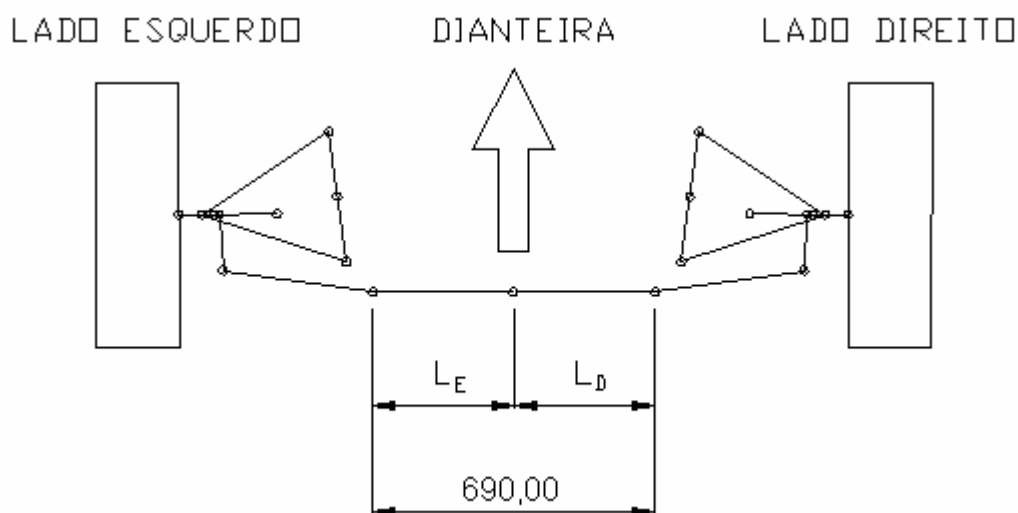


FIG. 8.2 – Mecanismo de direção do veículo

8.1.2 PARÂMETROS DE INÉRCIA DOS CORPOS

Na TAB 8.4 são apresentados os valores das massas e momentos de inércia dos corpos envolvidos na dinâmica. Os valores são iguais para os corpos correspondentes das 04 (quatro) suspensões. Os momentos de inércia fornecidos foram obtidos em relação aos referenciais locais dos corpos de interesse. Considera-se, para o veículo proposto, que os referenciais locais dos corpos, inclusive do chassi, coincidem com seus eixos principais de inércia, logo, seus produtos de inércia são nulos.

TAB. 8.4 – Massa e momentos de inércia dos corpos

Corpo	Massa (kg)	J_{xx} (kg/m ²)	J_{yy} (kg/m ²)	J_{zz} (kg/m ²)
Chassis	1363,5	210,6	1242,1	143,9
Bandeja inferior (corpo 2)	5	0,03	0,01	0,03
Roda + pneu (corpo 7)	20,0	0.40	0.40	0.70

8.1.3 PARÂMETROS DOS AMORTECEDORES, MOLAS E BATENTES DAS SUSPENSÕES

As TAB. 8.5 e 8.6 fornecem os parâmetros dos amortecedores, molas e batentes das suspensões. O único parâmetro que se diferencia entre as suspensões é a constante de amortecimento dos amortecedores que é diferente nas suspensões dianteiras e traseiras.

TAB. 8.5 – Parâmetros das molas e batentes

Parâmetro	Valor
Mola	
Comprimento livre da mola (mm)	330
Comprimento da mola comprimida no curso máximo da suspensão (mm)	260
Coefficiente de elasticidade (N/m)	38.600
Batente	
Curso entre batentes (mm)	100
Coefficiente de elasticidade do batente superior (N/m)	300.000
Coefficiente de elasticidade do batente inferior (N/m)	300.000

TAB. 8.6 – Parâmetros dos amortecedores

Parâmetro	Valor
Suspensões dianteiras	
Comprimento máximo do amortecedor (mm)	585
Coefficiente de amortecimento (N.s/m)	1471,5
Suspensões traseiras	
Comprimento máximo do amortecedor (mm)	585
Coefficiente de amortecimento (N.s/m)	1962

8.1.4 PARÂMETROS DOS PNEUS

a) PNEU 1 (MILLIKEN e MILLIKEN, 1995)

O pneu 1 é utilizado nas 4 (quatro) primeiras simulações. É um pneu do tipo P215/60 R15 Eagle GT-S, ou seja, 215 mm de largura da banda de rodagem, 60 % de razão de aspecto e 15 pol. (381 mm) de diâmetro do aro. O coeficiente de elasticidade vertical do pneu é de 200.000 N/m. Os valores dos coeficientes para determinação da força lateral gerada pelo pneu a partir da “*Fórmula Mágica*” são apresentados na TAB. 8.7. A FIG. 8.3 apresenta os gráficos de força lateral x ângulo de desvio para algumas forças verticais. Esses gráficos são obtidos a partir da aplicação destes coeficientes à “*Fórmula Mágica*”. Não estão disponíveis, para este pneu, na literatura de referência dados experimentais relativos às forças longitudinais que possibilitem a determinação dos coeficientes para esse caso.

