

CONCURSO DE ADMISSÃO  
AO  
CURSO DE GRADUAÇÃO  
CÁLCULO



CADERNO DE QUESTÕES

2015

1ª QUESTÃO

Valor: 1,00

Determine, caso exista, o valor do seguinte limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x - \operatorname{sen}(x)|} \int_0^x (1 + \cos(t)) dt$$

2ª QUESTÃO

Valor: 1,00

Em um certo ambiente, existem alguns tipos de bactérias. A concentração da bactéria  $A$  em função do tempo  $t$ , em horas, é expressa por:

$$f(t) = \frac{a}{1 + e^{bt}}, t \geq 0$$

Se no instante  $t = 0$  a concentração da bactéria  $A$  é de  $20 \text{ g} \cdot \text{m}^{-3}$  e a mesma cresce com velocidade de  $2 \text{ g} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{h}^{-1}$ , determine qual será o seu valor após um longo período de tempo.

3ª QUESTÃO

Valor: 1,00

Calcule a área da região compreendida entre as curvas  $x = 2y^2 - 4y$  e  $2x = 19y - 5y^2$ .

4ª QUESTÃO

Valor: 1,00

Calcule o valor da integral:

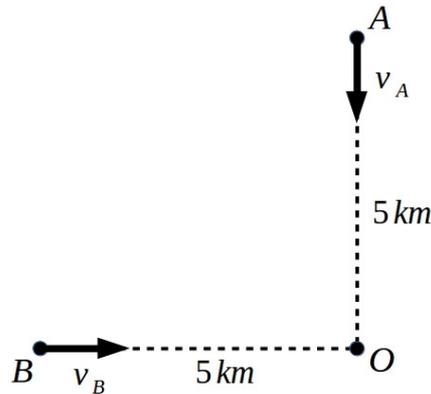
$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(ax) \cos(bx) dx$$

onde  $a$  e  $b$  são números inteiros.

## 5ª QUESTÃO

Valor: 1,00

Dois navios  $A$  e  $B$  encontram-se localizados a  $5\text{ km}$  de um ponto  $O$ , conforme ilustra a figura abaixo. No instante  $t = 0$ , o navio  $A$  inicia seu movimento com velocidade  $v_A = 3\text{ km/h}$ . No mesmo instante, o navio  $B$  parte com velocidade  $v_B(t) = (1 + t)\text{ km/h}$ . Os sentidos das velocidades  $v_A$  e  $v_B$  são também ilustrados na figura. Determine o instante de tempo no qual a distância entre os dois navios é a menor possível e determine também o valor desta distância.



## 6ª QUESTÃO

Valor: 1,00

Considere que uma partícula descreve o movimento da seguinte curva no plano:

$$\vec{r}(t) = (\text{sen}(t), \cos^2(t)), 0 \leq t \leq \pi$$

Determine:

- O vetor tangente unitário à curva no instante  $t = (\pi/4)$ .
- A distância percorrida pela partícula.

## 7ª QUESTÃO

Valor: 1,00

Seja  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por:

$$f(x, y) = \begin{cases} y^{4/3} \text{sen}(x/y) & , y \neq 0 \\ 0 & , y = 0 \end{cases}$$

Determine, justificando, todos os pontos para os quais  $f$  é diferenciável.

## 8ª QUESTÃO

Valor: 1,00

Encontre uma equação do plano tangente ao hiperboloide  $z^2 - 2x^2 - 2y^2 = 5$  no ponto  $(1, -1, 3)$  e determine as equações paramétricas da reta normal.

**9ª QUESTÃO****Valor: 1,00**

Seja  $f(x, y) = x + 2y + 2$ . Determine a reta contida no gráfico de  $f$ , passando pelo ponto  $(1, 1, 5)$  e que forma com o plano  $xy$  ângulo máximo.

**10ª QUESTÃO****Valor: 1,00**

Seja  $f$  um campo escalar diferenciável e seja  $g = f(x - y, y - z, z - x)$ .

Prove que  $\frac{\partial g}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial g}{\partial z} = c$ ,  $\forall (x, y, z)$ ; determinando o valor da constante  $c$ .