

PROVA DE MATEMÁTICA DO VESTIBULAR 96/97

DO INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA (02/12/96)

1^a Questão:	Valor : 1,0
<p>Resolva o sistema abaixo:</p> $\begin{cases} x^a = y^x \\ y = ax \end{cases} \quad \text{onde } a \neq 1 \text{ e } a > 0$	
2^a Questão:	Valor : 1,0
<p>Determine o termo máximo do desenvolvimento da expressão:</p> $\left(1 + \frac{1}{3}\right)^{65}$	
3^a Questão:	Valor : 1,0
<p>Dados os pontos A e B do plano, determine a equação do lugar geométrico dos pontos P do plano, de tal modo que a razão entre as distâncias de P a A e de P a B seja dada por uma constante k. Justifique a sua resposta analiticamente, discutindo todas as possibilidades para k.</p>	
4^a Questão:	Valor : 1,0
<p>Em cada uma das 6(seis) faces de um cubo, construiu-se uma circunferência, onde foram marcados n pontos. Considerando que 4 (quatro) pontos não pertencentes à mesma face, não sejam coplanares, quantas retas e triângulos, não contidos nas faces desse cubo, são determinados pelos pontos.</p>	
5^a Questão:	Valor : 1,0

Considere a função

$$y = f(x) = \text{Ln}(x + \sqrt{x^2 + 1}) \text{ onde } \text{Ln} \text{ denota o logaritmo neperiano.}$$

Responder aos itens a seguir, justificando sua resposta.

(a) Se $g(x) = \text{Ln}(2x)$, que relação existe entre os gráficos das curvas f e g ?

(b) Pode-se afirmar que a função definida por $H(x) = \frac{f(x)}{2}$ é uma primitiva

para a função $T(x) = \frac{f(x)}{\sqrt{x^2 + 1}}$?

6ª Questão:

Valor : 1,0

Se $\text{tg } a$ e $\text{tg } b$ são raízes da equação

$x^2 + px + q = 0$, calcule, em função de p e q , o valor simplificado da expressão:

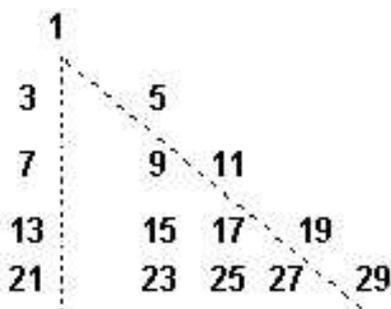
$$y = \text{sen}^2(a + b) + p \text{ sen}(a + b) \text{cos}(a + b) + q \text{cos}^2(a + b).$$

Considere $p, q \in \mathbb{R}$ com $q \neq 1$.

7ª Questão:

Valor : 1,0

Considere os números ímpares escritos sucessivamente, como mostra a figura abaixo, onde a n ésima linha compreende n números. Encontre em função de n , nesta linha, a soma de todos os números escritos, bem como o primeiro e o último.





8^a Questão:

Valor : 1,0

Determine o resto da divisão do polinômio

$(\cos \varphi + x \operatorname{sen} \varphi)^n$ por $(x^2 + 1)$, onde n é um número natural.

9^a Questão:

Valor : 1,0

Considere uma esfera inscrita e tangente à base de um cone de revolução. Um cilindro está circunscrito à esfera de tal forma que uma de suas bases está apoiada na base do cone. Seja

V_1 o volume do cone e V_2 o volume do cilindro. Encontre o menor valor da constante k para o qual $V_1 = kV_2$.

Sugestão: Considere o ângulo formado pelo diâmetro da base e a geratriz do cone em uma das extremidades deste diâmetro.

10^a Questão:

Valor : 1,0

Em uma parábola (P), com foco F e parâmetro p, considere uma corda

$\overline{MM'}$ normal à parábola em M. Sabendo que o ângulo $\angle MFM' = 90^\circ$,
calcule os segmentos \overline{FM} e $\overline{FM'}$.