TAB. 8.7 – Coeficientes da “*Fórmula Mágica*” do pneu 1

Força lateral		
$a_0 = 1,3$	$a_5 = 0$	$a_{10} = 0$
$a_1 = 2,11730205091124$	$a_6 = 0,379372936887382$	$a_{11} = 0$
$a_2 = 1107,12078963468$	$a_7 = -4,06030921357273$	$a_{12} = 0$
$a_3 = 1815,61454620049$	$a_8 = 0$	$a_{13} = 0$
$a_4 = 9,04928686083952$	$a_9 = 0$	

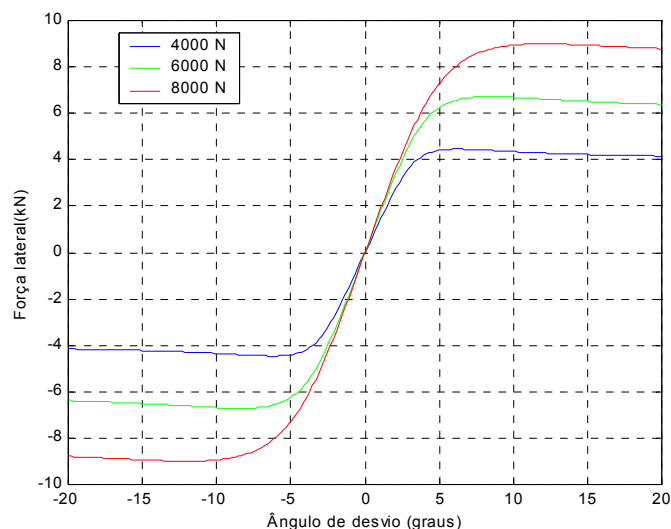


FIG. 8.3 – Força lateral x ângulo de desvio do pneu P215/60 R15 Eagle GT-S

b) PNEU 2

O pneu 2 é utilizado no último ensaio. É um pneu do tipo P205/60 R15, ou seja, 205 mm de largura da banda de rodagem, 60 % de razão de aspecto e 15 pol. (381 mm) de diâmetro do aro. A constante de elasticidade vertical do pneu é de 200.000 N/m. Os valores dos coeficientes para determinação da força lateral e força longitudinal geradas pelo pneu a partir da “*Fórmula Mágica*” são apresentados na TAB. 8.8. As FIGs. 8.4 e 8.5 apresentam, respectivamente, os gráficos de força lateral x ângulo de desvio e força longitudinal x escorregamento longitudinal para alguns valores de força vertical. Esses gráficos são obtidos a partir dos coeficientes da TAB. 8.8 aplicados à “*Fórmula Mágica*”.

TAB. 8.8 – Coeficientes da “Fórmula Mágica” do pneu 2

Força lateral		
$a_0 = 1,799$	$a_5 = 0$	$a_{10} = -0,03224$
$a_1 = 0$	$a_6 = -0,3589$	$a_{11} = 0$
$a_2 = 1688$	$a_7 = 1,0$	$a_{12} = 0$
$a_3 = 4140$	$a_8 = 0$	$a_{13} = 0$
$a_4 = 6,0260$	$a_9 = -0,006111$	
Força longitudinal		
$b_0 = 1,65$	$b_4 = 229$	$b_8 = -10$
$b_1 = 0$	$b_5 = 0$	$b_9 = 0$
$b_2 = 1688$	$b_6 = 0$	$b_{10} = 0$
$b_3 = 0$	$b_7 = 0$	

