

Prova de Matemática do CG 2000/2001

Calcule a distância entre o ponto $(4,3)$ e a reta definida pelos pontos $(0,-4)$ e $(-5,0)$.

2ª QUESTÃO



Valor 1,0

Dois observadores A e O estão na beira de um rio de margens paralelas e visam uma árvore P na beira da margem oposta. Seus equipamentos registram os ângulos $P\hat{A}O = \alpha$ e $P\hat{O}A = \beta$. Sabendo que $\overline{AO} = 120$ metros, que $\text{tg } \alpha = 2$ e que $\text{tg } \beta = 3$, calcule a largura do rio.

3ª QUESTÃO**Valor 1,0**

Um painel de lâmpadas é composto por 6 (seis) bocais dispostos em fileira, conforme mostra a figura abaixo. Para preencher este painel estão disponíveis 6 (seis) lâmpadas distintas que apresentam as seguintes cores: amarela, verde, azul, branca, vermelha e laranja. Calcule quantas disposições diferentes de preenchimento do painel são possíveis, empregando as lâmpadas disponíveis, de maneira a permitir que as lâmpadas de cor branca e vermelha fiquem posicionadas de maneira adjacente no painel (uma imediatamente ao lado da outra).



← Painel de lâmpadas com 6 bocais

4ª QUESTÃO**Valor 1,0**

Sejam A , B e C números inteiros positivos que formam uma progressão aritmética. Prove que os números :

$$\frac{1}{\sqrt{B} + \sqrt{C}}, \quad \frac{1}{\sqrt{C} + \sqrt{A}} \quad \text{e} \quad \frac{1}{\sqrt{A} + \sqrt{B}}$$

também formam uma progressão aritmética.

5ª QUESTÃO**Valor 1,0**

Resolva a equação :

$$\log_{(3x)}\left(\frac{3}{x}\right) + \left(\log_3 x\right)^2 = 1$$

6ª QUESTÃO**Valor 1,0**

Resolva a inequação:

$x^{(2x^2 - 9x + 4)} < 1$, no conjunto dos números reais não negativos.

7ª QUESTÃO**Valor 1,0**

Quatro máquinas, A , B , C e D , trabalham períodos de tempo diferentes por dia, conforme está mostrado na tabela abaixo, e cada uma tem produção horária diferente das outras. É possível, parando-se uma das máquinas, reduzir a produção diária total para 500 unidades/dia, em todos os dias considerados na tabela. Calcule a produção horária de cada uma das máquinas e determine qual delas deve ser parada, para que a produção diária total seja reduzida a 500 unidades/dia em todos os dias considerados.

Dia	Horas Trabalhadas por Dia pelas Máquinas (Horas)				Produção Diária Total (Unidades)
	A	B	C	D	
SEG	3	4	1	4	780
TER	3	3	4	2	710
QUA	2	4	3	3	780
SEX	3	5	1	4	850

8ª QUESTÃO**Valor 1,0**

(a) Dadas as funções reais de variável real, f e g , tais que $f(x) = |x - 2|$ e $g(x) = 2x + 3$, determine $(f \circ g)(x)$ onde $(f \circ g)(x) = f(g(x)) \forall x \in \mathbb{R}$ e apresente o seu gráfico.

(b) Calcule o limite abaixo:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x)^{1/x}$$

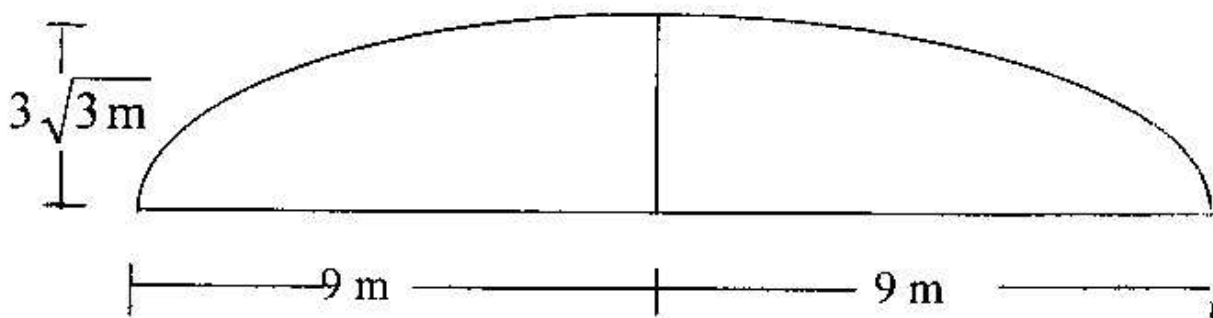
9ª QUESTÃO**Valor 1,0**

Um cilindro circular reto tem a sua superfície total equivalente à superfície lateral de um prisma oblíquo cuja seção reta é um pentágono regular de lado igual a 3 m, e cuja aresta lateral é igual a $\frac{4}{3}\pi$ metros. Sabe-se que o perímetro da seção meridiana do cilindro é 14 m. Calcule o raio da esfera circunscritível ao cilindro.

10ª QUESTÃO

Valor 1,0

Deseja-se construir um túnel com 18 m de largura e com $3\sqrt{3}$ m de altura, adotando-se uma forma de seção transversal que tenha a menor área possível (seção econômica), conforme é mostrado na figura abaixo. As opções para a forma da seção transversal são arco circular, arco parabólico e semi-elipse. Calcule a área das seções de cada uma dessas formas e determine qual a seção econômica a ser adotada.

imesd3@adm.ime.eb.br