CONCURSO DE ADMISSÃO AO CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO

MATEMÁTICA

CADERNO DE QUESTÕES

2012

1ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Considere $\log_{\sqrt{b}}(a)^2 = 4$, com a e b números reais positivos. Determine o valor de m, número real, para que a equação $x^3 - 18x^2 + [\log_b(ab)^m + 8 - m]x - \log_b(a)^{2m} = 0$ tenha três raízes reais em progressão aritmética.

2ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Considere a, b e c números inteiros e $2 < a < b < c$. Determine o(s) valor(es) de x, y e z, que satisfaçam o sistema de equações $\begin{cases} ax - 2by + 3cz = 2abc \\ 3ax - 4by = -abc \\ -by + cz = 0 \\ xyz = 2013^2 \end{cases}$.

3ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$. Seja a matriz $B = \sum_{k=1}^{n} A^k$, com k e n números inteiros. Determine a soma, em função de n, dos quatro elementos da matriz B.

4ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Considere $P = \prod_{k=0}^{45}\left[1 + tg\left(\frac{k\pi}{180}\right)\right]$, com $\prod_{k=0}^{n}$ representando o produto dos termos desde $k = 0$ até $k = n$, sendo k *e* n números inteiros. Determine o(s) valor(es) de m, número real, que satisfaça(m) a equação $P = 2^m$.

5ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Considere, Z_1 e Z_2, complexos que satisfazem a equação $x^2 + px + q = 0$, onde p e q são números reais diferentes de zero. Sabe-se que os módulos de Z_1 e Z_2 são iguais e que a diferença entre os seus argumentos vale α, onde α é diferente de zero. Determine o valor de $\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ em função de *p e q*.

6ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Considere um triângulo ABC com lado BC igual a L. São dados um ponto D sobre o lado AB e um ponto E sobre o lado AC, de modo que sejam válidas as relações $\frac{DA}{DB} = \frac{EC}{EA} = m$, com m > 1. Pelo ponto médio do segmento DE, denominado M, traça-se uma reta paralela ao lado BC, interceptando o lado AB no ponto F e o lado AC no ponto H. Calcule o comprimento do segmento MH, em função de *m* e L.

7ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Considere um círculo com centro C, na origem, e raio 2. Esse círculo intercepta o eixo das abscissas nos pontos A e B, sendo a abscissa de A menor do que a abscissa de B. Considere P e Q, dois pontos desse círculo, com ordenadas maiores ou iguais a zero. O ângulo formado entre o segmento CP e CQ vale $\frac{\pi}{3}$ rd. Determine a equação do lugar geométrico descrito pelo ponto de interseção dos segmentos AP e BQ internos ao círculo.

8ª QUESTÃO	Valor: 1,0

São dadas duas matrizes A e B tais que $A.B = \begin{bmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{bmatrix}$ e $B.A = \begin{bmatrix} x & 14 \\ 14 & y \end{bmatrix}$, com x e y reais e $x > y$. Determine:

a) o(s) valore(s) de x e y;

b) as matrizes A e B que satisfazem as equações apresentadas.

9ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Considere um tetraedro regular ABCD e um plano π, oblíquo à base ABC. As arestas DA, DB e DC, desse tetraedro são seccionadas, por este plano, nos pontos E, F e G, respectivamente. O ponto T é a interseção da altura do tetraedro, correspondente ao vértice D, com o plano π. Determine o valor de DT sabendo que $\frac{1}{DE} + \frac{1}{DF} + \frac{1}{DG} = \frac{1}{\sqrt{6}}$.

10ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Considere a seguinte definição:

"dois pontos P e Q, de coordenadas (x_P, y_P) e (x_q, y_q), respectivamente, possuem coordenadas em comum se e somente se $x_p = x_q$ ou $y_p = y_q$"

Dado o conjunto S = {(0,0), (0,1), (0,2), (1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,1), (2,2)}. Determine quantas funções bijetoras f: S→ S existem, tais que para todos os pontos P e Q pertencentes ao conjunto S, f(P) e f(Q) possuem coordenadas em comum se e somente se P e Q possuem coordenadas em comum.