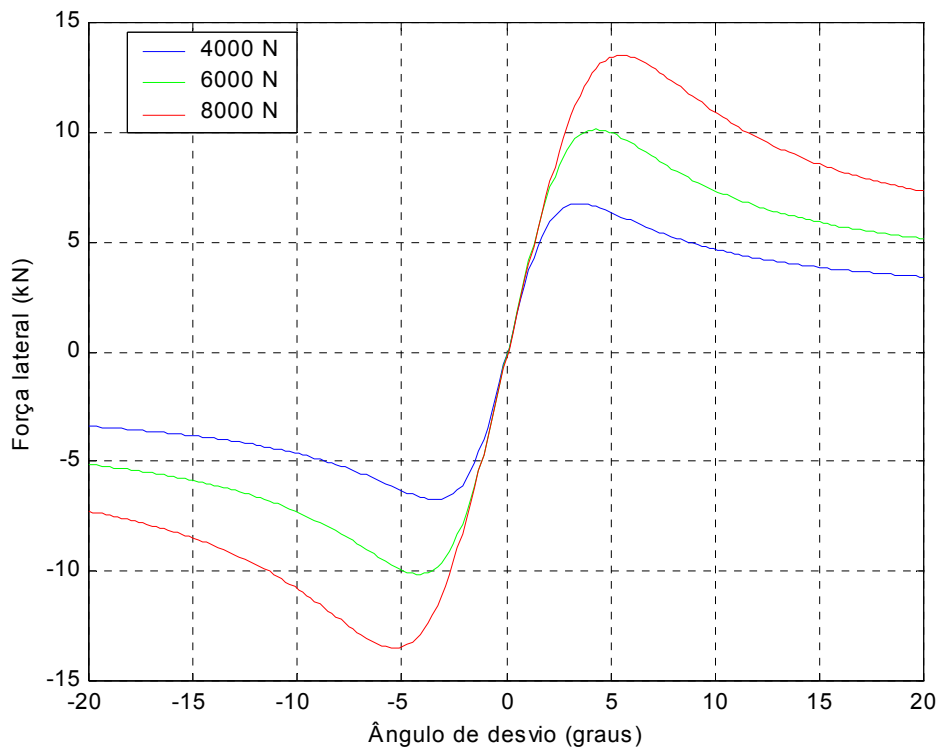


FIG. 8.4 – Força lateral x ângulo de desvio do pneu P205/60 R15

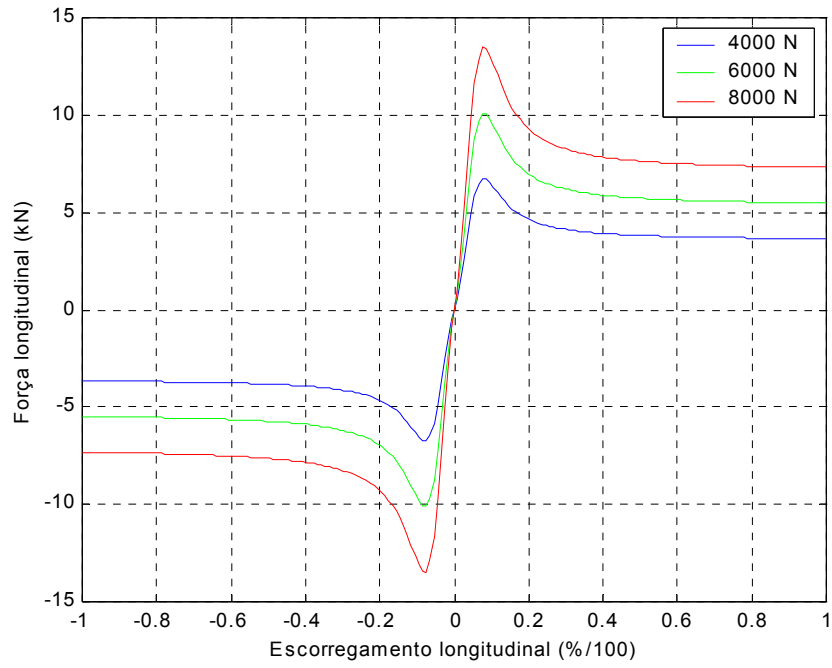


FIG. 8.5 – Força longitudinal x esco regamento longitudinal do pneu P205/60 R15

8.2 APÊNDICE 2: PROCEDIMENTO PARA DETERMINAÇÃO MATEMÁTICA DA PERDA DE ADERÊNCIA DO PNEU

8.2.1 INTRODUÇÃO

Fisicamente, sabe-se que o pneu perde a aderência quando sua região de contato com o solo é igual à região de escorregamento. Porém, é necessário que se consiga quantificar esta condição, de forma que seja possível determinar matematicamente o momento da perda de aderência de um pneu.

