CONCURSO DE ADMISSÃO AO CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO

MATEMÁTICA

FOLHA DE QUESTÕES

2008

1ª QUESTÃO — Valor: 1,0

Sabe-se que:

$a = [a] + \{a\}, \ \forall a \in \Re$, onde [a] é a parte inteira de a

$$\begin{cases} x + [\,y\,] + \{\,z\,\} = 4{,}2 \\ y + [\,z\,] + \{\,x\,\} = 3{,}6 \\ z + [\,x\,] + \{\,y\,\} = 2 \end{cases}, \text{ com } x, y \text{ e } z \in \Re$$

Determine o valor de $x - y + z$.

2ª QUESTÃO — Valor: 1,0

Um triângulo isósceles possui seus vértices da base sobre o eixo das abscissas e o terceiro vértice, B , sobre o eixo positivo das ordenadas. Sabe-se que a base mede b e seu ângulo oposto $\hat{B} = 120^{o}$. Considere o lugar geométrico dos pontos cujo quadrado da distância à reta suporte da base do triângulo é igual ao produto das distâncias as outras duas retas que suportam os dois outros lados. Determine a(s) equação(ões) do lugar geométrico e identifique a(s) curva(s) descrita(s).

3ª QUESTÃO — Valor: 1,0

Sabe-se que $z_1 \overline{z_2} = \dfrac{z_3}{z_4}$ e $|z_3 + z_4| - |z_3 - z_4| = 0$, sendo z_1, z_2, z_3 e z_4 números complexos diferentes de zero. Prove que z_1 e z_2 são ortogonais.

Obs.: números complexos ortogonais são aqueles cujas representações gráficas são perpendiculares entre si e $\overline{z}$ é o número complexo conjugado de z.

4ª QUESTÃO — Valor: 1,0

Dada a função $F: IN^2 \rightarrow IN$, com as seguintes características:

F(0,0) = 1;
F(n,m+1) = q.F(n,m), onde q é um número real diferente de zero;
F(n+1, 0) = r + F(n,0), onde r é um número real diferente de zero.

Determine o valor de $\displaystyle\sum_{i=0}^{2009} F(i,i)$, $i \in IN$.

5ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Seja G o ponto de interseção das medianas de um triângulo ABC com área S. Considere os pontos A', B' e C' obtidos por uma rotação de 180º dos pontos A, B e C, respectivamente, em torno de G. Determine, em função de S, a área formada pela união das regiões delimitadas pelos triângulos ABC e A'B'C'.

6ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Resolva a seguinte inequação, para $0 \le x < 2\pi$:

$$\frac{3\operatorname{sen}^2 x + 2\cos^2 x + 4\operatorname{sen}x - (1+4\sqrt{2})\operatorname{sen}x\cos x + 4\cos x - (2+2\sqrt{2})}{2\operatorname{sen}x - 2\sqrt{2}\operatorname{sen}x\cos x + 2\cos x - \sqrt{2}} > 2$$

7ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Seja um cubo de base ABCD com aresta *a*. No interior do cubo, sobre a diagonal principal, marca-se o ponto V, formando-se a pirâmide VABCD. Determine os possíveis valores da altura da pirâmide VABCD, em função de *a*, sabendo que a soma dos quadrados das arestas laterais da pirâmide é igual a ka^2 , sendo *k* um número primo.

Obs.: as arestas laterais da pirâmide são VA, VB, VC e VD.

8ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Dada uma matriz quadrada A de ordem n, definida da seguinte forma:

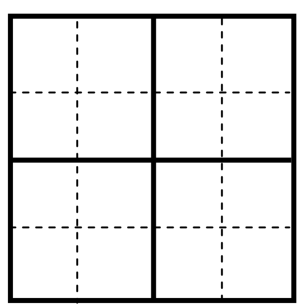
- os elementos da linha i da coluna n são da forma $a_{in} = -\binom{n}{n-i+1}$;
- os elementos imediatamente abaixo da diagonal principal são unitários, isto é, $a_{ij} = 1$ para $i - j = 1$;
- todos os demais elementos são nulos.

Sendo I a matriz identidade de ordem n e det(M) o determinante de uma matriz M, encontre as raízes da equação $\det(x \cdot I - A) = 0$.

9ª QUESTÃO	Valor: 1,0

A figura abaixo é composta de 16 quadrados menores. De quantas formas é possível preencher estes quadrados com os números 1, 2, 3 e 4, de modo que um número não pode aparecer 2 vezes em:

- uma mesma linha.
- uma mesma coluna.
- cada um dos quatro quadrados demarcados pelas linhas contínuas.



10ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Seja a uma constante real positiva. Resolva a equação $\sqrt{a}\sqrt{a+\sqrt{a^2-x^2}} + \sqrt{3a}\sqrt{a-\sqrt{a^2-x^2}} = 2\sqrt{2}x$, para $x \in \Re$ e $0 \le x \le a$.