O comportamento apresentado por um pneu para a força lateral em função do ângulo de desvio para um determinada condição de força vertical e ângulo de câmber é apresentado na FIG.8.6.

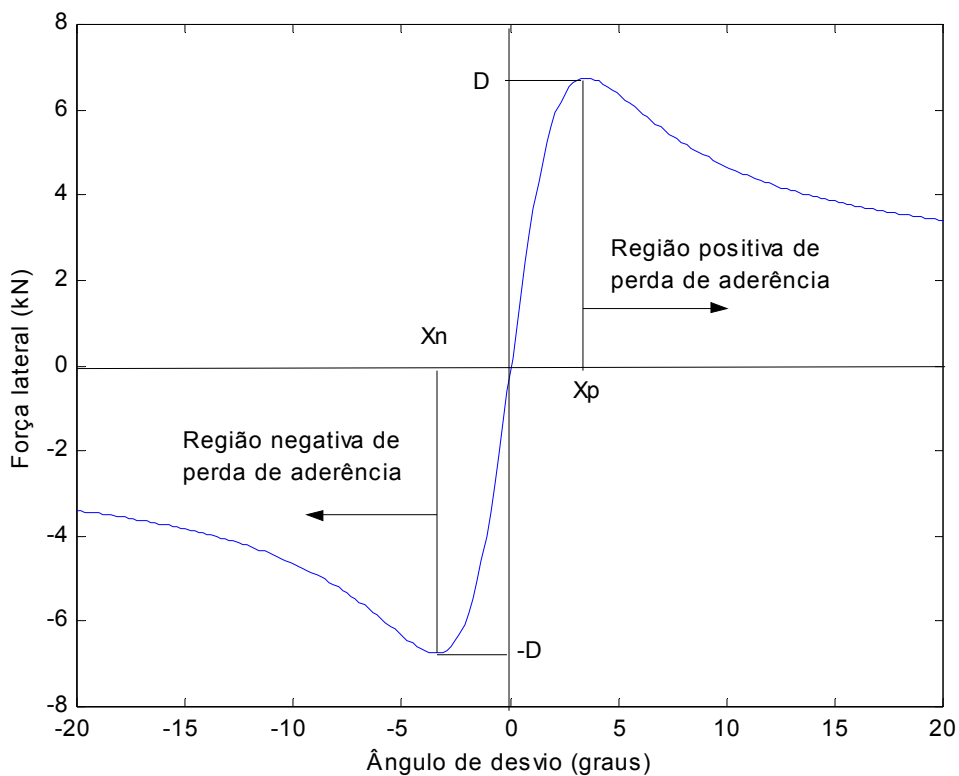


FIG. 8.6 – Força lateral x ângulo de desvio para um determinado valor de força vertical e ângulo de câmber de um pneu

Observando-se este gráfico, conforme mencionado no Capítulo 3, verifica-se que, para valores de ângulo de desvio maiores que X_p ou menores que X_n , o pneu perde aderência, pois passa a transitar na faixa de atrito dinâmico.

Utilizando-se a “*Fórmula Mágica*” (EQ. 3.1), é possível determinar os valores de X_p e X_n , para cada condição de força vertical e ângulo de câmber, de forma que se possa caracterizar a perda de aderência.

Este estudo também é válido para caracterizar a perda de aderência na direção longitudinal do pneu.

8.2.2 DESCRIÇÃO DO PROCEDIMENTO

Os valores de X_p e X_n equivalem aos valores de ângulos de desvio relativos aos pontos de máxima e mínima forças laterais respectivamente. Observando-se a EQ. 3.1 e desprezando-se os valores dos coeficientes S_h e S_v , verifica-se que, para que essas duas condições ocorram, é necessário que:

a) Ponto de máximo

$$C \cdot \arctg[B \cdot X_p - E[B \cdot X_p - \arctg(B \cdot X_p)]] = \frac{\pi}{2} \quad (8.1)$$

Desenvolvendo-se a EQ. 8.1, obtém-se a seguinte equação:

$$B \cdot (1 - E) \cdot X_p + E \cdot \arctg(B \cdot X_p) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} \cdot C\right) \quad (8.2)$$

b) Ponto de mínimo

$$C \cdot \arctg[B \cdot X_n - E[B \cdot X_n - \arctg(B \cdot X_n)]] = \frac{3\pi}{2} \quad (8.3)$$

Desenvolvendo-se a EQ. 8.3, obtém-se a seguinte equação:

$$B \cdot (1 - E) \cdot X_n + E \cdot \arctg(B \cdot X_n) = \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} \cdot C\right) \quad (8.4)$$

Considerando que os valores de B, C, D e E são função da força vertical e do ângulo de câmber, as EQs. 8.2 e 8.4 podem ser resolvidas, usando um método numérico, por exemplo Newton-Raphson, para a determinação de X_p e X_n respectivamente. Esse procedimento deve ser realizado a cada iteração, para cada pneu do veículo, já que, a cada instante, as forças

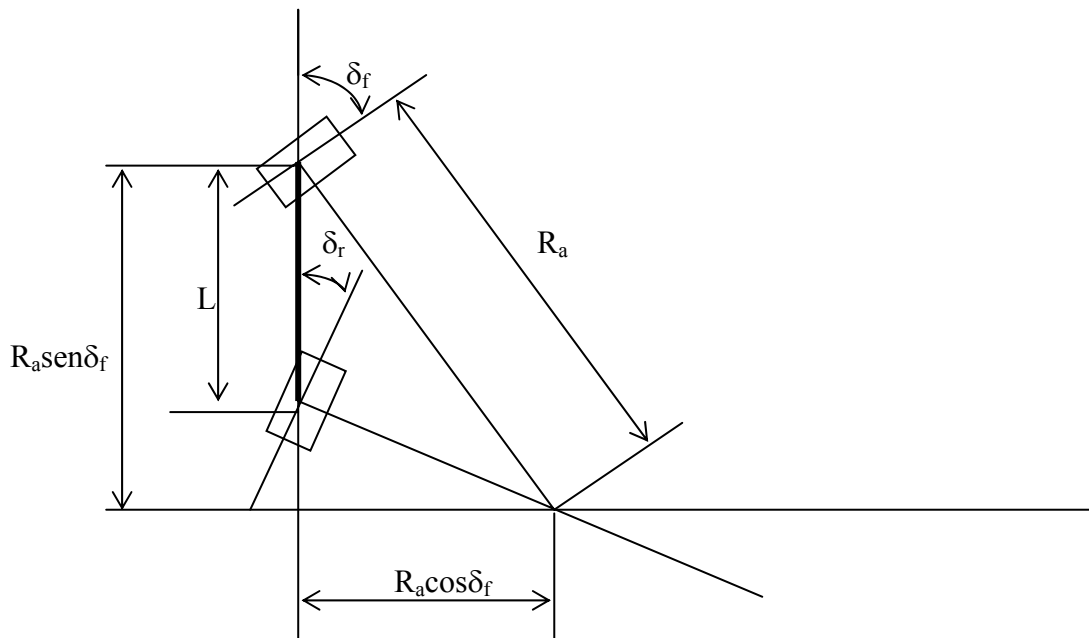
verticais dos pneus e seus respectivos ângulos de câmbor variam, tendo, como consequência, a modificação dos valores dos coeficientes B, C, D e E da “*Fórmula Mágica*”. Após o cálculo dos valores de X_p e X_n de cada pneu, deve-se compará-los aos valores dos ângulos de desvio (ou escorregamentos longitudinais) atingidos pelos respectivos pneus. Quando algum destes valores for maior que X_p ou menor que X_n , caracteriza-se, para este pneu, a perda de aderência.

Neste procedimento apresentado, X_p equivale ao ângulo de desvio ou escorregamento longitudinal relativos à força lateral ou longitudinal máximas respectivamente, descritos na seção 3.9.4.

8.3 APÊNDICE 3: GRADIENTE DE SOBESTERÇAMENTO PARA TESTE DE RAIOS CONSTANTES EM TRAJETÓRIA CIRCULAR EM REGIME PERMANENTE

8.3.1 ÂNGULO DE ESTERÇAMENTO DE ACKERMAN

Para a determinação do ângulo de esterçamento de Ackerman, inicialmente deve-se considerar que as rodas de um mesmo eixo possam ser representadas por apenas uma roda com um ângulo de esterçamento igual a média aritmética dos ângulos de esterçamento das rodas originais. Esse modelo, também denominado “modelo bicicleta”, é mostrado na FIG. 8.7. Para efeito de definição de ângulo de Ackerman, os pneus não apresentam deslizamento lateral, ou seja, os seus ângulos de desvio são nulos, consideração válida para execução de curvas a baixa velocidade.



L – Distância entre eixos

R_a – Raio de curvatura da roda dianteira

δ_f – Média aritmética dos ângulos de esterçamento das rodas dianteiras

δ_r – Média aritmética dos ângulos de esterçamento das rodas traseiras

FIG. 8.7 – Configuração geométrica para determinação do ângulo de esterçamento de Ackerman

Da FIG. 8.7, tem-se:

$$\frac{R_a \operatorname{sen} \delta_f - L}{R_a \operatorname{cos} \delta_f} = \operatorname{tg} \delta_r \quad (8.5)$$

Desenvolvendo a EQ. 8.5, obtém-se:

$$\operatorname{sen} \delta_f - \operatorname{cos} \delta_f \cdot \operatorname{tg} \delta_r = \frac{L}{R_a} \quad (8.6)$$

Como os ângulos de esterçamento das rodas são usualmente pequenos, a EQ. 8.6 pode ser aproximada para a seguinte expressão:

$$\delta_f - \delta_r = \frac{L}{R_a} \quad (8.7)$$

Na EQ. 8.7, o raio de curvatura da roda dianteira pode ser aproximado pelo raio de curvatura do veículo, obtendo-se a seguinte relação:

$$\delta_f - \delta_r = \frac{L}{R} \quad (8.8)$$

O ângulo de esterçamento de Ackerman é determinado a partir da seguinte expressão:

$$\delta_a = \delta_f - \delta_r = \frac{L}{R} \quad (8.9)$$

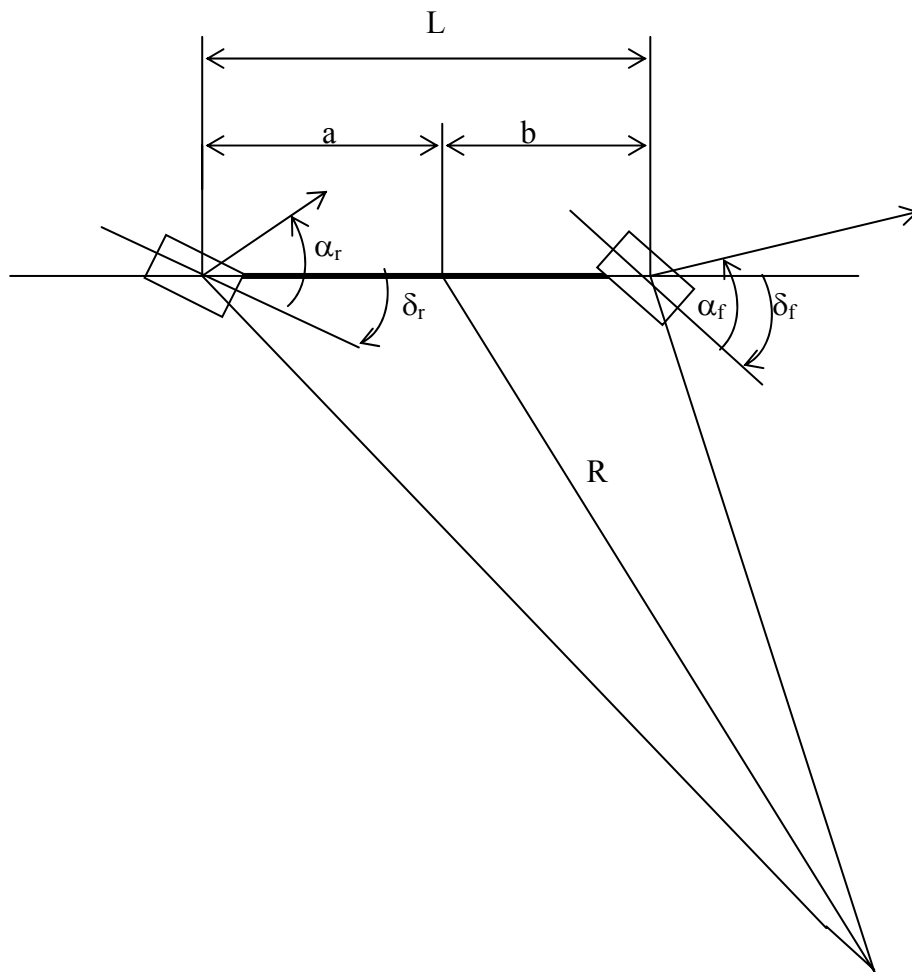
onde:

δ_a - ângulo de esterçamento de Ackerman.

Na realidade, o ângulo de esterçamento de Ackerman corresponde ao ângulo de esterçamento equivalente do veículo na condição em que os pneus apresentam ângulos de desvio nulos. Para o caso de veículos somente com esterçamento no eixo dianteiro, o ângulo de esterçamento de Ackerman equivale ao ângulo de esterçamento da roda dianteira.

8.3.2 GRADIENTE DE SUBESTERÇAMENTO

A FIG. 8.8 mostra um caso mais geral do “modelo bicicleta” apresentado na FIG. 8.7. Nesta figura, são considerados os ângulos de desvio dos pneus.



α_f – Média aritmética dos ângulos de desvio das rodas dianteiras

α_r – Média aritmética dos ângulos de desvio das rodas traseiras

FIG. 8.8 – Configuração geométrica do veículo em trajetórias curvilíneas a altas velocidades

A soma dos ângulos interiores do triângulo da FIG. 8.8 é:

$$180^\circ = [90^\circ - (\alpha_r - \delta_r)] + [90^\circ + (\alpha_f - \delta_f)] + \frac{L}{R} \quad (8.10)$$

Desenvolvendo-se a EQ. 8.10, tem-se:

$$\delta_{eq} = \frac{L}{R} + \alpha_f - \alpha_r \quad (8.11)$$

onde:

$\delta_{eq} = \delta_f - \delta_r$ - ângulo de esterçamento equivalente.

O gradiente de subesterçamento é definido como a taxa de variação da diferença entre o ângulo de desvio dianteiro α_d e o ângulo de desvio traseiro α_r em função da aceleração lateral do veículo. Aplicando esta definição na EQ. 8.11, tem-se:

$$\delta_{eq} = \frac{L}{R} + K.a_y \quad (8.12)$$

onde:

K – gradiente de sobesterçamento;

a_y – aceleração lateral do veículo.

O gradiente de subesterçamento é a grandeza que informa quanto o ângulo de esterçamento equivalente das rodas se distancia do ângulo de esterçamento de Ackerman em função da aceleração lateral.

8.3.3 DETERMINAÇÃO DO GRADIENTE DE SOBESTERÇAMENTO DE UM TESTE DE RAIOS CONSTANTES

Derivando-se a EQ. 8.12 em relação a aceleração lateral do veículo, para uma condição de raio constante, tem-se:

$$K_{r=const} = \frac{d\delta_{eq}}{da_y} \quad (8.13)$$

Observando-se a EQ. 8.13, conclui-se que basta determinar o coeficiente angular da curva *ângulo de esterçamento equivalente das rodas x aceleração lateral do veículo* obtida a partir de um ensaio de trajetória circular em regime permanente com raio constante para a determinação do gradiente de subesterçamento. Caso esta grandeza seja igual a zero, o veículo apresenta comportamento direcional de esterçamento neutro (“neutral steer”); quando é maior que zero, o veículo apresenta comportamento direcional de subesterçamento (“understeer”), ou seja, o veículo tem a tendência de “sair de dianteira”; e quando K é menor que zero, o veículo apresenta comportamento direcional de sobreesterçamento (“oversteer”), ou seja, o veículo tem a tendência de “sair de traseira”.

GLOSSÁRIO

DE TERMOS TÉCNICOS E EXPRESSÕES USADAS

- **ÂNGULO DE CONVERGÊNCIA.** Ângulo entre a direção longitudinal da roda e a direção longitudinal do veículo quando o mesmo se encontra em equilíbrio estático. Esse ângulo é positivo quando a parte frontal da roda converge com o eixo longitudinal do veículo, e negativo quando a parte frontal da roda diverge do eixo longitudinal do veículo.

- **ÂNGULO DE ESTERÇAMENTO EQUIVALENTE.** Ângulo resultante da média aritmética dos ângulos de esterçamento das rodas dianteiras subtraída da média aritmética dos ângulos de esterçamento das rodas traseiras. Para um veículo 2WS, é obtido somente a partir da média dos ângulos de esterçamento das rodas dianteiras. É utilizado como ângulo de esterçamento de referência para o estudo do comportamento direcional de veículos em trajetórias circulares em regime permanente.

- **ÂNGULO DE INCLINAÇÃO DO PINO-MESTRE.** Ângulo entre o eixo de esterçamento da roda e o eixo vertical do veículo medido no seu plano YZ (vista frontal). Esse ângulo é positivo quando o eixo de esterçamento intercepta o piso externamente ao centro da região de contato do pneu com o solo em relação ao veículo, e negativo quando intercepta o piso entre o centro da região de contato do pneu com o solo e o veículo.

- **BARRA ANTI-ROLAGEM.** Barra ligada às suspensões independentes de um mesmo eixo e ancorada ao chassis que serve para reduzir o movimento de rolagem deste último em torno de seu eixo longitudinal quando o veículo descreve uma curva ou quando uma das rodas oscila verticalmente.

- **BITOLA.** Distância transversal entre as rodas esquerda e direita de um mesmo eixo, medida entre os centros das regiões de contato dos pneus com o solo.

- **DISTÂNCIA ENTRE EIXOS.** Distância longitudinal entre os eixos dianteiro e traseiro do veículo.

- **EIXOS PRINCIPAIS.** Eixos em relação aos quais os produtos de inércia do corpo são nulos.

- **SUSPENSÃO ATIVA.** Suspensão composta por elementos ativos, usualmente hidráulicos, que exercem forças na suspensão a partir de comandos dados por controladores eletrônicos, produzindo características ótimas de desempenho.

BIBLIOGRAFIA

- BARTER, N.F. **Analysis and interpretation of steady-state and transient vehicle response measurements.** Vehicle System Dynamics, Vol. 5, 1975/1976.
- CLOVER, C.L., BERNARD, J.E. **Longitudinal tire dynamics.** Vehicle System Dynamics, v. 29, 1998.
- CRANDALL, S. H., KARNOPP, D. C., KURTZ et al. **Dynamics of Mechanical and Electromechanical Systems.** 1.ed. EUA: McGraw-Hill, 1968.
- DIXON, J.C. **The Shock Absorber Handbook.** Warrendale: SAE, 1999.
- DIXON, J. C. **Tires, suspension and handling.** Second edition. SAE: 1991.
- ELLIS, J.R. **Vehicle Dynamics.** *London Business Books Limited, 1969.*
- GARROTT, HOWE, J.G. e FORKENBROCK, G. **An Experimental Examination of Selected Maneuvers that may induce on-road untripped, light vehicle rollover.** Vehicle Rollover Research Program, Phase II of NHTSA'S, 1997-1998.
- GOOD, M.C. **Sensitivity of driver-vehicle performance to vehicle characteristics revealed in open-loop tests.** Vehicle System Dynamics, Vol. 6, 1977.
- GOODSELL, D., **Dictionary of Automotive Engineering.** SAE, 1995.
- HEYDINGER, G.J., BIXEL, R.A., GARROTT et al. **Measured vehicle inertial parameters.** NHTSA'S Data through November, 1998.
- JANG, B., KARNOPP, D. **Simulation of vehicle and power steering dynamics using tire model parameters matched to whole vehicle experimental results.** Vehicle System Dynamics, Vol. 33, pág. 121-133, 2000.
- JANSEN, S.T.H. e VAN OOSTEN, J.J.M. **Development and evaluation of vehicle simulation models for a 4WS application.** Vehicle System Dynamics, Vol. 24, 1995.

LUGNER, P. e PLÖCHL, M. **Additional 4WS and driver interaction.** Vehicle System Dynamics, Vol. 24, 1995.

REIMPELL, J. e STOLL, H. **The Automotive Chassis: Engineering Principles.** 1.ed. Warrendale: SAE, 1996.

SARZETO, C. A. P. **Transformadores Cinemáticos para Mecanismos Básicos.** Anais COBEM/CIDIM, 1995.

SAYERS, M.W. e HAN, D. **A generic multibody vehicle model for simulating handling and braking.** Vehicle System Dynamics, Vol. 25, 1996.

SEONG SIK JO e BEALE, D. **Dynamic Parameter Estimation of a MacPherson Strut Suspension.** Vehicle System Dynamics, Vol. 30, 1998.

SHABANA, A. A. **Computational Dynamics.** 1.ed. New York: John Wiley & Sons, 1994.

SORGATZ, U. **Simulation of directional behaviour of road vehicles.** Vehicle System Dynamics, Vol. 5, pág. 47-66, 1975/1976.

VAN DER JAGT, P., PARSONS, A.W. **Road surface correction of tire test data.** Vehicle System Dynamics, v. 25, 1996.

WANG, Y.Q. E., GNADLER, R. e SCHIESCHKE, R. **Vertical load-deflection behaviour of a pneumatic tire subjected to slip and camber angles.** Vehicle System Dynamics, Vol. 25, 1996.